

**Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**  
**PUC-SP**

**Edna Marcia Okuma Correia**

**Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino  
Fundamental: Um estudo praxeológico**

**Mestrado em Educação Matemática**

**São Paulo**

**2022**

Sistemas de Bibliotecas da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo -  
Ficha Catalográfica com dados fornecidos pelo autor

C824n Correia, Edna Márcia Okuma  
Números fracionários no livro didático do 5º ano  
do Ensino Fundamental: um estudo praxeológico / Edna  
Márcia Okuma Correia. -- São Paulo: [s.n.], 2022.  
126p ; cm.

Orientador: Cileda Queiroz e Silva Coutinho.  
Dissertação (Mestrado)-- Pontifícia Universidade  
Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós  
Graduados em Educação matemática.

1. Ensino Fundamental. 2. Anos Iniciais. 3.  
Números Fracionários. 4. Livro Didático. I.  
Coutinho, Cileda Queiroz e Silva. II. Pontifícia  
Universidade Católica de São Paulo, Programa de  
Estudos Pós-Graduados em Educação matemática. III.  
Título.

CDD

**Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**

**PUC-SP**

**Edna Marcia Okuma Correia**

**Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino  
Fundamental: um estudo praxeológico**

**Mestrado em Educação Matemática**

**Dissertação apresentada à Banca Examinadora da  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,  
como exigência parcial para obtenção do título de  
Mestre em Educação Matemática, sob a orientação  
da Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>: Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.**

**São Paulo**

**2022**

***BANCA EXAMINADORA***

---

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>: Barbara Lutaif Bianchini

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>: Cileda de Queiroz e Silva Coutinho( Orientadora)

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Data:** \_\_\_\_\_

## Dedicatória

**Às minhas lindas filhas Natasha, Nicholy pelo fundamental incentivo, compreensão e encorajamento em momentos de fragilidade, a minha filha Cecília por se privar de minha companhia em tão tenra idade, a minha caçula Laura que foi uma benção junto a conquista deste curso, principalmente na ocasionalidade atual da pandemia do Covid-19 que me trouxe muita insegurança e desafios, a meus pais Emiliana e Ishamo pelo apoio incondicional, carinho e compreensão. Meu companheiro George, pela trajetória percorrida e incentivo. A minha sogra Helena pelo carinho e aos meus familiares pelo valioso apoio e incentivo.**

**"O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de  
Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) – nº  
do processo":88887.472534/2019-00**

**"This study was financed in part by the Coordenação de  
Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – nº  
do processo": 88887.472534/2019-00**

## **AGRADECIMENTOS**

**Agradeço à CAPES pela bolsa de estudos e o apoio da FUNDASP, para a conclusão do meu Mestrado.**

**Agradeço à minha orientadora Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho pela paciência, ensinamentos, dedicação e carinho nessa trajetória nada simples.**

**Agradeço à Banca Examinadora, Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud e Profa. Dra. Barbara Lutaif Bianchini pelas contribuições para o enriquecimento desta pesquisa.**

**Agradeço à todos os professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP.**

**Agradeço à minha amiga da PUC, Regina Mathias pela amizade e companheirismo durante essa trajetória.**

**Agradeço às minhas filhas: Natasha, Nicholy, Cecília e Laura, maiores tesouros da minha vida. Inspiração para seguir em frente. Obrigada filhas!**

**Agradeço a minha mãe Emiliana e meu pai Ishamo, pelo carinho e incentivo, por me apoiar diante de todos percalços do caminho. Obrigada mamãe e papai!**

**Ao meu companheiro George, amor, amigo, incentivador e apoiador, pela paciência e cumplicidade em dividir comigo como colega e confidente todos os momentos dessa intensa jornada, meu carinho e gratidão!**

**A meus irmãos, pela compreensão nos momentos difíceis.**

**A minha sogra Helena pelo incentivo e apoio.**

**Agradeço aos meus familiares, todos em especial!**

**Agradeço à Deus pela oportunidade de concretizar o meu Mestrado diante de todas as intempéries da vida que tivemos no caminho!**

**Obrigada Deus!**

“Talvez não tenhamos conseguido fazer o melhor, mas lutamos para que o melhor fosse feito.

Não somos o que deveríamos ser, não somos o que iremos ser. Mas, graças a Deus, não somos o que éramos”.

Martin Luther King

## RESUMO

A presente pesquisa relata um estudo bibliográfico envolvendo livros didáticos. A pesquisa envolveu a análise de livros didáticos de matemática do 5º Ano, utilizados em uma escola municipal da cidade de Franco da Rocha. A pesquisa justifica-se à partir das dificuldades apresentadas por professores e alunos em relação ao ensino e aprendizagem dos números fracionários. Os procedimentos metodológicos adotados foram a exploração dos Documentos Oficiais escolhidos, tendo o processo de análise fundamentado sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e apoiado nas concepções de números fracionários propostos por Kieren, com enfoque na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesse contexto, o objetivo da pesquisa foi analisar as praxeologias das atividades sobre números fracionários propostas nos livros didáticos de matemática, verificando se essas praxeologias têm potencial para preparar o aluno para a construção do conceito de números fracionários. O principal resultado obtido com a pesquisa foi a constatação de que os livros didáticos preparam os alunos, para a compreensão das concepções de números fracionários, embora essas concepções serem identificadas conforme a técnica de resolução de cada tarefa, que apresentam praxeologias com situações implícitas e explícitas nas quais, mesmo que essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes devem fazer essas interpretações. Os subtítulos dos capítulos sobre os conteúdos de números fracionários e as atividades apresentadas, exemplificando como proceder na resolução das tarefas, não favorecendo os alunos a fazerem descobertas e explorarem sozinhos as técnicas de resolução, devendo o professor ampliar essas discussões e apresentar atividades diferenciadas como os próprios livros recomendam em suas orientações. As concepções de números fracionários identificadas nas atividades têm abordado com predominância a concepção parte-todo em relação a outras concepções, com ênfase nas repetições de procedimentos para tentar alcançar a aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Frações, Livros Didáticos, BNCC, Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Edna Marcia Okuma Correia

Números fracionários no livro didático do 5º ano do ensino fundamental: Um estudo praxeológico.

## ABSTRACT

The present research reports a bibliographic study involving textbooks. The research involved the analysis of 5th Year mathematics textbooks, used in a municipal school in the city of Franco da Rocha. The research is justified from the difficulties presented by teachers and students in relation to the teaching and learning of fractional numbers. The methodological procedures adopted were the exploration of the chosen Official Documents, with the analysis process based on the Anthropological Theory of Didactics (TAD) and supported by the concepts of fractional numbers proposed by Kieren, focusing on the National Common Curricular Base (BNCC) . In this context, the objective of the research was to analyze the praxeologies of the activities on fractional numbers proposed in the mathematics textbooks, verifying if these praxeologies have the potential to prepare the student for the construction of the concept of fractional numbers. The main result obtained with the research was the finding that textbooks prepare students to understand the concepts of fractional numbers, although these concepts are identified according to the technique of solving each task, which present praxeologies with implicit and explicit situations. In which, even if this task is contained in the utterance, students must make these interpretations. The subtitles of the chapters on the contents of fractional numbers and the activities presented, exemplifying how to proceed in solving the tasks, not encouraging students to make discoveries and explore the solving techniques alone, and the teacher should expand these discussions and present differentiated activities such as own books recommend in their guidelines. The fractional number conceptions identified in the activities have predominantly approached the part-whole conception in relation to other conceptions, with emphasis on the repetition of procedures to try to achieve student learning.

**Key words:** Fractions, Textbooks, BNCC, Early Years of Elementary School

Edna Marcia Okuma Correia

Fractional numbers in the 5th grade elementary school textbook: A praxeological study

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Código Alfanumérico .....	66
Figura 2 - Livros Analisados.....	73
Figura 3 - Leitura de fração.....	76
Figura 4 - Fração de uma quantidade .....	78
Figura 5 - Fração que representa um número natural .....	79
Figura 6 - Frações equivalentes.....	80
Figura 7 - Fração como representação de quociente .....	82
Figura 8 - Reta numérica.....	84
Figura 9 - Fração que representa um número misto.....	85
Figura 10 - Comparação de frações .....	87
Figura 11 - Adição e subtração de frações .....	89
Figura 12 - Multiplicação com fração .....	90
Figura 13 - Porcentagem de uma fração .....	91
Figura 14 - Frações de figuras.....	94
Figura 15 - Fração que representa uma quantidade .....	95
Figura 16 - Fração para representar uma quantidade .....	96
Figura 17 - Números na forma mista .....	97
Figura 18 - Representações de frações equivalentes.....	99
Figura 19 - Comparar frações .....	100
Figura 20 - Operações com frações.....	102
Figura 21 - Frações com denominadores diferentes .....	103
Figura 22 - Fração e porcentagem.....	105

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Temas apresentados no livro Toledo (2017).....	38
Quadro 2 - Temas apresentados no livro Ribeiro e Pessoa (2017) .....	38
Quadro3 - Categorias .....	75
Quadro 4 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 3 .....	77
Quadro 5 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 4 .....	78
Quadro 6 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 5 .....	79
Quadro 7 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 6 .....	81
Quadro 8 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 7 .....	82
Quadro 9 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 8 .....	84
Quadro 10 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 9 .....	85
Quadro 11 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 10 .....	87
Quadro 12 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 11 .....	89
Quadro 13 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 12 .....	90
Quadro 14 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 13 .....	91
Quadro 15 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 14 .....	94
Quadro 16 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 15 .....	95
Quadro 17 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 16 .....	96
Quadro 18 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 17 .....	97
Quadro 19 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 18 .....	99
Quadro 20 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 19 .....	100
Quadro 21 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 20 .....	102
Quadro 22 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 21 .....	103
Quadro 23 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 22 .....	105
Quadro 24 - Praxeologias Pontuais .....	107
Quadro 25 - Tipos de tarefas .....	108
Quadro 26 - Tipos de técnicas.....	109
Quadro 27 - Atividades trabalhadas em cada livro .....	110

## SUMÁRIO

<b>1.0 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1 MOTIVAÇÕES PESSOAIS .....	16
1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	18
1.3 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA .....	19
<b>2.0 REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>23</b>
2.1 PESQUISAS QUE TRATAM DO TEMA: NÚMEROS FRACIONÁRIOS E/OU LIVRO DIDÁTICO NOS ANOS INICIAIS .....	24
2.2 PESQUISAS QUE TRATAM DAS CONCEPÇÕES DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS E TEMAS RELACIONADOS .....	31
<b>3.0 REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO</b> .....	<b>36</b>
3.1 METODOLOGIA .....	36
3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	37
3.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO .....	39
<b>4.0 SOBRE AS APRENDIZAGENS DOS NÚMEROS RACIONAIS</b> .....	<b>41</b>
4.1 SIGNIFICADOS DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS .....	43
<b>5.0 OS DOCUMENTOS OFICIAIS PARA OS ANOS INICIAIS</b> .....	<b>48</b>
5.1 OS PCN E OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS NOS ANOS INICIAIS .....	48
5.2 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO (PNLD) .....	51
5.2.1 Apresentação do livro do estudante e do professor perante a abrangência das novas diretrizes de acordo com o PNLD 2019 para escolha dos professores.....	53
5.2.2 O Livro Didático como protagonista no processo de ensino .....	56
5.2.3 Ferramentas didáticas .....	60
5.3 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....	63
5.3.1 A BNCC e a matemática .....	64
5.3.2 A BNCC e a leitura alfanumérico .....	65
5.3.3 A BNCC e a Unidade temática “NÚMEROS” para os Anos Iniciais .....	67
5.3.4 A BNCC e o estudo dos números fracionários nos Anos Iniciais e Finais da Educação Básica.....	69
<b>6.0 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DAS ATIVIDADES DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS NOS LIVROS DIDÁTICOS</b> .....	<b>72</b>
6.1 Livro “BURITI MAIS MATEMÁTICA” .....	76
6.2 Livro “NOVO PITANGUÁ MATEMÁTICA” .....	93
<b>7.0 CONCLUSÃO</b> .....	<b>112</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>120</b>

## 1.0 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática para alunos para os Anos Iniciais da Educação Fundamental, a prática docente e atuação dos alunos frente à aprendizagem dos conteúdos fizeram com que houvesse um desejo de aperfeiçoar os conhecimentos para exercer a docência, numa investigação mais aprofundada a fim de melhorar a qualidade do ensino de matemática que verifica-se atualmente.

Nesses 20 anos de docência como professora polivalente, percebi junto aos meus colegas que todos sentíamos dificuldades para ensinar matemática visto que não éramos especialistas na área e usávamos como prática os conhecimentos adquiridos ao longo da trajetória escolar, visto que poucos tiveram essa formação em didática matemática no magistério ou no curso de Pedagogia.

No nosso universo cotidiano em que a matemática se faz presente, está permeado pela presença dos números fracionários, que costumeiramente a utilizamos em receita de um bolo que fazemos em casa, que nelas quase sempre encontramos medidas fracionadas. Outros exemplos podem ser encontrados nas lojas de conveniência, encontra-se chocolate em barra fracionada; quando comemos uma pizza, ou até mesmo quando mencionamos as horas.

Apesar dessa vivência com as frações no dia a dia, quando o assunto é retratado na escola presenciamos uma barreira na concepção destes conceitos; segundo Behr, Harel, Post e Lesh (1992): uma grande concordância entre pesquisadores e educadores matemáticos sob o aspecto de que aprender as noções envolvendo os números racionais continuam sendo um obstáculo no aprendizado matemático dos alunos.

Corroboram com essa afirmação os PCN (BRASIL,2001) que afirmam que os alunos apresentam dificuldades em relação à aprendizagem dos números racionais na escola, devidos as rupturas das ideias construídas dos números racionais.

No entanto, em que pese às relações entre números naturais e racionais, a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada.( BRASIL, 2021, 3ª.ed., p. 101).

Segundo Dante (1996) e Lajolo (1996), no ambiente escolar é através também do livro didático que condicionará o que se ensina; em nosso estudo mais propriamente no livro de matemática e ao que diz respeito das concepções de frações. O papel do professor neste contexto é mediar as aprendizagens entre as atividades apresentadas no livro, com estratégias diversificadas, possibilitando experiências com diferentes significados e representações dos números racionais, excepcionalmente neste estudo sobre o ensino dos números fracionários.

O estudo foi estruturado nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois este, trata-se de um documento normativo, baseados no que referem-se os PCN e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). A BNCC, obrigatória para os currículos de todas as redes do país, apresenta com mais objetividade as propostas de conteúdo para cada ano escolar, contrários aos anteriores que são apenas documentos norteadores. Também apresentamos considerações a respeito do uso do Livro Didático e do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, 2019). Na sequência discorremos sobre a perspectiva metodológica qualitativa, através da análise bibliográfica, apoiado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), de acordo com Chevallard (1999) e os níveis de compreensão das frações de Kieren (1998) conforme as interpretações feitas por Silva (1997).

Definimos como objetivo geral da pesquisa analisar as praxeologias das atividades sobre números fracionários propostas nos livros didáticos de matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, verificando se essas praxeologias têm potencial para preparar o aluno para a construção do conceito de números fracionários.

Finalizando com as reflexões finais a respeito da pesquisa e os principais resultados encontrados, acreditamos que essa investigação seja agregadora para novas pesquisas no contexto atual de ensino e de aprendizagem dos números fracionários.

## 1.1 MOTIVAÇÕES PESSOAIS

Na vivência de nossa prática docente e interação com outros colegas, observamos práticas inerentes por parte da grande maioria dos professores quando os números fracionários são abordados.

Nossa inquietação começa quando as companheiras de série nos procuram para ajudá-las em questões às quais não apresentam conhecimentos necessários para aplicação com os alunos.

O professor frente a sala de aula, é o condutor das experiências de ensino, responsável em influenciar as concepções dos alunos e suas aprendizagens, grande parte destes fazem o uso do livro didático como apoio em sala de aula, para disseminação dos conteúdos. Dante (1996, p. 84) ressalta: “para professores com formação insuficiente em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência”.

Em contraponto Lajolo(1996) faz uma crítica em relação ao livro didático:

Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina. (LAJOLO, 1996, p.4)

Muito embora não seja o único material de que alunos e professores vão valer-se no processo de ensino e de aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultantes das atividades escolares. Desta forma, é de fundamental importância que o livro didático seja utilizado como um dos instrumentos para potencializar as oportunidades de aprendizagem dos alunos, por meio do estímulo ao pensamento criativo, lógico e crítico.

Entendemos o livro didático como disseminador de informações, segundo Lajolo (1996):

Em sociedades como a brasileira, livros didáticos e não-didáticos são centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimentos, sobretudo dos conhecimentos por cuja difusão a escola é responsável. Dentre a variedade de livros existentes, todos podem ter — e efetivamente têm — papel importante na escola. ( LAJOLO, 1996, p.4)

O que nos chamou bastante atenção foi quando elaboramos uma atividade diagnóstica de matemática, juntamente com outros professores, para a aplicação com os alunos do quinto ano e cada professor deveria corrigir e tabular os acertos. No HTPC (Horário de Trabalho Coletivo dos Professores), sugeriram um gabarito porque não estavam conseguindo resolver as tarefas para encontrar a resposta das questões, principalmente as que tratavam de números fracionários.

Nunes (2003) têm evidenciado as dificuldades relacionadas ao conceito de fração, tanto do ponto de vista de seu ensino como em relação a sua aprendizagem.

Observa-se que os professores e alunos apresentam essa dificuldade e entendemos como um consequência do outro como apresenta Campos (2004), visto que o próprio professor não apresenta domínio do conhecimento suficiente para realizar as tarefas.

Silva (2007) relata que os professores enfatizam técnicas e nomenclaturas referentes aos números fracionários e mesmo após da formação específica sobre números fracionários, não foi citada qualquer concepção de números fracionários, a autora acredita que a angústia dos professores provocadas pela constatação do não-saber de um conteúdo matemático que julgavam dominar os impediram de explicitar conceitos anteriores e também os resultantes da formação.

Nesse sentido, Schumann (1987) afirma que o professor deve compreender a fundo a matéria que ensina, pois, esta é a fonte principal da compreensão por parte do aluno.

Em vinte anos de magistério na mesma escola, do mesmo Município, atuando como professora polivalente, presenciei pouquíssimas formações de matemática oferecidos pela SME; as formações oferecidas, foram voltadas para a adição e subtração dos números naturais para o primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental e o PNAIC ( Programa de Alfabetização na Idade Certa de Matemática) voltada para até o terceiro ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Percebendo essa problemática em nossa escola e rede de ensino, despertamos o interesse pela pesquisa e procurar meios de melhorar minhas práticas e colaborar com a melhoria das práticas de outros professores.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Apresentada as motivações pessoais, na sequência é anunciada a justificativa e a problemática, em que será apresentado o objetivo e delimitada a questão de pesquisa.

No segundo capítulo é exibida a revisão da literatura de pesquisas acadêmicas, compreendida em teses, dissertações e artigos científicos, divididos em alguns trabalhos sobre pesquisas relacionadas aos números fracionários e algumas pesquisas direcionados aos Livros Didáticos e aos números fracionários.

No terceiro capítulo encontra-se o Referencial Teórico Metodológico, discorrendo sobre a metodologia e os procedimentos metodológicos, assim como a Teoria Antropológica do Didático (TAD), adotado como teoria para nosso trabalho, que justificam e auxiliam a análise dos livros Didáticos selecionados para esta pesquisa. Nesse capítulo, ainda constam os procedimentos metodológicos, elencando os critérios para seleção dos livros e as categorias para a abordagem dos exercícios sobre números fracionários.

No quarto capítulo discorremos sobre a aprendizagem dos números racionais e os significados da representação fracionária dos números racionais.

No quinto capítulo são apresentados os documentos oficiais que embasam nossa pesquisa, tais documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que apesar da regência da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) continua vigorando por não ter nada que descaracterize esse documento, a BNCC em vigor desde 2017, documento normativo para todas as redes escolares do país e o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), apresentando suas diretrizes de acordo com o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para 2019. Ainda neste capítulo discorremos sobre o Livro Didático como protagonista no processo de ensino e outras ferramentas didáticas.

No sexto capítulo apresentamos as etapas e as análises das coleções dos Livros Didáticos do 5º Ano, escolhidos para este trabalho e finalizando, no sétimo e último capítulo, com as considerações finais desta pesquisa.

### 1.3 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA

O ensino dos números fracionários<sup>1</sup> nos anos iniciais do ensino Fundamental foi nosso foco para a investigação de livros didáticos adotados nessa etapa de escolarização, visto que em plena Pandemia de Covid-19 que acomete o mundo todo inclusive o Brasil desde 2020, pela qual as aulas presenciais passaram a serem remotas e com a inesperada situação, não se tinha um planejamento para oferecer essas aulas em nosso Município.

Pegos de surpresa, para oferecer essas aulas e para manter os alunos em movimento de aprendizagem, o Município de Franco da Rocha optou em oferecer atividades do livro didático, já que era o único material acessível no momento para os alunos acompanharem as aulas.

Ainda verificamos o problema de acesso às tecnologias pelos alunos, pois muitos não tinham nenhum acesso, poucos com acesso ao WhatsApp por meio de pacotes pré-pagos e/ou pós-pago; ainda pouquíssimos alunos com acesso a plataforma Meet na qual alguns professores de nossa escola buscaram para dinamizar as aulas e falar em tempo real com os alunos.

Nossa Unidade Escolar optou por todas as séries terem pelo menos o grupo de WhatsApp para se comunicar com as crianças e enviar as atividades da semana, mesmo não conseguindo a comunicação com todos, conseguimos essa comunicação com a maioria dos pais de alunos.

Passamos a ofertar as páginas do Livro Didático como atividades para os alunos, pois era o único material que todos os alunos tiveram acesso naquele momento.

Percebemos que os alunos não conseguiam realizar as tarefas por falta de conhecimento sobre os assuntos, devido à ausência das aulas presenciais que ocasionaram um *déficit* de aprendizagem exacerbado.

A escolha pela análise do livro didático partiu da inquietação: este seria uma ferramenta que permitiria o professor organizar o processo de ensino e de aprendizagem sem precisar de complementações por parte do professor.

---

<sup>1</sup> Nesta dissertação, o termo números fracionários é empregado para identificar qualquer número escrito na forma fracionária.

Lajolo (1996) relata a importância do livro didático na implantação das políticas educacionais e da importância da competência dos professores no processo de ensino e aprendizagem.

Por desfrutar de uma tal importância na escola brasileira, o livro didático precisa estar incluído nas políticas educacionais com que o poder público cumpre sua parte na garantia de educação de qualidade para todos. Pela mesma razão, a escolha e a utilização dele precisam ser fundamentadas na competência dos professores que, junto com os alunos, vão fazer dele (livro) instrumento de aprendizagem. (LAJOLO, 1996, p. 4).

No aspecto do ensino e aprendizagem dos números fracionários, Canova (2006) destaca uma relação intrínseca das concepções dos professores com a própria aprendizagem e a sua influência sobre o ensino e aprendizagem dos alunos. Essa relação segundo a pesquisadora, é que os docentes também apresentam aos alunos um número maior de questões que envolvem o significado parte-todo não priorizando os outros significados dos números fracionários.

Cabe ao professor das séries iniciais a responsabilidade das experiências para o ensino dessas ideias/interpretações das frações [parte/todo, quociente, razão, operador] e espera-se que o aluno, ao chegar a quinta série<sup>2</sup> domine não só o conceito, mas representar frações, operar com elas e utilizá-las na resolução de problemas. (SÃO PAULO, 1995, p. 97)

Percebemos quão grande é a responsabilidade do professor e do livro didático nesse contexto.

O Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) é responsável pelas obras a serem disponibilizadas para a escolha nas escolas e o professor é responsável pela escolha da obra que melhor condiz com sua expectativa de ensino.

Cabe ressaltar que algumas vezes a escolha feita pela escola não condiz ao livro enviado para instituição, seja por critério da distribuição pela SME ou por falta mesmo da obra pelo PNLD, enviando outras opções à revelia de nossa escolha.

Os livros didáticos distribuídos pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) apresentam duas versões, sendo uma do professor e outra do aluno.

---

<sup>2</sup> Quinta Série denominada, atualmente como, sexto ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

O livro do professor precisa interagir com seu leitor-professor não como a mercadoria dialoga com seus consumidores, mas como dialogam aliados na construção de um objetivo comum: ambos, professores e livros didáticos, são parceiros em um processo de ensino muito especial, cujo beneficiário final é o aluno. (LAJOLO, 1996, p. 5)

O livro didático vem sendo discutido em várias pesquisas, apontando mais especificamente em relação ao conteúdo dos números fracionários, em que no estudo do conjunto dos números racionais é dada prioridade a alguns significados em detrimento de outros. Muitas pesquisas apontam muita ênfase na concepção de fração como uma relação parte-todo e pouca ênfase na interpretação de número inteiro e de quociente entre dois números inteiros, na análise de Sheffer & Power (2020) concluem:

O índice percentual de frequência das interpretações do estudo de frações predominante nos livros didáticos, de 100%, corresponde à noção parte-todo. Em sua maioria, os exemplos envolvem a noção de divisão do inteiro em partes iguais e fazem uso de alimentos para exemplificação, ou seja, relacionam com situações concretas e com quantidades contínuas e discretas do dia a dia. (SHEFFER; POWER, 2020, p.23)

Como o livro didático é uma ferramenta muito utilizada por professores e alunos, nota-se lacunas nesse sentido para a assimilação dos conteúdos necessários para aprendizagem e pelo ensino por parte do professor.

Para a escolha dos números fracionários, constatamos uma dificuldade já apontada por SILVA (1997) que destaca que o conhecimentos dos números naturais é um obstáculo para o aluno:

O conhecimento dos números naturais constitui em si mesmo um obstáculo ao aprendizado dos números fracionários. A maioria das crianças passa pelo mesmo processo dos matemáticos da história, pois também para ela só os números naturais têm o status de número. Como todo o seu conhecimento numérico está relacionado ao conjunto dos naturais, as crianças ao iniciarem o trabalho com as frações tentam aplicar os conhecimentos que já possuem, tratando as frações como dois números naturais que estão escritos um em cima do outro. (SILVA, 1997, p. 29)

Mamede (2011) identifica vários documentos que descrevem as dificuldades de alunos de vários anos de escolaridade no trabalho com os fracionários. Essas dificuldades são apresentadas abaixo.

Uma dificuldade muito documentada na literatura prende-se com o fato dos alunos considerarem as magnitudes definidas no numerador e no denominador separadamente, em vez de as entenderem como a representação de um número [...]. Outra dificuldade muito comum que os alunos apresentam diz respeito à necessidade de utilizar relações multiplicativas na comparação de frações [...]. Uma outra dificuldade frequentemente identificada nos alunos prende-se com a compreensão da propriedade de densidade de conjunto de que goza o conjunto dos números racionais [...], entendendo o conjunto dos números racionais como uma simples extensão do conjunto dos números inteiros (MAMEDE, 2011, p. 12)

Nesse contexto buscamos examinar a abordagem dos livros didáticos sobre os números racionais para identificarmos e discutir os elementos que podem potencializar a construção do conceito de números fracionários.

No que tange aos documentos oficiais, estes procuram nortear os currículos das escolas para garantir os conteúdos mínimos oferecidos aos alunos e para tanto, recorreremos às recomendações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC é um documento relativamente novo, em vigor desde 2018 propõe novos desafios que serão enfrentados mediante as mudanças que a mesma propõe, nossa questão de pesquisa está centrada em como estão estruturadas as abordagens relativas aos números racionais e suas praxeologias em relação as recomendações da BNCC nos livros didático dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Serão feitas análises sob à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) com observação da organização praxeológica, verificando se essa organização pode contribuir para o desenvolvimento do conceito de números fracionários dos alunos.

Para tanto é importante explicarmos nossas questões de pesquisa: Quais praxeologias os livros didáticos de matemática dos 5º Anos Iniciais do Ensino Fundamental indicados pelo PNLD 2019 analisados, apresentam em relação ao conteúdo dos fracionários? Quais concepções dos números fracionários são contempladas nessas organizações identificadas?

Como objetivo procuramos analisar as atividades sobre números fracionários propostos nos livros didáticos de matemática dos 5º anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, analisando se essas praxeologias têm potencial para preparar o aluno para a construção do conceito de números fracionários?

Diante dessa indagação, é necessário investigar pesquisas referente aos estudos dos números fracionários, com o intuito de verificar qual o cenário dessa

temática no contexto atual e quanto aos aspectos relacionados ao Livro Didático no Brasil com a introdução da BNCC, sendo assim, será apresentada na próxima seção a revisão da literatura referente a esses dois assuntos.

## **2.0 REVISÃO DA LITERATURA**

Para embasar nosso trabalho, realizamos a pesquisa no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal (CAPES) e artigos publicados para compor nossa revisão bibliográfica.

Utilizamos as palavras-chave (frações, livros didáticos, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, BNCC) para buscar os trabalhos que julgamos relevantes para nossa pesquisa, no sentido de apontar caminhos para a investigação e aprofundar nossas escolhas.

Em um primeiro momento, buscamos trabalhos que tratavam sobre a abordagem das frações em seus diversos significados, dos vários encontrados não se mostravam relevantes para os nossos objetivos por não abordarem o livro didático ou o Ensino Fundamental como tema central.

Apesar do refinamento das pesquisas, muitos temas não condiziam com a procura, pois se misturavam as grandes áreas de pesquisas e os resultados eram inúmeros.

Nas pesquisas visitadas, especialmente as que trataram de análises de livros didáticos, foi a incorporação da TAD para as análises, baseado no modelo praxeológico de Chevallard (1999), modelo que será adotado em nossa pesquisa, destacamos que relacionado ao conteúdo dos números fracionários, encontramos também alguns artigos relacionados.

