

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Jefferson Barbosa Jimenez

**Uma Sequência Didática para o Ensino e Aprendizagem da Função
Afim com o uso da Robótica Estrutural**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo - SP

2021

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Jefferson Barbosa Jimenez

**Uma Sequência Didática para o Ensino e Aprendizagem da Função Afim com o
uso da Robótica Estrutural**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglioni**.

São Paulo - SP

2021

Autorizo, exclusivamente, para fins acadêmicos e científicos a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura _____

Local e Data _____

e-mail _____

Sistemas de Bibliotecas da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo -
Ficha Catalográfica com dados fornecidos pelo autor

Jimenez , Jeffetson Barbosa
Uma Sequência Didática para o Ensino e
Aprendizagem da Função Afim com o uso da Robótica
Estrutural.. / Jeffetson Barbosa Jimenez . -- São
Paulo: [s.n.], 2021.
120p. il. ; cm.

Orientador: Sonia Barbosa Camargo Igliori.
Dissertação (Mestrado)-- Pontifícia Universidade
Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós
Graduados em Educação matemática.

1. Utilização da robótica estrutural como um
instrumento para o ensino e aprendizagem da
matemática. 2. Construção do conhecimento matemático
de forma interdisciplinar. I. Igliori, Sonia
Barbosa Camargo . II. Pontifícia Universidade
Católica de São Paulo, Programa de Estudos Pós
Graduados em Educação matemática. III. Título.

CDD

Jefferson Barbosa Jimenez

**Uma Sequência Didática para o Ensino e Aprendizagem da Função Afim com o
uso da Robótica Estrutural**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora
da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para obtenção do título de
MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a
orientação da **Professora Doutora Sonia
Barbosa Camargo Iglioni**.

Aprovado em: ____/____/____

Banca Examinadora

DEDICATÓRIA

*Aos meus pais, Josemary Maria
Barbosa Jimenez e Arlindo Jimenez.*

*À minha família, meu filho Caleb e
minha filha Maria Eduarda.*

AGRADECIMENTOS

À professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Iglori, minha orientadora, que com paciência e dedicação tem me acolhido e orientado, contribuindo para meu crescimento e avanço na pesquisa.

Agradeço à Coordenação do Programa de Estudos Pós-Graduados da PUC-SP, à agência de fomento CAPES pelo incentivo financeiro, pois, sem esse apoio, este trabalho não seria possível.

Agradeço ao professor Doutor Gabriel Loureiro de Lima, a quem tem contribuído para avançarmos na pesquisa, e à professora Doutora Fabiane Barreto Vavassori Benitte, por terem aceitado nosso convite para integrar a banca examinadora e pelas colaborações no Exame de Qualificação.

Agradeço aos professores das disciplinas cursadas, a todo o corpo docente do Programa de Estudos Pós-Graduados a PUC-SP, em especial, ao professor Doutor Saddo AG Almouloud, que me convidou a ingressar no mestrado.

Agradeço aos colegas de turma e amigos que, com grande orgulho, ganhei, principalmente ao Marco Fábio dos Santos e Danilo dos Santos Christo, cuja gratidão por ambos me auxiliarem é imensurável.

Agradeço à mestra e amiga Cristina Maria Bruck, pois tem me ajudado e sido conselheira sempre que necessitei de amparo.

Agradeço a Deus, meu Senhor, por cumprir suas promessas na minha vida.

RESUMO

A presente dissertação teve como objetivo investigar possibilidades do uso da robótica estrutural no processo de ensino de matemática como um meio de favorecer a aprendizagem e apercepção da conexão entre ela e outras áreas do conhecimento. Os referenciais teóricos utilizados foram elementos da Gênese Instrumental de Rabardel como meio de instrumentalização da robótica, e, da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval como meio de avaliar a aprendizagem de conceitos ensinados. Para orientar a pesquisa formulou-se à seguinte questão: A robótica estrutural tem possibilidades de instrumentalizar, segundo a conceituação de Rabardel, o processo de ensino de conceitos matemáticos como a Função Afim, de modo a favorecer o processo de aprendizagem em conexão com conceitos de áreas afins? Para isso utilizou-se de uma sequência didática voltada ao ensino da Função Afim. Essa sequência foi aplicada a alunos do segundo ano do ensino médio, de um colégio estadual público da região metropolitana de São Paulo, e os procedimentos metodológicos foram orientados pelas fases da engenharia didática com a experimentação desenvolvida no período de seis aulas, duas por semana. Na fase de sistematização dos conceitos estudados foi utilizado o *software GeoGebra*. Os dados indicaram que as especificidades da robótica estrutural, ressaltam e valorizam a etapa estrutural de sua utilização, diferentemente dos demais, cujo objetivo central é a programação. Esse material está ancorado na possibilidade de hastes serem encaixadas por conectores, que se distinguem por abertura de seus ângulos e por cores, o que permite ao professor criar condições para a instrumentalização do processo de ensino. Além disso pode-se verificar que, essa tecnologia permite explorar a relação de um conceito matemático com conceitos de áreas afins. Os dados revelaram também, no confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*, evolução de conhecimento de conceitos básicos, de melhoria das condições de abstração dos alunos identificadas quando relacionavam construções com os materiais da robótica e conceitos matemáticos, físicos e da engenharia. Houve evolução de entendimento da Função Afim, pois em diversos momentos ela era referenciada em suas diferentes representações, sem que isso trouxesse confusão de entendimento. O confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori* permitiu ainda identificar evolução nas concepções de matemática dos alunos, uma vez que puderam atribuir a conceitos matemáticos o entendimento de conceitos da física e da engenharia.

