

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**Dennis Eduardo de Paiva**

**A Probabilidade em Livros Didáticos:  
Um estudo baseado na Teoria Antropológica do Didático.**

**MONOGRAFIA PARA ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**São Paulo  
2011**

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**Dennis Eduardo de Paiva**

**A Probabilidade em Livros Didáticos:  
Um estudo baseado na Teoria Antropológica do Didático.**

*Monografia apresentada à Pontifícia  
Universidade Católica de São Paulo, como  
exigência parcial para a obtenção do título de  
Especialista em Educação Matemática, sob a  
orientação da Professora Doutora Maria José  
Ferreira da Silva.*

**São Paulo  
2011**

*Banca Examinadora*

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial deste trabalho por processos de fotocópia ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:** \_\_\_\_\_

*“Dedico este trabalho a minha amada esposa, Lucila”.*

## AGRADECIMENTOS

*A Deus, pela vida e o dom de aprender.*

*Aos meus pais, Eduardo e Ivani pela educação, carinho e dedicação, elementos fundamentais para que eu chegasse até aqui.*

*À minha esposa Lucila, pela dedicação, amor e apoio incondicional.*

*Aos meus irmãos Audrey e Douglas, pelo aprendizado e companheirismo.*

*A professora e amiga Celina Acioli, pela valiosa contribuição na leitura do trabalho.*

*À minha orientadora, Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva pelos 6 anos de convívio e aprendizado imprescindíveis à minha formação pessoal e profissional.*

*A todos os professores do curso, pela aprendizagem.*

*A todos os colegas do curso, pelos momentos de troca e companheirismo.*

*À PUC/SP pelos anos de estudos e por toda bagagem que me permitiu levar por toda a vida.*

*Enfim, a todas as pessoas que contribuíram para a conquista e realização deste trabalho.*

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é verificar como os livros didáticos e os cadernos utilizados na rede pública de ensino do Estado de São Paulo propõem o ensino de Probabilidade bem como, quais são as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, nos termos de Chevallard (1992), propostas nesses materiais, buscando, assim, identificar os possíveis obstáculos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo, além de verificar se as tarefas encontradas convergem às orientações dos documentos oficiais e pesquisas em Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Livro didático; Probabilidade; pesquisa bibliográfica.

## SUMÁRIO

<b>1 PROBLEMÁTICA.....</b>	<b>11</b>
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	11
1.2 JUSTIFICATIVA .....	19
1.3 QUADRO TEÓRICO.....	20
1.4 QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS .....	25
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	25
<b>2 ESTUDOS PRELIMINARES.....</b>	<b>27</b>
2.1 PCNEM – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO.....	27
2.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS + .....	29
2.3 ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO .....	30
2.4 O LIVRO DIDÁTICO .....	32
<b>3 ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS.....</b>	<b>34</b>
3.1 CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS LIVROS .....	34
3.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE.....	35
3.3 A ANÁLISE .....	36
3.3.1 – ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO: MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO.....	37
3.3.2 ANÁLISE DOS CADERNOS UTILIZADOS NA REDE PÚBLICA DO ESTADO DE SÃO PAULO .....	55
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>62</b>

## INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe-se verificar os livros didáticos e os cadernos utilizados na rede pública de ensino do Estado de São Paulo para o ensino de Probabilidade. Nesse sentido, visando a analisar os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias explicitadas nos conteúdos apresentados nesses materiais, foi escolhida, como âmago teórico, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Chevallard, em 1992.

Paralelamente, buscou-se subsídio em pesquisas que tratam do processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade e nas propostas e orientações dadas pelos documentos oficiais para estabelecer três critérios, também utilizados nas análises.

Assim sendo, este trabalho está estruturado da seguinte forma:

No capítulo 1, apresenta-se a revisão bibliográfica, constituída por trabalhos acadêmicos relacionados ao tema: Probabilidade em Livros Didáticos. Contém, ainda, a descrição da justificativa, o quadro teórico, a questão de pesquisa e a metodologia utilizada, destacando-se, no quadro teórico, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Chevallard (1999), base deste trabalho.

Na sequência, o capítulo 2 apresenta os estudos preliminares, nos quais é realizada a análise dos documentos oficiais, a fim de verificar suas orientações e propostas a respeito do ensino de Probabilidade, além de um estudo sobre o livro didático e sua importância.

O capítulo 3, por sua vez, foi destinado à Análise dos Livros Didáticos e dos cadernos utilizados na rede pública do Estado de São Paulo, incluindo os critérios da escolha dos livros, os critérios utilizados em sua análise e a própria análise.

Para concluir, são apresentadas as considerações finais, nas quais se busca responder à questão de pesquisa, a partir das análises realizadas.

## 1 PROBLEMÁTICA

Este capítulo apresenta, em cinco etapas, a revisão bibliográfica, a justificativa que motivou este trabalho, o quadro teórico utilizado como suporte, as questões e a metodologia de pesquisa utilizadas.

### 1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para fundamentar e contribuir no desenvolvimento desta pesquisa, buscou-se subsídios em trabalhos que tratam do ensino e aprendizagem de Probabilidade no Ensino Médio. Assim, foram selecionados os trabalhos de Coutinho (1994), Oliveira (2006), Oliveira (2010) e Corrêa (2010), destacando-se os pontos notórios como critérios para as análises.

Coutinho (1994), na “Introdução ao conceito de Probabilidade por uma visão frequentista”, mostra as vantagens encontradas ao utilizar-se a visão frequentista para ensino dos primeiros conceitos de probabilidade e responder a seguinte questão de pesquisa: Como se dá a aquisição dos primeiros conceitos de Probabilidade utilizando a visão frequentista?.

Nesse sentido, com essa pesquisa, a autora procurou:

Clarificar e desmistificar o conteúdo, mostrando a necessidade de uma mudança no programa atual desenvolvido no Brasil, que explora apenas a visão clássica, pascaliana, que limita-se ao estudo dos casos nos quais existe a equiprobabilidade. (COUTINHO, 1994, p. 9)

Assim, buscando conhecer as concepções dos alunos sobre Probabilidade, a mesma autora aplicou um questionário para identificar a percepção das concepções pré-construídas e das concepções equivocadas que pudessem ser trabalhadas.

O questionário foi aplicado a dois grupos de alunos, sendo que, na primeira etapa, a alunos da segunda série do segundo grau, com idades entre 15 e 18 anos, em Besançon, na França. Posteriormente, o mesmo questionário foi aplicado a alunos com idades entre 17 e 19 anos, do curso superior de Fonoaudiologia, da cidade de Santos, Brasil.

A partir de dados obtidos na primeira aplicação do questionário, Coutinho (1994) elaborou uma seqüência de ensino partindo da visão frequentista para a compreensão do conceito de Probabilidade. Essa seqüência consistiu de um trabalho para amenizar e corrigir concepções equivocadas, além de trabalhar com várias seqüências de dados experimentais, coletados pelos próprios aprendizes como sendo a freqüência limite de um evento.

Em relação à turma do Brasil, também com base nos dados obtidos pelo questionário, porém aproveitando a experiência adquirida no trabalho com os aprendizes franceses, uma seqüência similar foi aplicada, diferindo apenas na quantidade de atividades, desta vez, em número menor. Vale ressaltar que, ambas as seqüências iniciavam com a parte experimental, seguida pela discussão conjunta sobre os resultados obtidos e, posteriormente, realizava-se a institucionalização dos conceitos envolvidos nas atividades.

Finalizadas as aplicações das seqüências, Coutinho (1994) aplicou, dessa vez, um teste para verificação dos conhecimentos adquiridos, cujo objetivo era atestar a correção ou não das concepções errôneas identificadas no questionário. Este teste foi composto por cinco questões dissertativas e conceituais e visava verificar se os conceitos institucionalizados eram aplicados de forma coerente, nas situações determinadas.

Assim, a autora citada pode observar, na aplicação do questionário, que as dificuldades apresentadas pelos alunos eram de natureza didática, citando como as mais frequentes: “a crença da equiprobabilidade devido à ausência de informações sobre o evento observado” e “a crença de que a probabilidade de um evento pode ser influenciada por informações obtidas pelo observador”.

Ainda segundo a autora, um ponto muito positivo que reforçou a opção por trabalhar com a visão frequentista foi o fato de a maioria dos aprendizes já terem utilizado, mesmo que de forma intuitiva, a freqüência relativa para estimar a probabilidade de um evento. Dessa forma, com a aplicação de sua pesquisa, Coutinho (1994) pode conjecturar que o ensino da probabilidade deve ser feito, desde o segundo grau, utilizando a visão frequentista para que se torne mais um instrumento de leitura da realidade em que se está inserido, acompanhada

diariamente pelos noticiários, além de minimizar as concepções errôneas apresentadas pelos alunos e tornar o aprendizado mais significativo.

Outro autor, preocupado com o conteúdo de Estatística e Probabilidade nos livros didáticos do Ensino Médio, Oliveira (2006), escreveu “A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de matemática no Ensino Médio”, uma análise qualitativa e quantitativa dos conteúdos de Probabilidade e Estatística de uma amostra de livros didáticos de matemática destinados ao Ensino Médio, editados entre 1992 e 2005, cujo objetivo era responder à seguinte questão de pesquisa: “A abordagem proposta pelos livros didáticos destinados ao Ensino Médio está de acordo com as orientações dos PCN+?”.

Assim, para a seleção dos livros a serem analisados, o autor aplicou um questionário a 48 professores que lecionam em escolas municipais, estaduais e privadas de diversos bairros do município de Porto Alegre. A partir das respostas obtidas, o pesquisador constatou, entre outros aspectos, os dez livros didáticos destinados ao Ensino Médio preferidos pelos professores, bem como os conteúdos de Probabilidade e Estatística neles contidos.

Em seguida, pela análise dos livros, o pesquisador notou que os conceitos são apresentados de forma complexa para o Ensino Médio, visto que não respeitam a gradualidade dos conteúdos desenvolvidos. O mesmo ocorre com as atividades, pois, segundo Oliveira (2006), deveriam ser apresentadas de forma a levar os aprendizes à construção do conhecimento. Nesse sentido, o pesquisador remete-se a Lopes (1998, apud OLIVEIRA, 2006), que propõe o ensino da Estatística e da probabilidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental, com continuidade no Ensino Médio a fim de que os conceitos possam ser construídos ao longo da trajetória dos estudantes, com níveis crescentes de complexidade, diminuindo a aflição do professor da graduação, que, em vez de alfabetizar o aluno matematicamente, poderia aprofundar o assunto, visto que a maior parte dos cursos contem somente uma disciplina de Estatística.

Outros fatores importantes, observados por Oliveira (2006), são as diversidades de símbolos e fórmulas nos conteúdos de Estatística e Probabilidade. Segundo o autor, os símbolos e fórmulas empregados nos livros variam de um para outro com frequência e podem provocar dificuldades na assimilação do conteúdo, já

que as notações devem ser usadas de forma adequada e consistente, porque é por meio dela que se pode propiciar o raciocínio dos alunos.

Especificamente nos capítulos dos livros didáticos que tratam dos conteúdos de Probabilidade, o pesquisador notou que poucos livros apresentam um material atraente e ilustrativo, em que os conceitos sejam precedidos de exemplos motivadores. Além disso, Oliveira (2006) observou ainda que há certa confusão, comum à maioria dos livros didáticos, no que se refere à introdução de espaço amostral equiprovável, uma vez que equiprobabilidade é um atributo de modelo de probabilidade e não de espaço amostral.

Outro aspecto relevante, observado, também, pelo autor, é a falta da probabilidade geométrica, pois, segundo ele, o conteúdo é apropriado para ensino de probabilidade contínua e permite o trabalho com exemplos bastante motivadores. Oliveira (2006) classifica os exemplos encontrados nos livros como não significativos, pois não mostram sua importância em relação à interdisciplinaridade. Além disso, a maior parte dos exercícios apresentados não traz o cálculo de probabilidade com exemplos de significado relevante e presente no cotidiano dos alunos, sem falar na ausência de problemas envolvendo tomadas de decisões, apontadas por ele como de grande aplicabilidade no mundo atual.