Organizamos essa parte do estudo para relacionarmos as pesquisas que trataram do tema frações e/ou livros didáticos nas séries Iniciais do Ensino Fundamental e outros temas relacionados; nesta seção, nosso foco principal foi descrever as pesquisas já feitas, abordando os pontos principais contido em cada uma delas, as problemáticas

na abordagem do ensino dos fracionários pelos professores que utilizam do livro didático como principal ferramenta de trabalho, as conclusões e possíveis contribuições.

## 2.1 PESQUISAS QUE TRATAM DO TEMA: NÚMEROS FRACIONÁRIOS E/OU LIVRO DIDÁTICO NOS ANOS INICIAIS

No levantamento bibliográfico, utilizando os conectivos Booleanos junto ao banco de tese da Capes, juntamente com as palavras-chave fração AND livros didáticos, obtive 30 resultados entre as informadas dos quais 8 abordavam assunto sobre frações e apenas 8 se referiam ao meu objeto de pesquisa que estudava os números fracionários, análise de livro didático, porém, nem todos contemplavam os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Diversas outras buscas foram feitas, também no BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações), trocando ou substituindo palavras, inclusive em artigos sempre usando dois ou mais destes contextos de palavras-chave: Concepções de frações, problemas, significados, livro didático, educação matemática, BNCC, Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Os principais resultados encontrados que se identificam com nosso trabalho, em um mapeamento que compreende o período de 2000 a 2021, foram: Catto (2000), Teixeira (2008), Demartini (2009), Malheiros (2011), Souza (2013), Pereira (2015), Marcelino (2018), Cordeiro (2019). Outros trabalhos foram encontrados, mas não correspondiam aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I.

O mesmo foi observado nos acessos aos meios virtuais no Google acadêmico com acessos a alguns artigos relevantes ao tema.

Como a BNCC é um documento bastante novo, apenas um artigo estava relacionado a números racionais e a BNCC e poderá ser a contribuição de nossa pesquisa

Para dar início ao nosso trabalho, selecionamos algumas pesquisas já efetuadas para disponibilizar essas informações e fazermos algumas reflexões, tais como: O que dizem os pesquisadores a respeito das dificuldades apresentadas no ensino

e aprendizagem dos números fracionários? Quais as orientações para minimizar essas dificuldades?

Apresentaremos os resultados de alguns trabalhos que tratam desse tema, em diversas abordagens. Todos eles buscam identificar a origem das dificuldades relacionadas aos números fracionários e o que propõem para minimizar as dificuldades no ensino e na aprendizagem.

Catto (2000), realizou uma pesquisa intitulada “Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos” e teve como objetivo analisar livros didáticos, do ensino fundamental, à luz da teoria dos registros de representação de Raymond Duval. A análise se limitou ao número racional. Segundo a teoria de Duval, os registros de representação têm papel fundamental na aprendizagem matemática uma vez que, nesta teoria, os conceitos só são acessíveis ao aluno por meio dos registros semióticos de representação que são: o simbólico, o figural e a língua natural. Duas coleções de livros didáticos foram submetidas à análise e a escolha foi sobretudo feita em função de apresentarem abordagens dos conteúdos com características distintas. Uma delas de forma "compartimentalizada" e a outra em forma de "espiral". Procuramos avaliar em que medida os diversos registros do número racional eram apresentados. Desejamos investigar como e se eram trabalhados os "tratamentos" (transformações no interior de um mesmo registro) e as diferentes possibilidades de conversão (transformações de um registro ao outro). Pudemos constatar que, quanto aos tratamentos, uma das coleções privilegia os realizados no registro numérico, enquanto a outra também os realiza no registro figural. No que se refere às conversões, uma das coleções as apresenta entre os registros figural e o simbólico, bem como entre os registros numéricos, fracionário e decimal, e na outra, elas aparecem de forma pouco significativa. Em geral, em ambas as coleções, é priorizado um dos sentidos de conversão entre dois registros.

A pesquisa desenvolvida por Teixeira (2008) intitulada “O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo”, teve como objetivo de traçar um diagnóstico das competências e concepções apresentadas pelos professores do segundo ciclo do Ensino Fundamental sobre o conceito de fração e seu ensino, com base na resolução de cinco problemas e buscar identificar algumas relações entre os livros didáticos, competências e as concepções desses professores. Baseou-se nas ideias de Vergnaud (1988), Kieren (1988), Nunes (2003) e Ponte (2013), identificou que os professores apresentam forte tendência a valorizar a fração com o significado operador

multiplicativo e parte-todo em suas concepções. No que se refere à competência, constatou estar fortemente ligado ao significado parte-todo, seguidos dos significados, medida e quociente, provavelmente influenciados pelos livros didáticos. Concluiu-se que os professores apresentaram baixo desempenho na resolução de problemas de fração e que é necessário ampliar o conhecimento matemático destes docentes; sendo este trabalho relevante, contribuindo como referência para escolha como critério de análise a resolução de situações problemas.

Malaspina (2007) em sua dissertação de mestrado intitulada “O início do ensino de frações: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental”, realizou um estudo intervencionista para introdução do conceito de fração com alunos da 2ª série do Ensino Fundamental. O estudo propôs-se a responder à seguinte questão de pesquisa: Quais os efeitos que cada um dos quatro significados para fração (parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida) traz para a aprendizagem inicial dos alunos do 1º ciclo (2ª série) do Ensino Fundamental sobre esse conceito? Para tanto, foi realizado um estudo com 61 alunos, advindos de duas turmas de uma escola pública estadual da região de Santo André, que compuseram dois grupos; um dos grupos passou por uma intervenção planejada de ensino sobre o tema fração no Grupo Experimental (GE) e o outro grupo não passou por qualquer intervenção sobre o tema, e por isso, foi chamado de Grupo Controle (GC). Ambos os grupos, nunca tiveram contato, do ponto de vista formal da escola, com o objeto fração. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1988; 2001) e as ideias teóricas de Nunes et al. (2003) com relação aos diferentes significados da fração. A metodologia constou de um estudo quase-experimental dividido em duas etapas: a primeira, denominada etapa  $\alpha$ , referiu-se à aplicação coletiva dos três testes-diagnóstico (pré, intermediário e pós-teste) tanto aos alunos do GE quanto GC que responderam individualmente. A segunda, chamada de etapa  $\beta$ , voltou-se para fase de intervenção, momento em que dividiu os alunos do GE em quatro subgrupos nos quais foram ensinados dois significados da fração. Os dados foram analisados dentro de dois momentos: um voltado à análise quantitativa em que se buscou relacionar os percentuais de acerto, com ajuda do pacote estatístico SPSS (Statistical Package for Social Sciences). No segundo momento referiu-se a análise dos dados do ponto de vista qualitativo, visando identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos, bem como analisar suas estratégias na resolução. Os resultados mostraram que cada um dos significados teve papel importante na aprendizagem da fração pelos alunos e todos

trouxeram contribuições para o início da apropriação desse objeto. Dessa forma, foi possível encontrar efeitos distintos na aprendizagem inicial de fração, dependendo do significado que se utilizou para introduzir esse conceito.

Demartini (2009) em sua dissertação intitulada “Refletindo sobre a formação do conceito de número racional na forma fracionária” teve como objetivo investigar a formação do conceito de número racional na forma fracionária, mais especificamente, identificar dificuldades que os alunos enfrentam na formação do conceito de fração mediante a aplicação de um instrumento diagnóstico em dois momentos distintos. O estudo envolveu alunos de quinta série do ensino fundamental de uma escola estadual do Município de Passo Fundo-RS. De posse dos dados coletados, que apontaram algumas dificuldades dos alunos na formação do conceito e nas operações com frações, foram elaboradas atividades buscando proporcionar ambientes de aprendizagens que favorecessem a formação do conceito de número racional fracionário e o desenvolvimento da capacidade de interpretar, comparar, analisar, abstrair e generalizar. A análise do segundo momento de aplicação do instrumento diagnóstico revelou indicativos de progresso quanto à formação do conceito, mas também de resistência de algumas dificuldades nas operações, sobretudo, entre frações com denominadores diferentes. Na questão investigativa do estudo, sobre o quê e como ensinar para que se obtenha maior êxito cognitivo na formação do conceito de fração, ressalta-se a importância da reflexão da própria prática no processo de construção de novos conhecimentos. Vigotsky, Ambrósio, André, Perrenoud, Nunes, dentre outros, constituem a base teórica, juntamente com autores que abordam o processo ensino-aprendizagem de número racional na forma fracionária. A investigação revelou potencialidades, tais como o diálogo, o contrato didático estabelecido, a ludicidade e o uso da equivalência de frações nas operações; e fragilidades, como enfatizar as quantidades contínuas e descontínuas na relação parte-todo, o não aprofundamento das significações de fração quociente e operador multiplicativo e a ausência de recursos tecnológicos no desenvolvimento da proposta. Por meio do estudo percebe-se também que é necessário abordar o ensino de frações com diferentes significações, tais como, quociente, medida, número e operador multiplicativo, com variação de situações e grau de complexidade, levando em consideração o conhecimento que os alunos tenham a respeito do tema e contemplando situações cotidianas diversificadas do seu cotidiano, que lhes permitam atribuir sentido às diferentes ideias associadas ao conceito de fração.

Malheiro (2011) em sua dissertação intitulada “Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo Estado de São Paulo após a nova proposta curricular”, realizou uma pesquisa para identificar quais seriam os significados dos números fracionários a partir do material elaborado pela Secretaria Estadual de São Paulo nas antigas 5<sup>o</sup> e 6<sup>o</sup> séries do ensino Fundamental. Apoiou-se na análise de conteúdo descrita por Bardin sob a teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval. A autora pode concluir no seu trabalho que as atividades sobre as frações não parecem ser suficientemente elaboradas de modo que a criança dê significado a esses números, o significado parte-todo é um exemplo evidente dessa insuficiência. Verifica ainda o caso das medidas não convencionais como exemplo a utilização da caneta como utilização de objetos como unidade de medida não permitindo a construção de subdivisões, visto que estes objetos não podem ser dobrados. Outra questão refere-se ao Registro de Representações Semióticas, sendo que as atividades propostas não favorecem a articulação para a passagem da representação figural para o registro numérico, utilizando-se o mesmo registro numérico para chegar a resolução das atividades, não abrindo possibilidades para a utilização no registro figural. Enfatiza que o professor deve ter cuidado na escolha das atividades para que o ensino dos números fracionários não seja prejudicado.

Na pesquisa de Souza (2013) intitulada “Números Racionais” analisa o ensino dos números racionais e a prática dos professores docentes com o objetivo de responder à seguinte questão: Que concepções e conhecimentos profissionais os professores utilizam ao ensinar números racionais e que relações estes têm com o livro didático adotado e a sua prática docente? O estudo foi desenvolvido por meio de questionários, observação da prática docente, entrevista e análise documental. A análise documental foi composta pela análise dos planejamentos anuais, dos cadernos dos alunos e do livro didático adotado. A pesquisa foi respaldada em Bodgan e Biklen (1994) para descrever o ambiente e o objeto pesquisado; identificando algumas relações entre as concepções que os sujeitos da pesquisa possuem sobre o ensino dos números racionais e as suas práticas docentes, sendo que a primeira influenciou de modo determinante a segunda; por exemplo, ao conceber as frações no significado parte-todo, os professores privilegiam situações, atividades e avaliações nas quais esse significado fosse evidenciado; conseqüentemente, as outras acepções tiveram papel secundário, ou não foram abordadas, como é o caso do significado razão. As ponderações quanto ao livro didático, identificou que a coleção valoriza o cálculo aritmético e algébrico,

evidenciando a necessidade do uso de regras, macetes e técnicas, não incentivando o cálculo mental. Constatou que há algumas lacunas nos conhecimentos profissionais desses professores, que dizem conhecer pouco os documentos norteadores oficiais; portanto, as concepções destes professores estão bem distantes daquelas propostas nesses documentos.

Pereira (2015) estuda o ensino das frações na escola Básica numa proposta “*Common Core*” dos EUA, elaboradas em 2010, e um longo relatório técnico redigido em 2012 pelo matemático Hung-Hsi Wu, examinando a estrutura curricular para o ensino de frações pelo *Common Core*, realizando uma análise comparativa com dois livros didáticos brasileiros do PNLN. O modelo *Common Core* é basicamente uma BNCC aqui no Brasil explorando o que deve ser trabalhado nos anos escolares. A autora descreve que no modelo *Common Core* a abordagem das frações estão diretamente ligadas à reta numérica e descreve que os números fracionários podem ser percebidos como números nesta reta, mostrando a equivalência entre as frações, fazendo comparações nas frações unitárias, desta maneira o aluno identifica naturalmente que quanto maior o denominador menor é a fração; duas frações com denominadores iguais, então aquela com menor denominador é a maior fração. Como conclusão na análise do *Common Core* com o livro didático foi do conceito de fração que apresenta uma abordagem muito superficial, por meio de exemplos o que não são suficientes para que o aluno compreenda as frações como um número, de forma a ampliar os conjuntos numéricos já conhecidos e o desfecho das operações se resume na aplicação direta de algoritmos sem justificativa dos procedimentos adotados. Ainda menciona as inquietações quanto à formação do professor, insuficiente para refinar alguns pontos irregulares nos livros didáticos.

Marcelino (2018) realizou uma pesquisa intitulada “Estudando sobre os números racionais no Ensino Fundamental”, realizou entrevistas com os professores das séries finais do ensino fundamental e do ensino médio, apontando que, o problema está no conceito e na resolução das operações com frações. Sendo uma das questões apontadas pelos professores é que a ideia de fração não é totalmente absorvida pelos alunos. O significado de partes de um todo não é trabalhado profundamente para que leve o aluno a compreender essa concepção de fração na representação abstrata ou concretamente. A autora destaca ainda a falta de compreensão com relação às classes de equivalência, por parte dos docentes das séries iniciais e que estes deveriam apresentar ao aluno que frações escritas de formas diferentes representam o mesmo

pedaço. Evidenciou que as frações são apresentadas em blocos separados, dificultando os alunos perceberem aspectos relevantes como a de cálculo, também explicita que os números racionais na forma fracionária e na forma decimal deveria ser simultânea, possibilitando a compreensão de que ambos representam a mesma quantidade. A autora defende que esse conteúdo não seja fragmentado e deva ser complementado com usos de ferramentas como softwares, dobraduras, material concreto, entre outros que facilitem a compreensão dos alunos. Preza pelo uso consciente do livro didático pelo professor, para que o utilize com critérios para a seleção e organização dos conteúdos para a integração entre objetivos e métodos de ensino.

Cordeiro (2019), em sua dissertação de mestrado intitulada “Resolução de problemas de fração de crianças do 3º ano do ensino fundamental”, teve por objetivo investigar conhecimentos que crianças de um 3º ano do Ensino Fundamental do município de Curitiba revelam saber sobre frações. O autor buscou identificar quais esquemas que as crianças de um 3º ano utilizam na resolução de problemas; verificando o que sabem sobre conceitos de fração previstos pelo currículo para serem abordados nos anos anteriores de escolarização (metade, terça parte) e também elementos a serem considerados no processo de ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Foi aplicado em forma de entrevista clínica uma ficha composta por 6 problemas envolvendo o conceito de fração, que foram respondidas individualmente por 5 alunos do 3º ano de uma escola municipal de Curitiba-PR. Com os dados coletados o autor pôde concluir que dentre os esquemas identificados, o esquema de distribuição, o esquema de partição e o esquema de metade foram os mais utilizados pelos alunos entrevistados. Em todas as resoluções, em que utilizaram o esquema de distribuição, os alunos alcançaram algum êxito em sua solução. Já o esquema de partição predominou em casos em que o problema já previa o número de partes que o todo deveria ser dividido e o esquema de metade, apesar de utilizado por alguns alunos ao longo das resoluções, em muitos casos não foi corretamente aplicado, tendo em vista que, em alguns casos, os alunos utilizaram palavras como “metade” e “meio” sem de fato compreender o conceito envolvido. O esquema de unidade, o esquema relacional e o esquema de equivalência foram observados em menos resoluções ou, como no caso do esquema de unidade, promoveram o erro da questão ou se constituíram como um obstáculo na resolução do problema. Os dados evidenciaram também que, provavelmente, os alunos não tenham sido formalmente apresentados aos conceitos de metade e terça parte, conforme previsto no currículo, ou, se apresentados, não se apropriaram desses conceitos. Identificamos

que situações que promovam os esquemas de distribuição e partição são interessantes para introduzir o conceito de fração, tendo em vista que esses esquemas são os mais utilizados pelos alunos. Porém, observamos também a necessidade de serem trabalhadas situações que possibilitem o uso de esquemas que ainda não são familiares aos alunos. Além disso, os elementos analisados indicam a necessidade de apresentar aos alunos os números fracionários abordando todos os seus significados: parte-todo, divisão, número, operador multiplicativo e medida.

Para fins de nossa investigação, acreditamos que o processo de escolha do livro didático, deve estar pautado também em análises das tarefas propostas nos livros, e o que estas atividades podem contribuir ao aluno em seu processo de aprendizagem, principalmente salientado o uso de vários recursos didáticos como também propõe a BNCC e a simultaneidade do trabalho de fracionários e número decimal.

## 2.2 PESQUISAS QUE TRATAM DAS CONCEPÇÕES DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS E TEMAS RELACIONADOS

Neste capítulo abordaremos alguns estudos desenvolvidos mais relevantes para a nossa pesquisa referente ao ensino dos números racionais na forma fracionária. Os trabalhos selecionados do período de 1997 á 2022 foram: Silva (1997, 2005), Catalani (2002), Moutinho (2005) e Damico (2007).

Essa seleção baseou-se em pesquisas que tratam do ensino dos números racionais na forma fracionária na abordagem do ensino e aprendizagem dos significados dos números fracionários: parte-todo, medida, quociente, operador e razão.

Os estudos sobre os números racionais têm sido abordados de forma incessante ao longo dos tempos e cada vez mais cresce a preocupação em entender como este saber pode ser estruturado, de forma alcançar melhor compreensão por parte dos alunos. Citamos abaixo alguns autores, que realizaram estudos, relevantes para a nossa pesquisa.

Silva (1997) em sua dissertação de mestrado intitulado “Sobre a introdução do conceito de números fracionários”, aplicou uma sequência didática de dezoito horas, com atividades que colocassem os futuros professores em situações que lhes

permitted a reflection of these different conceptions. Investigated the conceptions of fractions with a group of teachers, performing a reflection on fractions, as well as the conception of the genesis of this number, as well as the didactic sequence for the teaching of fractions. About the form of research, the author sought to answer primarily the question of didactic organization that teachers construct for the teaching of fractions in the fifth grade, during the formation, identifying blockages due to the perception of their own knowledge, proposing interventions consistent with escaping the exercises normally used for the construction of the whole-part; in the activity of measurement reported the lack of mastery in the subject or reflection, as in the segment that represents  $\frac{1}{3}$  that were associated with fractions  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{3}$ , with the denominators following the order of the natural numbers. Reported observations on the epistemological obstacles, in the addition of fractions, which show the interpretation of fraction as two natural numbers not related and not as a number that represents a quantity. Regarding the use of the metric system, reports the difficulty of using decimals to represent a small quantity. The author concludes that the participating teachers did not have initial training sufficient to capacitate them to teach basic mathematical content, especially in relation to rational numbers and that the training was fundamental for the reflection of these professionals in the didactic functional approach. The results obtained show that the objective was achieved in the sense that these future teachers recognize today, the conceptions addressed, and the majority makes a reflection on the same when elaborating new situations-problems.

Catalani (2002) in her dissertation titled "The inter-relationship form and content in the development of the fraction" analyzes the actions of 4th grade students who submitted to activities that problematize the continuous aspect of magnitudes in terms of enumeration, with the purpose of perceiving "how their elaborations on the concept of fraction are related to the proposal of conceptual development treated under the dialectical form and content?" As a professor and researcher, she assumes a perspective of qualitative research of an interventionist nature in the investigation of actions expressed in episodes of teaching transcribed from the video recording and written records of students from a school in the periphery of the city of São Paulo. The analyses evidence that in their actions of counting and measuring the students elaborate thought and mathematical language. Formalizing judgments and definitions in their own way, the children recreate for themselves the movement of the form, as well as the numerical synthesis of the fraction and its content: actions

de medir aspectos contínuos dos objetos. A autora sugere ainda elementos para discussões sobre o ensino-aprendizagem da fração, baseados na recuperação da dimensão criativa de elaboração conceitual.

Moutinho (2005), em sua dissertação de mestrado intitulada “Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do ensino fundamental”. Buscou investigar o ensino do conceito de Fração, teve por objetivo identificar as concepções que alunos de 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental utilizam frente a problemas que abordam este conceito. O estudo propôs-se a responder a seguinte questão de pesquisa: Quais as concepções que são possíveis de se identificar com relação aos cinco diferentes significados da fração (Número, Parte-todo, Quociente, Medida e Operador Multiplicativo), a partir da aplicação de um estudo diagnóstico, com alunos das 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> série do ensino fundamental? A fundamentação teórica da pesquisa contou com a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1993) e as ideias teóricas de Nunes et al. (2003) com relação aos diferentes significados da fração. A metodologia constou de um estudo descritivo realizado com a elaboração de um instrumento diagnóstico que foi aplicado a 65 alunos da 4<sup>a</sup> série e 58 alunos da 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental, distribuídos em duas escolas da rede pública estadual da cidade de São Paulo. Os resultados foram analisados, observando-se o desempenho e as estratégias utilizadas pelos alunos, quando resolvem de forma errônea as questões propostas. Algumas concepções usadas pelos alunos foram identificadas e variaram, conforme a situação e o significado abordado nas questões. Os alunos da 4<sup>a</sup> série demonstraram possuir a concepção Parte-todo, como central para resolução dos problemas; já os das 8<sup>a</sup> série, além desta, buscaram resolver os problemas com um uso mais intenso de operações sem, contudo, atingir um índice de acerto favorável, o que resultou em um desempenho geral menor na 8<sup>a</sup> série do que a 4<sup>a</sup> série. Conclui-se pela necessidade de se abordar um trabalho mais amplo do Campo Conceitual da Fração, com base no uso de diferentes situações, abordando os distintos significados da fração propostos por Nunes et al. (2003) na busca de um melhor aprendizado desse conceito ao longo das séries do Ensino Fundamental.

Damico (2007) em sua tese intitulada; “Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental”, realizou um estudo com estudantes do curso de licenciandos em matemática, que precisavam elaborar atividades para os alunos sobre a representação fracionária de números racionais baseadas nas ideias de Kieren (1988) sobre os cinco

construtos e seus significados numa abordagem qualitativa e quantitativa para mostrar a frequência com que cada categoria ou subcategoria foi observada. Pôde concluir que o conhecimento matemático e o PCK (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo) no que diz respeito aos cinco subconstrutos (parte-todo, operador, quociente, medida e razão) com as operações básicas de adição, multiplicação e divisão com frações são fatores que influenciam sobre a atuação dos docentes. Ainda destaca falhas do conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual, como também se observa um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação dos conteúdos normalmente ensinados no Ensino Fundamental que versam sobre números racionais (frações), constatando a necessidade de formações continuadas e reflexões constantes sobre a prática que tornaram o ensino dos números racionais mais significativos.

Silva (2007) em sua tese de doutorado Intitulado “Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para quinta série”. realizou um estudo com um curso voltado para formação de professores de matemática dos ciclos finais do Ensino Fundamental, permitindo observar as concepções de fracionários e da aprendizagem de seus alunos, de uma sequência de atividades elaborados pelos professores da antiga 5ª série, atualmente 6º Ano do Ensino Fundamental. Baseada na Teoria Antropológica do Didático, e utilizando alguns dos princípios da pesquisa-ação, realizou uma investigação para ajudar na conceitualização dos números racionais a respeito da razão de ser dos números fracionários. O estudo justifica-se pela escassez de pesquisas sobre números fracionários com professores dos ciclos finais do Ensino Fundamental que permitam o acesso de professores a resultados de pesquisa. Embora haja resultados a respeito do não-saber de alunos e de possíveis obstáculos ao ensino e aprendizagem do tema, há necessidade de se observar as condições em que as ações formativas possibilitam mudanças nas práticas docentes desses professores. A autora afirma que os professores constroem para a quinta série Organizações Matemáticas para números fracionários, muito rígidas com tipos de tarefas que associam sobretudo a concepção parte-todo em contextos de superfícies, mobilizando a técnica da dupla contagem das partes e, com menos incidência, a concepção de razão mobilizando a mesma técnica. Foram constatadas mudanças nos sentimentos e emoções dos professores em relação aos fracionários que propiciaram modificações em suas concepções desse conteúdo, e alguns indícios de mudanças em suas práticas de ensino. Constatou a carência de autonomia e a fragilidade do

conhecimento dos professores sobre os fracionários e a possibilidade de mudança de olhares, permitindo ao aluno o lugar de efetivo aprendiz. E concluiu que os professores além de se apropriar do conteúdo a ser ensinado, precisam aprender a analisar objetivamente suas práticas, estar abertos para novas perspectivas que permitam mudar o quadro atual da aprendizagem.

No artigo realizado por (NETA, SILVA; 2014) intitulado “Frações: Um estudo à luz da Teoria Antropológica do Didático” as autoras buscaram analisar o ensino das frações, relacionando as questões propostas, pelos PCN, pelo Livro Didático e pelo professor, segundo a praxeologia. Observaram que as atividades que foram elaboradas pelo professor para o final da sequência didáticas eram semelhantes às contidas nos Livros Didáticos. Identificaram indícios de elementos tecnológicos e teóricos nas explicações dadas no Livro Didático contemplando os PCN, entretanto, o plano de aula do professor não contempla por completo nem os PCN, nem mesmo sua própria sequência didática. A sequência didática, que era um dos objetivos da análise, confirmou que parte das atividades nelas contidas não se encontrava nem no livro, nem na avaliação proposta pelo professor, como exemplo, a localização de números racionais na reta numérica representado na forma decimal. Concluíram que o Livro Didático é o apoio do professor e a busca por atividades complementares, levam em conta as aptidões dos professores, ou reprodução de sua experiência profissional, podendo interferir no saber científico, quando estas transposições ferem as leis envolvidas ao objeto de estudo, contudo, podendo refletir na falta de compreensão sobre frações que os alunos apresentam durante os ciclos de aprendizagem.

Estes estudos permitem compreender as dificuldades dos professores relativos aos números fracionários, portanto os livros necessitam, de fato, conter orientações consistentes para os mesmos, entendendo que por vezes até mesmo o próprio professor desconhece as praxeologias matemáticas mais amplas, assim esse trabalho contribui em nossa pesquisa.

Considerando, em nosso estudo, as pesquisas anteriormente realizadas com a finalidade de investigar os conhecimentos sobre os números fracionários das concepções de medida, quociente e razão estão condicionadas a suas técnicas a predominância de resolução pela mobilização da concepção parte-todo e por vezes a concepção operador.

Entendemos que a TAD contribui na análise das atividades apresentadas nos Livros Didáticos para observarmos se a apresentação das tarefas nelas contidas permitem a mobilização de uma ou mais técnicas.

Ainda considerando o livro didático o material de apoio do professor, se este, favorece a aprendizagem das concepções parte-todo, quociente, operador, medida e razão de forma distinta, parcial ou integrada.

Os procedimentos metodológicos que permitiram desenvolver a pesquisa com vista a alcançar tais objetivos estão apresentados no próximo capítulo.

### **3.0 REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO**

#### **3.1 METODOLOGIA**

Para compor nossa metodologia e analisar o caminho percorrido citamos Minayo (1994) que descreve:

o processo de apreensão e compreensão da realidade inclui as concepções teóricas e o conjunto de técnicas definidos pelo pesquisador para alcançar respostas ao objeto de estudo proposto. É a metodologia que explicita as opções teóricas fundamentais, expõe as implicações do caminho escolhido para compreender determinada realidade e o homem em relação com ela. (MINAYO, 1994, p.24)

A pesquisa consolidou-se à partir da análise documental e dos dados obtidos nas obras selecionadas, ancorada nos propostos teóricos de Nunes e Bryant (1997) e Kieren (1988) e baseada na Teoria da Transposição Didática (TAD) para responder nossa questão de pesquisa.

De acordo com Vergara (2000) a pesquisa bibliográfica é realizada a partir da leitura de material já publicado em pesquisas, livros e artigos científicos e é fundamental para o levantamento de informações básicas sobre os aspectos ligados ao tema da pesquisa. Em nosso trabalho buscamos analisar e descrever o conteúdo dos materiais de leitura relevantes para o nosso estudo: pesquisas de mestrado e doutorado

e artigos sobre o tema, PCN, BNCC, Guia do livro didático 2019 e os livros didáticos (Manual do Professor).

Para desenvolver nosso estudo bibliográfico delineamos os seguintes procedimentos:

- Levantamento de teses, dissertações e artigos para compor a revisão de literatura e a fundamentação teórica;
- Estudo dos documentos oficiais PCN e BNCC;
- Estudo do Guia do Livro Didático 2019;
- Levantamento e estudo dos livros didáticos e das atividades que tratam dos números fracionários.
- Identificação e análise das organizações praxeológicas: (tipos) de tarefas, (tipos) de técnicas e do discurso teórico-tecnológico (praxeologias) presentes nas atividades selecionadas dos livros didáticos; que será explicado na teoria que fundamenta esta pesquisa.

### 3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Deste modo, para atender ao objetivo de investigação, que é analisar dois Livros Didáticos de Matemática intitulados “Novo Pitangá” e “Buriti mais Matemática”, ambos manual do professor, enviados pelo PNLD 2019-2022 para a Unidade Escolar: EMEB Donald Savazoni situada no Município de Franco da Rocha, zona Norte da cidade de São Paulo, para alunos do 5º Ano das Séries Iniciais do Ensino fundamental, alunos com aproximadamente 10 anos de idade.

Baseamo-nos em documentos oficiais, principalmente nas orientações que regem a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nas análises propostas pelos livros didáticos selecionados para pesquisa.

