

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO**  
**PUC-SP**

**ALEX SANDRO MIRANDA DE CASTRO**

**Uma análise da introdução do cálculo da medida de área  
de figuras planas em livros didáticos do 6° ano**

**ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**SÃO PAULO**  
**2014**

**ALEX SANDRO MIRANDA DE CASTRO**

**Uma análise da introdução do cálculo da medida de área  
de figuras planas em livros didáticos do 6º ano**

Monografia apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ESPECIALISTA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob orientação da Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva.

**PUC-SP**  
**2014**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pela vida que me deu, pois sem ele não existiria.

Meus pais pela compreensão de minha ausência nesse período, confiança na minha capacidade e, junto com a família, por terem aceitado se privar de minha companhia pelos meus estudos, dando oportunidade de me realizar ainda mais.

Aos meus amigos que me incentivaram e estiveram sempre ao meu lado me apoiando por todos estes anos nas melhores e piores fases da minha vida, dividindo os bons momentos vivenciados.

A minha Professora orientadora Dr<sup>a</sup> Maria José Ferreira da Silva pela ajuda e orientação, sem poupar esforços no decorrer deste trabalho para que eu sempre buscasse fazê-lo com qualidade e dedicação, ao apoio e inspiração no amadurecimento dos meus conhecimentos e o incentivo para me esforçar ao máximo.

Aos professores que me deram aulas na universidade e nas escolas onde estudei, pois sem eles não teria evoluído meus conhecimentos sobre a Matemática e outras áreas.

Aos meus amigos de sala de aula, por estarem presentes ao meu lado neste curso, nos trabalhos em grupo e nos estudos constantes que foram importantes na minha vida acadêmica.

E a todas as pessoas, sem injustiça, que por menor que foram suas contribuições, me ajudaram de certa forma neste trabalho realizado e a pessoa que sou hoje.

*“A matemática, ciência da nobreza, é certa e justa, não depende da emoção, mas há quem chame de metálica frieza o que eu chamo de constância da razão a geometria, que traz singela beleza às formas, encontra uma enorme rejeição entre as pessoas que não buscam a destreza com as contas, com a fiel exatidão, a matemática é bela e infinita e como são preciosos os seus problemas. Nunca o trocarei por nada, nem pela escrita, pois se, às vezes, gosto de escrever poemas, é sempre nela que minha mente medita: são com os seus números contados os fonemas.”*

**(Autor desconhecido)**

## **RESUMO**

O presente estudo teve como objetivo analisar as abordagens de medida de área em um Livro Didático aprovado pelo PNLD no ano de 2014 à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard. Os trabalhos de Douady e Perrin-Glorian e Facco, segundo os quais o tratamento de área como uma grandeza favorece são a base para as análises realizadas. O estudo foi desenvolvido em três partes. A primeira faz um levantamento de estudos relacionados ao tema e, de como documentos oficiais, como os PCN, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo e o PNLD expressam o tratamento que deve ser realizado no tema área de figuras planas. Na segunda parte foi realizada uma fundamentação teórica da Teoria utilizada para as análises, juntamente como o problema de pesquisa e os métodos e procedimentos que serão utilizados no mesmo. A terceira parte se faz das análises realizadas da Organização Matemática do Livro Didático escolhido. Os resultados estão expressos nas considerações finais, indicando que a ênfase dada no Livro Didático do tema escolhido é insuficiente e deixa a desejar em alguns aspectos, como o uso de softwares e a distribuição da quantidade de atividades para cada figura geométrica. Os tipos de tarefa que mais aparecem são o de calcular a medida de área de figuras planas, mostrando um foco maior no cálculo da medida de área, não explorando com clareza a grandeza. Os tipos de tarefas predominantes são do cálculo da medida de área de retângulos, quadrados e triângulos, deixando de explorar com mais dedicação a mudança da unidade de medida, ladrilhamento, composição e decomposição de figuras, montagem de figuras e o trabalho com softwares ou outras ferramentas que poderiam ser utilizadas, como o esquadro, a régua entre outros. O bloco teórico-tecnológico é unânime ao conceito e propriedades de figuras geométricas planas.

**Palavras-chave:** Livro Didático. Medida de área. Teoria Antropológica do Didático.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	27
FIGURA 3. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	27
FIGURA 4. EXERCÍCIO 29 .....	27
FIGURA 5. EXERCÍCIO 30 .....	28
FIGURA 6. EXERCÍCIO 31 .....	28
FIGURA 7. EXERCÍCIO 32 .....	29
FIGURA 8. EXERCÍCIO 33. ....	29
FIGURA 9. EXERCÍCIO 34 .....	29
FIGURA 10. EXERCÍCIO 35 .....	30
FIGURA 11. EXERCÍCIO 36 .....	30
FIGURA 12. EXERCÍCIO 37 .....	30
FIGURA 13. EXERCÍCIO 38 .....	31
FIGURA 14. EXERCÍCIO 39 .....	31
FIGURA 15. EXERCÍCIO 40 .....	32
FIGURA 16. EXERCÍCIO 41 .....	32
FIGURA 17. EXERCÍCIO 42 .....	33
FIGURA 18. EXERCÍCIO 43 .....	33
FIGURA 19. EXERCÍCIO 44 .....	34
FIGURA 20. EXERCÍCIO COMPLEMENTAR .....	35
FIGURA 21. EXERCÍCIO COMPLEMENTAR .....	35
FIGURA 22. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	36
FIGURA 23. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	36
FIGURA 24. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	37
FIGURA 25. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	37
FIGURA 26. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	38
FIGURA 27. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	38
FIGURA 28. EXERCÍCIO 45 .....	39
FIGURA 29. EXERCÍCIO 46 .....	40
FIGURA 30. EXERCÍCIO 47 .....	40
FIGURA 31. EXERCÍCIO 48 .....	40
FIGURA 32. EXERCÍCIO 49 .....	41
FIGURA 33. EXERCÍCIO 50 .....	41
FIGURA 34. EXERCÍCIO 51 .....	41
FIGURA 35. EXERCÍCIO 52 .....	42
FIGURA 36. EXERCÍCIO 53 .....	42
FIGURA 37. EXERCÍCIO COMPLEMENTAR .....	43
FIGURA 38. EXERCÍCIO 54 .....	44
FIGURA 39. EXERCÍCIO 55 .....	44

FIGURA 40. EXERCÍCIO 56 .....	45
FIGURA 41. EXERCÍCIO 57 .....	45
FIGURA 42. EXERCÍCIO 58 .....	46
FIGURA 43. EXERCÍCIO 59 .....	46
FIGURA 44. EXERCÍCIO COMPLEMENTAR .....	47
FIGURA 45. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	48
FIGURA 46. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	48
FIGURA 47. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	49
FIGURA 48. SITUAÇÃO APRESENTADA NO LIVRO .....	49
FIGURA 49. EXERCÍCIO 60 .....	50
FIGURA 50. EXERCÍCIO 61 .....	50
FIGURA 51. EXERCÍCIO 62 .....	50
FIGURA 52. EXERCÍCIO 63 .....	51
FIGURA 53. EXERCÍCIO 64 .....	51
FIGURA 54. EXERCÍCIO 65 A.....	52
FIGURA 55. EXERCÍCIO 65 B.....	52
FIGURA 56. EXERCÍCIO 65 C.....	53
FIGURA 57. EXERCÍCIO 65 D.....	53
FIGURA 58. EXERCÍCIO 65 E .....	54

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 1: ESTUDOS INICIAIS .....</b>	<b>13</b>
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
1.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - PCN .....	15
1.3 PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO.....	17
1.4 GUIA DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO - PNLD .....	18
<b>CAPÍTULO 2: PROBLEMÁTICA.....</b>	<b>20</b>
2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	20
2.2 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA.....	21
2.3 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS.....	22
<b>CAPÍTULO 3: A PESQUISA.....</b>	<b>24</b>
3.1 CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS LIVROS .....	24
3.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE.....	25
3.3 ANÁLISES.....	25
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>60</b>

## INTRODUÇÃO

CHEVALLARD (1992, apud FACCO, 2003) expressou que a presença da Matemática na escola é consequência de sua utilização na sociedade, dando a entender que a Matemática não é um assunto que foi feito para ser exclusivamente ensinado na escola. Seu valor na sociedade é de suma importância, e não deve ser trabalhado apenas na escola, pois está no dia a dia de qualquer pessoa. Cada ser humano tem em si um pouco de conhecimento de Matemática, seja para contar, olhar preços ou se deparar com problemas de seu cotidiano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1998) afirmam que o deve existir o elo entre a escola e a sociedade para o aluno estar preparado para o exercício da cidadania. Para isso, o Currículo Escolar deve contribuir para que isso aconteça.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para os anos iniciais do Ensino Fundamental propõem alguns blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Sugere também que tais conteúdos sejam trabalhados em espiral, sempre revendo algo e explorando mais o assunto visto no ano anterior, de maneira que fortaleça sua memória e esteja sempre ativo em seus estudos.

Nosso trabalho tem o foco no bloco de Grandezas e Medidas, por acreditar ser relevante o trabalho que se faz a respeito deste bloco na escola e na sociedade, de maneira a preparar o aluno para seu futuro, no intuito de fortalecer o elo entre o que aprendeu na escola e o que será levado para sua vida na sociedade.

Tomando como referência os PCN, usaremos também a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, que trata desse tema e de que maneira em que deve ser trabalhado em cada ano letivo no estado de São Paulo, nas redes públicas de ensino. A importância de estudar o bloco de Grandezas e Medidas não se limita apenas ao seu uso em caráter social, também faz conexões com outros blocos de maneira a enriquecer os componentes curriculares solicitados nos documentos nacionais e estaduais.

Este trabalho apresenta uma pesquisa com o objetivo de explorar, analisar e informar de que maneira o Livro didático escolhido aborda e desenvolve o tema cálculo da medida de áreas de figuras planas. O referencial teórico adotado nesse trabalho são os estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FACCO, 2003) na abordagem do conceito de área, pois as autoras afirmam que o aluno precisa distinguir os quadros geométricos, de grandezas e medidas e o numérico para construir o conceito de área enquanto grandeza. Como será visto em nossa fundamentação teórica, várias pesquisas adotam esse tema relativo ao ensino aprendizagem do conceito de área e sua grandeza e medida.

Dentre as pesquisas das quais tivemos acesso, nenhuma faz uma análise do conceito de área do Livro Didático escolhido. Como não resta dúvidas da importância dos livros didáticos como suporte na elaboração e desenvolvimento das aulas por parte do professor, achamos de grande importância fazer a análise em uma ferramenta do professor e um guia na aprendizagem dos alunos.

Para nosso estudo no Livro Didático, fizemos uma análise do Programa Nacional Do Livro Didático do ano de 2014 a respeito do livro escolhido, evidenciando todas as características que foram exploradas pelo programa. É praticamente unânime o tratamento que os Livros Didáticos do 6º ano do Ensino Fundamental dão à Geometria durante o ano letivo, deixando o assunto como um dos últimos capítulos do livro, colocando em risco um trabalho de qualidade do tema, correndo o risco até de não ser trabalhado.

Para tais análises que serão feitas, usaremos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1999 apud ORDEM, 2010), teoria esta construída com o objetivo de controlar os problemas de qualidade dos saberes, em nosso caso o de conceito de área de figuras geométricas planas.

Escolhemos analisar o livro do 6º ano, pois é indicado nos documentos oficiais nacional e estadual para abordar o tema escolhido. Nosso objetivo será analisar a Organização Matemática sob a ótica da TAD no capítulo do Livro Didático escolhido no capítulo relativo ao tema de cálculo de medida de área de figuras planas.

Esta pesquisa, dividida em três capítulos, busca, no primeiro capítulo, apresentar a fundamentação teórica e o que os Parâmetros Curriculares Nacionais e

a Proposta Curricular do Estado de São Paulo orientam para o trabalho que deve ser ministrado a respeito do tema. Também abordaremos neste capítulo a análise do Programa Nacional do Livro Didático a respeito do livro escolhido.

No segundo capítulo trataremos de nossa fundamentação teórica, que será a base de nossa análise. Após isso, vamos delimitar nosso problema de pesquisa com sua questão e as hipóteses. Para tanto, iremos também evidenciar nossa metodologia e procedimentos que serão utilizados para as análises.

No terceiro capítulo vamos argumentar os motivos da escolha do livro didático, assim como os critérios que serão usados para as análises. Decorrente disso, será feito as análises do capítulo destinado ao livro.

A análise dos resultados apurados, bem com a sua discussão estará exposta nas considerações finais, assim como a apresentação de algumas propostas de estudos futuros e as implicações pedagógicas de nossa pesquisa do sistema de ensino brasileiro.

## CAPÍTULO 1: ESTUDOS INICIAIS

Neste capítulo vamos citar alguns autores e seus trabalhos em geometria, juntamente com a análise feita dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, do Currículo do Estado de São Paulo e do Guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, assim como a fundamentação teórica que será usada nesta pesquisa.