Ainda sobre os capítulos de Probabilidade, o mesmo autor observou que nenhum dos livros didáticos analisados faz conexão entre a Probabilidade e a Estatística, não utilizam histogramas como representação de modelos teóricos e não se preocupam em mostrar a diferença entre distribuição de frequências e distribuição de probabilidade.

Finalmente, o pesquisador concluiu que a Probabilidade e a estatística ainda estão muito distantes das propostas apresentadas nos PCN+, pois a maioria dos livros didáticos do Ensino Médio não aborda os conteúdos com o objetivo de incentivar a curiosidade, motivar o seu estudo e propor atividades interessantes e os livros não se preocupam em escrever textos que abordem temas de cultura geral, propícios à interdisciplinaridade.

Por sua vez, Oliveira (2010), escreveu “Probabilidade: Concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das

Concepções” pretendendo responder à questão: “Quais concepções probabilísticas são mobilizadas por alunos do Ensino Médio na resolução de problemas, quando submetidos a uma aprendizagem baseada na proposta implementada na rede estadual de São Paulo a partir de 2008?”.

A autora embasou-se na Teoria das Concepções de Balacheff (1995), que estuda as relações entre os conceitos, os conhecimentos e as concepções que porventura os estudantes apresentem sobre determinado conteúdo matemático, além de utilizar as concepções probabilísticas propostas por Azcárate (1996): Concepção não probabilística da realidade, Concepção probabilística intuitiva, Concepção probabilística emergente; Concepção probabilística normativa.

Oliveira (2010) optou, ainda, por realizar análises de documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN); Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM) e a Proposta Curricular da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, destinadas a verificar os níveis e enfoques dos conteúdos de probabilidade nesses materiais. Para a organização praxeológica do trabalho, a autora utilizou a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992). Assim todas as atividades propostas foram analisadas sob a ótica dessa teoria, seguindo os conceitos de tarefas, técnicas, tecnologias e teoria.

A sequência de ensino proposta por Oliveira (2010), composta por onze questões, foi aplicada a alunos de segunda e terceira séries do Ensino Médio da rede pública de ensino do Estado de São Paulo e envolvia vários enfoques de probabilidade para identificar como os alunos mobilizavam suas concepções. Sua aplicação aconteceu em momentos distintos: primeiramente, com alunos que não tinham tido contato com probabilidade; num segundo momento, com alunos da terceira série que já haviam tido contato com a disciplina; num terceiro, com alunos da segunda série que tinham tido contato com a matéria e por fim, com alunos que haviam feito a atividade antes do ensino formal.

Oliveira (2010) observou também que, cinco dentre os seis entrevistados possuíam a concepção não probabilística da realidade nos termos de Ázcarate (1996), pois analisaram as questões utilizando, unicamente, a definição clássica de probabilidade ( $N^{\circ}$  de casos favoráveis/ $N^{\circ}$  de casos possíveis) e uma concepção probabilística intuitiva, portanto, todos, em nível rudimentar.

Ainda durante as atividades aplicadas aos alunos, Oliveira (2010) apontou algumas concepções, segundo Balacheff (1995), que respondem à questão de pesquisa:

1) Probabilidade como proporcionalidade dentro do conjunto; 2) Probabilidade como comparação entre parte e todo; 3) Probabilidade como unitária de probabilidade; 4) Probabilidade como porcentagem; 5) Probabilidade complementar; 6) Considera apenas a parte; 7) Confusão entre os termos probabilidade e possibilidade; 8) O acaso está associado à sorte; 9) Experiência determinística; 10) Concepção de aleatoriedade; 11) Concepção intuitiva de probabilidade; 12) Equiprobabilidade e 13) Noção de eventos complementares. (OLIVEIRA, 2010, p.183)

Além disso, notou que a nova proposta de ensino apresenta uma visão puramente determinista do conceito de probabilidade, distanciando do enfoque frequentista. Segundo a autora, as atividades propostas no caderno não exploram a noção de aleatoriedade, fato comprovado, pois a maioria dos alunos não soube diferenciar eventos determinísticos. Os exercícios do caderno também não suscitam discussões sobre o acaso e não permitem uma compreensão clara do conceito de probabilidade condicional.

Assim, comparando os resultados da análise dos cadernos com as exigências do ENEM sobre probabilidade, Oliveira (2010) concluiu que os alunos que estudarem Probabilidade com os cadernos, não terão condições de responder às questões do exame, já que o caderno possibilita uma concepção não probabilística da realidade e o ENEM exige concepção normativa de probabilidade para ser resolvido.

Outro resultado relevante da pesquisa de Oliveira (2010) é a constatação de que a nova proposta também não atende ao que é proposto pelos PCN, pois não permite que os alunos reconheçam o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científicos ou sociais, compreendendo a probabilidade apenas como meio de prever resultados.

Por sua vez, Corrêa (2010), que intitula sua dissertação: “O conhecimento Profissional e a Abordagem do Ensino de Probabilidade: Um Estudo de Caso”. trata de um estudo de caso com professores, objetiva responder à seguinte questão: “Como o conhecimento profissional do professor de matemática influencia a abordagem da probabilidade?”.

Nesse estudo, o referencial teórico adotado pelo autor visa a entender, de modo amplo, algumas características pertinentes ao ensino e aprendizagem da probabilidade. Para tanto, considerou os seguintes objetivos, para suas entrevistas:

- Reconhecer nos sujeitos de pesquisa suas concepções sobre probabilidade como definidas por Azcárate (1996);
- Identificar o avanço conceitual de probabilidade que se obtém na própria prática docente, referente ao caminho da dimensão dinâmica dos pesquisados;
- Relacionar as perspectivas fundamentais com o conhecimento profissional dado por Azcárate (1996);
- Identificar qual significado para o ensino de Probabilidade dado por Batanero (2005) o entrevistado possui, quando questionado sobre o processo de ensino e aprendizagem desse tema;
- Pensando no processo de ensino como organização didática, proposta pela modelagem de Coutinho (2001), reconhecer se os entrevistados mobilizam seus conceitos probabilísticos e pedagógicos, simultaneamente.

O pesquisador adotou a entrevista semi-estruturada como metodologia de pesquisa, entrevistando seis professores em exercício que foram alunos da mesma Instituição de Ensino Superior, com formação entre 1998 e 2002. Nas entrevistas, procurou identificar dados para embasar a análise e validação das hipóteses da pesquisa, pois segundo Showers, Joyce & Bennet (1987, p.79, apud Corrêa, 2010) “o que o professor pensa sobre o ensino determina o que este professor faz quando ensina”.

O autor afirma, ainda, que a estrutura de entrevista semi-estruturada, pela dialogicidade, permite entender e observar claramente o que os professores e suas práticas podem oferecer para uma investigação científica. As entrevistas foram divididas em três níveis: perfil do profissional; formação docente; e formação específica do assunto Probabilidade.

Ao término do trabalho, além da resposta ao questionamento gerador da pesquisa, Corrêa (2010) pode notar que o fato de seus sujeitos de pesquisa terem contato com a probabilidade somente na fase adulta tornou-se um complicador,

tanto na fase de formação inicial quanto na prática profissional, visto que, segundo Coutinho (1994, apud Corrêa, 2010), o primeiro contato escolar com a probabilidade deve ser feito o mais cedo possível, para minimizar resistências e obstáculos.

Corrêa (2010) observou, também, que cinco dos seis entrevistados possuem a concepção não probabilística da realidade nos termos de Ázcarate (1996), pois analisaram as questões utilizando unicamente a definição clássica de probabilidade ( $N^\circ$  de casos favoráveis/ $N^\circ$  de casos possíveis) e um uma concepção probabilística intuitiva, portanto todos em nível rudimentar.

O autor notou ainda que, apesar de a formação continuada aliada à prática docente não garantir a incorporação do conhecimento, pois, percebeu-se que todos os pesquisados continuaram com reflexos da sua formação inicial mesmo após formação continuada, quanto menos formação continuada os entrevistados possuíam, mais difícil era a arguição nas análises didáticas das atividades propostas.

Por fim, com base nas análises obtidas pelo instrumento diagnóstico, o pesquisador afirma que, ao considerar que o conhecimento profissional é uma interação do conteúdo específico com o conteúdo pedagógico, não se pode tratar isoladamente tais conteúdos, pois, desse modo, não seria um conhecimento profissional. E responde à sua questão de pesquisa (“Como o conhecimento profissional do professor de Matemática influencia a abordagem de probabilidade?”), afirmando que o conhecimento profissional do professor de matemática influencia diretamente uma abordagem do ensino, independente do tema a ser ensinado, devido ao tratamento dual do conhecimento específico e pedagógico, que envolve diferentes perspectivas desse ensino.

Para este mesmo autor, Corrêa (2010), o conhecimento profissional e abordagem da probabilidade têm relação biunívoca, ou seja, o conhecimento específico do conhecimento profissional está para o enfoque formal de probabilidade da mesma forma que conhecimento pedagógico do conhecimento profissional está para o enfoque experimental de probabilidade. E acrescenta estar convicto de que as futuras formações de professores de Matemática, tanto na fase inicial quanto na continuada, podem se desenvolver muito, se olhadas com seriedade, não apenas em relação ao currículo específico, pois enquanto houver essa distinção de

conhecimentos, específico e pedagógico e sua real separação, a Educação, pensada como processo de ensino, deixa de evoluir e contribuir para um bem comum.

Com base nesses estudos, este estudo pretende estabelecer critérios, além de ser um respaldo consistente para a realização de análise dos livros didáticos de matemática do Ensino Médio e dos cadernos utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, paralelamente ao uso da Teoria Antropológica do Didático (TAD), referencial teórico desta pesquisa, e assim, responder de forma satisfatória às questões de pesquisa deste trabalho.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

É crescente a utilização da Probabilidade em diversos campos da atuação humana, tornando-se indispensável para a análise de dados e tomada de decisões, seja em áreas administrativas ou científicas. Nesse sentido, Rotunno (2007 apud OLIVEIRA, 2010) afirma que aplicações específicas à Teoria das Probabilidades encontram-se presentes nas sondagens de opiniões, nos fundos de previdência, na genética, nas companhias de seguros nos esportes, etc.

Ainda a esse respeito, Rodrigues (2007 apud OLIVEIRA, 2010), explica que muitas decisões que ocorrem no mundo são tomadas após estudos minuciosos de suas probabilidades, avaliando-se a margem de acertos ou de erros, conquistas ou derrotas, ganhos ou perdas. O que reforça a idéia de Lopes (2004, apud OLIVEIRA, 2010), para quem a Combinatória a Probabilidade e a Estatística, presentes em nosso cotidiano, interrelacionam-se, proporcionando, assim, uma filosofia do acaso e do aleatório, desempenhando um papel importante na compreensão da natureza.

Assim, diante de tamanha importância, é natural que tais conteúdos sejam incluídos nos currículos escolares. Entretanto, segundo Lopes (2008), se incluirmos os conteúdos de Probabilidade e Estatística apenas como mais um conteúdo a ser estudado, em um ou outro ano da educação básica, enfatizando apenas a parte da estatística descritiva, seus cálculos e fórmulas não levarão o estudante ao desenvolvimento do pensamento estatístico e do pensamento probabilístico. A

autora acrescenta, ainda, que não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos como o crescimento populacional ou a taxa de inflação. É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Da mesma forma, não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, mas é necessário compará-las para tirar conclusões.