Baseados nos temas propostos para o ensino dos números fracionários propostos nos livros, categorizamos as atividades com as concepções de números fracionários para seleção das atividades a serem analisadas, assim como elaboração do

quadro de tarefas e o quadro das técnicas utilizadas para resolução das tarefas acerca dos recortes de atividades utilizadas nesse processo.

No quadro 1 a seguir, apresentamos os temas apresentados nos dois volumes analisados.

**Quadro 1 - Temas apresentados no livro Toledo (2017)**

<b>Livro Buriti Mais Matemática 5º Ano</b>
Temas trabalhados
Leitura de frações
Fração de uma quantidade
Fração que representa um número natural
Frações equivalentes
Fração como representação de quociente
Número misto
Reta numérica
Comparação de frações
Adição e subtração
Multiplicação com fração
Porcentagem

Fonte: Elaborado pela Autora

**Quadro 2 - Temas apresentados no livro Ribeiro e Pessôa (2017)**

<b>Livro Novo Pitangá 5º Ano</b>
Temas trabalhados
Frações de figuras
Frações de uma quantidade
Número na forma mista
Frações equivalentes
Comparação de frações
Operação com frações: adição e subtração

Fonte: Elaborado pela Autora

Os temas apresentados nos livros didáticos selecionados estão baseados nas habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Buscamos examinar a abordagem dos livros didáticos sobre os números racionais para identificarmos e discutir os elementos que podem potencializar a construção do conceito de números fracionários diante suas praxeologias sob a ótica da TAD, com quadros demonstrativos, diante das tarefas apresentadas e técnicas utilizadas para a resolução como será apresentado em capítulos posteriores.

### 3.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1996), norteia este estudo, pois com este modelo teórico permite analisar os sistemas de ensino (denominado instituição pelo autor) em função do que vem sendo desenvolvido mediante aos seus propósitos, integrando a TAD as instituições, os indivíduos, os livros didáticos e os objetos. O autor situa a matemática como a produção humana num determinado contexto social e no contexto antropológico.

Para Chevallard (1992 apud ALMOULOU, 2007), um objeto matemático existe, se pelo menos um sujeito ou uma instituição o reconhece. Evidenciam-se nesse momento, as relações pessoais (dos indivíduos para com o objeto) e as relações institucionais (da instituição para com o objeto), eixo estruturante dessa teoria.

Nesse sentido, a escolha dessa teoria como referência para nosso trabalho, se justifica pela natureza do estudo: analisar as “práticas” existentes nos livros didáticos e analisar a organização matemática dos conteúdos referentes aos números fracionários.

Diante da TAD a qual estuda o homem frente ao saber matemático, ou seja, o homem perante a Organização Matemática ou praxeologia, a qual é proveniente de dois termos gregos, práxis (prática) relacionadas à prática docente, logos (razão) formado pelo discurso sobre o saber fazer.

Entendemos como praxeologia, do grego, práxis (ação, hábito ou prática) e logos (conhecimento, ciências ou teorias), portanto esse significado servirá para a análise da ação humana, alavancados pelas teorias científicas.

As praxeologias segundo Chevallard (1999), podem estar divididas na organização matemática e na organização didática para descrever as práticas institucionais e o saber matemático em jogo

As praxeologias (ou organizações) associadas a um saber matemático são de duas espécies: matemáticas e didáticas. As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas dizem respeito à maneira que se faz essa construção. (CHEVALLARD, 1999; apud ALMOULOU, 2015, p. 12)

De acordo com Chevallard (1999) as praxeologias constituem o conjunto das práticas envolvidas no desenvolvimento da produção de uma atividade matemática, e é simbolizada pelas seguintes notações  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  configurando uma Organização Matemática (OM) de determinada atividade, neste contexto acontece a articulação de três elementos: uma técnica  $\tau$ , uma tecnologia de  $\tau$ ,  $\theta$ , e uma teoria de  $\theta$ ,  $\Theta$ , sinônimo de saber.

Para Chevallard (1999), uma tarefa (T) é tudo aquilo que é pedido para uma pessoa fazer/executar. Toda tarefa faz parte de uma rede de tarefas designada tipo de tarefa, por sua vez todo tipo de tarefa faz parte de uma rede chamada gênero de com tarefas. Uma técnica ( $\tau$ ) é uma maneira de fazer uma tarefa, são mobilizados conhecimentos e saberes para resolver a tarefa. Tecnologia ( $\theta$ ) é todo discurso racional que justifica e esclarece uma técnica. Teoria ( $\Theta$ ) é todo discurso que justifica a tecnologia. As tarefas e técnicas formam o bloco saber-fazer e as tecnologias e teorias formam o bloco do discurso fundamentado.

Segundo (CHEVALLARD 2002, apud ALMOULOU, 2007, p. 115) “para cada tarefa existe uma técnica ou um número limitado de técnicas reconhecidas na instituição que problematizou essa tarefa”. De acordo com o autor para cada tipo de tarefa e técnica, identificamos um bloco prático-teórico (T/ $\tau$ ), caracterizado como saber-fazer e o bloco ( $\theta/\Theta$ ) são as justificativas do saber-fazer e consideradas o saber.

Para Chevallard (1998), as diferentes técnicas( $\tau$ ) utilizadas para elaborar um tipo de tarefa T, elas não são algoritmos e, nem tampouco fechadas em si, pois dependem dos atores das diferentes instituições.

Ainda o autor salienta que existe um discurso racional (logo) sobre a técnica ( $\tau$ ), permitindo a efetivação de um tipo de tarefa T por diferentes formas, gerando tarefas do mesmo tipo. Chevallard (1998), definiu esse outro discurso como tecnologia ( $\theta$ ), que apresenta a função de deixar inteligível a técnica ( $\tau$ ) e justificar porque ela ocorre.

Conforme Chevallard (1998), este afirma existir uma desigualdade das funções de  $\theta$ , a primeira consiste em justificar a técnica fornecendo o que é pretendido, minimizando a outra função de  $\theta$  – tornar inteligível esclarecendo a técnica, privilegiando a demonstração, em detrimento da explicação. A teoria ( $\Theta$ ) denominada pelo autor compreende o discurso tecnológico ou tecnologia da tecnologia, este bloco  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ , portanto, constitui a praxeologia.

Em suma, a praxeologia é uma Organização Matemática de uma atividade, que analisa o saber fazer e o saber. Composta por um conjunto de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias organizadas para uma determinada atividade.

Nesta pesquisa a TAD embasou nossas análises de exercícios que abordam os números fracionários nos livros selecionados.

#### **4.0 SOBRE AS APRENDIZAGENS DOS NÚMEROS RACIONAIS**

Compreender os números fracionários não é tão simples como pensamos, vários estudos são realizados sobre o tema e envolvem diversas discussões acerca dos conceitos de números fracionários.

Neste capítulo apresentaremos a definição de grandezas e as concepções dos números fracionários, para tanto primeiramente devemos entender a Concepção como noção teórica em Didática da Matemática e nos apoiamos em Artigue (1990).

A Concepção como noção teórica segundo Artigue (Ibid) coloca em evidência duas necessidades distintas, às quais responde a noção de concepção:

- colocar em evidência a pluralidade dos pontos de vistas possíveis acerca de um mesmo objeto matemático, diferenciar as representações e modos de tratamento que lhe são associados, destacar a sua adaptação mais ou menos adequada à resolução de tal ou tal classe de problemas;
- ajudar o pesquisador em didática a lutar contra a ilusão de transparência da comunicação didática veiculada pelos modelos empiristas da aprendizagem, permitindo-lhe diferenciar o saber que se quer ensinar e os conhecimentos realmente construídos pelo aluno (ARTIGUE, 1990, p. 265).

Estas necessidades apontadas por Artigue (ibid.), acerca da noção de concepção, permitem o estudo do objeto (conceitos matemáticos), identificando os tipos de tarefas que mobilizam as concepções de números fracionários.

Apresentada a noção de concepção, mencionaremos as grandezas associadas aos números fracionários.

No que concerne às noções de grandezas, há situações que necessitam uma assimilação do processo que está em desenvolvimento com algo como medições, contagem ou quantidades.

Menezes (1959), apresenta uma definição de grandeza:

grandeza matemática é tudo quanto for possível de ser medido, direta ou indiretamente, por meio de outra grandeza da mesma espécie, e de valor conhecido, considerada como padrão de unidade que se toma para comparação. A medida de uma grandeza é denominada valor da grandeza ou quantidade (MENEZES, 1959, p. 3).

Nessa conjuntura, “o termo grandeza se refere àquilo que pode ser quantificado e são de dois tipos: as discretas, que podem ser contadas, e as contínuas que podem ser medidas. O comprimento, a superfície, o volume, são grandezas contínuas que possuem unidades específicas de medida” (NOGUEIRA, BELLINI, PAVANELLO, 2013, p. 112).

A tarefa apresentada indicará o contexto, discreto ou contínuo, e a mobilização das concepções dos números fracionários que indicarão as técnicas a serem utilizadas.

As definições de concepção e grandezas apresentadas juntamente com a TAD possibilitaram compreender as concepções de números fracionários associados aos tipos de tarefas ou que podem ser realizadas na realização das tarefas, e as representações que serão manipuladas nas técnicas utilizadas no cumprimento destas tarefas.

Ainda Bosch e Chevallard (1999), entendem a conceitualização e as ferramentas matemáticas utilizadas, quando considera os objetos sensíveis como discursos, escritas e grafismos, quando “representam” ou “significam” o seu sentido.

Segundo esses autores podemos identificar os não-ostensivos como aqueles objetos que não podem ser vistos, ou percebidos porque dependem da manipulação dos ostensivos, e os ostensivos aqueles objetos percebidos ou manipulados: os grafismos são manipulados numa percepção visual que os tornam compreensíveis, assim como sons e gestos.

Diante dessas duas definições, favorecer o ensino e a aprendizagem dos números fracionários no processo de construção do conhecimento nos assuntos pertinentes é imprescindível e para tanto abordaremos na sequência os significados de números fracionários para a melhor compreensão.

#### 4.1 SIGNIFICADOS DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

A terminologia aplicada ao conceito de números fracionários quando se trata de número racional<sup>3</sup> envolve a compreensão conceitual de frações e números fracionários.

Entre os educadores matemáticos parece haver um consenso a respeito dos estudos de Kieren (1976), e em continuidade até os dias de hoje, em torno dos significados do número racional. Kieren (1976) foi o primeiro a introduzir a ideia de que a compreensão do conceito de número racional exige várias interpretações e que a partir da junção dessas possibilidades há uma ampla compreensão desse conceito.

O desenvolvimento do sentido de número racional: Uma aprendizagem efetiva da matemática envolve compreensão conceitual, isto é, de acordo com o (NCTM 2014 apud Guerreiro, Serrazina 2017, p. 182-183) “a compreensão e articulação de conceitos, operações e relações” (p. 7), que permite a construção de um repertório de estratégias e representações negociadas, bem como chegar à fluência na realização de procedimentos na resolução de problemas.

Esta compreensão conceptual está estreitamente relacionada com o sentido de número, na medida em que este diz respeito ao conhecimento geral acerca dos números e das operações, bem como a capacidade e propensão para usar esse conhecimento de forma flexível na construção de raciocínios matemáticos e no desenvolvimento de estratégias (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992 apud Guerreiro e Serrazina, 2017, p. 182-183).

Espera-se assim que “o currículo de Matemática tenha em conta esta perspectiva de pensar os números e operações em termos de sentido de número”. (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 101).

A complexidade do trabalho, quando tratam das dificuldades do ensino dos números fracionários, diferenciam os termos racionais e frações segundo Nunes e Bryant (1997):

Esses estudos servem como advertência dos perigos que existem por trás da complexidade e da diversidade dos conceitos envolvidos em frações e números racionais. (Usaremos a expressão “números racionais” de uma forma mais geral e frações apenas quando nos referimos a problema parte-todo)(NUNES; BRYANT,1997, p. 193 apud Silva 2005, p. 47)

---

<sup>3</sup> O termo números racionais, usado neste texto, diz respeito ao conjunto dos números racionais não negativos.

Inúmeras interpretações podem ser dadas aos números racionais dependendo de cada situação; segundo os subconstrutos de Kieren (1998), como parte-todo, operador, medida e razão, apresentam relações e significados diferenciados segundo os contextos envolvidos, portanto a significação dada em cada contexto é que fundamentará ou não o sentido de número.

Os estudos realizados por Silva (1997), Kieren (1988), Nunes e Bryant (1997) e colaboradores evidenciam a compreensão dos conceitos matemáticos das crianças sobre o conceito de fração.

Nunes e Bryant (1997), chamavam a atenção para a grande dificuldade relacionada ao ensino e aprendizagem de frações:

Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não têm. Elas usam termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (NUNES; BRYANT, 1997, p.191).

Ainda os mesmos autores evidenciam que essa falsa impressão de que as crianças apresentam domínio a respeito desse conteúdo pelo fato de como lhes é apresentado – todos divididos em partes, na simbolização de parte-todo, tal como, contar o número total de partes e depois as partes pintadas, essa repetição levam as crianças a poucas regras de calcular, emitindo a impressão de que sabem muito, porém sem compreender o significado desse novo tipo de número.

Nunes (1997) nos chama a atenção para o significado parte-todo, sugerindo uma conexão com a divisão e fração, envolvendo situações problemas para elaborarem operações mais eficazes para a resolução dos mesmos.

[...]quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão e números racionais, elas se engajam em raciocinar sobre as situações. Em contraste, quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais elas veem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com os números, como usar o que lhes foi ensinado na escola, concentrando-se nas manipulações de símbolos, os alunos poderiam desempenhar em um nível mais baixo que teriam desempenhado se tivessem se preocupado mais com a situação problema. (NUNES, 1997, p. 212).

Kieren (1988) apresenta um modelo teórico de conhecimento matemático e relata que a construção dos números racionais exigiu várias interpretações acerca do ensino dos números fracionários e seus diferentes significados. Ainda de acordo com o autor estas interpretações que levam para a construção do conceito, em que o termo subconstruto, denomina como construtos teóricos os objetos mentais que podem ser construídos a partir de ideias mais simples que se complementam (KIEREN, 1988, p. 162).

Diante de tal reflexão, Kieren (1998) e Nunes (2003) propõem que sejam considerados dois invariantes: ordem e equivalência; as situações em que se pretendem dar significados à fração e suas representações possíveis. Apresentamos a seguir as concepções dos subconstrutos de Kieren interpretadas por Silva (2007).

**A Conceção de parte todo** – a ideia presente neste significado emerge da ação de dividir uma grandeza contínua (comprimento área, volume, ...) em partes iguais em quantidades de objetos. Usualmente, são manipulados dois tipos de objetos ostensivos: o registro da escrita simbólica  $a/b$ , associado ao registro figural em que regiões ou conjunto de figuras, representando elementos discretos, aparecem divididos em partes iguais.

Usualmente esse tipo de tarefa que faz a concepção parte-todo ser mobilizada é a quantificação ou identificação de parte de um inteiro, em figuras que representam grandezas contínuas ou discretas com a contagem dupla das partes embora tenha suas limitações, no ponto de vista parte-todo, assim não farão sentido as frações maiores que um, no caso  $\frac{8}{5}$ , por exemplo como entender que posso considerar oito partes se o inteiro foi dividido por cinco? Portanto, cada tarefa precisa de uma interpretação para a sua resolução.

**A Conceção de Quociente**- Esta concepção está geralmente associada a distribuição de grandezas. O Ostensivo  $a/b$  que representa o resultado de uma distribuição significa que  $a$  foi dividido em  $b$  partes, ou seja  $a$  foi dividido em um número  $b$  de partes iguais. Nestas tarefas o  $a$  pode ser menor que, maior ou igual a  $b$  e podem representar objetos diferentes como, por exemplo, “crianças” e “chocolates”.

A operação de divisão geralmente utilizada para a realização dessas tarefas, fazendo a distribuição ou divisão de  $a$  em  $b$  partes iguais, associando ao fracionário  $a/b$  a operação  $a \div b$ . Em contextos discretos usamos a divisão de naturais, não cabendo a representação fracionária como resposta, mas a associação da concepção de operador e

no caso de contextos contínuos, a divisão pode ser mais complexa dependendo da distribuição solicitada.

**A Conceção de medida** - As tarefas de medição naturalmente associam a concepção medida, solicitando a manipulação de um padrão, chamado de medição que, por sua vez, dependerá diretamente da grandeza em jogo.

Quando as tarefas estão associadas à concepção de medida de comprimento, geralmente, podem solicitar a manipulação de três tipos de objetos ostensivos: a figura de uma reta numérica ou algum esquema de medida, o número fracionário  $1/b$  que representa uma subunidade, isto é, a unidade escolhida foi dividida em  $b$  partes para permitir a medição e o número fracionário  $a/b$  que representará o resultado da medição realizada.

**A Conceção de operador** – Nas tarefas que solicitam a mobilização da concepção de operador o fracionário  $\frac{a}{b}$  é manipulado como “ algo que atua sobre uma quantidade” e a modifica produzindo uma nova quantidade. Essa ação pode ser entendida pelo operador fracionário que modifica o estado inicial e produz o estado final. Nestas tarefas, os fracionários  $\frac{a}{b}$  são manipulados efetivamente como números e facilitam a compreensão da operação de multiplicação entre fracionários.

A porcentagem de fracionários podem ser operadas como razões como também podem ser entendidas como operadores, porque agem sobre um estado inicial, transformando-o em um estado final.

Nessas situações como exemplo 10% isoladamente, significam que num grupo de 100, estão sendo considerados 10, mas quando o sentido é outro, quando dizemos “10% de 40”, por exemplo, porque agora entendemos que o operador 10/100 deverá agir sobre 40, produzindo o estado final, representado por tal ação por  $\frac{10}{100} \times 40 = 4$ .

**A Conceção de Razão**- A concepção de razão, para números fracionários, esta associada à ideia de comparação de duas grandezas.

Nesse sentido, a representação  $\frac{a}{b}$  ou  $a : b$ , utilizada para esses casos, nem sempre se associa à concepção de quociente, seria entendida como um índice comparativo, sem necessariamente transmitir a ideia de número.

Assim, a representação fracionária  $\frac{2}{3}$ , por exemplo, associada à concepção de razão, não permitiria a leitura “dois terços” e, sim “dois para três”. O entendimento

da razão como “ $x$  para  $y$ ” encaminharia, naturalmente, para a equivalência de razões para o raciocínio proporcional que, por sua vez, solicita uma representação:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

A proporcionalidade envolve diretamente a equivalência de números fracionários e caracteriza-se como uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas. Na descrição inicial da situação, uma constante é apresentada, implícita ou explicitamente, determinada por uma relação particular entre  $a$  e  $b$ , em qualquer mudança em  $a$  provocará uma mudança previsível em  $b$ .

As tarefas que associam a concepção de razão podem comparar grandezas de mesma natureza ou não, em contextos contínuos e ou discretos, pode ser ainda associadas a situação do tipo: todo-todo – quando compara as quantidades de dois inteiros; parte-parte – quando compara as quantidades de duas partes de um número inteiro ou partes de dois inteiros, ou ainda parte-todo.

Para que o aluno construa o conceito de frações, é imprescindível que os seus diferentes significados e interpretações, sejam por ele vivenciados no processo de ensino e aprendizagem (KIEREN, 1976); o conceito de frações deve ser bem trabalhado pelo professor nos seus diferentes significados, na abordagem e exploração bem como nas diversas formas de representação.

Diante dessas concepções, sob ponto de vista dos processos de ensino e de aprendizagem da fração, corrobora a afirmação de Mamede (2011, p. 3), que afirma: mais importante que distinguir situações existentes, é “garantir que qualquer que seja a classificação seguida, sejam proporcionadas aos alunos oportunidades para explorar frações em todas as suas vertentes.”

Ainda Mamede (2011, p. 3), conclui em sua pesquisa que depois de feito um levantamento das interpretações dadas as frações por diferentes autores estes afirmam que “o conceito de frações só está totalmente adquirido quando o aluno domina o conceito em todas as interpretações ou significados de fração, e é capaz de traduzir, raciocinar e resolver problemas nas diferentes interpretações [ou significados].”

Para tanto, neste trabalho é importante que todas as concepções sejam analisadas para verificar se favorecem a aprendizagem das frações por estudantes para que consolidem esses conhecimentos, favorecendo a aprendizagem da etapa seguinte, ou seja, o segundo ciclo de aprendizagem que refere-se ao sexto ano escolar até o nono ano escolar.

## 5.0 OS DOCUMENTOS OFICIAIS PARA OS ANOS INICIAIS

Este capítulo tem como objetivo explicitar como os documentos oficiais apresentam as orientações para o ensino dos números fracionários voltadas para as séries iniciais do ensino Fundamental I, nos documentos oficiais vigentes: os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Guia do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, 2019).

### 5.1 OS PCN E OS NÚMEROS FRACIONÁRIOS NOS ANOS INICIAIS

Iniciamos este capítulo esclarecendo que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), são normas orientadoras e não obrigatórias, em regra não serão substituídos pela BNCC. A ideia é que sejam direções para os currículos dos sistemas de ensino.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), criado nos anos de 1997 e 1998 constituem um referencial nacional para que o sistema educacional se organize para a construção de uma base única para o Ensino Fundamental de todo País com o propósito da melhoria da qualidade da educação brasileira e preparação para o exercício da cidadania.

Composto de dez volumes, para atender diversas áreas de conhecimento, integrando também outras questões sociais inerentes ao nosso cotidiano, a fim de auxiliar os professores em sua prática pedagógica.

Abordaremos nesse trabalho especificamente o volume 3 que trata sobre o ensino de matemática sobre a abordagem das frações.

Segundo os PCN (BRASIL, 2001, p. 104), o ensino dos números racionais, tem início no segundo ciclo do ensino fundamental, com objetivo de levar os alunos a construir seus diversos significados e de suas representações a partir de seus diferentes contextos.

No segundo Ciclo<sup>4</sup>, 4º e 5º Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a construção do número racional está presente, assim como a forma fracionária como decimal. Nos conteúdos conceituais e procedimentais, os PCN realçam os significados, os conceitos e as operações dos números fracionários:

- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações problema: parte/todo, quociente e razão.
- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional. (BRASIL, 1997, p. 55).

Ainda nos objetivos indicados para o ensino da Matemática para o segundo Ciclo, observamos que, entre os objetivos descritos para o ensino desse Ciclo, temos: “construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (BRASIL, 2001, p. 87) e “resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais” (BRASIL, 2001, p. 87). Nesse contexto, esse documento explicita a necessidade de introduzir o estudo de frações a partir do segundo Ciclo, por meio da proposição de situações contextualizadas que envolvam diferentes significados.

Na abordagem dos números racionais, os PCN apresentam os obstáculos que os alunos podem apresentar, tendo em vista que o conhecimento dos números naturais já não correspondem a solucionar determinados problemas.

- Um deles está ligado ao fato de que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo,  $1/3$ ,  $2/6$ ,  $3/9$  e  $4/12$  são diferentes representações de um mesmo número;
- Outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com a relação  $3 > 2$ , terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja,  $1/3 < 1/2$ ;

---

<sup>4</sup> Segundo Ciclo nos Parâmetros Curriculares Nacionais, corresponde às 3ª e 4ª série e atualmente denominados 4º e 5º Ano das Séries Iniciais do Ensino Fundamental. (crianças entre 9 e 10 anos de idade).

- Se ao multiplicar um número natural por outro natural 9 sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por  $\frac{1}{2}$  se surpreenderão ao ver que o resultado é menor que 10. (BRASIL, 2001, p. 102).

Ainda nos PCN (BRASIL, 2001) os alunos ao finalizarem o segundo ciclo devam perceber que a abordagem dos números naturais são insuficientes para procedimentos de cálculo posteriores. (BRASIL, 2001, p.100). E sugerem que seja desenvolvida, a partir do segundo ciclo, a compreensão dos significados: Parte-todo, quociente, razão e operador. Apontam ainda que a abordagem dos números racionais supõe rupturas das ideias dos números naturais demandando tempo e abordagem adequada para sua compreensão.

A prática mais comum para explorar o conceito fração é a que recorre à situação em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. (BRASIL, 2001, p. 103)

Ainda nos estudos das frações, os PCN apresenta a relação parte-todo, quando um todo se divide em partes (iguais). A fração indica uma relação entre o número de partes e o total de partes.

No significado de quociente, baseado na divisão de um natural por outro ( $a : b = a / b; b \neq 0$ ), assim a interpretação de dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é diferente de dividir 2 chocolates para 3 pessoas, mesmo que em ambos casos a notação é  $2/3$ .

A razão é utilizado como índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, por exemplo “2 para cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes.

Importante ressaltar que para a construção do conceito desses significados e representações demandam razoável espaço de tempo, os PCN são organizados em ciclos que correspondem a dois anos, a BNCC propõe o início das noções do ensino das frações já no segundo ano e progredindo ano a ano, consolidando nos Anos Finais do Ensino fundamental.

Diante deste contexto entendemos que as generalizações são ainda bastante elementares, diversas possibilidades podem ser exploradas para a formalização das aprendizagens.

No ensino escolar, se tratando da Matemática, os PCN evidenciam a exploração de situações-problema e evidencia:

Todavia, tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. (BRASIL, 2001, p. 42)

Corroborando neste aspecto de dificuldades presentes no ensino das frações nos anos iniciais do ensino fundamental, Bezerra (2001), ao afirmar que:

as dificuldades a que nos referimos são aquelas relacionadas à resolução de situações-problema, à representação do número fracionário na forma  $a/b$  ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ , com  $b \neq 0$ ) e, sobretudo, à localização deste número na reta numérica e também à compreensão do próprio conceito de fração (BEZERRA, 2001, p. 2).

Ainda, de acordo com os PCN (BRASIL, 2001, p. 24), “os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória”.

Para fins de nossa investigação, para que a análise do livro didático possa contribuir para o entendimento das praxeologias adotadas são relevantes, para o processo de ensino-aprendizagem, certos que com as normativas propostas pela BNCC tenha o resultado positivo, visando também o empenho dos professores nesse processo.

Para embasar nossos estudos, a seguir, vamos conhecer sobre o Programa Nacional do Livro Didático, responsável pela aquisição e distribuição dos livros para as escolas das redes públicas brasileiras.

## 5.2 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO (PNLD)

Iniciado em 1937 com outro nome, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi se aperfeiçoando ao longo desses 85 anos. Voltado à educação básica brasileira, tendo como única exceção os alunos da educação infantil, o programa tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos.

Nos dias atuais o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) tem a finalidade de avaliar e disponibilizar obras didáticas, assim como também pedagógicas e literárias, entre outros materiais para a prática educativa, as instituições

de educação públicas de educação básica nas redes federal, municipais, estaduais, distritais e outras filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas ao poder público.

Segundo o portal do MEC, o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, anteriormente em dois programas distintos, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE) em um única nomenclatura, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), teve também seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de novos materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: Obras pedagógicas, *softwares* e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar entre outros. Para receber o livro didático a escola deve estar cadastrada no Censo Escolar do INEP, ter feito a projeções da educação de jovens e adultos das escolas públicas cadastradas pelo Censo Escolar poderão receber os livros do programa, e posteriormente para a complementação, correspondente às novas matrículas ou reposição de livros avariados e não devolvidos.

A escola recebe um Guia Digital do PNLD, que orienta o corpo docente e o corpo diretivo da instituição na escolha das coleções para determinadas etapas do ensino. Esses materiais são distribuídos pelo MEC, aprovados em avaliações pedagógicas compostas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento correlatas e coordenadas pelo Ministério da Educação.

O Programa Nacional do Livro Didático é executado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), autarquia vinculada ao Ministério da Educação (MEC). Em 2020, o programa distribuiu 172 milhões de exemplares para 32 milhões de estudantes de 173 mil escolas públicas do país. O investimento foi de 1,39 bilhão de reais com a aquisição de livros didáticos, obras literárias, obras complementares e dicionários.

O resultado final da etapa de validação das obras inscritas na Portaria nº 143, de 02 de março de 2020 que divulgou o resultado da validação de todas obras inscritas no Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD 2019 – Com atualização BNCC - EDITAL nº 01/2019 –Coordenação-Geral dos Programas do Livro (CGPLI).

As escolas e os professores puderam escolher dentre as coleções aprovadas por meio do PNLD, os livros didáticos que melhor atendam aos anseios do projeto

educativo da escola, para tanto são necessários que o critério de escolha seja bem cauteloso para o bom uso deste material, útil e necessário.

### **5.2.1 Apresentação do livro do estudante e do professor perante a abrangência das novas diretrizes de acordo com o PNLD 2019 para escolha dos professores**

Para ser aprovado, as coleções passam por um crivo de especialistas da área para validar se os conteúdos propostos no livro didático estão de acordo com o Guia PNLD<sup>5</sup> e a BNCC. Estes especialistas em sua maioria doutores em Educação Matemática avaliam a relevância do material para cada Ano/Série dentre atividades, *design*, proposta de conteúdo com o objetivo de assegurar a qualidade dos livros didáticos.

