

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

NADJANE MARIA SOUZA

**Estudo das organizações matemáticas e didáticas de conceitos
algébricos propostas em livros didáticos**

COGEAE – PUC/SP

2013

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

NADJANE MARIA SOUZA

**Estudo das organizações matemáticas e didáticas de conceitos
algébricos propostas em livros didáticos**

Monografia apresentada
no Curso de Pós-Graduação na
Pontifícia Universidade Católica de
São Paulo, para obtenção do
Título de Especialização em
Educação Matemática,
sob a Orientação do Prof.
Dr. Saddo Ag Almouloud.

COGEAE – PUC/SP

2013

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

NADJANE MARIA SOUZA

**Estudo das organizações matemáticas e didáticas de conceitos al-
gébricos propostas em livros didáticos**

APROVADA EM _____ / _____ / _____

BANCA EXAMINADORA

ORIENTADOR(A)

PROFESSOR(A)

PROFESSOR(A)

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Monografia por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

Souza, Nadjane Maria.
Estudo das organizações Matemática e Didáticas de conceitos algébricos propostas em Livros Didáticos / Nadjane Maria Souza, 2013

58 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

Monografia (Pós-Graduação) – PUC/SP. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013

1. Expressões Algébricas. 2. Leitura. 3. Aprendizagem.
4. Matemática. 5. Orientações Curriculares do Estado de São Paulo I. PUC/SP

***“Sonha e serás livre de Espírito,
luta e serás livre na Vida!”***

Che Chevara

AGRADECIMENTOS

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, agradeço o apoio, o incentivo, a paciência e sobretudo sua orientação como forma de instruir-me indicando o rumo que precisaria seguir.

Aos Professores do Curso de Especialização em Matemática da PUC/SP.

Aos meus Amigos pelo apoio, incentivo, compreensão e paciência nos momentos mais difíceis. De maneira especial ao meu Amigo Joel Jesus Velho que em momento algum me deixou desanimar não medindo esforços para me ajudar para que esse meu Projeto se concretizasse.

À minha Mãe Neuza sempre carinhosa e disposta a se doar.

De maneira especial ao meu Pai Alberto, eterno estudioso e exemplo de Pai e ser humano sem o qual não poderia jamais ter chegado até aqui...

Aos meus irmãos Alberto e Ellis, amigos, companheiros dos quais tenho muito orgulho .

À minha “segunda” Mãe Rosa, sempre afetuosa.

À minha filha Júlia, pela paciência e pela sua compreensão por entenderes minha ausência.

DEDICATÓRIA

***Dedico este Trabalho à minha Família,
e a todos que me incentivaram
ousar ir além para realizar-me
nessa conquista.***

RESUMO

O objetivo deste trabalho é uma análise das organizações matemáticas e didáticas propostas por autores de livros didáticos sobre conceitos algébricos na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental II. Buscou-se essencialmente responder a seguinte questão de pesquisa: Que aspectos do pensamento algébrico emergem no Livro Didático e estão em conformidade ou não com as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo? Nosso estudo levará em consideração as recomendações da Proposta Curricular do Estado de São Paulo e será fundamentado na Teoria Antropológica Didática de Chevallard (1991). A Metodologia utilizada para o trabalho foi a Metodologia Qualitativa de cunho Bibliográfico e Documental. Concluímos que nos Livros Didáticos analisados estão contidas as orientações dos PCNs e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Deixam a desejar na abordagem da História da Matemática e do uso de situações problema ao introduz o conceito da Álgebra.

Palavras-chave: Conceitos algébricos. A noção de variável. Orientações Curriculares do Estado de São Paulo. Organizações matemáticas e didáticas.

ABSTRACT

The objective of this study is an analysis of mathematics and educational organizations proposed by authors of textbooks about algebraic concepts in Elementary Education II. Essentially aimed to answer the following research question: What aspects of algebraic thinking emerge in Textbook and are in compliance or not with the Curriculum Guidelines of the State of São Paulo? Our study will consider the recommendations of the Curriculum Proposal of the State of São Paulo and will be **based on** the Anthropological Theory of Didactics of Chevallard (1991). The Methodology used for the study was the Qualitative Methodology according to Documents and Bibliographic Reviews.

Keywords: Algebraic concepts. The notion of variable. Curriculum Guidelines of the State of São Paulo. Mathematics and educational organizations.

Sumário

INTRODUÇÃO	11
CAPITULO I: A HISTÓRIA DA ÁLGEBRA	15
1. RESGATE HISTÓRICO.....	15
2. O ENSINO DA ÁLGEBRA NA ATUALIDADE.....	20
2.1 Revisão Bibliográfica.....	23
CAPITULO II: ABORDAGEM DA ÁLGEBRA NO CURRÍCULO DE SÃO PAULO	28
1. A Origem das Orientações Curriculares	28
2. A Importância do Currículo no Ensino da Álgebra	32
3. Os PCNs e os Livros Didáticos.....	36
CAPITULO III: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA, METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	38
1. Fundamentação Teórica	38
2. Metodologia de Pesquisa	39
2.1. Análise Documental	40
2.2. Procedimentos Metodológicos	40
2.2.1 Livro 1 – Matemática na Medida Certa – Marília Centurión & Jakubo	44
2.2.2 Livro 2 – Matemática hoje é feita assim – Antônio J. Lopes Bigode...	46
2.2.3 Livro 3 – Tudo é Matemática – Luiz Roberto Dante	49
CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

INTRODUÇÃO

Para João Pedro da Ponte (2005, p. 37), a melhor forma de (re)significar a Álgebra, ao nível escolar, é dizer que visa ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Por isso, tem-se conhecido uma crescente demanda de estudos e pesquisas sobre o assunto. Encontramos nos dias de hoje um número considerável de estudos sobre a álgebra e sua relevância para o ensino e aprendizagem do aluno.

A álgebra é um campo fascinante da matemática que tem despertado a atenção de grupos de pesquisas interessados em desvelar as causas das dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem desse conteúdo na escola. Um ponto importante que não pode ser deixada de lado quando falamos da álgebra na matemática escolar é o livro didático quanto ao modelo/concepção algébrica que ele dissemina nas salas de aula.

O Livro Didático ocupa lugar de destaque, atualmente, sendo um dos principais instrumentos norteadores do planejamento escolar tanto para professor quanto para o aluno. Consequentemente, é um grande divulgador de ideias, conhecimentos e concepções. Sendo assim, o Livro Didático influencia professores e alunos com suas ideias e conceitos. Ademais, a organização dos conteúdos e a linguagem do livro didático são o que o definem e constituem como um manual educativo. A partir dessa organização e linguagem é possível definir a concepção da linha de conhecimento matemático do autor do Livro Didático e suas influências no ensino.

Mesmo após ações políticas que culminaram em “inovações educacionais”, encontramos o Livro Didático com diversas características de linha de conhecimento nas diversas modalidades que os pesquisadores em educação nomeiam, como as linhas construtivista, cartesiana, progressista, moderna, etc. No entanto, destacamos que a abordagem dos conteúdos, bem como a linguagem estabelecida no manual didático motivam ou não professores e alunos no ensino aprendizagem em ambiente escolar.

Há muitos anos, o ensino de matemática tem sido, restritamente, norteado por esse suporte didático que, muitas vezes, apresenta uma predominância de exercícios para aplicação de técnicas que não são suficientes para o desenvolvimento do

pensamento algébrico ou mesmo para a ampliação da noção de número (Cruz, 2005). Além disso, e talvez mais grave, não há nos livros uma articulação entre os conteúdos de aritmética e álgebra que dê ao aluno a oportunidade de construir conexões entre as letras e os números e por isso não concebem a álgebra como ferramenta para provar regras e relações numéricas (Cruz, 2005).

Quanto à álgebra, percebemos que a abordagem no Livro Didático acontece de diversas formas, mas o que se evidencia é a permanência de um estilo “sombrio”, destacando certa rigorosidade da matemática. Com isso, crescem atitudes negativas, resistências por parte tanto do professor quanto do aluno em relação ao ensino e à aprendizagem principalmente dos assuntos que constituem o campo algébrico.

Com base nessas considerações, nosso interesse, é, portanto o estudo das organizações matemáticas e didáticas propostas em livros didáticos sobre o ensino e a aprendizagem de expressões algébricas. Nosso estudo levará em consideração as recomendações da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Buscamos estabelecer consenso a respeito do que seja pensar algebricamente, que atividades abordadas pelo Livro Didático criam condições favoráveis ao aluno a ter esse pensamento. Mais especificamente, buscou-se responder a seguinte questão para a Pesquisa: *Que aspectos do pensamento algébrico emergem no Livro Didático e estão em conformidade ou não com as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo?*

O Estudo que apresentaremos neste Trabalho terá como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1991).

A Metodologia utilizada para o Trabalho foi Metodologia Qualitativa de Cunho Bibliográfico e Documental.

Nosso trabalho é composto de quatro capítulos, descritos da seguinte forma. No Capítulo 1, realizamos um resgate histórico do desenvolvimento da Álgebra enfatizando à noção de variável, o ensino da Álgebra na atualidade e a revisão bibliográfica compostas por pesquisas que dissertam sobre o tema. O Capítulo 2 apresenta a abordagem da Álgebra no Currículo de São Paulo, a origem das Orientações Curriculares, a importância do Currículo no Ensino da Álgebra e uma abordagem sobre os PCNs e os Livros Didáticos. No Capítulo 3, apresentamos a Fundamentação Teó-

rica, a Metodologia de Pesquisa e Procedimentos Metodológicos, análise de livros didáticos. No Capítulo 4, são apresentadas as conclusões e considerações finais, mediante a confrontação dos pontos positivos e negativos que foram observados na análise efetuada no capítulo anterior.

CAPITULO I: A HISTÓRIA DA ÁLGEBRA¹

Neste capítulo abordaremos algumas contribuições que as Civilizações Antigas deram para o desenvolvimento da álgebra e mostraremos que uns conceitos são introduzidos gradativamente e outros impostos pela força das circunstâncias, em face há muitas descobertas. Portanto, é relevante que abriremos uma lacuna para tratar da álgebra desde o seu princípio.

1. RESGATE HISTÓRICO²

Historicamente, a álgebra exerceu um papel fundamental no desenvolvimento da matemática e por muito tempo designou a operação com números e a resolução de problemas, principalmente de equações. Na antiguidade os egípcios, babilônicos, chineses, indianos e árabes, dentre outros povos, desenvolveram a álgebra para embasamento de algumas práticas cotidianas.

O desenvolvimento da Matemática Primitiva ocorreu principalmente ao longo dos grandes rios da África e Ásia, tais como o Tigre, Nilo, Eufrates, dentre outros. De acordo com Eves (2004), grandes sociedades como a Mesopotâmia e Egito estabeleceram-se ao redor desses rios. Diante do desenvolvimento desses povos a Matemática era utilizada para atender as demandas de suas atividades, ou seja, principalmente para contribuir na produção agrícola e de engenharia. Com isso, “a ênfase inicial da matemática foi dada à aritmética e à mensuração prática” (Eves, 2004, p. 20).