Dessa forma, a pesquisadora afirma que, para que o ensino de Probabilidade e Estatística contribua para esse fato, é importante que:

Se possibilite aos alunos o confronto com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los. Acreditamos ser necessário que nós, professores, os incentivemos a socializar suas diferentes soluções, aprendendo a ouvir críticas e a valorizar seu próprio trabalho e o dos outros. Nesse contexto, o trabalho com esses temas pode ser de grande contribuição, tendo em vista sua natureza problematizadora que viabiliza o enriquecimento do processo reflexivo (LOPES, 2008, p. 61).

Do mesmo modo, como o livro didático é um dos principais recursos utilizados pelos docentes no processo de ensino e aprendizagem, deve, segundo Oliveira (2006), ser objeto de análise e discussão por parte de alunos e professores e ser tratado criticamente, para que se evidenciem tanto suas qualidades quanto suas limitações.

Sob essa ótica, e com intuito de realizar uma análise dos conteúdos referentes à Probabilidade, este estudo optou por analisar um livro didático do Ensino Médio e os cadernos utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, ambos dos 2º e 3º anos do Ensino Médio.

Essas análises foram baseadas na Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1992) e em concepções e propostas dos autores estudados nesta Revisão Bibliográfica e no Quadro Teórico descrito a seguir.

### 1.3 QUADRO TEÓRICO

O presente trabalho pretende analisar livros didáticos de acordo com os pressupostos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1992) para analisar, nos livros didáticos selecionados, os tipos de Tarefas, Técnicas,

Tecnologias e Teorias que compõem a construção do conhecimento matemático de Probabilidade. É importante mencionar a restrição das análises a um livro didático utilizado no 2º e 3º anos do Ensino Médio, recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – (PCNEM, 2006) e dos cadernos utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, também dos 2º ano do Ensino Médio

A utilização da TAD, como embasamento teórico deste trabalho, justifica-se, pois ela permite uma análise detalhada do funcionamento didático do conhecimento a ensinar. De acordo com Almouloud, (2007), “a TAD estuda as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, entendidos como relações sujeito-instituição-saber (em referência ao sistema didático tratado por Brousseau:., aluno-professor-saber)”, o que possibilita analisar os conceitos matemáticos e didáticos envolvidos nas questões, bem como explorar a concepção da seqüência de ensino do ponto de vista prático.

Ainda segundo Almouloud (2007), a TAD é uma importante contribuição para a didática da matemática, pois, além de ser uma evolução da transposição didática, inserindo a didática no campo da antropologia, focaliza o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas.

Sobre praxeologia, o mesmo autor, Almouloud (2007), comenta: “A palavra praxeologia é formada por dois termos gregos, práxis e logos, que significam, respectivamente, prática e razão. Ela reporta-se ao fato de que uma prática humana, no interior de uma instituição, estar sempre acompanhada de um discurso, mais ou menos desenvolvido, de um logos que a justifica e lhe dá razão”. Nesse sentido, segundo Miguel (2005), o saber matemático é uma forma particular de conhecimento, e é resultado da ação humana: é produzido, é ensinado ou se transpõe nas instituições. A organização praxeológica de um saber matemático serve para analisar, descrever e estudar as condições de sua realização.

Assim, se levarmos em consideração que os atos de ensinar e aprender são resultados de atividades humanas, então podemos descrevê-los como organizações praxeológicas. Admitindo também o livro didático como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, é coerente elaborar uma análise praxeológica destes

livros. É nesse sentido que pretendemos analisar os livros didáticos, observando como os conhecimentos acerca de Probabilidade estão inseridos e relacionados nas obras.

Segundo Miguel (2005), para definir as organizações praxeológicas, há um postulado que introduz as noções de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, que diz: “toda prática institucional pode ser analisada em diferentes pontos de vista e formas, por meio de um sistema de tarefas, relativamente bem limitadas que se dividem no fluxo da prática.” (BOSCH; CHEVALLARD, 1992, p. 84, apud MIGUEL, 2005, p. 34)

Dessa forma, a tarefa deve referir-se a um objetivo bem definido e ser expressa por um verbo, por exemplo: calcular a probabilidade da intersecção de dois eventos é uma tarefa, ao passo que calcular, apenas, nomeia-se como gênero de tarefas. Bosch e Chevallard (1992, apud MIGUEL, 2005) acrescentam, ainda que, a noção de tarefa é delimitada pelo segundo postulado que diz: “a realização de toda tarefa provém de se colocar em ação uma técnica.” O sentido do termo técnica, explicam os autores, é mais amplo que o usual: não é apenas um procedimento estruturado e metódico, mas, uma maneira particular de se realizar determinada tarefa. Uma técnica pode resolver algumas tarefas de determinado tipo, mas não obrigatoriamente todas; essa característica é definida como capacidade intelectual da técnica.

A esse respeito, Miguel (2005) acrescenta que, embora exista uma tendência em produzir algoritmos para as técnicas, sobretudo nos casos de tarefas mais complexas, essa característica não é necessária. Em cada instituição, em uma determinada época, existe uma ou poucas técnicas relacionadas a um tipo de tarefa, institucionalmente reconhecidas, embora técnicas diferentes possam existir em outras instituições. Em geral, essas novas técnicas provocam desequilíbrios nos sujeitos da instituição e, conseqüentemente, são contestadas e, na maioria das vezes, descartadas.

Delimitadas as noções de tarefas e técnicas, cria-se o bloco técnico-prático, associado ao saber fazer. Para Miguel (2005), a vida das instituições é feita de escolhas de tarefas e técnicas. A relação institucional a um objeto é constituída pelo conjunto de tarefas que devem ser resolvidas e pelas técnicas usuais da instituição. Dessa forma, a pessoa realiza diferentes tarefas em instituições distintas a que ela

se sujeita, simultânea ou sucessivamente, fazendo emergir sua relação pessoal aos objetos com que teve contato.

Para Bosch e Chevallard (1992, p.85, apud MIGUEL, 2005), na maioria das vezes, as tarefas e as correspondentes técnicas em uma dada instituição, tendem a ser sempre as mesmas; em meio a essa rotina, pode surgir uma tarefa problemática, isto é, para a qual não existe uma técnica apropriada, seja porque a tarefa é nova (para o sujeito ou para a instituição) seja porque a técnica existente está sendo questionada. Nesse caso, pode-se obter uma adaptação da técnica de outra instituição ou, até mesmo, a criação de uma técnica inédita. Um novo saber fazer é construído e é preciso, ainda, organizá-lo para que se possa organizar seu funcionamento regular na instituição.

Assim, para Chevallard, Bosch e Gáscon (1997, p. 125 apud SABO, 2007), para que uma técnica possa ser utilizada de maneira normalizada, deve aparecer como algo ao mesmo tempo correto e compreensível. A existência de uma técnica supõe, também, a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificado da técnica e de âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos a esse discurso sobre a técnica de tecnologia.

A função da tecnologia é argumentar, com um discurso racional, a fim de justificar e demonstrar as técnicas utilizadas na realização de determinada tarefa. O discurso argumentativo pode variar no espaço institucional. Deste modo, um discurso de fácil compreensão e válido para um espaço institucional pode parecer pouco razoável em outro.

É importante ressaltar que, em uma instituição, independente de qual seja a tarefa a realizar, a técnica aplicada a esta tarefa está sempre associada a uma tecnologia ou a um vestígio de tecnologia. Como a tecnologia tem a função de explicar, justificar e demonstrar as técnicas utilizadas, o componente tecnológico se modifica de acordo com os tipos de tarefas e técnicas utilizadas. A concepção de tecnologia fica bem clara se a compararmos com as demonstrações, em geometria Euclidiana, em que a demonstração de um determinado teorema é a tecnologia que justifica as técnicas e procedimentos realizados na demonstração, ou seja, esclarece e os torna inteligíveis.

Por outro lado, é necessário que as tecnologias também sejam justificadas e validadas. Eis, então, o papel da Teoria da Técnica, um discurso que descreve a tecnologia com precisão e rigor, permitindo, efetivamente, sua formalização. Passasse, assim, a um nível superior de justificação, o nível da Teoria.

A esse respeito, Chevallard afirma:

Em grego *theôria* tem tomado a partir de Platão o sentido moderno de “especulação abstrata”. Porém, na origem, significa simplesmente a idéia de contemplação de um espetáculo – os *theôros* eram os espectadores que olhavam a ação sem participar. Disso, os enunciados teóricos aparecem freqüentemente como “abstratos”, afastados das preocupações dos simples tecnólogos e técnicos. Este efeito de abstração é relativo ao que se baseia a grande generalidade dos enunciados teóricos – sua capacidade para justificar, para explicar, para produzir. (CHEVALLARD, 1999, p.5 apud SABO, 2007, p.14).

Acerca das concepções de tarefa, técnica, tecnologia e teoria, Bosch e Chevallard discorrem:

[...] a ecologia das tarefas e técnicas são as condições e necessidades que permitem a produção e utilização destas nas instituições e a gente supõe que, para poder existir em uma instituição uma técnica deve ser compreensível, legível e justificada [...] essa necessidade tecnológica implica na existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas que a gente chama de tecnologia da técnica. O postulado anunciado implica também que toda tecnologia tem necessidade de uma justificativa que a gente chama teoria da técnica e que constitui o fundamento último. (BOSCH E CHEVALLARD, 1999, p. 85-86 apud MIGUEL, 2005, 36)

Nota-se que, em torno de uma tarefa, há sempre a tríade: técnica, tecnologia e teoria, o que leva a uma organização praxeológica constituída por dois blocos: saber fazer (técnico/prático) e saber (tecnológico/teórico).

Desta forma, segundo Chevallard (1992 apud MIGUEL, 2005), as praxeologias (ou organizações) associadas a um saber matemático são de duas espécies: matemáticas e didáticas. As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas referem-se ao modo de se fazer essa construção. Sendo assim, existe uma relação entre os dois tipos de organização, que Chevallard (1992, apud MIGUEL, 2005) define como fenômeno de co-determinação entre as organizações matemática e didática.

Portanto, sob o amparo dessa teoria, tida por este estudo como a mais adequada para analisar, detalhadamente, o funcionamento didático do conhecimento a ensinar, foram realizadas as análises dos livros didáticos e cadernos do Ensino Médio utilizados na rede pública de ensino do estado de São

Paulo, visando a responder à questão da pesquisa e atingir os objetivos apresentados a seguir.

#### 1.4 QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS

Pretende-se, com esta pesquisa, analisar livros didáticos do Ensino Médio e levantar quais as tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, nos termos de Chevallard (1992), estão presentes nos conteúdos de Probabilidade, além de verificar se estas estão em consonância com as orientações dadas pelos documentos oficiais (PCNEM, PCN+ e Orientações Curriculares para Ensino Médio), bem como compará-las aos critérios estabelecidos com base em propostas e conjecturas de autores referências deste trabalho.

A partir dessas análises, pretende-se responder a seguinte questão de pesquisa: **As tarefas, técnicas, tecnologias e teorias acerca dos conteúdos de Probabilidade propostas pelos livros didáticos e cadernos do Ensino Médio utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, estão de acordo com o que é sugerido pelos documentos oficiais e pesquisadores em Educação Matemática?**

#### 1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia que norteou este trabalho é a pesquisa bibliográfica, que, de acordo com Gil (2009), consiste na pesquisa desenvolvida com base em material já elaborado, como livros e artigos científicos. Foi considerada a metodologia mais adequada para esta pesquisa, visto basear-se na análise de livros didáticos, utilizando critérios estabelecidos a partir de livros e artigos científicos, além da TAD, proposta por Chevallard (1992).

Assim, decidiu-se iniciar a pesquisa por um estudo de trabalhos acadêmicos relacionados ao ensino e a aprendizagem de Probabilidade e documentos: PCNEM, PCN+ e Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Com base nesses estudos,

foram estabelecidos critérios e elaboradas as considerações sobre a TAD, âmago teórico deste trabalho.