Em análise do livro do estudante, critérios de acordo com o item 3.1 do edital do PNLD, 2019 foram considerados:

1. Respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas à educação infantil e ao ensino fundamental;
2. Observância de princípios éticos e democráticos necessários à construção da cidadania, ao respeito à diversidade e ao convívio social republicano;
3. Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
4. Correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
5. Adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didáticos-pedagógicos da obra;
6. Observância de temas contemporâneos no conjunto dos conteúdos da obra; (EDITAL DO PNLD, 2019, p. 29)

Ainda levam em conta outros critérios. (EDITAL DO PNLD, 2019)

- Contribui para o desenvolvimento da autonomia de pensamento, do raciocínio e da capacidade argumentativa do estudante;
- Propõe situações-problema que estimulem a busca de reflexão do estudante;
- Aproxima gradativamente os principais processos, práticas e procedimentos de análise e investigação, por meio de atividades que estimulem observação, curiosidade, experimentação, interpretação, análise, discussões de resultados, criatividade, síntese, registros e comunicação;
- Estimula a manifestação do conhecimento que o estudante já detém ao chegar à sala de aula e estabelece nexos entre esses conhecimentos e o conhecimento novo;

---

<sup>5</sup> PNLD- Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

- Propõe atividades que estimulam a interação dos estudantes, o convívio social, o reconhecimento da diferença junto à comunidade escolar, às famílias e à população;
- Oferece orientações claras e precisas a respeito de eventuais riscos na realização dos experimentos e atividades propostos, visando garantir a integridade física de estudantes, professores e demais partícipes no processo educacional;
- Apresenta, de forma contextualizada, propostas e sugestões para que o(a) professor(a) e alunos(as) acessem outras fontes de informação (rádio, TV, internet etc.), além do próprio livro didático;
- Propõe uso de laboratórios virtuais, simuladores, vídeos, filmes e demais tecnologias da informação e comunicação;
- Propõe atividades de campo e de visitas a museus, centros de ciências, parques zoológicos, universidades, laboratórios e a outros espaços que favoreçam o processo educacional. (FICHA DE AVALIAÇÃO, PNLD 2019, p. 29.)

Além dos critérios eliminatórios comuns de avaliação citados anteriormente, foram apreciados critérios eliminatórios específicos de Matemática considerando:

- A consistência e coerência entre os conteúdos matemáticos e as atividades propostas e os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC, quanto às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística;
- O atendimento às competências gerais da BNCC e as competências específicas da Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. (FICHA DE AVALIAÇÃO, PNLD 2019, p. 29)

No que se refere às competências específicas da Matemática no (PNLD 2019, p.18-19), buscou-se analisar se as atividades propostas no Livro do Estudante têm potencial para que o aluno possa:

1. Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e atuar no mundo, reconhecendo também que a Matemática, independentemente de suas aplicações práticas, favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes.
2. Estabelecer relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento e comunicá-las por meio de representações adequadas.
3. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
4. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens: gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Agir individual ou cooperativamente com autonomia, responsabilidade e flexibilidade, no desenvolvimento e/ou discussão de projetos, que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
7. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
8. Sentir-se seguro da própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
9. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2017, p. 223).

No Manual do Professor, dividido em duas partes, a análise se deu sob a ótica das orientações da BNCC, referentes as habilidades e competências específicas da Matemática quanto aos conteúdos, estrutura da obra e quanto ao referencial teórico-metodológico das avaliações. A primeira parte, além das análises acima, também verifica a composição das orientações gerais contidas em cada volume.

Em observação na segunda parte do Manual do professor, nota-se a diagramação em “formato U”, sendo que nas bordas contém as orientações para o professor com o conteúdo proposto conforme às habilidades e competências da BNCC e projetos integradores propostos no Manual do Professor Digital. No centro da obra estão as atividades tal qual no livro do aluno, porém com respostas dos exercícios.

No PNLD 2019 foi implementado também o Manual Digital do Professor contendo um plano de desenvolvimento com o objetivo de integrar o conteúdo do Livro do Estudante sugerindo que o professor adote práticas que contribuam na aplicação da metodologia adotada. Neste manual deve conter no mínimo três Sequências Didáticas, conforme planejamento da obra, oferecendo atividades complementares ao Livro do Estudante, assim o professor pode acompanhar o desenvolvimento da aprendizagem e a avaliação do desenvolvimento das habilidades relacionadas nas sequências didáticas.

Ainda contém uma Proposta de Acompanhamento de Aprendizagem e Material Digital Áudio Visual, este não obrigatório, este material elaborado para

favorecer a compreensão dos alunos, servindo de ferramenta auxiliar para o aprofundamento de conceitos.(EDITAL PNLD, 2019).

Na avaliação do projeto integrador, foi observado se este contempla das dez competências gerais da BNCC, pelo menos dois componentes curriculares que propõe o uso de diferentes habilidades para que seja apresentada a um grupo preferencialmente fora da escola um produto final.

Do projeto proposto, por meio de um documento escrito com estrutura de um plano de trabalho contendo título, justificativa, objetivos, habilidades da BNCC, referências bibliográficas e utilização da tecnologia da informação para discussão entre os pares e troca de opiniões, incluindo a autoavaliação.

Observamos que o livro didático dispõe de uma série de condições para que o professor conduza as atividades de maneira otimizada e condições variadas de contextos para a aprendizagem do aluno.

O livro didático assim como os instrumentos, materiais manipulativos e tecnologias fazem parte das ferramentas didáticas necessárias para a aprendizagem da matemática para os alunos.

A seguir apresentamos como o livro didático, na prática pedagógica, torna-se protagonista do ensino e aprendizagem.

### **5.2.2 O Livro Didático como protagonista no processo de ensino**

O professor transmite seus conhecimentos adquiridos e experiências anteriores quando o assunto é elaborar tarefas em sala de aula e tem como seu principal aliado o livro didático, este por sua vez pode trazer enormes contribuições para o enriquecimento da aula com orientações específicas contidas no manual do professor, podendo agregar a matemática e o mundo social, natureza e relação entre seres humanos. Assim, consideramos o livro didático como um interlocutor entre o currículo e o trabalho docente.

O livro didático é uma ferramenta norteadora do professor no ensino do conhecimento matemático, ou seja, mediador entre o professor e o processo de

aprendizagem, fundamentado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em curso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os Currículos a serem seguidos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2001) destaca a importância do livro didático: O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileiro. Os professores precisam estar atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante ressaltar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, as recomendações para o uso de diversos recursos didáticos é que contribuirá para o conhecimento do aluno.

O professor exerce papel fundamental para estabelecer o entendimento do aluno ao que diz respeito ao conceito de número racional, os alunos precisam conhecer os diferentes significados das frações e para tanto, Schumann (1987) afirma que o professor deve ter pelo menos conhecimento mínimo do conteúdo a ser ensinado.

Os livros didático auxiliam o ensino dos números racionais, mais especificamente com relação aos números fracionários e a concepção dos estudantes em relação aos conteúdos a serem ensinados.

Os estudantes de uma forma geral acreditam que a matemática não passa de fórmulas e repetições de exercícios postergando o que consideramos fundamental para a real aprendizagem da matemática, o raciocínio.

Os estudantes crêem que quase todos os problemas de matemática se resolvem por meio de fórmulas, regras ou alguma explicação do professor ou do livro-texto. Em consequência disso, assumem que “ser bom” em Matemática consiste em ser capaz de aprender, recordar e aplicar conceitos, fórmulas, regras e procedimentos. Os estudantes acreditam também que os exercícios do livro são solucionados apenas pelos métodos apresentados no próprio livro, nas explicações que procedem aos exercícios. Como consequência, admitem que aprender matemática é gastar tempo em recordar os métodos que o livro propõe mais que raciocinar sobre os problemas. (GÓMES; CHACÓN, 2002 apud CURI 2004, pag. 121)

Nesse mesmo sentido os PCN (BRASIL, 2001) apresentam que: reproduzir conceitos, procedimentos ou técnica para a resolução de problemas, já são suficientes para avaliar os alunos sobre sua aprendizagem, entretanto para os alunos resolver um problema é necessário reproduzir cálculos com os números enunciados e procedimentos aprendidos nas aulas.

O livro didático está presente em todas as escolas brasileiras devido sua distribuição pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), ainda que existam escolas não contempladas, não é difícil encontrar algum exemplar antigo na biblioteca ou mesmo na sala dos professores.

Usar este material como apoio também faz parte do cotidiano da maioria dos professores, isso não indica indício de um problema, o problema aparece quando a importância atribuída ao livro didático ultrapassa do seu intuito inicial e passa a ser um manual.

Lajolo (1996) faz uma crítica enquanto ao uso exclusivo do livro didático:

A utilização do livro didático de maneira sistemática, ainda mais no Brasil pela precariedade educacional, faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando de forma decisiva o que se ensina e como se ensina ( LAJOLO, 1996, p. 4).

De fato, os professores planejam suas aulas, nas sequências ali sugeridas, usando como principal apoio na elaboração das atividades. Soares (1996) chama a atenção para a prática comum entre os docentes de transferir ao livro didático a tarefa de preparar exercícios. É também determinante no processo de ensino eficaz, o bom uso desse material pelo professor, devendo o professor usar de outras estratégias para melhorar a qualidade do seu trabalho em relação ao conteúdo a ser ensinado.

Rosa (2019) também descreve a importância do livro didático:

O livro didático pode ter erros conceituais, pode ter abordagens metodológicas não muito boas para trabalhar alguns assuntos, mas tem que se pensar na realidade brasileira de diferenças e pouco acesso a outros recursos, por isso ele ainda é um mal necessário.(ROSA, 2019, p. 13).

Segundo os belgos Gérard e Roegiers (1998, p. 19), o livro didático é “um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia”. Entre outras funções de:

- Auxiliar no planejamento anual do ensino da área do saber, seja por decisões sobre condição metodológica, seja pela seleção dos conteúdos e, também, pela distribuição deles ao longo do ano escolar;
- Auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, tanto no que se refere à explanação dos conteúdos curriculares, quanto no tocante às atividades, exercícios e trabalhos propostos;
- Favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto referência;
- Favorecer a formação didático pedagógica;

- Auxiliar a avaliação da aprendizagem do aluno. (GÉRARD; ROEGIERS, 1998 apud BRASIL, 2016, p. 19).

O livro didático pode ser uma opção para professores iniciantes, ou com formação insuficiente em matemática tomarem como base ou preparar suas aulas, mas não deve ser a única ferramenta ou material para transferir o conhecimento aos alunos, visto que os livros também são passíveis de equívocos.

O professor deve fazer o uso dos conteúdos e métodos do livro didático com rigor, devendo articulá-lo para que não seja seu manual de trabalho de fonte única.

O uso do livro didático também é um facilitador para o trabalho escolar, evitando que o aluno necessite copiar textos longos e quando consumível não despreza tanto tempo da aula, podendo ir direto ao desenvolvimento das atividades.

Os livros didáticos distribuídos pelo PNLD para as escolas facilitam a difusão de conhecimento, como relata Golfet (2017):

Conseqüentemente, inferimos que na escola o conhecimento é propagado via livro didático, que se constitui em um importante referencial para o desenvolvimento do trabalho docente e para a aprendizagem dos alunos, e por isso, devem ser permanentemente renovados, de modo a incorporar resultados de pesquisas que permanentemente vêm sendo realizadas no âmbito educacional, com o intuito de promover melhorias nos processos de ensino e aprendizagem escola. (GOLFET, 2017, p. 32).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) subsidiam a elaboração dos livros didáticos dando norte aos professores que o utilizam, desconstruindo seus conhecimentos tácitos para o ensino da matemática.

O ideal seria que o livro didático fosse apoio inspirador na preparação das aulas e não como regra a ser seguida. Resignificar, adequar o uso, complementar com outros materiais é de fundamental importância para a articulação do ensino e da aprendizagem.

O livro didático entre outros recursos, são ferramentas importantes para a viabilização do conhecimento; diversos autores e pesquisadores como também a BNCC recomenda a utilização destas importantes ferramentas ou recursos didáticos.

### 5.2.3 Ferramentas didáticas

No magistério ser um professor competente e o desejo de melhorar sua prática educativa é uma constante no ofício de professor, porém esses profissionais se espelham muito no aprendizado da prática, dos conhecimentos adquiridos na vida escolar, nas formações continuadas, autoformação e recursos de apoio como as fontes tecnológicas e no livro didático.

Para Tardiff (2014), dentro de outros conhecimentos e formação, boa parte dos saberes dos professores são saberes provenientes dos programas do livro didático usados como ferramentas de trabalho e sua adaptação às tarefas.

Corroboram com essa afirmação os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN-2001):

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma ampla visão do conhecimento. (BRASIL, 2001, vol. I, 3º ed, p. 104).

Ainda menciona que na atualidade, os Livros Didáticos necessitam do uso de outros recursos para o auxílio do ensino-aprendizagem como computadores, jornais, revistas, livros, folhetos, calculadoras e tecnologias da informação para as demandas presentes e futuras.

Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2017, p. 277)

Destacamos que no Brasil, o Livro Didático é o material que mais se destaca e, por vezes, tem tomado a voz do professor, como aponta Rojo (2013): “outra característica que tem sido apontada para o livro didático brasileiro é a tendência a propor-se como “alternativa” ao (não)planejamento e à prática do professor” (ROJO, 2013, p. 167).

Segundo Freitas (2007) vários materiais e recursos didáticos são complementares na sala de aula.

Também conhecidos como “recursos” ou “tecnologias educacionais”, os materiais e equipamentos didáticos são todo e qualquer recurso utilizado em um procedimento de ensino, visando à estimulação do aluno e à sua aproximação do conteúdo. (FREITAS, 2007, p.21)

O livro didático quando não apropriado, acaba “engessando” o professor não dando chances a uso de outros dispositivos tão necessários para o enriquecimento de suas aulas, tornando-o uma ferramenta ainda que necessária, porém inadequada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) orientam que seleção do material é de fundamental importância, pois são suportes essenciais ao professor e alunos. Assim temos que todos os materiais são detentores de informação, porém não devem ser usados como única fonte de consulta e estratégia, esta deve ser diversificada para que os conteúdos possam ser tratados de forma ampla e abrangente.(BRASIL,3. ed., 2001)

Os materiais de desenvolvimento curricular são todos aqueles instrumentos que proporcionam ao educador referências e critérios para tomar decisões, tanto no planejamento como na intervenção direta no processo de ensino e aprendizagem e em sua avaliação. Assim, pois, consideramos materiais curriculares aqueles meios que ajudam os professores a responder aos problemas concretos que as diferentes fases dos processos de planejamento, execução e avaliação lhes apresentam (ZABALA, 1998, p. 167-168).

Souza (2007) descreve a importância do uso planejado e com critérios dos materiais didáticos para não se perder do objetivo proposto:

[...] o uso de materiais didáticos no ensino escolar, deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica quanto a sua verdadeira utilidade no processo de ensino e de aprendizagem, para que alcance o objetivo proposto. Não se pode perder em teorias, mas também não se deve utilizar qualquer recurso didático por si só sem objetivos claros. (SOUZA, 2007, p. 113)

A calculadora é um exemplo de uma ferramenta de recurso didático que deve ser bem utilizado na sala de aula, usada como recurso auxiliar na compreensão de

procedimentos de cálculo, na percepção de regularidades e padrões nos cálculos, entre outros.

No ambiente escolar o professor e o aluno devem ter consciência que durante a realização das atividades com calculadora, é importante que os alunos tomem consciência de que, apesar de ser um instrumento que proporciona precisão e agilidade ao trabalho, ela não pode inutilizar o raciocínio imprescindível para o educando.

A complexidade da tarefa educativa nos exige dispor de instrumentos e recursos que favoreçam a tarefa de ensinar. Em todo caso, são necessários materiais que estejam a serviço de nossas propostas didáticas e não o contrário; que não suplantam a dimensão estratégica e criativa dos professores, mas que a incentivem. (ZABALA, 1998, p. 175)

Entendemos que o professor tem importante papel quando aborda com os alunos os diferentes significados dos números fracionários, o uso de diversos recursos corroboram para o entendimento e ampliação destes conhecimentos.

A ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item, ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão fundamentais; assim, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais é fundamental devido à disseminação das calculadoras e dos instrumentos que a utilizam. (BRASIL, 2001, p. 57-58).

Cada vez mais a tecnologia vem sendo inserida no cotidiano escolar, a tecnologia como ferramenta pedagógica.

Nesses últimos anos principalmente com a pandemia atual da Covid 19, o uso das tecnologias que já eram do cotidiano dos alunos, mesmo para fins de distração, passaram a ser de extrema necessidade, sendo abruptamente inseridas no trabalho escolar, para tanto devemos lembrar que o uso das tecnologias não são para ilustrar ou meramente para fazer uso das mesmas, o professor deve estar bem preparado para que essas tecnologias sejam para a melhoria do ensino e da aprendizagem.

Os computadores cada vez mais presentes nas escolas, aparelhos celulares e *tablets*, a internet tornou-se aliada para pesquisas e também como recurso didático. Consideremos os *sites* educacionais como ferramenta e a variedade de *softwares* matemáticos de geometria dinâmica que podem ser utilizados nas aulas, como Cabri Géomètre, Maple Geogebra e MathCad.

Para a viabilização desses recursos algumas editoras, disponibilizaram outras práticas e recursos materiais diversos, capazes de contribuir para novas didáticas do professor, nas possibilidades diversas de acervos materiais que contribuem com o trabalho do profissional atualmente, inclusive de materiais de acessibilidade e tecnologias digitais sob orientações da BNCC.

Delineadas as ferramentas didáticas como importantes recursos didáticos para a prática pedagógica, abordaremos a BNCC como documento normativo para a construção dos currículos escolares de todo o país como descrito a seguir.

### 5.3 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Aprovada pelo Conselho Nacional de Educação – CNE em dezembro de 2017 o documento para as etapas da Educação Infantil e do Ensino Fundamental e, em 2018, para a discussão sobre o documento para a etapa do Ensino Médio., a Base Nacional Comum Curricular contou com o Conselho Nacional de Educação (CNE) realizando audiências públicas para contribuições à proposta da BNCC, elaborada pelo Ministério da Educação, recebidos no âmbito das audiências públicas que ocorreram nas diferentes regiões do país, apesar dessas audiências não terem caráter deliberativo, mas foram essenciais as contribuições advindas de diversas entidades e atores da sociedade civil para o texto da proposta da Base Nacional Comum Curricular, elaborada pelo MEC, considerando as necessidades, interesses e pluralidade da educação brasileira.

O documento que vigora desde sua aprovação pelo (CNE) 2017 e norteadora da Educação Básica e Ensino Fundamental de todo o país, propõe mudanças e novos desafios; dividida em etapas de ensino, sendo a etapa do Ensino Fundamental a mais extensa.

A Base Nacional Comum Curricular foi um documento de caráter normativo preparado para nortear o currículo e as propostas pedagógicas das escolas públicas e particulares brasileiras, culminando num trabalho progressivo de aprendizagens que os estudantes devem desenvolver durante sua trajetória pela Educação Básica. Ainda que não seja a resposta para a desigualdade da Educação no Brasil, mas terá forte influência na formação inicial e continuada dos educandos e educadores, a produção de materiais

didáticos, assim como as matrizes de avaliações e os exames e avaliações que serão regidos a luz do texto da Base.

### 5.3.1 A BNCC e a matemática

Conforme a BNCC o que se refere à temática de números, está inserido no contexto das operações fundamentais da matemática, utilizar de estratégias significativas além das operações, os registros para melhor significação e entendimento do processo, saber quantificar, aumentar, diminuir, igualar, apresentar ideias de proporção a fim de estabelecer o pensamento numérico.

O trabalho com a matemática exige a imposição de regras e algoritmos complicados que não condizem com as expectativas dos alunos e também dos professores, assim a BNCC sugere a o trabalho com a Resolução de problemas como uma das macro competências em busca de um letramento matemático.

O ensino fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação do mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição)(BRASIL, 2017, p. 264).

Quanto a esta temática nos anos iniciais de Ensino Fundamental é esperado que os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais. É importante que o aluno através das operações, seja capaz de resolver problemas diversos utilizando estratégias do cálculo, inclusive o cálculo mental para validar seus resultados, também o uso de calculadoras.

Ainda no que tange a estes procedimentos citados, são necessárias habilidades com a leitura, escrita tanto dos números naturais como os racionais de modo identificar o sistema de numeração decimal, assim como o valor posicional dos algarismos como as que envolvem o sistema métrico, nesse interim que o aluno toma

consciência que precisa ir além dos números naturais e utilizar também os racionais na representação decimal ou fracionária.

Nos anos finais do Ensino Fundamental a expectativa é a de que os alunos que possam resolver operações fundamentais e problemas envolvendo os números naturais, inteiros e racionais, utilizando-se de estratégias, envolvendo-os em problemas geométricos, ressaltando nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, necessitando a utilização dos números irracionais.

A proposta da BNCC norteará o estudo fragmentado por Anos/Séries que progressivamente os alunos poderão se apropriar dos conteúdos sem pular nenhuma etapa, certo que ainda é um documento relativamente novo e decorrerá de um tempo para ser adequado nos anos em andamento e de grande valia para os anos iniciais que terão os conteúdos desmiuçados e progressivos desde o início.

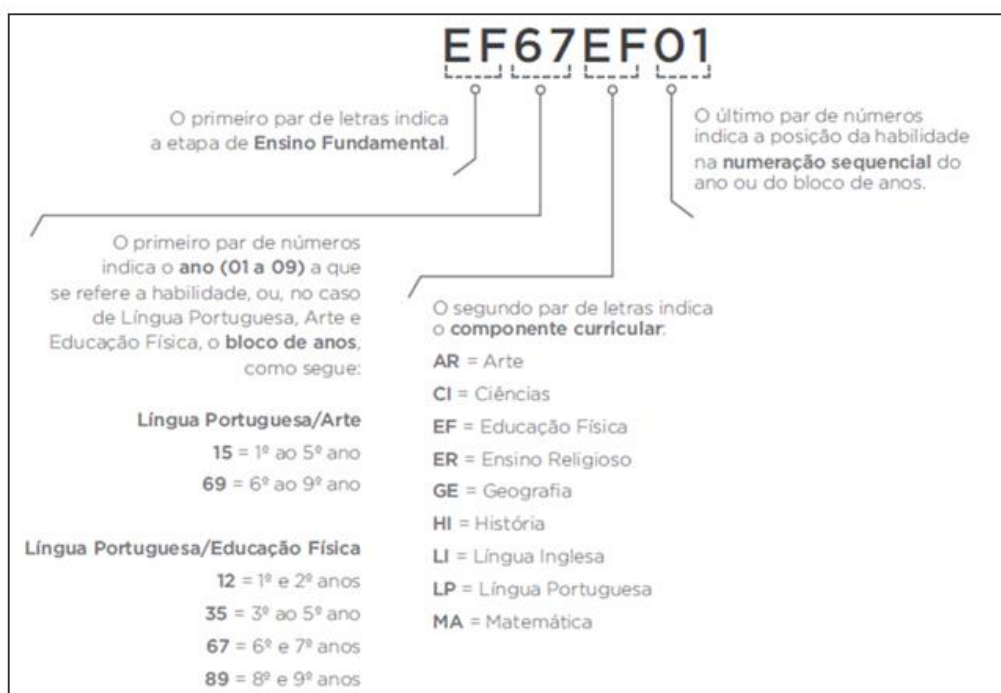
Como a BNCC é um documento relativamente novo, apresentamos a leitura alfanumérico para melhor compreensão de sua estruturação.

### **5.3.2 A BNCC e a leitura alfanumérico**

Para melhor entender a leitura do código alfanumérico da BNCC e como ela está organizada, disponibilizamos no quadro a seguir sua organização.

O quadro apresenta qual é a indicação da série/ano que pertence, as unidades temáticas, os objetos de conhecimento e as habilidades definidas para cada ano, cada habilidade é identificada por um código alfanumérico como demonstrado a seguir:

**Figura 1 - Código Alfanumérico**



Fonte: Brasil 2019, p. 24

A leitura do código EF67EF01 refere-se ao Ensino Fundamental, 6º e 7º Ano, componente curricular Educação Física, primeiro objetivo de aprendizagem e desenvolvimento proposto no campo de experiências para Educação Física, neste exemplo, enquanto o código EF05MA10 indica a décima habilidade do 5º ano de Matemática.

A numeração sequencial dos códigos alfanuméricos são postos em uma sequência, porém não sugere ordem ou hierarquia entre os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento.

Para entender a BNCC é importante definir o que é competência e o que é habilidade.

No texto da BNCC, temos como definição de habilidade e de competência como sendo a mobilização de conceitos e procedimentos, as habilidades compreende: (práticas, cognitivas e socioemocionais), entre as atitudes e os valores para resolver o exercício da cidadania integralmente, inclusive no trabalho com ações que contribuam para uma sociedade mais justa; já as competências são capacidade de resolver conflitos e tomar decisões, podendo assim dizer que não é algo que seja alcançável, mas que se desenvolve com o tempo, numa tentativa de saber conhecer.

As habilidades são entendidas como o que aprendemos a fazer à partir da transformação e compreensão, descrever fazer interpretações, planejar e concluir, criar estratégias entre outros que no contexto escolar, são exemplos de habilidades que os estudantes desenvolvem ao longo da vida escolar. Para o desenvolvimento das habilidades requer usar das competências para impulsionar (validar) o saber fazer.

Entendemos que por meio da escolarização que essas perspectivas do desenvolvimento de habilidades e competências promove atividades para a viabilização do conhecimento, de acordo com nossa pesquisa ao que se refere o estudo das frações, induz o professor ao aprofundamento e conhecimento do assunto, tendo em vista que os documentos oficiais sinalizam a necessidade de trabalhar o ensino contextualizado propiciando ao aluno o desenvolvimento de competências para agir em sociedade.

Ainda assim, as habilidades não descrevem ações ou condutas esperadas do professor, nem induzem à opção por abordagens ou metodologias.

Enfatizamos que cada organização vai seguir critérios propostos pelos projetos pedagógicos e currículos escolares, sendo que cada instituição deve adequar o conteúdo conforme a realidade dos alunos.

### **5.3.3 A BNCC e a Unidade temática “NÚMEROS” para os Anos Iniciais**

A BNCC reúne articulações dos campos da Matemática e das ideias fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático<sup>6</sup> dos alunos, devendo se converter na escola em objetos de conhecimento. A equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação; tendo a proporcionalidade no estudo de: operações com números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc.

Subdivididas em cinco unidades temáticas – números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística, sendo exploradas de forma integrada dependendo do ano de escolarização.

---

<sup>6</sup> O pensamento matemático inclui saber como se foi formado um determinado conceito ou uma técnica, assim o educando identifica as dificuldades inerentes e saberá como explorar o seu uso de forma adequada.

A unidade temática “Números” tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico<sup>7</sup>, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. Nos anos iniciais, os alunos constroem o significado da noção de número através de registros, usos, significado das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão além do desenvolvimento das ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os alunos compreendam o sistema de numeração decimal, realizem a leitura, a escrita, a sequência numérica e valor posicional dos algarismos; reconheça a magnitude do número, valores e operações, também resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações e mais do que reproduzir respostas que levem o aluno a argumentar e justificar os procedimentos utilizados para a resolução.

Nas atividades que envolvem cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras.

Aprofundando a noção de número, oferecer tarefas que coloquem o aluno em ação, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, sugere o aprofundamento das principais características do sistema decimal envolvendo problemas e propiciando aos alunos que resolvam problemas com números naturais inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos.

Complementando os estudos dos anos iniciais os alunos devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais. Em relação a esse tema, espera-se que saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. Ainda na unidade Números, o trabalho é

---

<sup>7</sup> O pensamento numérico está relacionado a noção de número trabalhados ao longo do percurso escolar.

complementado com outras unidades temáticas como: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

#### **5.3.4 A BNCC e o estudo dos números fracionários nos Anos Iniciais e Finais da Educação Básica**

Na área de matemática, mais especificamente no conteúdo das frações a BNCC vai ajudar os professores a entender esse desenvolvimento no contexto das subconstruções: Significado parte-todo, Significado quociente, medida, operador e razão, localização na reta numérica, colocando a unidade como conceito central para o entendimento desse número e o conceito de equivalência e ordem, como a base para a comparação e operação entre frações.

A BNCC introduz conceitos básicos já no 2º ano do Ensino Fundamental I e estendendo-se progressivamente até o final do segundo ciclo, portanto até o 8º ano do Ensino Fundamental II. É importante termos conhecimento dessas mudanças que permitem a melhor compreensão do ensino e aprendizagem das frações.

No que condiz às habilidades propostas na BNCC, corresponde aos direitos de aprendizagens dos alunos, a aprendizagem por etapas de ensino oportuniza os conhecimentos introdutórios nos primeiros anos, ampliando as dificuldades com o decorrer do processo de aprendizagem ano a ano, evitando o desgaste que anteriormente se concentrava em uma única série.

A BNCC apresenta o ensino das frações por etapas, assim o documento descreve a sequência de aprendizagem:

No 2º ano, espera-se que o aluno consiga fracionar uma parte do inteiro em partes menores, sem ainda a necessidade de representar essa quantidade em um número. Utilizar-se de materiais manipuláveis e concretos para entendimento do processo, para resolver situações envolvendo o dobro, triplo e terça-parte, abordando conjuntos discretos e contínuos.

No 3º ano a habilidade sugerida na BNCC, na sequência do que foi aprendido no ano anterior, complementar a ideia de metade, terça, quarta, quinta e décima partes associando o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 por uma abordagem gráfica ou manuseio de materiais manipuláveis para a consolidação do entendimento.

Para o 4º ano as habilidades previstas pela BNCC, é fazer com que os alunos entrem em contato com o símbolo da fração para representarem as partes que já conhecem, pelo menos as unitárias mais usuais que como  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/10$  entre outras como medidas menores do que uma unidade, abordando o uso da reta numérica trabalhando com conjuntos discretos de modo se fazer entender a relação entre o todo e as partes.

No 5º Ano a habilidade descrita na BNCC é de identificar e representar frações, associando-as ao resultado de um quociente ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica, com uma noção do que foi apresentado no ano anterior, entendendo que o aluno já seja capaz de relacionar esses números com outras representações como as decimais e as porcentagens, dando significado da fração como produto de uma divisão e como parte de um todo.

Com as habilidades adquiridas no ano anterior, no 6º Ano, segundo a BNCC, o aluno já será capaz de compreender, comparar e ordenar frações, que estão ligadas a ideias de parte do inteiro e suas divisões, identificando também as frações equivalentes, para tanto se faz necessário trazer para a sala de aula situações reais, introduzindo a soma e a subtração das frações e um estudo sobre a ideia de equivalência.

