PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

ADEMIR ZAGO DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS ATIVIDADES DE ÁLGEBRA DO CADERNO DO ALUNO PARA O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2011

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

ADEMIR ZAGO DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS ATIVIDADES DE ÁLGEBRA DO CADERNO DO ALUNO PARA O 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Monografia apresentada à Pontifícia Universidade Católica, como exigência parcial para a obtenção do título de **ESPECIALISTA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva.

SÃO PAULO

2011

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado à minha família, minha filha Mariana e especialmente a minha querida esposa Marcia, pelo incentivo, paciência e, principalmente, pela concessão de vários momentos para que pudesse estar me dedicando exclusivamente aos estudos e obter uma melhor formação.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar forças para lutar pelo aperfeiçoamento profissional e por buscar uma melhor condição como docente.

À professora Doutora Maria José Ferreira da Silva, pela orientação, conselhos e críticas construtivas que me impulsionaram à obtenção de um produto final melhor.

Ao professor Saddo Ag Almouloud por toda dedicação prestada ao curso Especialização em Educação Matemática e pela condução do mesmo.

Aos demais professores do curso pela amizade e pelo aprendizado.

A todas as pessoas que diretamente ou indiretamente me ajudaram a iniciar, dar continuidade e concluir este trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo verificar a importância das atividades desenvolvidas no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2, quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Verificando, através da prática docente e pelas pesquisas estudadas, que a introdução ao pensamento algébrico é de suma importância para o desempenho do aluno em sua vida, no que tange ao bom relacionamento com a disciplina matemática, buscamos analisar esse novo modelo – Cadernos do aluno, elaborado pela SEE-SP – verificando se o mesmo segue as orientações apresentadas nos PCN e contempla as concepções de Álgebra segundo Usiskin (1995) e as dimensões de Álgebra segundo os PCN (BRASIL, 1998). Sendo assim, após a leitura de trabalhos correlatos e da análise do material, pudemos verificar que este último apresenta atividades que aumenta gradativamente a complexidade para resolução. Além do mais, podemos encontrar três das quatro concepções de Usiskin (1995), assim como três das quatro dimensões constantes nos PCN. As únicas concepção e dimensão que não foram encontradas foram, respectivamente, a álgebra como estudo de relação entre grandezas e a álgebra funcional.

Palavras chave: Educação Algébrica. Pensamento algébrico.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O interesse em realizar este trabalho surgiu durante as aulas de especialização em Educação Matemática realizadas na PUC-SP, a partir de questionamentos a respeito da dificuldade de alunos em construir os conhecimentos de álgebra e resolver questões que necessitam a mobilização desse conteúdo.

Com isso recordei-me que a primeira vez que “lecionei” foi aos onze anos de idade, na 6° série, quando a mãe de um amigo de classe me pediu para tentar ajudá-lo a não ser reprovado. Infelizmente o famoso “x”, que havia surgido aquele ano, e que não apresentou tantos problemas para mim como aluno, foi um grande obstáculo para ele e posso dizer que fiquei frustrado como “professor” mediante a retenção do meu amigo.

A escolha de trabalhar com a análise de atividades desenvolvidas nas situações de aprendizagens do Caderno do Aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2, foi gerada por acreditar que esse material disponibilizado é, atualmente, a principal ferramenta utilizado pelos alunos e professores das escolas públicas do estado de São Paulo.

Os rumos desse trabalho foram alterados conforme as leituras efetuadas, pois em pesquisas correlatas pude encontrar, em Bailo (2011), a idéia básica que tinha meu trabalho. Esse fato não fez com que descartasse o assunto de interesse, mas sim que redirecionasse o rumo inicial. Pude verificar que, como se tratava de uma dissertação de mestrado, a visão apresentada e o objetivo eram muito mais amplos que os meus.

A pesquisa de Bailo (2011) referia-se à introdução à álgebra, com a utilização de padrões e seqüências, analisando as quatro situações de aprendizagem do caderno do aluno da SEE-SP, 7º ano, volume 4.

Tal análise consistia em verificar a presença ou não, nas atividades apresentadas, das concepções de álgebra segundo Usiskin (1995) e das dimensões da álgebra segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN- (BRASIL, 1998).

Assim, apresentamos no que segue, os estudos preliminares no Capítulo I, analisando pesquisas que tratam do tema álgebra, das mais especificas que estudam padrões e regularidades, aquelas que estudaram o novo material da SEE-SP com outros temas e a análise do conteúdo de álgebra presente nos PCN para o ensino fundamental.

No segundo capítulo, apresentaremos a problemática da nossa pesquisa, as justificativas, o quadro teórico que fundamenta o presente trabalho: as concepções de álgebra segundo Usiskin (1995), a questão de pesquisa e o objetivo e a metodologia aplicada.

No terceiro capítulo, apresentaremos as atividades constantes nas situações de aprendizagem, a análise e os critérios adotados para a mesma.

Finalmente, as Considerações Finais, em que apresentamos uma discussão sobre os resultados verificados em relação à nossa questão de pesquisa.

CAPÍTULO I - ESTUDOS PRELIMINARES

Neste capítulo, apresentamos pesquisas que relatam sobre a dificuldade de alunos e professores com relação ao ensino e a aprendizagem da álgebra, principalmente, no ensino fundamental, em seguida, as que apresentam trabalhos com padrões e regularidades e, finalmente, aquelas que também tiveram preocupação com esse novo material fornecido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

1.1 ESTUDOS REALIZADOS SOBRE O TEMA

As dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudar Álgebra são imensas. Vários pesquisadores destacam a problemática que acontece quando há o primeiro contato com as variáveis. Nos contatos com outros professores, os mesmos enfatizam que um dos grandes problemas na aprendizagem de matemática ocorre quando têm que introduzir o conteúdo de álgebra no 7º ano do ensino fundamental.

Booth (1995) cita que a álgebra “é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos” e ainda que:

> Obviamente, é um sentimento que poderia muito bem ser expresso por um professor de matemática. Não há dúvida de que muitos de seus alunos também concordariam. Uma das razões para esse estado de coisas é que os alunos parecem achar álgebra difícil. (BOOTH, 1995, p.23).

Identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos e o porquê desses erros poderia ser um caminho para desvendar o que tornava a álgebra tão complicada para os mesmos. Como as dificuldades não eram predominantes de determinada faixa etária ou série e era independente da experiência do aluno no assunto, foi realizado um estudo no Reino Unido de 1980 a 1983, com alunos da oitava à décima série com idades variando entre treze e dezesseis anos.

Os estudos mostraram que os erros apresentados pelos educandos poderiam ter origem nas idéias dos mesmos com relação a alguns aspectos:

a) o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”;

b) o uso da notação e da convenção em álgebra;

c) o significado das letras e das variáveis;

d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética; (BOOTH, 1995, p. 23)

Podemos verificar, neste estudo, que o aparecimento das letras pode gerar, realmente, uma grande confusão na cabeça do aluno, principalmente no que se refere ao seu uso.

O conceito de variável também é verificado como grande problema no entendimento da álgebra para Malisani (2002).

> Os alunos encontram muitas dificuldades no estudo da álgebra. É possível que elas derivem da construção inadequada do conceito de variável. Esta construção deve incluir suas principais concepções e a possibilidade de passar de um para o outro com flexibilidade, em relação às exigências do problema a resolver. (MALISSANI, 2002 apud Bailo, 2011, p. 18)

Como as dificuldades de aprendizagem por parte do aluno podem derivar da má formação do conceito de variável, não podemos excluir, do processo de aprendizagem, o importante papel do professor.

Podemos verificar em Scarlassari (2007) a preocupação com a formação dos docentes envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, principalmente no que tange à introdução da álgebra e a compreensão do conceito de variável.

> A álgebra ainda é considerada um assunto difícil de ser trabalhado em sala de aula porque envolve muitos “conceitos novos” para os alunos do Ensino Fundamental, como no caso do “tal x”, como eles mesmos dizem, ou seja, do conceito de variável, de incógnita; e na idéia de movimento, fundamental para a compreensão do conceito de variável, que nem sempre é explorado devido ao fato de os professores não estarem preparados para trabalhar o mesmo em sala de aula, pois não tiveram contato com ele em sua formação acadêmica. Além disso, na sua formalização, a álgebra requer uma linguagem específica, simbólica e rigorosa. (SCARLASSARI, 2007, p. 3)

A necessidade de aprofundar seus conhecimentos, não se satisfazendo somente àqueles obtidos no ensino universitário inicial, é citada por Tardif (2000):

> Tanto em suas bases teóricas quanto em suas conseqüências práticas, os conhecimentos profissionais são evolutivos e progressivos e necessitam, por conseguinte, uma formação contínua e continuada. Os profissionais devem, assim, autoformar-se e reciclar-se através de diferentes meios, após seus estudos universitários iniciais. Desse ponto de vista, a formação profissional ocupa, em princípio, uma boa parte da carreira e os conhecimentos profissionais partilham com os conhecimentos científicos e técnicos a propriedade de serem revisáveis, criticáveis e passíveis de aperfeiçoamento. (TARDIF, 2000, p. 7)

Como podemos verificar estes e outros pesquisadores têm uma grande preocupação no processo de ensino e aprendizagem da álgebra. O maior entrave apresentado é quanto ao procedimento correto para a introdução da álgebra e a preparação do docente para que possa desempenhar seu papel de maneira apropriada.

1.2 ESTUDOS COM PADRÕES E REGULARIDADES

Entre as pesquisas que abordam a álgebra temos aquelas que tratam especificamente sobre padrões e regularidades.

A pesquisa de Bailo (2011), por ser do ano corrente, foi uma que encontrei durante o desenvolvimento deste trabalho, e que tem, entre todas as demais, a maior semelhança com o que é apresentado aqui. Primeiramente pelo fato de ser uma pesquisa na mesma área: álgebra, abordando a introdução do pensamento algébrico e, também, porque analisa o material fornecido pela SEE-SP, caderno do aluno do 7º ano do ensino fundamental, volume 4.

Em sua pesquisa, a autora, adotando como referencial teórico as concepções de álgebra de Usiskin (1995) e o Modelo 3UV (Três usos das Variáveis), faz a análise de todas as atividades presentes no referido caderno. As dimensões da álgebra segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN - (1998) também são pontuadas nas atividades.

Bailo (2011) faz suas considerações finais relatando que nas atividades constantes no caderno do aluno estão presentes o Modelo 3UV, as concepções de Usiskin (1995) e as dimensões de álgebra segundo os PCN

(1998). Cita, porém que a variável como uma relação funcional foi pouco utilizada e que a concepção de álgebra como estudo das estruturas e a dimensão da álgebra estrutural não estiveram presentes nas quatro situações de aprendizagem constantes no caderno do aluno do 7º ano do ensino fundamental, volume 4.

Ainda são apresentados dois quadros que mostram, segundo cada modelo citado, se cada atividade comtempla ou não determinada concepção ou dimensão da álgebra.

Modanez (2003) em sua pesquisa, cujo objetivo **é** apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem, por meio da utilização de seqüências e padrões geométricos, para a introdução ao pensamento algébrico, busca fazer surgir no aluno algo a mais do que a aritmética que ele já sabe: a Álgebra.

As oito atividades propostas oferecem situações em que o aluno pode investigar padrões, tanto em sucessões numéricas quanto em padrões geométricos e situações que o leve a construir noções algébricas pela noção de regularidade e não somente manipulações mecânicas de expressões algébricas.

Modanez (2003) afirma que, pela análise dos resultados apresentados, pode-se constatar a validade das hipóteses, tendo em vista que o conjunto de questões não era familiar aos alunos.

Grecco (2008) aplicou, sobre a forma de problemas, situações que levasse o aluno à generalização e à construção de expressões algébricas com base em padrões e regularidades. O quadro teórico utilizado foi Fiorentini (2004) e Robert (1998).

A pesquisa buscou avaliar o desenvolvimento do pensamento algébrico de cada sujeito envolvido, analisando, paralelamente à aplicação das atividades, o estágio em que se encontravam quanto ao nível do pensamento algébrico segundo Fiorentini (2004): pensamento aritmético; pensamento pré-algébrico; e pensamento algébrico mais avançado.

Grecco (2008) avalia como satisfatório os resultados apresentados, apesar de não ter explorado todos os aspectos possíveis, mas somente o que tange à generalização e a construção de expressões algébricas com base em padrões e sequências apresentados como problemas.

Podemos verificar nas pesquisas de Modanez (2003) e Grecco (2008) que há uma preocupação quanto à elaboração de expressões algébricas utilizando padrões e regularidades.

A busca de caminhos que venham a facilitar o entendimento da álgebra, procurando eliminar processos de manipulação que necessitam de memorizações, é verificada nas pesquisas analisadas. Com esse intuito, analisaremos o material fornecido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, caderno do aluno, volume 2, do 8º ano do ensino fundamental, quanto aos exercícios que explorem a utilização de padrões e regularidades para a construção do pensamento algébrico.

1.3 ESTUDOS QUE TRATAM DO CADERNO DO ALUNO DA SEE-SP

O interesse específico pelo novo material apresentado pela SEE-SP motivou a realização de pesquisas relacionadas a diversos conteúdos da matemática. Junior (2010) relata:

> Decidi, então, orientar esta pesquisa com o objetivo de investigar como os Cadernos do Professor de Matemática abordam o conteúdo Matrizes, buscando verificar as abordagens apresentadas, se estas seguem sugestões dos atuais documentos oficiais que regem o ensino de matemática e se apresentam inovações em relação aos livros didáticos. (JUNIOR, 2010, p.12).