Foram escolhidos para a análise: os volumes 2 e 3 de SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Matemática – Ensino Médio** 3ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2003, um dos livros recomendados pelo PNLEM (2006); os cadernos utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, por fazerem parte da proposta curricular apresentada em 2008 à Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE-SP) com o objetivo de padronizar os conteúdos a serem ensinados.

Estabelecidos os livros e os critérios, a análise teve, como objetivo verificar quais as **Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias**, no sentido de Chevallard (1992), estão presentes nos conteúdos de Probabilidade, além de atestar se esses estão de acordo com os critérios que estabelecemos. Por fim, apresentou-se as considerações finais acerca do alcançado e conjecturado com desenvolvimento da pesquisa.

## 2 ESTUDOS PRELIMINARES

Uma análise de alguns documentos oficiais de ensino, sobre as orientações para o ensino de probabilidade no Ensino Médio constituiu-se num dos recursos utilizados neste trabalho, conforme descrito a seguir.

### 2.1 PCNEM – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM Brasil (2000, p. 104) pretendem explicitar as habilidades básicas e as competências específicas, que se espera, sejam desenvolvidas pelos alunos. Estabelecem, como objetivos para que o ensino de matemática possa resultar em aprendizagem real e significativa, levar os alunos a:

- 1) Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- 2) Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- 3) Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da matemática, de outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- 4) Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- 5) Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- 6) Expressar-se oral, escrita, e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem nas demonstrações em matemática;
- 7) Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- 8) Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- 9) Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (PCNEM Brasil, 2000, p.104)

O documento ressalta, ainda, a importância de rever e redimensionar alguns temas tradicionalmente ensinados. Entretanto, afirma que não basta rever a metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação.

Os PCNEM Brasil (2000) relacionam, também, um conjunto de competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos aprendizes no decorrer do Ensino Médio, divididas em três blocos, assim detalhados:

#### **Representação e Comunicação**

- 1) Ler e interpretar textos de matemática;
- 2) Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.);
- 3) Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas etc.);
- 4) Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
- 5) Produzir textos matemáticos adequados;
- 6) Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
- 7) Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

#### **Investigação e compreensão**

- 1) Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.);
- 2) Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- 3) Formular hipóteses e prever resultados;
- 4) Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- 5) Interpretar e criticar resultados em uma situação concreta;
- 6) Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
- 7) Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- 8) Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

#### **Contextualização sócio-cultural**

- 1) Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real;
- 2) Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
- 3) Relacionar etapas da história da matemática com a evolução da humanidade;
- 4) Utilizar adequadamente calculadoras e computadores, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (PCNEM, 2000, p.12)

Assim, nota-se o incentivo ao uso de tecnologias como recurso facilitador ao processo de ensino e aprendizagem, além do uso da história da matemática para apresentar exemplos do cotidiano e enriquecer os conteúdos a ensinar.

Além disso, segundo os PCNEM (2000), o desenvolvimento de valores e atitudes são fundamentais para que o aluno aprenda. Omitir ou descuidar do

trabalho com esse aspecto da formação pode impedir a aprendizagem, inclusive da própria matemática. Dentre esses valores e atitudes, destaca a iniciativa, responsabilidade, confiança na forma de pensar e fundamentar suas idéias e argumentações.

## 2.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS +

Os Parâmetros Curriculares Nacionais + - PCN+ Brasil (2002) foram escritos de forma complementar aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). Pretende-se analisar, aqui, o capítulo intitulado: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, e verificar as orientações acerca do ensino de Probabilidade.

O tema análise de dados, segundo os PCN+ Brasil (2002), é algo essencial em problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas à saúde, populações, transportes, orçamentos, e questões de mercado. Propõe-se que constitua um dos eixos norteadores do ensino e tenha, como objetos de estudo, os conjuntos finitos de dados, que podem ser numéricos ou informações qualitativas. É organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade, objeto de nosso estudo.

De acordo com os PCN+ Brasil (2002), a Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de idéias e procedimentos que permitem aplicar a matemática, em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificadas direta ou exatamente. Cabe à Estatística, por exemplo, analisar a intenção de voto em uma eleição ou o possível êxito do lançamento de um produto no mercado, antes da eleição em si e da fabricação do produto. Isso é feito através da pesquisa estatística, que envolve amostras, levantamento de dados e análises das informações obtidas.

Da mesma forma, a Probabilidade acena com resultados possíveis, mas não exatos. Ao afirmar que o resultado 1 tem  $1/6$  de probabilidade no lançamento de um

dado, não há certeza de que em seis lançamentos do dado o número 1 sairá exatamente uma vez. Da mesma forma, a afirmação de que determinado tratamento médico tem 90% de probabilidade de cura para uma doença, não garante que em um grupo de 10 pessoas submetidas ao tratamento, exatamente uma pessoa continuará doente. Assim, pode-se dizer que a Estatística e Probabilidade lidam com conjuntos finitos e utilizam procedimentos que permitem controlar, com certa segurança, a incerteza e mobilidade desses dados.

Os PCN+ Brasil (2002) reforçam que, para o trabalho com esses conteúdos, deve-se priorizar a resolução de problemas para evitar a teorização excessiva, além de utilizar as fórmulas apenas como artifícios para facilitar os cálculos muito extensos. Nesse sentido, incentiva a utilização de calculadoras e computadores como meios de dinamizar e subsidiar o aprendizado.

Ainda segundo este mesmo documento, a Probabilidade deve ser abordada no 3º ano do Ensino médio e priorizar os seguintes conteúdos e habilidades:

- 1) Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais científicos, tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados;
- 2) Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico;
- 3) Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades. (PCN+, 2002, p. 127)

## 2.3 ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM Brasil (2006), objetivam contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. Seu conteúdo foi desenvolvido a partir de necessidades expressas em debates e encontros com os gestores das Secretarias Estaduais de Educação e aqueles que, nas universidades, pesquisam e discutem os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, não só no sentido de aprofundar a compreensão sobre os pontos que mereciam esclarecimentos, mas também para apontar e desenvolver indicativos que pudessem oferecer alternativas didáticas para a organização do trabalho pedagógico, a fim de atender às necessidades e às expectativas das escolas e dos professores, na estruturação do currículo para o Ensino Médio.

Embora dividido em quatro grandes blocos: Número e Operações, Funções, Geometria, Análise de dados e probabilidade, o documento orienta a articulação entre os blocos. Aponta, ainda, a necessidade de consolidar e retomar alguns conceitos e idéias ensinados no Ensino Fundamental que exigem maior maturidade para total compreensão. De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), uma das razões para o ensino do bloco Análise de Dados e Probabilidade reside na importância das idéias de incerteza e de probabilidade, associadas aos chamados fenômenos aleatórios, presentes de forma essencial no mundo natural e social.

Para oferecer aos alunos uma visão apropriada da importância dos modelos probabilísticos no mundo de hoje, de acordo com as OCEM Brasil (2006), é importante que os mesmos tenham oportunidade de ver esses modelos em ação. Por exemplo, é possível simular o que ocorre em certa pesquisa de opinião, estimando, com base em uma amostra, a fração de balas de determinada cor em uma caixa.

O documento ressalta, ainda, que os estudos de combinatória e probabilidade são essenciais para que os aprendizes adquiram conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. Além disso, destaca o diagrama de árvores como forte aliado ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de probabilidade, pois ajudam a clarear as conexões entre os experimentos compostos e a visualizar a estrutura dos múltiplos passos do experimento.

É importante que os alunos entendam, ao estudar probabilidade e chance, os conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade, que aparecem em nossa vida, diariamente, particularmente na mídia. Outras idéias importantes incluem a compreensão de que a probabilidade é uma medida de incerteza, que os modelos são úteis para simular eventos, para estimar probabilidades, e que, algumas vezes, nossas intuições são incorretas e podem levar a uma conclusão equivocada no que se refere à probabilidade e à chance.

Além disso, as OCEM Brasil (2006) enfatizam a necessidade de, nas situações e nas experiências aleatórias, os estudantes aprenderem a descrevê-las em termos de eventualidades, associá-las a um conjunto de eventos elementares e

representá-las de forma esquemática. Orienta, ainda, sobre a necessidade dos alunos dominarem a linguagem de eventos, levantarem hipóteses de equiprobabilidade, associarem a estatística dos resultados observados e as frequências dos eventos correspondentes, e utilizarem a estatística de tais frequências para estimar a probabilidade de um evento dado.

O uso de tecnologias como subsidio para o ensino de matemática é incentivado, pelas OCEM Brasil (2006), pois, segundo o mesmo documento, é importante contemplar uma formação escolar utilizando a matemática como ferramenta para entender a tecnologia e a tecnologia como ferramenta para entender a matemática. Considerando a relação da matemática para a tecnologia, deve-se pensar numa formação que a capacite para o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho bastante corriqueiros nos dias de hoje.

Por outro lado, se pensarmos na relação da tecnologia para a matemática, há softwares com os quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, planilhas eletrônicas para trabalhar com estatística e probabilidade, por exemplo. Além disso, o uso das tecnologias como facilitador no processo de ensino e aprendizagem pode alavancar o interesse e entusiasmo dos alunos nos trabalhos e produzir discussões e trocas de idéias enriquecedoras para a construção do conhecimento.

## 2.4 O LIVRO DIDÁTICO

No meio escolar, o livro didático é um dos principais recursos utilizados pelos docentes no processo de ensino e aprendizagem, visto que foi desenvolvido e pensado especialmente para esse fim. Entretanto, alguns cuidados devem ser tomados, pois, de acordo com Oliveira (2006), o livro didático deve ser objeto de análise e discussão por parte de alunos e professores; deve ser tratado criticamente para que se evidenciem tanto suas qualidades, quanto suas limitações.

Nesse sentido, é papel do professor interpretar e questionar os conteúdos dos livros didáticos, utilizando sua experiência docente, para que este se torne uma

ferramenta eficaz e o subsidie em suas aulas. De acordo com Lajolo (1996), “muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares”.

Outra afirmação a esse respeito vem de Romanatto (2004):

O livro didático, como qualquer outro recurso tem sua importância condicionada ao uso que o professor dele faça. Não só pelo seu emprego correto, mas sabendo explorá-lo em função dos objetivos a alcançar, sabendo enfatizar os seus pontos fortes e anular seus pontos fracos. Se o professor estiver atento para analisar e selecionar o livro didático, estará capacitado para o seu devido emprego. Nesse sentido o livro didático, como qualquer outro recurso pedagógico, só será eficiente se estiver integrado ao processo de aprendizagem. (ROMANATO, 2004, p.5)

Assim, ao adotar um livro didático, o mestre deve preocupar-se com sua escolha, por isso é recomendável que critérios sejam estabelecidos para que os livros selecionados estejam adequados à realidade dos discentes e subsidiem no processo de ensino e aprendizagem.

Pensando no livro didático como ferramenta facilitadora que contribua verdadeiramente para a construção do conhecimento e aprendizado significativo dos alunos, é importante ressaltar alguns itens sugeridos por Romanatto (2004) para a análise e escolha de um livro didático:

[...] seu conteúdo, seus exercícios, sua linguagem, suas ilustrações forem: adequados ao nível de maturidade do aluno, [...] ao nível de escolaridade e série a que se destina, [...] e [...] capazes de estimular o interesse do aluno, motivando-o para sua leitura [...];

Estiver [...] de acordo com os objetivos propostos, ou seja, o desenvolvimento do raciocínio e pensamento lógico; a capacidade de observar, comparar, ordenar, classificar, generalizar e abstrair soluções de situações-problema;

Apresentar [...] papel e escrita adequados, sequência lógica dos conteúdos, situações-problema relevantes e interessantes, possibilidades de desenvolver o raciocínio lógico para a compreensão e justificação dos conceitos, princípios e procedimentos matemáticos, formas variadas para avaliação da aprendizagem aplicações dos conceitos em diferentes situações reais, leituras complementares, utilização de materiais feitos pelos alunos ou pelo professor, linguagem com clareza e precisão e condições de integrações com outras disciplinas (ROMANATTO, 2004, p. 6-7).