### 1.1 Revisão Bibliográfica

Nesta parte do trabalho fazemos um levantamento de pesquisas que tratam da medida de área de figuras planas. Apresentaremos os trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), Facco (2003), Chiummo (1998), Arbach (2002) e Stanich (2013), cada um com sua especialidade de pesquisa no mesmo ambiente conceitual.

Douady e Perrin-Glorian (1989, apud FACCO, 2003) fazem uma construção em um processo de aprendizagem do conceito de área e de superfícies planas para alunos de 9 a 12 anos utilizando sequências de aprendizagem sob o quadro teórico “dialética ferramenta-objeto e jogo de quadros”, objetivando fazer comparações para associar áreas de polígonos com os cálculos da medida de suas áreas. Suas hipóteses surgem com o objetivo de *desenvolver área como grandeza e distinguir a confusão feita pelos alunos entre comprimento e área*. Ainda fazem análises em três polos para o estudo da área e superfície: geométrico, a grandeza e o numérico. Contudo, afirmam que o jogo de quadros geométricos e numéricos traz uma evolução para os alunos a respeito da noção de área, pois provoca a distinção entre área e perímetro.

Facco (2003) fez um estudo dos *fenômenos que interferem no ensino-aprendizagem do conceito de área no Ensino Fundamental*, com alunos de 5ª a 8ª série. Desenvolveu-se por meio de propostas de ensino do conceito de área como grandeza, fazendo relações entre o quadro geométrico e o numérico, baseando nas pesquisas de Douady e Perrin-Glorian (1989) e uma reflexão deste conteúdo a partir de uma sequência didática que envolve decomposição e composição de figuras. Seu trabalho também se preocupa com a prática do professor na sala de aula, visando elaborar sequências didáticas. Suas hipóteses para a pesquisa foram: *a escolha de*

*situações-problema envolvendo determinação de áreas, comparar superfícies por recorte-colagem e ladrilhamento e uma proposta de ensino-aprendizagem envolvendo composição e decomposição de figuras possibilitam a comparação de área como grandeza.* Sua pesquisa foi fundamentada na *dialética ferramenta-objeto e mudanças de quadro* de Douady (1986) e na *teoria de registros de representação semiótica* de Raymond Duval (1993, 1994 e 1995). Concluiu seu trabalho afirmando que atividades que use composição e decomposição, aumentando o nível de dificuldade aos poucos, ajudou os alunos no aprendizado do conceito de área.

Temos ainda Chiummo (1998) que elaborou uma sequência didática para o ensino-aprendizagem do conceito de área e perímetro. A pesquisa partiu depois de constatar por meio de testes em alunos da 3ª série do Ensino Fundamental o método em que usavam para resolver atividades de área e perímetro. Logo, resolveu aplicar a pesquisa com os professores dessas classes. Seu trabalho fundamentou-se na transposição didática, usando a noção de obstáculo desenvolvido por Brousseau (1983), além da *dialética ferramenta-objeto e o jogo de quadros* de Douady (1986). Seu trabalho também analisou a Proposta Curricular do Estado de São Paulo e alguns livros didáticos a respeito de área e perímetro, onde foram levantados obstáculos ligados aos conceitos como a memorização de fórmulas. Aplicando o questionário aos professores pesquisados, quando foi constatado que os conceitos aplicados pelos mesmos não fazem o jogo de quadros de maneira adequada e os obstáculos não levam o aluno a construir o conceito, e, então, começando a fazer a sequência didática e sua aplicação aos professores.

A pesquisa de Arbach (2002) é uma análise de atividades desenvolvidas por alunos de duas classes da 8ª série do Ensino Fundamental focando a área na Geometria Plana. As atividades foram elaboradas baseando nas teorias de Balacheff (1987) e Polya (1954) que tratam de demonstrações, além de um estudo do contrato didático de Brousseau (1986) com o objetivo de investigar os procedimentos e as ações utilizadas pelos alunos, com a finalidade de conjecturar e/ou demonstrar as possíveis interferências das propostas no ensino. A pesquisa foca dois paradigmas de ensino: um contrato que priorize a argumentação dos alunos e o uso de demonstrações como sistema de validação matemática. Chegando a finalizar que o

abandono das demonstrações causa dificuldade aos alunos em fazer generalizações geométricas.

Stanich (2013) fez um trabalho que mesclou matemática com psicologia, seu tema era “O processo de ensino e aprendizagem da geometria: representações sociais de professores do 5º do ensino fundamental”, trabalho este realizado na PUC/SP que teve como objetivo analisar de que modo os professores identificavam e representavam as dificuldades em geometria com alunos do 5º ano do ensino Fundamental. Sua pesquisa foi feita a partir de entrevistas com professores e alunos, baseando-se na Teoria das Representações Sociais de Moscovici (2010) e pesquisas de Sousa et al (2012). Suas análises concluíram uma série de dificuldades por parte dos professores como: pouco conhecimento do assunto, pouca aplicação prática, dificuldade na representação e operação com o cotidiano, categorização negativa da geometria e exclusão de uma meta a ser atingida pelos alunos entre outros.

As pesquisas realizadas mostraram alguns trabalhos realizados sobre a construção ou desenvolvimento do conceito de área e a medida de área como grandeza. Não foi constatado nenhum trabalho que explore o que será usado neste, a análise do livro didático utilizando a Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard (1999). Para prosseguir com a pesquisa, vamos analisar o que os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN citam sobre o conceito de área no Ensino Fundamental.

## **1.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS - PCN**

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) tratam a matemática em detalhes, assim com outras disciplinas, dizendo sobre formas de usar em sala de aula, avaliações, relações com alunos entre outros. Parte importante deste documento cita:

Não tendo a oportunidade e condição para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas de sala de aula, os professores apoiam-se, quase exclusivamente, nos livros didáticos que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória. (BRASIL, 1998, p. 21).

Dado este que leva esta pesquisa, ou seja, verificar sob um olhar teórico a qualidade dos livros didáticos de Matemática no desenvolvimento do conceito de área. Porém, como esta análise se limita em Geometria Plana, especificamente em medida de áreas, o PCN também descreve do tema: “[...] O desenvolvimento da Geometria e o aparecimento da Álgebra marcaram uma ruptura com os aspectos puramente pragmáticos da Matemática[...]” (BRASIL, 1998, p. 24). Entretanto, esta área da Geometria se inicia com alunos no Ensino Fundamental I, onde os PCN expõem que “para os conteúdos do ensino fundamental de 1ª a 4ª série, observa-se que a expressão ‘espaço e forma’ surge inicialmente utilizada pelo PCN de Matemática como referência ao ensino da geometria e de sua representação gráfica” (BRASIL, 1998, p.39) e complementa relatando que “o cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetro e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas”(BRASIL, 1998, p. 61). No que diz respeito ao cálculo das medidas, “[...] a comparação de grandezas de mesma natureza que dá origem à ideia de medida e o desenvolvimento de procedimentos para o uso adequado de instrumentos [...]” (BRASIL, 1998, p. 83), e complementa enfatizando “[...] é importante que ao longo do Ensino Fundamental os alunos tomem contato com diferentes situações que os levem a lidar com grandezas físicas [...]” (BRASIL, 1998, p. 84). Além de esta pesquisa analisar a forma como os livros escolhidos introduzem o conceito de área, analisaremos de quais maneiras desenvolvem os exercícios e os recursos que serão usados como ferramentas de auxílio. Uma variedade de atividades explorando diversas partes da geometria também se faz importante, como o PCN relata “Resolvendo situações-problema, o aluno poderá perceber a grandeza como uma propriedade de uma certa coleção de objetos; observará o aspecto da “conservação” de uma grandeza, [...]” (Ibid., p. 83). Portanto este documento tem o objetivo de se expressar na forma de levar ao aluno a construir seu conhecimento, aproveitando sua bagagem.

Contudo, nossa pesquisa segue analisando agora uma orientação desenvolvida pelo Estado de São Paulo, vamos analisar seu currículo para verificar sua validação e conteúdos expressos, atendendo o PCN de Matemática.

### 1.3 PROPOSTA CURRÍCULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO

Observa-se neste documento que o conteúdo de área e perímetro acontece na 4ª série do Ensino Fundamental I, usando ladrilhamento e já apresentando a fórmula para o cálculo da área, a proposta diz que: “[...] entendemos que a geometria deve ser tratada ao longo de todos os anos, em abordagem espiralada, [...]” (SÃO PAULO, 2008, p. 46). Existe também um estudo feito com composição e decomposição de figuras, mudando apenas a disposição da malha quadriculada para mostrar que a medida da área permanece a mesma, pois é indicado que: “Com a geometria, a referida ligação se dá pelo estudo do cálculo de áreas e volumes, iniciando a partir da contagem em malhas quadriculadas até mesmo a formalização de expressões literais para o cálculo dessas medidas.” (SÃO PAULO, 2008 p. 46), objetivando trabalhar o mesmo valor da medida de área e variando seu perímetro, salientando que essas atividades são trabalhadas com retângulos.

Outra parte da proposta foi usado o triângulo retângulo, com o intuito de transformar em um retângulo de mesma medida de área, usando a malha quadriculada, usando composição e decomposição de figuras na malha para preencher espaços como na hipotenusa, no paralelogramo entre outros. Após essas atividades, é proposto o mesmo tipo de tarefa de composição e decomposição de figuras como o trapézio mas, com um detalhe, não usando mais a malha quadriculada.

Quando a proposta aborda o Ensino Fundamental II, expõe que no eixo da geometria, os alunos iniciam com o reconhecimento e a classificação de figuras Planas e Espaciais, além de indicar que a geometria deve ser tratada em todos os anos da vida escolar do aluno, diz que o estudo de grandezas e medidas deve ser incorporada como continuação no Ensino Médio investigando suas relações, como cita o Currículo: “[...] O Ensino Fundamental deve ocupar-se inicialmente do reconhecimento e da representação e classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhando em contextos [...]” (SÃO PAULO, 2008, 2008, p. 45). No início do Ensino Fundamental é indicado para o professor trabalhar primeiro com o conhecimento das figuras geométricas planas e espaciais, para depois, fazer um estudo da medida do perímetro seguido da área por composição e decomposição de figuras, além de apresentar as fórmulas e fazer o cálculo por elas.

Contudo, a proposta trabalha área e perímetro fazendo um estudo comparativo entre eles, fixando um valor e variando o outro e vice-versa, explora as figuras usadas em geometria e analisando suas propriedades, como a relação entre o paralelogramo e o retângulo, o porquê da soma das medidas das bases do trapézio e outros, explorando o conhecimento acumulado dos alunos.

Posterior a esta análise, vamos verificar o que o Guia que avalia a qualidade dos livros didáticos propõe em relação a maneira em que os livros devem ter e desenvolver seus conteúdos, nos dando uma noção quando formos analisar o Livro Didático.

#### **1.4 GUIA DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO - PNLD**

O Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (BRASIL, 2014) tem como objetivo subsidiar por meio de coleções de livros didáticos o trabalho pedagógico dos professores. Este órgão avalia as obras e o MEC posteriormente publica um guia com a resenha de cada livro aprovado às escolas por meio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - FNDE, para que escolham qual material atende melhor a Unidade Escolar.

A partir de algumas orientações dos PCN de Matemática para o Ensino Fundamental e do PNLD a geometria deve ser tratada nos livros didáticos do início ao fim, sempre mantendo uma associação com o tema estuda, juntamente com a aritmética e a álgebra. O guia do PNLD cita que “O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas.” (BRASIL, 2014, p. 17). Além de tratar a geometria explorando suas características plana e espacial, o guia também cita sobre a maneira de representar cálculos de áreas e volumes quando expõe: “[...] o conceito de grandeza tem papel importante na atribuição de significados a conceitos centrais, como os de número natural, inteiro, racional e irracional, entre outros.” (Ibid., p. 17).

O Guia do PNLD trata exclusivamente da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental explicando que este tema tem que ser tratado gradativamente, explorando o espaço e o mundo físico pelas diversas formas de linguagem,

juntamente com uma sistematização do conhecimento geométrico. Ainda é indicado o trabalho com mapas, plantas e croquis, pois são pouco valorizados em muitas obras, assim como o plano cartesiano e malhas.

Em relação ao livro que será analisado, o guia faz um breve comentário ressaltando que os conteúdos têm base em situações interessantes, as atividades são diversificadas e motivadoras e a interação entre os alunos é incentivada. Após o levantamento dos conteúdos abordados, o Guia mostra que o livro analisado é predominante o tema “números e operações”, ou seja, esse conteúdo é mais visto no livro do que os demais.

No campo da geometria o Guia cita que o livro busca “articular figuras geométricas com espaciais” (BRASIL, 2014, p. 43), além de uma boa conexão com a álgebra no estudo de produtos notáveis. Porém, também cita que “não há articulação e equilíbrio adequados entre as atividades experimentais e dedutivas” (Ibid., p. 43). Outro ponto positivo são as construções com régua e compasso, deixando a desejar as necessidades para seu uso. Quando se faz o uso de algum material de auxílio, nota-se que “a calculadora é usada de forma adequada, porém não é sugerida a utilização de outros recursos tecnológicos”. (BRASIL, 2014, p. 44).