Palavras-chave: Robótica estrutural; Artefato; Instrumento; Registros de Representações; Função Afim.

ABSTRACT

The present dissertation aimed to investigate possibilities of using structural robotics in the process of teaching mathematics as a means of promoting learning and the perception of the connection between it and other areas of knowledge. The theoretical references used were elements of Rabardel's Instrumental Genesis as a means of instrumentalization of robotics, and of Duval's Theory of Registers of Semiotic Representations as a means of evaluating the learning of taught concepts. To guide the research, the following question was formulated: Structural robotics has possibilities of instrumentalizing, according to Rabardel's conceptualization, the process of teaching mathematical concepts such as the Affine Function, in order to favor the learning process in connection with concepts of related areas? For this, we used a didactic sequence aimed at teaching the Affine Function. This sequence was applied to students in the second year of high school, from a public state school in the metropolitan region of São Paulo, and the methodological procedures were guided by the phases of didactic engineering with the experimentation developed in the period of six classes, two per week. In the phase of systematization of the studied concepts, the *GeoGebra software* was used. The data indicated that the specificities of structural robotics emphasize and value the structural stage of its use, unlike the others, whose central objective is programming. This material is anchored in the possibility of the rods being fitted by connectors, which are distinguished by their open angles and colors, which allows the teacher to create conditions for the instrumentalization of the teaching process. In addition, this technology allows exploring the relationship of a mathematical concept with concepts from related areas. The data also revealed, in the confrontation between the *a priori* and *a posteriori* analysis, evolution of knowledge of basic concepts, of improvement of the abstraction conditions of the students identified when they related constructions with robotics materials and mathematical, physical and engineering concepts. There was an evolution of understanding of the Affine Function, because at different times it was referenced in its different representations, without this bringing confusion of understanding. The confrontation between the *a priori* and *a posteriori* analyzes also made it possible to identify an evolution in the students' conceptions of mathematics, since they were able to attribute to mathematical concepts the understanding of concepts of physics and engineering.

Keywords: Structural robotics; Artifact; Instrument; Representations; Affine Function.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

EACI	Esquema de Ação Coletiva Instrumentada.
EAI	Esquema de Ação Instrumentada.
EU	Esquema de Uso.
EUA	Estados Unidos da América.
BNCC	Base Nacional Curricular Comum.
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
DNA	Ácido Desoxirribonucleico.
I-BLOCKS	Intelligent Building Blocks.
SBC	São Bernardo do Campo.
PB	Paraíba.
PREMA-EB	Pensar recursos para o ensino da matemática básica.

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Revisão de Literatura	21
Quadro 02 – Comparativo da revisão de literatura	30
Quadro 03 – Tipos de função de representação	42
Quadro 04 – Conversão de representação	44
Quadro 05 - Ficha técnica das aulas	60
Quadro 06 - Distância Percorrida	84

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Gráfico de setores do círculo	44
Figura 2 – Peças do material <i>K'Nex</i>	49
Figura 3 – Ponte construída com material <i>K'nex</i>	49
Figura 4 – Montanha Russa	50
Figura 5 – Caixa com peças <i>K'nex</i>	62
Figura 6 – Hastes construídas com ângulos de 45° e 90°	65
Figura 7 – Construção do carrinho e análise da utilização do elástico	67
Figura 8 – Utilização do elástico - Dupla 8	72
Figura 9 – Carrinho Dupla 3	73
Figura 10 – Experimento e verificação de evidências	74
Figura 11 – Demonstração de 3 voltas no elástico	82
Figura 12 – Registro da Dupla 8	83
Figura 13 – Esboço do carrinho da Dupla 5	85
Figura 14 – Carrinho da dupla 5	85
Figura 15 – Discussão, análise e descrição - Dupla 1	88
Figura 16 – Esboço do carro com análise das figuras e ângulos que o compõem e análise das voltas - Dupla 1	89

Figura 17 – Anotações Dupla 12	91
Figura 18 – Registro gráfico e algébrico - Dupla 12	92
Figura 19 – Anotações Dupla 8	93
Figura 20 – Gráfico Dupla 1	94
Figura 21 – Gráfico Dupla 3	95
Figura 22 – Gráfico Dupla 2	96
Figura 23 – Gráfico Dupla 6	97
Figura 24 – Gráfico Dupla 4	99
Figura 25 – Gráfico Dupla 7	100
Figura 26 – Gráfico Dupla 8	101

LISTA DE DIAGRAMA

Diagrama 1 – Revisão de literatura	20
--	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 PREPARAÇÃO DA PESQUISA	17
2.1 Justificativa	17
2.2 Revisão de literatura	19
2.3 Problemática e problema de pesquisa.....	32
2.4 Objetivos.....	34
2.5. Sujeitos de pesquisa.....	35
3 ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS	36
3.1 Referencial teórico.....	36
3.2. Referencial metodológico	45
4 PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	47
4.1 Análises preliminares.....	47
4.1.1 Robótica estrutural	47
4.1.2 Documento oficial	51
4.1.3 Conceito matemático	53
4.2. Análise <i>a priori</i> e concepção.....	56
5 EXPERIMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	59
5.1 Experimentação.....	59
5.2. As aulas da sequência.....	61
5.2.1 AULA 1	61
5.2.2 AULA 2	65
5.2.3 AULA 3	70
5.2.4 AULA 4	77
5.2.5 AULA 5	81
5.2.6 AULA 6	90

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	104
REFERÊNCIAS	107
ANEXOS	111

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos houve o incremento considerável do uso de recursos tecnológicos no ensino de matemática; recursos como *softwares* para fins educacionais, ambientes virtuais de aprendizagem, lousas digitais, e, em especial, a robótica. A utilização desses recursos visa potencializar a aprendizagem, o que é bastante oportuno, pois a matemática tem sido uma unidade curricular que causa dificuldades de aprendizagem aos alunos dos diversos níveis de ensino (ARTIGUE, 2019).

