PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

CINTIA SHIMOHARA

UM ESTUDO DA ARGUMENTAÇÃO NO SEGUNDO CICLO POR MEIO DA GEOMETRIA

ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2011

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

CINTIA SHIMOHARA

UM ESTUDO DA ARGUMENTAÇÃO NO SEGUNDO CICLO POR MEIO DA GEOMETRIA

Monografia apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ESPECIALISTA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação do Prof Dr. Saddo Ag Almouloud

ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2011

Banca Examinadora

AGRADECIMENTOS

A Deus, que nos concedeu condições de aprendizagem, determinação e coragem, durante toda esta trajetória.

Ao professor Doutor Saddo Ag Almouloud, meu orientador, pela dedicação em suas orientações e sugestões.

A todos os professores do Programa de Especialização em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo pelo aprendizado adquirido durante o curso.

Aos colegas do Curso de Especialização, em especial, Janaína, Nara e Lina, pela amizade e troca de experiências durante todo o percurso deste curso.

À minha família e ao Henrique Kiguti que sempre me incentivaram na área da Educação.

Resumo

Este estudo teve por objetivo compreender a abordagem da argumentação no segundo ciclo por meio do ensino de quadriláteros notáveis. Baseado na Teoria das Situações de Brousseau, foi aplicado uma sequência didática para o 5º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa levanta a seguinte questão: Como estimular a prática da argumentação por meio da geometria? Nossa hipótese supõe que por meio de uma sequência didática, o aluno será capaz de levantar conjecturas e relacionar os objetos em jogos nas situações propostas. Assim, conhecer as propriedades será consequência do conhecimento construído das relações. Uma pós atividade foi aplicada e nos mostrou que grande parte dos alunos conseguiu citar as propriedades após a sequência. Pelo método investigativo, adquiram um melhor domínio das propriedades fundamentais dos quadriláteros.

Palavras-Chave: teoria das situações, geometria, quadriláteros, argumentação

Sumário

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

A PROBLEMÁTICA

O interesse pelas questões relacionadas com argumentação em Geometria advém da disciplina Geometria Plana e Espacial – Fundamentos Teóricos, que cursei no segundo semestre de 2010, na especialização em Educação Matemática na PUC/SP.

No primeiro dia de aula, o professor Saddo Ag Almouloud apresentou slides sobre *Reflexões didáticas sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria* (Almouloud; Mello 2000). Relatou que nas raízes da questão particular do baixo desempenho em Geometria, alguns fatos se destacam:

- grande parte dos professores, que hoje estão em atividades, recebeu uma formação básica precária em Geometria, devido à própria influência que o movimento da Matemática Moderna desempenhou em nossos currículos nas décadas de 60/70;

- cursos de licenciatura ou cursos de formação inicial de professores continuam não dando conta de discutir com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de Geometria;

- basicamente também nos cursos de formação continuada, não tem atingido, igualmente, o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao Ensino de Geometria.

O objetivo deste trabalho é fazer uma reflexão de como uma situação de aprendizagem pode ser propício para possibilitar o levantamento de conjecturas.

Dessa forma, para refletir sobre estes problemas, é preciso entender os obstáculos didáticos, epistemológicos, linguísticos e verificar novas propostas no ensino-aprendizagem de Geometria.

A questão de pesquisa do trabalho é “Como estimular a prática da argumentação ainda no 2^o ciclo, por meio da Geometria?”

A pesquisa teve como procedimento metodológico a coleta e a análise de dados bibliográficos e metodologia qualitativa.

A hipótese desta pesquisa é que no decurso das atividades, o aluno será capaz de levantar conjecturas e relacionar os objetos em jogos nas situações propostas. Assim, conhecer as propriedades será consequência do conhecimento construído das relações.

CAPÍTULO I : REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica tem por objetivo situar nosso trabalho e ampliar a visão da problemática sobre ensino e aprendizagem do assunto.

1.1 A Argumentação nos PCN

Os PCN (1998) destacam que, na comunidade científica, a demonstração formal tem sido a única forma aceita de validação de resultados e, nesse sentido, a Matemática não pode ser considerada uma ciência empírica, mas os contextos materiais podem ser fontes de conjecturas matemáticas e, por isso, o conhecimento matemático se torna flexível, tanto nos conceitos quanto em suas formas de representação, também interagindo com outros campos científicos.

O documento faz uma contextualização, lembrando que a Matemática dos dias atuais, que teve origem na civilização grega, entre aproximadamente 700 a.C e 300 d.C, deriva de sistemas formais estruturados com premissas e regras de raciocínio, alcançando a maturidade com a Teoria dos Conjuntos e a Lógica Matemática no século XIX.

Podemos observar, também, que além do desenvolvimento do raciocínio lógico, desde sua origem até os dias atuais, essa dedução lógica tem sido preservada no acervo matemático, seja nos livros, periódicos, ou mesmo no ambiente escolar. De fato, a indução quanto à dedução tem fundamental importância na criação do conhecimento matemático. Ambas são utilizadas no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, formular e testar hipóteses, generalizar, inferir, conjecturar, verificar regularidades e teorias. Porém, o processo indutivo é pouco destacado no ensino matemático.

O exercício da cidadania, ponto presente nesse documento, não somente no tocante à área de Matemática, também exige um raciocínio dedutivo, ou, como afirma o próprio texto (grifos nossos): “(...) para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, <u>raciocinar, argumentar</u>, tratar informações estatisticamente etc. “(PCN, 1998, p.27). De igual forma, nos temas transversais e nas questões problema, sempre estão presentes as indicações de desenvolvimento da argumentação, estruturação do pensamento, agilização do raciocínio.

O professor também exerce um papel importante nessa visão dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), pois deve estimular o aluno a exercer seu conhecimento em diferentes situações, permitindo que esse conhecimento possa construir-se pleno – e essa construção somente ocorrerá se o ambiente for propício à generalização. “Mesmo no ensino fundamental, espera-se que o conhecimento aprendido não fique indissoluvelmente vinculado a um contexto concreto e único, mas que possa ser generalizado, transferido a outros contextos.” (PCN, 1998, p.36).

Da mesma forma, como estimulador do aprendizado, o professor deve incentivar a cooperação e a interação entre os alunos, o que permite uma aprendizagem significativa e, como apontam os próprios PCN (1998), “(...) principalmente por pressupor a necessidade de formulação de argumentos (dizendo, escrevendo, expressando) e de validá-los (questionando, verificando, convencendo)” (Ibid, p.38).

Assim, os princípios norteadores da Matemática, constantes nos PCN (1998) e aqui apresentados, trazem elementos importantes para o desenvolvimento da demonstração, a começar pelo ponto de partida ser a resolução de problemas; adicionada à perspectiva de que a atividade matemática é um processo de construção contínua, que envolve a capacidade de inter-relação, comunicação, análise, dedução, argumentação, validação de processos. Veremos, adiante, o que sugerem os PCN (1998) especificamente com relação aos terceiro e quarto ciclos, séries posteriores ao 5ºano, que será objeto deste estudo sobre argumentação.

Logo, são apresentadas as orientações didáticas para o terceiro ciclo:

> É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos.

> O estímulo à capacidade de ouvir, discutir, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo, é o caminho que vai possibilitar a ampliação da capacidade para abstrair elementos comuns a várias situações, para fazer conjecturas, generalizações e deduções simples como também para o aprimoramento das representações, ao mesmo tempo que permitirá aos alunos irem se conscientizando da importância de comunicar suas ideias com concisão. (PCN, 1998, p.63)

Dentre os objetivos específicos para o terceiro ciclo, encontramos a preocupação para que o aluno desenvolva o raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico, por meio de situações de aprendizagem que envolvam a coleta, organização e análise das informações, interpretação de tabelas e gráficos, formulação de argumentos convincentes, tomando como base a análise de dados organizados em diversas representações matemáticas. É esperado, também, que o aluno consiga estabelecer relações entre figuras espaciais e representações planas, sendo capaz de construir e interpretar essas representações; bem como reconhecer que representações algébricas possibilitam que se generalize sobre propriedades; vários pré-requisitos importantes para o desenvolvimento, no quarto ciclo, da demonstração.

Este documento ressalta que no terceiro ciclo é importante que se desenvolva a capacidade de o aluno buscar soluções, reconhecendo a necessidade de argumentar de forma plausível. Apontam, então, como desejável que o professor trabalhe para desenvolver a argumentação, com o intuito de que os alunos tenham sempre a atitude de tentar justificar a resposta, não se satisfazendo apenas com a produção de respostas ou afirmações. Essa atitude permitirá que se avance no quarto ciclo para que os alunos possam reconhecer a importância que a demonstração possui na Matemática e possam, também, compreender as provas de alguns teoremas.

> A argumentação está fortemente vinculada à capacidade de justificar uma afirmação e, para tanto, é importante produzir alguma explicação, bem como justificá-la.
>
> Assim, um argumento será aceito se for pertinente, ou seja, se ele estiver sustentado por conteúdos matemáticos e se for possível responder aos contra-argumentos ou réplicas que lhe forem impostos.

> Uma argumentação não é, contudo, uma demonstração. A argumentação é mais caracterizada por sua pertinência e visa ao plausível, enquanto a demonstração tem por objetivo a prova dentro de um referencial assumido. Assim, a argumentação está mais próxima das práticas discursivas espontâneas e é regida mais pelas leis de coerência da língua materna do que pelas leis da lógica formal que, por sua vez, sustenta a demonstração. Se por um lado a prática da argumentação tem como contexto natural o plano das discussões, na qual se podem defender diferentes pontos de vista, por outra ela também pode ser um caminho que conduz à demonstração. (PCN, 1998, p.70)

A partir disso, podemos estimular o raciocínio dedutivo dos alunos desde o 2ºciclo, através da Geometria, bem como a realização de análise das figuras pelas observações, manuseios e construções que possibilitem conjecturar e identificar propriedades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) alertam que, ainda que os conteúdos geométricos tenham amplas possibilidades para se explorar os raciocínios dedutivos, deve-se explorar essa capacidade em outros conteúdos. Deve-se reforçar, além disso, a construção de argumentos que sejam plausíveis, lembrando que a prática da argumentação é fundamental para que se compreenda a demonstração.

1.2 Gilson Bispo de Jesus

Jesus (2008) desenvolveu um estudo visando ao resgate do trabalho de geometria no Ensino Fundamental, com ênfase na formação do professor para que se possa trabalhar a demonstração. Sua proposta foi, com base em pesquisa-ação, identificar se uma sequência de ensino com foco em construções geométricas pode contribuir para desenvolver os conhecimentos sobre demonstração em geometria na formação continuada de professores. Sua fundamentação teórica foi baseada, principalmente, em Duval e Brousseau, respectivamente sobre Registros de Representação Semiótica e Teoria das Situações Didáticas.