Outra pesquisa, realizada no ano de 2010, que também estava relacionada ao novo material apresentado pela SEE-SP, foi a de Paula (2010). A mesma abordava sobre como é apresentado o conteúdo de proporcionalidade para os alunos do 7º ano do ensino fundamental, verificando o tratamento desse assunto no Caderno do Professor, fornecido pela SEE-SP no ano de 2008.

> Como professora da rede de ensino estadual de São Paulo desde o ano de 2000, sempre estive preocupada com as mudanças metodológicas do ensino. Em 2008, assumi a atividade de professora coordenadora, cargo esse que ocupo atualmente, no qual me deparei com uma nova proposta

> curricular e um novo material didático disponível para os professores em 2008 e apresentado para os alunos em 2009. (PAULA, 2010, p.12).

Estando inserida em um grupo de estudos em educação algébrica na PUC-SP, denominado “Observação e Generalização de Padrões: uma atividade matemática transversal”, Carvalho (2010) também se interessou em analisar o material apresentado pela SEE-SP. O caderno estudado foi o volume 1, referente ao primeiro ano do ensino médio, que trata de sequências e progressões.

> Sendo assim, estes fatos me levaram a investigar: Quais as mudanças que ocorreram em relação ao trabalho dos professores do primeiro ano de Ensino Médio, frente ao material enviado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. (CARVALHO, 2010, p.12).

Com a leitura de algumas dissertações e observando os relatos de alguns colegas professores, percebemos que, para a maioria, assim como era com o livro didático, esse novo material apresentado pela SEE-SP tem sido, no momento, sua principal referência.

1.4 O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS PCN

Este trabalho também visa analisar as atividades conforme as dimensões da álgebra apresentadas nos PCN. Sendo assim torna-se de extrema importância relatar como o ensino da álgebra é tratado pelos mesmos.

De acordo com os PCN (BRASIL,1998, p. 64):

> O ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções.

Sendo assim, esse trabalho tem como objetivo principal verificar se as situações apresentadas nas atividades do caderno do aluno propiciam o desenvolvimento do pensamento algébrico dispensando a memorização de fórmulas. A idéia de propor situações onde haja a investigação de padrões e regularidades também é verificada nos PCN:

> É interessante também propor situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a idéia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades. (BRASIL, 1998, p. 117).

Podemos verificar que os PCN, assim como algumas das pesquisas apresentadas vêm enfatizar a importância do uso de atividades que apresentem, tanto na forma numérica quanto geométrica, padrões e regularidades para a construção da idéia de Álgebra.

A figura 1 mostra um quadro onde os PCN apresentam, de forma simplificada, as diferentes interpretações da álgebra escolar e as diferentes funções das letras:

Figura 1 - Dimensões da álgebra nos PCN

Álgebra no ensino fundamental

Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e proce-dimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

Fonte: Brasil, 1998, p. 116

Cabe ainda ressaltar que os PCN (1998) destacam que há uma grande quantidade de pesquisas relacionadas à álgebra. Porém, apesar da grande ênfase dada pelos professores a esse ensino, resultados como do SAEB, raramente atingem, em muitas regiões do país, 40% de acertos nos itens referentes à álgebra.

Afirmações como esta nos indicam que ainda temos muito a fazer para que haja, não só na álgebra, mas em todos os ramos da matemática, um melhor resultado no processo de ensino e de aprendizagem.

CAPÍTULO II - PROBLEMÁTICA

Verificamos, através da prática docente e pelas pesquisas estudadas, que a introdução ao pensamento algébrico é de suma importância para o desempenho do aluno em sua vida, principalmente no que tange ao bom relacionamento com a disciplina matemática. Considerando também, que há um entrave quanto aos primeiros contatos com a álgebra por parte dos alunos e até mesmo a dificuldade que o docente tem em analisar o material – livro didático ou esse novo modelo proposto pela SEE-SP- para a aplicação em sala de aula, buscamos analisar esse novo modelo – Cadernos do aluno, elaborado pela SEE-SP – verificando se o mesmo segue as orientações apresentadas nos PCN e contemplam as concepções de e dimensões da álgebra propostas, respectivamente, por Usiskin (1995) e pelos PCN (BRASIL, 1998).

2.1 JUSTIFICATIVA DESTA PESQUISA

A escolha de trabalhar com a análise de atividades desenvolvidas no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2, foi gerada por acreditar que esse material é, atualmente, a principal ferramenta utilizado pelos alunos e professores das escolas públicas do estado de São Paulo, e por se tratar de um tema considerado difícil por alunos e professores .

No 7º ano do ensino fundamental o conceito de álgebra é inicialmente abordado no Caderno do Aluno, volume 4, da SEE-SP, porém é no volume 2 do 8º ano que é dado maior ênfase ao assunto, principalmente no que tange à utilização de seqüências numéricas e padrões geométricos.

A importância do material utilizado – livro didático ou caderno do aluno – é muito grande e merece atenção especial de educadores e pesquisadores.

Em sua dissertação de mestrado, sobre o trabalho com professores em formação, Silva (1997) relata:

> Como o livro didático é o guia de trabalho da maioria dos professores, esses seguem somente as suas sugestões, a sua sequência de conteúdo e fazem com que os alunos pratiquem seus conhecimentos através de seus exercícios. No Brasil, por

> conta da formação do professor e da existência de leigos no magistério, torna-se um instrumento muito poderoso: (SILVA, 1997, p.36).

A mesma preocupação apresentada por SILVA (1997) também aparece nos PCN:

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que muitas vezes, são de qualidade insatisfatória: (BRASIL,1998, p.21-22).

Se havia uma preocupação com o não questionamento do livro didático quanto ao programa apresentado, hoje podemos dizer que esse mesmo cuidado pode ser direcionado ao novo modelo apresentado pela SEE-SP.

Além disso, a pressão existente para que haja a conclusão dos respectivos cadernos no bimestre indicado pelo mesmo, pode fazer deste a única fonte de consulta do professor e único material de contato do aluno. Esse fato impossibilitará o docente de procurar ampliar seus conhecimentos limitando-se àqueles apresentados no caderno do aluno.

Podemos verificar que o problema não está só no livro didático ou em qualquer material similar que tenhamos, pois o professor deve usá-los como uma ferramenta para o seu trabalho e não como único recurso, necessitando analisar, questionar e até alterar a disposição dos seus conteúdos.

Para Moreira (1999 apud SILVA, 2005, p.32), é indispensável uma análise prévia daquilo que se vai ensinar porque nem tudo que está nos programas, nos livros e em outros materiais educativos do currículo é importante.

Em minha pouca experiência como professor de matemática – são apenas seis anos - percebo no meu trabalho e dos meus colegas, como o livro didático ou apostila é utilizado mesmo quando alguns conceitos trazidos pelos mesmos não estão coerentes com o que o professor gostaria de trabalhar. Apenas em alguns momentos o professor deixa o livro de lado, quando se depara com conteúdos que acredita dominar.

Destaco ainda, que a utilização de procedimentos mecanizados para a resolução de problemas algébricos ainda tem influência muito grande entre a maioria dos docentes. Esse processo pode inibir a construção do pensamento algébrico no aluno e este fica estático quando se depara com uma nova situação.

Essa situação parece ser muito presente no cotidiano dos professores, tanto os que ministram aula em escolas públicas como, particulares, apesar das pesquisas focarem mais os professores e alunos de escolas públicas, essa situação é abrangente à classe, por motivo de má formação.

Considerando os aspectos apresentados, vimo-nos no dever de analisar esse material para aferir, segundo o Quadro Teórico escolhido, se os exercícios propostos contemplam as diferentes concepções de álgebra de Usiskin (1995) e as dimensões de álgebra segundo os PCN (1998).

2.2 QUADRO TEÓRICO

Quando resolvemos analisar as atividades do caderno do aluno do 7º ano, volume 2 da SEE-SP, a maior dúvida era referente qual tipo de análise poderíamos realizar. Durante as leituras de pesquisas referentes ao assunto, onde o maior questionamento verificado foi os diferentes usos das variáveis, uma das possibilidades de análise era quanto às concepções de álgebra segundo Usiskin (1995).

Para Zalman Usiskin (1995), há uma grande diferença entre a álgebra ensinada na escola média e a do nível superior.

Segundo Lane e Birkhoff (1967 apud USISKIN, 1995), a álgebra inicia-se pela manipulação dos números através de suas operações, sendo estas válidas para diferentes espécies de números, havendo, então, a possibilidade da substituição desses últimos por letras ou símbolos.

Ainda segundo o autor, os alunos estão estudando álgebra pela primeira vez quando se deparam com as variáveis. O mesmo apresenta algumas citações sobre o significado de variável e sobre as mudanças de concepções de álgebra das quais se destacam:

“Em cada fórmula as letras representam números. O uso de letras para representar números é a principal característica da álgebra e ainda que “Uma variável é um número literal que pode assumir dois ou mais valores durante uma determinada discussão.” (Hart, 1951 apud Usiskin 1995, p. 10).

Mediante várias discussões e pontos de vista apresentados ou discutidos por Usiskin (1995), é dado destaque à relação existente entre as finalidades do ensino da álgebra e à utilização das variáveis. Sendo as primeiras determinadas ou relacionadas às diferentes concepções da álgebra, onde cada uma apresenta um determinado uso das variáveis.

Usiskin (1995) divide a álgebra, quanto à utilização das variáveis, em quatro concepções distintas:

Concepção 1: **A álgebra como aritmética generalizada**.

Nesta concepção, segundo Usiskin (1995), as variáveis são pensadas como generalizadoras de modelos. Podemos ter, por exemplo, $6.3 = 3.6$, como $a.b = b.a$, em que a ordem dos fatores não altera o produto.

Destaca ainda que, nesta concepção, traduzir e generalizar são as instruções-chave para o aluno.

Concepção 2: **A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas**.

Na concepção 1, onde álgebra é uma generalizadora de modelos, não há a existência de incógnitas. Apenas generaliza-se um modelo e não se dá continuidade ao processo, pois não há nenhuma resolução a ser efetuada.

Para a apresentação da concepção 2, Usiskin cita o seguinte problema: Adicionando-se 3 ao quíntuplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número.

Traduzindo o problema para a linguagem algébrica temos a equação $5x+3 = 40$. Neste caso, entretanto, temos que continuar o procedimento, ou seja, resolver a equação, para então concluir o problema solicitado.

Resolução:

Somando -3 a ambos os membros da equação, teremos:

$5x + 3 + (-3) = 40 + (-3)$

A equação acima em sua forma simplificada é: $5x = 37$. Logo teremos que $x = 37/5$ ou $x = 7,4$ e este resultado pode facilmente ser testado.

Segundo o autor, e que pode ser facilmente constatado por nos docentes, muitos alunos encontram grande dificuldade na passagem da aritmética para a álgebra. No problema apresentado, enquanto na aritmética o procedimento seria subtrair 3, dividindo, em seguida, o resultado por 5, na álgebra as operações ocorrem na ordem inversa.

Nesta concepção as variáveis são incógnitas ou constantes e as instruções-chaves são simplificar e resolver.

Concepção 3: **A álgebra como estudo de relações entre grandezas**.

Nesta concepção, Usiskin (1995) apresenta a fórmula $A = b.h$ (fórmula para calcular a medida da área do retângulo), que expressa a relação entre três grandezas, como não transmissora da sensação de generalização (concepção 1).

Além disso, a mesma também não apresenta uma única possibilidade de valor para as incógnitas (concepção 2), e que, neste caso, as variáveis variam.

A diferença fundamental entre essas concepções pode ser percebida quando se questiona os alunos sobre o que ocorre com o valor de $1/x$ quando x se torna cada vez maior. Neste questionamento não se pretende obter o valor de x.

Segundo o autor, nesta terceira concepção, uma variável é um argumento, representando os valores de domínio de uma função, ou um parâmetro, representado um número que depende de outros números. Afirma ainda que, somente neste contexto, existem as noções de variável independente e variável dependente.

Dentre suas afirmações, Usiskin (1995) destaca a confusão feita por alunos e até mesmo por professores quando não reconhecem que a função f, definida por f(x) = x + 1 é igual a função g, que tem mesmo domínio e é definida por g(y) = y + 1.

Concepção 4: **A álgebra como estudo de estruturas**.

Usiskin (1995) afirma que há pouca semelhança entre a álgebra da escola média e o estudo da álgebra nos cursos superiores (estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais). No entanto, reconhece a álgebra como o estudo das estruturas pelas propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios.

No exercício do tipo fatore $x^2 - 3x - 4$, que tem como solução a expressão $(x - 4).(x + 1)$, Usiskin (1995) relata que não há qualquer referência numérica.

Afirma ainda, que não há relação com nenhuma das concepções apresentadas anteriormente. Não é a generalização de nenhum modelo aritmético (concepção 1); não se trata de uma equação a ser resolvida, portanto não tem incógnita (concepção 2); e não é uma função ou relação, a variável não é argumento (concepção 3).

Podemos verificar esse tipo de concepção nas atividades de cálculos algébricos como: produtos notáveis, fatoração, operações com monômios e polinômios.

Enfim, Usiskin (1995) apresenta um quadro resumo com as diferentes concepções de álgebra e os respectivos usos das variáveis:

Quadro 1 - Resumo das concepções de álgebra segundo Usiskin

Concepção de álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin, 1995, p.20

2.3 QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVO

Esta pesquisa busca analisar algumas das atividades propostas no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2. Tal análise será feita nas atividades que utilizam padrões e regularidades, constantes nas situações de aprendizagens, verificando se as mesmas contemplam as dimensões de álgebra apresentada nos PCN e as concepções de álgebra de Usiskin (1995).