Em nossa experiência entre colaboradores de professores do ensino básico, temos utilizado a robótica educacional, mais especificamente a estrutural, como um recurso para o estudo de situações-problema que envolviam diferentes conteúdos da matemática.

E nesse trabalho colaborativo pudemos perceber a motivação dos professores, pois eles se davam conta do interesse que seus alunos demonstravam quando a robótica era agregada à construção das situações, e esse interesse os envolvia na construção dos conceitos atribuindo-lhe mais significado, o que implicava em melhorias dos resultados nas avaliações.

Essa experiência, encontrou em Seymour Papert (1994) razões para essa condição de melhora nas avaliações, pois, segundo ele, criar, construir e programar com o uso da robótica possibilita ao sujeito aprendiz melhora no entendimento daquilo que lhe era proposto a entender, e que em consequência, o conteúdo matemático ensinado se torna significativo e engendra habilidades.

Esta dissertação teve em Papert as primeiras referências sobre as potencialidades na aprendizagem da utilização da robótica estrutural no ensino de matemática de nível básico.

Atualmente, podemos observar diversos trabalhos desenvolvidos com a utilização da robótica de programação como um recurso para o ensino de disciplinas como matemática, física ou em cursos de engenharia, e é evidenciado nesses

trabalhos que Papert (1994) é o precursor do uso dessa robótica no ensino, por isso essa robótica passou a denominar-se robótica pedagógica ou educacional.

Nos cursos técnicos o uso da robótica, geralmente, é voltado para as indústrias, nas quais, cada vez mais, o processo industrial torna-se automatizado, para tanto, a robótica tem sido fundamental, pois possibilita a troca da mão de obra humana por uma mão de obra robotizada, otimizando o processo e reduzindo custos (VASCONCELOS, 2020).

Em nossa vivência como instrutor de robótica em turmas de anos iniciais do Ensino Fundamental, presenciamos a utilização da robótica pedagógica com finalidade de proporcionar atividades lúdicas ou para introdução de novos saberes.

Em boa parte das oficinas, espaços que trabalha a robótica com os alunos, são utilizadas, em suas atividades, materiais cujos componentes são blocos plásticos, motores, engrenagens, além de rodas e polias. Com esse material e um controlador lógico programável (CLP) é possível programar o artefato construído para uma determinada tarefa. Essa programação é, em geral, abordada no 3º Ano do Ensino Fundamental, porém já é oferecida no mercado *softwares* que são possíveis de trabalhar com crianças de 6 anos (ALMEIDA; VALENTE, 2011).

Os materiais utilizados nesta pesquisa diferenciam-se dos mais usuais, pois eles exploram o processo estrutural de construção do artefato, ou seja, o processo de construção possibilita a discussão e abordagem de saberes geométricos, físicos e tópicos de Engenharia, com a vantagem de garantir a construção de estruturas físicas resistentes. Além da construção é possível também utilizar a programação para execução de tarefas, como, por exemplo, construir e programar um carrinho.

No sentido de explorar a construção da estrutura de um artefato, consideramos e classificamos como robótica estrutural, pois em seu foco central está a observação e discussão de construção do processo estrutural do artefato. Para tanto, deixamos notório que a robótica estrutural sem a utilização da programação também é conhecida como robótica desplugada, e está inserida na Robótica Pedagógica (SILVA, 2021).

As dificuldades dos alunos na aprendizagem de matemática, ou seja, de atribuir significado a ela e em estabelecer conexões entre conteúdos internos à matemática e em utilizá-la em outras áreas de estudo, como a física, por exemplo, sempre nos despertaram a atenção e nos motivaram a buscar meios de melhorar nossas experiências com o ensino de matemática, seja no ensino fundamental anos finais, ensino médio, ou como monitor no ensino superior.

A partir daí, nos interessamos pela robótica estrutural e passamos a nos informar sobre ela a partir de leituras. Compramos as peças no exterior, nos aprofundamos nos estudos do funcionamento e começamos a propor às escolas, atividades como formação extra. A ideia foi bem recebida, fomos contratados obtendo sucesso nas expectativas de participação dos alunos e bons resultados na avaliação.

No entanto, esses resultados obtidos por exploração empírica não nos satisfaziam. Sentíamos a necessidade de torná-los mais criteriosos e sujeitos a análises mais rigorosas. Assim, chegamos ao mestrado, trazendo como hipótese de pesquisa que o uso da robótica estrutural pode ser um meio potente de envolver os alunos na aprendizagem da matemática e em consequência de favorecê-la. A escolha do conteúdo para o estudo recaiu, sem dúvidas, na função, mais particularmente na Função Afim, conteúdo considerado importante e adequado, tanto para avaliar a estratégia de ensino quanto para avaliar a aprendizagem.