As Civilizações Antigas da Mesopotâmia desenvolveram seu modo de escrita e numeração, deixando seus registros em tabletas ou tábulas de barro. Nelas eles criaram uma matemática por meio de símbolos cuneiformes, com uma notação de base sessenta. Esses povos utilizaram uma álgebra retórica bem desenvolvida como informa Boyer (1996, p. 21). Eles não usavam “letras para quantidades desconhecidas, mas palavras tais como 'comprimento', 'largura', 'volume'”. Os matemáticos mesopotâmios foram hábeis e por volta do ano 2000 a.C. já resolviam tais equações. Seus problemas enfatizavam resoluções de equações de até terceiro grau.

¹ Representação de período de existência das Civilizações. (IMENES e LELLIS, 1999, p. 32).

² SANTOS, Leandra Gonçalves dos. *Introdução do Pensamento: um olhar sobre Professores e Livros Didáticos de Matemática*. Vitória (ES): UFES, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Orientadora Vania Maria Pereira dos Santos-Wagner, pp. 48-54.

Exemplo: “um problema pede o lado de um quadrado se a área menos o lado dá 14,30” (Boyer, 1996, p. 21). A resolução desse problema na linguagem moderna seria da seguinte forma: $x^2 - x = 870$. Mas os mesopotâmios a resolviam da seguinte maneira: “tome a metade de 1, que é 0;30, e multiplique 0;30 por 0;30, o que dá 0;15; some isto a 14,30, o que dá 14;30;15. Isto é o quadrado de 29;30. Agora some 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, o lado quadrado” (Boyer, 1996, p. 22).

A Civilização Egípcia desenvolveu sua escrita principalmente através de símbolos denominados hieróglifos. Há registros também de escritas em grego e em demótico. O sistema numérico dos egípcios baseava-se na escala de dez. Grande parte das escritas foi feita em Papiros. O mais famoso deles é o Papiro de Rhind ou Papiro de Ahmes, datado de 1650 a.C., composto de 85 problemas, dentre eles os relacionados à multiplicação e à divisão, frações e determinação da área de um círculo (Eves, 2004, p. 70).

Embora a Matemática dos Egípcios não demonstre desenvolvimento tal como a dos babilônicos, sua habilidade em resolver equações lineares foi expressa nos papiros. A álgebra dos egípcios é caracterizada por um simbolismo. Eves (2004, p. 74) informa que “no Papiro de Rhind encontram-se símbolos para mais e menos”. Além do mais, utilizavam símbolos para igual e para incógnita. No papiro de Rhind encontram-se problemas relacionados à geometria, geometria algébrica, juros compostos e equações quadráticas. As tábulas egípcias de juros compostos demonstram o grau de desenvolvimento do pensamento algébrico dessa civilização. É possível notar que com tais tábulas pode-se resolver equações exponenciais do tipo $ax^b = b$. Dentre os problemas aritméticos, alguns podem ser denominados de problemas algébricos. A resolução destes pode ser feita na forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, na qual a incógnita x é desconhecida e representada pelos egípcios pela palavra *aha*. Muitos desses exercícios evidenciavam que foram direcionados para jovens estudantes. Exemplo de um problema encontrado no papiro de Rhind: “se lhe perguntam o que é $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$, tome o dobro e o sêxtuplo; esse é $\frac{2}{3}$ dele. Deve-se proceder assim para qualquer outra fração” (Eves, 2004, p. 83).

Enquanto os Egípcios e Babilônicos ficaram séculos escrevendo textos em papiros e tabuletas de barro, respectivamente, a civilização grega se desenvolveu e marcou a história com sua intelectualidade cultural. Struik (1989) relata que inicialmente os estudos da matemática grega objetivavam especialmente a compreensão do lugar do homem no universo de acordo com sua racionalidade. A álgebra utiliza-

da pelos gregos ficou conhecida como Álgebra Geométrica, pois a resolução dos problemas propostos era apresentada de forma geométrica devido à grande Obra de Euclides (300 a.C., aproximadamente). Nos dias de Euclides o uso da álgebra geométrica tinha grande significado. O “raciocínio algébrico de Euclides era expresso totalmente numa forma geométrica” (Struik, 1989, p. 92), além do mais, “não era um instrumento ideal, mas era eficaz”, como informa Boyer (1996, p. 75). Esse instrumento a matemática grega foram divulgados por vários matemáticos conceituados, dentre eles Diofanto (por volta de 250 d.C.), que teve uma importante participação na matemática grega. Diofanto escreveu uma obra conhecida por *Arithmetica*, organizada em 13 livros. Ele usou em seus escritos um método diferente dos utilizados na era Alexandrina, mostrando um novo ramo da Matemática. Seu método se assemelha ao dos Babilônios (Povo da Mesopotâmia), porém estes se preocupavam em resolver equações de até terceiro grau, enquanto Diofanto se dedica em quase toda a sua obra à resolução exata de equações determinadas e indeterminadas Boyer (1996, p. 123). O conjunto de livros é composto por aproximadamente 150 problemas matemáticos, a maioria deles utilizando recursos aritméticos para a resolução, embora possivelmente buscassem conseguir a generalização. Nos problemas de equações quadráticas Diofanto deu mais atenção às raízes positivas e quando as equações tinham duas raízes positivas, somente a maior era dada. O autor em questão desenvolveu uma álgebra sincopada – caracterizada pela abreviação de palavras – o que difere do que denominamos método primitivo, o retórico – caracterizado pela escrita completa das palavras. A resolução de equações na forma sincopada por Diofanto só difere da forma moderna pela falta de símbolos “especiais para a notação das operações e relações” Boyer (1996, p. 123). Essa característica da obra citada, de sincopar a álgebra, deu um novo rumo à matemática grega. Além do mais, sua forma trouxe grande influência à configuração simbólica da álgebra moderna. Segue um exemplo do uso de abreviações na coleção de Diofanto (Eves, 2004, p.209):

A imagem a seguir ilustra o pensamento da Coleção de Diofanto. A imagem foi inserida como imagem digitalizada para demonstrá-la...

ξ - representa o número desconhecido. Símbolo originado da fusão de duas letras gregas (α e ρ) da palavra que indica *arithmos*.

Δ^y - simboliza o número desconhecido ao quadrado. O símbolo indica as duas primeiras letras da palavra grega *dunamis* (Δ ΥΝΑΜΙΣ) que significa potência.

K^y - representa o número desconhecido ao cubo. O símbolo indica as duas primeiras letras da palavra grega *Kubos* (ΚΥΒΟΣ).

$\Delta^y \Delta$ - descreve o número desconhecido à quarta potência. Indica quadrado-quadrado.

Δk^y - representa o número desconhecido a quinta potência. Indica *quadrado-cubo*.

$k^y k$ - significa o número desconhecido à sexta potência. Indica cubo-cubo.

Logo, as expressões $x^3 + 13x^2 + 5x$ e $x^3 - 5x^2 + 8x - 1$ no tempo de Diofanto, eram escritas

na forma $k^y \alpha \Delta^y \iota \zeta \varepsilon$ e $k^y \alpha \zeta \eta \wedge \Delta^y \varepsilon \overset{\circ}{M} \alpha$

Fonte: SANTOS, Leandra Gonçalves dos. Introdução do Pensamento: um olhar sobre Professores e Livros Didáticos de Matemática. Vitória: UFES, 2207, pp. 48-54.

Na Índia, de acordo com Helmer (2005), grande parte do desenvolvimento da Matemática indiana se deu pelos estiradores de cordas para a construção de altares. Já a álgebra dos hindus baseou-se na resolução de equações na forma sincopada, destacando-se a fórmula de Bhaskara para a resolução de equações quadráticas.

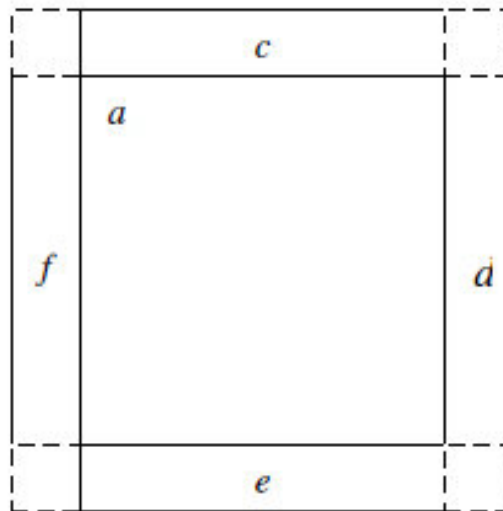
As Matemáticas Orientais serviam para a prática tal como facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, a organização das obras públicas e a cobrança de impostos. Embora a atenção inicial fosse para a aritmética e a medição, as equações também foram estudadas e aplicadas pelos árabes. Estes trouxeram consideráveis contribuições à Matemática moderna, principalmente à álgebra atual. Os árabes traduziram para sua língua a maior parte das obras gregas, inclusive a obra dos *Elementos de Euclides*. Além disso, possuíam um museu comparável ao de Alexandria.

Dentre os mestres matemáticos da época, destaca-se o matemático e astrônomo Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi (por volta de 850). Al-Khowarizmi escreveu algumas obras, dentre elas dois livros de matemática, um de aritmética e outro de álgebra, conforme Boyer (1996, p. 155). Segundo Struik (1989, p. 48),

A aritmética transformou-se em álgebra, não só porque possibilitava melhores cálculos práticos, mas também porque era o resultado natural de uma ciência cultivada e desenvolvida nas escolas dos escribas. Pelas mesmas razões, a medição deu origem aos começos – mas não mais que isso – da geometria teórica.

A origem do nome Álgebra é atribuída ao nome do livro de al-Khowarizmi, intitulado *Al-jabr Wa'lmuqabalah*. A obra mostra a álgebra de forma retórica e bem mais elementar, o que difere da álgebra sincopada utilizada pelos gregos (como Diofanto). No entanto, a descrição algébrica de al-Khowarizmi se aproxima mais da álgebra elementar atual. A obra se baseia na resolução de equações, principalmente as quadráticas, numa forma sistematizada e organizada da premissa à conclusão. A álgebra de al-Khowarizmi revela muitos elementos gregos e babilônios, tais como as demonstrações geométricas e a ausência da sincopação, respectivamente. Por exemplo: “para a equação $X^2 + 10 = 39x +$ al-Khowarizmi traça um quadrado ab para representar x^2 , e sobre os quatro lados desse quadrado coloca retângulos c , d , e e f , cada um com largura $2 \frac{1}{2}$. Para completar o quadrado maior é preciso acrescentar os quatro pequenos quadrados nos cantos, cada um tem uma área de $6 \frac{1}{4}$ unidades. Conclui-se que para “completar quadrado” somamos 4 vezes $6 \frac{1}{4}$ unidades ou 25 unidades, obtendo um quadrado de área total $39 + 25 = 64$ unidades. O lado do quadrado grande deve ser de 8 unidades, que subtraindo 2 vezes $2 \frac{1}{2}$ ou 5 unidades, encontra-se $x = 3$ ” (Boyer, 1996, p. 158).

Figura 01 – Resolução geométrica da equação $x^2 + 10 = 39$



Fonte: REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. *Aspectos Históricos e Geométricos da Equação Quadrática*. Disc. Scientia. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas. Santa Maria, v.6. n.1, p.79-95, 2005.