No 7º Ano de acordo com a BNCC a resolução de situações-problema é reforçada, nesta fase os alunos precisam lidar com os números negativos e fazer aplicações de conceitos estudados anteriormente, a relação com as frações tornam-se mais abstratas para pensar os procedimentos de resolução, assim como associação entre razão e fração, a multiplicação e a divisão.

Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica; a introdução da ideia de infinito aumenta o nível de abstração. Nesta fase finaliza-se os estudos dos números racionais e apresentam os números irracionais; com o uso da álgebra, a aritmética e a geometria, estes são caminhos para melhor aprendizagem e fixação dos conteúdos segundo a BNCC para o 8º ano.

A tarefa do professor é adaptar essas habilidades do ponto de partida que os alunos se encontram no momento, ir graduando as dificuldades como apontam a BNCC que passou a vigorar no ano de 2017, conseqüentemente rupturas de enfoques podem ser notados, quando não devem ser desconsiderados o que os alunos já sabem e redirecionar as habilidades daquele ponto em diante.

Importante destacar que o foco do nosso estudo das frações é nos livros didáticos do 5º Ano dos anos Iniciais da Educação Fundamental, sendo as orientações da BNCC para o desenvolvimento das atividades das frações associando ao resultado de um quociente ou à ideia de parte de um todo, e relacionar com outras representações como as decimais e as porcentagens, e utilizar a reta numérica.

Fazendo o comparativo entre os PCN e a BNCC, verificamos que os PCN apresenta-se mais completo, orientando para o trabalho de identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas, além de explorar os diferentes significados das frações em situação-problema: parte-todo, quociente e razão.

Percebemos que a temática números fracionários está presente nas propostas de habilidades a serem desenvolvidas pelas crianças no segundo, no terceiro, no quarto e no quinto ano do Ensino Fundamental. Mas, em relação aos significados dela, as habilidades conceituam, sobretudo, parte-todo e quociente. A razão só está presente quando o documento trata da relação proporcional entre segmentos.

Evidentemente, como descreve Mamede (2011) os alunos só dominarão os conceitos de fração se conseguirem resolver e desenvolver problemas nas diferentes interpretações.

Diante das habilidades propostas pela BNCC, o documento apresenta as maneiras de operar com os números fracionários sem conceituar as operações segundo as concepções de números fracionários descritos por Kieren (1996), como se fossem simples construções, muito embora o que relacionamos por concepções identificadas por medida, quociente, operador razão e parte-todo, necessitando uma análise refinada para interpretar as concepções empregadas nos Livros Didáticos.

Nesse sentido que nossa análise desempenha fundamental importância para identificar a praxeologia adotada em determinadas tarefas; para interpretar as concepções então empregadas em cada uma delas.

## **6.0 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DAS ATIVIDADES DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Neste capítulo nosso propósito é analisar os livros didáticos de matemática do PNLD já de acordo com a BNCC e realizar uma análise da abordagem referente aos conceitos e significados dos números fracionários para turma final da primeira etapa do Ensino Fundamental I.

Para a realização do nosso trabalho, analisamos dois livros didáticos de matemática enviados para nossa Unidade Escolar, ambos estão em consonância com as orientações da BNCC, documento oficial norteador para elaboração e aprovação dos livros didáticos do PNLD do quadriênio 2019 a 2022.

Com a distribuição dos Livros Didático para as escolas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2019, a EMEB Donald Savazoni recebeu duas coleções para trabalhar com as crianças do 5º ano dos Anos Iniciais do ensino Fundamental, ilustrados na figura 2, sob à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) analisamos os conteúdos relacionados aos números fracionários e posteriormente fizemos os apontamentos das atividades de números fracionários e as praxeologias identificadas em cada tarefa proposta..

Nossas análises estão estruturadas em três etapas, na primeira etapa realizamos uma síntese comparativa de cada obra no que se refere à forma como os conteúdos dos números fracionários estão distribuídos e indicados no guia do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e pela abordagem do conteúdo adotada pelos autores, para uma análise completa das obras para identificar a apresentação das tarefas, analisar o tratamento dos números fracionários e suas praxeologias, conforme indicações de habilidades e competências orientadas pela BNCC.

Na figura 2 encontra-se as ilustrações das capas do livros didático analisados de acordo com o PNLD (2019.)

Figura 2 - Livros Analisados



Fonte: Toledo (ed.) (2017, p. 1)

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 1)

Os dois livros analisados, são do 5º Ano e exemplar do professor, organizados por unidades a abordagem dos diversos campos, contam com pelo menos um capítulo específico para a abordagem dos números fracionários, também abordam atividades sobre o assunto com outras unidades temáticas agregando com abordagens de outros conteúdos em outros capítulos. Exceção do Livro Novo Pitangüá que apresenta um capítulo para frações e um capítulo para números decimais e operações.

Na Etapa 2: Categorizamos as concepções de números fracionários para a seleção das atividades conforme relevância apresentadas nos livros didáticos. Nesse sentido, inferimos como a aprendizagem e compreensão das concepções de números fracionários estão sendo abordados para a respectiva aprendizagem dos alunos, segundo suas orientações metodológicas empregadas de acordo com os objetivos a serem atingidos em cada atividade apresentada.

Nessa linha de pensamento, Teixeira (2008) destaca que o livro didático é o principal instrumento de apoio didático ao professor, todavia, deixa lacunas quanto ao significados dos números fracionários, haja vista que nem todos os significados são explorados.

As categorizações se basearam nas concepções de Kieren (1996) e o que preconizam os documentos oficiais e no levantamento bibliográfico, em especial o que diz respeito ao tratamento das concepções de números fracionário e nas coleções que

foram aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático e as orientações dos PCN e BNCC, sendo este um documento normativo, que apresenta as Habilidades propostas para o ensino dos números fracionários nos anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tendo esse documento como diretriz, foram relevantes essas categorizações para a verificação do ensino das concepções de números fracionários, sob a luz da TAD, quanto a epistemologia do objeto de estudo.

Conforme orientações dos PCN (BRASIL, 2011), em relação aos conteúdos conceituais e procedimentais dos números racionais, sugerem a exploração de diferentes significados das frações em situações problemas; a observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária e da decisão sobre a adequação do cálculo ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.

Entendemos que a concepção está relacionada ao desenvolvimento dos números fracionários pode estar implícita, ou seja, a partir da técnica de resolução que o aluno identificará a concepção adotada no exercício proposto.

No entanto, a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação.(BRASIL, 2017, p. 535).

O tratamento dado a resolução de problemas, identificado por Damico (2007) que relata as dificuldades na resolução de problemas de números fracionários e os PCN (2001) que recomenda a exploração dos diferentes significados dos números fracionários em situações problema. Silva (1997) exemplifica o conceito como uma ferramenta, sendo que esta ferramenta adaptado na resolução de um problema, se ele é necessário ou eficaz para resolvê-lo.

A BNCC enfatiza sobre os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto de estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser

utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada.(BRASIL, 2017, p. 535)

A BNCC (2017) enfatiza problemas não explícitos, portanto, entendemos que concepção de números fracionários está implícito, e é identificada conforme o enunciado do problema e/ou técnica de resolução.

Há, ainda, problemas cujas tarefas não estão explícitas e para as quais os estudantes deverão mobilizar seus conhecimentos e habilidades a fim de identificar conceitos e conceber um processo de resolução. Em alguns desses problemas, os estudantes precisam identificar ou construir um modelo para que possam gerar respostas adequadas. Esse processo envolve analisar os fundamentos e propriedades de modelos existentes, avaliando seu alcance e validade para o problema em foco.(BRASIL, 2017, p. 535)

A diversidade de conhecimento e exploração das situações-problema, corrobora com nossa categoria para a escolha das tarefas e citamos Polya (2006), um estudioso na área de resolução de problemas descreve que o estudante precisa compreender o problema e deve tentar resolvê-lo, assim como considerar as partes mais importantes do enunciado sobre vários pontos de vistas, como a incógnita, os dados e a condicionante.

No quadro 3 estão apresentados as categorias para a seleção das abordagens à luz das concepções de números fracionários contidas na coleção de LD, propostos de acordo com as concepções de Kieren (1996) e interpretados por Silva (2007), estes já foram descritos no capítulo 4.1 que trata sobre as concepções de números fracionários.

**Quadro 3 - Categorias**

Designação	Categorias
<b>C<sub>1</sub></b>	Proposta de atividades que abordam a concepção parte-todo.
<b>C<sub>2</sub></b>	Proposta de atividades que abordam a concepção quociente.
<b>C<sub>3</sub></b>	Proposta de atividades que abordam a concepção operador.
<b>C<sub>4</sub></b>	Proposta de atividades que abordam a concepção razão.
<b>C<sub>5</sub></b>	Proposta de atividades que abordam a concepção medida

Fonte: A Autora

Na terceira etapa apresentamos as análises dos blocos técnico-prático e teórico-tecnológico, presentes nas praxeologias das tarefas de cada livro, apontando a compreensão possível de ser desenvolvido em cada praxeologia. Com relação as categorias para as escolhas das atividades, já descritas anteriormente, conforme desenvolvimento das concepções de números fracionários, por meio das tarefas propostas nos livros didáticos.

A seguir apresentamos as análises praxeológicas das atividades propostas em cada obra.

### 6.1 Livro “BURITI MAIS MATEMÁTICA”

O Livro “Buriti mais matemática” da Editora Moderna é uma obra coletiva, tendo como editora responsável Carolina Maria Toledo; apresenta o ensino das frações no capítulo 5, porém aborda números fracionários e números decimais, assim como os fracionários e medidas de tempo e medida de capacidade, contextualizada em outros capítulos.

O livro inicia o trabalho de números fracionários com situação problema, apresentando a leitura, mostrando que o numerador é o inteiro e o denominador são as partes iguais em que o inteiro foi dividido, segundo a abordagem da concepção parte-todo.

Figura 3 - Leitura de fração

**1** Para completar o acabamento do piso, Vladimir vai usar apenas parte de uma lajota de cerâmica.



Preciso dividir a lajota em duas partes de mesmo tamanho, pois vou usar apenas metade dela.

$\frac{1}{2}$  lajota

1 lajota inteira

a) Que **fração** representa metade da lajota?  $\frac{1}{2}$

b) Se Vladimir dividisse a lajota em três partes de mesmo tamanho e usasse uma delas, que fração da lajota ele usaria?  
Ele usaria um terço (ou  $\frac{1}{3}$ ) da lajota.

Fonte: Toledo(ed.), ( 2017, p. 138)

**Quadro 4 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 3**

Tarefa [T] 1(a): Esta é uma $T_1$ identificar a fração.	Tarefa [T] 1(b): Esta é uma tarefa $T_1$ , identificar a fração
Técnica [ $\tau$ ]: A técnica $\tau_1$ consiste em dividir uma lajota inteira pela metade, assim teremos duas metades da lajota. Representar em forma de fração	Técnica [ $\tau$ ]: A técnica $\tau_1$ desenvolvida para resolução da tarefa pressupõe a divisão de uma lajota inteira em três partes iguais. Para a resolução basta dividir uma lajota inteira por três, assim teremos três partes iguais da lajota. Um inteiro dividido em três partes. Representar em forma de número fracionário.
Tecnologia [ $\theta$ ]: Fração de uma figura. Entender que o “todo” recebe também o nome de inteiro e que a escrita $\frac{a}{b}$ , descreve uma partição em partes iguais em que o inteiro foi dividido.	Tecnologia [ $\theta$ ]: Fração de uma quantidade Entender que o “todo” recebe também o nome de inteiro e que a escrita $\frac{a}{b}$ , descreve uma partição em partes iguais em que o inteiro foi dividido.
Teoria[ $\Theta$ ]: Números racionais; Significado parte-todo	Teoria[ $\Theta$ ]: Números racionais. Significado parte-todo.

Fonte: A Autora

Este tipo de tarefa manipulado como parte-todo de grandezas contínuas são utilizadas nos dois livros analisados como início do conteúdo das representações dos números fracionários.

A tarefa é apresentada no intuito de revisar o conteúdo já estudado nos anos anteriores, portanto não apresenta dificuldade em utilizar a técnica da divisão.

Como a leitura de frações é o subtítulo do capítulo, as atividades seguintes estão relacionadas com a leitura dos números fracionários.

Categorizamos esta atividade como  $C_1$  que apresenta a tarefa de representação com modelos na concepção parte-todo, percebemos que as duas tarefas utilizam-se da mesma técnica para a resolução, o que diferencia ambas é a representação figural presente na atividade (1 a) leva-nos entender que devemos realizar a dupla contagem das partes, sendo que a escrita  $\frac{a}{b}$  descreve uma partição, em que o número  $b$  indica a quantidade de partes “iguais” em que o inteiro foi dividido (SILVA, 2005), na outra atividade (1b) essa partição deve ser mentalizada.

As tarefas apresentadas na figura 3 se enquadram nas Habilidades apresentadas pela BNCC (EF05MA03) cuja finalidade de identificar e representar frações, nestas atividades menores que a unidade, associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, possibilitando a verificação de compreensão da representação do numerador e denominador de uma fração em uma situação-problema.

Figura 4 - Fração de uma quantidade

**5** Um livro tem 40 páginas, e Felipe leu  $\frac{3}{4}$  delas.

a) A quantidade de páginas que falta para Felipe ler corresponde a que fração do total de páginas desse livro?  $\frac{1}{4}$

b) Faltam quantas páginas para Felipe terminar de ler esse livro?  
10 páginas.



Fonte: Toledo (ed.), (2017, p. 141)

Quadro 5 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 4

<b>Tarefa [T] 5(a):</b> A tarefa solicita representar a fração correspondente ao total de páginas a serem lidas, sendo a tarefa $T_6$ , que consiste em dividir um número natural por um número fracionário.	<b>Tarefa [T] 5(b):</b> A atividade apresenta a tarefa descobrir quantas páginas faltam para Felipe ler, assim temos uma $T_7$ de representar por um número natural o número fracionário.
<b>Técnica [τ]:</b> A técnica $\tau_{11}$ consiste em efetuar a subtração com números na forma fracionária. Para realizar a subtração de números fracionários com denominadores iguais somamos os numeradores e mantemos o denominador. Representamos o número natural 40 por um número fracionário correspondente, então teremos $\frac{4}{4}$ e subtraímos pela fração indicada $\frac{3}{4}$ , assim obtemos $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ . A fração que corresponde ao total de páginas que falta para Felipe ler é de $\frac{1}{4}$ .	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_4$ consiste na divisão das medidas iniciais, pelo denominador do operador. Corresponde à técnica operacional da divisão do número 40 pelo denominador 4 representado por $40 : 4 = 10$ e considerar três dessas partes, entende-se pela concepção parte-todo. E a $\tau_{26}$ corresponde estabelecer relação entre duas representações numéricas de natureza diferentes, portanto, cada $\frac{1}{4}$ equivale a 10 páginas do livro.
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedades de estruturas aditivas de números fracionários.	<b>Tecnologia [θ]:</b> Correspondência parte-todo, associado ao resultado de uma divisão.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

Categorizar esta tarefa como  $C_3$ , pois envolve a concepção operador, pois fracionário  $\frac{a}{b}$  é manipulado como “algo que atua sobre uma quantidade” e a modifica produzindo uma nova quantidade (SILVA, 2005). A habilidade é EF05MA03 e a competência específica é a número 4 da BNCC.

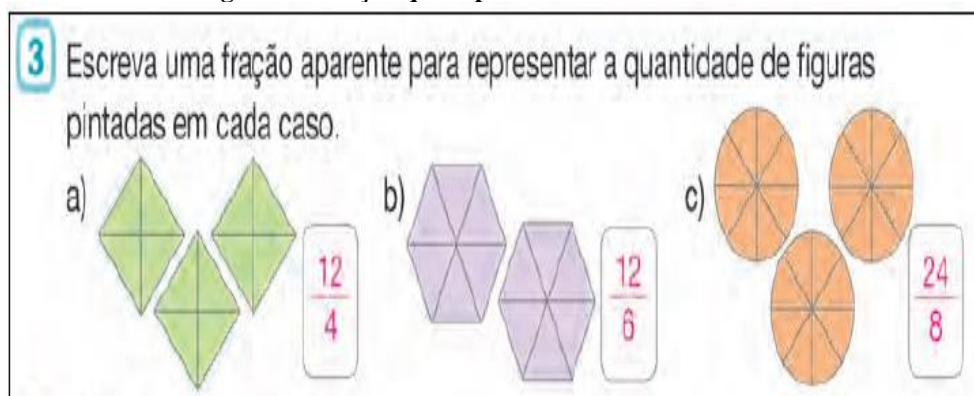
A tarefa sugere a transformação do número natural para o número fracionário, sendo que a fração  $\frac{3}{4}$  assume o papel de divisor, atuando sobre o número natural 40 e transformando seu valor durante o procedimento das operações.

Associando a concepção parte-todo dividir a quantidade total das páginas do livro em quatro partes de mesma quantidade e considerar três dessas partes para identificar o número de páginas lidas.

As tarefas desta atividade foram analisadas conforme sugestão de resposta do autor, mas a representação figural ajudaria o aluno a compreender melhor o processo para resolução final para compreensão da aplicação do número fracionário, desta forma com a representação geométrica e a divisão por partes viabilizaria a projeção conceitual e ajudaria também a resolver outras tarefas sugeridas no manual do professor em relação ao mesmo problema.

Este tipo de tarefa é muito importante para o entendimento do aluno que um número natural pode ser representado por um número fracionário.

**Figura 5 - Fração que representa um número natural**



Fonte: Toledo (ed.), ( 2017, p. 142)

**Quadro 6 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 5**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_{30}$ Escrever a representação fracionária de um número natural
<b>Técnica [τ]:</b> A técnica $t_{25}$ consiste na divisão do numerador pelo denominador para encontrar um número natural. Dividimos o número natural 12 por 4 e obtemos o resultado de 3 inteiros. Assim $12 : 4 = 3$ .
<b>Tecnologia [0]:</b> Propriedade da divisão.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais.

Fonte: A Autora

A tarefa da figura 5 mobiliza a identificação e representação de frações aparentes, trata-se de grandezas discretas; compreende a Habilidade EF05MA03 da BNCC, segundo a sugestão do autor, prescrita como identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo.

A definição de fração aparente apresentada por Toledo (ed.) (2017, p.142) “Frações que representam números naturais são chamadas de **frações aparentes**”

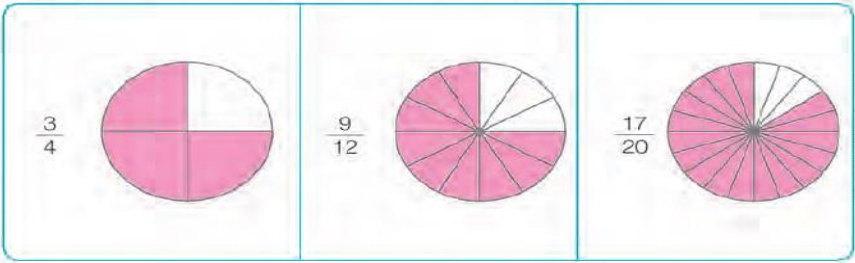
A tarefa solicita a escrita de um número fracionário que representa o inteiro, para representar a quantidade de figuras pintadas em cada caso, podemos no primeiro momento associar ao resultado de uma divisão no significado parte todo, pela técnica operatória de divisão de naturais  $12 : 4 = 3$  inteiros. Representação do número fracionário a partir da representação figural que determina os inteiros.

Na tarefa poderia ser também proposta para indicar a “fração imprópria” que representa as figuras, para que o aluno pudesse fazer essas conjecturas, porém não é a proposta do subtítulo do capítulo.

Categorizamos como  $C_2$ , pois remete a concepção quociente, evidencia-se a associação da divisão porque essa é a terceira atividade do livro que vem seguida por outras duas já exemplificadas anteriormente, ainda nesta atividade as representações figurais podem induzir os alunos a utilizarem outras operações que chegam ao mesmo resultado; a associação do número fracionário à ideia de parte de um todo, possibilita a verificação da compreensão da representação do numerador e denominador de uma fração em uma situação em que o número fracionário representa o todo maior que a unidade, portanto o aluno precisa ter compreendido a técnica apresentada para repeti-las nas demais atividades.

**Figura 6 - Frações equivalentes**

**3** Pinte a parte da figura que corresponde a cada fração.



a) Quais dessas frações são equivalentes?  
As frações  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{9}{12}$  são equivalentes.

b) Escreva uma fração equivalente à fração  $\frac{17}{20}$ .  
Exemplo de resposta:  $\frac{34}{40}$

Fonte: Toledo(ed.), (2017, p. 145)

**Quadro 7 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 6**

<b>Tarefa [T]:</b> A atividade $T_3$ propõe relacionar a figura ao número fracionário.	<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_{10}$ (1-a) solicita identificar e representar frações equivalentes.	<b>Tarefa [T]:</b> Na tarefa $T_{10}$ (1-b) solicita, identificar e representar frações equivalentes.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_1$ sugere a dupla contagem das partes à partir das figuras dadas, assim dadas as figuras realiza-se a contagem de todas as partes pintadas entre as quantidades de partes em que a figura foi dividida, pois, a figuras foram apresentadas totalmente congruentes.	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_5$ consiste em multiplicar o numerador e o denominador um mesmo número fracionário diferente de zero. Assim, $2 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ , portanto, são equivalentes.	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_5$ sugere multiplicar o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero (0). é identificar a equivalência entre as figuras das partes pintadas, associando ao dobro, triplo assim por diante do denominador e numerador. Para encontrar a fração equivalente de $\frac{17}{20}$ , multiplicamos o numerador por 2, que ficará $17 \times 2 = 34$ , depois multiplicamos o denominador por 2, teremos então $20 \times 2 = 40$ . Outra opção de resposta poderia calcular com o mesmo procedimento o triplo, o quádruplo entre outros, ao número fracionário $\frac{17}{20}$ .
<b>Tecnologia [θ]:</b> Representar o número fracionário pintando as partes correspondentes proporcionais.	<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade de equivalência dos números fracionários; Propriedade das estruturas multiplicativas de números fracionários.	<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade das estruturas multiplicativas com números fracionários; Propriedade da equivalência dos números fracionários.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Situação parte-todo.	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

Categorizamos esta atividade como como  $C_2$ , atividade que envolve a concepção parte- todo de grandeza contínua, pois inicialmente o modelo dividido em partes congruentes facilitam identificar as partes a serem pintadas, entretanto, para encontrar a equivalência de um número maior é necessário realizar uma operação e não mais dividir a figura em partes proporcionais.

Pela observação de esquemas gráficos e regularidades nas escritas numéricas, os alunos podem identificar e reproduzir números fracionários que mantêm essa relação de equivalência.

As Habilidades mobilizadas foram: EF05MA03 e EF05EF04, sendo que a atividade inicial é relacionar a parte a ser pintada à um número fracionário e a segunda atividade necessita encontrar a equivalência.

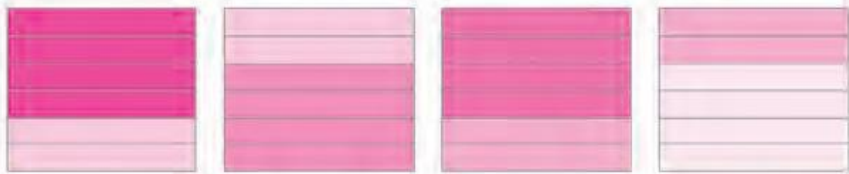
Os PCN (BRASIL, 2001, p.86) recomendam a identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representação gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.

Como esta atividade é a terceira apresentada no livro, precedida por uma atividade explicativa e outra com atividade concreta de sobreposição de tiras de papel, não apresenta dificuldades para sua execução. A representação figural facilita o entendimento que a mesma quantia da parte branca ou rosa nas duas primeiras figuras são as mesmas, sendo o diferencial a quantidade de cortes feito em cada uma delas, diferentemente da terceira figura que não apresenta o mesmo “tamanho” da parte branca e da parte rosa e também do número de cortes efetuados nas duas outras.

Para encontrar a equivalência de  $\frac{17}{20}$ , a sobreposição de papel ou a representação figural torna-se inviável, necessitando de aplicar outro procedimento mais complexo.

**Figura 7 - Fração como representação de quociente**

**4** Magda tem 4 folhas de cartolina para dividir igualmente entre 6 alunos, e não pode haver sobra. Para isso, ela dividiu cada folha em 6 partes iguais. **Exemplo de pintura:**



a) Usando 6 cores diferentes, pinte as partes de cartolina que cada aluno recebeu.  
b) Escreva uma fração que represente a quantidade de folha que cada aluno recebeu.

$\frac{4}{6}$

Fonte: Toledo( ed.), (2017, p. 150)

**Quadro 8 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 7**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_5$ Identificar frações associando ao resultado de uma divisão	<b>Tarefa [T]:</b> (4 a) A tarefa $T_1$ identificar as frações.	<b>Tarefa [T]:</b> (4 b) A tarefa $T_2$ Relacionar o número fracionário a uma figura.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_1$ corresponde a dupla contagem das partes. Dividir quatro inteiros em 6 partes iguais	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{18}$ corresponde em relacionar as partes. Pintar quatro partes de uma cor e duas de outra, usando cores diferentes até que todos	<b>Técnica [τ]:</b> A técnica $\tau_7$ consiste em escrever o número fracionário que corresponde a divisão das figuras.

	tenham quatro partes com seis cores diferentes.	
<b>Tecnologia [0]:</b> Interpretar a fração maior que a unidade; associando ao resultado de uma divisão.	<b>Tecnologia [0]:</b> Compreensão e reconhecimento da divisão por cotas dos inteiros	<b>Tecnologia [0]:</b> Representar a escrita do número fracionário maior que a unidade, produto de uma divisão
<b>Teoria [0]:</b> Números racionais	<b>Teoria [0]:</b> Números racionais	<b>Teoria [0]:</b> Números racionais

Fonte: A Autora

Categorizamos esta atividade como  $C_2$ , pois a proposta da tarefa está relacionada à concepção quociente, como remete o próprio subtítulo do capítulo; trata-se divisão de grandezas contínuas, apresenta a quantidade a ser distribuída igualmente menor que o número de partes, envolvendo a Habilidade EF05MA03 da BNCC.

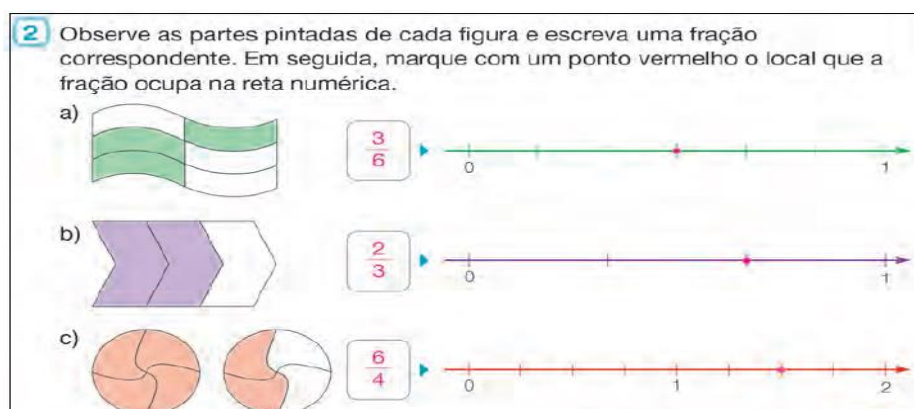
Os PCN (BRASIL, 2001, p. 86) recomendam a exploração dos diferentes significados da fração em situações-problema, nesta tarefa, encontramos a concepção parte-todo e quociente.

A concepção de quociente nos PCN (BRASIL, 2001, p.103) baseia-se na divisão de um natural por outro ( $a : b = a / b$ ;  $b \neq 0$ ). A tarefa divididas em etapas proporcionam o aluno a entender essas partições tornando-as inteligíveis e facilitando a compreensão dessa divisão em que  $\frac{4}{6}$  corresponde a um resultado de uma divisão.

A tarefa inicial justifica-se pela representação da divisão de dois números inteiros cujo resultado é uma porção que representa um número fracionário, não admitindo a divisão com os números naturais, por se tratar de grandezas diferentes, mas sim identificar a parte que cabe a cada uma das pessoas. Assim cada aluno receberá  $\frac{4}{6}$  da quantidade de quatro cartolinas.

A tarefa (4a) envolve a concepção parte-todo para pintar o todo em partes divididas por cotas, e a tarefa (4b) envolve a divisão de números naturais tendo como notação um número fracionário.

Figura 8 - Reta numérica



Fonte: Toledo (ed.), 2017, p. 153

Quadro 9 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 8

<b>Tarefa [T]:</b> Esta é uma $T_1$ identificar a fração.	<b>Tarefa [T]:</b> A $T_{32}$ solicita marcar com o ponto vermelho o local que número fracionário ocupa na reta numérica.
<b>Técnica [τ]:</b> A $t_2$ consiste em escrever o número fracionário correspondente a parte pintada	<b>Técnica [τ]:</b> A $t_{29}$ consiste em localizar na reta numérica o local em que o número fracionário deve ser posto.
<b>Tecnologia [θ]:</b> Parte-todo	<b>Tecnologia [θ]:</b> Identificar a grandeza do número fracionário e seu valor numérico.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais	<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais

Fonte: A Autora

Este é um tipo de tarefa que envolve grandezas contínuas, que se resolve contando as partes pintadas da divisão do inteiro; portanto categorizamos esta atividade como  $C_1$ , com figuras já divididas e pintadas bastando escrever o número fracionário que representa a figura com a técnica concepção parte-todo para a resolução e a reta segmentada em pontos congruentes que auxiliam sua localização.