Portanto, essas considerações esclarecem o cuidado que o docente deve ter ao analisar e selecionar um livro para adoção, para que esse seja, de fato, uma ferramenta útil e contribua para que os alunos construam o conhecimento de forma significativa. Sob essa ótica, admitindo a necessidade de estabelecer parâmetros e

critérios para a seleção dos livros didáticos, foram elaboradas as análises de um livro didático indicado pelo PNLEM e dos cadernos do aluno, do Ensino Médio, implementados segundo a nova proposta curricular do estado de São Paulo, em 2008.

### **3 ANÁLISES DOS LIVROS DIDÁTICOS**

Neste capítulo, são apresentados os critérios estabelecidos para a escolha dos livros didáticos de matemática do Ensino Médio e dos cadernos utilizados na rede pública do estado de São Paulo, objetos de análise, bem como os critérios que embasaram a análise e as justificativas que levaram à sua adoção.

#### **3.1 CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS LIVROS**

O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD Brasil, em sua proposta inicial, previa apenas a escolha dos livros didáticos pelo professor, com a consequente distribuição pelo MEC. Entretanto, ao entenderem que a escolha do livro didático é fator de extrema importância para o processo de ensino e aprendizagem, os professores, em 1995, passaram a escolher os livros com base em análises realizadas por especialistas das diversas áreas do conhecimento.

As avaliações surtiram um grande efeito positivo, visto que, segundo o PNLEM Brasil (2006), as análises dos dados referentes às escolhas dos livros didáticos pelos professores mostram que a escolha que, inicialmente, recaía sobre livros didáticos menos qualificados, se inverteu após o trabalho do PNLD, elevando a qualidade dos livros adotados pelos docentes.

O sucesso com o PLND Brasil levou o MEC a expandir o trabalho, inicialmente feito apenas para os livros didáticos do Ensino Fundamental, passando a avaliar também os livros didáticos utilizados no Ensino Médio, criando assim o PNLEM, Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio. Segundo o PNLEM (2006), “essa iniciativa aumentou as discussões sobre o papel do livro didático em

sala de aula, suas implicações pedagógicas, os critérios de avaliação para avaliação de um trabalho de qualidade em sala de aula e a importância de uma escolha consciente e autônoma por parte dos professores.

Assim, por ser um livro presente no PNLEM Brasil de 2006, escolhemos os volumes 2 e 3 de SMOLE, Kátia Cristina Stocco. Matemática – Ensino Médio 3ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2003, para análise, concentrando esforços nos conteúdos relativos à probabilidade, definições, exercícios, conceitos, entre outros aspectos.

Em 2008 foi apresentada, pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE-SP) uma nova proposta curricular, com objetivo de padronizar os conteúdos a ensinar e fazer com que as escolas, de fato, funcionem como uma rede. O fraco desempenho nos exames de avaliação e a alta rotatividade de alunos e professores nas escolas foram pontos-chave para a elaboração da proposta. Assim, foram criados cadernos do professor e do aluno, distribuídos por série e por bimestre.

Por esse motivo, como nos livros didáticos, decidiu-se, neste trabalho, analisar, nesse material, os conteúdos referentes à Probabilidade e, contidos no caderno do 3º bimestre da 2ª série do Ensino Médio, nos quais os conteúdos estão concentrados.

### 3.2 CRITÉRIOS DE ANÁLISE

As análises dos livros didáticos e dos cadernos do aluno, do Ensino Médio, implementados segundo a nova proposta curricular do estado de São Paulo, em 2008, foram realizadas de acordo com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard (1992). Sob a luz dessa teoria foram analisadas quais as Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias estão envolvidas nos conteúdos apresentados bem como seu papel no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Probabilidade.

Foram, igualmente eleitos, três critérios para a análise dos livros didáticos e dos cadernos do aluno, baseados em propostas e observações dos pesquisadores estudados na revisão bibliográfica e em consonância com o que orientam os

documentos oficiais. Seguem, na sequência, os critérios e as justificativas para sua escolha.

### **Critério 1 (C1) – Enfoque Frequentista.**

**Justificativa:** Segundo Coutinho (1994), o ensino da probabilidade deve ser feito desde o segundo grau, utilizando a visão frequentista para que se torne mais um instrumento de leitura da realidade em que se está inserido, acompanhada, diariamente, pelos noticiários, além de minimizar as concepções errôneas apresentadas pelos alunos e tornar o aprendizado mais significativo.

### **Critério 2 (C2) – Textos que incentivem a interdisciplinaridade.**

**Justificativa:** Os PCNEM (2000) estabelecem como objetivos para que o ensino de matemática possa resultar em aprendizagem real e significativa, levar os alunos a: “Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo”. Nesse sentido, Oliveira (2006), por exemplo, afirma que a Probabilidade e a estatística ainda estão muito distantes das propostas apresentadas nos PCN+, pois a maioria dos livros didáticos do Ensino Médio não aborda os conteúdos com o objetivo de incentivar a curiosidade, motivar o seu estudo e propor atividades interessantes. Os livros, segundo ele, não se preocupam em escrever textos que abordem temas de cultura geral, propícios à interdisciplinaridade.

### **Critério 3 (C3) – Reconhecer o caráter aleatório dos fenômenos.**

**Justificativa:** Segundo o PCN + (2002), a Probabilidade deve ser abordada no 3º ano do Ensino médio e priorizar os seguintes conteúdos e habilidades: “Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais científicos, tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados”.

## **3.3 A ANÁLISE**

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta com Chevallard (1992), como base teórica, analisou-se um livro didático de matemática do Ensino

Médio e os cadernos utilizados na rede pública de ensino do estado de São Paulo, também no Ensino Médio.

Desse modo foram analisados, nos livros didáticos selecionados, os tipos de Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias que compõe a construção do conhecimento matemático de Probabilidade, além de utilizar critérios estabelecidos nos Estudos Preliminares e Revisão Bibliográfica, a fim de verificar se os conteúdos encontrados nesses materiais estão de acordo com as propostas e conjecturas levantadas por pesquisadores em Educação matemática e/ou cumprem com pontos cruciais orientados pelos documentos oficiais.

É importante salientar, que nesta análise, não se pretende fazer juízo de valor, enaltecer ou depreciar os materiais analisados, mas uma análise das obras com olhar crítico e científico, embasados pela TAD e por critérios estabelecidos nestes estudos.

Dessa forma, elaborou-se uma síntese de como os conteúdos são introduzidos, posteriormente comentada, resumidamente, bem como as estratégias didáticas adotadas pelos autores e a investigação das Técnicas, Tecnologias e Teorias envolvidas nas Tarefas propostas, segundo os critérios estabelecidos.

### 3.3.1 – ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO: MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO

Neste capítulo, serão analisados os volumes 2 e 3 de SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Matemática – Ensino Médio** 3ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2003. A análise é dividida em 11 partes, abordando todos os conteúdos de probabilidade presentes na obra.

## PARTE 1: A TEORIA DAS PROBABILIDADES

Para introduzir a Unidade Teoria das Probabilidades os autores optaram partir de um exemplo presente no dia-a-dia dos aprendizes, o jogo da mega-sena. Após breve relato sobre a mega-sena e a aplicação do cálculo de probabilidade para descobrir a chance de acerto, os autores partem para a linguagem da probabilidade, que nada mais é que o estudo das definições de experimento aleatório, espaço amostral e evento.

## **PARTE 2: EXPERIMENTO ALEATÓRIO, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO**

Neste capítulo, ainda utilizando a mega-sena como pano de fundo, os autores introduzem os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e evento da seguinte maneira:

Experimento aleatório é todo experimento que mesmo repetido várias vezes, sob condições semelhantes, apresenta resultados imprevisíveis, dentre os resultados possíveis.

Espaço amostral de um experimento aleatório é o conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento. Notação:  $S$

Evento é todo subconjunto de um espaço amostral  $S$  de um experimento aleatório.

Todo subconjunto de  $S$  é denominado evento simples ou elementar. Chamamos  $S$  de evento certo e conjunto vazio de evento impossível. (SMOLE, 2004, p.94-95)

Os autores reforçam, ainda, que as chances de eventos simples ocorrerem em um espaço amostral  $S$  (não vazio e finito) sejam iguais e chamam  $S$  também de espaço de eventos equiprováveis.

A seguir, apresentam uma série de exemplos resolvidos para introduzir os conceitos e avançam a uma lista de 12 exercícios. Apesar de propor doze exercícios distintos, nessa série há apenas 4 tipos de tarefas distintas, e, portanto, analisaremos apenas um exercício de cada tipo de tarefa.

**Tipo de Tarefa 1:** Descrever o espaço amostral do experimento aleatório

**Tarefa:** Descrever o espaço amostral do experimento aleatório: Lançamento de duas moedas.

**Técnica:** Determinar as combinações possíveis de cara ou coroa na primeira moeda, com cara ou coroa na segunda moeda e em seguida contá-las. Caso fosse realizado apenas um lançamento para cada moeda teríamos: Sejam **ca** (cara) e **co** (coroa):  $S = \{ca-ca; ca-co; co-ca; co-co\}$ .

**Discurso tecnológico-teórico:** Definição de Espaço Amostral.

**Tipo de Tarefa 2:** descrever um determinado evento.

**Tarefa:** descrever o evento A: obter faces do mesmo nome.

**Técnica:** Analisar as combinações possíveis e determinar o evento. Para este caso temos: obter cara e cara ou coroa e coroa.

**Discurso tecnológico-teórico:** Utilização da definição de Evento.

**Tipo de Tarefa 3:** Associar palavras às definições aprendidas.

**Tarefa:** Encontrar palavras ou frases que signifiquem o mesmo que: impossível, possível, pouco provável, muito provável e certo.

**Técnica:** Relacionar as palavras com as definições de espaço amostral, experimento aleatório e evento.

**Discurso tecnológico-teórico:** Definições de Experimento aleatório, espaço amostral, e evento.

**Tipo de Tarefa 4:** Criar um evento a partir de uma determinada definição.

**Tarefa:** Indicar um evento simples:

**Técnica:** Criar um evento que tenha um único resultado possível. Para este caso podemos citar: Extrair uma dama do naipe de ouros de um baralho comum.

### **Discurso tecnológico-teórico: Definição de evento simples.**

Pode-se inferir que as tarefas apresentadas na Parte 2 adequadas, pois exploram, de maneira satisfatória, todos os conceitos que se pretendeu introduzir e podem contribuir de forma significativa para a assimilação dos conceitos, já que procuram levar os alunos a construí-los. Entretanto, uma variedade maior de tipo de tarefas facilitaria a assimilação dos conteúdos.

Analisando, segundo os critérios estabelecidos, vale dizer que o critério C1, que diz respeito à introdução da probabilidade utilizando a visão frequentista, não foi atendido, já que não há tarefas que exijam esse enfoque. Em contrapartida, o critério C2 foi atendido, já que a introdução à probabilidade é feita partindo de textos que incentivam a interdisciplinaridade, utilizando a mega sena e outros assuntos interdisciplinares para introduzir os conteúdos, como é recomendado pelos PCNEM (BRASIL, 2000). E, por fim, o critério C3 também foi contemplado, pois os autores ressaltam diversas vezes o caráter aleatório dos fenômenos, inclusive propondo exercícios que trabalham essa ideia.

Embora não faça parte dos critérios adotados, é importante notar que, no final desta unidade, os autores propõem um jogo a ser realizado em duplas, o que pode ser também uma importante ferramenta para motivar e contribuir para a assimilação dos conceitos, visto que segundo os PCN + (Brasil, 2002):

Os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento. Permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo. (PCN+, BRASIL, 2002, p. 56)

## **PARTE 3: PROBABILIDADE**

Para definir probabilidade, a autora parte dos possíveis resultados em um lançamento de dados e define probabilidade da seguinte maneira:

Seja um evento A de espaço amostral finito S (não vazio).