Muitas foram as contribuições dos árabes. Eles foram alguns dos responsáveis em traduzir principalmente do hindu e do grego obras matemáticas referentes a números, geometria e álgebra, difundindo principalmente a ideia de que o sistema de numeração atual originou-se dos árabes. Entretanto, mesmo quando “a ciência

de uma sociedade progredia mais do que a de outra em período, preservava um enfoque e um simbolismo característicos” segundo Struik (1989, p. 48).

Citar e contar um pouco da história da álgebra e também experimentar resolver alguns dos problemas como era feito no passado e efetuar algumas construções geométricas como as que citamos anteriormente podem enriquecer as aulas de matemática. Trazer a história da álgebra para a sala de aula pode possibilitar que os alunos compreendam melhor que o desenvolvimento de muitos assuntos da matemática não foi linear e nem simples ao longo dos tempos. Além do mais, os matemáticos levaram muito tempo para compreender e admitir a solução e importância de muitos assuntos matemáticos. Para melhor compreensão da disciplina é relevante mostrar como algumas ideias foram introduzidas gradativamente na Matemática e descrever o longo processo que a ciência como essa leva em direção a uma abstração.

Abordar os aspectos históricos da álgebra neste capítulo motiva-nos em teorizar não somente à tradução literal do significado da palavra álgebra, mas também ao entendimento do termo atual e contextualizado. Portanto, entendemos álgebra como sendo a parte da matemática que focaliza as propriedades matemáticas (aritméticas, geométricas...) em nível abstrato, utilizando como recursos símbolos.

Apresentamos os estudos que nos auxiliaram para compreender os caminhos já seguidos por pesquisas com foco na álgebra. Algumas delas sugerem metodologias que podem ser seguidas na educação algébrica, por exemplo Garbi (1997). Outras se aprofundam em fazer estudos sobre os entes algébricos, por exemplo Lins e Gimenez (1997), Kieran (1995), Usiskin (1995). E há também vários artigos citando a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico no aluno no trabalho em sala de aula. No entanto, foram bem poucas as pesquisas encontradas que se desdobram num estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico no aluno no contexto atual, assunto a que passamos a seguir.

2. O ENSINO DA ÁLGEBRA NA ATUALIDADE³

Acredita-se que a matemática contribui para o desenvolvimento cognitivo do aluno e é também útil para a vida na sociedade atual. O desafio na atualidade está na prática do professor, no ensino e na aprendizagem da matemática, tornando-a

³ Ibidem, pp. 54-56.

mais atraente para o aluno a partir das mudanças na educação matemática e no modo de concebê-la.

Hoje a matemática vem passando por uma grande transformação. Isso é absolutamente natural. Os meios de observação, de coleção de dados e de processamento desses dados, que são essenciais na criação da matemática, mudaram profundamente. Não que se tenha relaxado o rigor, mas sem dúvida o rigor científico hoje é de outra natureza. (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 58)

Necessitamos de mudanças mais significativas na Educação. A Matemática vem conquistando espaços no meio social e está sendo percebida não só como uma ciência para intelectuais, mas para todos os cidadãos comuns que queiram enveredar-se por ela. Em relação a mudanças ocorridas no ensino da disciplina, Ubiratan D'Ambrósio (1996) enfatiza que essas aconteceram mediante a grande diversidade cultural, considerando tal diversidade como a Matemática Avançada ou Matemática Universitária, a Pesquisa em Matemática Pura e Aplicada e a incorporação da etnomatemática na Matemática elementar. Essa variedade cultural implica atualmente em perceber e conceber a disciplina como um “estilo de pensamento, uma linguagem adequada para expressar as reflexões sobre as leituras de mundo na sociedade atual” (D'Ambrósio, 1996, p. 58), ou seja, perceber a Matemática como uma ferramenta que auxilia na interpretação e interação do aluno em seu cotidiano. Além de percebermos a Matemática como estilo de pensamento, entendemos seu ensino de forma que a linguagem valorize o aspecto sócio-histórico-cultural da sociedade. Interpretamos tal valorização como leituras de mundo, isto é, uma forma de “expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação”, como diz D'Ambrósio (1996, p. 58).

Uma das leituras de mundo em que a Matemática, enquanto linguagem, transmite grande entrave para o ser cidadão é na utilização da linguagem simbólica ou algébrica no ensino da matemática. Embora reconheça-se uma mudança no modo de conceber a Educação Matemática, o currículo prescritivo escolar atual ainda não atende às “inovações” curriculares propostas pelo governo. Ainda há alto índice de reprovação na escola e na maioria das vezes a Matemática é a grande ‘vilã’ nesse resultado. A ineficácia no ensino da Matemática é atribuída ou justificada por vários fatores; um deles é a ausência de significados ou de contextualização de muitos conteúdos da Matemática. Um dos componentes curriculares que causam problemas em alunos e professores e é alvo de reclamações em relação à ausência de

significados na realidade cotidiana é a abordagem da álgebra em sala de aula e pelo livro didático.

Quando nos referimos ao ensino da álgebra no contexto atual tomamos como aportes teóricos iniciais os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) que norteiam o ensino público no Brasil atualmente. São essas bases legais em conjunto com leis, pareceres, emendas e resoluções federais, estaduais e municipais que tentam delinear ou formatar o ensino público no Brasil. Formatar no sentido de garantir uma base curricular comum a todas as escolas públicas brasileiras. Por exemplo: A Diretrizes Curriculares Nacionais Educação Básica - Ensino Fundamental, Parecer CNE/CEB nº 04/98, informam que

as escolas deverão reconhecer que as aprendizagens são constituídas na interação entre os processos de conhecimento, linguagem e afetivos, como consequência das relações entre as distintas identidades dos vários participantes do contexto escolarizado, por meio de ações inter e intra-subjetivas; as diversas experiências de vida dos alunos, dos professores e dos demais participantes do ambiente escolar, expressas por meio de múltiplas formas de diálogo, devem contribuir para a constituição de identidades afirmativas, persistentes e capazes de protagonizar ações solidárias e autônomas de constituição de conhecimento e valores indispensáveis à vida cidadã (p. 41, §III).

Dentro dessa perspectiva citada acima compreendemos que o ensino da matemática, mais especificamente o ensino da álgebra, atualmente, deve proporcionar aos alunos o desenvolvimento das habilidades e competências a partir do conhecimentos apreendidos.

Olhar o ensino da álgebra no contexto atual tendo como documentos normativos e orientadores os PCN, a LDB e outras leis é criar possibilidades de conceber a educação algébrica como essencialidade e relevância no currículo escolar. Embora poucas mudanças tenham sido notadas no currículo da álgebra, pensar seu ensino é analisar os caminhos da educação algébrica, isto é, pensar no fazer matemático em sala de aula no que se refere à abordagem simbólica da disciplina.

Os PCN (1998) do Ensino Fundamental sugerem ensinar a álgebra a partir da 5ª série. No entanto, a introdução do pensamento algébrico em algumas coleções de LD é sugerida a partir das séries iniciais. Um exemplo disso ocorre numa coleção de livros didáticos de Matemática chamado *Matemática para Todos*, de Imenes e Lellis (2002) que afirmam que na coleção as atividades que abordam sequências de padrões geométricos, desenvolvem o pensamento algébrico do aluno.

A álgebra é considerada muito importante no currículo escolar e os livros didáticos do Brasil e de vários países dão bastante espaço ao assunto, porém com mais intensidade nas séries finais. O ensino da álgebra vem sendo valorizado, pois colabora com o desenvolvimento cognitivo das crianças. Pesquisas comprovam que desenvolvendo o pensamento algébrico os alunos se tornarão mais organizadas, mais habilidosas, com melhor leitura, inclusive de mundo, e compreenderão melhor as generalizações. Modanez (2003) informa que

a álgebra é uma parte essencial na matemática. Desde que os seres humanos começaram a desenvolver o comércio e a lidar com a matemática, a álgebra se fazia presente. Desde os primórdios a Aritmética (números e operações), a Geometria (as formas) e Álgebra (resolução de equações e problemas). Estes ramos orientaram os povos na divisão de terras e cultivo, partilhas de bens, na astronomia, nas negociações comerciais, na arte, dentre outros (p. 25).

Na realidade, percebemos que o ensino da álgebra não depende somente das secretarias de estados e municípios e que estes dão ideias gerais sobre o que ensinar.

O ensino da álgebra recebe influências diretas do livro didático. Este influi no currículo escolar em relação ao que se deve ensinar.

Ao final do Ensino Fundamental é ideal que as crianças conheçam a álgebra básica e ainda reconheçam as estruturas algébricas em situações práticas. É necessário também que os alunos tenham a introdução de ideias abstratas, como as noções de matemática, expressões algébricas, sequências de padrões geométricos na proporção e na estatística.

2.1 Revisão Bibliográfica

Apresentamos alguns estudos que nos auxiliaram em nossa Pesquisa. Das Pesquisas existentes na área do Estudo da Álgebra, apresentamos as pesquisas de Modanez (2003), Cruz (2005).

Modanez (2003) realizou uma pesquisa com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental em uma Escola do Município de São Paulo. O objetivo era “verificar se a introdução ao pensamento algébrico, por meio de sequências de padrões geométricos, favorece a superação das principais dificuldades apresentadas pelos alunos que iniciam o estudo em Álgebra” (MODANEZ, 2003, p. 30).

A proposta da autora é que a “letra surja” primeiro como variável, a fim de fazer desenvolver o raciocínio do aluno para resolver cada problema apresentado; assim, quando a “letra” já estiver bem trabalhada e entendida, poderá então, num outro contexto, ser empregada como incógnita.

A autora baseou-se nas seguintes hipóteses:

- engajar o aluno em atividades que inter-relacionem diferentes aspectos da Álgebra como resolução de problemas, e não só para encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica ou atividades meramente mecânicas;
- propor situações em que o aluno possa investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas, identificando suas estruturas para que possa descrevê-las simbolicamente;
- propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades, e não somente manipulações mecânicas de expressões algébricas (MODANEZ, 2003, p.32).

Na análise dos resultados Modanez (2003) pôde constatar a validade das hipóteses aqui mencionadas e concluir que nessas condições, uma sequência de ensino por meio de padrões geométricos pode proporcionar ao aluno a introdução do pensamento algébrico.

Verificou-se após estudo feito que os alunos avançaram em seus conhecimentos em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como em suas atitudes e autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões e justificar suas respostas.⁴

Cruz (2005) apresentou o seu trabalho *A Noção de Variável em Livros Didáticos: um estudo sob a ótica da organização praxeológica*, a partir de sua prática como docente ao perceber as dificuldades apresentadas pelos alunos no que diz respeito aos conceitos enfocados nas várias formas de introduzir a Álgebra: solução de equações, manipulação de expressões algébricas, resolução de problemas e tratamento de conceitos fundamentais, como os de variável.

Segundo Cruz (2005), com o passar dos anos, surgiram muitas pesquisas visando diagnosticar as causas das dificuldades apresentadas no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra. Sequências de ensino têm sido criadas e testadas na Educação Matemática, na tentativa de encontrar soluções. Sua pesquisa tem a pre-

⁴ MODANEZ, L. *Das sequências de Padrões Geométricos à Introdução ao pensamento algébrico*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2003, 92f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Orientador Saddo Ag Almouloud, pp. 14-15.

ocupação da análise dos livros didáticos, buscando identificar os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias neles contidas.