Assim, nossa questão de pesquisa é: As atividades constantes no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2, que trabalham com padrões e regularidades, contemplam as dimensões de álgebra apresentada nos PCN e as concepções de álgebra de Usiskin (1995)?

Acreditamos que, sendo este material fornecido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e levando em consideração a grande dependência do mesmo por parte de maioria dos professores, é de suma importância que haja esta verificação.

2.4 METODOLOGIA

Para responder nossa questão de pesquisa, realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo documental baseado na Análise de Conteúdo, conforme descrito por Bardin (2009, apud JUNIOR, 2010).

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 2009, p. 44).

Para Gil (2008, apud BELTRAME, 2009) considera-se documentos quaisquer objetos, e não apenas escritos, que contribuam para a investigação de determinado fato.

Chizzotti (2000) considera documento toda informação na forma de texto, som, imagem, sinais, contidos em um material como papel, madeira, tecido e definidos por técnicas como impressão, gravação, pintura e ilustração.

Para Oliveira (2001, apud PAULA, 2010):

> Além de a pesquisa documental ser realizada em bibliotecas, pode ser feita em institutos e centros de pesquisas, museus, acervos particulares, bem como em locais que sirvam como fonte de informações para o levantamento do documento, no sentido de possibilitar o encontro de uma determinada hipótese que é ou foi objeto de estudo de outros pesquisadores e que, a partir dali, o pesquisador passa a somar uma série de informações, com a finalidade de elaborar o seu projeto de pesquisa. (OLIVEIRA, 2001, p. 119)

Em nossa pesquisa analisamos os PCN, O Currículo do Estado de São Paulo e os Cadernos do Professor e do Aluno da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

CAPÍTULO III - ANÁLISE

Neste capítulo apresentamos as atividades de padrões e regularidades constantes no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2, bem como o gabarito disponibilizado pela SEE-SP e os critérios aplicado na análise das mesmas.

3.1 CRITÉRIOS DE ANÁLISE

Procuramos analisar as questões integrantes do Caderno do Aluno, volume 2 do 8º ano do ensino fundamental, verificando a presença ou não das concepções de álgebra segundo Usiskin (1995) e das dimensões da álgebra segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN - (BRASIL, 1998).

3.2 ANÁLISE DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

No Caderno do Professor, referente ao Caderno do Aluno em questão, podemos encontrar a ficha do caderno, onde constam todos os dados referente às quatro situações de aprendizagens constantes no mesmo, como mostra o quadro 2.

Quadro 2 - Ficha do Caderno do Professor

Nome da disciplina	Matemática
Área	Matemática
Etapa da educação básica	Ensino Fundamental
Série	7ª
Período Letivo	2º bimestre de 2009
Temas e conteúdos	• Aritmética e Álgebra – as letras como números • Álgebra e geometria – produtos notáveis • Álgebra: fatoração e equações • Aritmética e Geometria: expressão algébrica de algumas idéias fundamentais

Fonte: São Paulo, 2009p, p. 7

Apresentamos abaixo o quadro 3, referente a situação de aprendizagem 1, e as orientações referente essa situação.

Quadro 3 - Informações sobre a situação de aprendizagem 1

Tempo previsto: 1 semana.
Conteúdos e temas: uso de letras representando números; operações com letras representativas de números; expressões algébricas; propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição e à subtração.
Competências e habilidades: compreender o uso de letras representativas de números; generalizar padrões em sequências por meio de expressões algébricas; reconhecer equivalências entre expressões algébricas; realizar operações simples com polinômios.
Estratégias: proposição de sequências com diferentes padrões para serem analisadas por estratégias diversificadas de contagem, na busca da identificação de equivalências; atividades individuais e em grupo; resolução de situações-problema.

Fonte: São Paulo, 2009p, p. 11

Segundo o Caderno do Professor (São Paulo, 2009), a situação de Aprendizagem 1 explora a investigação de padrões e regularidades em sequências numéricas sob o ponto de vista da diversidade de representações com letras.

A estratégia utilizada, segundo o mesmo, é a de associar as sequências numéricas ao arranjo geométrico com bolinhas, podendo ser elaborado de diferentes maneiras. Esse procedimento permite ao professor trabalhar com a idéia de equivalência, algumas propriedades como a distributiva, a associativa e a comutativa, que foram vistas na série anterior.

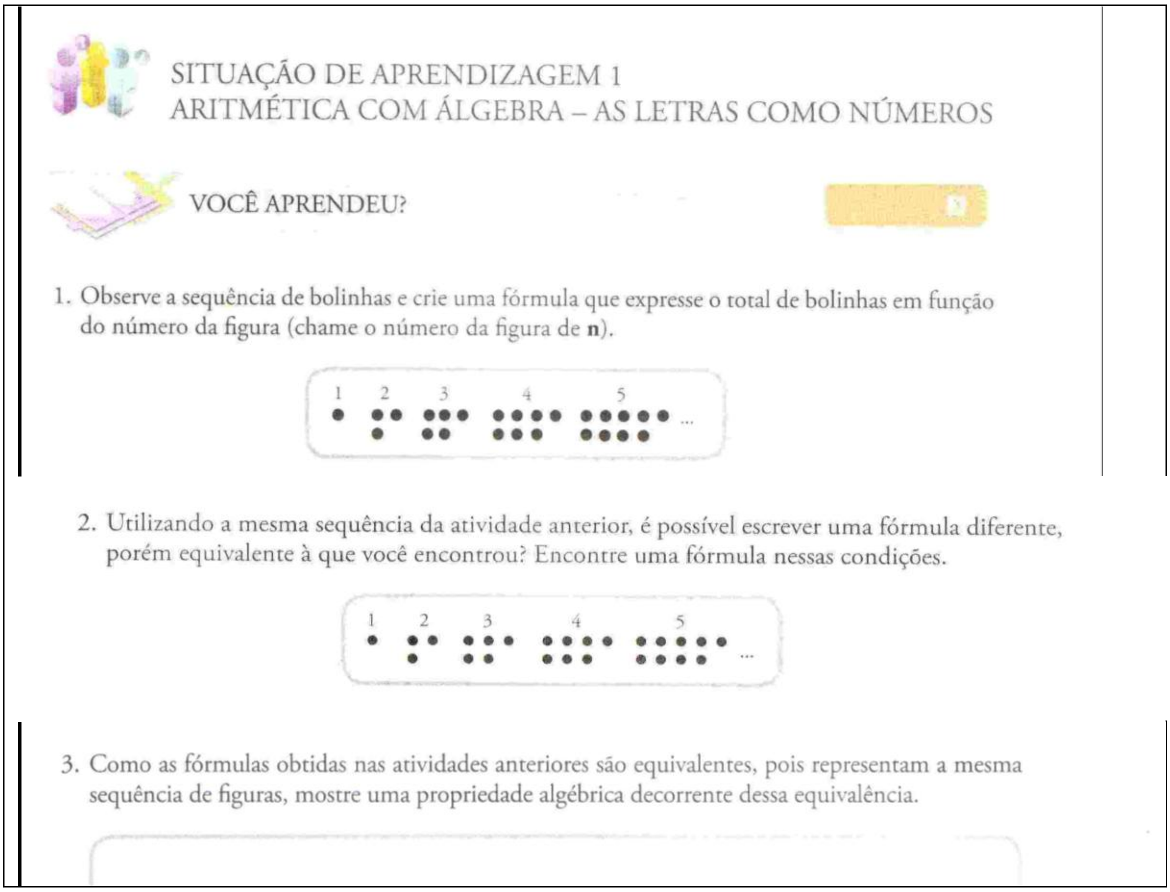
Uma observação importante é a de que o Caderno do Aluno não esgota nem os temas nem as possibilidades de abordagem do tema. Tal afirmação indica ao professor que este deve buscar outras fontes de consulta e aprimoramento pessoal para ajudar no processo ensino-aprendizagem.

Estudando o Caderno do Professor podemos verificar que há alguns exercícios que não constam no Caderno do Aluno sendo que a recíproca é verdadeira. Assim, é importante que o professor verifique as atividades deste último para que não esteja desprevenido quando for corrigi-las.

A seguir, iniciaremos a análise das atividades da situação de aprendizagem 1 que contém as seções: Você aprendeu?, Lição de casa e Desafio! e suas respectivas soluções[1].

A figura 2 apresenta a primeira atividade da seção Você aprendeu?

Figura 2 - Atividades 1, 2 e 3 da Situação de Aprendizagem 1



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1
ARITMÉTICA COM ÁLGEBRA – AS LETRAS COMO NÚMEROS

VOCÊ APRENDEU?

1. Observe a sequência de bolinhas e crie uma fórmula que expresse o total de bolinhas em função do número da figura (chame o número da figura de **n**).

2. Utilizando a mesma sequência da atividade anterior, é possível escrever uma fórmula diferente, porém equivalente à que você encontrou? Encontre uma fórmula nessas condições.

3. Como as fórmulas obtidas nas atividades anteriores são equivalentes, pois representam a mesma sequência de figuras, mostre uma propriedade algébrica decorrente dessa equivalência.

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 3-4

As figuras 3 e 4 apresentam o gabarito[1] fornecido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo para as questões apresentadas no Caderno do Aluno.

[1] Soluções, em forma de gabarito, apresentadas pela SEE-SP, para acesso restrito de professores, mediante login e senha, disponível no site do São Paulo Faz Escola **http:ls-colab-1.rededosaber.sp.gov.br/arquivoteca/lstArquivos.aspx** acesso em 10/11/2011.

Figura 3 - Soluções das atividades 1, 2 e 3 da Situação de Aprendizagem 1

Gabarito – Caderno do Aluno   Matemática   7ª série/8º ano – Volume 2

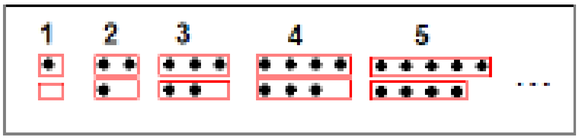
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

ARITMÉTICA COM ÁLGEBRA: AS LETRAS COMO NÚMEROS

VOCÊ APRENDEU?

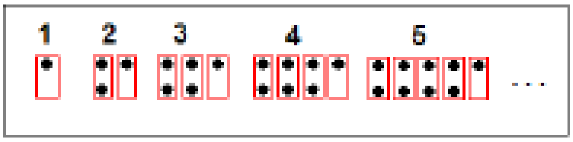
Páginas: 3-5

1. Segue possível solução:



Nesse caso, note que na primeira linha sempre teremos o número de bolinhas igual ao número que representa a figura e, na segunda linha, o total de bolinhas será sempre um a menos que o número da figura. Usando a letra n para representar o número da figura, o total de bolinhas pode ser representado por $n + (n - 1)$.

2. Segue possível solução:



Agora o número de colunas é igual ao número da figura e temos duas bolinhas em cada coluna, exceto em uma delas (última coluna), que terá apenas uma bolinha. Se preenchermos a coluna que tem apenas uma bolinha com mais uma bolinha, podemos calcular o total de bolinhas multiplicando o número de colunas pelo de linhas e subtraindo a bolinha adicional ao final da conta. Usando letras, o total de bolinhas da figura será $2n - 1$.

3. Segue resposta que leva em consideração as soluções apresentadas nas atividades 1 e 2.

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 1

Figura 4 - Conclusão da atividade 3 da Situação de Aprendizagem 1

Gabarito – Caderno do Aluno Matemática 7ª série/8º ano – Volume 2

Uma vez que as duas expressões obtidas são equivalentes, **n** + (**n** – 1) tem de ser idêntico a 2**n** – 1, o que significa dizer que ambas as expressões devem ser válidas para qualquer **n**. Decorre, portanto, que **n** + **n** tem de ser igual a 2**n**.

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 2

Análise

Observando essas três primeiras atividades podemos verificar a presença da letra, pois as mesmas são utilizadas para a generalização da aritmética. Sendo assim, de acordo com Usiskin (1995) e com os PCN, estão presentes a concepção e a dimensão Álgebra como aritmética generalizada.

As duas primeiras atividades utilizam formas diferentes de apresentação, uma trabalhando com linhas e outra com colunas, para chegar ao termo geral da sequência que nos permite encontrar um elemento qualquer da mesma. Esse procedimento foi apresentado na resolução para enfatizar a equivalência entre as duas expressões.

Um detalhe que nos chama a atenção, principalmente em se tratando de um material destinado aos professores, é a simplicidade apresentada na solução da atividade 3, onde se cita que "... n+(n-1) tem de ser idêntico a 2n-1, o que significa dizer que ambas as expressões dever ser válidas para qualquer n. Decorre, portanto, que n+n tem de ser igual a 2n."

Avançando na análise das atividades constantes na situação de aprendizagem 1, verificamos que, em todas as demais, estão presentes apenas a concepção e a dimensão Álgebra como aritmética generalizada, diferenciando apenas pela complexidade apresentada para a obtenção do termo geral. Sendo assim, as mesmas serão colocadas, na íntegra, no Anexo I, e passaremos à Situação de Aprendizagem 2.