A Probabilidade de ocorrer o evento A é a razão entre o número de elementos de A e o número de elementos de S, indicado por:

$n(A)$  o nº elementos A.

$n(S)$  o nº elementos de S e

$P(A)$  a probabilidade de ocorrer A, temos:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$  . (Smole, 2004, p.97)

É importante notar que a autora, optou por definir a probabilidade nos termos de Laplace.

Após a definição, a autora apresenta 3 exemplos que são resolvidos aplicando a definição. Vale ressaltar que, ao término dos exemplos resolvidos, a autora chama a atenção para a importância de notar que a probabilidade é uma medida de tendência e não de certeza e não se pode garantir, por exemplo, que ao lançar um dado, o resultado seja a face par.

Findada essa explanação, a autora apresenta dois exercícios resolvidos, similares aos exemplos, e só então propõe uma lista com 6 exercícios, que passaremos a analisar:

Nos 6 exercícios propostos, identificamos apenas 2 tipos diferentes de tarefas e, portanto, apenas esses serão analisados.

**Tipo de Tarefa 1:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento.

**Tarefa:** Determinar a probabilidade de selecionar uma carta, rei, em um baralho de 52 cartas.

**Técnica:** Para esta tarefa, a técnica será dividida em 2 estágios:

**1º estágio:** Determinar o número de elementos do espaço amostral e dos possíveis casos do evento.

**2º estágio:** Aplicar a fórmula algébrica  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$  utilizando os dados obtidos no primeiro estágio. Para este exercício temos:

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

**Discurso tecnológico-teórico:** Definição de probabilidade.

**Tipo de tarefa 2: Descrever eventos que tenham determinada probabilidade.**

**Tarefa:** Para o lançamento de um dado comum, descrever eventos que têm probabilidade:

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{3}$

c)  $\frac{5}{6}$

d) 1

**Tarefa:** determinar eventos a partir de probabilidades dadas, considerando o lançamento de um dado.

**Técnica:** Perceber que a probabilidade de ocorrência de qualquer face é uma em seis e, a partir daí, descrever eventos que tenham a probabilidade solicitada.

Para este exercício, temos:

a) A probabilidade de obter face par; A probabilidade de obter face ímpar; a probabilidade de obter face menor que 4; a probabilidade de obter face maior que 3; a probabilidade de obter face maior que 1 e menor que 5; a probabilidade de obter face menor ou igual a 6 e maior ou igual a 4, etc.

b) A probabilidade de obter face maior que 4; a probabilidade de obter face menor que 3; a probabilidade de obter face maior que 2 e menor que 5; etc.

d) A probabilidade de obter face menor ou igual a 6; a probabilidade de obter face maior ou igual a 1; a probabilidade de obter face par ou ímpar.

**Discurso tecnológico-teórico:** definição de probabilidade e eventos.

A autora propõe ainda, um jogo em dupla, para que, no decorrer deste, os alunos respondam questões sobre a probabilidade dos jogadores vencerem, além de solicitar a construção de um gráfico com essas probabilidades. Ao fim do jogo, questiona os alunos sobre a imparcialidade do jogo e pede para que modifiquem as regras para que se torne um jogo justo.

Por fim, em um quadro denominado “flash matemático”, propõe o que chama de probabilidade experimental, que consiste de um experimento a realizar-se em dupla com o lançamento de moedas e solicita determinação da probabilidade de ocorrências cara e coroa a partir da estabilização da frequência e solicita, ainda, a comparação dos resultados obtidos com os colegas além do registro das conclusões obtidas no caderno.

Assim, analisando a Parte 3, segundo os critérios estabelecidos, podemos afirmar que o critério C1 foi atendido, já que, os exercícios denominados flash matemático, propõem exercícios experimentais que sugerem o cálculo da probabilidade observando a estabilização da frequência.

Já o critério C2 também foi contemplado, pois, ainda na atividade flash matemático, a autora apresenta experiências realizadas para a verificação de probabilidade feita pelos matemáticos Buffon, Kerrich e Pearson relatando acontecimentos históricos. Entretanto, acreditamos que os simples relatos desses marcos não são suficientes para que os alunos atribuam significado aos conteúdos a ensinar. Seriam necessárias atividades que utilizassem a história para a construção do conhecimento, mas não nos prenderemos neste fórum por não ser o foco de nosso trabalho.

O critério C3, por sua vez, também foi atendido, visto que, em alguns momentos, no decorrer da explanação do conteúdo, a autora frisa que a probabilidade é uma medida de tendência e não de certeza.

#### **PARTE 4: PROBABILIDADE DE NÃO OCORRER UM EVENTO**

A autora inicia este item pela definição:

Seja A um evento de espaço amostral S. O conjunto complementar de A em relação a S é o conjunto dos elementos de S que não pertencem a A. É indicado por  $\bar{A}$  ou S-A e como  $n(A)+n(\bar{A})=n(S)$ , dividindo os dois membros por  $n(S)$ , vem:

$$\frac{n(A)+n(\bar{A})}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} \rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(\bar{A})}{n(S)} = 1 \rightarrow P(A) + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow P(\bar{A})=1-P(A) \text{ (Smole, 2004, p.102)}$$

Consideramos a demonstração importante para que o aluno perceba que, de fato, a probabilidade de não ocorrer um evento é igual a 1 menos a probabilidade de que ele ocorra.

Findada a demonstração, a autora apresenta um exemplo resolvido com a aplicação da definição, que é sucedido por uma série de 4 exercícios, todos envolvendo o mesmo tipo de tarefa, e, portanto analisaremos apenas um:

**Tipo de tarefa 1:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento.

**Tarefa:** calcular a probabilidade de extrair uma bola azul ou preta de uma urna onde há 6 bolas verdes, 5 azuis e 4 pretas.

**Técnica:** Para este exercício, a técnica será dividida em 2 estágios:

**1º estágio:** chamar de A o evento “extrair uma bola verde” e calcular sua probabilidade, o que para este exercício temos:  $P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

**2º estágio:** utilizar a fórmula algébrica para calcular  $P(\bar{A})$ , visto que a probabilidade de não extrair uma bola verde implica em extrair uma bola azul ou preta. Para este exercício temos:  $P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$

**Discurso tecnológico-teórico:** utilização da definição de probabilidade e probabilidade de não ocorrer um evento.

Nesta parte, o conteúdo é apresentado de forma muito sucinta, o que culminou em não atender a nenhum dos critérios estabelecidos, visto que inicia com a definição e parte para exercícios que contém um único tipo de tarefa. Além disso, o tipo de tarefa desta parte já foi apresentado na Parte 3, a autora pretende apenas

mudar o foco para que os aprendizes sigam os moldes dos exemplos que foram resolvidos e apliquem a definição dada para a probabilidade de não ocorrer um evento.

## PARTE 5: PROBABILIDADE DA UNIÃO DE EVENTOS

Dessa vez os autores optam por, a partir de um exemplo resolvido, introduzir o conceito de Probabilidade da união de eventos e utilizam a notação  $P(A \cup B)$ , para dois eventos, A e B.

E definem:

“ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ”, onde  $P(A \cap B)$  é a probabilidade de ocorrer A e B, ao passo que  $P(A \cup B)$  é a probabilidade de ocorrer A ou B”. (Smole, 2004, p.102 e 103)

Em seguida, apresentam dois exercícios resolvidos, utilizando a fórmula algébrica e propõem uma lista com 5 exercícios, analisados a seguir.

Novamente, todos os exercícios propostos trazem o mesmo tipo de tarefa e, portanto, analisaremos apenas um deles.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento

**Tarefa:** Calcular a probabilidade de se obter face de número par ou face de número menor que 3 no lançamento de um dado.

**Técnica:** Neste exercício a técnica é dividida em 4 estágios.

**1º estágio:** Chamar de A, por exemplo, o evento: “obter face de número par e B, obter face de número menor que 3”.

**2º estágio:** Identificar o número de elementos dos eventos A, B e do espaço amostral S, que nesse caso são  $n(A)=3$ ,  $n(B)=3$  e  $n(S)=6$ .

**3º estágio:** Utilizar  $n(A)$ ,  $n(B)$  e  $n(S)$ , e aplicar a fórmula algébrica para calcular  $P(A)$ ,  $P(B)$  e  $P(A \cap B)$ . Para esse caso temos:  $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  e  $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

**4º estágio:** Utilizar a fórmula algébrica e calcular  $P(A \cup B)$ . Para esse caso temos:  $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .

**Discurso tecnológico-teórico:** Definição de Probabilidade e de Probabilidade da união de eventos.

Aqui, o conteúdo é apresentado de maneira rápida e superficial e com exercícios que envolvem apenas um tipo de tarefa, privilegiando a aplicação de fórmulas com uma abordagem tecnicista e, portanto, podemos afirmar que nenhum dos critérios estabelecidos foram contemplados, pois não há abordagem frequentista, nem textos que incentivem à interdisciplinaridade e tampouco atividades que levem os discentes a reconhecer o caráter aleatório dos fenômenos. Findado este conteúdo, a autora inicia a Probabilidade Condicional, analisada a seguir.

## PARTE 6: PROBABILIDADE CONDICIONAL

Novamente a decisão é partir de um exemplo resolvido relacionado a algo do cotidiano dos alunos para introduzir o conceito. E define:

Sejam  $A$  e  $B$  eventos não vazios de mesmo espaço amostral  $S$ .

A probabilidade de ocorrência de  $A$  condicionada a  $B$  (notação  $P(A|B)$ ) é o número dado por  $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$ , essa relação é chamada de probabilidade condicional.

Expressando  $P(A|B)$  em função de  $P(A \cap B)$  e  $P(B)$  temos:  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .  
(Smole, 2004, p.105)

Definido o conceito, são propostos dois exercícios resolvidos e em seguida uma lista com 4 exercícios, analisados a seguir.

De novo, os exercícios propostos seguem um único tipo de tarefa e envolvem o mesmo tipo de tarefa. Assim, analisaremos apenas um deles.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento

**Tarefa:** calcular em um lançamento de dados a probabilidade de se obter face com número divisível por 2, sabendo-se que esse número é diferente de 6.

**Técnica:** Neste exercício dividiremos a técnica em 2 estágios.

**1º estágio:** determinar o número de faces possíveis para o evento A: obter face com número divisível por 2, B: obter face diferente de 6 e ( $A \cap B$ ). Para esse exercício temos:

$$A = \{2,4,6\}, n(A)=3$$

$$B = \{1,2,3,4,5\}, n(B)=5$$

$$(A \cap B) = \{2,4\}, n(A \cap B) = 2$$

**2º estágio:** utilizar a fórmula algébrica para calcular  $P(A|B)$ . Temos:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap [B])}{n(B)} \rightarrow P(A|B) = \frac{2}{5}.$$

**Discurso tecnológico-teórico:** Definição de Probabilidade e Probabilidade condicional.

Nesta parte, o conteúdo também é inserido de forma resumida e tecnicista, pois incentiva apenas a reprodução das técnicas utilizadas no exemplo resolvido e, portanto, não atende aos critérios estabelecidos, já que não utiliza o enfoque frequentista, não utiliza textos interdisciplinares e não sugerem exercícios ou exemplos que frisem o caráter aleatório dos fenômenos.

## PARTE 7: PROBABILIDADE DA INTERSECÇÃO DE EVENTOS

Esta unidade também se inicia com um exemplo resolvido, para que se chegue à seguinte definição de probabilidade da intersecção de eventos:

Se dois eventos A e B, que ocorrem num mesmo espaço amostral, são independentes entre si (a ocorrência de um não influi na ocorrência do outro), a probabilidade de ocorrência de A e B é igual ao produto das probabilidades de

cada um desses eventos:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . (Smole, 2004, p.108)

Após a definição, mais um exemplo é para que, então, seja proposta uma lista com 9 exercícios, sendo que, como todos envolvem o mesmo tipo de tarefa, será analisado apenas um deles.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento

**Tarefa :** Uma caixa contém 3 válvulas defeituosas e 7 perfeitas. Retirando-se, sucessivamente, 2 válvulas da caixa (sem reposição), calcular a probabilidade de as duas válvulas serem: a) defeituosas e b) perfeitas.