Assim como Duval, o autor entende que o ponto de partida para que se possa fazer uma demonstração com êxito está na compreensão do que se deseja demonstrar; desse modo, o pesquisador reforça a importância de se solicitar, no mínimo, dois registros de representação (ex: representação natural e simbólica), senão três e explorar, com os professores, a compreensão de que cada diferente representação pode oferecer vantagens que devem ser identificadas, comparando-se esses diferentes registros um com o outro.

A demonstração é trabalhada na pesquisa de Jesus (2008) contemplando os aspectos de “por que” e “para quê” demonstrar, considerando-se, aqui, as propostas de De Villers (2001; 2002). Na questão da formação dos professores, o autor utiliza os princípios de Dreyfus e Hadas (1994) sobre compreensão de teoremas e demonstração e reforça a proposição de Pietropaolo (2005) sobre a importância de aprofundar mais a formação dos professores e utilizar a demonstração (prova rigorosa) de forma mais contundente.

Foram onze professores os participantes da pesquisa-ação, divididos em dois grupos distintos. Todos apresentavam familiaridade com o projeto e com o tema estudado – demonstração e executaram uma sucessão de doze atividades diferentes, que os permitissem construírem a definição de mediatriz de um segmento, bem como a demonstração de suas propriedades. Essa construção da mediatriz foi feita com base em Rogalski (1995 apud ALMOULOUD, 2007).

Como apontado anteriormente, usando a categorização de De Villers (2001; 2002), o pesquisador identificou que os professores do estudo procuraram entender o porquê de cada resposta e/ou construção executada, classificando-se, nesse caso, na função de explicação – a qual fornece explicações quanto ao fato de a demonstração ser verdadeira.

Vale destacar que a demonstração é vista, para Jesus (2008), como uma parte fundamental na formação do docente e ela foi vista, no trabalho, como uma noção paramatemática, no dizer de Chevallard (2005), possibilitando, assim, ao pesquisador, usar a demonstração como um elemento transversal em todas as atividades realizadas. “A experiência na formação nos fez constatar que a demonstração pode sim permear de maneira natural, o processo de construção dos conceitos matemáticos.” (Jesus, 2008, p.197).

Segundo Healy e Hoyles (2000 apud JESUS, 2008) também apresentam preocupação com a função da demonstração, ao destacarem as funções de verificação da validade de uma evidência, explicação, comunicação e descoberta, nas respostas dadas pelos alunos em uma pesquisa realizada na Inglaterra envolvendo muitos sujeitos. As autoras destacam, ainda, que as provas são acessíveis aos alunos e podem ser um ponto de partida para o trabalho com argumentação.

Para o autor, a Teoria das Situações Didáticas permitiu aos professores agir, formular e também validar nessa construção de conceitos relacionados à Geometria plana e, embora o estudo não tenha focado na construção de vários conceitos matemáticos, o pesquisador entende que houve um melhor entendimento dos professores com relação ao que é uma definição e uma propriedade em matemática, sobre o que é um teorema recíproco e houve a possibilidade de se descobrir propriedades geométricas chaves para resolver situações-problema. Por tudo isto, Jesus (2008) conclui que a sequência de atividades elaboradas e aplicadas contribui para o desenvolvimento dos docentes com relação ao conhecimento de demonstração em Geometria, respondendo portanto, afirmativamente à questão de pesquisa formulada.

Esses estudos, então, nos mostram como é importante ter uma compreensão da demonstração e uma formação que valorize o desenvolvimento do professor, tanto com relação ao conteúdo, quanto com relação à didática, para que se possa desenvolver, de forma mais sólida, o raciocínio dedutivo dos estudantes e o gosto pela demonstração, que passa a ter significado e aplicação para quem com ela trava contato.

1.3 Lieth Maria Maziero

O passo inicial desta pesquisa foi a realização de levantamento bibliográfico das pesquisas realizadas sobre o tema Geometria, no Programa de Educação Matemática da PUC/SP. Desse levantamento três trabalhos foram escolhidos como norteadores desta pesquisa: Maioli (2002), Araújo (2007) e Jesus (2008) por se aproximarem mais do enfoque escolhido.

Os procedimentos metodológicos que conduziram esta investigação são aqueles adequados à metodologia da pesquisa-ação, no âmbito das pesquisas de formação de professores, e teve como proposta a elaboração de uma sequência didática envolvendo construções geométricas com régua e compasso de quadriláteros. O trabalho objetivou responder à seguinte questão de pesquisa: A utilização de construções geométricas com régua e compasso favorece o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores em Geometria? Os sujeitos de pesquisa são professores de Matemática do Ensino Básico.

Maziero (2010) afirma que as construções Geométricas do retângulo com régua e compasso deveriam ser acompanhadas de justificativas apoiando-se nas diferentes propriedades de um retângulo. Mas de modo geral, as construções nem sempre foram acompanhadas de justificativas. A quase ausência de justificativas demonstra as dificuldades com a argumentação e a demonstração, assim como com a linguagem natural. (grifo nosso)

A elaboração das atividades se fundamentou nas teorias de Duval (2003), sobre os registros de representação semiótica, de Brousseau (1986), sobre a Teoria das Situações Didáticas. O estudo de Imbernón (2010) nos referencia sobre a formação de professores, um dos aspectos pretendidos.

O conjunto dessas atividades, devidamente analisado, vai se constituir o pretendido produto resultante de uma pesquisa do Mestrado Profissional, que é uma sequência de atividades para uso de professores do Ensino Básico.

1.4 Jacinto Ordem

Este estudo teve por objetivo compreender a abordagem da prova e da demonstração de propriedades de triângulos presentes em livros didáticos da 6ª a 8ª séries de Moçambique. As propriedades, objeto de estudo, são a soma dos ângulos internos, a relação entre um ângulo externo e os internos não adjacentes, bem como a relação de congruência entre triângulos. Desse modo, o estudo pretendeu responder à seguinte questão: Como os livros didáticos em uso nas escolas (de Moçambique) apresentam a organização matemática e didática do objeto triângulo, com enfoque na prova e demonstração?

O estudo fundamentou-se nos trabalhos de Nicolas Balacheff sobre os processos de validação de provas, Raymound Duval sobre os registros de representações semióticas e Yves Chevallard sobre a organização praxeológica.

Com relação à argumentação, Pedemonte (2007 apud ORDEM, 2010) mostra que uma prova é mais acessível para os alunos se uma atividade de argumentação for desenvolvida previamente para produção de uma conjectura. Segundo a autora, esta argumentação pode ser utilizada pelos alunos na construção de uma demonstração, mediante uma organização feita baseada na lógica argumentativa previamente produzida.

A pesquisa teve como procedimento metodológico a coleta e a análise de dados bibliográficos. Os resultados do estudo mostraram que nos livros didáticos predominam provas pragmáticas. Os autores privilegiam os registros figurais e discursivos em língua natural e simbólica e apresentam em tais livros tarefas claras com o discurso tecnológico-teórico disponível. Mas os resultados do estudo mostraram que as conversões não são devidamente exploradas no estudo dos triângulos e a reconfiguração não é aproveitada para produzir argumentos que poderiam fundamentar provas intelectuais.

1.5 Contribuições e importância da revisão bibliográfica para nossa pesquisa

As pesquisas a respeito do ensino e aprendizagem da argumentação na educação nos mostram como é importante ter uma compreensão da argumentação e da demonstração. Uma formação que valorize o desenvolvimento do professor, tanto com relação ao conteúdo, quanto com relação à didática, para que se possa desenvolver, de forma mais sólida, o raciocínio dedutivo dos alunos e o gosto pela demonstração, que passa a ter significado e aplicação para quem com ela trava contato.

A pesquisa de Jesus (2007), por exemplo, nos trouxe informações sobre as análises a priori e posteriori das atividades; no curso de formação, os professores vivenciaram as fases de ação e formulação propostas pela Teoria das Situações Didáticas, destacando que alguns avançaram para uma validação, mesmo que de forma localizada.

A pesquisa de Maziero (2011) afirma que as construções Geométricas deveriam ser acompanhadas de justificativas apoiando-se nas propriedades, porém, nem sempre as construções foram acompanhadas de justificativas. A quase ausência de justificativas demonstra as dificuldades com a argumentação e a demonstração, assim como com a linguagem natural.

A pesquisa de Ordem (2010) traz contribuições valiosas sobre análise de conteúdos das coleções analisadas e de clareza nas reflexões sobre argumentação, prova e demonstração. Segundo pesquisadores como Pedemonte (2007 apud ORDEM, 2010); Antonini e Mariotti (2009 apud ORDEM, 2010); Douek (2009 apud ORDEM, 2010), entre outros, defendem que a exploração da relação entre argumentação e demonstração é de extrema importância para o desenvolvimento da proficiência dos alunos em atividades de demonstração, desde que sejam preparados inicialmente a produzir conjecturas e avançar com algumas justificativas.

CAPÍTULO II: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Ao fazer um estudo da Teoria das Situações de Guy Brousseau, percebemos alguns fatos importantes a ser considerados para construir uma situação-problema sobre o nosso tema.

Para Brousseau (1975),

> um processo de aprendizagem pode ser caracterizado de modo geral (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos de alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos (Apud ALMOULOUD, 2007, p.31)

Assim, podemos afirmar que a teoria das situações tem como objetivo gerar situações que proporcionem ao aluno uma aprendizagem significativa, que será percebida pelas modificações no seu comportamento ao adquirir novos conhecimentos.

Para BROUSSEAU (1986), a teoria das situações apoia-se em três hipóteses:

> 1) O aluno aprende adaptando-se ao meio, através de contradições e desequilíbrios. Suas novas respostas comprovam a aprendizagem.
> 2) O meio deve ter intenções didáticas para permitir aquisição de conhecimento. Assim, o professor fica responsável em desenvolver situações que provoquem aprendizagens significativas.
> 3) O meio e as situações devem engajar os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino aprendizagem (Apud ALMOULOUD, 2007, p.32-33).

Nesta teoria, temos duas situações: a didática e a adidática. A situação didática é definida como

> um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre aluno ou um grupo de alunos, um certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (BROUSSEAU, 1978, apud ALMOULOUD, 2007, p.33)

A situação adidática é uma parte da situação didática, em que a intenção de ensinar não é revelada ao aluno. Porém, o professor cria esta situação, com o objetivo de que o aluno construa um novo saber, o objeto de estudo desejado pelo professor.