3.3 ANÁLISE DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

Apresentamos abaixo o quadro 4, referente a situação de aprendizagem 2, e as orientações referente essa situação:

Quadro 4 - Informações sobre situação de aprendizagem 2

Tempo previsto: 1 semana.
Conteúdos e temas: produtos notáveis; trinômio quadrado perfeito; diferença de quadrados; área e perímetro de figuras planas.
Competências e habilidades: compreender a demonstração geométrica de um produto notável, de um trinômio quadrado perfeito e da diferença de dois quadrados; utilizar a linguagem algébrica para representar a área e o perímetro de uma figura plana; interpretar enunciados; transpor ideias relacionadas à álgebra para a geometria; generalizar e organizar dados a partir de uma certa propriedade.
Estratégias: apresentação de uma coleção de exercícios exemplares que exploram diferentes contextos.

Fonte: São Paulo, 2009p, p. 19

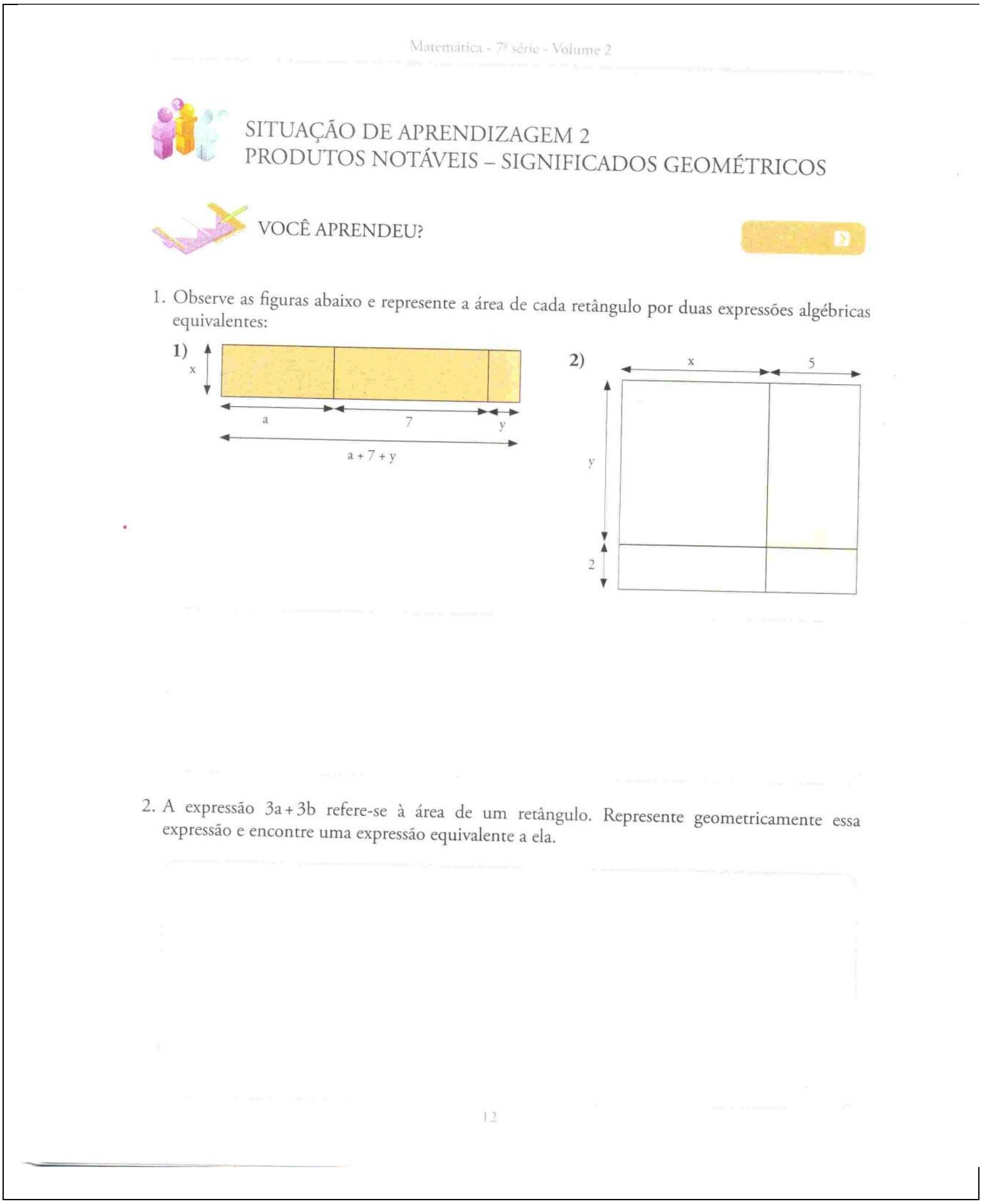
Segundo o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2009p), a situação de Aprendizagem 2 tem como finalidade dar clareza ao aluno, explorando o significado geométrico, mostrando, por exemplo, que a igualdade $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ é uma forma simplificada de se calcular o produto (a+b).(a+b) sem a realização do desenvolvimento da propriedade distributiva.

A utilização de letras para representar a medida dos lados de uma figura, segundo o mesmo, constitui um recurso importante na formação algébrica dos alunos. São pré-requisitos, para que os alunos possam fazer uso desse procedimento, o conhecimento das fórmulas da área e do perímetro das figuras geométricas básicas como: quadrado, retângulo e triângulo.

A seguir, iniciaremos a análise das atividades da situação de aprendizagem 2 que contém as seções: Você aprendeu?, Lição de casa e Desafio! e suas respectivas soluções.

A figura 5 apresenta as duas primeiras atividades da seção Você aprendeu?

Figura 5 - Atividades 1 e 2 da Situação de Aprendizagem 2



Matemática - 7ª série - Volume 2

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2
PRODUTOS NOTÁVEIS – SIGNIFICADOS GEOMÉTRICOS

VOCÊ APRENDEU?

1. Observe as figuras abaixo e represente a área de cada retângulo por duas expressões algébricas equivalentes:

2. A expressão $3a + 3b$ refere-se à área de um retângulo. Represente geometricamente essa expressão e encontre uma expressão equivalente a ela.

12

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 12

As figuras 6 e 7 apresentam o gabarito fornecido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo para as atividades 1 e 2.

Figura 6 - Solução da atividade 1 da Situação de Aprendizagem 2

Gabarito – Caderno do Aluno Matemática 7ª série/8º ano – Volume 2

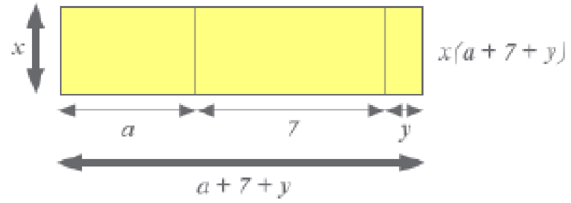
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

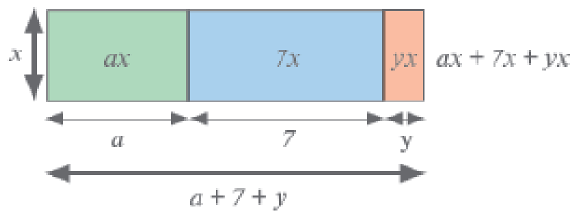
PRODUTOS NOTÁVEIS: SIGNIFICADOS GEOMÉTRICOS

VOCÊ APRENDEU?

Páginas 12-14

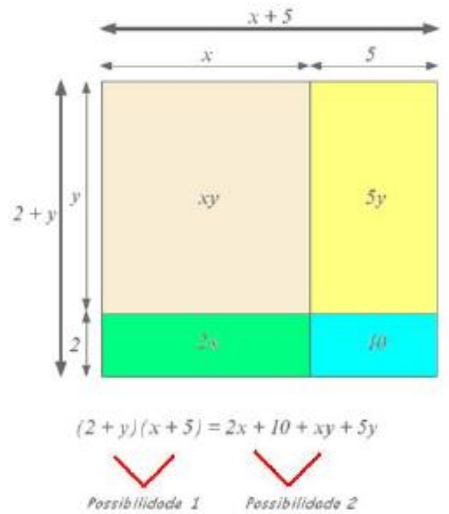
1. A área da figura (a) pode ser assim calculada:





Assim, essa situação nos permite escrever que $x(a + 7 + y) = ax + 7x + yx$.

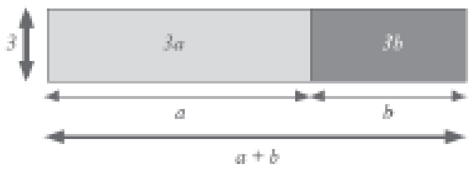
Para a figura (b), temos duas possibilidades:



Fonte – São Paulo, 2009s, p. 7-8

Figura 7 - Solução da atividade 2 da Situação de Aprendizagem 2

2. Aqui devemos observar que, como o 3 é um fator comum em ambas as parcelas, uma das dimensões do retângulo deve ser 3, e a outra, a soma de a com b. Portanto, a figura será:



Uma expressão equivalente à dada no exercício é 3(a+b). Com isso, observamos que 3(a + b) = 3a + 3b, o que evidencia a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 8

Esta atividade vem estabelecer a relação entre uma expressão algébrica e sua representação geométrica. As soluções apresentadas para a atividade 1 destacam que há duas possibilidades de respostas, onde uma é dada pela condição expressa na fórmula da área de um retângulo (A=bxh), e a outra, que além desta, utiliza o princípio de que a soma das partes é igual ao todo. Fica claro mais uma vez a preocupação em mostrar a equivalência entre expressões.

Usiskin (1995) reconhece a álgebra como o estudo das estruturas pelas propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios. Sendo assim, segundo o autor, verificamos nestas atividades a concepção Álgebra como estudos de estruturas. Segundo o quadro Dimensões da álgebra dos PCN, quanto a conteúdos, verificamos que esta atividade apresenta cálculo algébrico e obtenção de expressões equivalentes, portanto configura-se a Dimensão da Álgebra Estrutural.

As demais atividades dessa situação de aprendizagem têm os mesmos objetivos, além de apresentarem as mesmas concepção e dimensão de álgebra das atividades 1 e 2. Sendo assim, acrescentaremos essas atividades, na íntegra, no Anexo I.

3.4 ANÁLISE DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

Apresentamos o quadro 5, referente a situação de aprendizagem 3, e as orientações referentes à mesma.

Quadro 5 - Informações sobre situação de aprendizagem 3

Tempo previsto: 2 semanas. **Conteúdos e temas**: valor numérico de um polinômio; operações entre polinômios; casos de fatoração algébrica; resolução de equações. **Competências e habilidades**: expressar um polinômio por meio de um produto de fatores mais simples; aplicar os casos de fatoração na simplificação de frações algébricas; resolver equações de 2ºgrau por fatoração de polinômios; compreender o significado da fatoração algébrica como recurso para a resolução de equações em diferentes conceitos; resolver equações aplicando cálculo mental. **Estratégias**: apresentação de exercícios exemplares que exploram diferentes contextos.

Fonte: São Paulo, 2009p, p. 33

Segundo o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2009p), a situação de Aprendizagem 3 tem como principal finalidade facilitar a compreensão quanto a conteúdos como: produtos notáveis, fatoração e simplificação de frações algébricas, abordando concomitantemente os produtos notáveis e as fatorações, assim como as fatorações e as simplificações de frações algébricas.

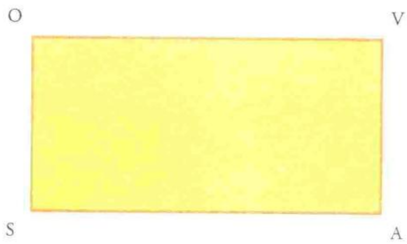
As figuras 8 e 9 apresentam a primeira atividade da seção Você aprendeu? dessa situação de aprendizagem.

Figura 8 - Atividade 1 da Situação de Aprendizagem 3

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3
ÁLGEBRA: FATORAÇÃO E EQUAÇÕES

VOCÊ APRENDEU?

1. A medida do comprimento do retângulo VASO é 3 cm maior do que a medida de sua largura.



Responda:

a) Se a medida da **largura** for igual a 6 cm, qual será a medida do **comprimento**?

b) Se a medida do **comprimento** for igual a 60 cm, qual será a medida da **largura**?

c) Se a medida da **largura** for igual a 15 cm, qual será a **área** do VASO?

d) Se a medida do **comprimento** for igual a 14 cm, qual será a **área** do VASO?

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 22

Figura 9 - Atividade 1 da Situação de Aprendizagem 3

Matemática - 7ª série - Volume 2

e) Se a medida da **largura** for **x**, qual será a medida do **comprimento**?

f) Se a medida do **comprimento** for **m**, qual será a medida da **largura**?

g) Se a medida de um dos lados do retângulo VASO, não se sabe qual, for igual a **y**, qual(quais) das expressões seguintes pode(m) representar o cálculo de sua área (em cm^2), e quais podem representar a medida de seu perímetro (em cm)?

(I) $2.(2y + 3)$	(IV) $y^2 - 3y$
(II) $y.(y + 3)$	(V) $y^2 + 3y$
(III) $(y - 3).y$	(VI) $4y - 6$

h) Considere as expressões (III) e (IV) do item anterior e calcule, para cada uma, o valor da área do retângulo VASO para **y = 10 cm**.

i) Dois polinômios são idênticos quando possuem valores numéricos iguais para qualquer valor atribuído à variável. Os polinômios (III) e (IV) do item anterior, que representam a área do retângulo VASO, são idênticos ou diferentes?

23

j) Verifique se os polinômios (II) e (III), do item **g** desta atividade são idênticos, calculando o valor numérico de cada um deles para alguns valores de **y**.