Sua pesquisa está inserida no projeto “O pensamento matemático: formação de núcleo de ensino-aprendizagem”⁵ e o seu objetivo é realizar uma análise de livros didáticos desenvolvida a partir de uma adaptação da Organização Praxeológica proposta por Chevallard (1991). Em sua pesquisa se propôs a responder os seguintes questionamentos:

- ✓ *De que maneira os livros didáticos vêm incorporando os objetivos sugeridos pelos PCNs?*
- ✓ *Nos livros didáticos, que tipo de abordagem é utilizada para introduzir e desenvolver a Álgebra?*
- ✓ *Apenas uma abordagem é trabalhada ou há várias se intere-relacionando?*
- ✓ *Nos livros didáticos quais são os diferentes usos dados a ideia de variável que eles apresentam? Variável como coisa conhecida? Incógnita? Argumento? Generalizadora de modelo aritmético? Símbolo abstrato/ Variável para expressar relações e funções*

A partir dessa problemática, das leituras e pesquisas, esta autora buscou analisar os livros didáticos apoiando-se na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1991).

Procurou identificar nos exercícios que atendem cada aspecto qual o tipo de *tarefa* proposta, qual a maneira de cumprir essa tarefa, que é a *técnica* envolvida, e qual o *discurso teórico-tecnológico* que está por traz dessa técnica.⁶

Em sua análise ficou claro que, embora os Livros Didáticos tragam várias concepções da Álgebra e venham trabalhando as variáveis sob diferentes enfoques, ainda há a predominância de exercícios para aplicação das técnicas.

⁵ Projeto do Grupo G4 da PUC-SP sob responsabilidade e Coordenação do Professor Doutor Saddo Ag Almouloud.

⁶ CRUZ, Eliana da Silva. *A Noção de Variável em Livros Didáticos: um estudo sob a ótica da organização praxeológica*. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP). Orientador: Saddo Ag Almouloud, pp. 01-02.

A Pesquisa realizada por Cruz (2005) está inserida no projeto “O pensamento matemático: formação de núcleo de ensino-aprendizagem”⁷ cujo objetivo é realizar uma análise de Livros Didáticos desenvolvida a partir de uma adaptação da Organização Praxeológica proposta por Chevallard (1991).

Na sua análise dos Livros Didáticos constatou-se que os mesmos continuam sendo utilizados por Alunos e Professores, e a pesquisa realizada por Cruz (2005) volta-se para a análise desses livros, buscando identificar os tipos de tarefa, as técnicas, as tecnologias e as teorias neles contidas.

Percebeu como resultado de suas análises dos livros didáticos que o estudo do cálculo numérico, o ensino da Álgebra é introduzido efetivamente e as letras são apresentadas para substituir os números, surgindo assim uma nova linguagem matemática.

Com relação aos PCNs, os Livros Didáticos estão de acordo com as orientações dadas pelos PCNs, aí percebeu-se que a história da Matemática está presente, integrando-se assim ao desenvolvimento do conteúdo contribuindo de forma efetiva para que o processo do ensino-aprendizagem aconteça.

Com relação aos diferentes usos dados à ideia de variável, Cruz (2005) constata que os Livros Didáticos apresentam as variáveis nas suas diferentes formas com a função de generalizar os dados do problema para resolução de equações dadas.

As variáveis são tratadas como incógnitas em todo o trabalho com as equações onde a variável é apresentada como substituta de vários e possível valores e uma grandeza relacionada a outra.

A partir da análise dos resultados, Cruz (2005) responde o seguinte questionamento: como os livros didáticos do Ensino Fundamental abordam a noção de variável sob a ótica da organização Praxeológica de Chevallard?

A análise desse questionamento revelou que o estudo da noção de variável vem sendo abordada nos livros didáticos sob diferentes enfoques. Assim, as variáveis têm a função de traduzir e generalizar, sendo vista como generalizadora de modelos. Assim, a Álgebra é tratada em todos os Livros Didáticos pela abordagem da resolução de problemas que destacam o uso das equações para introduzir situação

⁷ Esta referência é sobre o Projeto do Grupo G4 da PUC/SP sob responsabilidade do Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud.

do cotidiano do aluno a partir da aplicação de fórmulas em exercícios extremamente técnicos.

Por fim, a Álgebra é abordada como estudo de relações entre grandezas, Usiskin (1994) explicita que nessa abordagem a variável é um argumento, representando um dos valores do domínio de uma função, ou um parâmetro, representando um número do qual dependem outros números.

A análise dos resultados mostrou que as *Tarefas* propostas nos Livros Didáticos referentes ao cálculo algébrico, mais especificamente à noção de variável, devem fazer parte de situações contextualizadas fugindo de procedimentos muito técnicos.

Percebeu-se que as *Tarefas* devem permitir ao aluno o direito de reflexão, discussão, interpretação, não exercícios mecânicos em que o aluno aplica as técnicas sem qualquer compreensão de entendimento.

A *Técnica* é maneira de cumprir, de realizar as tarefas dadas, nesse caso o aluno manipula os procedimentos, utilizando várias técnicas de resolução que lhe são impostas sem compreender de fato a sua utilidade.⁸

⁸ Ibidem, 82-90.

CAPÍTULO II: ABORDAGEM DA ÁLGEBRA NO CURRÍCULO DE SÃO PAULO

Em decorrência da prática docente, como Professor de Matemática da Educação Básica na Rede Pública Estadual de São Paulo, como Professora da disciplina em Escola vinculada à Secretaria Educação do Estado de Paulo, participei da implantação da nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo, no início de 2008, na instituição que estava exercendo minha regência em sala de aula.

Recebemos da Secretaria um exemplar da proposta Curricular (SÃO PAULO, 2008a)⁹ e do Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2008b)¹⁰ referentes ao Ensino de Matemática.

Apresento a Origem das Orientações Curriculares e a Importância do Currículo no ensino da Álgebra.

1. A Origem das Orientações Curriculares¹¹

Na publicação da Proposta Curricular do Estado de São Paulo de 2008 (SÃO PAULO, 2008a), Maria Helena Guimarães de Castro, então Secretária de Educação, em Carta dirigida aos Gestores (Coordenadores, Vice-Diretores, Diretores) e Professores, expõe que:

A criação da LDB (Lei de Diretrizes e Bases)¹², que deu autonomia às Escolas para que definissem seus próprios Projetos Pedagógicos, foi um passo importante. Ao longo do tempo, porém, essa tática descentralizada mostrou-se ineficiente. Por esse motivo, propomos agora uma ação integrada e articulada, cujo objetivo é organizar melhor o Sistema Educacional de São Paulo. (SÃO PAULO, 2008a, p.5)

Esclarecendo que essa Proposta Curricular é resultado de um levantamento documental, enfatiza que essa iniciativa constitui:

[...] mais do que uma nova declaração de intenções o início de uma contínua produção e divulgação de subsídios que incidam diretamente na organização da Escola como um todo e na aulas. Ao iniciar este processo,

⁹ *Proposta Curricular do Estado de São Paulo*, Volume que contém a Proposta Geral e a referente a uma disciplina específica ministrada pelo Professor.

¹⁰ Material Didático elaborado para Disciplinas, Séries e Bimestres Específicos.

¹¹ Hamazaki, Adriana Clara. *Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações logarítmicas apresentada no Caderno do Professor de 2009 do Estado de São Paulo*. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) —Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP). Orientadora: Maria Cristina Souza de Albuquerque pp. 12-16.

¹² Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Nº 9394/96.

a Secretaria procura também cumprir seu dever de garantir a todos uma base comum de conhecimentos e competências, para que nossas Escolas funcionem de fato como uma Rede. (SÃO PAULO, 2008a, p.8)

A Proposta Curricular de 2008 é composta de quatro documentos:

1. A Proposta Curricular propriamente dita, de caráter geral e também específico por disciplina;
2. Orientações para Gestão do Currículo na Escola, voltadas a Unidades Escolares, Dirigentes e Gestores;
3. Os Cadernos do Professor e do Aluno, organizados por Bimestre e Disciplina;
4. O Projeto Pedagógico da Unidade Escolar.

O Documento de Apresentação da Proposta Curricular esclarece que:

[...] esta Proposta Curricular tem como princípios centrais: a Escola que aprende, o Currículo como espaço de cultura, as competências como eixo de aprendizagem, a prioridade da competência de leitura e de escrita, a articulação das competências para aprender e a contextualização no Mundo do Trabalho. (SÃO PAULO, 2008as, p.11)

As competências adotadas, que são as mesmas do referencial teórico do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), articuladas com a competência de ler e escrever, estão assim descritas:

- I. “Dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica.” [...]
- II. “Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.” [...]
- III. “Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.”
- IV. “Relacionar informações, apresentadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente! [...]
- V. “Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na Escola para elaborar propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade cultural.” (SÃO PAULO, 2008A, p. 19-20)

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo a Matemática é enfocada sob cinco aspectos, expostos nas seguintes seções:

- a) Introdução: ensinar Matemática
- b) A presente proposta

- c) O que ensinar: conteúdos fundamentais
- d) Como ensinar: ideias fundamentais
- e) Grade Curricular e o Tema gerador

Na seção “Introdução: ensinar Matemática”, consta que o ensino é abordado a partir de ideias gerais propostas na formulação do ENEM, segundo três eixos: expressão/compreensão, argumentação/decisão e contextualização/abstração:

Nos três eixos citados, o papel da Matemática é facilmente compreensível e, sem dúvida, fundamental. No primeiro eixo, ao lado da língua materna, a Matemática compõe um para complementar como meio de expressão e de compreensão da realidade.

[...] No eixo argumentação/decisão, o papel da Matemática como instrumento para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da análise racional – tendo em vista a obtenção de conclusões necessárias – é bastante evidente.

[...] no que se refere ao terceiro eixo de competências, a Matemática é um lugar (ou instância) bastante adequado ou mesmo privilegiado para se aprender a lidar com os elementos do par concreto/abstrato. (SÃO PAULO, 2008a, p. 42,43)

Na seção “A presente proposta” enfatiza que a Matemática desenvolve competências, incluindo:

A capacidade de expressão pessoal, de compreensão de fenômenos, de argumentação consistente, de tomada de decisões conscientes e refletidas, de problematização e enraizamento dos conteúdos estudados em diferentes contextos e de imaginação de situações novas. (SÃO PAULO, 2008a, p. 44-45)

Na seção “O que ensinar: conteúdos fundamentais”, descreve-se que os conteúdos disciplinares de Matemática abrangem quatro blocos temáticos: ‘números’, ‘geometria’, ‘grandezas e medidas’ e ‘tratamento da informação’.