Na situação adidática, o aluno tem ação, reflexão, formulação, validação e socialização: ele aprende por necessidade própria. O professor é um mediador e faz a devolução, ou seja, passa a responsabilidade da aprendizagem ao aluno.

Nesta fase, o estudante deve vivenciar algumas situações para atingir realmente o saber. Dada a situação problema com algumas condições ou regras fundamentais, o aluno irá vivenciar momentos de ação, formulação, validação e de institucionalização.

Situações de ação

São situações estruturadas pelo professor de forma que o aprendiz tenha condições de agir buscando a solução do problema. Na busca desta solução, ele realiza ações mais imediatas, que produzem conhecimentos de natureza mais operacional. Nestas situações, há o predomínio do aspecto experimental do conhecimento. O aprendiz vai escolhendo, ou desenvolvimento, estratégias para solução sem a preocupação com explicitação de argumentos de natureza teórica que justifiquem a validade de sua resposta.

Segundo Maioli (2002), em geral, as estratégias são criadas e postas em prova pela experimentação. Ela é aceita ou rejeitada depois da apreciação por parte do aprendiz. Uma situação de ação deve então, permitir ao aluno julgar o resultado de sua ação, ajustar esta última graças à retroação da ação. Não é o professor que apresenta a solução. Ele pode buscá-la junto com os alunos.

Para BROUSSEAU (1998 apud MAIOLI, 2002), “a ‘sequência das situações de ação’ constitui o processo pelo qual o aluno vai produzir as estratégias, ou seja, ‘aprender’ um método de solução do seu problema.”

Situações de formulação

Nestas situações, o aprendiz elabora uma linguagem que seja compreendida por todos e que considere os objetos e as relações pertinentes à situação. A construção de tal linguagem, deve tornar possível a explicação das estratégias adotadas anteriormente.

Segundo ALMOULOUD (2007): ”Nestas situações o aluno troca informações com uma ou várias pessoas. Os interlocutores são emissores e receptores, e trocam séries de mensagens escritas ou orais que estão redigidas em língua ingênua ou matemática segundo as possibilidades de cada emissor.”

Estas situações permitem que o aprendiz, ou seu grupo, explicite as ferramentas utilizadas na busca da solução.

Neste momento pode surgir uma linguagem própria do grupo, ou seja, termos, códigos ou símbolos que o grupo cria para comunicar entre si. O objetivo das situações de formulação é a troca de informações : há momentos em que um aluno quer agir, mas as informações que detém são insuficientes, então ele consulta seus companheiros em busca dos dados que lhe faltam. Com estas trocas, pode haver julgamentos e questionamentos sobre validade, no entanto, esses aspectos não são exigidos para caracterizar uma situação de formulação.

Situações de validação

De acordo com Maioli (2002), as situações de ação e formulação podem permitir que o aprendiz enverede, inclusive, por um raciocínio equivocado. É necessário, então, um outro tipo de situação que venha expor este equívoco e que exija um raciocínio mais voltado para os porquês, à certeza e à ausência de contradições: as situações de validação, que são aquelas em que o aprendiz utiliza mecanismos de prova.

As situações de validação servem tanto para garantir que a solução está correta como para rejeitá-la em caso negativo. Em outras palavras, nestas situações é preciso elaborar algum tipo de prova daquilo que já se afirmou pela ação ou formulação.

As três situações vistas até agora, apesar de proporcionar ao aprendiz momentos de extrema importância na construção do seu conhecimento, podem deixar conhecimentos falsos, validados de forma incorreta, já que o aprendiz trabalha de forma mais livre e independente da interferência direta do professor. É necessário ainda um outro tipo de situação: a institucionalização.

Situações de institucionalização

Nas situações de institucionalização ocorre uma intervenção externa, ou seja, coloca oficialmente para a classe o saber matemático envolvido na situação-problema, e amplia este saber, tornando-o objeto de estudo. E a partir disso, o saber poderá ser usado em situações-problemas posteriores como ferramenta.

É importante ressaltar que o saber da dialética de ação, formulação e validação é um saber contextualizado e na dialética de validação passa a ser socializado.

Na institucionalização o saber passa de ferramenta a objeto de estudo, então é descontextualizado e socializado pelo grupo.

Notemos que estas fases estão totalmente interligadas, de forma que não percebemos onde uma termina e a outra começa (MAIOLI, 2002, p.27).

Nas duas atividades aplicadas neste trabalho, procuramos propiciar a passagem por estes momentos considerados por Brousseau.

CAPÍTULO III : FASE EXPERIMENTAL

Neste capítulo, apresentaremos a sequência didática construída, com seus objetivos a *priori*, explicar a experimentação, finalizando com uma análise a *posteriori*.

As atividades aplicadas

As atividades aplicadas nesta pesquisa foram resultado de reflexões após concluir a disciplina “Geometria Plana e Espacial – Fundamentos Teóricos”, realizada no curso de Educação Matemática na PUC – SP, envolvendo as teorias apresentadas neste curso.

Selecionamos duas atividades propostas por Maioli (2002), fizemos algumas adaptações no enunciado.

As atividades foram desenvolvidas com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, como pré-requisito, os alunos devem conhecer ângulos formados por paralelas, transversal.

Atividade 1 – Classificando Quadriláteros (Maioli, 2002, p.63)

Objetivos:

- Classificar quadriláteros por meio da aparência física dos recortes.

- Observar que alguns quadriláteros têm características em comum.

- Discutir sobre a inclusão de conjuntos de quadriláteros.

- Verificar reflexões sobre o fato de que existem propriedades mínimas para descrever cada grupo de quadriláteros.

Análise a Priori

Pretendemos que os alunos cheguem a diversas classificações. Nossa intenção é levar os alunos a refletirem sobre o fato que algumas propriedades são comuns a diversos tipos de quadriláteros e isto permite que um conjunto deles possa estar contido em outro.

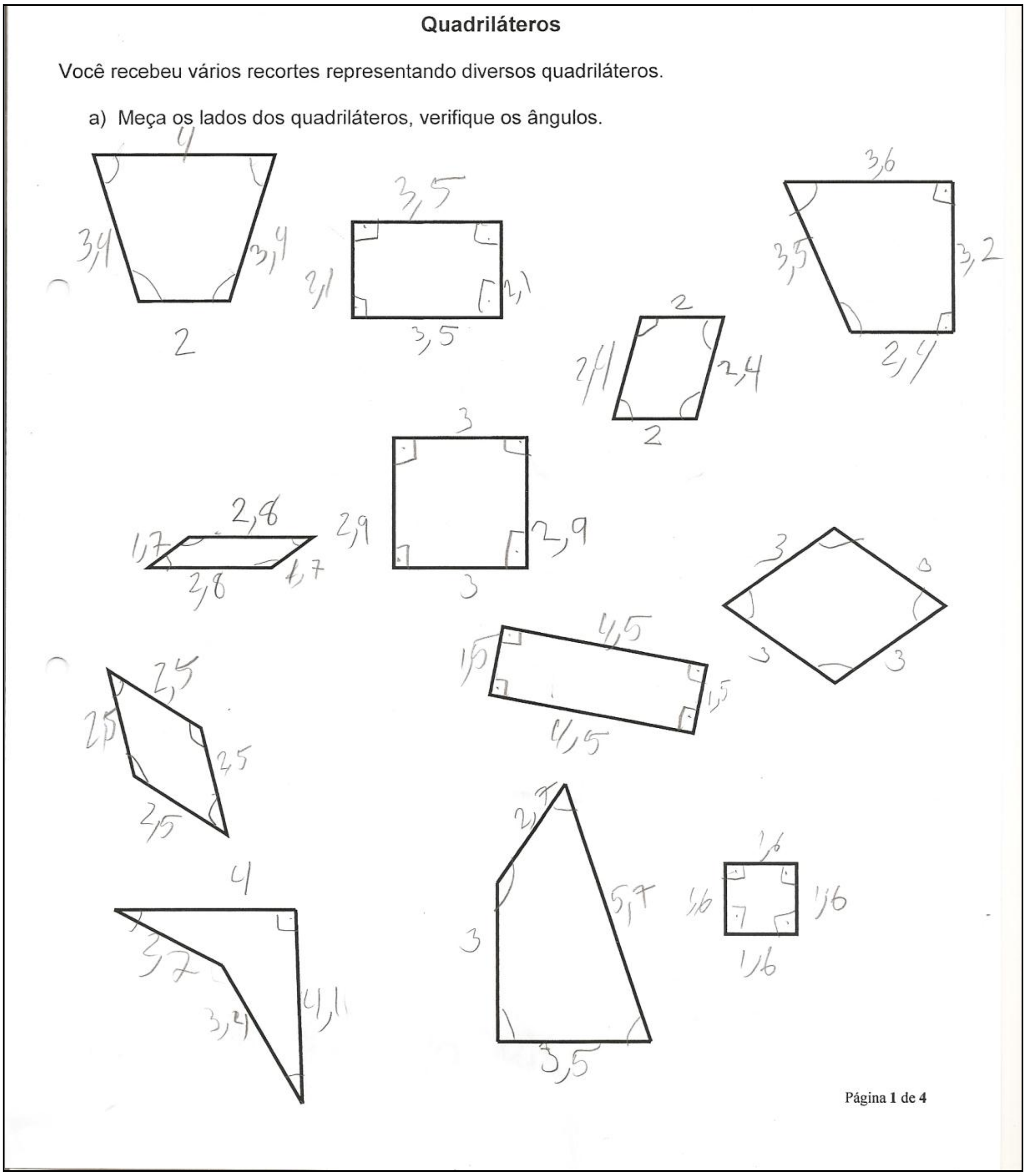
Gostaríamos de explorar a classificação composta por seis conjuntos de dois recortes cada um, pois ela permite analisar, a princípio, as características específicas de cada conjunto (losangos, quadrados, retângulos, paralelogramos, trapézios e quadriláteros quaisquer) e depois as características comuns a vários destes conjuntos.

Pode ser que os participantes cheguem a esta classificação, sem de fato, considerar critérios relacionados às propriedades das figuras representadas pelos recortes, mas sim por já conhecerem o formato e o nome dos quadriláteros. Portanto, orientamos que o aluno registre as propriedades de cada conjunto formado, para analisar suas argumentações.

As atividades foram desenvolvidas com alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular.