As referências teóricas foram buscadas tendo por base, por um lado a construção de um artefato que se transforma em instrumento com seu uso, no caso a robótica inserida em situação contribuindo com a atribuição do significado aos objetos matemáticos, e por outro lado um apoio para se efetivar a análise da possível evolução da aprendizagem. Duval tem em sua teoria constructos teóricos que possibilitam a análise dessa evolução. Consideramos, então como referenciais teóricos a concepção de aprendizagem da Teoria dos Registros de representação semiótica (DUVAL, 2011) na qual uma condição para se aprender um conceito matemático é ser capaz de transitar entre os diferentes registros de representação desses conceitos; e a Teoria da Gênese Instrumental para a análise da transformação de artefatos em instrumentos que passam a atribuir significado ao artefato pelo sujeito (RABARDEL, 1995).

Metodologicamente, nos orientamos pelas fases da engenharia didática, na elaboração e experimentação de uma sequência didática com situações-problema envolvendo a Função Afim.

Os sujeitos de pesquisa foram alunos do 2º Ano do Ensino Médio de uma escola Estadual Pública de uma cidade da Grande São Paulo.

O levantamento bibliográfico teve o propósito de indicar resultados produzidos na área da educação matemática que pudessem contribuir com o desenvolvimento desta pesquisa.

Com esse contexto, formulamos a seguinte questão de pesquisa: A robótica estrutural tem possibilidades de instrumentalizar, segundo a conceituação de Rabardel, o processo de ensino de conceitos matemáticos como a Função Afim, de modo a favorecer o processo de aprendizagem em conexão com conceitos de áreas afins?

E essa questão definiu o objetivo a ser atingido com a investigação, qual seja, investigar possibilidades do uso da robótica estrutural no processo de ensino como um meio de favorecer a aprendizagem da matemática e o entendimento da conexão dessa área com outras áreas do conhecimento. Tratou-se de utilizar uma situação-problema envolvendo esse conceito matemático com a utilização da robótica estrutural e visando a avaliar a evolução da aprendizagem dos sujeitos envolvidos, atentando para a conexão desse conceito matemático com conceito de movimento retilíneo da Física, e alguns da Engenharia como tópicos de automobilística e dimensionamento de estruturas.

Com essas considerações finalizamos o primeiro capítulo desta dissertação. No que segue descrevemos os demais capítulos, num total de seis que compõem este relatório de pesquisa.

Para o segundo capítulo foi dedicado à preparação da pesquisa, justificativa, revisão de literatura, problemática e problema de pesquisa enunciado na forma de questão, objetivos e sujeitos da pesquisa.

No terceiro, estão as descrições dos referenciais teóricos e metodológicos.

No capítulo quatro constam os elementos de preparação da sequência didática, indicando as fases iniciais da engenharia didática, que incluíram: robótica pedagógica e estrutural, documento oficial que rege a Educação Brasileira, a BNCC e conceitos matemáticos.

No quinto capítulo, apresentamos as fases de experimentação e validação da sequência didática e no sexto as considerações finais da dissertação.

2 PREPARAÇÃO DA PESQUISA

Os elementos deste capítulo são essenciais para o desenho de uma pesquisa. Eles colaboram com a validação e o avanço de uma área de conhecimento. A justificativa é o passo inicial para o desenvolvimento do estudo e a revisão da literatura permite avaliar a produção existente e os resultados já obtidos.

2.1 Justificativa

Um ensino de função com meios de atribuir a ela significado, sua importância nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, ou mesmo no ensino superior foram motivadores da definição do tema da pesquisa.

As experiências que tivemos com o ensino da matemática, utilizando estratégias tradicionais, revelaram a falta de envolvimento do aluno com sua aprendizagem e a necessidade de se buscar outras estratégias de ensino para alterar essa situação. Isso porque a forma tradicional vinha se mostrando pouco adequada e, portanto, pensávamos que novas estratégias de ensino pudessem motivar os alunos e assim trazer retorno à aprendizagem. Era nosso pensamento também que se a formação matemática de uma pessoa, não for bem cuidada, ela pode ser geradora de dúvidas e de dificuldades de entendimento, muitas vezes não explicadas, pois podem não ser reveladas pela pessoa. E assim poderia resultar em lacunas a serem preenchidas, que irão comprometer a formação dessa pessoa na continuidade de seu estudo. Isso nos indicava a importância da qualidade do ensino básico e o compromisso do professor em buscar melhores estratégias para esse ensino.

É fato que as pesquisas da educação matemática têm revelado que estratégias de ensino tradicionais não têm favorecido a formação do conhecimento matemático com significado, e essa área tem se ocupado dessa problemática. Citamos alguns dos pesquisadores que expressam essa preocupação e dizem que:

Cabe ao professor criar um ambiente problematizador que propicie a aprendizagem matemática, uma comunidade de aprendizagem compartilhada por professor e alunos. Tal comunidade pode ser entendida como um cenário de investigação, tal como proposto por Skovsmose (2000), que defende um espaço de aprendizagem em que

os alunos possam matematizar, ou seja, formular, criticar e desenvolver maneiras matemáticas de entender o mundo. Nesse ambiente problematizador, os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação” (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p. 55).

Um outro incômodo que tínhamos em nossas experiências de ensino era ter a consciência de que a matemática é uma área que está na base de outras ciências e não conseguir fazer o aluno percebê-la dessa forma. O que acontecia com a maioria era o contrário, não gostavam de aprender matemática devido a barreiras e entraves que ela ocasionava também na aprendizagem de outras ciências.