O objetivo do bloco temático “números” é ampliar a ideia de campo numérico. Em ‘geometria’, busca-se o reconhecimento da representação e classificação das formas planas e espaciais, com uma abordagem espiralada e enfatizando a articulação do raciocínio lógico-dedutivo (SÃO PAULO, 2008a). O bloco ‘grandezas e medidas’ favorece “a interdisciplinaridade, [...] uma vez que suas conexões com os eixos de números e geometria se dão quase naturalmente” (SÃO PAULO, 2008a, p. 46). Por sua vez, no bloco ‘tratamento da informação’, expõe-se:

Retomando uma vez mais nossa perspectiva de que os conteúdos disciplinares são meios para a formação dos alunos como cidadãos e como pessoas, o desenvolvimento de competências relacionadas ao eixo argumentação/decisão é o espaço privilegiado para o tratamento da informação. (SÃO PAULO, 2008a, p.48)

Na seção “Como ensinar: ideias fundamentais” ressalta que a Proposta Curricular do Estado de São Paulo não é fechada nem inflexível:

Em relação aos temas indicados em cada bimestre, não se pretende que um deles seja tratado com o mesmo nível de profundidade nem com o mesmo grau de interesse. Na perspectiva da presente Proposta, os diversos conteúdos auxiliam-se mutuamente, de modo que não parece adequada à mera eliminação de alguns deles [...] Cabe ao Professor, em sua Escola, respeitando suas circunstâncias e seus Projetos, privilegiar mais ou menos cada tema, determinando seus centros de interesse e detendo-se mais em alguns deles, sem eliminar os demais. (SÃO PAULO, 2008a, p.48)

Para finalizar a exposição, na seção “Grade Curricular e Tema Gerador”, é fornecido um quadro de conteúdos, por série e por bimestre, para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio.

A Proposta Curricular apresenta algumas ideias para o desenvolvimento de competências e a construção de significados dos conteúdos matemáticos, como equivalência, proporcionalidade, história da Matemática e cálculos aproximados. Com essas ideias, o Professor poderá escolher um tema gerador por bimestre:

Além do papel articulador [dos conteúdos], o tema escolhido também tem sua relevância no sentido de apresentar possibilidades metodológicas alternativas ao tratamento tradicional dos conteúdos, de apresentar abordagem criativa e, sempre que possível, favorecer o uso da tecnologia, da modelagem matemática, de materiais concretos, etc.. (SÃO PAULO, 2008a, p.49-50)

Os Cadernos do Professor referentes ao primeiro bimestre de cada disciplina trazem uma Carta da então Secretária da Educação, Maria Helena Guimarães de Castro, que esclarece a finalidade desses documentos:

Sabemos que o alcance desta meta [o ensino de qualidade] é concretizado essencialmente na Sala de Aula, pelo Professor e seus Alunos. Por essa razão, com o intuito de facilitar tal trajetória, este documento foi elaborado por competentes especialistas na área de educação. Com o conteúdo organizado por bimestre, o Caderno do Professor oferece orientação completa para o desenvolvimento das situações de aprendizagem propostas para cada disciplina. (SÃO PAULO, 2008a, p.3)

Nesses mesmos Cadernos da Professora, Maria Inês Fini, Coordenadora da Proposta Curricular do Estado de São Paulo em 2008, também em Carta dirigida aos Docentes, informa que a Proposta Curricular não é nova, mas que foi reorganizada para atender aos novos desafios da Educação:

A Proposta não pretende ser mais uma novidade pedagógica, mas atuar como uma retomada dos diversos caminhos curriculares que esta Secretaria já traçou e que muitas Escolas já incorporaram em suas práticas. (SÃO PAULO, 2008a, p.5)

A Coordenadora também expõe os objetivos dos Cadernos do Professor, elaborados por disciplinas, séries e bimestres:

[...] foram identificados e organizados, nos Cadernos do Professor, os conhecimentos disciplinares por série e bimestre, assim como as habilidades e competências a serem promovidas. Trata-se de orientações para a gestão da aprendizagem na sala de aula, para a avaliação, e também de sugestões bimestrais de Projetos para a recuperação das aprendizagens. (SÃO PAULO, 2008a, p.6)

A versão de 2009, em que Paulo Renato de Souza é o Secretário da Educação do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2009a), informa que o Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2009b) constitui material de apoio, e não Livro Didático, e que contém os mesmos exercícios propostos no Caderno do Professor.

2. A Importância do Currículo no Ensino da Álgebra

No Currículo do Estado de São Paulo, “Matemática e suas Tecnologias”,

A Matemática e a língua materna – entendida aqui como a primeira língua que se aprende – tem sido as disciplinas básicas na constituição dos currículos escolares, em todas as épocas e culturas, havendo um razoável consenso relativamente ao fato de que sem o desenvolvimento adequado de tal eixo linguístico/lógico matemático a formação pessoal não se completa.¹³

Além disso,

Todos seres humanos lidam com números, medidas, formas, operações, todos leem e interpretam textos e gráficos, vivenciam relações de ordem e de equivalência; todos argumentam e tiram conclusões válidas a partir de proposições verdadeiras, fazem inferências plausíveis a partir de informações parciais ou incertas. Em outras palavras, a ninguém é permitido dispensar o conhecimento da Matemática sem abdicar de seu bem mais precioso: a consciência nas ações.¹⁴

A Matemática no Currículo deve constituir, em parceria com a língua materna, um recurso imprescindível para uma expressão rica, uma compreensão abrangente, uma argumentação correta, um enfrentamento assertivo de situações-problema, uma contextualização significativa dos temas estudados. Quando os contextos são deixados de lado, os conteúdos estudados deslocam-se sutilmente da condição de meios para a de fins das ações docentes.

¹³ *Currículo do Estado de São Paulo. Matemática e suas Tecnologias*. 1ª Edição Atualizada. São Paulo, 2011, p. 31,

¹⁴ *Ibidem*, p. 32,

Em todas as tarefas específicas relacionadas com o conteúdo matemático – **Números, Geometria, Relações**, ou mais especificamente **Álgebra, Funções, Equações, Números Complexos, Geometria, Trigonometria, Combinatória, Matrizes** etc. –, as competências gerais, norteadoras do Currículo em todas as áreas, devem estar no foco das atenções. Nunca e demais lembrar que e por meio das ideias fundamentais presentes em tais conteúdos – **equivalência, ordem, proporcionalidade, medida, aproximação, problematização, otimização**, entre outras – que se busca construir uma ponte que conduza dos conteúdos as competências pessoais:

- **capacidade de expressão**, que pode ser avaliada por meio da produção de registros, de relatórios, de trabalhos orais e/ou escritos etc.;
- **capacidade de compreensão**, de elaboração de resumos, de sínteses, de mapas, da explicação de algoritmos etc.;
- **capacidade de argumentação**, de construção de análises, justificativas de procedimentos, demonstrações etc.;
- **capacidade propositiva**, de ir além dos diagnósticos e intervir na realidade de modo responsável e solidário;
- **capacidade de contextualizar**, de estabelecer relações entre os conceitos e teorias estudados e as situações que lhes dão vida e consistência;
- **capacidade de abstrair**, de imaginar situações fictícias, de projetar situações ainda não existentes.

Naturalmente, não se pode pretender que tal lista de conteúdos seja rígida e inflexível: o que se pretende é que ela propicie uma articulação consistente, entre as inúmeras formas possíveis, dos diversos temas, tendo em vista os objetivos maiores que fundamentam o presente Currículo: a busca de uma formação voltada para as competências pessoais, uma abordagem dos conteúdos que valorize a cultura e o mundo do trabalho, uma caracterização da escola como uma organização viva, que busca o ensino, mas que também aprende com as circunstâncias. Em outras palavras todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem se transformam e aprendem. O desafio está no fato ao tomar posse desse novo saber, ou dessa apreensão do conhecimento transformar a realidade onde exercemos nossas ações cotidianas.

Analisando alguns trabalhos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e realizando uma comparação entre concepções de Álgebra e concepções de Educação Algébrica, observa-se que as concepções de Álgebra enfatizam a linguagem em prejuízo do pensamento e que as de Educação Algébrica ressaltam o ensino de uma linguagem algébrica simbólica existente, desenvolvendo um processo prejudicial ao pensamento algébrico e a uma linguagem própria.

Diante dessas observações, os pensadores consideram que para repensar a Educação Algébrica torna-se necessário repensar a relação entre pensamento e linguagem. Destacam que a “a tendência da Educação Algébrica tem sido acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve através da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da Álgebra” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 85) e que inexistente a preocupação com o pensamento algébrico e seus significados – nesse caso, a Semântica da Álgebra.

Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existe entre pensamento algébrico e linguagem algébrica uma relação de natureza dialética e não de subordinação. Isso significa dizer que o pensamento algébrico pode se desenvolver independentemente da linguagem algébrica simbólica e vice-versa, mas afirmam que um favorece o desenvolvimento do outro.

Esses autores analisaram sete situações-problema e concluíram que o pensamento algébrico é um pensamento especial, que pode se manifestar em outras áreas do conhecimento e não só na Matemática o que é algo fascinante.

A análise das sete situações levaram Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) a concluir não haver uma forma única de expressão do pensamento algébrico, o qual pode ser expresso em linguagem natural, aritmética, geométrica ou simbólica. Essa maneira de ver a relação entre linguagem e pensamento algébrico implica novas perspectivas para o trabalho pedagógico com Álgebra, as quais os pensadores denominam “implicações pedagógicas”.

A primeira implicação pedagógica refere-se ao momento de iniciar o pensamento algébrico no currículo escolar. Como não é necessário conhecer uma linguagem estritamente simbólico-formal para expressar o pensamento algébrico, este deve ser trabalho nas séries iniciais, visando desenvolver nos alunos a capacidade de perceber regularidades e processos de generalização, tomando-se o cuidado, porém, de desenvolver aos poucos uma linguagem mais apropriada, para que a linguagem algébrica simbólica não se torne um obstáculo na aprendizagem.

A segunda implicação pedagógica relaciona-se ao papel da linguagem simbólica na Educação Algébrica. Tal linguagem fornece um simbolismo conciso, exercendo papel de extrema importância na constituição do pensamento algébrico abstrato, além de facilitar a simplificação de cálculos, devido à possibilidade de efetuar transformações das expressões simbólicas em outras mais simples e equivalentes e permitindo operações em quantidades variáveis.

A terceira implicação pedagógica se refere à grandeza do pensamento algébrico, que se manifesta em todos os campos da Matemática e em outras áreas do conhecimento – ou seja, a álgebra, não é utilizada apenas em seu sentido instrumental. Segundo os pensadores, “é um pensamento indispensável para a constituição do universo conceitual e temático subjacente à ciência contemporânea” (FIORENTINI; MIORIM, MIGUEL, 1993, p.89).

A quarta implicação, de natureza didático-metodológica, refere-se as três etapas do desenvolvimento da Educação Algébrica elementar. Segundo os pensadores, a primeira etapa deve ser trabalhado com situações-problema, para assegurar o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico e a construção de uma linguagem simbólica significativa para o aluno. A segunda etapa é incentivadora para que o aluno possa fazer o caminho inverso, ou seja, partir da expressão algébrica para tentar contextualizá-la. A terceira etapa deve ser enfatizar, propor uma ação de transformismo algébrico¹⁵ e os procedimentos que justificam essas transformações. Ressalvam, no entanto, que não uma ordem específica para as três etapas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 89-90).

Tendo essas reflexões como pressuposto básico Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) propõem uma quarta concepção de Educação Algébrica, que tem como objetivo desenvolver a interdependência entre pensamento e linguagem algébrica. Nela, o ensino da Álgebra deve ter seu início com tarefas exploratório-investigativas¹⁶ que envolvam as três etapas da quarta im-

¹⁵ Segundo os Pensadores, a expressão *transformismo algébrico* serve “para designar o processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes mediante o emprego de regras e propriedades válidas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993), p. 83).