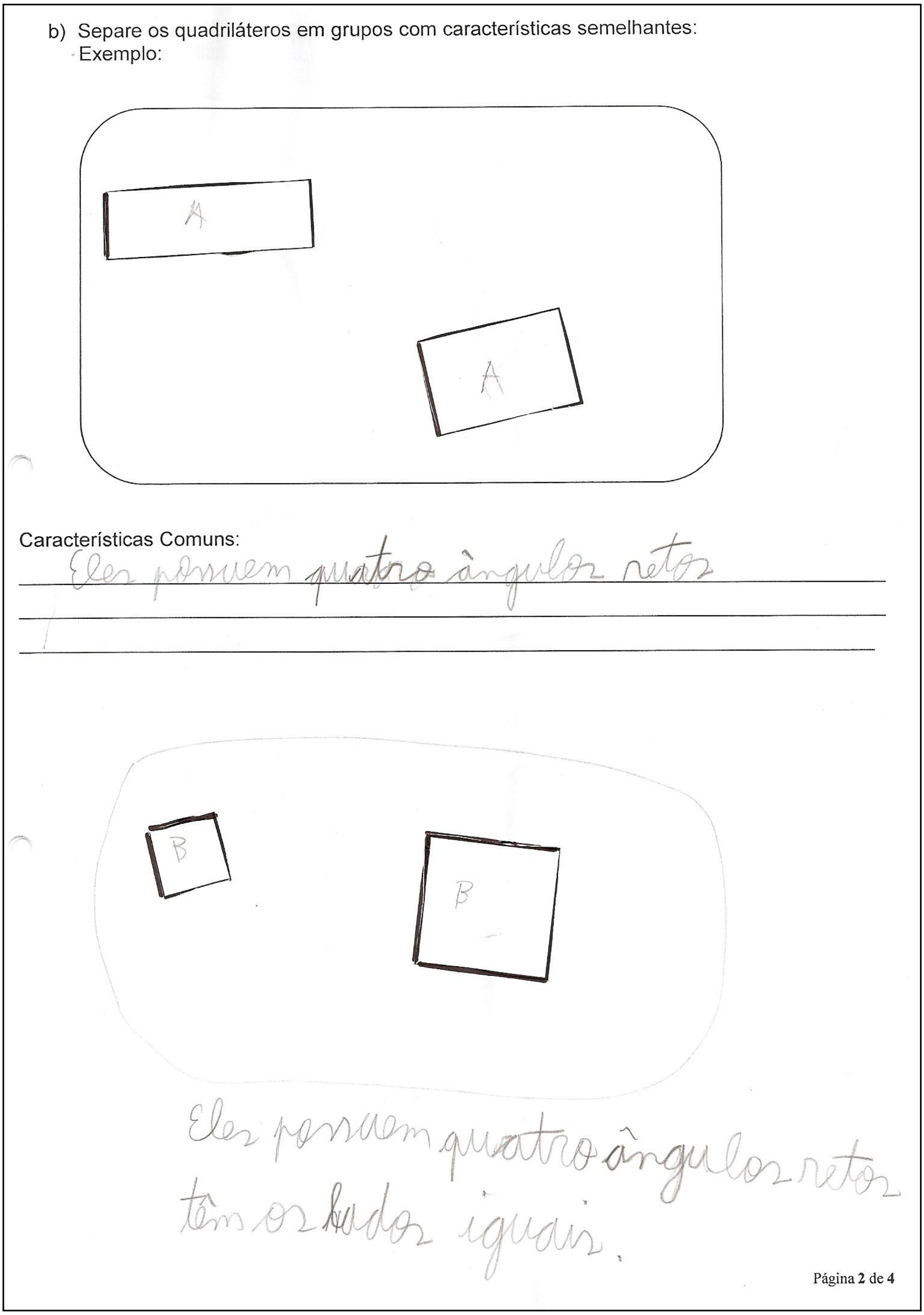
Os alunos resolveram as atividades individualmente, mas poderiam falar com os colegas e discutir o exercício.

Figura 1 - Medidas feitas pelo aluno A



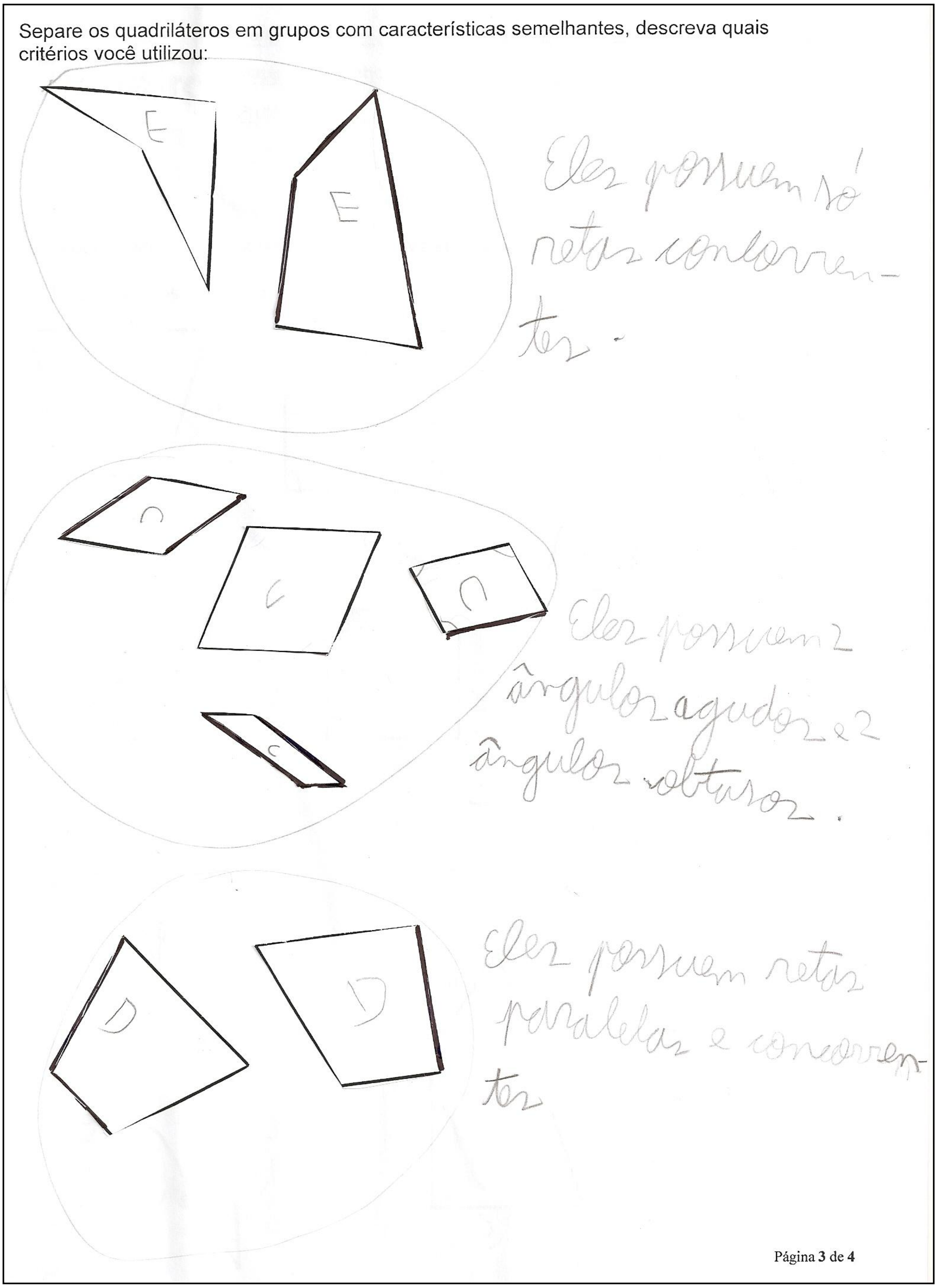
Segundo Brousseau (1986), o problema matemático deve ser escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria. (apud ALMOULOUD, 2007, p.33)

Figura 2 – Classificações feitas pelo aluno A



Os alunos montaram estratégias para resolução das atividades propostas. Desta forma, passaram pela *situação da ação*: os alunos discutiam e separavam os quadriláteros, anunciando as escolhas feitas.

Figura 3 – continuação das classificações feitas pelo aluno A



Situação de formulação: em poucos minutos, perceberam as características semelhantes e fizeram as notações nos exercícios.