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 23-24

A figura 10 apresenta o gabarito fornecido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Figura 10 - Soluções da atividade 1 da Situação de Aprendizagem 3

Gabarito – Caderno do Aluno Matemática 7ª série/8º ano – Volume 2

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

ÁLGEBRA: FATORAÇÃO E EQUAÇÕES

VOCÊ APRENDEU?

Páginas 22-27

1.

a) 9 cm.

b) 57 cm.

c) 270 cm².

d) 154 cm².

e) x + 3.

f) m – 3.

g) Perímetro: (I) e (VI); área: (II), (III), (IV) e (V).

h) 70 cm².

i) Os polinômios (III) e (IV) são idênticos, e vale a pena chamar a atenção para o fato de que eles obedecem à condição de serem iguais para qualquer valor de y que se imaginar. Inclusive, pode-se pedir que os alunos calculem alguns valores numéricos positivos, negativos, fracionários ou decimais para verificação.

j) Os polinômios (II) e (III) **não** são idênticos. Apesar de terem o mesmo valor numérico para y = 0, eles têm valores diferentes para outros valores de y, ainda que ambos os polinômios possam representar a área do mesmo retângulo VASO.

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 19

Esta situação de aprendizagem inicia com atividades que trabalham com a aritmética (itens ***a*** a ***d***), necessitando do uso das letras a partir do item ***e***. Com esse procedimento adotado, verificamos que, segundo Usiskin (1995) e os PCN (BRASIL, 1998), estão presentes, respectivamente, a concepção e a dimensão da álgebra como aritmética generalizada.

No item ***g***, onde se procura expressões para representar a área e o perímetro do retângulo VASO, podemos verificar a intenção de apresentar expressões equivalentes e, quanto ao uso das variáveis, constatamos a presença da concepção Álgebra como estudos de estruturas e da dimensão Álgebra Estrutural.

No item ***h***, solicita-se que seja feita a substituição da variável por um valor numérico nas duas expressões. Essa atividade não apresenta nenhuma concepção ou dimensão nova, apenas deixa mais claro para o aluno a veracidade da equivalência entre as duas expressões.

Após a análise dessa atividade, passaremos a atividade 2, da segunda seção Você Aprendeu?, dessa mesma situação de aprendizagem.

Figura 11 - Atividade 2 da Situação de Aprendizagem 3

2. Pense em um número inteiro e positivo. Em seguida, faça o seguinte:
   - eleve-o ao quadrado;
   - multiplique o resultado por 2;
   - adicione o resultado anterior ao quádruplo do número em que você pensou;
   - divida o resultado anterior pelo dobro do número.

   O resultado final, vamos "adivinhar", é igual a 2 unidades a mais do que o número em que você pensou, certo? Isto é, se você pensou no número 5, o resultado final foi 7; se você pensou no número 3, o resultado final foi 5, e assim por diante. Descubra como conseguimos "adivinhá-lo".

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 31

Esta é uma situação que pode aguçar o interesse do aluno. A generalização da aritmética pode ser verificada mais facilmente pelo aluno enquanto brinca com valores diferentes. Deve-se, porém, tomar cuidado quando a expressão pensada conter uma divisão com a variável no denominador. O gabarito da figura 12 apresenta a solução, e outros modelos estão no Anexo I desta pesquisa:

Figura 12 - Soluções da atividade 2 da Situação de Aprendizagem 3

Gabarito – Caderno do Aluno Matemática 7ª série/8º ano – Volume

2. Se o número é **x**, temos a seguinte expressão:

$(2x^2 + 4x) \div 2x = 2x(x + 2) \div 2x = x + 2.$

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 21

Na última seção dessa situação de aprendizagem, denominada Lição de Casa, podemos encontrar a atividade 3, como apresenta a figura 13.

Figura 13 - Atividade 3, Lição de Casa, da Situação de Aprendizagem 3

Matemática - 7ª série - Volume 2

3. Fatore e resolva as equações a seguir:

a) $x^2 + 16x = 0$

b) $x^2 - 25 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $4x^2 - 1 = 0$

e) $x^2 - 6x + 9 = 0$

f) $x^2 + 12x + 36 = 0$

g) $x^2 - 4x + 3 = 0$

h) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 35

Nesta atividade podemos verificar, pela primeira vez, uma situação que conta com a presença de equações a serem solucionadas. As soluções da SEE-SP estão nas figuras 14 e 15.

Figura 14 - Soluções da atividade 3 da Situação de Aprendizagem 3

3.

a) $(x + 0).(x + 16) = x(x + 16) = 0$; soluções: 0 ou –16.

b) $(x + 5).(x – 5) = 0$; soluções: 5 ou –5.

c) $(x + 3).(x – 3) = 0$; soluções: 3 ou –3.

d) $\left(x+\frac{1}{2}\right).\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$; soluções: $\frac{1}{2}$ *ou* $-\frac{1}{2}$.

e) $(x – 3).(x – 3) = (x – 3)^2 = 0$; solução: 3.

f) $(x + 6).(x + 6) = (x + 6)^2 = 0$; solução: – 6.

g) $(x – 3).(x – 1) = 0$, portanto, $x = 3$ ou $x = 1$.

h) $(x – 2).(x – 5) = 0$, portanto, $x = 2$ ou $x = 5$.

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 23

Neste caso, apesar de não termos um problema que leve à montagem da equação dada, encontraremos pela primeira vez nesta pesquisa, segundo Usiskin (1995), a presença da concepção álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas. Nesta atividade, o objetivo é encontrar o valor ou valores que satisfaçam a equação, ou seja, há a presença da incógnita e este fator é determinante para que a mesma seja enquadrada na concepção citada. Quanto aos PCN, verificamos a presença da dimensão da álgebra das equações.

3.5 ANÁLISE DA SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

O quadro 6 apresenta as orientações referente a situação de aprendizagem 4 constante no Caderno do Professor.

Quadro 6 - Informações sobre situação de aprendizagem 4

Tempo previsto: 2 semanas.
Conteúdos e temas: problemas aritméticos abordados com o auxílio da Álgebra e da Geometria.
Competências e habilidades: expressar por meio de letras relações entre números naturais em diversas situações concretas; integrar as linguagens algébrica e geométrica na representação de relações em diferentes contextos; resolver problemas que integram os números e as formas geométricas.
Estratégias: apresentação de exercícios que permitem a integração entre as linguagens aritmética, algébrica e geométrica em diferentes contextos.

Fonte: São Paulo, 2009p, p. 42

Segundo o Caderno do Professor (SÃO PAULO, 2009p), a situação de Aprendizagem 4 tem como finalidade a promoção de um diálogo interessante entre álgebra e aritmética, para resolver questões como a soma dos ***n*** primeiros números ou a ordem ***n*** de determinado número impar ou par. Ainda, segundo o mesmo, a geometria pode ser sugestiva em muitas das situações apresentadas.

O Caderno do Aluno apresenta como introdução dessa situação de aprendizagem, um texto para leitura e análise conforme recorte apresentado na figura 15.

Figura 15 - Texto apresentado na Situação de Aprendizagem 4

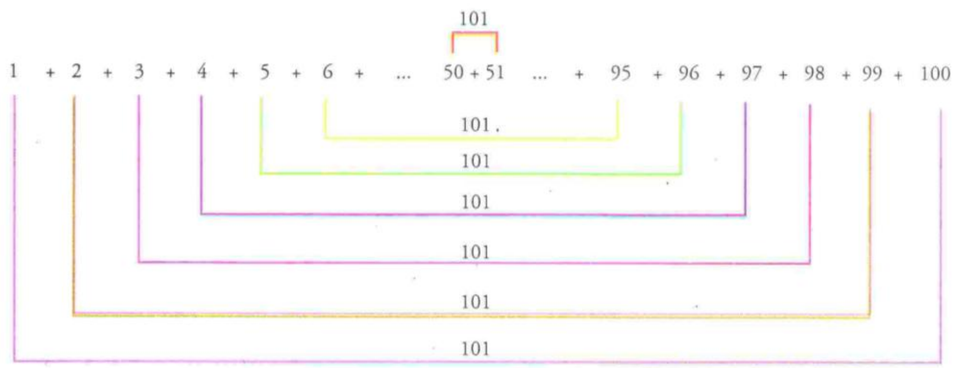
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4
ARITMÉTICA E GEOMETRIA – EXPRESSÕES ALGÉBRICAS DE ALGUMAS IDEIAS FUNDAMENTAIS

Leitura e Análise de Texto

Como você representaria a soma dos **n** primeiros números naturais, a partir do 1? Como você indicaria o valor de tal soma em termos de **n**? Como você representaria o número par de ordem **n**, a partir de 2? E o número ímpar de ordem **n**, a partir de 1? Como você indicaria, em termos de **n**, o valor da soma dos **n** primeiros números pares, a partir de 2? E a soma dos **n** primeiros números ímpares? Como você representaria o número de diagonais de um polígono de **n** lados em termos de **n**?

Podemos responder a questões como essas, representando um número natural genérico por **n** e expressando as propriedades e as operações por meio de fórmulas envolvendo **n**. Como você deve estar percebendo, podemos fazer uma ponte entre a álgebra e a aritmética. A geometria também pode ser usada nesse diálogo entre álgebra e aritmética, como veremos a seguir.

Há uma história bastante conhecida segundo a qual Gauss, um importante matemático que viveu entre os séculos XVIII e XIX, com cerca de dez anos de idade, teria efetuado o cálculo da soma dos 100 primeiros números naturais a partir de 1 ($S_{100} = 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100$) em poucos segundos, ao perceber que a soma da primeira com a última parcela era igual à soma da segunda com a penúltima, que também era igual à soma da terceira com a antepenúltima, e assim por diante; cada um desses pares de parcelas tem soma igual a 101.



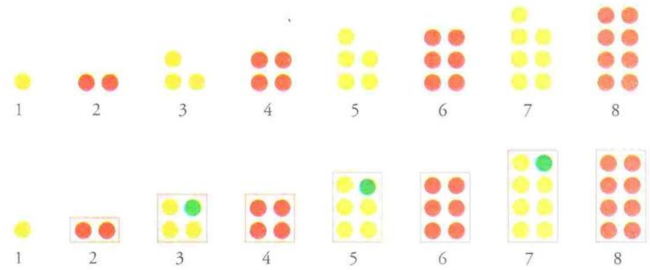
Fonte – São Paulo, 2009s, p. 37

Após a apresentação deste texto, passaremos as atividade 1 e 2, da seção Você Aprendeu?, dessa situação de aprendizagem, conforme apresentado na figura 16.

Figura 16 - Atividades 1 e 2 da seção Você Aprendeu?, Situação de Aprendizagem 4

VOCÊ APRENDEU?

1. Observando e analisando a representação dos primeiros números pares e ímpares por meio de bolinhas, responda às questões:



a) Qual é o quinto número par, a partir de 2?

b) Qual é o centésimo número par, a partir de 2?

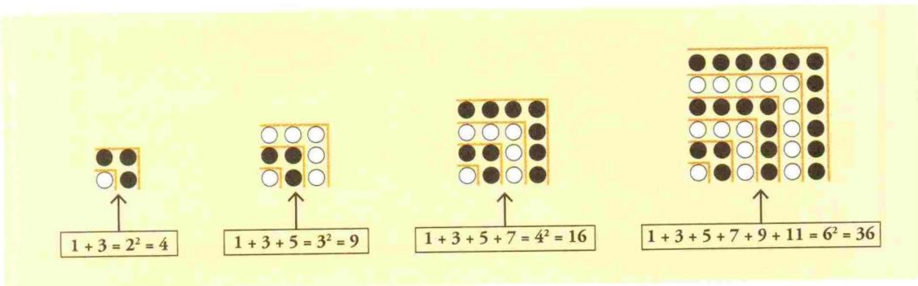
c) Qual é o sétimo número ímpar, a partir de 1?

d) Qual é o trigésimo número ímpar, a partir de 1?

e) Represente o número par de ordem **n**, a partir de 2.

f) Represente o número ímpar de ordem **n**, a partir de 1.

2. Observe os quadrados a seguir e a estratégia usada para calcular a soma dos primeiros números ímpares, a partir de 1.



Inspirado na ideia apresentada, calcule a soma dos 9 primeiros números ímpares.

Fonte – São Paulo, 2009a, p. 40-41

A seguir, na figura 17, apresentamos as soluções apresentadas pela SEE-SP em forma de gabarito.

Figura 17 - Soluções da atividade 3 da Situação de Aprendizagem 3

VOCÊ APRENDEU?

Páginas 40-44

1.

a) $2 . 5 = 10$.

b) $2 . 100 = 200$.

c) $2 . 7 - 1 = 13$.

d) $2 . 30 - 1 = 59$.

e) $2n$.

f) $2n - 1$.

2. 81

Fonte – São Paulo, 2009s, p. 25

Nas atividades apresentadas retomamos, assim como na situação de aprendizagem 1, a utilização de padrões e regularidades, trabalhando com o agrupamento de bolinhas, para descobrirmos a soma dos ***n*** primeiros termos de uma Progressão Aritmética, como era o objetivo do texto apresentado na figura 16, bem como para descobrir o enésimo número par ou impar de uma sequência.

O gabarito apresentado pela SEE-SP já não dá detalhes, partindo diretamente para a resposta, como os apresentados nas primeiras situações de aprendizagem. Tal fato era esperado, principalmente porque o mesmo é destinado a professores.