¹⁶ Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) consideram que as tarefas exploratórias tendem a ser mais livres e menos sistemáticas, geralmente utilizadas para introduzir um novo tema, e que tarefas investigativas são situações-problema desafiadoras e abertas que permitem aos alunos inúmeras tentativas de exploração e investigação. Por não fazerem distinção entre elas, os pensadores utilizam a designação ‘tarefas exploratório-investigativas’.

plicação pedagógica descritas acima. Afirmam também essas etapas não precisam ocorrer nessa ordem e dão o seguinte exemplo:

[...]na exploração de padrões de sequências geométricas ou numéricas, as generalizações construídas pelos alunos podem, muitas vezes, já envolver processos de transformação de expressões algébricas. Mas, cabe, contudo, lembrar que, nesse momento, o exercício do transformismo algébrico não é o principal objetivo pedagógico do Professor. (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005, p. 7).

Os pensadores retomam a relação dialética entre pensamento e linguagem, embasando-se em Vygotsky para explicar essa relação:

Para Vygotsky [...], pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento da outra e vice-versa. Ou seja, no processo de ensino-aprendizagem, a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico (VYGOTSKY¹⁷ apud FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005, p. 4-5).

Sendo assim, os pensadores entendem que, “pedagogicamente, o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo a existência de uma linguagem algébrica simbólica” (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTÓVÃO, 2005, p. 5) e ampliam os elementos caracterizadores do pensamento algébrico que teriam sido abordados por Fiorentini; Miorim e Miguel (1993), ressaltando que essa forma de concepção está presente quando o aluno põe em prática a capacidade de ir além do estabelecido, rompendo fronteiras e utilizando o raciocínio dialético distrito pelos pensadores Fiorentini; Fernandes e Cristóvão.

3. Os PCNs e os Livros Didáticos

A importância da matemática no contexto histórico-social do cidadão evidenciada nos PCNs (1998) mostra uma visão mais voltada para o cotidiano do cidadão. Essa visão implica na redução de um modelo de matemática como ciência pronta, acabada que não se transforma, passando a considerá-la como uma ciência em processo de construção pelo ser humano como ocorre com as outras ciências. Da mesma forma, a álgebra como linguagem matemática que utiliza as formas simbólicas para expressar fatos genéricos é considerada imutável. E a imutabilidade da álgebra no que diz respeito à sua finalidade ainda está muito presente na sociedade, já que normalmente ela ainda é pensada como um conjunto de regras a serem deco-

¹⁷ VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

radas e aplicadas em situações específicas. Ainda há a concepção de que fora essas situações não há utilidade da álgebra com a justificativa de esta ainda ter um vocabulário complexo.

Apesar disso, nosso enfoque neste trabalho é mostrar para muitos que ainda têm dúvida quanto à utilidade da álgebra, na visão dos PCNs (1998), e de mostrar que ela está presente e é aplicada constantemente e que se deve interpretá-la como uma linguagem que ajuda o cidadão a compreender e atuar no mundo, a generalizar situações, a criar padrões, etc.

Isso porque,

A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. Esta visão opõe-se àquela presente na maioria da sociedade e na escola que considera a Matemática como um corpo de conhecimento imutável e verdadeiro, que deve ser assimilado pelo aluno. A Matemática é uma ciência viva, não apenas no cotidiano dos cidadãos, mas também nas universidades e centros de pesquisas, onde se verifica, hoje, uma impressionante produção de novos conhecimentos que, a par de seu valor intrínseco, de natureza lógica, têm sido instrumentos úteis na solução de problemas científicos e tecnológicos da maior importância. (Brasil, 1998, p. 24)

Tendo em vista que a hoje a maioria dos Livros Didáticos salienta estar de acordo com os PCNs, recorreremos aos objetivos gerais apresentados, assim como ao estudo já realizado dos objetivos específicos para terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, para compor nosso primeiro aspecto.

Buscaremos observar dois pontos:

- A História da Matemática
- Resolução de Problemas

Os PCNs buscam a construção de um embasamento que norteie a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiro tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura.

CAPÍTULO III: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA, METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No Estudo que apresentaremos neste Capítulo a fundamentação teórica para a pesquisa se dará a partir da Teoria Antropológica Didático de Chevallard (1991).

A Metodologia utilizada para o Trabalho foi a Metodologia Qualitativa de Cunho Bibliográfico e Documental. Apresentamos também os Procedimentos Metodológicos utilizados e, por fim, apresentamos a escolha dos Livros Didáticos e os critérios para realização de suas análises.

1. Fundamentação Teórica

Desde 1985, o Ministério da Educação distribui Livros Didáticos aos Alunos matriculados no Ensino Fundamental da Rede Pública. Em sua proposta inicial, o Programa Nacional do Livro Didático/PNLD previa, apenas, a escolha dos Livros pelo Professor, com a consequente distribuição pelo MEC. A partir de 1995, os Professores passaram a escolher seus Livros com base em análises elaboradas por especialistas nas diversas áreas do conhecimento.

A Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard, desde os anos 90 do século passado, situa a atividade matemática no conjunto das atividades humana e das instituições sociais, Chevallard (1999, p. 223) propõe um postulado básico para essa teoria, admitindo que toda atividade humana pode ser submetida a um modelo único, ou seja, uma Praxeologia. Digitar um texto, calcular o valor de uma função em um ponto, construir um gráfico, estas são atividades humanas, tarefas que devem ser realizadas.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD)¹⁸ fornece recursos para que se possa analisar um Livro Didático. Por essa razão, este Trabalho baseou-se na noção de organização Matemática para analisar os Livros Didáticos. Tomamos como referência as propostas de Chevallard (1999) para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e

¹⁸ ROSSINI, Renata. *A contribuição da Teoria Antropológica do Didático para a Análise de Livros Didáticos de Matemática*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2006, pp. 1630-1643.

teorias. Dessa forma, na avaliação do tipo de tarefa, pretendeu-se verificar se ela está bem identificada, se sua razão de ser está explicitada, se ela é adequada para os alunos a que se destina; se o conjunto de tarefas é disponibilizada nos livros e, em caso afirmativo, se de maneira completa, ou seja, passo a passo, ou somente esboçada; na avaliação do bloco tecnologia/teoria, se está disponível pelo menos no Manual do Professor e, em caso afirmativo, como são dadas as justificativas tecnológicas.

O bloco [tarefa/técnica] é considerado o *saber-fazer*, ao passo que o bloco [tecnologia/teoria] é considerado o saber. Nesta perspectiva, no estudo do conceito de *função*, não se pergunta mais o que é função, mas quais são os tipos de tarefas a serem executadas e de técnicas envolvidas e quais são as respectivas justificativas tecnológicas e teóricas. Assim, o conceito de *função* emerge dessas *praxeologias*, que existem em um dado momento histórico, em uma determinada instituição.

Em torno de um tipo de tarefa se encontra um trio formado por uma técnica, uma tecnologia e uma teoria, e isso constitui o que se chama, *praxeologia pontual*. Geralmente, em uma determinada instituição, uma teoria responde por diversas tecnologias, cada uma das quais, por sua vez, justifica diversas técnicas. Dessa maneira, segundo Chevallard (1999, p. 229), as organizações pontuais se agregam em organizações locais, centralizadas em uma determinada tecnologia.

2. Metodologia de Pesquisa

A Metodologia utilizada para o Trabalho foi Metodologia Qualitativa de Cunho Bibliográfico e Documental. Partimos do Resgate Histórico da História da Álgebra ao longo da história

Buscou-se responder a seguinte questão para a Pesquisa: *Que aspectos do pensamento algébrico emergem no Livro Didático e estão em conformidade ou não as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo?*

2.1. Análise Documental

É uma técnica de abordagem de dados qualitativos. Os Livros Didáticos estão incluídos nos tipos de comentários que fazem parte desse tipo de Metodologia.

A análise documental busca investigar informações factuais nos documentos a partir de questões ou hipótese de interesse.

Quando às vantagens de trabalhar com essa abordagem, Cubla e Lincoln (apud LUDKE e ANDRÉ, 1986) destacam algumas delas: os documentos constituem uma fonte estável e rica, podendo servir de base a diferentes estudos e de onde se podem retirar evidências para fundamentar afirmações e declarações do pesquisador; sendo uma fonte natural de informações, tem um custo muito baixo, e é uma fonte não reativa, permitindo a obtenção de dados quando o acesso ao sujeito é impraticável e, ainda, indicando problemas que devem ser mais explorados por meio de outros métodos; acima de tudo, ou por tudo isto, é uma fonte de informação que não deve ser ignorada.

2.2. Procedimentos Metodológicos

Escolhemos o Livro Didático como fonte primária de dados para nossa investigação, entre os diversos registros textuais do saber, por ele ser um dos instrumentos mais importante mobilizado no processo de ensino e aprendizagem no momento, especialmente nas Escolas Públicas, pois são distribuídos gratuitamente aos Alunos da Educação Básica pelo Ministério da Educação.

Em 2005, o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio/PNLEM começou a ser implantado gradativamente, com a distribuição dos Livros de Língua Portuguesa e de Matemática.

Para esta Análise, foram escolhidos os Livros que são utilizados pela maioria dos Professores do Estado de São Paulo em sua regência em Sala de Aula.

Esta pesquisa tem como base fazer uma análise de como são abordados os conteúdos e as habilidades de álgebra nos livros didáticos considerando, para isso, o que é proposto no Currículo do Estado de São Paulo.

Os Livros Didáticos utilizados que servirão de base para a Pesquisa para avaliar sua conformidade com a Proposta Curricular do Ensino Público no Estado de São Paulo na 6ª Série, 7º Ano são:

1. Livro Didático “Matemática na Medica Certa” de Marília Centiruión & José Jakubovic (jakubo)
2. Livro Didático “Matemática hoje é feita assim” de Antonio José Lopes Bigode;
3. Livro Didático “Tudo é Matemática” de Luiz Roberto Dante.

Para a pesquisa adotaremos principalmente, como referencial teórico, os aspectos do pensamento algébrico desenvolvidos por Fiorentini, Morim e Miguel (1993) e por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005). Complementaremos com os seguintes referenciais teóricos: o uso das variáveis, de Usino et al. (2005); multissignificados de equações, de Ribeiro (2007); e dificuldades em Álgebra elementar, de Figueiredo (2007).

A partir dos pressupostos apresentados sobre a relevância de se investigar o pensamento algébrico, a abordagem da álgebra em sala de aula e as influências do Livro Didático e de seu autor nas concepções de professores e alunos, destacamos duas questões que nossa pesquisa tentará responder:

1. Que sinalizações/indicações há sobre a abordagem da álgebra escolar nos Livros Didáticos?
2. A álgebra apresentada nos Livros Didáticos está em conformidade com as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo?