Figura 4 – Classificações feitas pelo aluno W

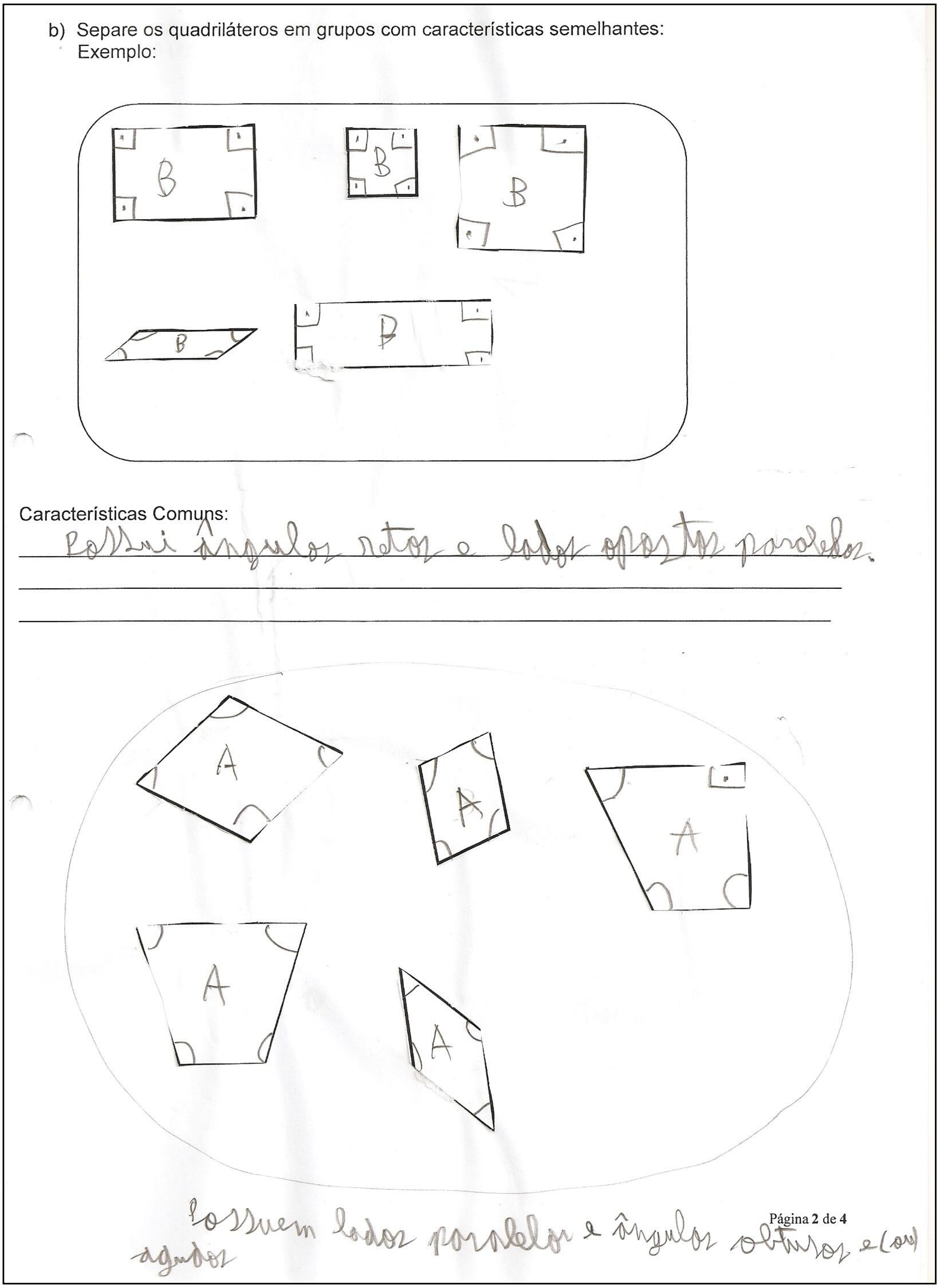
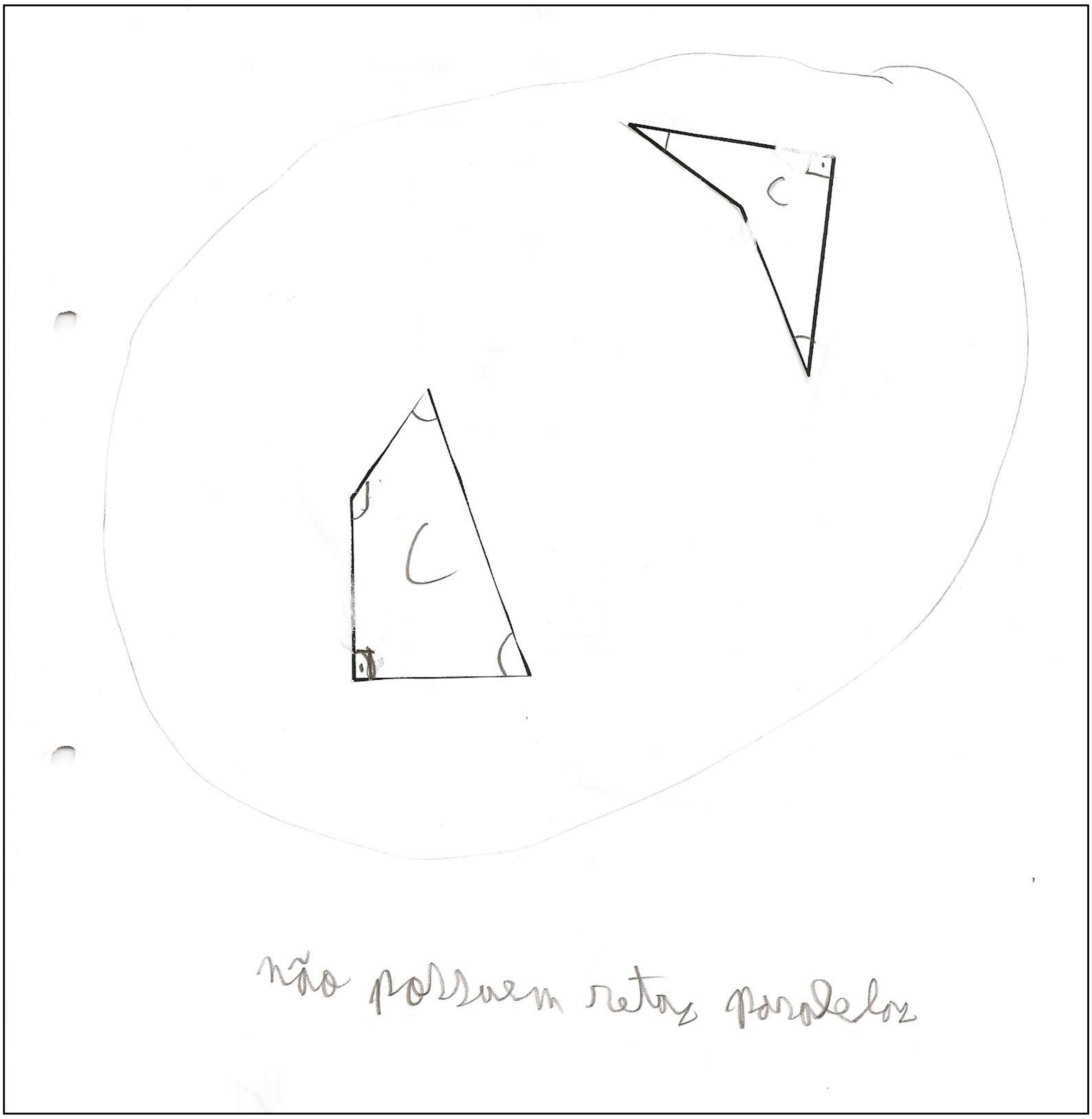


Figura 5 – continuação classificações feitas pelo aluno W



Situação de Validação: Um comentário interessante feito pelo aluno A: “nossa, podemos dar nomes às figuras pelas suas características parecidas!”

Após as atividades aplicadas, a professora fez a institucionalização em sala de aula e alguns alunos conseguiram nomear os quadriláteros, de acordo com suas propriedades.