Percebemos que na primeira tarefa, a técnica é realizar a dupla contagem das partes, sendo que a escrita  $\frac{a}{b}$  descreve uma partição, em que o número  $b$  indica a quantidade de partes pintadas em relação a divisão do inteiro

As tarefas apresentadas na figura 8 se enquadram nas Habilidades apresentadas pela BNCC (EF05MA03) cuja finalidade de identificar e representar frações (menores ou maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

A localização na reta numérica também compete a Habilidade EF05MA05 que consiste em comparar e ordenar números racionais positivos (representação fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

A BNCC recomenda o trabalho com a reta numérica conforme as habilidades descritas e encontramos neste livro apenas duas atividades relacionadas à localização na reta numérica, percebemos que estas tarefas podem não representar dificuldades para os alunos, tendo em vista que a reta está numerada e com intervalos que estão divididas em partes iguais.

O ensino dos números fracionários poderiam ser explorados de diversas formas na reta numérica como exposto na revisão de literatura na pesquisa desenvolvida por Pereira (2015), relatando que a abordagem das frações estão diretamente ligadas a reta numérica e descreve que os números fracionários podem ser percebidos como números nesta reta, mostrando a equivalência entre as frações, fazendo comparações nas frações unitárias, desta maneira o aluno pode identificar que quanto maior o denominador menor é a fração; duas frações com denominadores iguais, então aquela com menor denominador é a maior fração, entre outras possibilidades.

**Figura 9 - Fração que representa um número misto**

**4** Sabendo que Nilson repartiu igualmente 3 folhas entre 2 pessoas, responda.

a) Quanto de folha cada uma recebeu?  $1\frac{1}{2}$  de folha.

b) A quantidade que cada uma recebeu é maior ou menor que  $1\frac{1}{4}$  de folha? Justifique.

Maiores, pois  $1\frac{1}{4}$  de folha é uma folha mais um quarto de folha, e cada pessoa recebeu  $1\frac{1}{2}$  de folha, ou seja, uma folha e meia.

Fonte: Toledo (ed.), 2017, p. 152

**Quadro 10 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 9**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa (4a) representa uma $T_{11}$ distribuir igualmente 3 folhas entre 2 pessoas.	<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa (4b) representa uma $T_9$ requer a comparação entre frações e se $1\frac{1}{4}$ é maior que $1\frac{1}{2}$ .
<b>Técnica [τ]:</b> N $\tau_9$ , a tarefa é manter objetos inteiros e dividir só o que for necessário. Portanto cada aluno recebeu uma folha mais metade e que a soma das duas metades formam novamente um inteiro, assim $1+1=2$ e $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ inteiro novamente, ou também ou $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$ (Cálculo mental).	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_1$ requer a interpretação da fração como divisão da parte toda. A técnica permite reconhecer e comparar os números mistos de forma que o modelo parte-todo resolva a tarefa. Podemos resolver pensando que $\frac{1}{4}$ significa que a folha foi dividida em quatro partes e $\frac{1}{2}$ significa que a folha foi dividida em duas partes, portanto $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{4}$ , logo $1\frac{1}{2} > 1\frac{1}{4}$ .
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedades de estruturas aditivas	<b>Tecnologia [θ]:</b> Comparação de grandezas.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais, Campo das operações.

Fonte: A Autora

A tarefa apresentada refere-se a um número misto, ou seja, ele é formado por um número natural (parte inteira) e uma fração da unidade, portanto a quantidade a ser distribuída, igualmente, é maior que o número de partes. Esta tarefa refere-se à divisão de grandezas contínuas na situação parte-todo, na concepção quociente e que compete a habilidade EF05MA03 da BNCC.

Categorizamos como  $C_4$ , pois envolve a concepção quociente, o conceito está implícito no enunciado da atividade, o número misto aparece identificado no subtítulo do capítulo, a resposta então é uma divisão representada por um número misto não permitindo o uso da “fração imprópria” como denomina o autor.

Os PCN apresentam o significado das frações como quociente baseado na divisão de um natural por outro ( $a : b = a / b : b \neq 0$ ). O aluno deve entender a divisão de 2 folhas por 3 pessoas.

A representação  $3 : 2$  remete a concepção quociente onde o resultado não representa um número natural e sim um número fracionário.

Na tarefa (4a) associar a fração  $\frac{a}{b}$ , a operação  $a \div b$ , o aspecto partitivo – quando são dados a quantidade de inteiros e o número de partes em que se quer dividir essa quantidade e pede-se o valor de cada parte na situação quociente (divisão).

Na tarefa (4b) a escrita  $\frac{a}{b}$  descreve a partição, em que o numerador  $a$  representa o inteiro e denominador  $b$  indica as partes iguais em que o inteiro foi dividido na situação parte-todo, sendo possível visualizá-los na reta numérica e segundo Pereira (2015) entender que quanto maior o denominador de números fracionários de numerador igual, menor é o número fracionário.

Figura 10 - Comparação de frações

4 Analise as informações a seguir e responda.

Programa de televisão assistido por Otávio	Quantidade de horas
	$\frac{4}{3}$ de hora
	$\frac{3}{4}$ de hora
	$\frac{1}{2}$ de hora

a) A qual programa Otávio assistiu por mais tempo? Desenho.

b) Analise as frações de hora em que Otávio assistiu aos programas de televisão e escreva-as em ordem crescente.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{4}{3}$

Fonte: Toledo(ed.), (2017, p. 155)

Quadro 11 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 10

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa (1-a)T <sub>9</sub> , solicita comparar e ordenar números racionais positivos na forma fracionária.	<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa(1-b) T <sub>9</sub> solicita comparar e ordenar números racionais positivos na forma fracionária.
<b>Técnica [τ]:</b> A τ <sub>5</sub> consiste em formar a fração equivalente com o mesmo denominador com a multiplicação do numerador e denominador pelo mesmo número diferente de 0 e 1(zero e um). . Primeiramente devemos igualar os denominadores com a multiplicação de um número natural para encontrar a equivalência das frações, para tanto multiplicamos $\frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{12}$ , depois $\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12}$ e $\frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{12}$ . Encontrar a equivalência das frações para comparação entre elas, assim encontrado a equivalência das frações com o mesmo denominador então podemos identificar qual é a maior, ou seja $\frac{4}{3}$ de hora é igual a $\frac{16}{12}$ que representa o maior número destinado a assistir o programa de televisão, ou seja “desenho”.	<b>Técnica [τ]:</b> A técnica utilizada é a τ <sub>15</sub> , estabelecer a equivalência entre as frações para comparação entre elas, viabilizada pela transformação das frações em frações equivalentes e colocá-los em ordem crescente. Para estabelecer a equivalência das frações multiplicamos numerador e denominador de $\frac{4}{3}$ pelo número 4 e encontraremos o denominador 12 e o numerador $16 = \frac{16}{12}$ , em seguida faremos o mesmo, porém multiplicando o numerador e denominador por 3, assim teremos $\frac{9}{12} \equiv \frac{3}{4}$ e novamente multiplicando $6 \times \frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ encontraremos as frações equivalentes $\frac{16}{12}$ , $\frac{9}{12}$ e $\frac{6}{12}$ com o mesmo denominador, o aluno deve perceber que o menor numerador é a maior fração e colocá-las em ordem crescente, assim temos a resolução: $\frac{1}{2}$ , $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{3}$ .
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade das estruturas multiplicativas.	<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade das estruturas multiplicativas.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

Esta é uma atividade de grandeza contínua que envolve a situação operador multiplicativo, assim o fracionário  $\frac{a}{b}$  são manipulados efetivamente como números, facilitando a compreensão da operação de multiplicação entre números fracionários conforme Silva (2009).

Nesta atividade da figura 10 estão relacionadas as Habilidades: EF05MA04 e EF05MA05 que consiste em identificar frações equivalentes e comparar e ordenar representações fracionárias, relacionando-os a pontos na reta numérica.

Categorizamos como  $C_3$ , concepção operador, sendo que nestes tipos de atividades que envolvem a concepção operador; evidentemente para comparar as frações, principalmente quando encontramos fracionários com denominadores diferentes, evidenciando a estratégia de transformar os fracionários em equivalentes pela ação do operador multiplicativo.

Na atividade (4 a) da figura 9 temos uma tarefa que não implica exatamente na operação com números, mas na subtarefa de anunciar qual programa foi assistido por mais tempo, o aluno pode responder corretamente de acordo com conhecimentos prévios, ou de forma intuitiva, porém, se este não tiver consolidado o valor destas representações fracionárias, deve encontrar a equivalência dos fracionários para chegar no mesmo denominador para auxiliá-lo na resposta.

Outra técnica da tarefa (1a) que também pode ser utilizada é pela representação figural, visto que são números fracionários “pequenos”.

Empregado a equivalência dos fracionários na atividade (4a), para responder a (4b) basta comparar a número fracionário e equivalência entre eles para ordenar em uma reta numérica crescente.

Compreende as orientações do PCN (BRASIL, 2001, p.86) para identificação e produção de frações equivalentes e de regularidades nas escritas numéricas.

As situações-problema permitem o aluno desenvolver e apresentar sua estratégias, mostrando o percurso percorrido para a resolução, nestes casos o professor é apenas o mediador de conhecimento.

Usamos uma técnica mas isso não significa que seja a única técnica que possa ser empregada, outra possibilidade seria a utilização da reta numerada para verificação de que números fracionários com o mesmo numerador, após encontrar a

equivalência das frações com denominadores iguais, conforme Pereira (2015), quanto maior o denominador, menor é o número fracionário.

**Figura 11 - Adição e subtração de frações**

5) Rafaela vai a uma excursão que durará 9 horas. Ela sabe que dessas 9 horas, 2 horas serão usadas para visitar uma cachoeira e 3 horas para conhecer o centro histórico de uma cidade.

a) Que fração do total de horas será gasta, ao todo, na visita à cachoeira e ao centro histórico da cidade?  $\frac{5}{9}$   $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$

b) Que fração do tempo total da excursão sobrar para outras atividades?  $\frac{4}{9}$

$\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

Fonte: Toledo (ed.), (2017, p. 158)

**Quadro 12 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 11**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $t_1$ (1-a) mobiliza Identificar a fração.	<b>Tarefa [T]:</b> Na (1-b) a tarefa $T_1$ corresponde identificar a fração.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{10}$ solicita a soma de frações para verificar a quantia de horas destinadas às atividades. Devemos colocar a quantia de hora atividade como numerador e o total de horas da excursão como denominador para transformar em número fracionário realizando a soma de frações com denominadores iguais, assim temos $\frac{2}{9} + \frac{3}{9} = \frac{5}{9}$ o total de horas gastas nas atividades da visita da cachoeira ao centro histórico da cidade.	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{11}$ pede para efetuar a subtração com números na forma fracionária. Para a realização da operação de subtração de números fracionários com o mesmo denominador à partir de um número inteiro (fração aparente) que representa o total de horas da atividade, sendo o inteiro numerador e denominador iguais que representa $\frac{9}{9}$ o total de horas da excursão e a subtração das atividades já estipuladas como a visita a cachoeira e a visita ao centro histórico da cidade assim obtendo as fração de horas para outras atividades, assim temos $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ como tempo total da excursão que sobrar para outras atividades.
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade de estruturas aditivas dos números fracionários.	<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade da subtração de números fracionários.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.	<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

A atividade retrata a divisão de um total de horas para realização de determinadas atividades durante o passeio, para tanto a transformação de horas (número inteiro) para número fracionário se faz necessário.

Categorizamos como  $C_1$ , na concepção parte-todo, entendendo que a atividade mobiliza o entendimento da mudança de representações das diferentes grandezas dos números, neste caso dos números naturais para os números fracionários.

Nestes tipos de tarefas de grandeza contínua a adição e subtração de frações com denominadores iguais e a transformação para uma fração aparente<sup>8</sup> foi uma estratégia para encontrar o total de horas empreendidos em cada tarefa.

Estas atividades envolvem a concepção parte-todo, entretanto, se entendida como razão de  $\frac{5}{9}$  lidas como, cinco em nove horas ou  $\frac{4}{9}$  quatro em nove horas, foram destinadas para outras atividades.

A Habilidade envolvida nesta tarefa é EF05MA03: Identificar e representar frações (maiores e menores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso e EF05MA07: Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas.

**Figura 12 - Multiplicação com fração**

4 Pinte e complete. Exemplo de pinturas:

a)  $\frac{2}{5}$  de 3 =  $\frac{6}{5}$

b)  $\frac{3}{4}$  de 2 =  $\frac{6}{4}$

c)  $\frac{5}{8}$  de 3 =  $\frac{15}{8}$

Fonte: Toledo(ed.), ( 2017, p. 161)

**Quadro 13 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 12**

<b>Tarefa [T]:</b> A $T_2$ consiste em relacionar a figura á um número fracionário.
<b>Técnica [τ]:</b> . A $\tau_{18}$ Efetuar multiplicação de um número natural por um número na forma fracionária, representamos o número fracionário $\frac{3}{4}$ e multiplicamos por 2, assim teremos: $2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$ .
<b>Tecnologia [0]:</b> Propriedade das estruturas multiplicativas.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

<sup>8</sup> O Termo “Fração Aparente” representa um número fracionário que representa o número natural inteiro; segundo os autores do livro “Buriti mais matemática”, p. 142.

A atividade se enquadra no  $C_3$ , com propostas de atividades que abordam a concepção operador. A atividade da figura 12 trata-se de uma tarefa de grandezas contínuas a tarefa segue a mesma técnica para os três exercícios propostos, a princípio temos como situação de operador, entretanto, poderíamos realizar a dupla contagem de partes e a adição de números fracionários que está implícito na multiplicação.

A Habilidade para esta atividade é a EF05MA08: Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Esta é a quarta atividade apresentada no livro precedida de modelos de execução anteriores, portanto, conduzem os alunos a repetir a técnica usada inicialmente para reproduzir nas outras semelhantes.

Percebemos nesta atividade segundo Silva (2009, p.135) por analogia ao conhecimento dos naturais, a multiplicação de fracionários pode ser abordada, como por exemplo (dobro)  $2 \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$  que a própria tarefa sugere.

**Figura 13 - Porcentagem de uma fração**

**8** Em um teste com 20 questões, Eduarda respondeu corretamente  $\frac{15}{20}$  do total.

• Que porcentagem representa essa fração? Escreva ou desenhe como você pensou. <sup>75%</sup>

Exemplo de resposta:

50%      25% (metade da metade)

Fonte: Toledo(ed.), (2017, p. 165)

**Quadro 14 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 13**

**Tarefa [T]:** A tarefa  $T_{24}$  solicita determinar a porcentagem de uma quantidade.

**Técnica [τ]:** A  $\tau_{13}$  estabelecer relação entre dois valores tendo como base a porcentagem. Identificar a fração  $\frac{15}{20}$  e considerar a porcentagem de acertos entre o total de questões, podemos considerar que o denominador 20 representa 100%, ou seja total de questões, podemos considerar que metade de 20, ou seja, o número 10 representa 50%, portanto metade de 10 é o número 5, que representa 25%; associando a essa ideia concluímos que  $10 + 5 = 15$ , logo  $50\% + 25\% = 75\%$ . A resposta para a tarefa é 75%. Percebemos que a técnica não é a única para a resolução da tarefa, podendo usar a representação figural como o autor sugestiona.

<b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das estruturas da Porcentagem
<b>Teoria [0]:</b> Teoria dos Números Racionais

Fonte: A Autora

A atividade de porcentagem apresentada é o último assunto abordado contemplando os números fracionários, percebemos que o livro apresenta bastante variação para a abordagem de números fracionários e porcentagem.

A categorização utilizado foi o  $C_4$  onde o conceito está implícito, todavia, a tarefa da figura 12 retrata a interpretação da porcentagem, nesta tarefa manipulado como razão considerando 15 acertos em um total de 20 questões.( 15 em 20), abordando a concepção razão.

Segundo Silva (2005) a concepção razão podem estar associadas a situações como parte-todo, como verificamos na tarefa da figura 12, o aluno pode fazer intuitivamente, como Habilidade EF05MA06 descrita na BNCC: Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente a décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora.

Constatamos que o livro aborda propostas diferenciadas para o trabalho com os números fracionários com a estratégia metodológica de resolução de problemas, possibilitando o aluno refletir acerca das estratégias de resolução do problema em questão; porém, também propõe-se atividades que reforçam a repetição e fixação sem oportunizar maiores reflexões pelos alunos.

Na coleção “Buriti mais Matemática”(TOLEDO(ED.)2017), ainda acompanha o material digital do professor e na apresentação deste manual descreve:

A proposta deste Material do Professor – Digital é auxiliar o professor a desempenhar seu papel com excelência e orientá-lo da melhor maneira possível, apresentando atividades que permitam ao aluno usar o conhecimento prévio de mundo e escolar para realizá-las, além de propiciar a discussões que abordam outras possibilidades de solução. Composto de um Plano de Desenvolvimento Anual, Sequências Didáticas e Propostas de Acompanhamento de Aprendizagem, o material oferece subsídios para o professor enriquecer o trabalho em sala de aula propondo alternativas complementares para desenvolver os conteúdos propostos para o 5o ano. (TOLEDO (ed.), 2017, p.1).

Ainda o Material do Professor – Digital orienta o uso dos discos de frações para apoiar os alunos no estudo dos objetos de conhecimento relacionados e com base nesse material é possível desafiar os alunos a determinar frações equivalentes,

apresentando uma sequência didática de três aulas para explorar com jogos e materiais manipulativos a equivalência dos números fracionários e finaliza com uma ficha de autoavaliação do aluno.

Para o acompanhamento do rendimento do aluno o Material do Professor - Digital apresenta uma Avaliação Bimestral contendo 15 questões (9 questões abertas e 6 questões de múltipla escolha) para auxiliar na verificação do desenvolvimento dos alunos de acordo com as habilidades constantes da BNCC.

O livro físico começa retomando as noções de frações e partindo para os subtemas seguintes, correlacionando o que já foi aprendido. Verificamos que a concepção parte-todo é predominante em quase todos os subtítulos propostos para o ensino de números fracionários, seguidamente e estrategicamente abordando as concepções: operador, quociente e razão e não apresentando a concepção medida.

## **6.2 Livro “NOVO PITANGUÁ MATEMÁTICA”**

O livro “Novo Pitangúá”(RIBEIRO E PESSÔA, 2017) apresenta o trabalho com números fracionários no capítulo 4 e associa porcentagem e números decimais no capítulo 6, fazendo essa ruptura por capítulos com a temática dos números fracionários e a inter-relação com outros conteúdos.

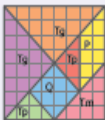
A apresentação dos números fracionários tem início com um breve histórico e em seguida a leitura e a localização na reta numérica.

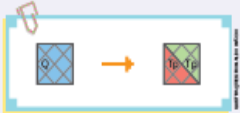
A atividade seguinte solicita como material manipulativo, a figura do tangram.

Figura 14 - Frações de figuras

**MÃOS À OBRA**

### As frações e o tangram





Com os triângulos pequenos (Tp), cubram o quadrado (Q), como mostra a ilustração.

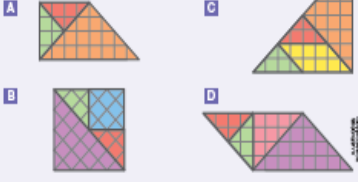
Vejam que para cobrir o Q são necessários 2 Tp.  
Assim, 1 Tp representa  $\frac{1}{2}$  Q.

a. Determinem a quantidade de Tp necessária para cobrir o:
   
 • Tm:  $\frac{2}{1}$       • P:  $\frac{2}{1}$       • Tg:  $\frac{4}{1}$

b. Escrevam a fração que o Tp representa do:
   
 • Tm:  $\frac{1}{2}$       • P:  $\frac{1}{2}$       • Tg:  $\frac{1}{4}$

c. Quantos Tm são necessários para cobrir o Tg?  $\frac{2}{1}$

d. Que fração do Tg o Tm representa?  $\frac{1}{2}$

e. Utilizando as peças de um único tangram, montem cada uma das seguintes figuras.
   


De acordo com as figuras acima, respondam.

• Quantos Tp são necessários para cobrir a figura A?  $\frac{6}{1}$

• Que fração da figura A o Tp representa?  $\frac{1}{6}$

E da figura D?  $\frac{1}{8}$

• Quantos Q são necessários para cobrir a figura B?  $\frac{4}{1}$

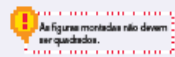
• Que fração da figura B o Tg representa?  $\frac{1}{2}$

E da figura C?  $\frac{1}{2}$

• Que fração da figura D o Tm representa?  $\frac{1}{4}$

• Quantos P são necessários para cobrir a figura D?  $\frac{4}{1}$

f. Que fração do tangram representa o:
   
 • Tg?  $\frac{1}{4}$       • Tm?  $\frac{1}{8}$       • Tp?  $\frac{1}{16}$

g. Com as peças de um tangram, montem um retângulo utilizando:
   
 • três peças.      • quatro peças.      • cinco peças.
   


Livro: Ribeiro e Pessoa (2017, p. 68-69)

#### Quadro 15 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 14

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_{25}$ sugere compor inteiros e determinar fracionários
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{18}$ vale para todos os exercícios, relaciona as partes que compõem a figura e identifica o fracionário da parte solicitada. A técnica concebe a percepção dos alunos em formar outras figuras de acordo com as comandas, através da sobreposição de peças do tangram de tamanhos equivalentes. Como resolução das atividades exemplificarei a tarefa (1b), para representar uma peça do tangram pequeno (Tp) eu preciso $\frac{1}{2}$ do tangram médio (Tm), para representar o tangram pequeno (Tp) preciso de $\frac{1}{2}$ do paralelogramo e para representar o tangram pequeno (Tp) eu preciso de $\frac{1}{4}$ do tangram grande (Tg)
<b>Tecnologia [θ]:</b> Equivalência da área
<b>Teoria [Θ]:</b> Teoria dos Números Racionais

Fonte: A Autora

Nesta atividade da figura 14 identificamos a concepção parte-todo e o categorizamos como  $C_1$ , os números fracionários são trabalhados como grandezas contínuas e envolve a Habilidade descrita na BNCC como EF05MA03, com a atividade de sobrepor peças para identificar quantas das peças menores cabem em peças maiores do tangram.

Silva (1997) atribui esta tarefa a associação de relação entre áreas da peça, considerando o triângulo menor como peça de referência, percebendo a equivalência em área.

A atividade com material manipulativo favorece a aprendizagem do aluno na percepção que uma figura grande cabe inúmeras figuras pequenas e que a figura do triângulo pode formar outras formas geométricas tornando-a inteligível para o aluno.

**Figura 15 - Fração que representa uma quantidade**

1. Observe as figuras abaixo.

Agora, complete as frases com as frações adequadas.

a.  $\frac{6}{13}$  dessas figuras são quadriláteros.

b. Os triângulos correspondem a  $\frac{3}{13}$  dessas figuras.

c.  $\frac{2}{13}$  dessas figuras não são polígonos.

d. A fração que representa as figuras que têm ao menos um ângulo reto é  $\frac{4}{13}$ .

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 71)

**Quadro 16 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 15**

<b>Tarefa [T]:</b> Nesta tarefa $T_2$ sugere relacionar as figuras a um número fracionário.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_1$ para a resolução de todos os itens é a dupla contagem das partes. Esta técnica procede em contar as figuras geométricas e escrever quanto elas correspondem ao todo, assim do total de figuras que são 13, 6 são quadriláteros portanto na escrita fracionária temos $\frac{6}{13}$ , contando os triângulos percebemos que representa $\frac{3}{13}$ do total de figuras, $\frac{2}{13}$ representa o total de polígonos e a fração que representa as figuras que têm o mesmo ângulo reto é $\frac{4}{13}$ .
<b>Tecnologia [θ]:</b> Representação da parte de um todo de naturezas diferentes.
<b>Teoria [Θ]:</b> Teoria dos Números racionais

Fonte: A Autora

A tarefa mobiliza a estratégia de procedimento como parte-todo em grandezas discretas, segundo Silva (1997) apesar de não se tratarem de partes idênticas, nada impede de contar as partes de todo o conjunto. Trabalhada pela concepção razão numa situação parte-todo através da contagem de figuras geométricas apresentadas, portanto a resposta  $\frac{6}{13}$  representa que existe uma razão de “6 quadriláteros para 13 figuras geométricas”.


A Habilidade da BNCC envolvida nesta tarefa é a EF05MA13: Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como

dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo; portanto categorizamos como  $C_4$  sendo que o conceito razão está implícito e só trabalhando a contagem das partes identificando o número fracionário de uma quantidade.

Para realização desta atividade é importante ressaltar que o professor retome os conhecimentos sobre os polígonos para que os alunos cheguem a resposta correta.

**Figura 16 - Fração para representar uma quantidade**

6. O tanque do carro de Elias tem capacidade para 56 litros. Calcule quantos litros de combustível havia em seu carro no momento indicado no marcador.



56 : 4 = 14  
14 × 3 = 42  
42 litros.

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 74)

**Quadro 17 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 16**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_6$ solicita calcular a parte de um todo.
<b>Técnica [τ]:</b> A técnica utilizada é do tipo $\tau_3$ , divisão das medidas iniciais pelo denominador do operador e multiplicação do resultado pelo numerador do operador. A técnica consiste em transformar grandezas pela ação do operador fracionário, assim dividindo a capacidade total do tanque de gasolina que é de 56 litros pelo denominador 4 ( $56 : 4 =$ ), resultará em 14 desse total multiplicamos pelo numerador 3 ( $14 \times 3 =$ ), totalizando a quantia de 42 litros; assim podemos identificar a capacidade em litros de combustível que o marcador estava apontando que era de $\frac{3}{4}$ .
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedade da multiplicação e divisão; Transformar grandezas pela ação de um operador fracionário.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais.

Fonte: A autora

A tarefa da figura 16 sugere a transformação do número natural para o número fracionário, sendo que a fração  $\frac{3}{4}$  assume o papel de multiplicador-divisor, atuando como o dobro, o número natural 56 tem seu valor transformando durante o procedimento das operações.

Silva (1997) aponta que a concepção operador, sendo o fracionário  $\frac{a}{b}$  manipulado como transformação de resultados, portanto, os fracionários  $\frac{a}{b}$  são

manipulados como números, facilitando a compreensão da operação de multiplicação entre fracionários.


Associando o conceito parte-todo em dividir a quantidade total de gasolina em quatro partes de mesma quantidade e considerar três dessas partes para identificar a quantidade de gasolina que continha o tanque do carro.

A manipulação do ostensivo pela representação figural seria uma forma de validar a execução da tarefa e torná-la inteligível aos alunos.

Categorizamos como  $C_3$ , envolvendo a concepção operador, mobilizando a exploração de situações problemas que levem o aluno a refletir sobre o procedimento adotado. Verificamos que a Habilidade proposta pela BNCC é EF05MA08 que compreende resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos

**Figura 17 - Números na forma mista**

Observe os ingredientes que o pai de Bruna vai utilizar para fazer o bolo de laranja.



### Bolo de laranja

**Ingredientes**

4 ovos

$2\frac{1}{2}$  xícaras (chá) de açúcar


1 xícara (chá) de óleo

$1\frac{1}{2}$  xícara (chá) de suco de laranja

casca de 1 laranja

2 xícaras (chá) de farinha de trigo

1 colher (sopa) de fermento



**1. Represente, por meio de figuras e na forma de fração, a quantidade de açúcar indicada na receita.**

Resposta pessoal. Possível resposta:

$$\frac{5}{2}$$

Fonte: Ribeiro e Pessoa (2017, p. 78)

**Quadro 18 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 17**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_{29}$ Representar a fração por meio de figuras, e identificar a fração.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_9$ manter os inteiros e dividir só o que for necessário e $\tau_{10}$ , efetuar adição na forma fracionária

A técnica requer a representação figural do número misto representado pelo número de xícaras de açúcar  $2\frac{1}{2}$ , assim mantemos os dois inteiros e dividimos pela metade o outro inteiro, obtendo um número misto; em seguida escrever a fração correspondente  $\frac{5}{2}$ , podendo realizar a soma de frações para chegar ao resultado, assim somamos

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$


**Tecnologia [0]** Propriedade das estruturas aditivas dos números fracionários.

**Teoria [0]:** Números racionais.

Fonte: A Autora

A tarefa com o bolo de laranja é uma atividade clássica para apresentar os números mistos com receitas culinárias que abordam atividades com atividades que envolvem a transformação de uma quantidade, sugere a apresentação de uma fração imprópria resultante da quantidade de um determinado ingrediente, portanto, categorizamos como  $C_2$ , concepção quociente, propondo a técnica de divisão, evidente nas propostas de resolução sugeridas pelo autor com a concepção de números fracionários explícitos.

As Habilidades da BNCC para a abordagem da tarefa é a EF05MA03: Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

Esta atividade, contrária ao do livro anterior, em relação ao mesmo subtítulo empregado, observa-se que conforme o enunciado da atividade a apresentação da técnica de resolução se modifica.

Na figura número 9 a tarefa solicita escrever na forma mista a quantidade de açúcar e na figura 17 a tarefa solicita escrever e representar por meio de figuras o número misto.

O autor sugere a manipulação do ostensivo para que a tarefa torne inteligível para o aluno, tendo em vista que compreensão da fração imprópria não é intuitiva, a representação figural ajuda na resolução da tarefa, entretanto, é preciso que o aluno compreenda-a como representação de um número fracionário.