Isso porque

Entre teoria e prática persiste uma relação dialética que leva o indivíduo a partir para a prática equipado com uma teoria e a praticar de acordo com essa teoria até atingir os resultados desejados. Toda teorização se dá em condições ideais e somente na prática serão notados e colocados em evidência certos pressupostos que não podem ser identificados apenas teoricamente. Isto é, partir para a prática é como um mergulho no desconhecido. (D’Ambrósio, 1996, p. 79)

A partir daí, apoiado em Modanez (2003), selecionamos três critérios para analisar os Livros Didáticos, os quais estão elencados no quadro a seguir:

QUADRO 1 – CRITÉRIOS SELECIONADOS PARA ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

CRITÉRIOS	DESCRIÇÃO DOS CRITÉRIOS
A	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar se utilizam abordagens alternativas específicas para a Introdução ao pensamento algébrico.
B	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar se trabalham com o uso de sequências de padrões geométricos.
C	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar se utilizam estratégias diferentes para apresentar a letra ao aluno como símbolo matemático.

Fonte: MODANEZ, L. Das Sequências de Padrões Geométricos à Introdução ao Pensamento Algébrico. São Paulo (SP): PUC-SP, 2003, p. 24.

O **Critério A**, serve para mostrar que houve uma incorporação das tendências do ensino de Álgebra nos Livros Didáticos. Não analisamos, por meio desse critério, o uso de sequências de padrões geométricos para Introdução ao pensamento algébrico, mas a utilização de abordagens alternativas específicas para o ensino-aprendizagem da pré-álgebra.

Quanto ao **Critério B**, serve para verificar a simples presença do uso de sequências de padrões geométricos, independentemente do seu objetivo, ou seja, para desenvolvimento do pensamento aritmético ou apenas como exercício.

O **Critério C**, serve para verificar como os símbolos matemáticos são introduzidos. Com isso, queremos mostrar que apesar dos livros apresentarem a letra como símbolo matemático, nem sempre fazem isso como coroamento de uma construção pedagógica. Para cada um desses três critérios, elaboramos uma escala a qual atribuímos valores simbólicos, conforme a legenda abaixo:



não usa












usa pouco



usa regularmente



usa muito

LIVRO DIDÁTICO	CRITÉRIO	CRITÉRIO	CRITÉRIO
	A	B	C
“Matemática na Medica Certa” Marília Centurión & Jakubo			
“Matemática hoje é feita assim” Antonio José Lopes Bigode			
“Tudo é Matemática” Luiz Roberto Dante			

Ao fazermos a análise do **Critério A** para verificar se os Livros Didáticos utilizam abordagens alternativas específicas para a introdução ao pensamento algébrico, constatamos que todos os autores fazem uso desse critério, mesmo que seu uso seja pouco ou frequente.

Ao analisarmos o **Critério B**, para verificar se os Livros Didáticos trabalham o uso de seqüências de padrões geométricos, constatamos que nem todos os autores fazem uso desse critério.

Por fim, analisamos o **Critério C**, para verificar se os Livros Didáticos utilizam estratégias diferentes para apresentar a letra ao aluno como símbolo matemático, constatamos que todos os autores usam regularmente e muito esse critério.

A análise dos resultados demonstrou que as *Tarefas* propostas nos Livros Didáticos referentes à introdução do cálculo algébrico, mas especificamente à noção de variável, devem fazer parte de situações problemas contextualizadas fugindo de procedimentos técnicos. Por outro lado, essas *Tarefas* devem permitir ao aluno o direito de reflexão, discussão, interpretação, não exercícios mecânicos em que o aluno aplica as técnicas sem qualquer compreensão ou entendimento.

2.2.1. Livro 1 – Matemática na Medida Certa – Marília Centurión & Jakubo

Critério A – Verificar se utilizam abordagens alternativas específicas para a introdução ao pensamento algébrico

O Capítulo intitulado como “Primeiras ideias sobre equações” apresenta ao aluno os primeiros passos para substituir números por letras, com a utilização de uma balança em equilíbrio.

Verificamos que inicialmente a resolução de problemas não é utilizada para a introdução aos conteúdos contrariando o que propõem os PCNs. A História da Matemática também não é utilizada como recurso didático.

No capítulo seguinte, “Recursos para resolver uma equação”, os autores ensinam a resolver uma equação orientando com as seguintes possibilidades:

- ✓ Somar um mesmo número aos dois membros;
- ✓ Subtrair um mesmo número aos dois membros;
- ✓ Multiplicar os dois membros por um mesmo número, não nulo;
- ✓ Dividir os dois membros por um mesmo número, não nulo;

Assim, os exercícios que seguem estão enquadrados na situação abaixo:

Situação: $3 \cdot x + 6 = 13$

Tarefa: Encontrar o conjunto solução da Equação.

Técnica: Aplicar os princípios de equivalência das Equações

Discurso Teórico-Tecnológico: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} ou Leis da Transposição de Termos.

Somente no capítulo “Problemas”, o Aluno é levado a resolver situações-problema envolvendo Equações.

Situação: Surpresa! Seu Manoel vai gratificar seus três empregados com um total de R\$ 150,00. João receberá R\$ 10,00 a mais que Antônio. Pedro receberá o dobro de João. Quanto receberá cada um?

Tarefa: Encontrar um número que represente o que receberá cada Empregado.

Técnica: Formar uma sentença Matemática representada por uma igualdade, indicando esse número desconhecido por uma letra.

Discurso Teórico-Tecnológico: Propriedades distributivas e Propriedades das Operações inversas em \mathbb{R} ou Leis da Transposição de Termos.

Os autores adotam como metodologia a explanação da teoria com a exposição de conceitos e procedimentos. Utilizam exemplos que servem como modelos a serem seguidos em exercícios similares.

É dada pouca atenção à resolução de problemas e sua abordagem não é utilizada como metodologia na introdução do conteúdo.

A Álgebra é apresentada por diversas abordagens como balanço em equilíbrio, resolução de problemas e regra de três, o que nos permite afirmar que o Livro “Matemática na medida certa” contribui com alternativas específicas para a introdução ao pensamento algébrico.

Critério B – Verificar se trabalha como o uso de sequências de padrões geométricos

Verificamos que em momento algum os autores fizeram uso de sequências de padrões geométricos na introdução do conceito da álgebra, nem para o desenvolvimento do pensamento algébrico tampouco como exercícios.

Critério C – Verificar se utilizam estratégias diferentes para apresentar a letra ao aluno como símbolo matemático

Os autores enfatizam a utilização das letras ao se referirem a um número desconhecido.

Afirmando que toda equação tem:

- ✓ Pelo menos uma letra que indica um número desconhecido;
- ✓ Um sinal de = entre duas expressões;
- ✓ Conclui dizendo que a letra é a incógnita da equação.

Assim apresenta exercícios do tipo:

- ✓ Dada a sentença matemática $2^2 + 3^2 = 5^2$, determine se possui incógnita
- ✓ Sendo a sentença matemática $5.x + 5 = 4.y - 2$, quantas incógnitas há nessa equação?

Tarefa : Saber identificar uma incógnita.

Técnica: Fazer uso da definição de incógnita.

Discurso Teórico-Tecnológico: Letras, denominadas incógnitas, utilizadas como símbolo matemático.

Os autores indicam por “x” as quantidades desconhecidas, não possibilitando ao aluno a possibilidade de perceber a necessidade do uso da letra.

Percebemos também que houve pouca preocupação por parte dos autores em trabalhar a letra, como incógnita.

E por fim, notamos que os autores não se preocuparam em trabalhar a letra em mais de um aspecto da álgebra.

2.2.2. Livro 2 – Matemática hoje é feita assim – Antônio José Lopes Bigode

No Livro analisado, o autor trabalha com sequência de padrões geométricos, os quais objetiva a exploração de regularidades, bem como relações de dependência.

O autor também se preocupa e chama a atenção para a Geometria da configuração de sequência, ponto de muita relevância também na nossa Pesquisa, pois a

observação da configuração geométrica da sequência, assim como seu entendimento, são essenciais para a construção da regra algébrica da sequência.

Critério A – Verificar se utilizam abordagens alternativas específicas para a introdução ao pensamento algébrico

"Quantidades desconhecidas e as equações " é o capítulo aonde o autor apresenta o ao aluno o uso da álgebra.

- ✓ Usando diversos exemplos com balanças em equilíbrio e com o auxílio da letra, na maioria dos casos o "x" para representar a quantidade desconhecida;
- ✓ O autor utiliza a resolução de problemas de uma maneira determinante para a introdução ao conteúdo, seguindo assim o que é recomendado pelos PCNs;
- ✓ A História da matemática não é utilizada;
- ✓ O autor orienta os alunos a resolverem os problemas com a utilização do princípio aditivo e do princípio multiplicativo.

Situação: A soma das idades de Vevê e Alice é 22 anos. Qual a idade de cada uma, sabendo que Vevê é 6 anos mais velha que Alice?

Tarefa: Encontrar um número que represente a idade de cada uma.

Técnica: Formar uma sentença Matemática representada por uma igualdade, indicando o número desconhecido por uma letra.

Discurso Teórico-Tecnológico: Propriedades das Operações inversas em R.

O autor fala das competências básicas para os alunos desenvolverem o pensamento algébrico.

- ✓ Ler, interpretar, se expressar e por fim resolver problemas.

O autor dá orientações ao se referir ao uso de Equações na resolução de problemas

- ✓ Interpretar adequadamente o enunciado do problema;
- ✓ Compreender o que ele informa e pede;
- ✓ Identificar com clareza a quantidade que se quer determinar;
- ✓ Traduzir as informações do problema para a Linguagem Matemática.

Percebemos que o autor, seguindo as Orientações dos PCN's utiliza a Resolução de Problemas para Introdução ao Pensamento Algébrico.

Critério B – Verificar se trabalha com o uso de sequências de padrões geométricos

O autor trabalha com sequência de padrões geométricos, os quais objetivam a exploração de regularidade, bem como relações de dependência

Situação: Expresse simbolicamente a sequência:

a) (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21,...)

b) (2, 5, 8, 11, 14, ...)

Tarefa: Determinar a sequência numérica.

Técnica: Pensar em uma operação para essa sequência.

Discurso Teórico-Tecnológico: Princípio de Equivalência entre Equações (Princípio Aditivo).

Critério C – Verificar se utilizam estratégias diferentes para apresentar a letra ao aluno como símbolo matemático

O autor enfatiza a substituição de número por letras.

O autor apresenta a letra "x" como generalizadora de modelos.

A letra passa a ser denominada não mais como variável e sim como incógnita e é definida como um valor desconhecido que se deseja saber.

O autor propõe exercícios do tipo:

- ✓ Quais das sentenças abaixo são Equações?
- ✓ Determine as incógnitas das seguintes Equações

O autor sugere que na Resolução de Problemas deve-se primeiramente escolher uma letra para figurar o número desconhecido.

Ao resolver problemas em que o aluno deverá representar o enunciado na forma algébrica, recairá numa Equação que para ser solucionada será necessário estabelecer a incógnita.

Ao propor uma lista de exercícios, o autor apresenta a letra, em alguns exercícios como incógnita e, em outros exercícios como variável. Portanto, percebemos que o autor se preocupa em trabalhar a letra em mais de um aspecto da álgebra.