Figura 6 – Classificação feita pelo aluno A1

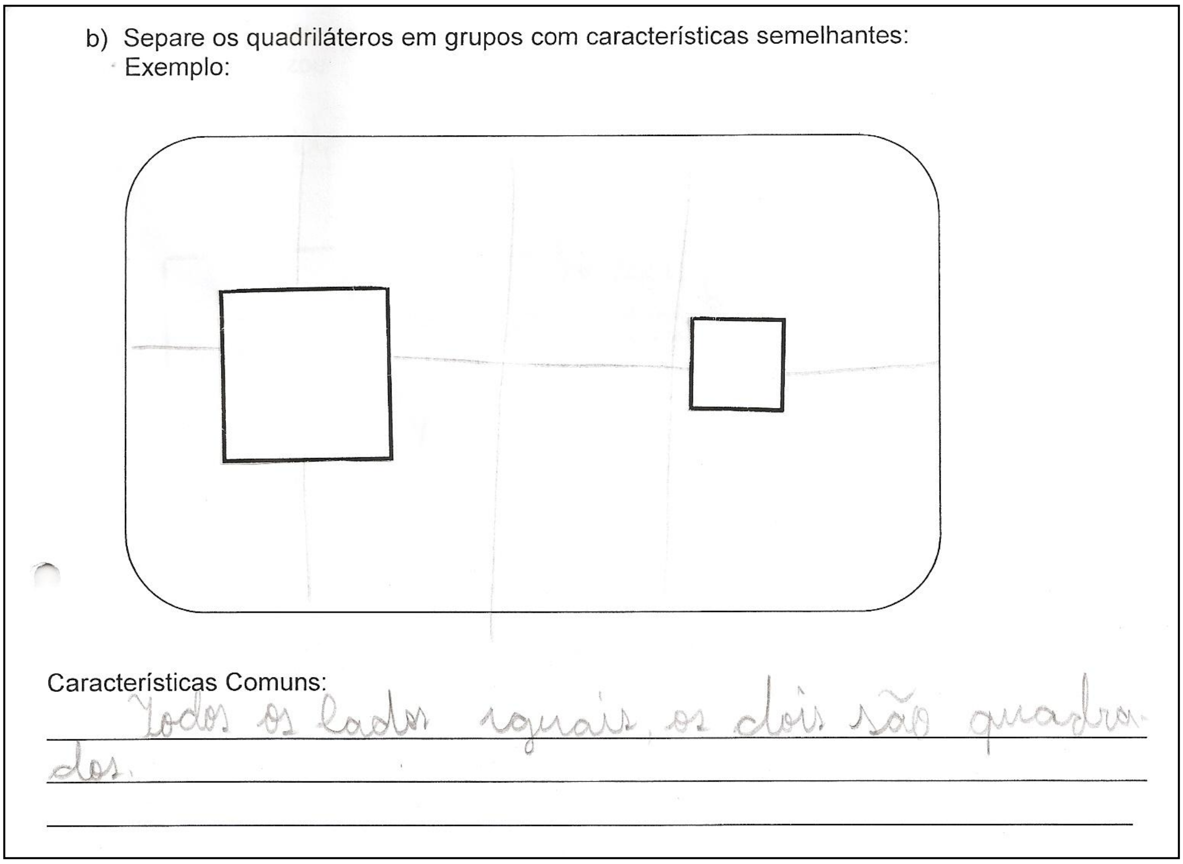
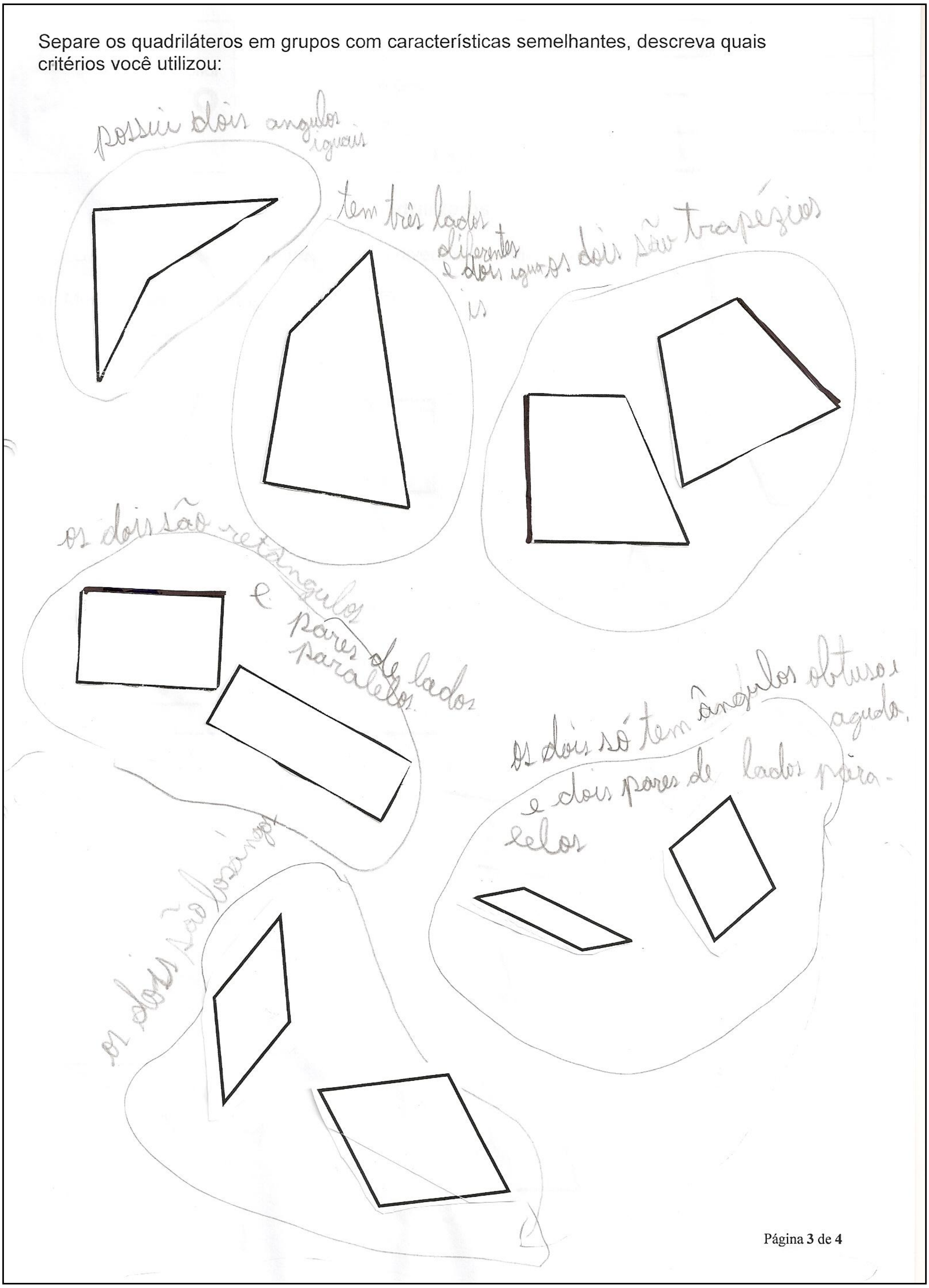
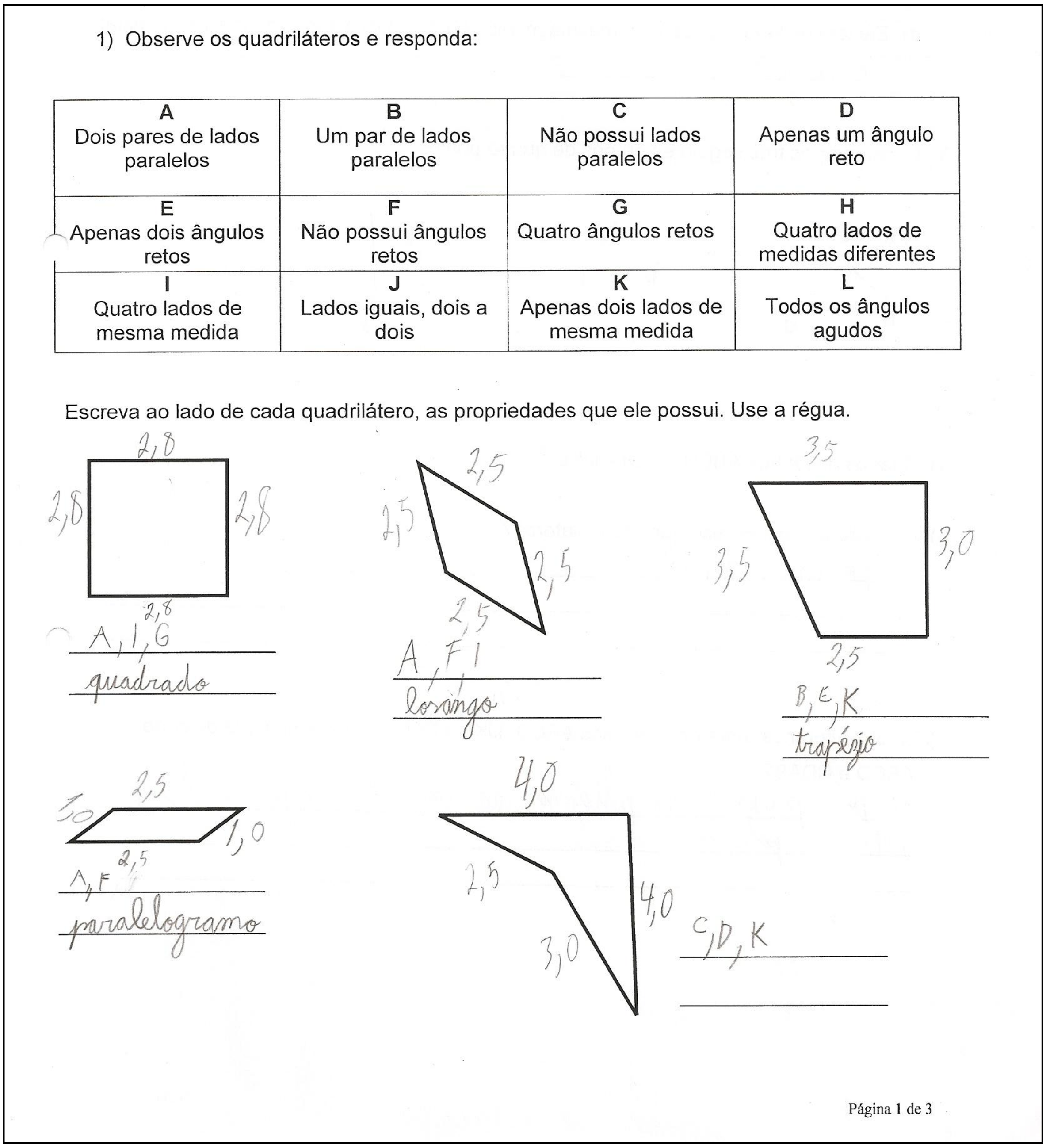


Figura 7 – Classificações feitas pelo aluno A1



Na semana seguinte, foram realizados exercícios de fixação, para verificar o que realmente os alunos conseguiram construir de conhecimento sobre o objeto de estudo “quadriláteros”.

Figura 8 – Exercício fixação 1 feito pelo aluno D.



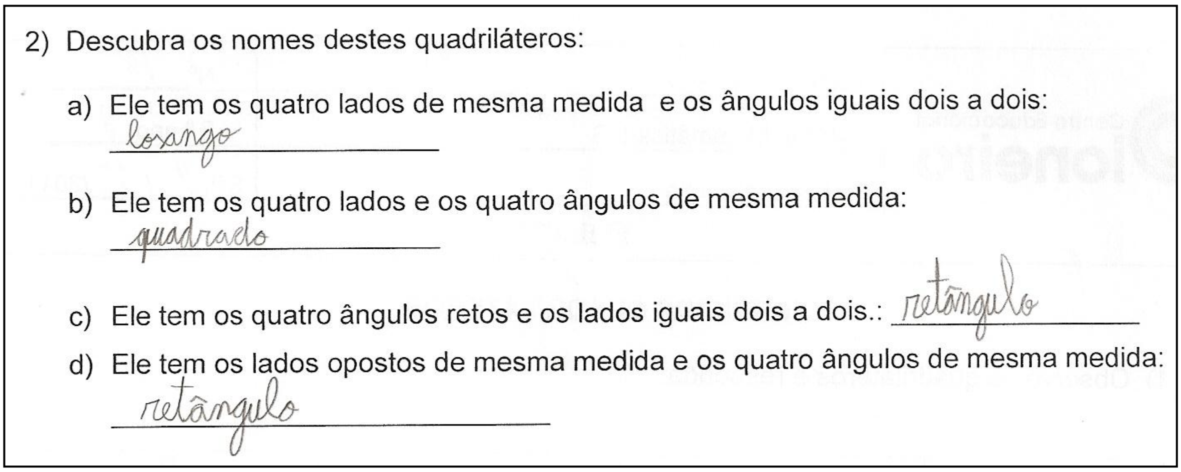
1) Observe os quadriláteros e responda:

A Dois pares de lados paralelos	**B** Um par de lados paralelos	**C** Não possui lados paralelos	**D** Apenas um ângulo reto
E Apenas dois ângulos retos	**F** Não possui ângulos retos	**G** Quatro ângulos retos	**H** Quatro lados de medidas diferentes
I Quatro lados de mesma medida	**J** Lados iguais, dois a dois	**K** Apenas dois lados de mesma medida	**L** Todos os ângulos agudos

Escreva ao lado de cada quadrilátero, as propriedades que ele possui. Use a régua.

Página 1 de 3

Figura 9 – Exercício fixação 2 feito pelo aluno D.



2) Descubra os nomes destes quadriláteros:

a) Ele tem os quatro lados de mesma medida e os ângulos iguais dois a dois:
losango