**Técnica:** Dividiremos a técnica em 2 estágios

**1º estágio:** chamar de A o evento: retirada da primeira válvula e B: retirada da segunda válvula e calcular P(A) e P(B). Nesse caso temos:

$$P(A) = \frac{3}{10} \text{ e } P(B) = \frac{2}{9}$$

**2º estágio:** Aplicar a fórmula algébrica utilizando os dados obtidos no 1º

estágio e calcular  $P(A \cap B)$ . Neste exercício temos:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ .

**Discurso tecnológico-teórico:** utilização da definição de Probabilidade e Probabilidade da intersecção de eventos.

Dos critérios estabelecidos, nenhum foi atendido nesta parte. Não há exercícios ou textos que incentivem a interdisciplinaridade, enfoque frequentista ou o reconhecimento do caráter aleatório dos fenômenos.

Todo conteúdo é inserido de forma mecânica, privilegiando a aplicação de fórmulas e induzindo os alunos a apenas seguirem os modelos que já foram resolvidos. Sob essa mesma ótica, foi analisada a última parte deste volume.

## PARTE 8: DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Sem fugir da opção adotada na maior parte das unidades anteriores, um exemplo resolvido é utilizado para introduzir o conceito de distribuição, definida da seguinte maneira:

Se em cada uma das  $n$  tentativas de um experimento aleatório, a probabilidade de ocorrer um evento  $A$  é  $P(A)$ , então a probabilidade de ocorrer  $p$  vezes o evento  $A$  nas  $n$  tentativas é:

$\binom{n}{p} [P(A)]^p [P(\bar{A})]^{n-p}$ , onde  $p \leq n$  e  $\bar{A}$  é o evento complementar de  $A$ . (Smole, 2004, p.108)

Em seguida, apresenta-se um exercício resolvido e, logo após, uma costureira lista com 4 exercícios, novamente todos envolvendo um único tipo de tarefa. Assim sendo, analisaremos um exercício da lista.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento

**Tarefa:** Calcular a probabilidade de se obter 3 vezes a face de número 4 em 5 lançamentos de um dado.

**Técnica:** Aqui dividiremos a técnica em 3 estágios

**1º estágio:** aplicar a fórmula algébrica nos dados do enunciado do exercício e calcular  $P(A)$ , considerando  $A$  como: obter face de número 4. Assim temos:

$$P(A) = \frac{1}{6}.$$

**2º estágio:** Utilizar a fórmula algébrica e calcular  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{5}{6}$ .

**3º estágio:** Aplicar a fórmula algébrica nos dados obtidos nos estágios anteriores e calcular a probabilidade de face 4 três vezes em 5 lançamentos.

$$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cong 3\%$$

**Discurso tecnológico-teórico:** combinação simples, probabilidade e lei binomial das probabilidades.

Findado o último conceito a ensinar nesse volume, os autores propõem um projeto, que trata de investigar a história da probabilidade e suas aplicações no mundo. Em seguida, seleciona uma bateria de exercícios similares aos propostos ao longo do capítulo denominados “Para Recordar”.

Outra atividade proposta é a “Calculadora”, que inclui dois exercícios, também similares aos vistos anteriormente, mas, desta vez, com a sugestão de uso da calculadora para realizar os cálculos.

Por fim, o exercício apresenta um texto intitulado: “O Elo Matemática-Genética”, acerca da aplicação da probabilidade para o estudo de genética.

Nesta parte, a última envolvendo conteúdos relacionados à probabilidade no volume, apenas o critério C1 não foi contemplado, já que não são apresentados exercícios que incentivem a utilização do enfoque frequentista. Entretanto, os critérios C2 e C3 são atendidos, pois existem atividades e textos que incentivam a interdisciplinaridade, como é o caso de um projeto para investigação da história da probabilidade e o texto que relaciona o uso da probabilidade na genética.

De certa forma, no conjunto dos conteúdos, o livro busca articular os três critérios estabelecidos, mas não na quantidade julgada suficiente, pois muitos conteúdos são inseridos de maneira tecnicista e não utilizam as orientações dadas pelos documentos oficiais ou recomendadas pelas pesquisas em Educação Matemática. Além disso, foi considerado limitado o número de tipos de tarefas envolvidas, visto que há um grande número de exercícios propostos, mas, em sua

maioria, envolvendo uma variedade pequena de tipos de tarefas, o que não favorece a construção do conhecimento de forma satisfatória e significativa.

### **PARTE 9: PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA – VOLUME 3**

O capítulo denominado Probabilidade e Estatística encontra-se no volume 3, destinado aos alunos da 3ª série do Ensino Médio, e é iniciado com uma revisão do conteúdo apresentado no volume anterior, seguida de uma lista de exercícios dos mesmos modelos já analisados neste trabalho a título de revisão.

Logo após, é apresentado um texto que trata do uso da probabilidade em estatística. Neste texto os autores procuram deixar claro que o uso da probabilidade em estatística está ligado à predição de eventos futuros, desta forma apresenta uma série de exemplos sobre sua aplicação, tais como a meteorologia com a previsão do tempo e o setor de qualidade de uma fábrica que com pesquisa estatísticas prediz a quantidade de peças defeituosas e perfeitas que serão produzidas. Ao término do texto iniciam-se as unidades com os conceitos a ensinar.

### **PARTE 10: FUNÇÃO OU DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE**

Mantendo a opção adotada no volume anterior, a introdução deste conceito dá-se a partir de um exemplo contextualizado e resolvido, utilizando a mega-sena para então definir função ou distribuição de probabilidade para uma dada experiência aleatória como a função que a cada evento possível faz corresponder a respectiva probabilidade de o evento ocorrer.

A seguir apresenta dois exercícios resolvidos e fala sobre as formas de representação da função de probabilidade, tabela ou gráfico, para então propor uma lista de 4 exercícios similares aos que foram resolvidos no início.

Dentre os 4 exercícios propostos, há apenas 3 tipos distintos de tarefas, portanto, analisaremos apenas 1 exemplo de cada modelo.

**Tipo de tarefa 1:** Construir uma tabela com os possíveis resultados de um determinado evento.

**Tarefa:** Construir uma tabela com os possíveis resultados do seguinte evento: Lançam-se dois dados e multiplicam-se os números que saírem nas faces superiores.

**Técnica:** Neste exercício a técnica será dividida em 2 estágios:

**1º Estágio:** elencar os possíveis resultados do dado 1 nas colunas da tabela e do dado 2 nas linhas:

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

**2º Estágio:** realizar a multiplicação dos elementos das linhas pelos elementos das colunas e preencher a tabela.

**Tipo de tarefa 2:** Calcular a probabilidade de ocorrer um determinado evento.

**Tarefa:** Calcular a probabilidade de o produto ser 15.

**Técnica:** Neste exercício a técnica será dividida em 2 estágios:

**1º estágio:** perceber que cada produto têm probabilidade 1 em 36 de ocorrer.

**2º estágio:** perceber que há 2 possibilidades em 36 de ocorrer produto quinze, quando o resultado é 3 no dado 1 e 5 no dado 2 ou o contrário. E, portanto a probabilidade do evento ocorrer é 2 em 36 ou  $\frac{1}{18}$  ou ainda aproximadamente 5,6%

**Discurso tecnológico/teórico:** distribuição de probabilidade.

**Tipo de tarefa 3:** Construir um gráfico de distribuição de probabilidades.

**Tarefa:** Construir um gráfico de distribuição de probabilidades e nele indicar os produtos que têm maior e menor probabilidade de sair, no seguinte evento: Lançam-se dois dados e multiplicam-se os números que saíram nas faces anteriores.

**Técnica:** Neste exercício a técnica será dividida em 2 estágios:

**1º estágio:** calcular a probabilidade de ocorrer cada evento. Para este exercício temos:

Evento	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	15	16	18	20	24	25	30	36
Probab.	0,028	0,056	0,056	0,083	0,56	0,11	0,056	0,028	0,056	0,011	0,056	0,028	0,056	0,056	0,056	0,028	0,056	0,028

**2º estágio:** construir um gráfico plotando no eixo x os eventos e no eixo Y as respectivas probabilidades

**Discurso tecnológico/teórico:** distribuição de probabilidade.

Nesta parte, pode-se afirmar que o critério C1, novamente, não foi atendido, pois não há exercícios que incentivem esse enfoque, da mesma forma o critério C2 também não foi contemplado, embora utilize mais uma vez o contexto dos jogos de loteria, a introdução do conteúdo é feita de forma rápida sem se preocupar com propostas de trabalhos que incentivem a interdisciplinaridade. O critério C3 também não foi abordado, já que em momento algum é destacada aleatoriedade dos fenômenos.

## PARTE 11: PROBABILIDADE FREQUENTISTA E LEI DOS GRANDES NÚMEROS

O conteúdo é introduzido a partir de um exemplo resolvido, o resultado eleitoral de uma cidade, e define:

Frequência relativa de um valor da variável é o quociente entre sua frequência absoluta e o número de elementos observados ou experimentados.

Em seguida também com um exemplo resolvido, e define:

**Lei dos grandes números:** quando o número de experiências aumenta muito, a frequência relativa de um evento tende a estabilizar-se num determinado valor, que é adotado como probabilidade desse evento.

Após a definição, faz um breve relato sobre a família de Jacques Bernoulli, que enunciou pela primeira vez essa lei, e só então propõe três exercícios todos envolvendo um único tipo de tarefa, os que analisaremos em seguida:

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de um determinado evento.

**Tarefa:** Calcular a probabilidade de uma rádio transmitir pagode, sabendo que ao longo de sua programação diária ela toca: 45% rock, 13% de tecno, 26% de dance, 10% de pagode e 6% de flash back.

**Técnica:** Perceber que a frequência relativa apresentada no enunciado é a probabilidade.

**Discurso tecnológico/teórico:** Probabilidade frequentista e lei dos grandes números.

Sobre os critérios estabelecidos, constatou-se que C1 foi contemplado, pois essa unidade trata unicamente da probabilidade sob esse enfoque, C2, por sua vez, também foi atendido, já que há menção de fatos históricos que podem aguçar a curiosidade dos aprendizes. Por fim, C3 também foi lembrado, pois os exercícios são experimentais, o que leva os alunos a perceber a aleatoriedade dos fenômenos.

### 3.3.2 ANÁLISE DOS CADERNOS UTILIZADOS NA REDE PÚBLICA DO ESTADO DE SÃO PAULO

Neste capítulo serão analisados os conteúdos referentes ao ensino de Probabilidade que encontram-se no caderno do 3º bimestre da 2ª série do Ensino Médio. Para tanto, novamente serão utilizadas na análise a TAD e os critérios estabelecidos no capítulo 3.

#### **PARTE 1: PROBABILIDADE E PROPORCIONALIDADE: NO INICIO ERA O JOGO**

Esta primeira “situação de aprendizagem” é iniciada com uma atividade que reproduz o contexto do problema discutido por Pascal e Fermat em suas correspondências, no século XVII, o problema do jogo interrompido, que será analisado a seguir. Vale notar que nesta primeira “situação de aprendizagem”, são propostos sete exercícios, entretanto apenas dois tipos de tarefas são envolvidos, por isso serão analisados apenas um exercício para cada tipo de tarefa.

**Tipo de Tarefa:** Calcular a probabilidade de um determinado Evento

Tarefa: Calcular quantos pontos o jogador A e o Jogador B deverão receber em uma partida de tênis, valendo 40 pontos, interrompida no terceiro de cinco sets. Sabe-se ainda que o jogador A vencia a partida por 2 sets a 1 no momento em que foi interrompida, e que o jogo terminaria quando um dos jogadores vencesse 3 sets.