## CAPÍTULO 2: PROBLEMÁTICA

Neste capítulo vamos deixar em evidência o problema que surgiu de nossa revisão bibliográfica, o tema desta pesquisa, sua Fundamentação Teórica e seus Procedimentos Metodológicos, que nortearam a argumentação das análises realizadas no livro didático.

### 2.1 Fundamentação Teórica

Para fazer a análise do livro didático “Matemática: Ideias e Desafios” das autoras Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, usaremos a Teoria Antropológica do Didático TAD de Yves Chevallard (1999), que estuda as organizações praxeológicas do saber.

Foi escolhida esta teoria para analisar, pois não foi encontrado nenhuma pesquisa em que é usado a TAD em livros didáticos para a geometria plana. Os trabalhos encontrados em que foram utilizados TAD foram nos campos da álgebra e geometria espacial ou analítica. Portanto, é uma pesquisa inédita neste campo de atuação.

Para fazer o uso das organizações praxeológicas na análise do livro didático, precisamos compreender sobre elas primeiro. Suas organizações praxeológicas são divididas na matemática e na didática.

Segundo a Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard (1999 apud ORDEM, 2010), a organização matemática é estudada por meio de 4 elementos: tipo de tarefa (T), técnica ( $\tau$ ), tecnologia ( $\theta$ ) e teoria ( $\Theta$ ). Deixando evidente que são fundamentadas pelas atividades humanas de realizar uma tarefa de tipo T, por meio de uma técnica  $\tau$ , apoiada por uma tecnologia  $\theta$  que é justificada por meio de uma teoria  $\Theta$ .

Chevallard (1999 apud ORDEM, 2010) desenvolve que, o tipo de tarefa (T) é uma maneira de analisar uma tarefa e identificar o que se pede para fazer, o que se quer dela. A técnica ( $\tau$ ) é um estudo de como resolver tal problema, ou seja, um planejamento de qual caminho irá utilizar para fazer o que se foi pedido. A tecnologia ( $\theta$ ) são os recursos usados nas técnicas, ficando explícito o que se utiliza para cumprir

a tarefa, qual recurso, proposições, definições ou teoremas que foi usado. A teoria (  $\Theta$  ) como diz o próprio nome, é a descrição de qual teoria foi utilizada para resolver a tarefa solicitada. As duas primeiras etapas são consideradas da praxeologia o saber-fazer, já as outras duas são as justificativas das duas primeiras, são consideradas o saber. Assim, a TAD é uma teoria que nos permite realizar um estudo das propostas inseridas nos livros didáticos e outras obras.

A organização didática está relacionada com a organização matemática, ela acontece em seis momentos, não necessariamente na ordem: encontro com a organização matemática, exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à técnica, trabalho com a técnica, institucionalização e o da avaliação.

Chevallard também classifica os objetos matemáticos que podem ser usados no aprendizado como ostensivos e não-ostensivos. Os objetos ostensivos são os objetos materiais, que despertam os cinco sentidos do ser humano, e os não-ostensivos são aqueles que os cinco sentidos não percebem, são formados por pensamentos, conhecimentos entre outros.

## **2.2 Delimitação do problema**

É de ciência de todos que quando o assunto é o conceito de área de figuras planas, o professor introduz tal tema com o conceito que pode ser encontrado nos livros didáticos, associando a uma superfície, depois disso é passado uma fórmula para o cálculo de área de algumas figuras.

De acordo com BELLEMAIN e LIMA (2002, p. 70, 71 apud FACCO, 2003), cita que “Nos PCN afirma-se que o ensino da Geometria vem tendo pouco destaque nas aulas de Matemática e tem sido confundido como ensino das medidas. Subentende-se portanto, um esforço de mostrar que o ensino da Geometria não se resume ao estudo das grandezas geométricas.”

Para abordar nossa problemática, analisamos um livro didático de 5ª série do Ensino Fundamental e verificamos que existem poucas atividades relacionadas a construção do conceito de área em figuras planas. Não ocorre também o aprofundamento de outros conhecimentos relacionados, como ladrilhamento,

diagonais ou características dos triângulos em relação a seus lados, introduzindo diretamente as fórmulas para o cálculo de áreas.

Estando cientes dessas dificuldades, mostra-se que as maneiras didáticas organizadas pelos livros quando mostram o conceito da medida de área de figuras planas, apesar de seguir as propostas e o PCN com o ensino do tema, não atende as expectativas da qualidade do ensino, desenvolvendo habilidades e usando conceitos de geometria para o aprendizado.

Portanto, apresentamos a nossa questão de pesquisa: **Qual a Organização Matemática o livro didático introduz e desenvolve em relação ao conceito de área de figuras planas para alunos do 6° ano?**

As hipóteses surgidas deste estudo foram:

a) As explorações de maneira mais ampla do livro didático, junto com as habilidades já compreendidas pelos alunos ajudam na introdução do conceito de área.

b) Uma sequência de atividades bem elaborada ajuda a dar subsídios ao aluno no desenvolvimento do seu conhecimento a respeito da área de figuras planas.

Para introduzir e desenvolver o conceito de área, o livro didático precisa elaborar com qualidade as situações que norteiam o tema para explorar os conceitos de área com mais propriedade, pois, segundo FACCO (2003, p.32) quando cita sobre o uso de atividades objetiva em seu trabalho que: “[...] uma proposta de ensino-aprendizagem através de uma sequência de atividades voltada ao conceito de área enquanto grandeza a fim de facilitar ao professor o ensino desse conceito e, ao aluno, o aprendizado.” Torna-se uma base para nossa pesquisa, visando analisar sua qualidade e a maneira como é desenvolvida.

### **2.3 Metodologia e procedimentos**

O desenvolvimento desta pesquisa tem por objetivo, analisar a Organização Matemática do livro didático, buscando a análise na introdução e o desenvolvimento do livro didático no conceito de área de figuras planas. Procuramos investigar na introdução do tema se o livro usa história da matemática, citam grandezas e medidas, fazem exemplos ou recortes em malha, incentiva o uso de jogos, softwares ou

construções e atividades lúdicas, e, na parte do desenvolvimento, com a teoria utilizada, se faz uso da calculadora e se consegue variar seus exercícios com situações problema que visam o cotidiano de algumas profissões.

Para isso, vamos analisar o livro “Matemática: Ideias e Desafios” das autoras Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, livro este do 6º ano/ 5ª série do Ensino Fundamental 2, livro aprovado pelo PNLD no ano de 2012. Vamos verificar qual assunto no livro antecede o nosso tema de pesquisa e qual sucede o mesmo, procurando ver elo entre os assuntos. Verificaremos também se o livro atende ao conteúdo exposto no PCN para este ciclo e na Proposta Curricular do Estado de São Paulo, além das análises à luz da TAD.

## **CAPÍTULO 3: A PESQUISA**

Neste capítulo será realizado os critérios de escolha do livro, assim como os critérios de avaliação do livro escolhido, posteriormente, será analisado o livro didático.

### **3.1 Critérios de escolha dos livros**

A escolha do livro didático foi com base em vários critérios, são eles:

- O livro foi aprovado pelo PNLD em 2014;
- As autoras são tradicionais no segmento de livros didáticos;
- A obra sofreu a incorporação de inovações provenientes de resultados de pesquisas da área;
- As autoras são conhecidas pelos seus trabalhos na comunidade de educadores em Matemática;
- O livro foi utilizado na Unidade Escolar onde leciono aulas;

Desse modo, esses foram os critérios utilizados para a escolha do livro didático a ser analisado. O fato de o livro ser aprovado pelo PNLD é de grande importância, pois não seria notório analisar um livro didático que não fosse aprovado, procurando mostrar nesta pesquisa que mesmo alguns livros aprovados pelo PNLD ainda têm algumas deficiências em conceitos e sua maneira de abordagem, no sentido de auxílio do professor como ferramenta para os alunos.

O fato dos autores serem de tradição no ramo de livros didáticos é de suma importância, pois passam segurança na hora da escolha do livro, por já conhecer seus trabalhos anteriores e isso causa um impacto maior do que um autor estreante neste tipo de trabalho.

Pelo fato da obra ser uma versão atual significa que o livro foi revisado, melhorado e atualizado de acordo com o cotidiano dos alunos e com a situação do país frente ao ensino.

As autoras além de escritoras de livros didáticos, são conhecidas e convidadas a participarem de diversos congressos e seminários, sejam eles sobre

livros didáticos ou de outro assunto relacionado à matemática, suas posições são levadas em consideração frente ao peso de seus trabalhos anteriores e sua continuação em busca da melhoria do sistema educacional brasileiro.

### **3.2 Critérios de análise**

Maior parte desta pesquisa dará ênfase nas atividades do livro, porém, atentarmos como o livro será usado como auxílio do professor para introduzir o conceito de área de figuras planas, se é citado em algum momento à história da matemática para mostrar como eram realizadas medidas da terra com os instrumentos da época. Se for usada a ideia de medida de área de figuras como grandeza, começar a estabelecer medidas padrões nas explicações, como o metro (m) e o metro quadrado (m<sup>2</sup>), por exemplo.

Depois disso, examinaremos se o livro procede a seu desenvolvimento fazendo o uso de algum tipo de recorte de figuras, calculando áreas por composição ou decomposição de figuras, o uso de diferentes tipos de malha, usa algum tipo de jogo, seja ele material ou lúdico, se fornece algum software onde possa ser trabalhado o tema vigente e se estimula a construção de figuras, maquetes os objetos que deem a ideia de cálculo de área.

No desenvolvimento prático do livro por meio de exercícios, será analisado à luz da TAD na variação dos exercícios, suas tarefas solicitadas, quais as técnicas, tecnologias e teorias mobilizadas, a maneira como realiza a mesma tarefa de maneira diferente, suas informações implícitas e explícitas e algum tipo de relação dos exercícios com o cotidiano.

### **3.3 Análises**

O capítulo do livro que trata de área de figuras planas se encontra na unidade 12, precedido pela unidade 11 que trata de medidas de superfície, mostrando as unidades de medida, arredondamento e contagem de área por ladrilhamento. A unidade 13 trata de volumes de figuras espaciais. Pela análise teórica o livro segue uma linha de raciocínio, começando o tema de geometria desde o começo, passando

por área de figuras planas, até chegar ao volume. Cabe a este estudo ver a qualidade do livro no que se trata de área de figuras planas, encontrada na unidade 12.

Inicia-se o capítulo já citando sobre área de retângulos e quadrados, e apenas cita que se tratando de polígonos já apresenta a questão a medida de área de um retângulo com 4cm de comprimento e 2cm de largura sem dar nenhuma explicação. Após esta questão, o próprio livro traz a resposta mais abaixo pela técnica de utilizar a malha quadriculada na figura 1.

Figura 1. Situação apresentada no livro

O retângulo ABCD tem 4 cm de comprimento e 2 cm de largura.

Qual é a área desse retângulo, em  $\text{cm}^2$ ?  $8 \text{ cm}^2$

Comparando a área do retângulo com a de um quadrado de  $1 \text{ cm}^2$  de área, vemos que este cabe 8 vezes nesse retângulo. Assim, o retângulo ABCD tem  $8 \text{ cm}^2$  de área.

Nessa situação, multiplicando a medida do comprimento pela medida da largura, também temos  $8 \text{ cm}^2$ :

área =  $4 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$

Em geral, para os retângulos temos:

área = comprimento  $\times$  largura

The image shows a yellow rectangle ABCD with a length of 4 cm and a width of 2 cm. Below it, a grid of 8 small squares (each 1 cm by 1 cm) is shown to illustrate the area. A small yellow box labeled 'unidade' contains 'cm²'. The formula 'área = comprimento × largura' is highlighted in a yellow box at the bottom.

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.270)

Percebe-se na explicação que o livro trata a área multiplicando 4cm por 2cm, dando a ideia de que se multiplica centímetros e não números, e coloca a resposta com  $\text{cm}^2$ , dando a entender que foi usado uma propriedade de potência de mesma base nas letras cm. Depois disso, faz uma conclusão como se fosse uma fórmula para calcular a área, calculando na multiplicação do comprimento pela largura, ou seja, está multiplicando duas palavras para dar a entender a medida de área de um retângulo, sem usar números para esta explicação.

Após esta explicação, o livro apresenta um resumo, como mostra na figura 2 de que o retângulo tem base e altura, então ele simplifica que a área do retângulo se obtém multiplicando a base pela altura, mais uma vez ressaltando a multiplicação das palavras e sem usar exemplos com números e suas medidas.

Figura 2. Situação apresentada no livro

$$\text{área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}$$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.270)

Depois dessa explicação, ele inicia o cálculo da medida de área do quadrado conforme segue na figura 3, explicitando que como o quadrado tem os lados iguais, e não de mesma medida, usa os mesmos critérios citados anteriormente, colocando cm na multiplicação e depois multiplicando a palavra lado duas vezes e deixando a resposta desta multiplicação escrito “lado<sup>2</sup>”.