b) Ele tem os quatro lados e os quatro ângulos de mesma medida:
quadrado

c) Ele tem os quatro ângulos retos e os lados iguais dois a dois.: retângulo

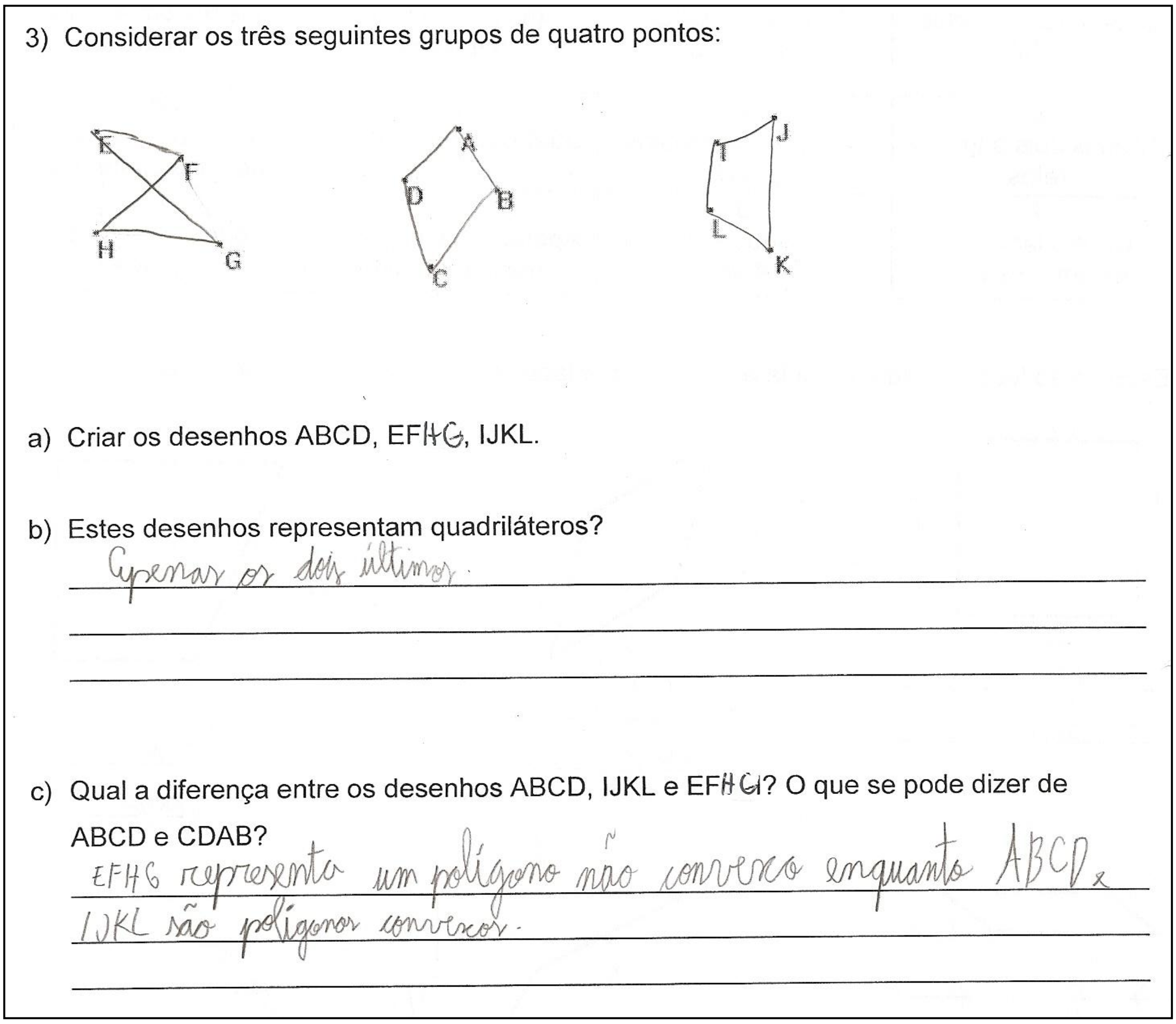
d) Ele tem os lados opostos de mesma medida e os quatro ângulos de mesma medida:
retângulo

Maioli (2002) relata que os professores, participantes da oficina realizada para sua pesquisa, perceberam que além de terem dificuldades em alguns assuntos em geometria, também não têm apresentado atividades que permitam vivenciar as fases propostas por Brousseau.

Constatamos que grande parte dos alunos conseguiu citar as propriedades após a sequência didática. Pelo método investigativo, adquiram um melhor domínio das propriedades fundamentais dos quadriláteros.

O objetivo das atividades abaixo foi familiarizar com a linguagem matemática utilizada para designar um quadrilátero, lados e ângulos; relacionar a designação do polígono com a posição dos vértices e observar as várias formas de designar um polígono.

Figura 10 – Exercício fixação 3 (MAIOLI, 2002, p.83) – feito pelo aluno D


3) Considerar os três seguintes grupos de quatro pontos:

a) Criar os desenhos ABCD, EFHG, IJKL.

b) Estes desenhos representam quadriláteros?

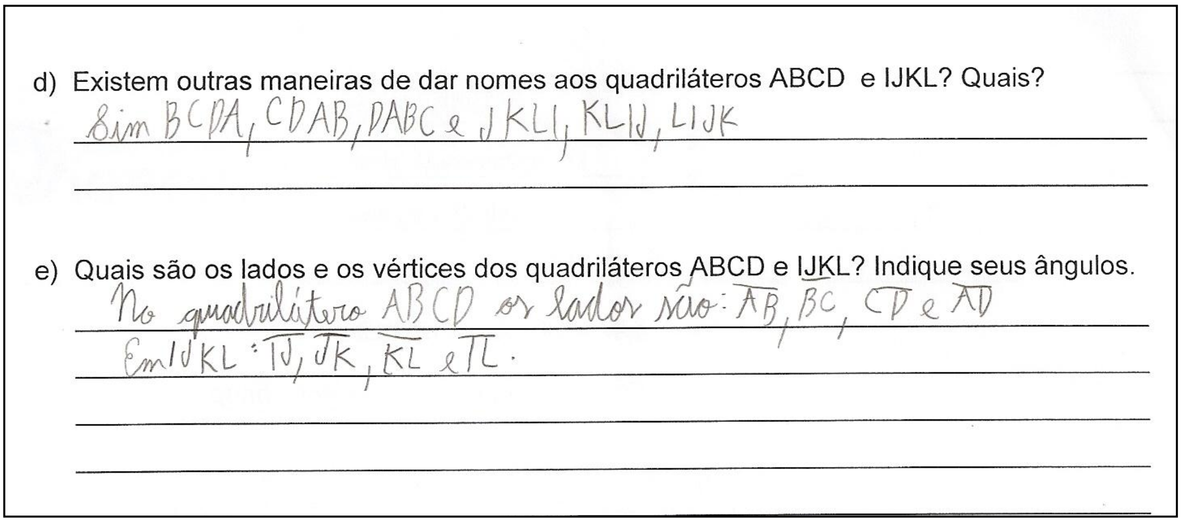
Apenas os dois últimos.

c) Qual a diferença entre os desenhos ABCD, IJKL e EFHG? O que se pode dizer de ABCD e CDAB?

EFHG representa um polígono não convexo enquanto ABCD e IJKL são polígonos convexos.

Pode-se trabalhar a conversão entre o registro figural e a notação algébrica de um quadrilátero, identificar e denotar algebricamente lados, ângulos, vértices.

Figura 11 – continuação do exercício fixação 3 (MAIOLI, 2002, p.83)



d) Existem outras maneiras de dar nomes aos quadriláteros ABCD e IJKL? Quais?

Sim BCDA, CDAB, DABC e JKLI, KLIJ, LIJK

e) Quais são os lados e os vértices dos quadriláteros ABCD e IJKL? Indique seus ângulos.

No quadrilátero ABCD os lados são: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$

Em IJKL: $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{IL}$.

Esta atividade não revelou alguma dificuldade que os alunos pudessem sentir em relação à geometria. No decorrer do seu desenvolvimento, observamos momentos da situação de formulação (os alunos trocaram ideias), comparando suas interpretações sobre o enunciado da atividade e a definição de quadrilátero que estamos considerando. Os alunos tiveram facilidade com a notação algébrica.

Conclusão

Pudemos observar que o próprio estímulo a trabalhar a resolução de problemas como ponto de partida, não como consequência de um conceito, já é um estímulo à aplicação de conhecimentos anteriormente aprendidos, à capacidade de generalizar e explicar, à construção de uma sequência de ações e aplicação de saberes para se obter um resultado. Isto posto, claro, se o problema for um problema verdadeiro, isto é, um problema que tenha um desafio real e a necessidade de verificação para se validar o processo de solução. Um problema verdadeiro exige a elaboração de vários procedimentos de resolução, a comparação de resultados com colegas e a validação de procedimentos. Aspectos essenciais, que estimulam a demonstração, inclusive em suas várias funções.

Brousseau (1996) salienta que o papel do professor é:

> ... fazer viver o conhecimento, fazê-lo ser produzido por parte dos alunos como resposta razoável a uma situação e, ainda, transformar esta “resposta razoável” em um “fato cognitivo extraordinário”, identificado, reconhecido a partir do exterior. (Apud,MAIOLI,2002,p.23).

Acreditamos que a metodologia adotada foi fundamental, pois como mediadora pude extrair de cada momento as diretrizes necessárias para o trabalho em sala de aula.

Conforme os PCN (1998), a utilização de figuras como constatação concreta exerce papel fundamental para ajudar os estudantes a visualizar certos resultados, compreender conceitos, fazer conjecturas, para que posteriormente possam provar determinada afirmação. No segundo ciclo, constatamos que já podemos estimular a prática da argumentação por meio de exercícios em que o aluno tenha que justificar e validar suas respostas.

A questão de pesquisa foi: “Como estimular a prática da argumentação ainda no 2º ciclo, por meio da Geometria?”

Acreditamos que a sequência utilizada neste trabalho, contribui significativamente no desenvolvimento da argumentação nas propriedades para descrever cada grupo de quadriláteros.

Estimula reflexões sobre o fato de que existem propriedades mínimas para descrever cada grupo de quadriláteros. Não há necessidade ensinar os quadriláteros notáveis separadamente sem fazer a devida relação entre eles, o que incentiva o aluno a decorar suas propriedades, que logo serão esquecidas por não ter percorrido uma aprendizagem significativa.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.A. Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 30, Caxambu,2007a. Disponível em <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/prova.pdf> Acesso em : 10 de novembro 2011

ALMOULOUD, S.A. Fundamentos da didática da Matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007b. 218p

BRASIL. Parâmetros curriculares Nacionais Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC, 1998.