Quanto às concepções da álgebra segundo Usiskin (1995) e as dimensões da álgebra segundo os PCN (BRASIL, 1998) temos a álgebra como aritmética generalizada, pois tivemos o uso da variável, onde a mesma aparece para generalizar padrões de uma sequência. Após a generalização da aritmética a equação deve ser resolvida. Sendo assim, temos também, segundo Usiskin (1995) e os PCN (BRASIL, 1998), respectivamente, a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas e a álgebra das equações.

Esta situação de aprendizagem apresenta outras atividades que, além de fornecerem expressões que generalizam a aritmética, necessitam da resolução de equações. Entre os demais exemplos apresentados estão atividades que solicitam a expressão que calcula a quantidade de diagonais de um polígono convexo ou a quantidade de apertos de mãos quando ***n*** pessoas cumprimentam ***n-1*** pessoas. Sendo assim, as demais atividades desta situação de aprendizagem estarão disponíveis na íntegra no Anexo I.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desta pesquisa foi verificar se o novo modelo apresentado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, o Caderno do Aluno, mais especificamente o do 8º ano do ensino fundamental, volume 2, em suas situações de aprendizagens, apresenta as concepções de álgebra segundo Usinskin (1995) e as dimensões de álgebra segundo o PCN (BRASIL, 1988).

As atividades, distribuídas em quatro situações de aprendizagens, envolveram, desde situações com padrões e regularidades cujo objetivo era a obtenção da expressão do termo geral, até aquelas que se utilizavam da geometria e da noção de área para facilitar a compreensão de produtos notáveis, fatoração e simplificação de expressões algébricas .

A metodologia consistiu em apresentar as atividades do Caderno do Aluno, em seguida o gabarito da SEE-SP com as respectivas soluções apresentadas e, finalmente a análise das mesmas.

Quanto à nossa questão de pesquisa: as atividades constantes no caderno do aluno da SEE-SP, 8º ano, volume 2 contemplam as dimensões de álgebra apresentada nos PCN e as concepções de álgebra de Usiskin (1995)?, pudemos verificar em nossa análise, que estas situações de aprendizagens, quanto às concepções de álgebra segundo Usinskin (1995) e as dimensões de álgebra segundo os PCN (BRASIL, 1988), apresentam três das quatro concepções e dimensões de álgebra. As únicas concepção e dimensão que não aparecem, até mesmo porque o momento não é o apropriado, são, respectivamente, a álgebra como estudo de relação entre grandezas e a álgebra funcional.

Quanto à ordenação das atividades verificamos que o grau de dificuldade aumenta gradativamente, proporcionando ao aluno a condição de ir desenvolvendo o raciocínio necessário até chegar ao estágio mais avançado. É de suma importância que o professor apresente cada uma das concepções para o aluno conforme as mesmas vão aparecendo.

Durante nossa pesquisa verificamos que são inúmeras as pesquisas que abordam este tema. Acreditamos ter muito a avançar, pois é explícito que a introdução à álgebra tem sido um entrave no processo de ensino e aprendizagem, merecendo uma atenção especial de pesquisadores e professores envolvidos nesse processo.

REFERÊNCIAS

BELTRAME, J. T.. **A Álgebra nos Livros Didáticos: um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, SEF, 1988.

CARVALHO, M. M. **"São Paulo faz escola: muda a abordagem de progressão na sala de aula?** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências Humanas e Sociais.** 4ª edição, São Paulo, Cortez, 2000.

GRECCO, E. C. S. **O uso de padrões e seqüências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos do sétimo ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

JUNIOR, L. C. **Um estudo sobre a abordagem de Matrizes no Caderno do professor do programa "São Paulo faz Escola"**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

MODANEZ, L.. **Das seqüências de padrões geométricos à introdução do pensamento algébrico**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PAULA, M. B. de. **Proporcionalidade: uma análise do caderno do professor - 7º ano (antiga 6ª série) - da proposta implementada pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo no ano de 2008**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

_______________.Secretaria da Educação. **Caderno do Professor**: matemática, ensino fundamental – 7ª série, volume 2. Coordenação geral Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009p.

_______________.Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno**: matemática, ensino fundamental – 7ª série, volume 2. Coordenação geral Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2009s.

SCARLASSARI, N. T. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNICAMP, Campinas, 2007.

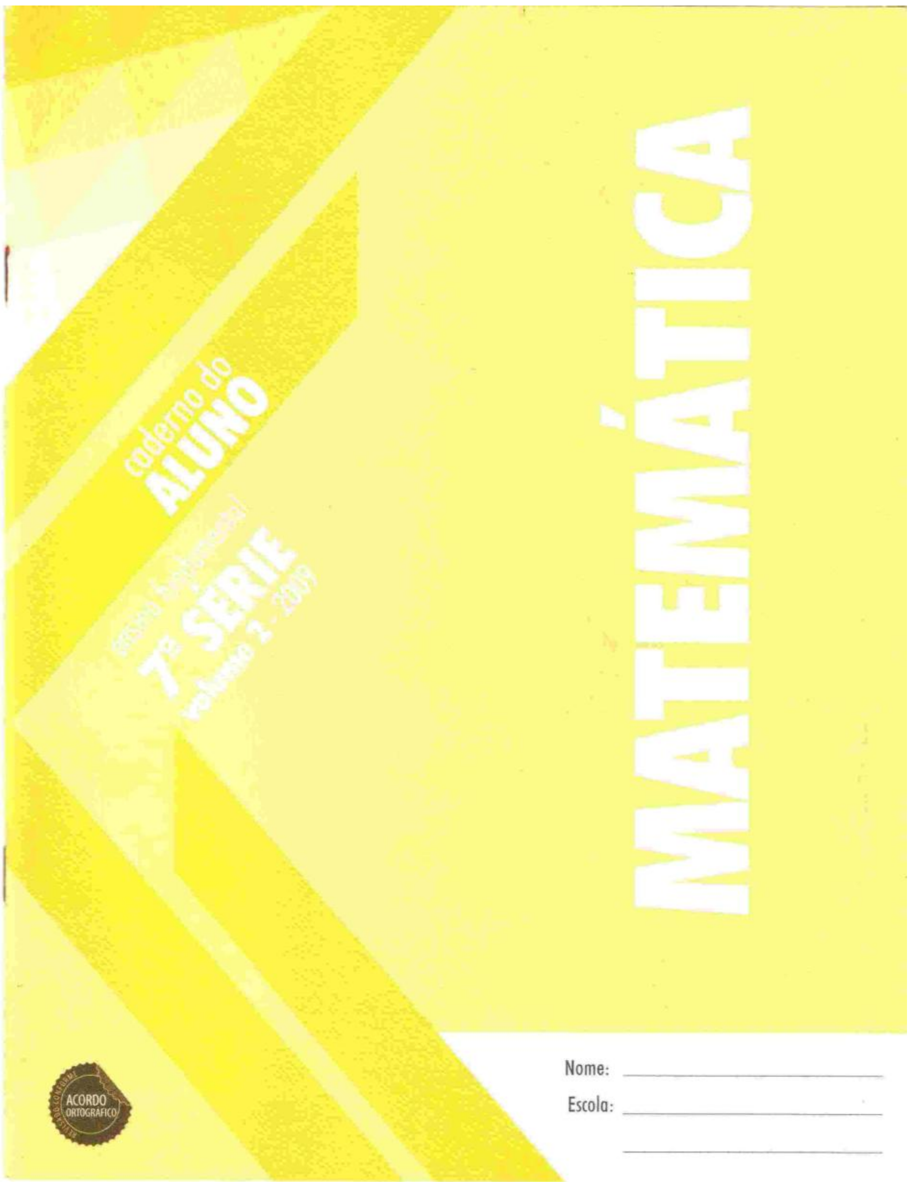
SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997, p. 1-41.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005, p. 15-46.

TARDIF, M. Revista Brasileira de Educação: **"Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários"**. 2000. P.13.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**, in COXFORD A. F. e SHULT A. P., As idéias da álgebra. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.

ANEXO A: CADERNO DO ALUNO



EXECUÇÃO

Coordenação Geral
Maria Inês Fini

Concepção
Guiomar Namo de Mello
Lino de Macedo
Luis Carlos de Menezes
Maria Inês Fini
Ruy Berger

GESTÃO

Fundação Carlos Alberto Vanzolini

Presidente do Conselho Curador:
Antonio Rafael Namur Muscat

Presidente da Diretoria Executiva:
Mauro Zilbovicius

Diretor de Gestão de Tecnologias aplicadas à Educação:
Guilherme Ary Plonski

Coordenadoras Executivas de Projetos:
Beatriz Scavazza e Angela Sprenger

COORDENAÇÃO TÉCNICA

CENP – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas

Coordenação do Desenvolvimento dos Conteúdos Programáticos e dos Cadernos dos Professores e dos Alunos
Ghisleine Trigo Silveira

AUTORES

Ciências Humanas e suas Tecnologias

Filosofia: Paulo Miceli, Luiza Christov, Adilton Luís Martins e Renê José Trentin Silveira

Geografia: Angela Corrêa da Silva, Jaime Tadeu Oliva, Raul Borges Guimarães, Regina Araujo, Regina Célia Bega dos Santos e Sérgio Adas

História: Paulo Miceli, Diego López Silva, Glaydson José da Silva, Mônica Lungov Bugelli e Raquel dos Santos Funari

Sociologia: Heloisa Helena Teixeira de Souza Martins, Marcelo Santos Masset Lacombe, Melissa de Mattos Pimenta e Stella Christina Schrijnemaekers

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Biologia: Ghisleine Trigo Silveira, Fabíola Bovo Mendonça, Felipe Bandoni de Oliveira, Lucilene Aparecida Esperante Limp, Maria Augusta Querubim Rodrigues Pereira, Olga Aguilar Santana, Paulo Roberto da Cunha, Rodrigo Venturoso Mendes da Silveira e Solange Soares de Camargo

Ciências: Ghisleine Trigo Silveira, Cristina Leite, João Carlos Miguel Tomaz Micheletti Neto, Julio Cézar Foschini Lisbôa, Lucilene Aparecida Esperante Limp, Maíra Batistoni e Silva, Maria Augusta Querubim Rodrigues Pereira, Paulo Rogério Miranda Correia, Renata Alves Ribeiro, Ricardo Rechi Aguiar, Rosana dos Santos Jordão, Simone Jaconetti Ydi e Yassuko Hosoume

Física: Luis Carlos de Menezes, Sonia Salem, Estevam Rouxinol, Guilherme Brockington, Ivã Gurgel, Luís Paulo de Carvalho Piassi, Marcelo de Carvalho Bonetti, Maurício Pietrocola Pinto de Oliveira, Maxwell Roger da Purificação Siqueira e Yassuko Hosoume

Química: Denilse Morais Zambom, Fabio Luiz de Souza, Hebe Ribeiro da Cruz Peixoto, Isis Valença de Sousa Santos, Luciane Hiromi Akahoshi, Maria Eunice Ribeiro Marcondes, Maria Fernanda Penteado Lamas e Yvone Mussa Esperidião

Linguagens, Códigos e suas Tecnologias

Arte: Geraldo de Oliveira Suzigan, Gisa Picosque, Jéssica Mami Makino, Mirian Celeste Martins e Sayonara Pereira

Educação Física: Adalberto dos Santos Souza, Carla de Meira Leite, Jocimar Daolio, Luciana Venâncio, Luiz Sanches Neto, Mauro Betti, Renata Elsa Stark e Sérgio Roberto Silveira

LEM – Inglês: Adriana Ranelli Weigel Borges, Alzira da Silva Shimoura, Lívia de Araújo Donnini Rodrigues, Priscila Mayumi Hayama e Sueli Salles Fidalgo

Língua Portuguesa: Alice Vieira, Débora Mallet Pezarim de Angelo, Eliane Aparecida de Aguiar, José Luís Marques López Landeira e João Henrique Nogueira Mateos

Matemática

Matemática: Nilson José Machado, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Roberto Perides Moisés, Rogério Ferreira da Fonseca, Ruy César Pietropaolo e Walter Spinelli

Caderno do Gestor
Lino de Macedo, Maria Eliza Fini e Zuleika de Felice Murrie

Equipe de Produção
Coordenação Executiva: Beatriz Scavazza

Assessores: Alex Barros, Antonio Carlos de Carvalho, Beatriz Blay, Eliane Yambanis, Ezequiel Theodoro da Silva, Heloisa Amaral Dias de Oliveira, José Carlos Augusto, Luiza Christov, Maria Eloisa Pires Tavares, Paulo Eduardo Mendes, Paulo Roberto da Cunha, Pepita Prata, Ruy César Pietropaolo, Solange Wagner Locatelli e Vanessa Dias Moretti

Equipe Editorial
Coordenação Executiva: Angela Sprenger

Assessores: Denise Blanes e Luis Márcio Barbosa

Projeto Editorial: Zuleika de Felice Murrie

Edição e Produção Editorial: Conexão Editorial, Edições Jogo de Amarelinha e Occy Design (projeto gráfico)

APOIO
FDE – Fundação para o Desenvolvimento da Educação

CTP, Impressão e Acabamento
Plural Editora Gráfica Ltda.

Caro(a) aluno(a),

As práticas de estudo exigem concentração, ou seja, é preciso não perder o foco sobre o trabalho que se vai realizar. Antes de começar uma tarefa, dedique alguns minutos para rever os seus objetivos e organizar o material necessário ao trabalho. Se for possível, escolha um lugar silencioso, bem iluminado e arejado.

Muitas vezes é difícil concentrar a atenção em uma tarefa porque ela nos parece complicada demais. Por isso, procure realizá-la o mais cedo possível, enquanto as explicações do professor estão claras em sua memória. Não deixe que as tarefas se acumulem, porque isso torna tudo mais difícil.