Figura 3. Situação apresentada no livro

Calculamos a área de um quadrado multiplicando a medida de um dos lados por ela mesma:

$$\text{área} = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 3^2 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$$

A **área de um quadrado** é o produto da medida de seu lado por ela mesma, ou, de forma simplificada:

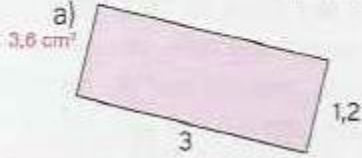
$$\text{área do quadrado} = \text{lado} \times \text{lado} = \text{lado}^2$$

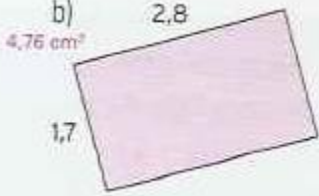
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)


O restante da página segue com 16 exercícios, indicado com a frase “fazer e aprender”, que serão analisados:

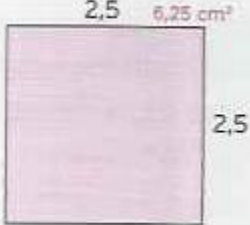
Figura 4. Exercício 29

29. Calcule a área dos retângulos e quadrados, sabendo que as medidas apresentadas estão em cm:

a)   $3,6 \text{ cm}^2$

b)   $4,76 \text{ cm}^2$

c)   $1,69 \text{ cm}^2$

d)   $6,25 \text{ cm}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

T<sub>1</sub> Tipo de tarefa 1: calcular a medida de área de figuras

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica τ<sub>1.1</sub>: multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica τ<sub>1.1</sub>: multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

**Figura 5. Exercício 30**

**30.** Qual é a área, em m<sup>2</sup>, de um terreno retangular que tem 8,3 m de comprimento e 6,15 m de largura?

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica τ<sub>1.1</sub>: multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

**Figura 6. Exercício 31**

**31.** Um terreno retangular tem 200 m<sup>2</sup> de área e 25 m de comprimento. Quanto mede a sua largura?

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

T<sub>2</sub> Tipo de tarefa 2: calcular a medida do lado de figuras

Tarefa t<sub>2.1</sub>: calcular a medida de lado do retângulo

Técnica τ<sub>2.1</sub>: dividir a medida de área pela medida de lado do retângulo

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 7. Exercício 32

32. Utilize papel quadriculado para desenhar um quadrado com  $81 \text{ cm}^2$ . Quanto mede cada lado desse quadrado?  $9 \text{ cm}$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>2.2</sub>: calcular a medida de lado do quadrado

Técnica  $\tau_{2.2}$ : extrair a raiz quadrada da medida de área do quadrado

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 8. Exercício 33.

33. A área de um quadrado é  $100 \text{ cm}^2$ . Calcule a medida dos lados desse quadrado.  $10 \text{ cm}$

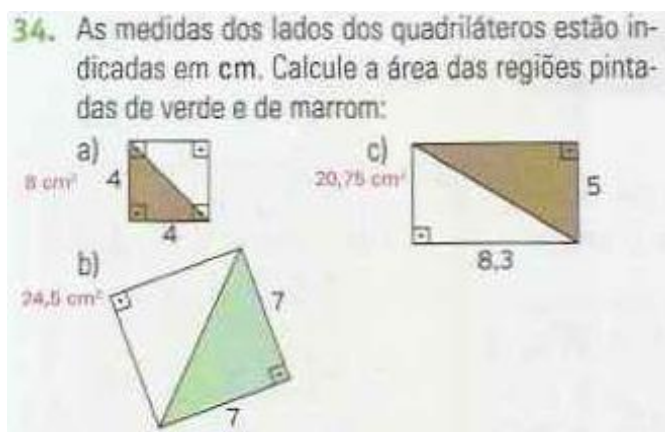
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>2.2</sub>: calcular a medida de lado do quadrado

Técnica  $\tau_{2.2}$ : extrair a raiz quadrada da medida de área do quadrado

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 9. Exercício 34



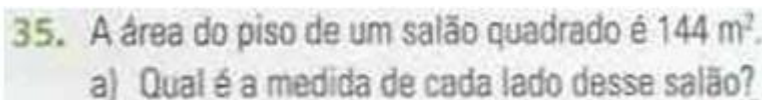
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 10. Exercício 35



35. A área do piso de um salão quadrado é  $144 \text{ m}^2$ .  
a) Qual é a medida de cada lado desse salão?

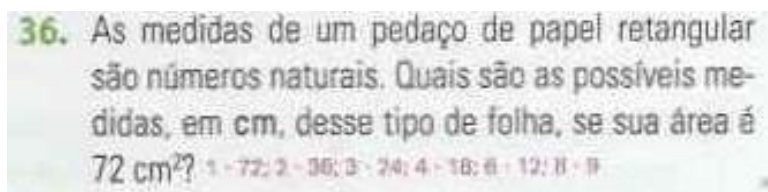
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa  $t_{2.2}$ : calcular a medida de lado do quadrado

Técnica  $\tau_{2.2}$ : extrair a raiz quadrada da medida de área do quadrado

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 11. Exercício 36



36. As medidas de um pedaço de papel retangular são números naturais. Quais são as possíveis medidas, em cm, desse tipo de folha, se sua área é  $72 \text{ cm}^2$ ? 1 - 72; 2 - 36; 3 - 24; 4 - 18; 6 - 12; 8 - 9

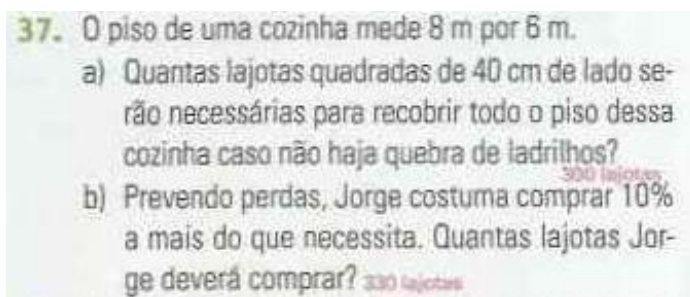
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa  $t_{2.1}$ : calcular a medida de lado do retângulo

Técnica  $\tau_{2.3}$ : determinar os fatores que tenham como produto a medida de área do retângulo

Bloco tecnológico-teórico: múltiplos e divisores de números naturais

Figura 12. Exercício 37



37. O piso de uma cozinha mede 8 m por 6 m.  
a) Quantas lajotas quadradas de 40 cm de lado serão necessárias para recobrir todo o piso dessa cozinha caso não haja quebra de ladrilhos?  
b) Prevendo perdas, Jorge costuma comprar 10% a mais do que necessita. Quantas lajotas Jorge deverá comprar?

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

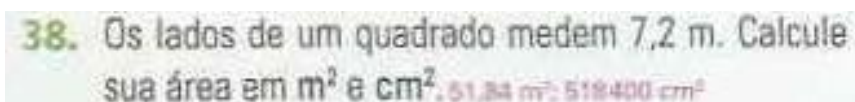
Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

**Figura 13. Exercício 38**



38. Os lados de um quadrado medem 7,2 m. Calcule sua área em m<sup>2</sup> e cm<sup>2</sup>. 51,84 m<sup>2</sup>; 518400 cm<sup>2</sup>

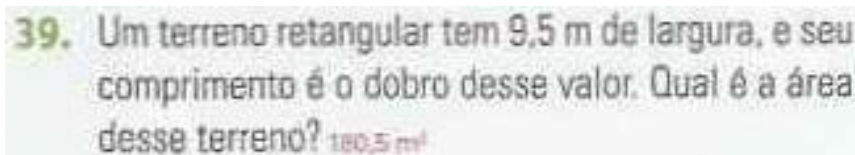
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo e mudança de unidade de área

**Figura 14. Exercício 39**



39. Um terreno retangular tem 9,5 m de largura, e seu comprimento é o dobro desse valor. Qual é a área desse terreno? 180,5 m<sup>2</sup>

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Figura 15. Exercício 40

40. Em um terreno quadrado com 20,5 m de lado, Antônio construiu uma piscina retangular de 12,5 m por 8 m. Na área que sobrou, construiu sua casa e um jardim. Quantos metros quadrados tem a área da casa e do jardim?  $320,25 \text{ m}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa  $t_{1.1}$ : calcular a medida de área de um retângulo

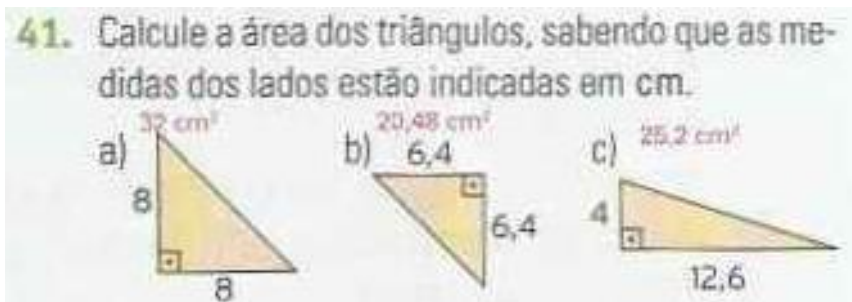
Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa  $t_{1.2}$ : calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Figura 16. Exercício 41



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.271)

Tarefa  $t_{1.3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

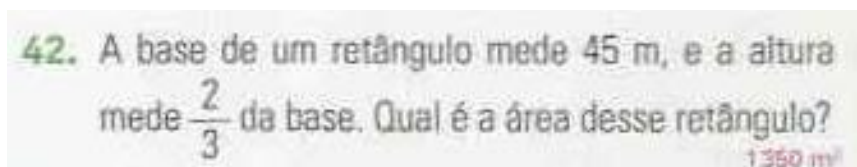
Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Vale a pena ressaltar que na figura 16 o exercício solicitava a medida de área do triângulo, sendo que o livro não mostrou como se faz tal cálculo, apenas deixou um

exercício em que teria de calcular a metade da medida de área de quadrados e retângulos, dando a entender que se tratava da medida da área de triângulos.

Figura 17. Exercício 42



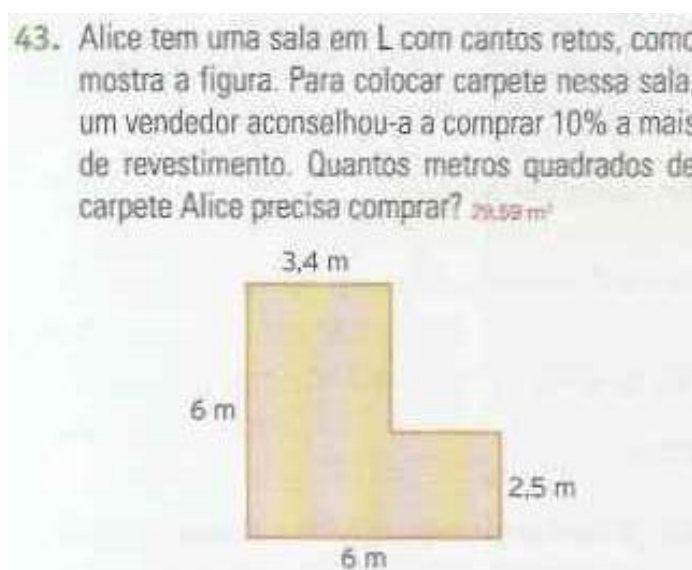
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.272)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 18. Exercício 43



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.272)

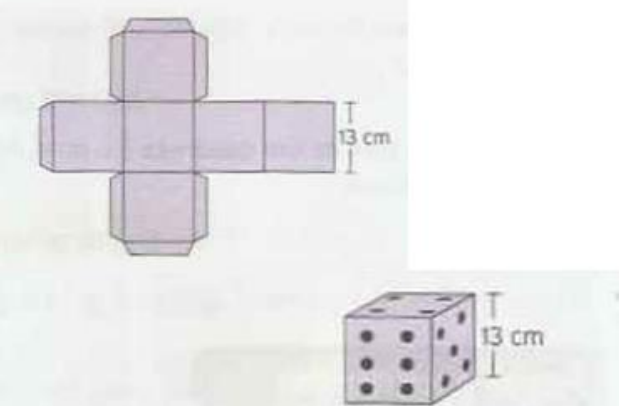
Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 19. Exercício 44

44. A partir da planificação de um cubo Denise fez um dado com 13 cm de aresta. Ela usou cartolina e fita adesiva para confeccionar o dado. Veja o esquema a seguir:



a) Que polígono é o contorno de cada face de um cubo? *Quadrado*

b) Qual é a área de cada face? *169 cm<sup>2</sup>*

c) A área total ou área de superfície de um cubo é a soma das áreas de todas as faces. Calcule a área total desse cubo. *1014 cm<sup>2</sup>*

d) Aproximadamente, quantos cm<sup>2</sup> de cartolina Denise usou para fazer o dado? *1050 cm<sup>2</sup> (1014 do cubo e mais um pouco para as abas)*

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.272)