Essa percepção é testemunhada por pesquisadores quando se referem ao ensino da Engenharia, por exemplo.

Camarena (2009, apud Camarena, 2013, p. 9), diz que:

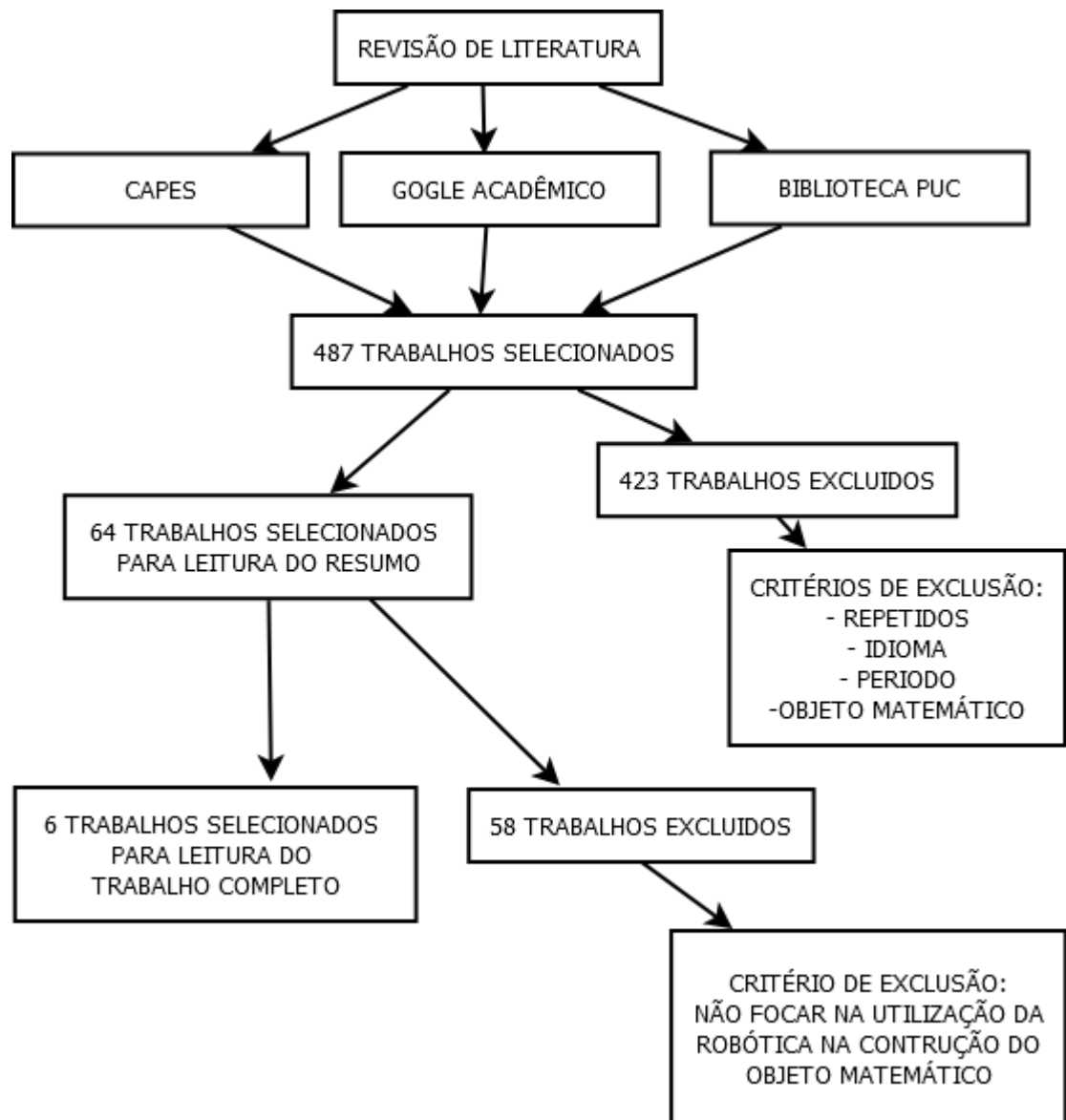
[...] em relação aos graduados de instituições de ensino superior, vale destacar o que diferentes meios de comunicação têm mencionado de diferentes formas sobre a preocupação para graduados em engenharia, de que é muito difícil estabelecer a ligação entre matemática e engenharia. Em outras palavras, é difícil para eles desenvolver modelagem matemática e tudo o que a matemática envolve na engenharia, por ser um assunto que, embora esteja estabelecido na maioria dos objetivos dos currículos de engenharia, baseia-se em nada, porque praticamente nenhum programa de estudo em matemática ou outras disciplinas de engenharia o incorpora de forma explícita; ou seja, modelagem matemática é um tópico que faz parte do currículo oculto. (Tradução nossa).

Essas razões foram justificativas para a proposição da investigação de uma estratégia para o ensino de conceitos matemáticos dos anos finais do ensino fundamental, no caso a Função Afim, que contribuísse para dar significado a esse conceito e relacioná-lo a conceitos da física e da engenharia. O uso da robótica estrutural surgiu de leituras e estudos individuais. As experimentações com ela, em trabalhos de apoio a professores de matemática do ensino médio, apresentaram resultados favoráveis à aprendizagem, no entanto as conclusões precisavam de apoio teórico para que pudessem ser validadas. Este é o papel que atribuímos a esta pesquisa, cujo início se encontra no item seguinte.