Figura 18 - Representações de frações equivalentes

7. Observe as figuras geométricas planas.  
Efetue os cálculos em seu caderno e escreva a razão entre a quantidade de:

• triângulos e círculos.  
 $6 : 2$  ou  $\frac{6}{2} = 3$

• círculos e o total de figuras.  
 $2 : 8$  ou  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

• triângulos e o total de figuras.  
 $6 : 8$  ou  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 83)

Quadro 19 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 18

<b>Tarefa [T]:</b> A $T_{15}$ trata-se de efetuar o cálculo e determinar a razão entre a quantidade de triângulos e círculos; círculos e o total de figuras; de triângulos e o total de figuras.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{19}$ é identificar a quantidade de partes na situação parte-parte no mesmo inteiro por dupla contagem, e escrever na forma fracionária para determinar a razão. A técnica envolve o conhecimento de geometria para identificação das figuras como triângulos e círculos, para então, proceder a contagem das figuras e determinar a razão, no caso dos triângulos e círculos a razão é $\frac{6}{2}$ , entendendo como “6 triângulos para 2 círculos”. Para as demais tarefas de efetuar os cálculos entre determinadas figuras do total de figuras e escrever a razão entre as quantidades necessita de usar estratégias como equivalência ou fração irredutível. Assim por exemplo a razão dos triângulos e o total de figuras é de “6 para 8” = $6 : 8$ ou $\frac{6}{8}$ , para encontrar a fração irredutível dividimos o numerador e o denominador pelo número 2 até não haver mais a possibilidade de reduzi-los, então encontramos a fração irredutível, que equivale a $\frac{3}{4}$ do total de figuras.
<b>Tecnologia [θ]:</b> Propriedades das estruturas operativas da razão.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números racionais.

Fonte: A Autora

A figura 18 apresenta uma tarefa para determinar uma razão do tipo parte-parte, em quantidades discretas, que envolve a concepção razão; a Habilidade EF05EM13 da BNCC, esta habilidade compete resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes dela com o todo.

Categorizamos como  $C_4$ , observando se o conceito está explícito, a concepção razão está evidente entendendo que não envolve simplesmente uma divisão tendo como resultado um quociente.

Segundo Silva (2005) a concepção de razão, para números fracionários, não permite associar a ideia de partição, mas a comparação de duas grandezas. Assim a representação fracionária  $\frac{2}{8}$  que representa a quantidade de círculos em relação ao todo em relação parte-parte, permitindo a leitura de “dois para oito”. O entendimento da razão como “**x para y**” encaminharia, naturalmente, para a equivalência de razões e para o raciocínio proporcional que por sua vez, solicita uma representação:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Nesta atividade mobiliza o conhecimento de geometria e manipulação dos ostensivos para identificação das figuras como triângulos e círculos para depois realizar a contagem das figuras determinando a razão de “2 círculos para 8 figuras geométricas no total”.

Verificamos que esta atividade apresenta o trabalho com a situação razão, com o desenvolvimento da equivalência entre os números fracionários, manipulado pela divisão de números naturais e encontrar o número fracionário irredutível.

**Figura 19 - Comparar frações**

8. Cristiano e Gabriel gostam de brincar de futebol de botão. Em uma partida, Cristiano realizou 12 chutes e marcou 6 gols. Nessa mesma partida, Gabriel chutou 16 vezes e marcou 10 gols.

a. Escreva uma fração para representar a quantidade de gols marcados em relação ao total de chutes realizados por:

- Cristiano.  $\frac{6}{12}$
- Gabriel.  $\frac{10}{16}$

b. Determine em seu caderno qual das frações que você escreveu no item a é maior.  $\frac{10}{16}$

c. Qual dos jogadores teve o melhor aproveitamento? Justifique.

Gabriel, pois a fração que representa a quantidade de gols marcados em relação ao total de chutes realizados por ele é maior.

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 87)

**Quadro 20 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 19**

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_{15}$ Determinar a razão.	<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_9$ , consiste em comparar e ordenar números racionais positivos na forma fracionária.	<b>Tarefa [T]:</b> $T_{33}$ consiste em justificar e comparar a razão.
<b>Técnica [τ]:</b> $\tau_2$ Comparar as quantidades dadas, propõe identificar frações à partir da quantidade de chutes e quantidade de gols.	<b>Técnica [τ]:</b> $\tau_{15}$ como se trata de denominadores diferentes, estabelecer a equivalência entre frações facilita sua localização mental na reta	<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{24}$ interpretar a razão $\frac{10}{16}$ , percebendo que o número de gols ultrapassa a metade de número de chutes, então

	numérica; fazendo a equivalência das frações, da seguinte maneira: dadas duas frações, obtém-se uma fração equivalente à primeira multiplicando seus termos pelos denominadores da segunda, e obtém-se uma fração equivalente à segunda multiplicando seus termos pelo denominador da primeira. Assim procedemos $\frac{6}{12} = \frac{6 \times 16}{12 \times 16} = \frac{96}{192}$ e $\frac{10}{16} = \frac{10 \times 12}{16 \times 12} = \frac{120}{192}$ dadas as frações equivalentes $\frac{96}{192}$ e $\frac{120}{192}$ com o mesmo denominador podemos comparar $\frac{96}{192} < \frac{120}{192}$ , portanto $\frac{6}{12} < \frac{10}{16}$ .	concluimos que o jogador que teve o melhor aproveitamento foi o Gabriel.
<b>Tecnologia[0]:</b> Propriedades das estruturas operacionais das razões.	<b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das estruturas multiplicativas de números fracionários.	<b>Tecnologia[0]:</b> Propriedades das estruturas operacionais das razões.
<b>Teoria [0]:</b> Números racionais.	<b>Teoria[0]:</b> Números, Racionais; Campo das operações	<b>Teoria[0]:</b> Números racionais

Fonte: A Autora

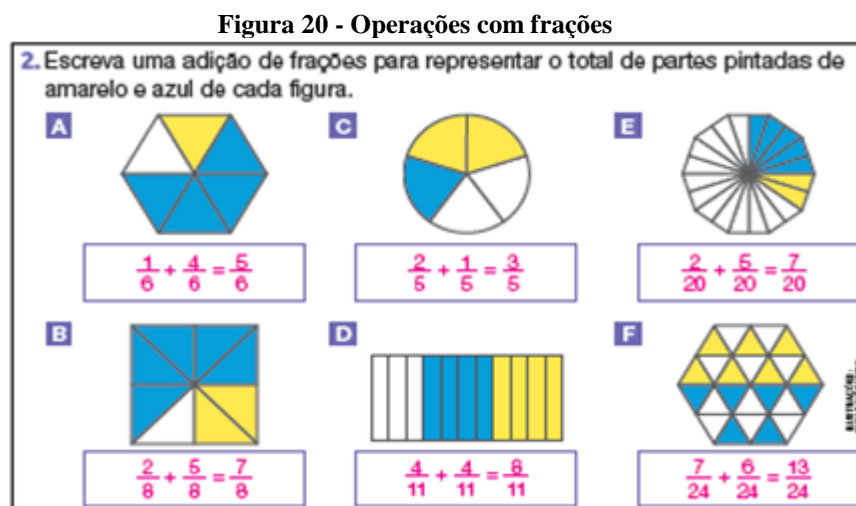
Esta é uma tarefa que envolve grandezas contínuas e trabalha as competências previstas na Habilidade EF05MA05, capacitando os alunos a compararem e ordenarem as representações fracionárias, relacionando aos pontos na reta.

Categorizamos como **C<sub>4</sub>**, entendemos como concepção razão, em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza de maneira implícita; também trabalha a equivalência entre as partes para descobrir o mesmo denominador e realizar a comparação entre frações.

Portanto o aluno entendendo que um acertou metade dos chutes e outro ultrapassou a metade podendo fazer essa comparação por analogia ao números naturais, sem realizar a equivalência entre as frações, assim as técnicas podem ser diferenciadas.

O trabalho com comparação de frações diferencia da atividade apresentado no outro livro por se tratar de frações com denominadores diferentes onde a sobreposição de figuras é inviável e a técnica de dividir ou multiplicar o numerador e denominador por um mesmo número diferente de zero, também se torna inviável porque continuamos com denominadores diferentes.

Na atividade da figura 19 leva-nos a optar por outra técnica de obter números fracionários equivalentes como a usada no quadro 20, atividade (8 b) para comparar números fracionários.



Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 90)

**Quadro 21 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 20**

<b>Tarefa [T]:</b> A $T_{28}$ Efetuar adição de frações.
Técnica [ $\tau$ ]: A $\tau_1$ , requer a dupla contagem das partes e a $\tau_{10}$ sugere a soma das partes para compor o todo com a adição de frações. A técnica associa a dupla contagem de partes, conta-se o total de partes que o inteiro foi dividido e depois as partes que estão pintadas de amarelo, representa-se a fração, depois as partes que o inteiro foi dividido e as partes pintadas de azul e representa a fração, para posteriormente fazer a soma de ambas para encontrar o total de partes pintadas em um todo. Na soma de frações com denominadores iguais, mantemos os denominadores e somamos os numeradores. Exemplificando a primeira figura, primeiramente representamos a fração da cor amarela $\frac{1}{6}$ em seguida a de cor amarela $\frac{4}{6}$ , posteriormente realiza-se a soma das frações $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$ . A ordem da representação das cores na fração não altera o produto final, ou seja, podemos começar pela representação do azul e depois do amarelo que o resultado será o mesmo.
<b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das estruturas aditivas dos números fracionários.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais; Campo das operações.

Fonte: A Autora

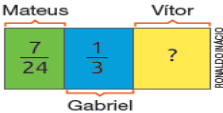
N atividade do figura 20 utilizamos o  $C_1$ , que mobiliza a concepção parte-todo envolvendo grandezas contínuas e compreende a Habilidade EF05MA07 da BNCC: Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Esta atividade não gera desafios aos alunos e servem para fixação de aprendizagem, já que enunciam o que se deve fazer, com repetição de procedimentos tendo em vista que a adição de fração com denominadores iguais faz alusão á adição de números naturais, mantendo os denominadores e somando os numeradores, representando a ideia de parte-todo.

**Figura 21 - Frações com denominadores diferentes**

**10.** Mateus, Gabriel e Vítor foram contratados para realizar um trabalho pelo qual receberam R\$ 360,00. Esse valor foi dividido entre eles da seguinte forma:

- Mateus recebeu  $\frac{7}{24}$  dessa quantia;
- Gabriel ficou com  $\frac{1}{3}$ ;
- Vítor recebeu o restante.



**a.** Que fração do total Mateus e Gabriel receberam juntos?

$$\frac{7}{24} + \frac{1}{3} = \frac{7}{24} + \frac{8}{24} = \frac{15}{24}$$

**b.** Que fração do total representa a quantia recebida por Vítor?

$$\frac{24}{24} - \frac{15}{24} = \frac{9}{24}$$

**c.** Quantos reais cada um deles recebeu?

Mateus:  $360 : 24 = 15$ ;  $15 \times 7 = 105$ ; R\$ 105,00  
 Gabriel:  $360 : 3 = 120$ ;  $120 \times 1 = 120$ ; R\$ 120,00  
 Vítor:  $360 : 24 = 15$ ;  $15 \times 9 = 135$ ; R\$ 135,00

Fonte: Ribeiro e Pessoa (2017, p. 95)

**Quadro 22 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 21**

<p><b>Tarefa [T]:</b> A tarefa (1 a) é uma tarefa do tipo <math>T_{10}</math> identificar e representar frações equivalentes e também , <math>t_{28}</math> efetuar a adição de frações impróprias</p>	<p><b>Tarefa [T]:</b> Para realizar a atividade (1b), temos a <math>T_8</math> identificar e representar frações aparentes, cuja tarefa <math>\tau_{29}</math> é efetuar a subtração de frações.</p>	<p><b>Tarefa [T]:</b> Na atividade (1c) a tarefa é <math>T_{30}</math> descobrir a fração de um número, sendo a tarefa descobrir quantos reais cada um deles recebeu.</p>
<p><b>Técnica [τ]:</b> : <math>\tau_{20}</math> Identificar se o numerador da primeira é múltiplo do denominador da segunda ,depois multiplicar o numerador e o denominador pelo número (Múltiplo) encontrado; a <math>\tau_{10}</math> efetuar a adição com números na forma fracionária.          Verificamos que o denominador 24 da fração <math>\frac{7}{24}</math> é múltiplo do denominador 3 da fração <math>\frac{1}{3}</math>, depois basta determinar por qual número o 3 deve ser multiplicado para se obter uma fração equivalente. Neste caso, multiplica-se o numerador e o denominador de <math>\frac{1}{3}</math> pelo número 8 e obtém-</p>	<p><b>Técnica [τ]:</b> A técnica <math>\tau_{25}</math> solicita transformar um inteiro em um número fracionário que represente o inteiro e a <math>\tau_{11}</math> consiste em efetuar a subtração com números na forma fracionária. Para executar a tarefa será necessário a reprodução de um número fracionário que representa um inteiro, e fazer a subtração da fração encontrada como resultado da fração do total de Mateus e Gabriel juntos, então teremos como representação do inteiro <math>\frac{24}{24}</math> menos <math>\frac{15}{24}</math> fração encontrada do total de Mateus e Gabriel juntos que resulta <math>\frac{9}{24}</math> que representa a quantia recebida por Vítor.</p>	<p><b>Técnica [τ]:</b> A <math>\tau_3</math> necessita a divisão das quantias iniciais pelo denominador do operador e multiplicação do resultado pelo numerador do operador. Será necessário realizar a divisão do valor total para estabelecer a quantia que cabe a cada um receber, sendo o total 360, realizar a divisão pelo número fracionário correspondente a cada indivíduo. Assim procedemos com o fracionário corresponde a Mateus, pegamos o valor inicial que é 360 e seu número fracionário</p>

<p>se a fração <math>\frac{8}{24}</math>, sabendo-se que <math>\frac{8}{24}</math> é equivalente à <math>\frac{1}{3}</math> em seguida representa - se as frações para concluirmos com a soma das frações obtidas: <math>\frac{7}{24} + \frac{1}{3} = \frac{7}{24} + \frac{8}{24} = \frac{15}{24}</math>.</p>	<p>Portanto, <math>\frac{24}{24} - \frac{15}{24} = \frac{9}{24}</math>.</p>	<p>correspondente de <math>\frac{15}{24}</math>, dividimos 360 pelo denominador que é o número 24 resultando em 15, depois multiplicamos pelo numerador que é 7, resultando no número 105 e transformando em valores monetários usando a notação necessária; R\$105,00. A sentença matemática trata-se (<math>360 : 24 = 15</math>; <math>15 \times 7 = 105</math>). Para achar os valores correspondes dos outros dois meninos, procedemos da mesma forma, utilizando-se da mesma técnica.</p>
<p><b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das estruturas aditivas de números fracionários.</p>	<p><b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das operações de subtração com números fracionários.</p>	<p><b>Tecnologia [0]:</b> Propriedades das operações de números fracionários; Transformar grandezas pela ação de dois operadores.</p>
<p><b>Teoria [0]:</b> Números Racionais.</p>	<p><b>Teoria [0]:</b> Números Racionais.</p>	<p><b>Teoria [0]:</b> Números Racionais; Concepção de operador.</p>

Fonte: A Autora

Esta é uma tarefa que envolve grandezas contínuas, o conceito é de equivalência, as concepções são parte-todo e operador, enquadrando na Habilidade EF05MA07 da BNCC. Nesta atividade trabalha-se a ideia de número fracionário que representa determinada quantia ou valor, abordado apenas nesta obra; os alunos são desafiados a efetuar a adição e subtração de números fracionários de denominadores diferentes.

A apresentação do trabalho com os números fracionários deste subtítulo é apresentada com variações de procedimentos para obtenção de um número fracionário com o mesmo denominador (fração equivalente), na sequência apresentam atividades a serem desenvolvidas pelos alunos.

Diferentemente do livro anterior, esta atividade apresenta a adição e subtração de números fracionários com denominadores diferentes., então categorizamos a atividade como  $C_3$ , propostas de atividades com a concepção operador, desenvolvida em uma situação problema que levem o aluno a refletir sobre o procedimento adotado, portanto, requer um pouco mais de raciocínio do aluno pela manipulação do não-ostensivo, ou seja a representação fracionária representada na língua natural, pode ter

no sistema de escrita dos números fracionários outras representações como os números fracionários equivalentes Silva(2005).

As técnicas podem ser diferenciadas conforme o nível de conhecimento do aluno, podendo ser pela fatoração simultânea encontrada pelo Mínimo, Múltiplo Comum (M.M.C.), também pela tabela de divisores de cada número (eficiente quando em números pequenos), quando os denominadores são múltiplos e pela equivalência dos números como nosso tratamento, pelo fato de que os alunos talvez não consiga operar de outras formas pela sequência que o livro didático apresenta, portanto, dividimos o numerador e denominador por mesmo número (inteiro) para encontrar o denominador com o mesmo número, para então realizar a adição de números fracionários, agora com denominadores iguais.

Figura 22 - Fração e porcentagem

6. Complete cada item com os números adequados.

a. 10% de 256  $\rightarrow \frac{1}{10} \times 256 = \underline{25,6}$

b. 25% de 775  $\rightarrow \frac{1}{4} \times 775 = \underline{193,75}$

c. 50% de 835  $\rightarrow \frac{1}{2} \times 835 = \underline{417,5}$

d. 75% de 1 250  $\rightarrow \frac{3}{4} \times 1 250 = \underline{937,5}$

e. 100% de 400  $\rightarrow \frac{1}{1} \times 400 = \underline{400}$

Fonte: Ribeiro e Pessôa (2017, p. 152)

Quadro 23 - Análise praxeológica dos exercícios da figura 22

<b>Tarefa [T]:</b> A tarefa $T_1$ identificar a fração.
<b>Técnica [τ]:</b> A $\tau_{21}$ que consiste em estabelecer a fração que corresponde a porcentagem de um número natural, $\tau_{24}$ que corresponde a divisão das quantias iniciais pelo denominador do operador e multiplicação do resultado pelo numerador do operador e $\tau_{22}$ que compete transformar a porcentagem de um número em representação decimal. Para a resolução da atividade devemos estabelecer a identificação da porcentagem com o número fracionário, relacionando as representações associando 10% a décima parte; 50% a metade; 25% a quarta parte, 75% a três quartos e 100% ao inteiro, respectivamente. Encontrado a representação fracionária, divide-se as quantias determinadas pelo denominador do operador e multiplicação do resultado pelo numerador do operador. Relacionando 10% a correspondência de $\frac{1}{10}$ do total da quantia estabelecida, divide-se a quantia total de 256 : 10 que representa o denominador da fração, obtemos 25,6 e depois multiplica-se pelo numerador 1 da fração, em seguida representar o resultado pelo número decimal; assim representado temos: ( 256 : 10 = 25,6 x 1 = 25,6).
<b>Tecnologia [θ]:</b> Estruturas operacionais do número racional.
<b>Teoria [Θ]:</b> Números Racionais.

Fonte: A Autora

A última tarefa analisada neste livro aborda a porcentagem, número fracionário e número decimal, por este motivo caracterizamos como  $C_3$ , tratando-se da concepção operador relacionado a porcentagem, envolvendo a Habilidade EF05MA06 da BNCC, assim entendendo a técnica do operador (valor porcentual dividido por cem,  $\% / 100$ ), deve agir sobre o número natural determinado.

O diferencial desta atividade é a integração do número fracionário, relacionado com porcentagem e número decimais; correlacionando a grandeza relativa destes números racionais.

Nomeadamente, os alunos precisam compreender a porcentagem: 1) apesar da sua linguagem aparentemente aditiva (por exemplo, 10% menos em relação ao valor inicial) traduz uma comparação entre dois números ou quantidades, de natureza multiplicativa; 2) possui propriedades de número racional, pelo que não pode ser interpretada sem ter em conta o referente, e pode ser transformada numa fração ou num decimal; 3) traduz uma relação parte-todo, mas também de razão, envolvendo conjuntos diferentes; 4) descreve uma situação fixa, representando como diferentes quantidades se relacionam entre si. (De corte et al., 2005; Parker & Leinhardt, 1995; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003, apud Guerreiro; Serrazina e Ponte, 2018).

Embora a porcentagem e números fracionários não estejam dentro do capítulo específico para o conteúdo dos fracionários, este é trabalhado depois dos números decimais como porcentagem. Essa multiplicidade de interpretações mostram a importância do trabalho conjunto entre as representações dos números racionais apresentando exploração de situações que levam o aluno a refletir sobre o procedimento adotado para a resolução da tarefa, utilizando a manipulação do não-ostensivo da língua natural para a representação de números fracionários, a porcentagem e a representação no sistema decimal, que de certa forma torna a tarefa inteligível.

Ressaltamos que apesar da Habilidade descrita na BNCC sugerir o uso da calculadora, no livro, não sugere a utilização desta ferramenta como recurso didático, nesta atividade, nem mesmo foi sugerida para simples conferência dos resultados, pressupondo que o aluno já tenha domínio da operação com os números decimais e a conversão entre ambos.

Na análise da obra sobre o conteúdo dos números fracionários, observamos que as atividades estão elaboradas explorando os conhecimentos já propostos nos anos anteriores consolidando com novos conhecimentos agregando o uso de jogos e temas contemporâneos que fazem parte do cotidiano dos alunos.

A obra não apresenta o Material do Professor – Digital, porém, na parte das orientações para o professor descreve o acompanhamento das aprendizagens, apresenta mais atividades que podem ser exploradas e no final do capítulo dicas de leituras para saber mais sobre os números fracionários.

A seguir é apresentado o quadro de praxeologias identificadas nas atividades analisadas.

**Quadro 24 - Praxeologias Pontuais**

Figura	Tipo de tarefa	Bloco Prático Técnico	Concepção	Grandeza	Gráfico	Habilidade
3	$T_1$	$\tau_1$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03
4	$T_6$ e $T_7$	$\tau_{22}$ , $\tau_4$ , $\tau_{26}$	Operador	Contínua	$C_3$	EF05MA03
5	$T_8$	$\tau_1$ e $\tau_{10}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03
6	$T_3$ e $T_{10}$	$\tau_1$ e $\tau_5$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03 EF05MA04
7	$T_5$ , $T_2$ e $T_1$	$\tau_1$ , $\tau_{18}$ , $\tau_7$	Quociente	Contínua	$C_2$	EF05MA03
8	$T_{11}$ , $T_{32}$	$\tau_2$ e $\tau_{29}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03
9	$T_{11}$ , $T_9$	$\tau_9$ e $\tau_1$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03
10	$T_9$	$\tau_5$ , $\tau_{15}$	Operador	Contínua	$C_3$	EF05MA03
11	$T_1$	$\tau_{10}$ e $\tau_{11}$	Razão	Discreta	$C_4$	EF05MA03 EF05MA07
12	$T_2$	$\tau_{12}$ e $\tau_{10}$	Operador	Contínua	$C_3$	EF05MA08
13	$T_{24}$	$\tau_{13}$	Razão	Contínua	$C_4$	EF05MA06
14	$T_{25}$	$\tau_{18}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA03
15	$T_2$	$\tau_1$	Parte-todo	Discreta	$C_1$	EF05MA03
16	$T_6$	$\tau_3$	Operador	Contínua	$C_3$	EF05MA05
17	$T_{29}$	$\tau_9$ , $\tau_{10}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA07
18	$T_{15}$	$\tau_{19}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA07
19	$T_{15}$ , $T_{33}$ e $T_9$	$\tau_2$ , $\tau_{24}$ e $\tau_{15}$	Operador	Contínua	$C_3$	EF05MA03
20	$T_2$	$\tau_1$ , $\tau_{10}$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA07
21	$T_8$ , $T_{10}$ e $T_{30}$	$\tau_{20}$ , $\tau_{25}$ e $\tau_3$	Parte-todo	Contínua	$C_1$	EF05MA07
22	$T_1$	$\tau_{21}$ , $\tau_{24}$ e $\tau_{22}$	Operador	-----	$C_3$	EF05MA06

Fonte: Elaborado pela Autora

Os livros didáticos analisados não aboliram os exercícios mecânicos completamente, são comuns nas diversas obras, mas priorizam outras formas de ensinar matemática. Muito comum nos anos 80, segundo Curi (2004), a influência do tecnicismo mecanicista era parte do aprendizado dos professores e as mesmas reproduziam com os alunos.

Pesquisas desenvolvidas por Fiorentini (1995), Souza (2013), Pereira (2015) ressaltam que o ensino tecnicista mecanicista enfatiza o uso de regras, técnicas e

algoritmos repetidamente sem a preocupação com a justificativa. O caráter mecânico era a ênfase a repetição de modelos matemáticos com exercícios repetitivos não levando em conta a compreensão, a reflexão, a análise, a prova, a justificativa e a argumentação.

A BNCC trouxe uma proposta diferenciada abordada em partes pelos livros didáticos, apesar de conter ainda exercícios de repetição por modelos, as atividades propostas nos livros didáticos do PNL 2019, apresentam situações que estimulam a compreensão, levando os alunos a refletirem o que estão fazendo num processo que os levam a pensar o porquê da resolução e o resultado dos exercícios dando sentido a matemática

No quadro 24 sistematizamos os tipos de tarefas mobilizadas nas atividades analisadas.

**Quadro 25 - Tipos de tarefas**

<b>Tipo de tarefa</b>	<b>Descrição do tipo de tarefa</b>
T <sub>1</sub>	Identificar o número fracionário.
T <sub>2</sub>	Relacionar à uma figura um número fracionário
T <sub>3</sub>	Relacionar o fracionário a uma figura
T <sub>4</sub>	Identificar frações associando ao resultado de parte de um todo
T <sub>5</sub>	Identificar fracionários associando ao resultado de uma divisão
T <sub>6</sub>	Calcular a parte de um todo
T <sub>7</sub>	Representar por um número natural o valor fracionário
T <sub>8</sub>	Identificar e representar números fracionários inteiros
T <sub>9</sub>	Comparar e ordenar números racionais positivos na forma fracionária
T <sub>10</sub>	Identificar e representar números fracionários equivalentes
T <sub>11</sub>	Distribuir igualmente X objetos em um número y de partes
T <sub>12</sub>	Reconhecer e interpretar números mistos
T <sub>13</sub>	Identificar um número fracionário dado em uma figura
T <sub>14</sub>	Comparar e operar com números mistos.
T <sub>15</sub>	Determinar uma razão
T <sub>16</sub>	Localizar e representar números racionais na forma fracionária
T <sub>17</sub>	Resolver problemas de multiplicação envolvendo números racionais
T <sub>18</sub>	Efetuar multiplicação de um número natural por um número na forma fracionária
T <sub>19</sub>	Desenvolver a noção de porcentagem e sua relação com a fração centesimal.
T <sub>20</sub>	Associar as representações 25%, para calcular porcentagens.
T <sub>21</sub>	Determinar a probabilidade de ocorrência de um evento em um experimento aleatório em que cada resultado possível tem a mesma chance de ocorrer.

T <sub>22</sub>	Transformar um número natural em um número fracionário.
T <sub>23</sub>	Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100%, respectivamente, a décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens
T <sub>24</sub>	Determinar a porcentagem de uma quantidade
T <sub>25</sub>	Compor inteiros e determinar fracionários
T <sub>26</sub>	Transformar grandezas pela ação de um operador fracionário
T <sub>28</sub>	Efetuar adição de frações impróprias
T <sub>29</sub>	Localizar o ponto que número fracionário ocupa na reta numérica.
T <sub>30</sub>	Escrever a representação fracionária de um número natural
T <sub>31</sub>	Determinar a porcentagem de um número através da representação fracionária
T <sub>32</sub>	Justificar e comparar a razão.

Fonte: A Autora

A seguir, apresentamos o quadro das técnicas que utilizamos para responder a cada tarefa solicitada.

**Quadro 26 - Tipos de técnicas**

<b>T</b>	<b>Descrição dos tipos de técnicas</b>
<b>τ<sub>1</sub></b>	Dupla contagem das partes.
<b>τ<sub>2</sub></b>	Comparar as quantidades dadas.
<b>τ<sub>3</sub></b>	Divisão das medidas iniciais pelo denominador do operador e multiplicação do resultado pelo numerador do operador.
<b>τ<sub>4</sub></b>	Multiplicar o numerador da primeira pelo denominador da segunda e verificar se o resultado é igual ao produto do denominador da primeira pelo denominador da segunda.
<b>τ<sub>5</sub></b>	Multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero
<b>τ<sub>6</sub></b>	Comparar operadores multiplicando o numerador da primeira pelo denominador da segunda e verificar se o resultado é igual ao produto do denominador da primeira pelo denominador da segunda
<b>τ<sub>7</sub></b>	Dividir todos os objetos em Y partes e considerar X dessas partes
<b>τ<sub>8</sub></b>	Dividir o todo em X partes e considerar X dessas partes.
<b>τ<sub>9</sub></b>	Manter objetos inteiros e dividir só o que for necessário
<b>τ<sub>10</sub></b>	Efetuar a adição com números na forma fracionária
<b>τ<sub>11</sub></b>	Efetuar a subtração com números na forma fracionária
<b>τ<sub>12</sub></b>	Agrupar as partes
<b>τ<sub>13</sub></b>	Estabelecer relações entre dois valores tendo como base a porcentagem
<b>τ<sub>14</sub></b>	Identificar a quantidade de partes na situação parte-parte no mesmo inteiro por dupla contagem, e escrever na forma fracionária para determinar a razão
<b>τ<sub>15</sub></b>	Estabelecer a equivalência entre as frações para comparação entre elas
<b>τ<sub>16</sub></b>	Soma das partes para compor o todo, com a adição de frações.
<b>τ<sub>17</sub></b>	Dividir o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de 0( zero)

$\tau_{18}$	Relacionar as partes
$\tau_{19}$	Situação parte a parte
$\tau_{20}$	Identificar se o denominador da primeira é múltiplo da segunda.
$\tau_{21}$	Estabelecer a fração que corresponde a porcentagem de um número natural
$\tau_{22}$	Resolver Problemas de adição envolvendo fração.
$\tau_{23}$	Dividir as quantias iniciais pelo denominador do operador e multiplicar o resultado pelo numerador do operador
$\tau_{24}$	Interpretar a razão
$\tau_{25}$	Divisão de números naturais
$\tau_{26}$	Estabelecer relações entre duas representações numéricas de naturezas diferentes.
$\tau_{27}$	Transformar um número natural em um número fracionário.