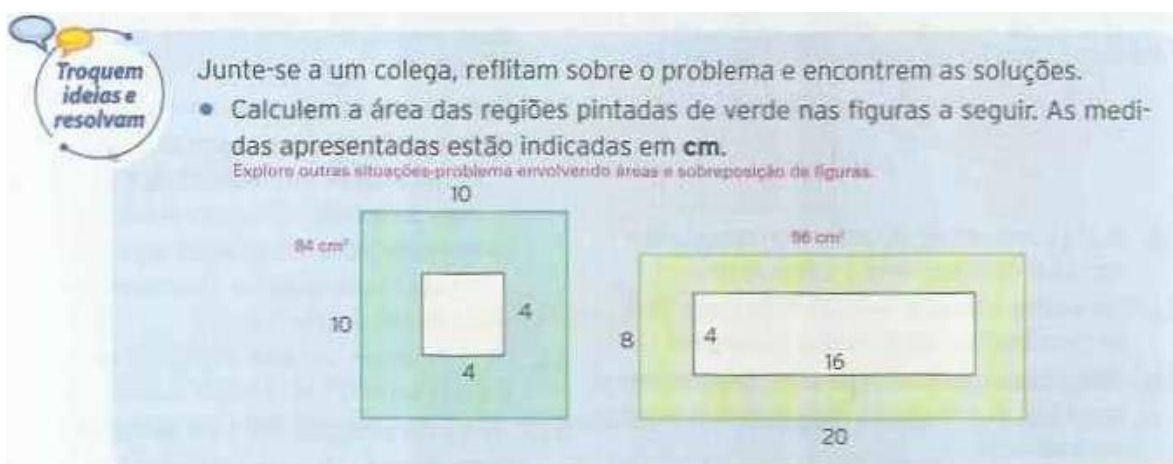
Tarefa  $t_{1.2}$ : calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Após essa série de exercícios, no livro tem mais um exercício diferenciado dos demais, como uma espécie de desafio em dupla para os alunos com o nome “troquem ideias e resolvam”:

Figura 20. Exercício complementar



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.272)

Tarefa t<sub>1,1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1,1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa t<sub>1,2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1,1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Depois deste exercício, o livro traz uma proposta chamada “usando a calculadora”:

Figura 21. Exercício complementar

Usando a calculadora

Observe o anúncio e calcule:

- o preço dos tapetes que medem 2,5 m de comprimento por 1,60 m de largura conforme o preço anunciado; R\$ 500,20
- um desconto de 5% para pagamento à vista na compra de um tapete como o do item anterior; R\$ 28,46
- o preço para pagamento à vista desse tapete. R\$ 540,74

Tapete  
Coleção Oriental  
Variedade de desenhos,  
cores e tamanhos  
R\$ 142,30 o m<sup>2</sup>

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.272)

Tarefa t<sub>1,1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Em seguida, começa a tratar de outras figuras, os paralelogramos, fazendo referências as suas propriedades quanto aos lados conforme mostra na figura 22:

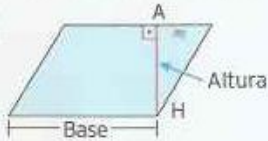
**Figura 22. Situação apresentada no livro**

**Área de paralelogramos**

Procure certificar-se de que os alunos compreendem que as fórmulas das áreas dos paralelogramos, triângulos e trapézios foram justificadas pela composição e decomposição em outras figuras. Crie outras atividades usando cartolina.

Já sabemos que paralelogramos são quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos. Em um paralelogramo, chamando dois lados paralelos de bases, uma altura desse paralelogramo é um segmento de reta perpendicular às bases e com extremidades nessas bases.

Na figura ao lado,  $\overline{AH}$  é uma altura desse paralelogramo.



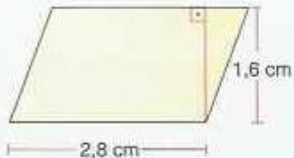
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.273)

Observa-se no texto mencionado na figura 22 que o livro não cita que o paralelogramo tem suas semelhanças e diferenças em relação ao retângulo, como por exemplo, seus pares de lados não são perpendiculares. Depois desta explicação o livro aplica uma atividade que segue indicada na figura 23:

**Figura 23. Situação apresentada no livro**

O paralelogramo da figura tem 2,8 cm de base e 1,6 cm de altura.

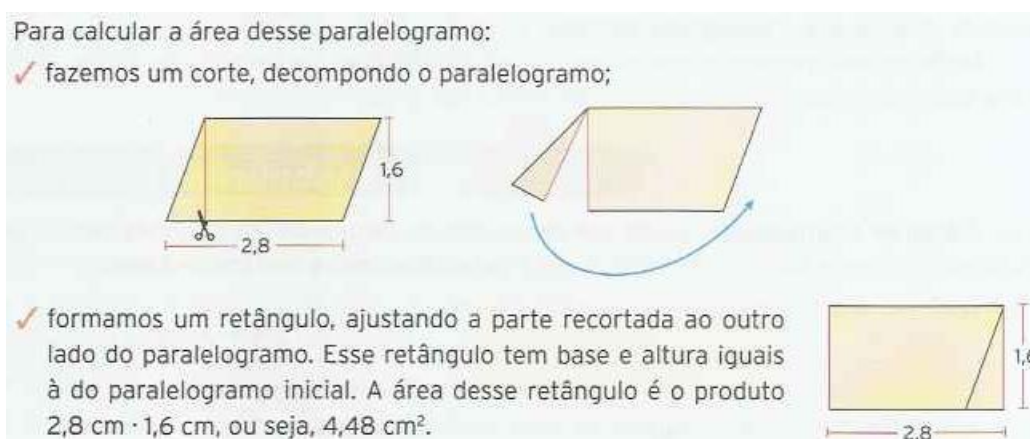
● Qual é a área desse paralelogramo? 4,48 cm<sup>2</sup>



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.273)

É notório o subjetivo do livro não apresentar a atividade sem dar uma ideia de como se calcula a medida de área de um paralelogramo, sem fórmula, semelhança com outra figura ou orientação ao aluno. Subsequente a está atividade, o livro mostra algumas ilustrações conforme segue na figura 24:

Figura 24. Situação apresentada no livro



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.273)

Percebe-se que o livro explica que o paralelogramo tem sua semelhança com o retângulo, é preciso apenas fazer um recorte de um setor e preenche-lo no outro lado da figura, fazendo com que o paralelogramo tenha a forma de um retângulo, dando a ideia de que o cálculo de sua medida de área seja semelhante a do retângulo. Porém, o livro não utilizou nenhum uso de fórmula em sua ilustração, citou que para calcular a área do paralelogramo, depois de deixá-lo na forma de um retângulo é calculado pela multiplicação de sua medida de base pela sua medida de altura, fazendo a mesma analogia de multiplicação de um número seguido de sua unidade de medida, no caso os cm.

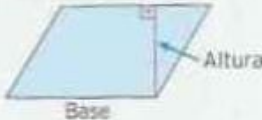
Figura 25. Situação apresentada no livro

Como o retângulo foi construído a partir do paralelogramo, sem perda nem ganho de área, a área do paralelogramo também mede  $4,48 \text{ cm}^2$ .

Multiplicando a medida de uma base do paralelogramo pela medida da altura relativa a essa base, temos:

$$\text{área} = 2,8 \text{ cm} \cdot 1,6 \text{ cm} = 4,48 \text{ cm}^2$$

A **área de um paralelogramo** é o produto da medida de uma base pela medida da altura relativa a ela, ou, de forma simplificada:

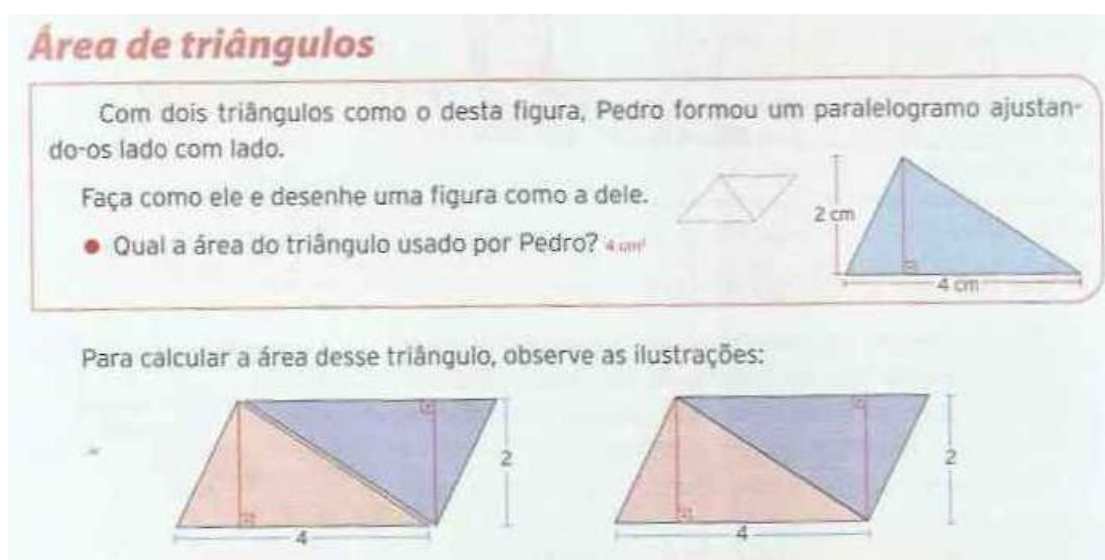
$$\text{área do paralelogramo} = \text{base} \times \text{altura}$$


Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.274)

A figura 25 mostra com os mesmos padrões apresentados anteriormente, fazendo uma multiplicação de palavras base e altura para representar o cálculo da medida da área do paralelogramo.

Após o paralelogramo, o livro indica as ilustrações do cálculo da medida de área do triângulo que está contido na figura 26, sempre trabalhando duas figuras geométricas de cada vez, intercalando exercícios entre elas.

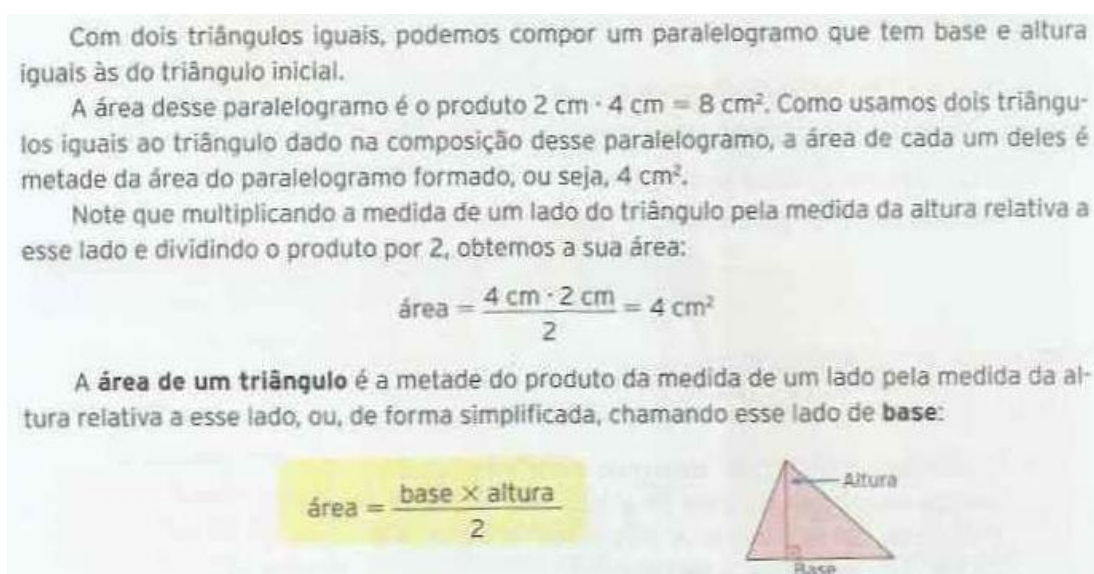
Figura 26. Situação apresentada no livro



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.274)

Para ilustrar a ideia da medida de área do triângulo, é mostrado na figura 26 que o triângulo ocupa a metade do espaço de um paralelogramo de medidas iguais, trazendo a informação de que a medida da área do triângulo equivale a metade da medida de área de um paralelogramo com medidas dos lados e altura iguais.

Figura 27. Situação apresentada no livro

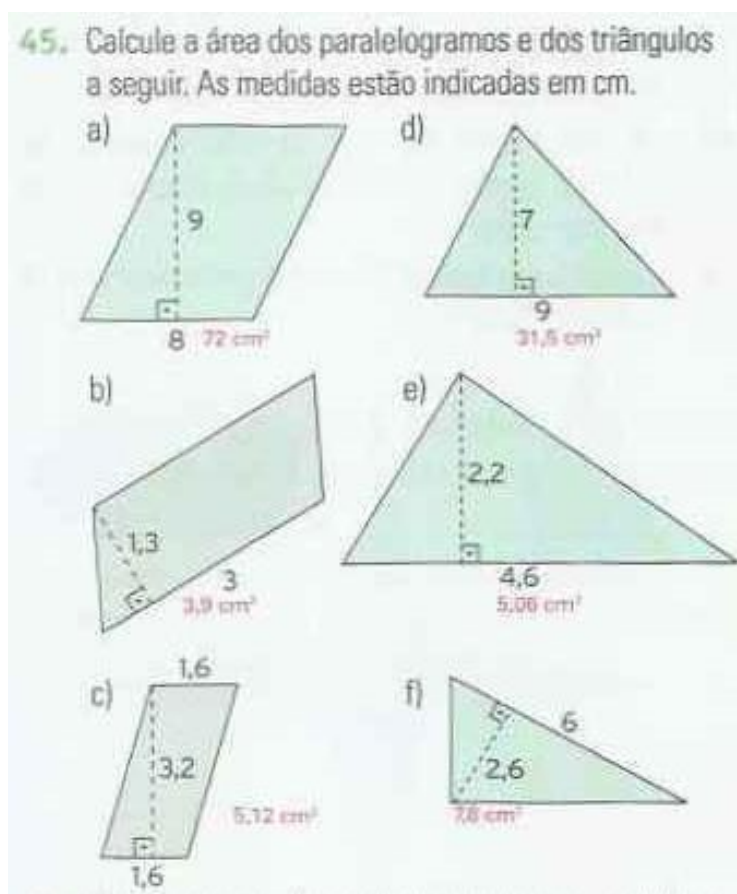


Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.274)

Como prática do livro, a figura 27 mais uma vez o uso das mesmas características de semelhança encontradas anteriormente, usando multiplicação de palavras e usando as medidas da figura seguido da sigla cm para indicar os centímetros.