2.2 Revisão de literatura

A revisão de literatura é peça fundamental de uma pesquisa, pois, a partir dela, podemos avaliar como sua temática tem sido desenvolvida em outros trabalhos científicos, quais resultados têm sido obtidos, quais referenciais teóricos têm sido utilizados em pesquisas de mesmo espectro. Podemos também analisar se o tema envolvido é relevante para ser abordado atualmente.

Para esta pesquisa, essa revisão buscou possíveis trabalhos acadêmicos que tenham utilizado a robótica como um recurso para o ensino de matemática ou que se dedicaram à investigação do ensino de funções e, em particular, da Função Afim. Para tanto, a revisão de literatura foi realizada por buscas no Google Acadêmico, banco de tese da CAPES e biblioteca da PUC-SP. inicialmente, com os termos “robótica no ensino de matemática”, e, nessa base, foram encontrados 9218 trabalhos. Refinando para “robótica no ensino de matemática do Ensino Fundamental Anos Finais”, encontramos 8291 trabalhos relacionados, e, refinando uma terceira vez para “robótica no ensino de matemática do Ensino Médio Anos Finais, incluindo o termo função polinomial do 1º grau – denominação mais usual”, encontramos, aproximadamente, 479 trabalhos relacionados. Observamos ao longo do levantamento que os motores de busca fornecem trabalhos em amplos segmentos, referentes à “robótica”, como o segmento industrial, além de atividades lúdicas e recreativas, diferente do que iríamos investigar. Com o fato de a robótica ter uma crescente utilização no segmento educacional, observamos que trabalhos de pesquisa estão sendo desenvolvidos nessa perspectiva. Como nosso objetivo era buscar trabalhos voltados para a abordagem da construção do conhecimento matemático relacionados à Função Afim, tivemos que optar por utilizar critérios de exclusão, para não perdermos nosso foco, pois inúmeros trabalhos foram identificados. Precisamos reduzir o *corpus* de base o que foi feito, conforme justificamos com o Diagrama 01.

Diagrama 01 - Revisão de Literatura

Fonte: Dados da pesquisa.

No Diagrama 01 estão critérios para a redução do *corpus*, o temporal, preferência por trabalhos mais atuais - de 2006 ao início de 2020; interesse por trabalhos publicados no Brasil escritos no idioma português, especificidade da “robótica estrutural” e do objeto matemático. Ao final das análises, apenas seis trabalhos tinham ligação com esta investigação. A maioria foi rechaçada, pois não utilizava a robótica estrutural, o que consideramos um indicador de que a robótica estrutural ainda seja pouco conhecida no Brasil. Além dos seis trabalhos, após realizarmos esse levantamento de literatura, consideramos a tese de Jesus (2012) da

base dados da biblioteca PUC, pelo fato de me trazer contribuições quanto ao referencial teórico utilizado, o mesmo desta pesquisa, compondo assim o número de sete trabalhos selecionados, os quais estão referenciados no Quadro 01.

Quadro 01 - Revisão de Literatura

Autor(es)	TIPO DE PESQUISA	INSTITUIÇÃO	ANO
José Luiz S. Pio, Thais Helena Chaves de Castro, Alberto N. de Castro Junior	Artigo	---	2006
Maria A. Almeida	Artigo	---	2007
Gilson Bispo de Jesus	Doutorado	PUC-SP	2012
Rafael Vidal Aroca	Doutorado	UFRN	2012
Ailton Diniz de Oliveira	Mestrado	UEPB	2017
Rodrigo Sousa da Cruz	Mestrado	UFPA	2017
Cristina Maria Brucki	Especialização	UFABC	2018

Fonte: Dados da pesquisa.

Passamos no que segue discorrendo, em forma sintética os, trabalhos do Quadro 1 de modo a destacar os elementos que trouxeram contribuições a esta pesquisa. A formulação do problema, a utilização dos referenciais teóricos, a organização de sequência e principalmente os resultados.

O primeiro trabalho descrito foi desenvolvido no departamento de Ciências da computação da UFAM (2006): A Robótica Móvel como Instrumento de Apoio à Aprendizagem de Computação, descreve alguns resultados obtidos na disciplina optativa, Robótica Móvel, oferecida em cursos da Graduação do IFES, com intuito de explorar e potencializar o aprendizado dos alunos. Foram realizadas montagens de robôs, tornando tangível conceitos e teorias, de forma prática.

A priori foi descrita a utilização dos robôs, como autônomos ou definidos por comandos programáveis, possibilitando o estudo e análise do meio de interação física

que o robô terá para realizar a tarefa definida por meio dos comandos, uma vez que na engenharia da computação os alunos visam a desenvolver *softwares*, e a atividade prática da robótica se materializa pelo percurso de montagem e execução, o que foi desenvolvido no *software*.

Apoiado em estudos, Leska (2004) trata dos indícios de que a robótica é uma ferramenta eficiente para o processo de ensino, estudos de Lurt & Marti (2005) alegam que a robótica proporciona um leque de interações, análises e observações, em que a metodologia pode ser associada ao I-Blocks (Intelligent Building Blocks).

As atividades foram desenvolvidas com os alunos da graduação a partir da utilização do kit de material Lego MindStorms, de modo que a proposta inicial, indiferente do nível de conhecimento em programação, todos seriam capazes de executar a tarefa, pois o objetivo principal não era a programação em si, e sim evidenciar a potencialização da robótica para explorar as habilidades dos alunos, gerar um ambiente favorável à análise e discussões do desafio proposto.