Se você for ler um texto que lhe pareça difícil, por exemplo, comece por folheá-lo. Leia o título e verifique se há subtítulos. É possível saber o assunto tratado e quais aspectos são abordados pelo autor? Há informações sobre o autor ou sobre a data em que o texto foi escrito? Essas observações ajudarão você a compreender melhor o texto.

Observe se há fotos, ilustrações, mapas, gráficos, tabelas. Verifique o que é possível saber por meio deles. Observe também se o texto contém um resumo do seu conteúdo. Se houver, dê uma olhada nele. A seguir, faça uma leitura rápida do texto inteiro para ter uma ideia geral sobre seu conteúdo. Qual é o assunto tratado?

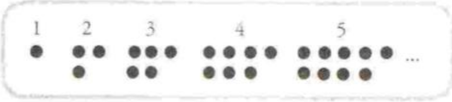
Em uma segunda leitura, anote trechos que você considera importantes. Assinale também trechos que apresentam dificuldades. Verifique com seu professor as possíveis interpretações para o texto. Converse com colegas a respeito. Se ainda houver palavras cujo sentido não esteja claro no texto, consulte um dicionário.

Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

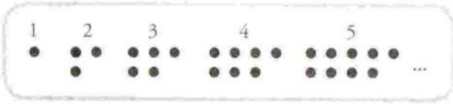
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1
ARITMÉTICA COM ÁLGEBRA – AS LETRAS COMO NÚMEROS

VOCÊ APRENDEU?

1. Observe a sequência de bolinhas e crie uma fórmula que expresse o total de bolinhas em função do número da figura (chame o número da figura de **n**).

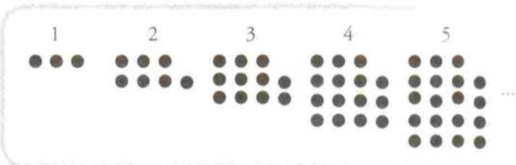


2. Utilizando a mesma sequência da atividade anterior, é possível escrever uma fórmula diferente, porém equivalente à que você encontrou? Encontre uma fórmula nessas condições.



3. Como as fórmulas obtidas nas atividades anteriores são equivalentes, pois representam a mesma sequência de figuras, mostre uma propriedade algébrica decorrente dessa equivalência.

4. Observe a sequência de bolinhas e crie duas fórmulas que expressem o total de bolinhas em função do número da figura (chame o número da figura de **n**).



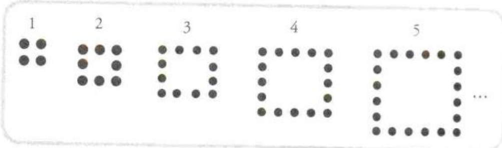
5. Mostre uma propriedade algébrica que decorre da equivalência entre as fórmulas encontradas na atividade 4, desta seção.

6. Observe a sequência de bolinhas e construa duas fórmulas que expressem o total de bolinhas em função do número da figura (chame o número da figura de **n**).

7. Mostre uma propriedade algébrica que decorre da equivalência entre as fórmulas encontradas na atividade 6, desta seção.

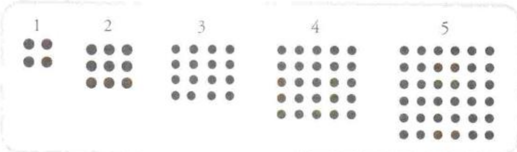
LIÇÃO DE CASA

1. Cada figura da sequência está indicada por um número. Determine quatro fórmulas diferentes (e equivalentes) para o total de bolinhas de uma figura genérica **n** dessa sequência.

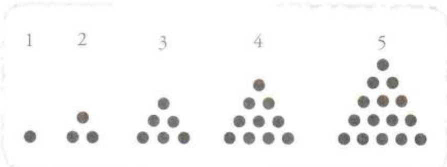


Desafio!

1. Cada figura da sequência de bolinhas a seguir está indicada por um número. Encontre duas fórmulas diferentes (e equivalentes) para determinar o total de bolinhas de uma figura genérica **n** dessa sequência.



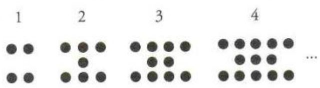
2. Encontre uma fórmula que expresse o número de bolinhas de uma figura genérica **n** da sequência.



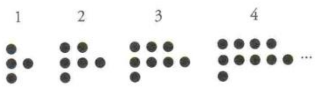
VOCÊ APRENDEU?

1. Determine fórmulas para o cálculo do número de bolinhas de cada figura das sequências a seguir, em função do número da figura (chame o número da figura de **n**).

a)



b)



c)

2. Dada a fórmula para o cálculo do número de bolinhas em função do número **n** da figura, faça um desenho representativo para n = 1, n = 2, n = 3 e n = 4.

a) $n + (n + 1) + (n + 2)$

b) $(n + 2)^2$

3. Encontre outras fórmulas equivalentes para cada um dos itens apresentados na atividade 2, desta seção. (*Faça figuras para auxiliar a resolução do problema.*)

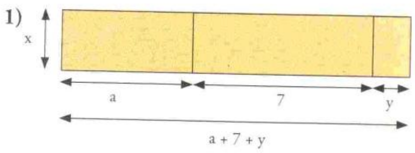
O que eu aprendi...

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2
PRODUTOS NOTÁVEIS – SIGNIFICADOS GEOMÉTRICOS

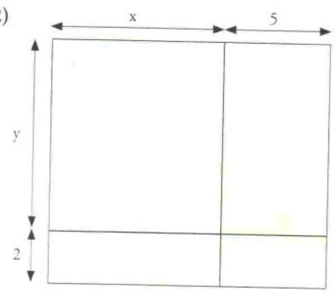
VOCÊ APRENDEU?

1. Observe as figuras abaixo e represente a área de cada retângulo por duas expressões algébricas equivalentes:

1)



2)



2. A expressão $3a + 3b$ refere-se à área de um retângulo. Represente geometricamente essa expressão e encontre uma expressão equivalente a ela.

3. A expressão $x(y - 3)$ refere-se à área de um retângulo. Represente geometricamente essa expressão e encontre uma expressão equivalente a ela.

4. Represente geometricamente o produto $(x + a) \cdot (x + b)$ e depois encontre uma expressão equivalente a ele.

5. Represente geometricamente o produto $(x - a) \cdot (x - b)$ e depois encontre uma expressão equivalente a ele.

6. Desenvolva os produtos a seguir, sem aplicar a propriedade distributiva ou a representação geométrica:

   a) $(x + 3) . (x + 5) =$

   b) $(x - 7) . (x - 10) =$

7. Represente, geometricamente, o trinômio quadrado perfeito $x^2 + 12x + 36$.

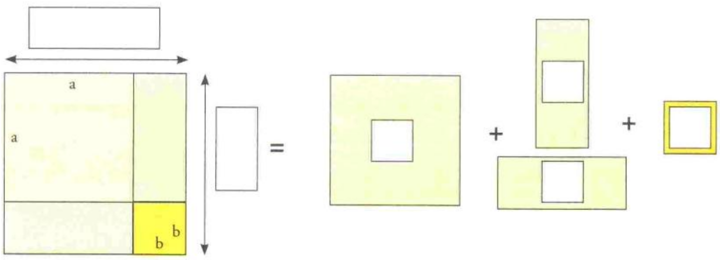
LIÇÃO DE CASA

1. Desenvolva os produtos abaixo, sem aplicar a propriedade distributiva ou a representação geométrica:

   a) $(x + 1) . (x + 1) =$

   b) $(x - 3) . (x - 6) =$

2. Observe a figura apresentada a seguir e complete os quadros em branco com letras:



$(a + b)^2 = a^2 + \boxed{} + \boxed{}$

3. Represente geometricamente o trinômio quadrado perfeito $x^2 + 4x + 4$.

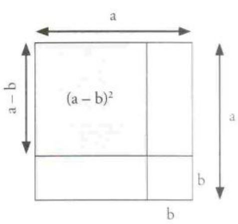
4. Faça a representação geométrica dos seguintes trinômios quadrados perfeitos:

   a) $a^2 + 6a + 9$

   b) $4x^2 + 4x + 1$

Desafio!

1. Demonstre a igualdade $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, geometricamente, partindo de um quadrado de lado **a**, conforme mostra a figura.



2. Mostre geometricamente que vale a igualdade $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$.

VOCÊ APRENDEU?

1. Represente geometricamente os seguintes produtos notáveis:

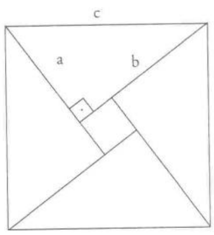
   a) $a^2 - 6a + 9$

   b) $9x^2 - 6x + 1$

2. Represente geometricamente a expressão algébrica $9 - x^2$, e, em seguida, construa uma expressão algébrica equivalente a ela, indicando o produto de dois números.

3. Represente geometricamente a expressão algébrica $16x^2 - 9y^2$ e depois encontre uma expressão equivalente a ela, como o produto de dois números.

4. A figura a seguir mostra um quadrado de lado **c** formado por 4 triângulos retângulos e 1 quadrado menor. Mostre que $c^2 = a^2 + b^2$.



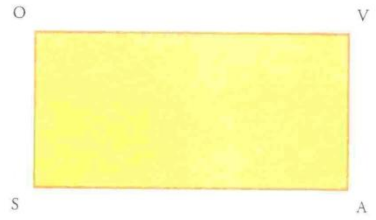
5. Faça o desenvolvimento de $(a + b)^8$, utilizando padrões e regularidades. Depois, faça o mesmo para $(a + b)^4$.

O que eu aprendi...

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3
ÁLGEBRA: FATORAÇÃO E EQUAÇÕES

VOCÊ APRENDEU?

1. A medida do comprimento do retângulo VASO é 3 cm maior do que a medida de sua largura.



Responda:

a) Se a medida da **largura** for igual a 6 cm, qual será a medida do **comprimento**?

b) Se a medida do **comprimento** for igual a 60 cm, qual será a medida da **largura**?

c) Se a medida da **largura** for igual a 15 cm, qual será a **área** do VASO?

d) Se a medida do **comprimento** for igual a 14 cm, qual será a **área** do VASO?

e) Se a medida da **largura** for **x**, qual será a medida do **comprimento**?

f) Se a medida do **comprimento** for **m**, qual será a medida da **largura**?

g) Se a medida de um dos lados do retângulo VASO, não se sabe qual, for igual a **y**, qual(quais) das expressões seguintes pode(m) representar o cálculo de sua área (em cm^2), e quais podem representar a medida de seu perímetro (em cm)?

(I) $2.(2y + 3)$	(IV) $y^2 - 3y$
(II) $y.(y + 3)$	(V) $y^2 + 3y$
(III) $(y - 3).y$	(VI) $4y - 6$

h) Considere as expressões (III) e (IV) do item anterior e calcule, para cada uma, o valor da área do retângulo VASO para **y = 10 cm**.

i) Dois polinômios são idênticos quando possuem valores numéricos iguais para qualquer valor atribuído à variável. Os polinômios (III) e (IV) do item anterior, que representam a área do retângulo VASO, são idênticos ou diferentes?

j) Verifique se os polinômios (II) e (III), do item **g** desta atividade são idênticos, calculando o valor numérico de cada um deles para alguns valores de **y**.

2. Observe os seis polinômios seguintes, nomeados de **A** a **F**, e as áreas **1** e **2** dos retângulos representados na figura.

$A = x^2 - 16$

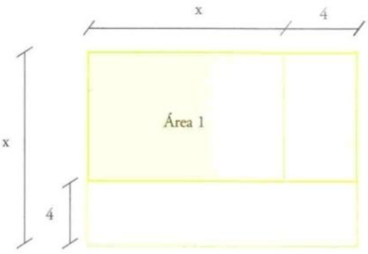
$B = x^2 - 4x + 4$

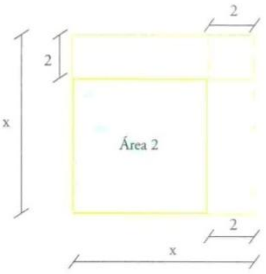
$C = (x + 4) . (x - 4)$

$D = (x - 2)^2$

$E = 2x.(3 + 2x)$

$F = 4x^2 + 6x$





a) Quais desses polinômios podem representar o cálculo da área **1**?

b) Quais desses polinômios podem representar o cálculo da área **2**?

c) Calcule o valor da área **1** para o caso em que **x = 10 cm**.

d) Calcule o valor da área **2** para o caso em que **x = 15 cm**.

e) Verifique que os polinômios **E** e **F** são idênticos, calculando o valor numérico de cada um para, pelo menos, quatro valores diferentes de **x**.

1. Leia nos quadrinhos abaixo, o problema que Paulo está propondo a João.

a) Quais são as medidas dos **lados** do retângulo de que fala Paulo no caso de o número **x**, em que João pensou ser igual a 10?

b) Qual é a **área** do retângulo de que fala Paulo no caso de o número **x** ser igual a 8?

c) Desenhe um retângulo e assinale nele as medidas dos lados, da forma pensada por Paulo.

d) Escreva um polinômio para representar o **perímetro** desse retângulo.

e) O polinômio $\mathbf{A = 4x^2 + 6x}$ pode representar a área desse retângulo? Por quê?