Posteriormente, o livro segue com 9 exercícios, dando foco no cálculo da medida de área do paralelogramo e do triângulo:

Figura 28. Exercício 45



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa  $t_{1,3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

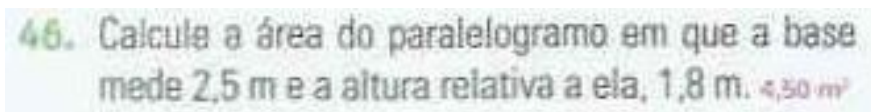
Técnica  $\tau_{1,2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Tarefa  $t_{1,4}$ : calcular a medida de área de um paralelogramo

Técnica  $\tau_{1,3}$ : multiplicar as medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 29. Exercício 46



46. Calcule a área do paralelogramo em que a base mede 2,5 m e a altura relativa a ela, 1,8 m. 4,50 m<sup>2</sup>

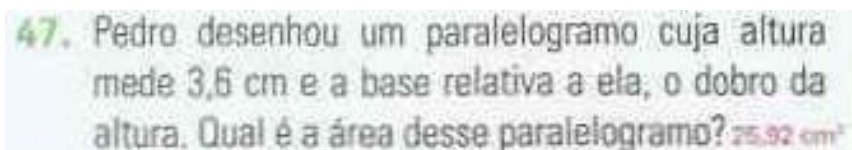
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.4</sub>: calcular a medida de área de um paralelogramo

Técnica τ<sub>1.3</sub>: multiplicar as medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 30. Exercício 47



47. Pedro desenhou um paralelogramo cuja altura mede 3,6 cm e a base relativa a ela, o dobro da altura. Qual é a área desse paralelogramo? 25,92 cm<sup>2</sup>

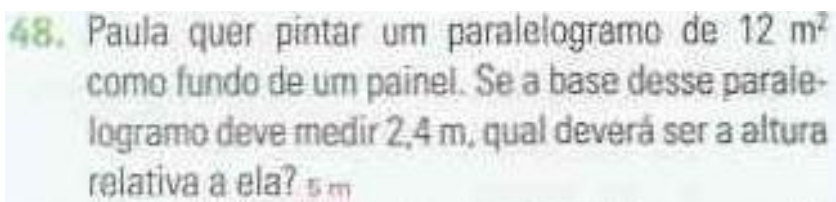
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.4</sub>: calcular a medida de área de um paralelogramo

Técnica τ<sub>1.3</sub>: multiplicar as medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 31. Exercício 48



48. Paula quer pintar um paralelogramo de 12 m<sup>2</sup> como fundo de um painel. Se a base desse paralelogramo deve medir 2,4 m, qual deverá ser a altura relativa a ela? 5 m

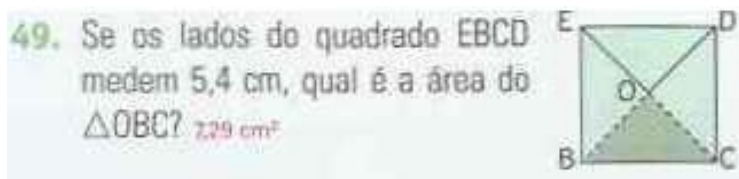
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>2.3</sub>: calcular a medida da altura do paralelogramo

Técnica τ<sub>2.4</sub>: dividir a medida de área pela medida de lado do paralelogramo

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 32. Exercício 49



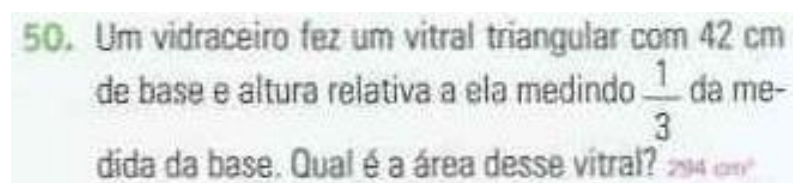
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 33. Exercício 50



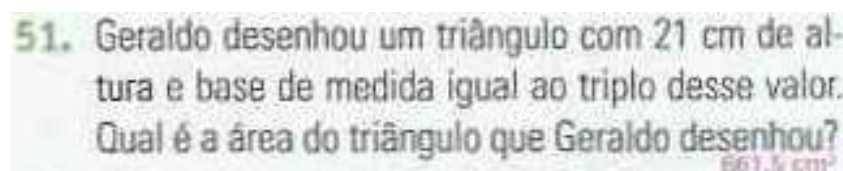
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 34. Exercício 51



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 35. Exercício 52

52. A área de um triângulo é  $30 \text{ cm}^2$ . Se a medida da base de um novo triângulo for o dobro da medida da base do primeiro, e a altura relativa a ela continuar a mesma, qual será a área do novo triângulo?  $60 \text{ cm}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa  $t_{1.3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e equação do  $1^\circ$  grau

Figura 36. Exercício 53

53. Para construir uma caixa fechada, Regina desenhou uma de suas planificações.

Medidas indicadas em cm.

a) Que poliedro Regina construiu? *Paralelepípedo*

b) Quantas faces tem esse poliedro? *6 faces*

c) Que figuras geométricas são as faces desse poliedro? *Retângulos*

d) Aproximadamente, quantos  $\text{cm}^2$  de cartolina Regina usou construindo essa caixa? *392  $\text{cm}^2$*

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

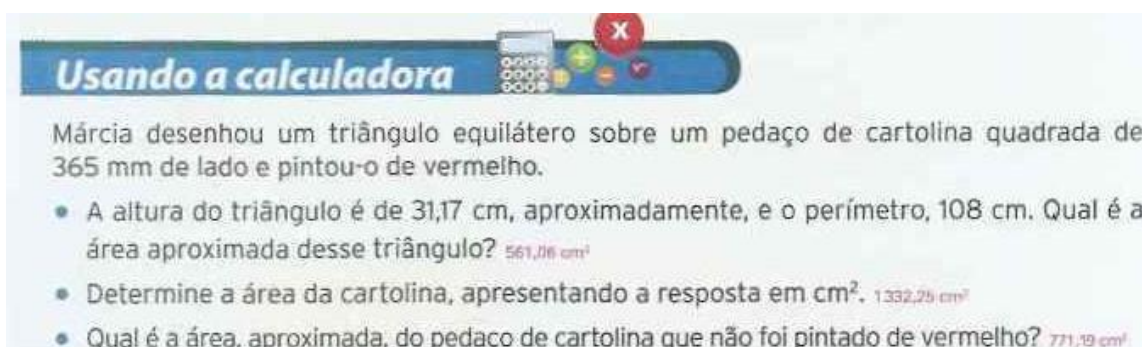
Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

O exercício da figura 26 tratou de paralelogramo ou triângulo como foi visto nos exercícios anteriores, e mais uma vez trouxe a superfície de um sólido em sua forma planificada solicitando o cálculo da medida de sua superfície.

Posteriormente, o livro na figura 37 mais uma vez trouxe uma tarefa que tenha o uso da calculadora:

**Figura 37. Exercício complementar**



**Usando a calculadora**

Márcia desenhou um triângulo equilátero sobre um pedaço de cartolina quadrada de 365 mm de lado e pintou-o de vermelho.

- A altura do triângulo é de 31,17 cm, aproximadamente, e o perímetro, 108 cm. Qual é a área aproximada desse triângulo? 561,06 cm<sup>2</sup>
- Determine a área da cartolina, apresentando a resposta em cm<sup>2</sup>. 1.332,25 cm<sup>2</sup>
- Qual é a área, aproximada, do pedaço de cartolina que não foi pintado de vermelho? 771,19 cm<sup>2</sup>

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.275)

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

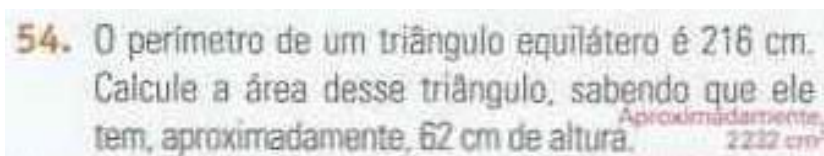
Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Observa-se no exercício da figura 37 que o livro citou uma característica do triângulo, ele ser equilátero, sem mencionar anteriormente do que se trata. Após isso, faz-se necessário o cálculo da medida da altura do triângulo a partir da medida de sua base, que pode ser calculado pelo Teorema de Pitágoras, mas não tem nenhuma

citação deste teorema ou outra técnica que possa ser utilizada para determinar a medida da altura do triângulo. Mesmo com o uso da calculadora para esta tarefa, sua interpretação se torna complicada.

Depois desta atividade, o livro segue com uma série de 6 exercícios com o título “aprender mais”:

**Figura 38. Exercício 54**



54. O perímetro de um triângulo equilátero é 216 cm. Calcule a área desse triângulo, sabendo que ele tem, aproximadamente, 62 cm de altura. Aproximadamente, 2232 cm<sup>2</sup>.

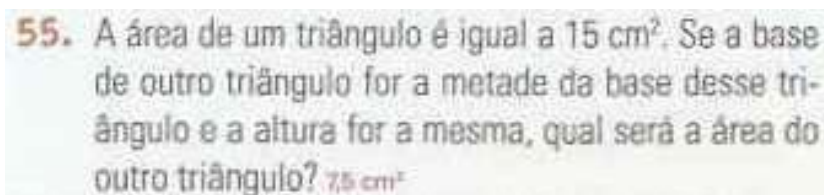
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica τ<sub>1.2</sub>: dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

**Figura 39. Exercício 55**



55. A área de um triângulo é igual a 15 cm<sup>2</sup>. Se a base de outro triângulo for a metade da base desse triângulo e a altura for a mesma, qual será a área do outro triângulo? 7,5 cm<sup>2</sup>.

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

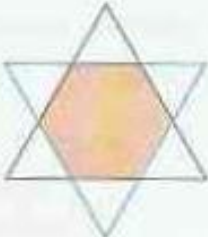
Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica τ<sub>1.2</sub>: dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 40. Exercício 56

**56.** A estrela da figura abaixo foi formada pela sobreposição de dois triângulos equiláteros. Qual é a área da região pintada de laranja?  $18 \text{ cm}^2$



A área da estrela é de  $36 \text{ cm}^2$ .

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

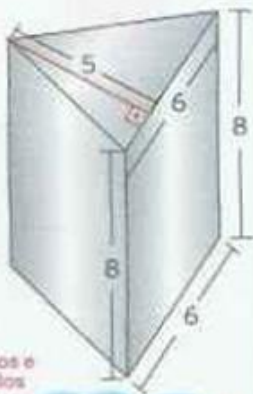
Tarefa  $t_{1.3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.4}$ : dividir pela metade a medida de área da figura

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e composição de figuras

Figura 41. Exercício 57

**57.** Para construir uma embalagem com a forma e as medidas deste poliedro, pode-se recortar algumas figuras geométricas em cartolina e juntar umas às outras usando fita adesiva.



a) Quantas figuras geométricas de cada tipo é necessário recortar?  $2$  triângulos e  $3$  retângulos

b) Que poliedro é esse? Prisma triangular

Medidas indicadas em cm.

c) Qual é a área de cada face? Faces triangulares:  $15 \text{ cm}^2$   
Faces retangulares:  $48 \text{ cm}^2$

d) Calcule a área total desse poliedro.  $114 \text{ cm}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

Tarefa  $t_{1.1}$ : calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa  $t_{1.3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Figura 42. Exercício 58

58. Um bloco retangular tem 50 m de comprimento, 30 m de largura e 2,5 m de altura. Qual a área de sua superfície?  $3400 \text{ m}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

Tarefa  $t_{1.1}$ : calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Figura 43. Exercício 59

59. Estas figuras representam uma pirâmide e uma de suas planificações.

Medidas em cm.

a) De que tipo é essa pirâmide? *Pirâmide de base quadrada*

b) Quantas faces tem essa pirâmide? *5 faces*

c) Quais polígonos são os contornos das faces? *Um quadrado e 4 triângulos*

d) Calcule a área total desse poliedro. *36 cm<sup>2</sup>*

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e concepção parte-todo

Depois deste bloco de exercícios, o livro trouxe na figura 44 uma atividade complementar com o nome “troquem ideias e resolvam”, uma atividade que trata de triângulos:

Figura 44. Exercício complementar

Troquem ideias e resolvam

Na figura a seguir,  $m$  e  $n$  são retas paralelas, e os lados  $\overline{BC}$ ,  $\overline{NP}$ ,  $\overline{FG}$ ,  $\overline{ST}$  e  $\overline{XY}$  têm a mesma medida.