Na fase inicial da atividade é apresentada aos alunos a fundamentação teórica que engloba noções básicas de programação do kit. Na fase seguinte, o aluno tem como objetivo construir um robô, como trabalho prático I, seguido do trabalho prático II. Após essas fases, acontecem as prévias e discussões geradas em cada grupo, problemas encontrados por eles e melhorias a serem realizadas. (Vale ressaltar que, em particular, a LEGO propõe 3 fases para essa atividade: Exploração, Investigação e Resolução de problema).

Os trabalhos são desenvolvidos por grupos de alunos de áreas de cursos distintos, proporcionando interação das áreas e discussão de conhecimentos que até então os alunos julgavam serem úteis em sua área.

Por fim, foi realizada a competição dos robôs que tem como objetivo recolher os blocos de isopor diferenciados por cores (verde e vermelho, representando 1 e 0) e formar o maior número binário possível. Nesse momento o aluno visualiza, em prática, tudo o que de abstrato ele havia previsto e torna-se autocrítico do próprio projeto, revendo conceitos, discutindo em grupo as possíveis melhorias e visualizando conexões entre diversas áreas, e na medida que isto vai acontecendo, obtém-se uma

rotatividade de execuções entre os integrantes do grupo de forma natural, tornando todos os integrantes colaborativos e participativos, potencializando o aprendizado.

Como conclusão, o artigo destaca que a utilização da robótica em um processo metodológico adequado, pode favorecer e potencializar a construção de habilidades importantes, necessárias para o estudante de computação, e que os esquemas para avaliar e solucionar problemas podem favorecer as resoluções de problemas externos no cotidiano da atuação do futuro profissional.

O artigo de Almeida (2007): Possibilidades da Robótica Educacional para a Educação Matemática, trata da utilização da robótica como meio de apoio pedagógico para aulas de matemática, sendo possível a interação entre conteúdos matemáticos e projeção e execução de um carrinho capaz de percorrer caminhos e identificar obstáculos a sua frente. Partindo desse propósito, foi desenvolvida uma sequência de atividades voltada para o treinamento de um grupo de sete professores de uma escola da rede estadual do Paraná.

Dentre as possíveis formas de trabalho no âmbito da robótica, o *software* escolhido foi o SuperLogo, por se tratar de um *software* que possui comandos simples e de fácil entendimento e a construção do carrinho foi desenvolvido a partir de materiais reutilizados.

A ideia central é possibilitar ao aluno ensinar o que o computador precisa fazer, diferente das aulas tradicionais em que o aluno não é o sujeito que ensina, mas apenas o que aprende. Diante dessa proposta o aluno se depara com a necessidade de criar estratégias de forma racional e lógica para definir os comandos do carrinho, artefato a ser construído.

No início do processo de reconhecimento do SuperLogo, os professores tiveram a oportunidade de manipular os comandos simples e associá-los a um conteúdo matemático, por exemplo, um percurso retangular, podendo ser trabalhado o perímetro percorrido. O cursor é representado por uma imagem de tartaruga, que reproduz o conjunto de sequências que lhe foi programado. Cada professor realizou as atividades em um computador de forma individual.

A construção do carrinho que receberia a placa programada foi realizada com o uso de material reutilizado escolhido pelo aluno de modo autônomo, tanto o material quanto o formato. Após as escolhas, pode-se perceber que seria possível trabalhar com os sólidos geométricos e suas particularidades. Cada projeto foi estudado de forma peculiar.

Após reconhecido o *software*, é definido o modelo de construção e inicia-se a etapa de executar o projeto, com o intuito de colocar em prática o que foi discutido e entendido.

Uma grande parte dos professores, segundo o artigo, possui uma dificuldade em estabelecer uma conexão entre a matemática e a tecnologia (robótica), e por parte dos professores, em específico de robótica, existe uma lacuna a ser preenchida no que diz respeito à abordagem de conteúdos matemáticos presentes nas atividades de robótica.

No primeiro instante foi possível visualizar algumas possibilidades de abordagem da interação entre a matemática e a robótica, mas no decorrer das etapas, percebeu-se a dificuldade em prosseguir com interesse por parte de todos os professores, em alguns momentos por conta da disponibilidade dos horários, material básico de apoio não compatível (computador) ou até mesmo por desinteresse em trabalhar com a robótica.

De acordo com o trabalho ficou explícito a possibilidade de se obter uma oficina com um baixo custo, uma vez que o carrinho é projetado e construído com um material reutilizado, além de ser uma atividade que pode realizar projetos interdisciplinares, conectado com a física, química, biologia e áreas da matemática.

Em sua conclusão, Almeida descreve que é possível trabalhar concretamente com os professores e de forma contextualizada diferentes conceitos que são abordados em sala de aula. Os professores também aprenderam com a proposta de dominar recursos da robótica para projetarem e construírem seus próprios projetos, mobilizando e articulando diferentes saberes, como matemática, física, química e biologia, interagindo conteúdos escolares com práticas reais.

A tese de Jesus (2012) trouxe como questão: “De que modo acontece a gênese instrumental da mediatriz, quando o sujeito interage com esse objeto matemático na resolução de problemas geométricos? Como a inserção do objeto matemático mediatriz interfere no processo de aprendizagem de conteúdos geométricos por parte do sujeito?”