Fonte: A Autora

As técnicas aqui relacionadas, foram elaboradas especificamente para solucionar as tarefas mobilizadas para as análises dos recortes selecionados.

As técnicas foram elaboradas conforme sugestão de resposta apresentada pelo autor, portanto não é a única que possa ser utilizada para a realização das mesmas tarefas.

Os temas do conteúdo do trabalho com as frações sugeridos nos livros didáticos seguem a orientação da BNCC conforme quadro abaixo.

**Quadro 27 - Atividades trabalhadas em cada livro**

Tema	Total de atividades apresentadas no livro Buriti Mais Matemática	Total de atividades apresentadas no livro Novo Pitangá	Habilidades da BNCC
Leitura de frações	4	5	EF05MA03
Fração de uma quantidade	5	9	EF05MA03
Fração que representa um número natural	7		EF05MA03 EF05MA04
Frações equivalentes	11	8	EF05MA03 EF05MA04 EF05MA05
Fração como representação de quociente	5		EF05MA03
Número misto	6	6	EF05MA03 EF05MA07
Comparação de frações	4	9	EF05MA04 EF05MA05
Adição e Subtração de frações	10	9	EF05MA04 EF05MA07
Multiplicação com fração	6		EF05MA08
Porcentagem	9	11	EF05MA06 EF05MA08

Fonte: A Autora

Na análise dos dois livros analisados estão dentro das orientações contidas no Guia do PNLD, nas coleções, a abordagem metodológica predominante consiste em valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, problematizar situações que os coloquem de forma ativa frente a sua aprendizagem, Uma observação pontual acerca das atividades é a falta de tarefas que direcionam para a sistematização dos conteúdos, necessitando a intervenção do professor para organizar seus procedimentos e registros.

São apresentadas diferentes estratégias de abordagem dos conteúdos, sendo a mais recorrente a metodologia que envolve a resolução de problemas. São propostas situações problema nas quais o aluno é convidado a pensar e estruturar suas próprias resoluções.

A maioria das atividades propostas oportunizam experiências de investigação, comparações ou percepção de regularidades para a generalização de procedimentos. Apesar de haver situações de aprendizagem que privilegiam a aplicação direta de algoritmos e a repetição de procedimentos de resolução.

Os dois livros apresentam o trabalho com números fracionários iniciando com exploração das ideias de metade, chegando à exploração das noções de equivalência importante para a compreensão do conceito que envolve os números fracionários; enfatizam a ideia de números fracionários como parte de um todo contínuo ou discreto, ficando a cargo do professor evidenciar as ideias implícitas de razão, quociente e operador.

No encarte do professor encontram-se as orientações gerais para dinamizar as aprendizagens dos alunos, com intuito do professor adotar estratégias diversas para abordar os conteúdos, de modo que o aluno participe de forma mais ativa no processo de aprendizagem.

No manual digital do professor encontra-se outras propostas de atividades e ficha de avaliação de aprendizagem dos conteúdos.

O próximo capítulo apresenta a conclusão e as considerações finais desta dissertação.

## 7.0 CONCLUSÃO

Nosso enfoque sobre os livros didáticos de Matemática e o ensino dos fracionários parte de um apontamento feito a mais de duas décadas atrás por Silva (1997).

Como o livro didático é o guia de trabalho da maioria dos professores, estes seguem somente as suas sugestões, a sua sequência de conteúdo e fazem com que os alunos pratiquem seus conhecimentos através de seus exercícios. No Brasil, por conta da formação do professor e da existência de leigos no magistério, torna-se um instrumento muito poderoso. (SILVA, 1997, p. 36)

Baseados em nossas análises o estudo dos números fracionários em dois livros didáticos do 5º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático PNLD-2019 nos apontam evidências que os livros se adequaram às recomendações da BNCC, apresentando exercícios e orientações cada vez mais significativos para a aprendizagem do aluno.

A partir da questão norteadora deste estudo “Quais praxeologias os livros didáticos de matemática do 5º Ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental indicados pelo PNLD 2019 analisados, apresentam em relação ao conteúdo dos números fracionários? E quais concepções dos números fracionários são contempladas nessas organizações identificadas?”, também serão retomados os objetivos estabelecidos e por fim como são trabalhados as concepções de números fracionários nas coleções analisadas, apresentamos aqui uma discussão dos resultados obtidos.

Nosso estudo centrou no propósito de analisar como os temas e conceitos sobre frações estão desenvolvidos nos dois livros de matemática do 5º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2019, sendo uma pesquisa qualitativa, feitas à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD)- com observação da organização praxeológica desenvolvida em cada coleção, sendo as obras escolhidas para essa análise: Buriti Mais; editora Moderna; Toledo(Ed.)(2017) e Novo Pitangá; editora Moderna; Ribeiro e Pessôa (2017), ambos manuais do professor.

Esclarecemos que os documentos oficiais como a BNCC e os PCN tratam o conceito de número racional em sua representação fracionária como **fração**, nessa dissertação usamos a terminologia de números fracionários.

Os recortes das atividades que apresentamos na seção anterior foram os resultados das análises de vários aspectos que levamos em consideração após olhar as praxeologias matemáticas presentes nos livros. Após a análise das praxeologias das tarefas de ambos livros analisados sobre os números fracionários, identificamos possibilidades de utilização de uma ou mais técnicas para a resolução das tarefas solicitadas, com as respostas apresentadas pelo autor, ficando sob responsabilidade do professor identificar e validar quaisquer técnicas utilizadas pelos alunos.

Nossa análise baseou-se nas Habilidades descritas na BNCC com as quais os dois livros didáticos analisados, levaram em consideração para elaboração dos temas abordados conforme descrito em cada subtítulo do capítulo.

Com o intuito de verificar a abordagem das frações nas propostas de atividades matemáticas contidas nestas coleções de Livro Didático e estabelecidos as cinco categorias nas propostas das atividades, verificamos no Livro Buriti mais Matemática 36 atividades de  $C_1$ , 11 de  $C_2$ , 14 de  $C_3$  e 6 de  $C_4$  e 0(zero) de  $C_5$  no livro Novo Pitangua: 31 de  $C_1$ , 18 de  $C_2$ , 6 de  $C_3$  e 2 de  $C_4$  e 0 (zero) de  $C_5$ , divididos em todas temáticas de números fracionários.

Para elaborar as categorizações para a seleção das atividades recorreremos às recomendações da BNCC (2017), as propostas de atividades apresentadas no Livro Didático e a TAD mostrando a possibilidade de apresentar várias tarefas que desenvolvam o raciocínio do aluno por estratégias diferenciadas, entretanto, verificamos atividades que o livro apresenta com tarefas que só permitem a mobilização de uma técnica, que caracteriza a repetição do mesmo saber-fazer.

O quadro de tarefas e técnicas foi elaborado com referência aos recortes das atividades analisadas e de acordo com as praxeologias para resolução do exercício a partir da resposta sugerida pelo autor.

Em se tratando de alunos de 5º anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que ainda se reportam a representação figural e outras estratégias, descrevemos o pensamento de Casabó (2001), as tarefas propostas, as técnicas utilizadas, os elementos descritivos, justificativos, assim como as teorias são construídos para esse processo com base nos objetos não ostensivos, que permitem a existência dos ostensivos institucionalmente apropriado numa percepção visual e ainda os tornam compreensíveis quando os alunos a manipulam. Evidentemente, segundo a autora, os ostensivos e os não-ostensivos interferem nos componentes que formam uma praxeologia matemática.

Gostaríamos ainda de salientar que o uso da TAD nos permitiu observar, também, mudanças do registro figural, que as concepções e as relações entre elas são mobilizadas a pedido de diferentes tipos de tarefas; que são cumpridas satisfatoriamente pela construção de técnicas diversas.

As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. (BRASIL, 2017, p. 531)

Para Chevallard (1999) uma Praxeologia Matemática orienta o professor na escolha de situações propícias do que se pretende ensinar, bem como as possíveis técnicas a serem mobilizadas em suas resoluções, sendo estas técnicas explicadas e validadas por tecnologias que são justificadas por teorias pertinentes ao tema em estudo.

Como escolha teórica, para compreender as interpretações que tratam da conceitualização dos números racionais como parte-todo, quociente, medida, razão e operador; optamos pelas ideias de Artigue (1990), para a autora as concepções tendem a evidenciar diversos pontos de vista para um mesmo objeto matemático, diferenciando os modos de tratamento que lhe são associados, também o saber que se quer ensinar e os conhecimentos adquiridos pelos alunos.

Em resposta a nossa questão de pesquisa: Quais praxeologias os livros didáticos de matemática dos 5º Ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental indicados pelo PNLD 2019 analisados, apresentam em relação ao conteúdo dos números fracionários? E quais concepções dos números fracionários são contempladas nessas organizações identificadas?

Para responder esta pergunta foram analisadas as respostas sugeridas em cada um dos livros, enquanto autores da obra, na resolução de certa tarefa e o que os documentos oficiais vigentes preconizam como conhecimentos a serem aprendidos para estes alunos.

Percebemos que a iniciação do tema é explorada com uma exemplificação de atividade e que as posteriores seguem o mesmo raciocínio, o autor expõe a técnica utilizada como exemplo de resolução, permite ainda ao aluno a possibilidade de utilizar técnicas diferenciadas dependendo de cada caso. Ainda identificamos que os subtítulos

apresentados nas temáticas para o trabalho com números fracionários, por vezes, acabam interferindo na interpretação ou exploração dos exercícios.

Daremos como exemplo as frações equivalentes, os autores trabalham a ideia explorando a linguagem do proporcional e explicitam a forma de obtenção dessa equivalência multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número diferente de zero, inclusive algumas tarefas apresentam a manipulação dos ostensivos como a representação figural para tornar a tarefa inteligível.

Seguindo as orientações da BNCC os autores podem explorar essa equivalência representando-as na reta numérica como sugere também Pereira (2015) como visto em nossa revisão de literatura, entretanto verificamos poucas atividades abordando essa possibilidade muito restritamente.

Um outro exemplo é o uso do número misto sem a abordagem do número fracionário com o numerador maior que o denominador (fração imprópria), justamente pelo subtítulo do capítulo do livro estar explorando os números mistos.

Na parte destinada à orientação aos professores, os livros sugerem outras possibilidades de abordar as atividades, como por exemplo o material manipulativo, para que os alunos ampliem essas representações com discussões entre os pares e para tanto compete ao professor avaliar o percurso e resultados dos alunos.

Para responder nossa segunda pergunta: Quais concepções dos números fracionários são contempladas nessas organizações identificadas?

Por se tratar de tarefas distintas, cada atividade exigiu uma ou mais técnicas, distinção de grandezas contínuas e discretas e a concepção adotada para a resolução. A Teoria Antropológica do Didático (TAD) possibilitou o estudo das praxeologias empregadas em cada tarefa, possibilitando serem empregadas outras técnicas de acordo com as concepções já apropriadas pelos alunos.

Para exemplificar essa possibilidade, voltamos às frações equivalentes com a seguinte situação: De cada 5 alunos, 3 são meninas, e de cada 10 alunos 6 são meninas. Trata-se de uma razão, mas também estabelece a equivalência entre as situações.

Quando tratamos de equivalência e a concepção razão em algumas situações; o aluno pode não identificar que estamos falando da mesma coisa de maneiras diferentes, cabe ao professor fazer essa inferência para ampliação do conhecimento na aprendizagem do conteúdo.

Estudos anteriores relatados na revisão bibliográfica, identificam como também nesta dissertação, a predominância da concepção parte-todo nas tarefas, mas

também o ensino agregado de outras concepções de frações como operador, quociente e razão, deixando a desejar o trabalho com a concepção medida, que não foi abordada em nenhuma das obras analisadas.

Percebemos que os livros analisados contemplam os questionamentos encontrados em outras pesquisas sobre o Livro Didático, Souza (2013) aponta valorização do uso de regras, não incentivando o cálculo mental; Malheiros (2011) verifica existir poucas atividades com registro figural; Damico (2007) conclui dificuldades na resolução de problemas de fração. Diante destas constatações, evidentemente, o que o Livro Didático possa não suprir, são as dificuldades do professor apontada por vários pesquisadores da nossa revisão bibliográfica. Silva (1995,1997); Santos (2005); Teixeira (2008), Souza (2013) e Pereira (2015).

Uma observação importante feita por Marcelino (2018) em sua análise que coincide com a nossa, foi do ensino dos fracionários apresentadas em blocos separados dificultando que os alunos percebam aspectos relevantes das propriedades dos fracionários e defende o ensino dos números fracionários não fragmentado dos números decimais e a utilização de ferramentas apropriadas para sistematização e compreensão por parte dos alunos

Submetidos a prática desses manuais, os professores costumam reproduzir as Organizações Matemáticas sugeridas nos Livros didáticos, por reprodução de atividades por temas ou operações com ênfase nas repetições de técnicas e procedimentos para tentar garantir o ensino e a aprendizagem, prioriza o ensino fragmentado do conteúdo, portanto, cabe ao professor propiciar uma Organização Didática que viabilize o ensino dos números fracionários para os alunos.

Quando a temática são números mistos, seguem uma sequência de exercícios com números mistos, assim sucedem: a multiplicação com frações, frações equivalentes entre os outros temas, além do ensino separado dos números fracionários dos números decimais, entretanto, contemplando as habilidades sugeridas pela BNCC.

Como resultado do nosso objetivo, após analisar as atividades sobre números fracionários propostos nos livros didáticos de matemática dos 5º anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, verificando se essas praxeologias têm potencial para preparar o aluno para a construção do conceito de números fracionários?

As análises mostraram que, as atividades dos livros didáticos tem potencial para preparar os alunos para a compreensão das concepções de números fracionários, embora essas concepções serem identificadas conforme a técnica de resolução de cada

tarefa, e apresentam praxeologias com situações implícitas e explícitas nas quais, mesmo que essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes devem fazer essas interpretações para o êxito da institucionalização.

Sabendo-se que o cálculo mental faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples, como contar, comparar e operar sobre as quantidades, é necessário ampliar nas atividades a serem desenvolvidas na sala de aula, o repertório de procedimentos de cálculo. O(a) estudante se torna mais seguro(a) quando tem como apoiar-se em diferentes maneiras de calcular. No entanto, cabe a ele(a) a escolha do procedimento que melhor se adapte a uma determinada situação (em função dos números e das operações envolvidas.) Para tanto, devemos oportunizar que esses procedimentos façam parte da dinâmica do trabalho a ser apresentado nas aulas de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. (BRASIL, 2001, p. 76)

Com relação aos PCN (2001) e também em relação à revisão bibliográfica é importante destacar que as pesquisas elencadas apontam que no Brasil, os professores se apoiam quase que exclusivamente no Livro Didático, que por vezes são de qualidade insatisfatória.

No que diz respeito ao ensino dos números racionais nos PCN; estes reforçam a ideia que os números fracionários assumem diferentes significados em diversos contextos: relação parte-todo, divisor e razão e acrescentam que as interpretações podem ser diferentes conforme o contexto aplicado.

Entendemos que a BNCC é o documento mais recente que norteia os conteúdos a serem ensinados, entretanto quando retrata as Habilidades que os alunos devem desenvolver, apenas generaliza os procedimentos como: identificar, representar, comparar, ordenar, resolver problemas de cálculos por repetições operatórias e de procedimentos, sem ênfase no tratamento dos significados que envolvem os números fracionários, diferentemente das orientações dos PCN.

Neste sentido, é relevante que o ensino dos fracionários estejam presentes nas coleções de livros didáticos. Sobretudo, a análise desse conteúdo em livros didáticos, para a escolha, torna-se extremamente importante avaliar as propostas de atividades sobre os números fracionários e suas significações, verificando se apresentam como facilitadores da aprendizagem neste conteúdo que é tão complexo.

Ainda verificar se as coleções adaptaram adequadamente as orientações da BNCC apresentando situações cotidianas, matemática em textos, jogos, uso de recursos e materiais manipulativos, contextualização com outras disciplinas e conteúdos, se oferecem possibilidades de uso de recursos tecnológicos e possibilidades de uso de estratégias próprias para a resolução de situações problema. Mesmo sendo atributos necessários para as obras serem aprovadas pelo PNLD, estes apresentam-se de forma isolada, contemplando um ou outro capítulo.

Com o advento da BNCC, podemos dizer que o conteúdo dos números racionais na representação fracionária apresentam-se estruturadas e adequadas para o Ano escolar indicado, conforme as habilidades condizentes na BNCC, mesmo assim em seus manuais sugerem ao professor buscar outras propostas e metodologias para a efetiva aprendizagem do aluno, os quais, muitas vezes estes apresentam dificuldades, devido à formação insatisfatória nos conteúdos relacionados a este tema, segundo Silva (2007), Teixeira (2008), Souza(2013) e Pereira (2015).

Contudo concluímos que ocorreram grandes avanços nas propostas dos livros didáticos com a entrada em vigor da BNCC; por ser umas das primeiras obras do PNLD aprovadas com esta proposta, entendemos que muitos avanços ainda surgirão para as novas escolhas, conforme também novos estudos podem ajudar na melhor formulação das próximas coleções matemáticas, principalmente no tocante das aprendizagens por etapas, que viabiliza uma sequência de aprendizagens segmentadas por anos escolares substancialmente no ensino das frações que se concentrava quase que totalmente no 6º ano escolar.

Em fase inicial, este é o primeiro programa do PNLD com distribuição de livros de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e entendemos que sozinho não promoverá mudanças bruscas no conhecimento, tão quanto promover equidade, distantes da realidade presente na Educação Básica do Brasil, contudo implicará em mudanças na prática e na formação dos professores, passo primordial para melhorias na qualidade da educação brasileira.

Ainda ressaltamos o papel do professor na maximização do potencial dos livros didáticos, uma vez que para extrair esses potenciais o professor deve ler previamente todas as orientações propostas no manual do professor, visto que as propostas do uso de recursos e materiais didáticos estão encaminhados por ali. Essencial também para ampliar possibilidades de metodologias didáticas que a obra oferece como sugestão, facilitador para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que são

polivalentes e não especialistas da área, sobretudo para não resvalar do que é realmente importante e eficaz na aprendizagem do aluno.

Consideramos indispensável que os professores tenham interesse e autonomia para complementar o livro com atividades diferenciadas, que abordem as concepções de números fracionários, adequando às realidades dos alunos de forma acompanhar e corrigir percursos trilhados por eles.

Com o advento da BNCC, reconhecemos em nossa pesquisas a abertura para diversas teorias e pesquisas em educação matemática de forma articulada, ressaltamos em nosso entendimento que, não bastaria apenas tal mudança isolada sob pena do livro didático se tornar tão complexo, que em vez de abarcar novas perspectivas excluiria o próprio livro didático de seu importante papel em favor de atividades prontas em *sites* e blogs da internet, impressas sem critérios para cumprir o conteúdo, que por vezes não apresentam o cuidado necessários para a escolha das atividades sobre os números fracionários, as quais apresentam os livros didáticos que foram aprovados pelo PNLD.

Necessita da conscientização e convencimento do professor em revisitar suas crenças pedagógicas para um olhar diferente quanto ao livro didático, que amplie o conhecimento de suas facetas verticalmente e horizontalmente; verticalmente por nós entendido no sentido de abarcar as diversas teorias e horizontalmente quando amplia as relações acerca do objeto matemático em suas diversas perspectivas em especial o estudo dos números fracionários. Para tanto acreditamos que sem uma adequada formação do professor, seja ela inicial ou em serviço, e sem a análise dos manuais, o livro didático pode tornar-se um “cardápio” em que o professor escolhe apenas o que lhe apetece, desperdiçando todo o potencial que o livro oferece.

Concluimos que as praxeologias adotadas pelos autores dos livros didáticos são eficientes para o ensino dos números fracionários e para futuras pesquisas, acreditamos ser importante a investigação da aplicação das tarefas analisadas nesses livros didáticos, verificando as praxeologias adotadas pelos alunos e analisar o resultado das aprendizagens.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique. In: **Recherche en didactique des mathématiques**, Vol. 10, no 2.3. Grenoble: La Pensée Sauvage éditions, 1990. p. 241-286.

ANJOS, Cristiano dos; SALES, Antônio: **Uma análise das técnicas utilizadas por alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental para representar uma fração em situações-problema envolvendo a relação parte-todo**. In: ANAIS DO V SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA/ TRABALHOS DE COMUNICAÇÃO ORAL; (2011), Mato Grosso do Sul: 12 p, V.5 n. 1; 2011. Disponível em: <<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas04SEIEM/IVsimposio.pdf>>. Acesso em: 22 mar. 2021.

BEHR, MJ, HAREL G., POST T.R., & LESH, R. (1992). **Número racional, razão e proporção**. Em DA Grows (Ed.), Manual de pesquisa sobre ensino e aprendizagem de matemática: um projeto do Conselho Nacional de Professores de matemática( pp. 296-333). Macmillan Publishing Co, Inc.

BEZERRA, Francisco José Brabo. **Introdução ao conceito de número fracionário e suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula**. 2001. 220 p. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. Recherche en Didactique des Mathématiques, 19/1, 77-124.

BRANDT, Célia Fink; MORETTI, Mércles Thadeu. **O papel dos registros de representação na compreensão do sistema de numeração decimal**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.7, n. 2, p. 201-227, jul./dez. 2005.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017.

\_\_\_\_\_. **Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF 3ª. Ed., 2001.

\_\_\_\_\_. **Ministério da Educação. PNLD 2019: Matemática – guia de livros didáticos - Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2018. 200 p.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O Sentido do Número no currículo de matemática. In: **O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Editora Escolar, 2008.

CANOVA, R. F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino fundamental com relação à fração**. 2006. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

CASABÓ, Marianna Bosh. **Un ponto de vista antropológico: la evolución de los “instrumentos de representación” em la actividad matemática**. In: QUARTO SIMPÓSIO DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EM EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Huelva: Universidade de Huelva, 2001. Disponível em: <<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas04SEIEM/IVsimposio.pdf>>. Acesso em: 19 nov. 2021.

CATALANI, E. M. T. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento da fração**. 2002. 148 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CATTO, G. G. **Registros de representação e o número racional: uma abordagem em livros didáticos**. 2000. 168 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

CAVALCANTI, Érica Michelle Silva; GUIMARÃES, Gilda Lisboa; **Diferentes significados de fração: Análise de livros didáticos das séries iniciais**; 2º SIPEMAT, Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pernambuco, 2008.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos Fundamentais da Didáctica: As Perspectivas Trazidas por uma Abordagem Antropológica**. IN: BRUN, J. (org). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

\_\_\_\_\_. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L’approche anthropologique**. Cours donné à l’université d’été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998; paru dans les actes de cette université d’été, IREM de Clermonté Ferrand, p.91-120. 1998.

\_\_\_\_\_. **L’Analyse des Pratiques Enseignantes em Théorie Anthropologique du Didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19.2, 1999, p. 221-265.

CORDEIRO, M. P. da S. **Resolução de problemas de fração de crianças do 3º ano do ensino fundamental**. 2019. 139 p. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Paraná, São Paulo, 2019.

CURI, Edda. **Formação de Professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese Doutorado em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo, 2004.

DANTE, L.R. Livro Didático de Matemática: Uso ou Abuso? In: **Em aberto**. Brasília, v.26, n. 69, p.84, jan/mar.1996

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. 317p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

DEMARTINI, I. T. **Refletindo sobre a formação do conceito de número racional na forma fracionária**. 2009. 104 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Fundação Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2009.

FREITAS, Helena Costa Lopes de. **As novas políticas de formação dos educadores**. In: Formação do educador, Educação, demandas sócias e utopias. Ijuí: Editora Unijuí, 2007.

FREITAS, Olga. **Equipamentos e materiais didáticos**. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

GÉRARD, F.; ROEGIERS, X.: **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Porto Editora, 1998.

GOLFETI, S. M. **Análise de livro didático dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: conteúdos de Estatística Descritiva e o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP)**. 2017. 98f. Dissertação de Mestrado, Pontifícia universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2017.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, L.; DA PONTE, J. P. **A percentagem na aprendizagem com compreensão dos números racionais**. Zetetike, Campinas, SP, v. 26, n. 2, mai./ago.,2018, p. 354–374. DOI: 10.20396/zet.v26i2.8651281. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8651281>. Acesso em: 26 mai. 2021.

KIEREN, Thomas E.; “**Number and Measurement**”, In Mathematical, Cognitive and Instrucional Foundations of Rational Numbers, p. 101-144, Columbus, OH: EROC?SMEAC, 1976.

\_\_\_\_\_, “**Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development**”, In “Number Concepts and Operations in the Middie Grades, J. Hiebert & M. Behr (Eds), p. 162-181, 1988.

LAJOLO, Marisa; **Ver. 16 Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996. Disponível em: <http://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/issue/view/210>** Acesso em: 25 de novembro de 2021.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MALASPINA, M. da C. de O. **O início do ensino de frações: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental**. 2007. 184 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MALHEIRO, D. M. **Sugestões complementares para o ensino de números fracionários tendo por base a organização proposta pelo Estado de São Paulo após a nova proposta curricular**. 2011. 122 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

MAMEDE, E. **A compreensão do conceito de fração – Que papel têm as situações?** In: SIEM, 18., 2007. Actas [...]. Lisboa: APM, 2007.

\_\_\_\_\_. **E. Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino**. APM (Associação de Professores de Matemática), 2011. Disponível em: [http://www.apm.pt/files/\\_Conf05\\_4e7134f4987a9.pdf](http://www.apm.pt/files/_Conf05_4e7134f4987a9.pdf). Acesso em 26 de jul. 2021.

MARCELINO, Alcione Ludgerio; **Estudando sobre os números racionais no ensino fundamental**; . 2018. 50f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, – Universidade Federal Viçosa, Instituto de Educação, Florestal, MG.

MINAYO, M. C. **O desafio do conhecimento**. São Paulo/Rio de Janeiro: HUCITEC-ABRASCO, 1994.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental**. 2005. 218 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NETA, Natércia; SILVA, Érica Frações: **Um estudo à luz da Teoria Antropológica do Didático**. REDUC–Revista Eletrônica de Educação de Alagoas, vol. 02, n. 01, Mai. 2014. ISSN 2317-1170 Disponível em: <https://silo.tips/download/fraoes-um-estudo-a-luz-da-teoria-antropologica-do-didatico#>. Acesso em: 18 Mar. 2022.

NOGUEIRA, C. M. I.; BELLINI, M.; PAVANELLO, R. M. **O ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.

NUNES, T. et al. The effect of situations on children’s understanding. **Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on**, Oxford, Junho 2003.

NUNES, T. & BRYANT, P. (1997) **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas.

PARKER, M. (2004). **Reasoning and working proportionally with percent**. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9 (6), 326-330.

PARKER, M., & LEINHARDT, G. (1995). **Percent: A privileged proportion**. *Review of Educational Research*, 65(4), 421-481.

PEREIRA, Ana Paula Cabral Couto; **“O ensino de frações na Escola Básica: o currículo “Common Core” nos EUA, Hung-Hsi Wu e uma análise comparativa em dois livros didáticos do PNLD”** Mestrado Profissional em Matemática, Rio de Janeiro. UFF, 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTES, Edél Alexandre Silva. **Método de Polya para resolução de problemas matemáticos**: Uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. HOLOS, [S.l.], v. 3, p. 1-9, dez. 2019. ISSN 1807-1600. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703>>. Acesso em: 21 set. 2021. Doi: <https://doi.org/10.15628/holos.2019.6703>.

PLUVINAGE, François. **La nature des objets mathématiques dans le raisonnement**. In *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM de Strasbourg. 1998. P. 125-138.

ROJO, R. Materiais didáticos no ensino de línguas. In: LOPES, Luiz Paulo Moita (org.). *Linguística Aplicada na modernidade recente: festschrift para Antonieta Celani*. 1ª. Ed. São Paulo: Parábola, 2013.

ROSA, Marcelo Dáquino. **O uso do livro didático de Ciências por professores de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental: um estudo de abrangência nacional**. 2019. 184f. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. 2019.

SANTOS, Aparecidos dos. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: Um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. 2005. 196f. Mestrado em educação matemática. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 2005.

SCHEFFER, Nilce Fátima; POWELL, Arthur Belford. **Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) Revemop**, Ouro Preto, MG, v.1, n. 3p. 476-50, set./dez. 2019.

SCHUMANN, Lee S. *Knowledge and teaching: foundations of the new reform*. Harvard Educational Review, Cambridge, v.57, p.1-22, 1987.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a Introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 207 f. Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. 1997.

\_\_\_\_\_. Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 302 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SOARES, Magda. **Português na escola: história de uma disciplina curricular**. Revista de Educação da AEC, n.101,p. 9-26, out./dez.1996.

SOUZA, S. E. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar**. In: I ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO, IV JORNADA DE PRÁTICA DE ENSINO, XIII. SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM, Maringá, 2007. Arq. Mudi. Periódicos. Disponível em: <[http://www.pec.uem.br/pec\\_uem/revistas/arqmudi/volume\\_11/suplemento\\_02/artigos/019.pdf](http://www.pec.uem.br/pec_uem/revistas/arqmudi/volume_11/suplemento_02/artigos/019.pdf)>. Acesso em: 22 mar. 2021.

SOUZA, Gresiela Ramos de Carvalho; **Números racionais: concepções e conhecimento profissional de professores e relações com o livro didático e a prática docente**. 2013. 230 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-graduação em Educação, Cuiabá, Mato Grosso.

TARDIF, Maurice; **Saberes docentes e formação profissional**. 17.ed.-Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TEIXEIRA, Alexis Martins.; **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo**. 2008. 195f. Dissertação (Mestrado em ensino de Matemática)-Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

VERGARA, Sylvia C.; **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 3.ed.Rio de Janeiro: Atlas, 2000.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como ensinar**. Tradução de Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed, 1998.