Se o triângulo ABC tem  $40,8 \text{ cm}^2$  de área, qual é a área de cada um dos outros triângulos? Justifiquem suas respostas.

40,8 cm²; todos têm bases e alturas de medidas iguais.

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.276)

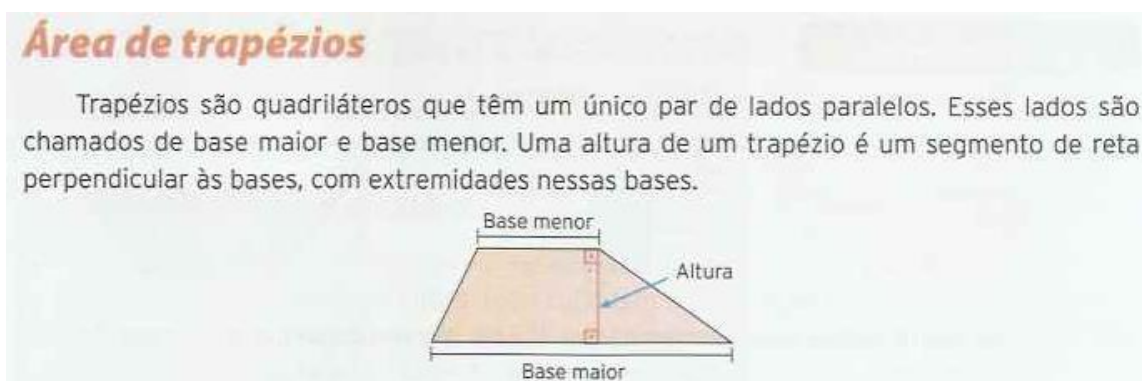
Tarefa t<sub>1.3</sub>: calcular a medida de área de um triângulo

Técnica  $\tau_{1.4}$ : comparar as propriedades das figuras apresentadas

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Depois deste exercício, o livro tratou de sua última figura geométrica deste capítulo, o trapézio. Como já era esperado, suas ilustrações e fórmulas seguiram o mesmo padrão apresentado anteriormente:

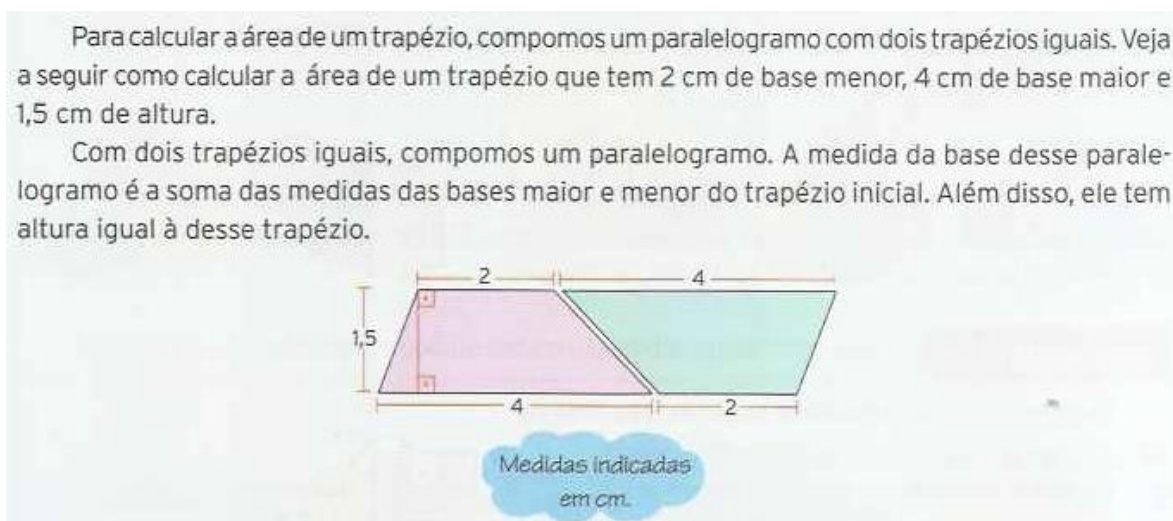
Figura 45. Situação apresentada no livro



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.277)

Pode-se observar na figura 45 que se iniciou citando as propriedades básicas do trapézio. Após esse feito, a figura 46 continuou com a comparação entre outra figura geométrica já vista:

Figura 46. Situação apresentada no livro



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.277)

Nesta parte, o trapézio foi composto de forma a se tornar um paralelogramo, logo, usou-se da fórmula para o cálculo da medida de área do paralelogramo para adaptar ao cálculo da medida de área do trapézio:

**Figura 47. Situação apresentada no livro**

A área do paralelogramo formado é  $6 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$ .

Como usamos dois trapézios iguais na composição desse paralelogramo, a área do trapézio é a metade da área desse paralelogramo construído, ou seja,  $4,5 \text{ cm}^2$ .

A área do trapézio é:  $(9 : 2) \text{ cm}^2 = 4,5 \text{ cm}^2$ .

Essa área pode ser obtida pela multiplicação da soma das medidas das bases pela medida da altura e dividindo o produto por 2.

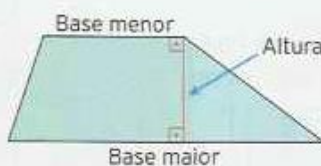
$$\text{área} = \frac{(4 + 2) \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm}}{2} = \frac{6 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm}}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.277)

Partindo da composição do paralelogramo foi feito por dois trapézios com mesma medida na figura 46, seguiu-se a divisão pela metade do valor encontrado na figura 47. Observando mais uma vez que colocou as letras cm entre as multiplicações para simbolizar a medida em centímetros.

**Figura 48. Situação apresentada no livro**

A **área de um trapézio** é igual à metade da soma da medida da base maior com a medida da base menor, multiplicada pela medida da altura. Ou, de forma simplificada:



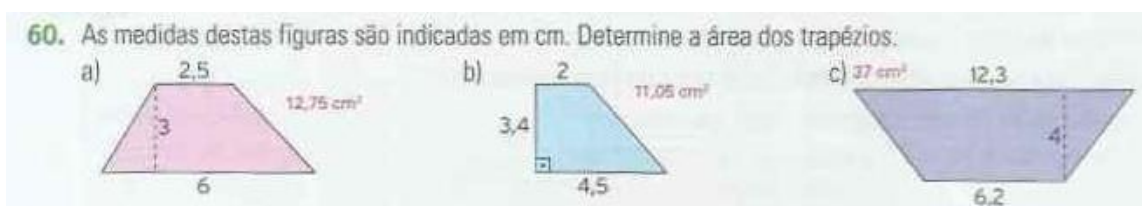
$$\text{área do trapézio} = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor})}{2} \times \text{altura}$$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.277)

Nesta parte, depois do exemplo mostrado pelo livro na figura 47, foi realizado a fórmula geral para o cálculo da medida de área do trapézio na figura 48. Vale a pena citar mais uma vez que a fórmula usou uma multiplicação e adição de palavras para simbolizar os valores de medidas do trapézio, e, ainda, usou a letra “x” para indicar a multiplicação, sendo que no exemplo anterior usou a multiplicação dos valores pelo ponto “.”, deixando a ideia de multiplicação de duas maneiras diferentes.

A última página deste capítulo foi dividida em duas partes de exercícios: uma apenas de trapézios e outra com uma variedade das figuras já citadas no livro. São eles:

Figura 49. Exercício 60



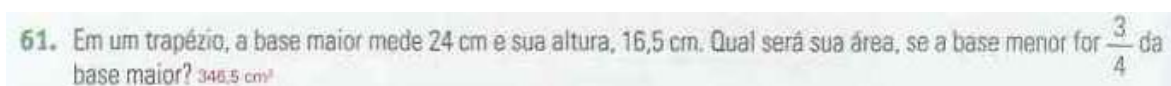
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $t_{1.5}$ : calcular a medida de área de um trapézio

Técnica  $\tau_{1.5}$ : multiplicar a média aritmética das bases pela altura do trapézio

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 50. Exercício 61



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $t_{1.5}$ : calcular a medida de área de um trapézio

Técnica  $\tau_{1.5}$ : multiplicar a média aritmética das bases pela altura do trapézio

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 51. Exercício 62



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $t_{1.5}$ : calcular a medida de área de um trapézio

Técnica  $\tau_{1.5}$ : multiplicar a média aritmética das bases pela altura do trapézio

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Figura 52. Exercício 63

63. Calcule a área de um trapézio sabendo que sua base menor mede 10,8 cm, sua base maior, 17,2 cm, e sua altura é a metade da soma das medidas das duas bases.  $196 \text{ cm}^2$

Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

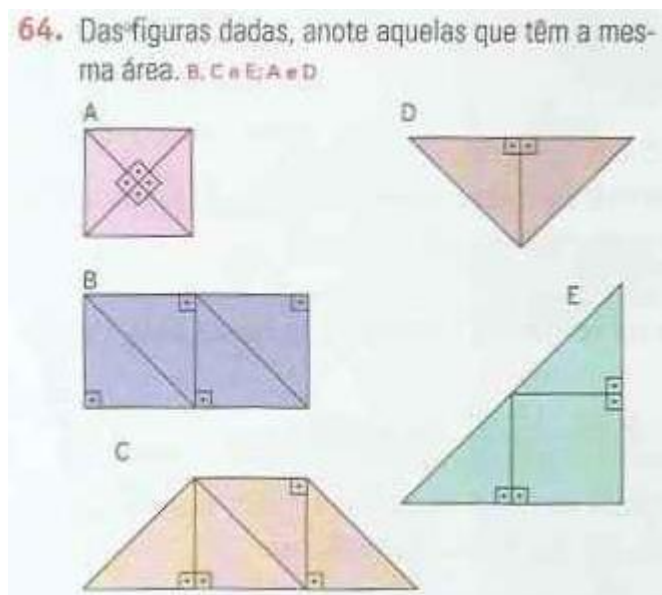
Tarefa  $t_{1.5}$ : calcular a medida de área de um trapézio

Técnica  $\tau_{1.5}$ : multiplicar a média aritmética das bases pela altura do trapézio

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas

Observa-se que os exercícios que tratam do trapézio são parecidos e não envolvem nenhuma situação problema. Os próximos exercícios apresentados são do bloco “aprender +” que consta no livro. Estes exercícios envolvem todas as figuras mostradas neste capítulo:

Figura 53. Exercício 64



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

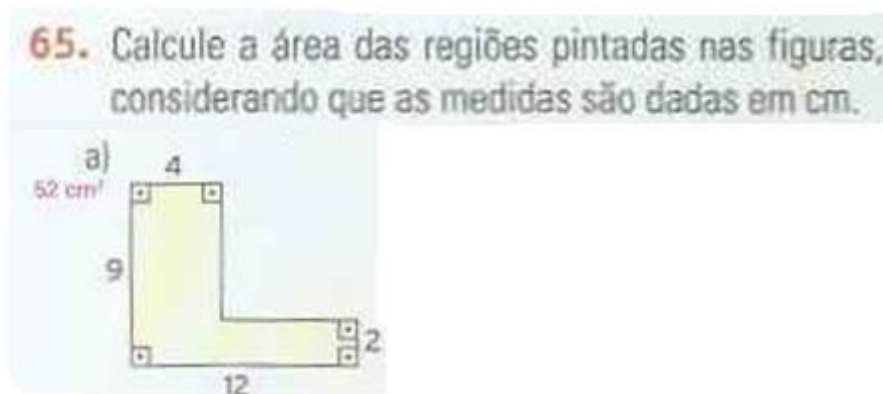
T<sub>3</sub> Tipo de tarefa 3: comparar figuras

Tarefa  $t_{3.1}$ : determinar quais figuras tem a mesma medida de área

Técnica  $\tau_{3.1}$ : verificar a semelhança entre as características das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e composição e decomposição de figuras

Figura 54. Exercício 65 a



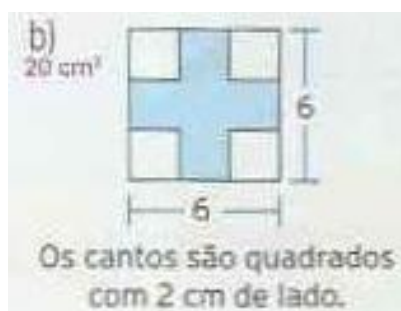
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $t_{1.1}$ : calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 55. Exercício 65 b



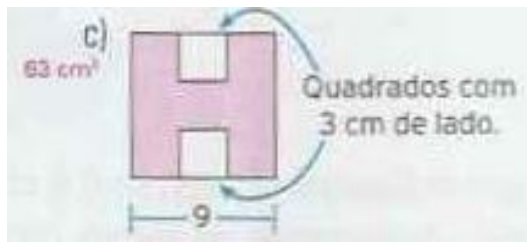
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $t_{1.2}$ : calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 56. Exercício 65 c