2.2.3. Livro 3 – Tudo é Matemática – Luiz Roberto Dante

Critério A – Verificar se utilizam abordagens alternativas específicas para a introdução ao pensamento algébrico

O autor faz o uso da História da Matemática para introduzir o pensamento algébrico por meio de uma seção de leituras onde demonstra como foi se processando a apropriação da História da Matemática a partir das dificuldades enfrentadas e as conquistas das diferentes culturas em contextos diferenciados abordando comparações de como isso é feito na atualidade.

O autor apresenta a álgebra na parte histórica de sua obra.

Com relação as questões da resolução de problemas o autor afirma:

Ao ter como prioridade a construção do conhecimento pelo fazer e pensar, o papel da resolução de problemas é fundamental para auxiliar o aluno na apreensão dos significados. (DANTE, 2005, p. 41)

O autor utiliza muito situações problema e dá algumas dicas de como resolvê-las:

- ✓ Ler com atenção a situação dada verificando o que se conhece e o que se vai determinar;
- ✓ Representar um valor desconhecido por uma letra;
- ✓ Escrever uma Equação envolvendo essa letra, seguindo as informações da situação-problema;
- ✓ Resolver a Equação obtendo o valor da letra;
- ✓ Fazer a verificação conferindo se acertou;
- ✓ Escrever a Resposta

Em seguida, o autor propõe para o Aluno a seguinte situação-problema:

Situação: Mariana comprou um livro por R\$25,00 e quatro canetas iguais, gastando R\$39,00 no total. Qual foi o preço de cada caneta?

Tarefa: Escrever uma Equação que represente essa situação.

Técnica: Representar o valor desconhecido por uma letra.

Discurso Teórico-Tecnológico: Propriedade das Operações Inversas.

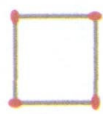
O autor tem a preocupação de fazer o uso de abordagens específicas para introdução ao pensamento algébrico estando assim em conformidade com o que orienta os PCN's.

Critério B – Verificar se trabalha como o uso de sequências de padrões geométricos

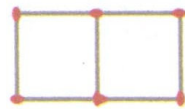
São apresentadas algumas atividades envolvendo sequências de padrões geométricos, cujo objetivo é o desenvolvimento das habilidades do cálculo algébrico.

Situação:

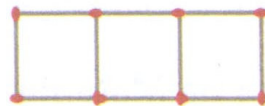
Observe esta seqüência construída com palitos:



1 quadrado
4 palitos



2 quadrados
7 palitos



3 quadrados
10 palitos



4 quadrados
13 palitos

Qual destas alternativas *não* fará parte da seqüência?

- a) 5 quadrados e 16 palitos
- b) 6 quadrados e 20 palitos
- c) 7 quadrados e 22 palitos
- d) 8 quadrados e 25 palitos

Fonte: DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática: Ensino Fundamental*. São Paulo: Ática, 2005, p. 123.

Tarefa: Detectar a Regra de Formação (Básica de Repetição ou nas Características Geométricas).

Técnica: Formular uma Lei Geral de Formação e assim chegar na generalização.

Discurso Teórico-Tecnológico: Generalização de padrões por meio de Sequências Numéricas.

Percebemos que o Autor faz o uso de sequências de padrões geométricos para o desenvolvimento das habilidades do cálculo algébrico

Critério C – Verificar se utilizam estratégias diferentes para apresentar a letra ao aluno como símbolo matemático

O autor Apresenta Equações da seguinte forma:

Sentenças como $x + 8 = 31$ e $3n - 7 = 9$ são chamadas de Equações e são muito usadas para resolver problemas. Note que Equações são igualdades que contém pelo menos uma letra que representa um número desconhecido. Essa letra, que está no lugar do número desconhecido, chama-se incógnita. Resolver uma Equação é encontrar o valor da incógnita, do número desconhecido. (DANTE, 2002, p. 211).

A partir dessa afirmação, vários métodos de resolução são apresentados, por exemplo, por tentativa e erro, por cálculo mental, pelo uso de diagramas, pelo uso das operações e/ou pela ideia da balança em equilíbrio.

O autor apresenta situações-problema tais como:

- ✓ Resolva a Equação.
- ✓ Determine o valor desconhecido.
- ✓ Quais são as incógnitas das seguintes Equações?

A letra inicialmente é apenas um símbolo matemático, já na resolução de Equação a letra é chamada de incógnita, por representar um número desconhecido.

Observamos que houve a preocupação por parte do autor em trabalhar a letra, tanto como incógnita, no caso de resolução de Equações, como variável nas Atividades envolvendo padrões geométricos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho teve por objetivo analisar uma sequência didática capaz de desenvolver o pensamento algébrico, propondo uma reflexão de como são trabalhados os conceitos de álgebra, equação e equivalência nos Livros Didáticos.

Iniciamos esta Monografia com Resgate Histórico que algumas Civilizações Antigas deram para o desenvolvimento da álgebra demonstrando alguns conceitos que foram sendo introduzidos gradativamente e outros impostos por forças das circunstâncias, em face as novas descobertas. Em seguida apresentamos como está sendo visto o ensino da álgebra na atualidade e por fim, apresentamos a Revisão Bibliográfica.

No segundo capítulo foi realizada uma abordagem da álgebra no Currículo do Estado de São Paulo, suas origens, sua importância no Currículo do ensino da álgebra e a relevância dos PCNs e os Livros Didáticos. Como Professora da disciplina de Matemática em Escola vinculada à Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, participei da implantação da Nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo em 2008 na instituição que exercia minha regência em sala de aula.

No terceiro capítulo apresentamos a fundamentação teórica para a pesquisa que se deu a partir da Teoria Antropológica Didático de Chevallard (1991). A Metodologia utilizada para o nosso trabalho foi a Metodologia Qualitativa de Cunho Bibliográfico e Documental e por fim, apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados junto com a escolha dos Livros Didáticos e os critérios para a realização de suas análises.

Nossa preocupação no decorrer do trabalho foi responder a seguinte questão para a Pesquisa: *Que aspectos do pensamento algébrico emergem no Livro Didático e estão em conformidade ou não com as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo?*

Constatamos que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem da álgebra estão relacionados com a sua forma de expressão envolvendo os aspectos de abstração, de significação e de contexto. Faz-se necessário envolver o aluno em ativi-

dades onde as situações-problema não se tornem atividades meramente mecânicas, assim como propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades, analisando os seus resultados, constatando a validação das hipóteses tendo autonomia para chegar a determinadas conclusões para justificar suas respostas propostas pelos autores dos Livros Didáticos.

Ao analisarmos os Livros Didáticos a partir da problemática proposta para a nossa pesquisa buscamos fundamentação em CHEVALLARD (1991) na Teoria Antropológica do Didático, fazendo uso de uma adaptação da Organização Praxeológica proposta pelo autor.

Identificamos a partir de tarefas, qual a maneira de melhor desenvolvê-la, que técnica está envolvida na sua resolução e qual o discurso *teórico-tecnológico* está implícito a partir das técnicas utilizadas.

A Metodologia adotada foi a Análise Qualitativa e Documental dos seguintes Livros Didáticos:

- ✓ **“Matemática na Medida Certa”** de Marília Centurión & Jakubo;
- ✓ **“Matemática hoje é feita assim”** de Antonio José Lopes Bigode;
- ✓ **“Tudo é Matemática”** de Luiz Roberto Dante.

Constatamos que embora os Livros Didáticos apresentem várias concepções da álgebra trabalhando sob diferentes enfoques as variáveis ainda há predominância intensa de exercícios para a aplicação de técnicas.

Salientamos que é de nosso interesse continuar os estudos para trabalharmos a introdução ao pensamento algébrico por meio de padrões geométricos, procurando aperfeiçoar as atividades sob os pontos de vista didático e matemático contribuindo assim para o êxito do processo ensino-aprendizagem. Cabe salientar que para o sucesso da introdução do pensamento algébrico há um longo caminho a ser percorrido onde os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem professor e aluno ao fazerem o uso de sequências de padrões geométricos garantam assim o sucesso do processo de aprendizagem onde todos se transformam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMOULOU, S. A. Fundamentos da Didática da Matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- BIGODE, Antonio José Lopes. *Matemática hoje é feita assim*. Ensino Fundamental. 6ª Série, 7º Ano. 1ª Ed. São Paulo: FTD, 2000.
- BOYER, C. B. História da Matemática. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Egard Blucher, 1974.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- _____. *Plano Nacional do Livro Didático*. Brasília: SEF, 1999.
- CENTURIÓN, Marília & JAKUBOVIC, José. *Matemática na mediana certa*. 6ª Série, 7º Ano. São Paulo: Scipione, 2009.
- CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: la Pensée Sauvage, 1991.
- _____. *Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège*. (Première partie: l'évolution de la transposition didactique). *Petit x*, n. 5, 1989, p. 51,-94.
- CHEVALLARD, Y., BOSCH, M., GASCÓN, J. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Tradução Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.
- COSTA, Manoel Amoroso. *As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios*. São Paulo: Edusp/Grijalbo, 1971.
- CRUZ, Eliana da Silva. *A Noção de Variável em Livros Didáticos: um estudo sob a ótica da organização praxeológica*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2005
- DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática*. Ensino Fundamental. 6ª Série, 7º Ano. São Paulo: Ática, 2005.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução de Hugo H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004. P. 340-381.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. Contribuição pra um repensar... a educação algébrica elementar. *Proposições*, vol. 3, nº 1, Campinas, SP, 1992.

GUELLI, O. *Matemática: uma aventura do pensamento*. 2ª ed. 8ª Série. Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2005.

Hamazaki, Adriana Clara. *Análise da situação de aprendizagem sobre equações e inequações logarítmicas apresentada no Caderno do Professor de 2009 do Estado de São Paulo*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2010.

IMENES, L. M. & LELLIS, M. *Matemática para todos*. Ensino Fundamental. São Paulo: Scipione, 2002

LINS, Rômulo; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4ª ed. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

MODANEZ, L. *Das sequências de Padrões Geométricos à Introdução ao pensamento algébrico*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2003.

PIRES, C. C.; CURI, E.; PIETROPAOLO, R. *Educação Matemática*. 8ª Série. Ensino Fundamental. São Paulo: Atual, 2002.

REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. *Aspectos Históricos e Geométricos da Equação Quadrática*. Disc. Scientia. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas. Santa Maria, v.6. n.1, p.79-95, 2005.

ROSSINI, Renata. *A contribuição da Teoria Antropológica do Didático para a Análise de Livros Didáticos de Matemática*. São Paulo (SP): PUC-SP, 2006, pp. 1630-1643.

SANTOS, Leandra Gonçalves dos. *Introdução do Pensamento: um olhar sobre Professores e Livros Didáticos de Matemática*. Vitória (ES): UFES, 2007.

SÃO PAULO (Estado). *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática – 2º grau*. 3. ed. Secretaria de Estado da Educação – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. São Paulo, 1992.

_____. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias*. 1ª ed. Atualizada. São Paulo, 2011.

SOARES, Magda. *Um Olhar sobre o Livro Didático. Presença Pedagógica – Livro: objeto de desejo*. Ed. Dimensão, v. 2, nº 12, nov./dez. 1996, p. 53-63.

VARIZO, Z. C. M. *O Livro Didático. Ontem e Hoje*. In: Cadernos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal do Espírito Santo. V. 1, n 1 – Vitória: UFES/PPGE, p. 125-140, 1999.