LIÇÃO DE CASA

1. Leia com atenção o seguinte enunciado:

A soma de certo número **positivo** com 3 é elevada ao quadrado, e o resultado final é 64.

a) Descubra esse número, utilizando apenas cálculo mental.

b) Chamando o número procurado de **a**, escreva uma sentença matemática que traduza o enunciado do problema apresentado.

c) Em quais das seguintes sentenças podemos substituir a letra **a** pelo número que você descobriu "de cabeça" e, efetuando os cálculos, verificar que a igualdade final é verdadeira?

I) $(a + 3) . (a + 3) = 64$

II) $a^2 + 6a + 9 = 64$

III) $(a + 9) . (a + 1) = 20$

IV) $(a - 5) . (a + 11) = 0$

V) $(a - 1) . (a - 2) = 12$

d) Existe um número **negativo** que também satisfaz à condição descrita no enunciado. Qual, dentre os elementos do conjunto a seguir, é esse número?

$$\{-8, -9, -10, -11, -12\}$$

e) Dentre as sentenças matemáticas do item **c**, quais são verdadeiras, quando a letra **a** é substituída pelo número **negativo** que você descobriu?

f) Dentre as sentenças matemáticas do item **c**, quais são verdadeiras, quando a letra **a** é substituída pelo número **positivo** e também pelo número **negativo** que você descobriu? Escreva novamente essas expressões.

g) Considere as sentenças matemáticas (I) e (IV) do item **c**. Aplique a propriedade distributiva, elimine os parênteses, e verifique que essas sentenças são equivalentes entre si, e que também são equivalentes à sentença (II).

VOCÊ APRENDEU?

1. Pense em um número. Agora, faça o seguinte:

- multiplique-o por 5;
- adicione o resultado a 15;
- divida o resultado anterior pelo número em que você pensou adicionado a 3.

O resultado final, vamos "adivinhar", é igual a 5, certo? Descubra como conseguimos calcular esse número.

2. Pense em um número inteiro e positivo. Em seguida, faça o seguinte:

- eleve-o ao quadrado;
- multiplique o resultado por 2;
- adicione o resultado anterior ao quádruplo do número em que você pensou;
- divida o resultado anterior pelo dobro do número.

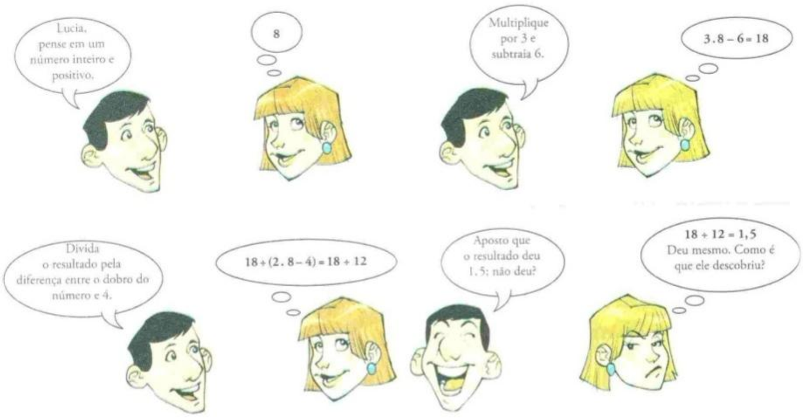
O resultado final, vamos "adivinhar", é igual a 2 unidades a mais do que o número em que você pensou, certo? Isto é, se você pensou no número 5, o resultado final foi 7; se você pensou no número 3, o resultado final foi 5, e assim por diante. Descubra como conseguimos "adivinhá-lo".

3. Pense em dois números naturais consecutivos. Em seguida, faça o seguinte:

- eleve cada número ao quadrado;
- subtraia o menor resultado do maior;
- divida o resultado anterior pela soma dos números em que você pensou.

O resultado final, vamos "adivinhar", deu 1, certo? Descubra como conseguimos acertar.

4. Leia os quadrinhos a seguir:



Descubra como o rapaz acertou o resultado obtido por Lucia.

5. Encontre dois números cujo produto é 36 e a soma é 15.

LIÇÃO DE CASA

1. Encontre dois números cujo produto é –27 e a soma é –6.

2. Encontre dois números cujo produto é 0 e a soma é 8.

VOCÊ APRENDEU?

1. Utilizando apenas cálculo mental, descubra o valor do número **x** tal que:

a) elevado ao quadrado e depois adicionado a 5 resulta 21.

b) o dobro subtraído de 9 é igual a ele próprio subtraído de 1.

c) o dobro da adição entre **x** e 4 é igual a 0.

d) o produto de **x** pela soma de **x** com 1 é igual a 0.

2. Utilizando apenas cálculo mental, descubra o valor do número **x** que torna verdadeira a igualdade.

a) $3x - 4 = 20$

b) $x.(x - 5) = 0$

c) $(x - 2) . (x - 5) = 0$

d) $45.(x + 5) = 0$

e) $(x - 4) . (x + 4) = 0$

f) $(x - 1) . (x - 3) = 0$

3. Fatore e resolva as equações a seguir:

a) $x^2 + 16x = 0$

b) $x^2 - 25 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $4x^2 - 1 = 0$

e) $x^2 - 6x + 9 = 0$

f) $x^2 + 12x + 36 = 0$

g) $x^2 - 4x + 3 = 0$

h) $x^2 - 7x + 10 = 0$

O que eu aprendi...

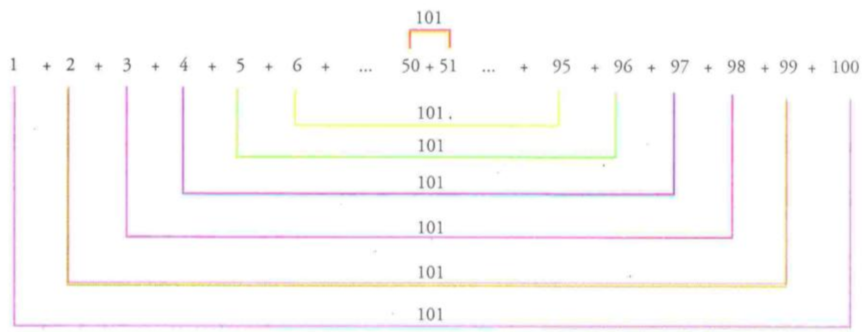
SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4
ARITMÉTICA E GEOMETRIA – EXPRESSÕES ALGÉBRICAS DE ALGUMAS IDEIAS FUNDAMENTAIS

Leitura e Análise de Texto

Como você representaria a soma dos **n** primeiros números naturais, a partir do 1? Como você indicaria o valor de tal soma em termos de **n**? Como você representaria o número par de ordem **n**, a partir de 2? E o número ímpar de ordem **n**, a partir de 1? Como você indicaria, em termos de **n**, o valor da soma dos **n** primeiros números pares, a partir de 2? E a soma dos **n** primeiros números ímpares? Como você representaria o número de diagonais de um polígono de **n** lados em termos de **n**?

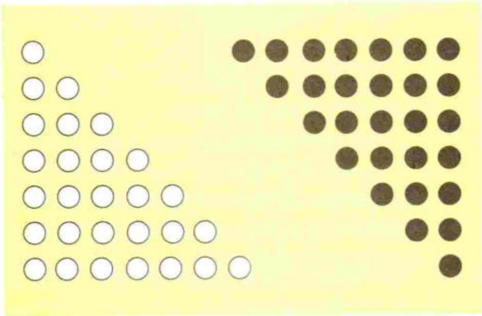
Podemos responder a questões como essas, representando um número natural genérico por **n** e expressando as propriedades e as operações por meio de fórmulas envolvendo **n**. Como você deve estar percebendo, podemos fazer uma ponte entre a álgebra e a aritmética. A geometria também pode ser usada nesse diálogo entre álgebra e aritmética, como veremos a seguir.

Há uma história bastante conhecida segundo a qual Gauss, um importante matemático que viveu entre os séculos XVIII e XIX, com cerca de dez anos de idade, teria efetuado o cálculo da soma dos 100 primeiros números naturais a partir de 1 ($S_{100} = 1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99 + 100$) em poucos segundos, ao perceber que a soma da primeira com a última parcela era igual à soma da segunda com a penúltima, que também era igual à soma da terceira com a antepenúltima, e assim por diante; cada um desses pares de parcelas tem soma igual a 101.

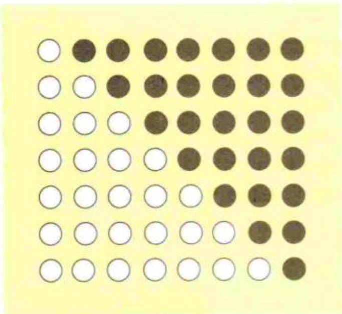


Deste fato, ele teria concluído que a soma das 100 parcelas seria igual a 50 . 101, ou seja, $S_{100} = 5\,050$.

Podemos aproximar o raciocínio de Gauss da linguagem geométrica. Observe as formas triangulares indicadas a seguir. O total de bolinhas representadas em cada uma delas é a soma $S_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$.



Se reunirmos as duas formas, temos a forma retangular:



Tendo por base essa forma retangular, notando que temos 7 linhas e que em cada linha temos 8 bolinhas ($1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2 = 7 + 1$), podemos concluir que o valor de S_7 é igual à metade do produto 7 . 8, ou seja, $S_7 = \dfrac{7 \cdot 8}{2} = 28$.

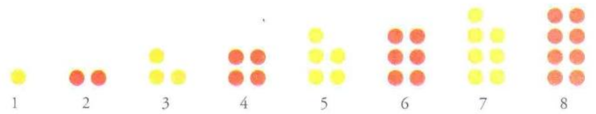
Raciocinando de modo análogo, seria possível mostrar que $S_{13} = \dfrac{13 \cdot 14}{2}$, que $S_{27} = \dfrac{27 \cdot 28}{2}$, e assim por diante. Note que partimos de um problema aritmético e usamos a álgebra e a geometria para investigar sua solução.

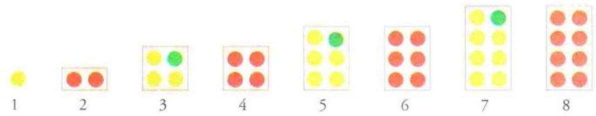
Desafio!

Raciocinando como Gauss, e inspirado nas formas geométricas apresentadas anteriormente, você é capaz de generalizar e indicar como calcularia a soma dos **n** primeiros números naturais, a partir de 1?

VOCÊ APRENDEU?

1. Observando e analisando a representação dos primeiros números pares e ímpares por meio de bolinhas, responda às questões:





a) Qual é o quinto número par, a partir de 2?

b) Qual é o centésimo número par, a partir de 2?

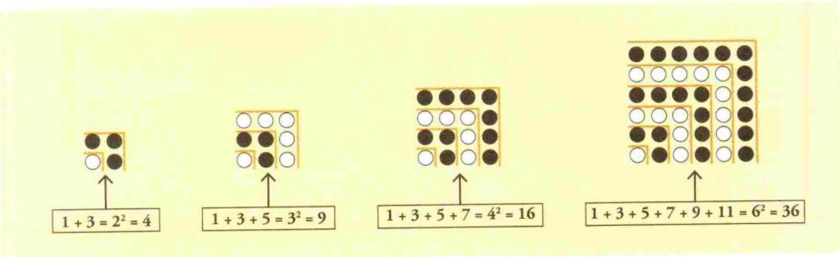
c) Qual é o sétimo número ímpar, a partir de 1?

d) Qual é o trigésimo número ímpar, a partir de 1?

e) Represente o número par de ordem **n**, a partir de 2.

f) Represente o número ímpar de ordem **n**, a partir de 1.

2. Observe os quadrados a seguir e a estratégia usada para calcular a soma dos primeiros números ímpares, a partir de 1.



Inspirado na ideia apresentada, calcule a soma dos 9 primeiros números ímpares.

3. Generalize uma fórmula para o cálculo da soma dos **n** primeiros números ímpares a partir de 1.

4. Como foi visto na atividade anterior, a soma dos **n** primeiros números ímpares, a partir de 1, é igual a $\mathbf{n}^2$, ou seja, $S_n^i = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2$.

a) Mostre que a soma dos **n** primeiros números pares, a partir de 2, é igual a $n^2 + n$.

b) Calcule a soma dos 2n primeiros números naturais $S_{2n} = 1 + 2 + 3 + 4 +... + (2n - 1) + (2n)$ e mostre que ela é igual à soma dos **n** primeiros números pares a partir de 2 com os **n** primeiros números ímpares a partir de 1, ou seja: $S_{2n} = S_n^i + S_n^p$.

5. Sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

Quanto vale a soma dos ângulos internos de um pentágono convexo?

LIÇÃO DE CASA

1. Quanto vale a soma dos ângulos internos de um octógono convexo?

2. Quanto vale a soma dos ângulos internos de um quilógono convexo?

3. Como se expressa em termos de **n** a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de **n** lados?

VOCÊ APRENDEU?

1. Sabemos que um triângulo não tem diagonais e que um quadrilátero convexo tem duas diagonais.

a) Quantas diagonais tem um pentágono convexo?

b) E um hexágono convexo?

c) E um polígono convexo de **n** lados?

2. Em uma sala existem 7 pessoas, dispostas ao longo de uma circunferência. Cada uma delas deve cumprimentar todas as outras com um aperto de mãos. Quantos diferentes apertos de mãos serão realizados, após todos os cumprimentos recíprocos?

3. Repita o cálculo da atividade anterior, supondo que na sala existam **n** pessoas. Expresse o resultado em termos de **n**.

O que eu aprendi...