**Técnica:** Neste exercício a técnica será dividida em 3 estágios

**1º estágio:** Perceber que em cada set a probabilidade de cada jogador vencer é 50%.

**2º estágio:** Perceber que se no quarto set o vencedor for o jogador A o jogo está encerrado, e que isso tem 50% de probabilidade de ocorrer. Perceber ainda que se o jogador B sagrar-se vencedor deste set, o que também pode ocorrer com probabilidade de 50%, o jogo terá o quinto e último set.

**3º estágio:** Perceber que a probabilidade do jogador A vencer a partida, ou seja, os 3 sets, é de 75%, sendo 50 % de chance no quarto set e 25% de chance no quinto set, pois a chance de vencer o quinto set é de 50% em 50%.

Assim sendo, os 40 pontos devem ser divididos: 30 pontos para o jogador A e 10 pontos para o jogador B, respeitando-se, dessa forma, a probabilidade de vitória de cada jogador.

**Discurso Tecnológico/Teórico:** Definição de Probabilidade, porcentagem e proporção.

É importante ressaltar que o exercício analisado é exatamente o mesmo resolvido preliminarmente como exemplo, dessa forma, o caderno exige os alunos da experiência de vivenciar os problemas discutidos por Fermat e Pascal, já que apresenta a resolução como exemplo.

Outro aspecto que vale ser mencionado é o fato de apresentar o exercício com uma tabela a ser preenchida com as respostas, visto que dessa forma obriga os aprendizes a seguir o modelo proposto, tirando-lhes a oportunidade de descobrir e utilizar novas estratégias para resolução do problema.

**Tipo de tarefa 2:** Calcular a probabilidade de um determinado evento, dado o conhecimento de uma determinada condição (Probabilidade Condicional).

**Tarefa:** Dos 300 alunos de uma escola, 45% são meninas, sendo que apenas 20% delas têm idade acima de 16 anos. Dentre os meninos, 40% têm idade acima de 16 anos. Ao sortear um aluno, sabendo de antemão que terá idade acima de 16 anos, qual a probabilidade de que seja sorteada uma menina?

**Técnica:** Pra este exercício a técnica será dividida em 3 estágios:

**1º estágio:** Perceber que a condição: ter idade acima de 16 anos determina um novo espaço amostral, ou seja, para o cálculo da probabilidade deve-se considerar o sorteio de uma menina dentre as pessoas com idade superior a 16 anos.

**2º estágio:** calcular a quantidade de pessoas com idade superior a 16 anos (40% dos 300 alunos), neste caso 93, e a quantidade de meninas com idade superior a 16 anos (20% das meninas): 27.

**3º estágio:** calcular a probabilidade de ser sorteada uma menina com idade superior a 16 anos, neste caso vem:

$$P(\text{menina com idade superior a 16 anos}) = \frac{27}{93} \approx 29\%.$$

**Discurso tecnológico/teórico:** Porcentagem, contagem e definição de probabilidade.

No caderno ainda é sugerido que os professores repitam os contextos dos problemas anteriores para criarem problemas envolvendo probabilidade condicional, com forma de fixação.

Ao realizar a análise desta situação de aprendizagem segundo os critérios estabelecidos pôde-se notar que o critério C1 não foi atendido visto que os problemas propostos focam apenas a visão clássica de probabilidade, o critério C2 mesmo que de forma superficial foi abordado, já que o caderno sugere a utilização de textos históricos, jogos e utiliza situações conhecidas como pano de fundo de seus exercícios. Já o que critério C3, também não foi lembrado, já que em momento algum o caráter aleatório é mencionado.

A segunda “situação de aprendizagem” trata do conteúdo de Combinatória e, portanto não serão analisados os exercícios desta parte, já que o foco deste trabalho é a probabilidade e avançar-se á diretamente a terceira “situação de aprendizagem”.

## **PARTE 2: PROBABILIDADES E RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO**

As atividades realizadas nesta parte têm o objetivo de apresentar aos alunos o cálculo de probabilidade de eventos que exijam o raciocínio combinatório. Assim como na situação anterior, esta é iniciada com uma série de exemplos resolvidos, seguidos de 6 exercícios todos envolvendo um único tipo de tarefa, alternando apenas o grau de dificuldade, desta forma será analisado apenas um deles.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer determinado evento.

**Tarefa:** Em um jogo de loteria seis dezenas são sorteadas de um conjunto de 60 dezenas, um apostador apostou em 8 dezenas, calcular a probabilidade deste evento ocorrer.

**Técnica:** A técnica para a resolução deste exercício será dividida em 2 estágios

**1º estágio:** Perceber que se o apostador acertou todas as dezenas, não é necessário considerar a troca de ordem dos sorteios, uma vez que há apenas uma categoria envolvida: acertos.

**2º estágio:** Utilizar o método binomial, para este caso há a seguinte resolução:

$P(6 \text{ acertos em } 6 \text{ sorteios tendo escolhido } 8 \text{ dezenas}) = \frac{8}{60} \cdot \frac{7}{59} \cdot \frac{6}{58} \cdot \frac{5}{57} \cdot \frac{4}{56} \cdot \frac{3}{55} \approx 0,000056.$

**Discurso tecnológico/teórico:** Definição de probabilidade, noções de combinatória.

Com a análise segundo os critérios estabelecidos, pode-se notar que C1 não é considerado, pois os exercícios apresentados privilegiam o enfoque clássico, o critério C2 também não foi atendido, pois não há textos que incentivam a interdisciplinaridade, embora os exercícios tenham contextos conhecidos pelos alunos, como loteria, por exemplo. Assim como os demais, C3 também não é mencionado, já que não há atividades que levemos alunos a reconhecer o caráter aleatório dos fenômenos.

Sobre os exercícios propostos na parte 2, é importante ressaltar que o uso da árvore de possibilidades é ignorado, dificultando que os alunos percebam a recorrência de resultados. Dessa forma, fica a cargo do docente complementar o conteúdo, para que consiga conduzir os aprendizes na construção do raciocínio probabilístico.

### **PARTE 3: PROBABILIDADE E RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO O BINÔMIO DE NEWTON**

Neste grupo de atividades o objetivo é introduzir a noção de modelo binomial e mantém a mesma estrutura dos anteriores, inicia com uma serie de exemplos resolvidos seguidos de uma lista com 6 exercícios, todos envolvendo um único tipo de tarefa. Por envolverem um único tipo de tarefa, apenas um exercício será analisado.

**Tipo de tarefa:** Calcular a probabilidade de ocorrer um determinado evento.

**Tarefa:** Determinar o que é mais provável ocorrer: duas caras no lançamento de 4 moedas ou uma face 6 no lançamento de dois dados.

**Técnica:** Para este exercício a técnica será dividida em 2 estágios

**1º estágio:** Chamar de P1 a probabilidade de ocorrer 2 caras, e obviamente 2 coroas no lançamento de 4 moedas e de P2 a probabilidade de ocorrer apenas uma face 6 no lançamento de dois dados.

**2º estágio:** Calcular a probabilidade de P1 e P2. Para este exercício vem:

$$P1 = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{8} = 37,5\%$$

$$P2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{2}{18} \approx 27,8\% \text{ e, portanto, } P1 > P2$$

**Discurso tecnológico/teórico:** Binômio de Newton, definição de probabilidade.

Com a análise, que os três critérios estabelecidos não são lembrados neste grupo de atividades, visto que não há atividades que incentivem o enfoque frequentista, interdisciplinaridade e tampouco o reconhecimento do caráter aleatório dos fenômenos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, com subsídio da TAD e dos critérios estabelecidos, foi possível analisar como os conceitos acerca da Probabilidade foram estruturados e desenvolvidos no livro didático escolhido e nos cadernos utilizados na rede pública de ensino do Estado de São Paulo, respondendo à questão de pesquisa.

Assim, no decorrer das análises, notou-se que, em sua maioria, os conceitos focam sua definição em fórmulas algébricas tecnicistas e são seguidos por sequências de exercícios.

Em relação a esta sequência de exercícios, modificam-se os enunciados dos problemas, o que às vezes pode alterar a tarefa a realizar. Entretanto, as técnicas que permeiam as resoluções dos problemas conservam-se idênticas, fato que não contribui para que os alunos construam o conhecimento.

Visto que as tarefas, em sua maioria, exigem apenas aplicação de fórmulas nos mesmos moldes vistos em exemplos resolvidos, apresentados antes da lista de exercícios, não seria exagero dizer que os alunos apenas manipulam as fórmulas, utilizando técnicas que são decoradas e não aprendidas de fato.

Por outro lado, foram observadas, também, sugestões de alguns bons exercícios, que utilizam exemplos do dia-a-dia e são coerentes com os critérios estabelecidos. Em alguns momentos, por exemplo, o enfoque frequentista é lembrado e alguns exercícios são propostos sob essa ótica.

Outro ponto crucial a ser lembrado, é a escassez de exercícios que facilitem a compreensão do caráter aleatório dos fenômenos e tampouco a Probabilidade como uma ferramenta de previsão.

Também em desacordo com as recomendações dos PCN, as atividades propostas, nos cadernos, não levam os aprendizes a realizar experimentos que o permitam fazer observações, tomar decisões ou ainda fazer previsões. Embora tenha um pouco mais de preocupação nesse sentido, propondo alguns exercícios que incentivem os experimentos e o levantamento de conjecturas, o livro o faz de forma superficial, ficando a cargo do professor, buscar ferramentas e alternativas capazes de maximizar os potenciais das atividades propostas.

Tanto no livro, quanto no caderno, prevalece o enfoque clássico como base para introdução dos conteúdos, o enfoque frequentista é lembrado apenas de forma superficial, o que não favorece o aprendizado, já que segundo Coutinho (1994):

Um ponto bastante positivo que reforça a opção pela visão frequentista, reside no fato de que a maioria dos alunos, devido a sua própria experiência de vida, já utilizam a frequência relativa de um evento para estimar sua probabilidade, mesmo que de forma bastante intuitiva e ingênua, independente da realização de eventos para verificar sua estabilização. (Coutinho, 1994, p. 132)

Outro obstáculo no processo de ensino e aprendizagem, que ocorre com frequência em ambas às obras analisadas são os exemplos resolvidos precedentes às listas de exercícios, pois os exercícios propostos carregam exatamente os mesmos moldes dos resolvidos anteriormente, fazendo com que os alunos apenas reproduzam o que foi visto pouco antes.

Para finalizar, pode-se conjecturar que esse padrão de utilizar, de forma excessiva a aplicação de fórmulas, repetindo as tarefas e técnicas, não contribui para a construção do conhecimento e do raciocínio probabilístico.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S.A. **Fundamentos da didática da matemática**. Programa de Pós-Graduação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**..Brasília, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica; **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1999.

CORRÊA, Marcio. W. **O Conhecimento Profissional e a Abordagem do Ensino da Probabilidade: Um Estudo de Caso**. 2010, 157f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COUTINHO, Cileda de Q. e S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista**. 1994, 151f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LOPES, Celi E. **O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores**. 2008. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008 Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>.

MIGUEL, Maria I. R. **Ensino Aprendizagem do Modelo Poisson: Uma experiência com modelagem**. 2005, 260f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, Paulo I. F. **A Estatística e a Probabilidade nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2006, 208f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

OLIVEIRA, Priscila G. **Probabilidade: Concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das Concepções CKc**. 2010, 197f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SABO, Ricardo. D. **Análise de Livros Didáticos do Ensino Médio: Um estudo dos conteúdos referentes à combinatória**. 2007, 54f. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Centro Universitário da Fundação Santo André, Santo André.

SMOLE, Kátia S.; DINIZ, Maria I. **Matemática Ensino Médio**. São Paulo: Saraiva, 2004.