FONSECA, M.C.F.R.; Lopes, M.P. ; Barbosa, M.G.G.; Gomes, M.L.M. e Dayrell, M.M.M.S.S. O Ensino De Geometria na Escola Fundamental. Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2005. 128p

JESUS, G. B. Construções geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo, SP – PUC, 2007

MAZIERO, L. M. Quadriláteros: Construções Geométricas com o uso de Régua e Compasso. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo, SP – PUC, 2011

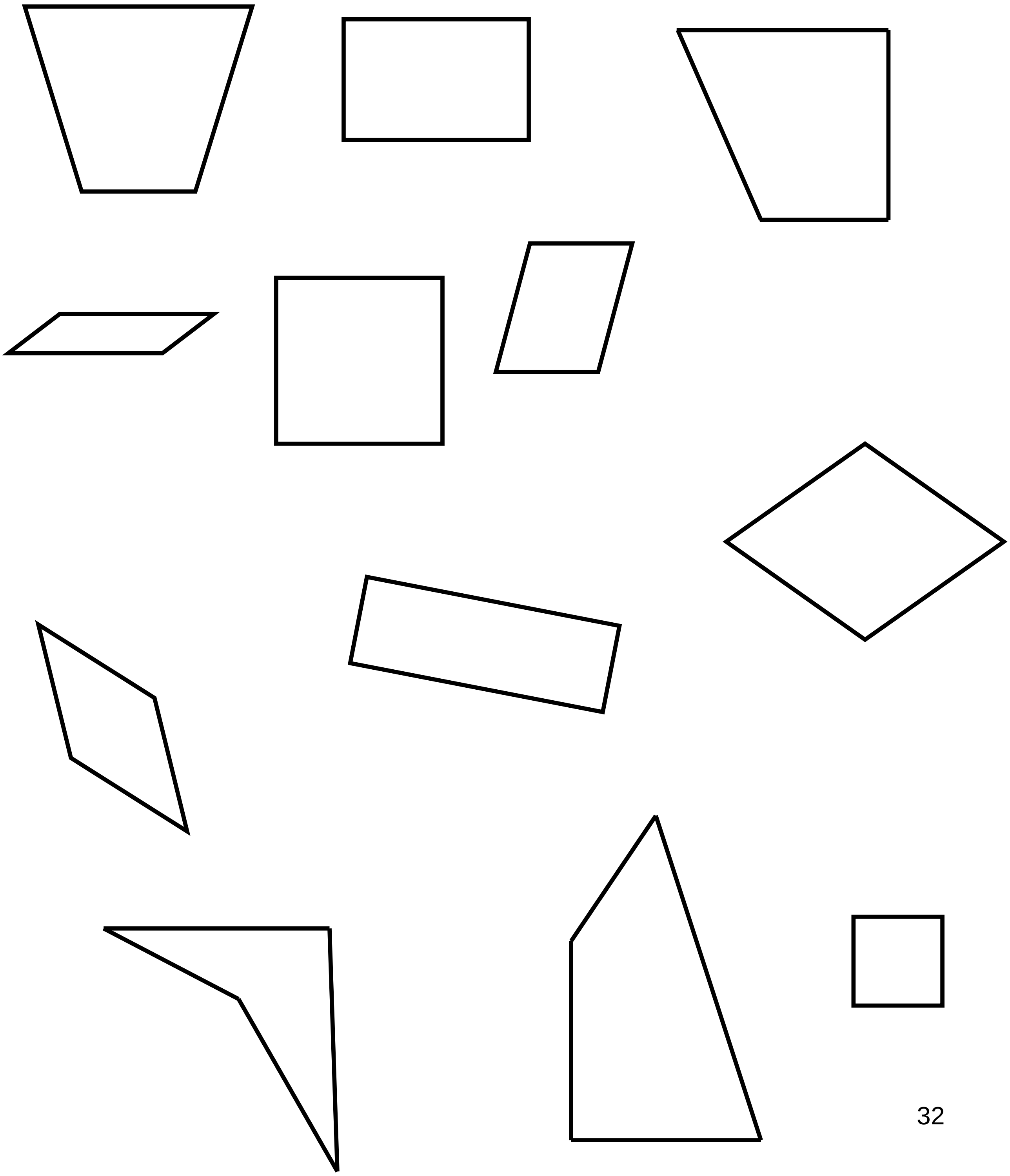
ORDEM, J. Prova e demonstração em Geometria: uma busca da organização Matemática e Didática em livros Didáticos de 6ª a 8ª séries de Moçambique. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). São Paulo, SP – PUC, 2010.

ANEXOS

ATIVIDADE 1: Quadriláteros

Você recebeu vários recortes representando diversos quadriláteros.

a) Meça os lados dos quadriláteros, verifique os ângulos.



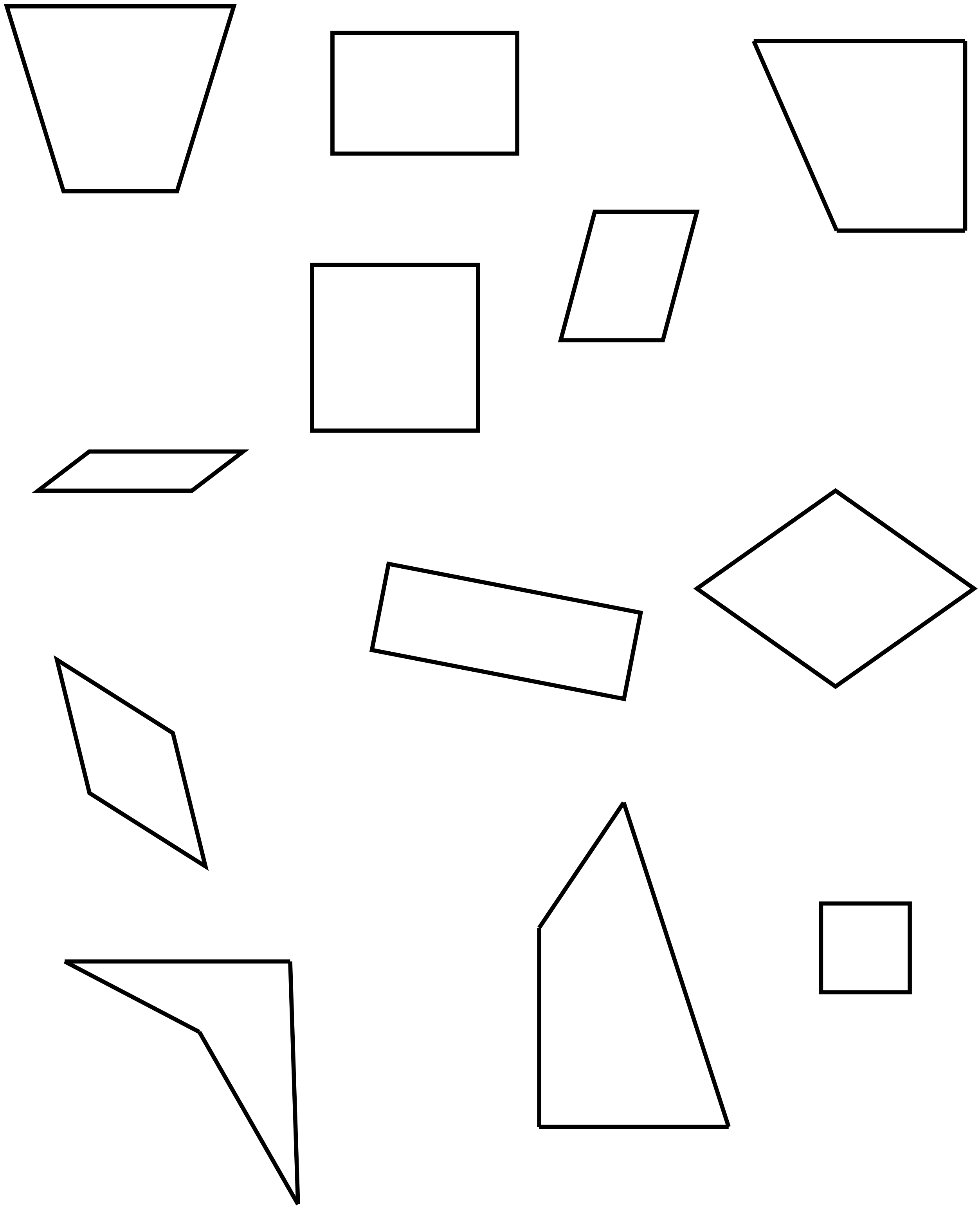
b) Separe os quadriláteros em grupos com características semelhantes:
Exemplo:

Características Comuns:

Separe os quadriláteros em grupos com características semelhantes, descreva quais critérios você utilizou:

Recorte os quadriláteros:

a)

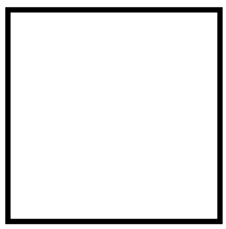


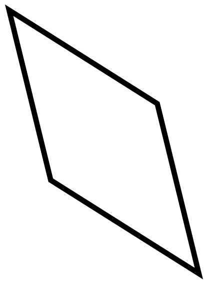
ATIVIDADE 2: EXERCÍCIOS DE QUADRILÁTEROS

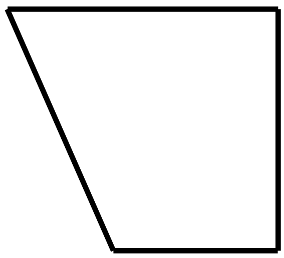
1) Observe os quadriláteros e responda:

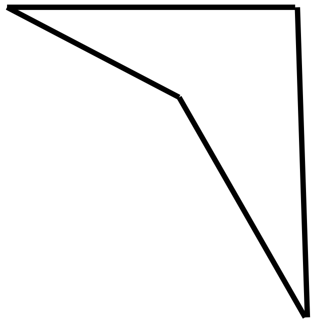
A Dois pares de lados paralelos	**B** Um par de lados paralelos	**C** Não possui lados paralelos	**D** Apenas um ângulo reto
E Apenas dois ângulos retos	**F** Não possui ângulos retos	**G** Quatro ângulos retos	**H** Quatro lados de medidas diferentes
I Quatro lados de mesma medida	**J** Lados iguais, dois a dois	**K** Apenas dois lados de mesma medida	**L** Todos os ângulos agudos

Escreva ao lado de cada quadrilátero, as propriedades que ele possui. Use a régua.









1) Descubra os nomes destes quadriláteros:

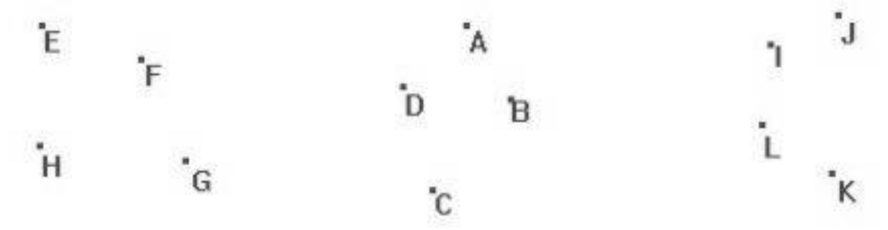
   a) Ele tem os quatro lados de mesma medida e os ângulos iguais dois a dois: ____________________

   b) Ele tem os quatro lados e os quatro ângulos de mesma medida: ____________________

   c) Ele tem os quatro ângulos retos e os lados iguais dois a dois.: ______________________

   d) Ele tem os lados opostos de mesma medida e os quatro ângulos de mesma medida: __________________________

2) Considerar os três seguintes grupos de quatro pontos:



a) Criar os desenhos ABCD, EFGH, IJKL.

b) Estes desenhos representam quadriláteros?

____

____

____

____

c) Qual a diferença entre os desenhos ABCD, IJKL e EFGH? O que se pode dizer de ABCD e CDAB?

____

____

____

____

d) Existem outras maneiras de dar nomes aos quadriláteros ABCD e IJKL? Quais?

____

____

____

e) Quais são os lados e os vértices dos quadriláteros ABCD e IJKL? Indique seus ângulos.

____

____

____

____

____