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa t<sub>1.2</sub>: calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 57. Exercício 65 d



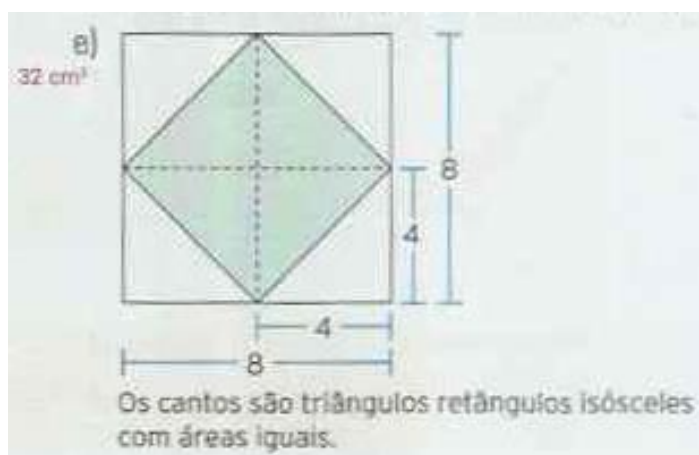
Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa t<sub>1.1</sub>: calcular a medida de área de um retângulo

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Figura 58. Exercício 65 e



Fonte: IRACEMA E DULCE (2012, p.278)

Tarefa  $\tau_{1.2}$ : calcular a medida de área de um quadrado

Técnica  $\tau_{1.1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Bloco tecnológico-teórico: conceito e propriedades de figuras geométricas planas e decomposição de figuras

Contudo, as análises das atividades contidas no livro em relação ao conceito e desenvolvimento da medida de área de figuras planas seguiu-se com o uso da TAD, na próxima parte da pesquisa, está a análise do conjunto de atividades apresentadas e apuradas no Livro Didático.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo neste trabalho foi analisar como o livro didático escolhido aborda o conceito de área de figuras planas sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard. Para isso, foi realizado um estudo de quais trabalhos haviam realizados no conceito de área, assim como a dissociação a grandeza área e sua medida. Além disso, foi feito um estudo de documentos importantes para o tema, como os PCN, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, concluindo que o conteúdo apresentado não foi suficiente para que se cumpra o papel no Currículo. A análise do PNLD do livro didático escolhido, onde foi constatado que o livro respeita o que foi exigido pelo PCN e pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo no que diz respeito ao conteúdo de geometria abordado, além de ser aprovado pelo PNLD 2014 sobre a organização didática do livro, porém, vale ressaltar que os capítulos referentes ao tema ainda continuam no final do livro, com o risco de não serem discutidos e trabalhados no 6º ano. A distribuição de páginas para o assunto ser de pouca quantidade, deixando alguns assuntos pouco trabalhados e com uma variação de situações problema pouco criativas, sem fazer o uso de softwares, oficinas ou atividades lúdicas com o intuito de ajudar no conhecimento do aluno do tema estudado.

Outro ponto que vale destaque, é o tratamento dado no livro a respeito das medidas e unidades de medida, deixando de lado a questão da grandeza trabalhada, explicada e usada em seus textos que são de explicação e exercícios práticos, sendo a maioria dos exercícios voltado a medida, constatado pela maioria das atividades serem do tipo “calcule a medida de área das figuras”, o que fez parte de muitas tarefas e técnicas utilizadas e analisadas.

Após a abordagem da revisão bibliográfica e documentos citados, fundamentamos nossa teoria de análise e delimitamos o problema da pesquisa, seguido de nossa metodologia e procedimentos de análise. No terceiro capítulo realizamos a Organização Matemática no livro didático, verificando quais tarefas, técnicas, teorias e tecnologias foram usadas no desenvolvimento do conceito, e identificamos as tarefas, técnicas e o bloco teórico-tecnológico utilizado no decorrer do capítulo.

## **Tipos de tarefas**

O livro didático escolhido, em seu capítulo que trata do cálculo da medida de área de figuras planas apresentou um conjunto de 3 tarefas sob a ótica da TAD, onde definimos por Tipos de tarefa  $T_i$ ;  $1 \leq i \leq 3$ :

$T_1$  Tipo de tarefa 1: calcular a medida de área de figuras

$T_2$  Tipo de tarefa 2: calcular a medida do lado de figuras

$T_3$  Tipo de tarefa 3: comparar figuras

## **Tarefas**

Dos tipos de tarefas utilizados, subdividimos em 9 tarefas do tipo  $T_{i,j}$  onde  $i$  indica o tipo de tarefa e  $j$  indica a sub tarefa solicitada:

Tarefa  $t_{1,1}$ : calcular a medida de área de um retângulo

Tarefa  $t_{1,2}$ : calcular a medida de área de um quadrado

Tarefa  $t_{1,3}$ : calcular a medida de área de um triângulo

Tarefa  $t_{1,4}$ : calcular a medida de área de um paralelogramo

Tarefa  $t_{1,5}$ : calcular a medida de área de um trapézio

Tarefa  $t_{2,1}$ : calcular a medida de lado do retângulo

Tarefa  $t_{2,2}$ : calcular a medida de lado do quadrado

Tarefa  $t_{2,3}$ : calcular a medida da altura do paralelogramo

Tarefa  $t_{3,1}$ : determinar quais figuras tem a mesma medida de área

## **Técnicas associadas aos tipos de tarefas**

As 10 técnicas associadas as tarefas indicam quais procedimentos devem ser feitos para realizar o tipo de tarefa solicitado em cada exercício. As técnicas foram divididas de forma  $\tau_{ij}$  onde  $i$  é relacionado ao tipo de tarefa escolhido e  $j$  é a técnica utilizada para tal tarefa:

Técnica  $\tau_{1,1}$ : multiplicar as medidas dos lados das figuras

Técnica  $\tau_{1,2}$ : dividir pela metade o produto das medidas do lado e da altura das figuras

Técnica  $\tau_{1,3}$ : multiplicar as medidas do lado e da altura das figuras

Técnica  $\tau_{1.4}$ : dividir pela metade a medida de área da figura

Técnica  $\tau_{1.5}$ : multiplicar a média aritmética das bases pela altura do trapézio

Técnica  $\tau_{2.1}$ : dividir a medida de área pela medida de lado do retângulo

Técnica  $\tau_{2.2}$ : extrair a raiz quadrada da medida de área do quadrado

Técnica  $\tau_{2.3}$ : determinar os fatores que tenham como produto a medida de área do retângulo

Técnica  $\tau_{2.4}$ : dividir a medida de área pela medida de lado do paralelogramo

Técnica  $\tau_{3.1}$ : verificar a semelhança entre as características das figuras

### **Bloco teórico-tecnológico**

Os blocos teóricos tecnológicos foram inseridos como um argumento teórico que justifique as tarefas e técnicas utilizadas. Não houve sub divisões deste bloco, apenas foi indicado quais procedimento foram utilizados nas atividades:

- conceito e propriedades de figuras geométricas planas
- múltiplos e divisores
- concepção parte-todo
- mudança de unidade de área
- composição e decomposição de figuras
- equação do 1º grau

### **A organização matemática do livro didático**

O Quadro 1 indica a distribuição dos tipos de tarefa, tarefas e técnicas utilizadas no livro didático. Pode-se observar uma repetição de algumas técnicas relacionadas às tarefas solicitadas.

Podemos observar na tabela 1 que a distribuição de atividade foi mais intensa na nos tipos de tarefa  $t_{1.1}$ ,  $t_{1.2}$  e  $t_{1.3}$ , onde é solicitado a medida de área das do retângulo, quadrado e triângulo, respectivamente. Portanto, apesar de haver distribuição por parte dos exercícios, também houve foco nas figuras geométricas mais básicas, sejam os exercícios solicitando o cálculo da medida de área das figuras citadas ou uma figura mais complexa, onde a decomposição ou a situação seja necessária o cálculo da medida de área destas figuras.

**Quadro 1. Organização Matemática analisada no Livro Didático**

<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Técnica</b>	<b>Quantidade de atividades</b>
Tarefa t <sub>1.1</sub>	Técnica $\tau_{1.1}$	13
Tarefa t <sub>1.2</sub>	Técnica $\tau_{1.1}$	11
Tarefa t <sub>1.3</sub>	Técnica $\tau_{1.2}$	13
	Técnica $\tau_{1.4}$	3
Tarefa t <sub>1.4</sub>	Técnica $\tau_{1.3}$	3
Tarefa t <sub>1.5</sub>	Tarefa t <sub>1.5</sub>	4
Tarefa t <sub>2.1</sub>	Técnica $\tau_{2.1}$	1
	Técnica $\tau_{2.3}$	1
Tarefa t <sub>2.2</sub>	Técnica $\tau_{2.2}$	3
Tarefa t <sub>2.3</sub>	Técnica $\tau_{2.4}$	1
Tarefa t <sub>3.1</sub>	Técnica $\tau_{3.1}$	1

Fonte: própria autoria

Fica evidente na tabela 1 a minoria de certas atividades, onde seu uso foi solicitado em apenas 1 exercícios, mostrando que o livro se preocupou pouco quanto a variedade do tipo de tarefa t<sub>2.1</sub>, t<sub>2.3</sub> e t<sub>3.1</sub>. Portanto, o livro didático enquanto mostra o foco das atividades em certas figuras básicas, poupa atividades em outras tarefas, pela falta de situações decorrentes da tarefa solicitada, pelo foco em outros tipos de atividades ou pelo uso e conhecimento da figura com os alunos.

O bloco teórico tecnológico foi utilizado na maior parte das atividades com os conceitos e propriedades de figuras geométricas planas, deixando os outros blocos como complemento a tarefa solicitada, fazendo um conjunto duas teorias em alguns casos, dando pouca ênfase às demais teorias.

Com conhecimento das análises realizadas e da tabela com a distribuição das tarefas, voltamos a questão de pesquisa deste trabalho: **Qual a Organização Matemática o livro didático introduz e desenvolve o conceito de área para alunos do 6° ano?** A Teoria Antropológica do Didático foi uma ferramenta de muita importância e a mais adequada para analisar, pois deu suporte de acordo com suas características, definir qual caminho o livro didático estava mais envolvido, qual foi sua variedade e distribuição com 3 tipos de tarefas, 9 tarefas e 11 técnicas, além das teorias e tecnologias utilizadas que englobam seu uso.

Contudo, retornamos as duas hipóteses criadas nesta pesquisa para verificar suas validades: As explorações de maneira mais ampla do livro didático, junto com as habilidades já compreendidas pelos alunos ajudam na introdução do conceito de área. Com conhecimento dos dados coletados e analisados na pesquisa, pode-se afirmar que o livro fez uma exploração ampla de maneira desequilibrada das figuras geométricas apresentadas, deixando o foco nas figuras mais conhecidas, mas sempre respeitando e utilizando conteúdos exigidos nos documentos analisados, como o PCN e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

A segunda hipótese era: Uma sequência de atividades bem elaborada ajuda a dar subsídios ao aluno no desenvolvimento do seu conhecimento a respeito da medida de área. Podemos afirmar que sim, pois, a partir de uma sequência bem elaborada e distribuída, de maneira que equilibre a quantidade e qualidade das atividades para cada figura geométrica consegue dar subsídios para o desenvolvimento e conhecimento a respeito da medida de área, deixando claro que apenas esse ponto não é solução, apenas mais uma alternativa para ser usada para atingir a meta de uma educação com qualidade em nosso país e deixando em aberto com os dados coletados neste trabalho para novas pesquisas em outros livros didáticos, procurando analisar o melhor possível para que possa dar possibilidade de mostrar a qualidade dos livros didáticos no país e melhorar esta situação com livros mais engajados no aprender do aluno, sendo uma das melhores ferramentas de uso para o professor.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2006.

ARBACH, N. *O ensino de Geometria Plana: o saber do aluno e o saber escolar*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/São Paulo.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia de livros didáticos PNLD 2014: Matemática. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CHEVALLARD, Yves. *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2<sup>o</sup> édition 1991.

CHIUMMO, A. *O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do Ensino Fundamental*. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/São Paulo.

DOUADY, R. et GLORIAN, Marie-Jeanne Perin. *Um processus d'apprentissage Du concept d'aire de surface plan*", Educational Studies in Mathematics 20, Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1989, p.387-424.

FACCO, S. R. *Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem*". 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/São Paulo.

ORDEM, J. Prova e demonstração em Geometria: uma busca da organização Matemática e Didática em Livros Didáticos de 6<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> séries de Moçambique. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/São Paulo.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Ensino de Matemática. São Paulo: 2008.

SILVA, R. S. *Estudo da reta em Geometria Analítica: uma proposta de atividades para o Ensino Médio a partir de conversões de Registros de Representação Semiótica com o uso do software Geogebra*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC/São Paulo.

STANICH, K. A. B. *O processo de ensino e aprendizagem da geometria: representações sociais de professores do 5º ano do Ensino Fundamental* 2013. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia da Educação) – PUC/São Paulo.