Essa tese teve como referencial teórico a Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) e a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1996). Orientou-se metodologicamente pelo estudo de caso, tendo como sujeitos dois professores, avaliados por meio de uma sequência didática para trabalho com construções geométricas. O autor pontua que a mobilização dos esquemas de utilização foi diferente para cada professor, levando à conclusão que os professores se encontravam em estágios distintos, se referindo à utilização da mediatriz como um instrumento na resolução de tarefas, porém, os mesmos passaram por mudanças já no primeiro momento que começaram o início das tarefas propostas.

Em sua tese de doutorado, Aroca (2012), da UFRN - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação, destaca a possibilidade de utilizar a robótica educacional como um recurso potencializador para vários objetivos e metodologias. Afirma também que alguns objetivos podem se relacionar com diferentes áreas como física, motricidade, artes, *design*, matemática, além da vida artificial.

Seu embasamento teórico está consolidado a partir de diferentes autores que confirmam que os robôs em sala de aulas podem possibilitar motivação, interação, interesse e reflexão a frente de situações que demandam um raciocínio destinado à resolução de problemas, além de oferecer uma experiência única de aprendizado (SOTO et al. 2006; HAMBLÉN e HALL 2004; ALVES et al. 2011b; HOWARD e GRAHAM 2007; AROCA, et al 2012; AROCA et al 2012c; WEINBERG e YU 2003; RAWAT e MASSIHA 2004) *apud* AROCA (2012).

Como essa pesquisa foi realizada em um curso Superior de Tecnologia, estimava-se que os estudantes tivessem um domínio básico de programação. Para constatar e aferir superficialmente o que os alunos entendiam sobre programação, foram realizados dois questionários, um preliminar e outro *a posteriori*. Em sua

conclusão, Aroca destaca que é possível desenvolver robôs com baixo custo utilizando materiais disponíveis no mercado, e que os mesmos podem favorecer o interesse e motivação dos alunos para participarem de atividades que envolvam construção, desenvolvimento e projetos de *softwares*.

O trabalho gerou na maioria dos alunos o interesse em construir seus próprios robôs, e que eles até se mostraram dispostos a custear seus próprios materiais para serem utilizados como uma ferramenta didática. O objetivo deste estudo foi demonstrar a capacidade de produzir um robô com baixo custo, sendo possível controlá-lo com um PC, celular ou um *tablet*. Este projeto, intitulado como N-Bot, foi premiado em um concurso internacional, o *AFRON 10-dollar robot design challenge*.

Na pesquisa de Oliveira (2017), “Robótica nas aulas de matemática: Uma perspectiva tecnológica associada ao ensino de Funções”, o autor descreve as dificuldades encontradas em escolas distantes do centro das cidades, situadas em zona rural e a escassez de recursos que possibilitam a interação dos alunos com a prática de atividades que tangenciam as teorias. Ele relata da falta de transporte para os alunos à infraestrutura básica para se manter o funcionamento de uma escola.

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual, situada no Distrito de Catolé de Boa Vista (Zona rural), Campina Grande-PB, com a participação dos alunos das turmas de 1º ano do Ensino Médio, em que o pesquisador é o professor-titular de matemática.

No trabalho é definido o conceito de função, são apresentadas as representações, segundo Duval (2009), contextos históricos e teóricos, bem como suas classificações e particularidades.

A partir da construção de uma empilhadeira, sendo utilizada a robótica como recurso para a construção e programação, foi desenvolvida uma sequência didática para se trabalhar o objeto matemático (função) com base nas ideias construcionistas de Seymour Papert.

Conforme as atividades eram propostas aos alunos participantes, separados por equipes, novos desafios precisavam ser superados pelos alunos, e cada desafio era uma situação-problema que direcionava a construção de um novo saber

matemático, ao ponto de eles evidenciarem que os saberes matemáticos estão correlacionados e não desconectados.

Oliveira (2017) destaca a motivação gerada nos alunos ao se depararem diante da possibilidade de construir algo com movimento, munido de tecnologia e que permite também programar, definir e redefinir os movimentos. Destaca também que a robótica pode potencializar o entendimento matemático no que se refere à construção de um novo saber, e que o trabalho em equipe pode proporcionar um ambiente colaborativo, no qual o aluno adquire e proporciona conhecimento por meio de interação.

Neste sentido, o autor concluiu que é possível criar novos significados, explorar, interagir, desenvolver e construir o senso de observação nos alunos, levando-os ao questionamento e criatividade, utilizando ferramentas tecnológicas como instrumento para uma aprendizagem significativa.

Oliveira encerra sua conclusão descrevendo que a troca de funções realizadas pelos sujeitos envolvidos em sua pesquisa, durante as atividades com o uso da robótica, demonstrou que atividades mais complexas exigem habilidades diferentes das usuais e, como no cotidiano, é preciso fazer escolhas de forma responsável, de acordo com a necessidade e complexidade que o trabalho exige.

Cruz (2017) em sua pesquisa, realizada no Curso Técnico em Informática/Médio do IFPA/Campus Santarém, com o título: Utilização da robótica educacional livre por meio da aprendizagem por projetos: um estudo no curso técnico em informática do IFPA/*Campus* Santarém.

Essa pesquisa utilizou a robótica livre¹ como apoio para a aprendizagem por projetos, incluindo um recorte histórico da educação profissional no país, bem como o Ensino Técnico integrado ao Ensino Médio.

Em um cenário desafiador, motivador e construtor, Cruz, baseado em teorias de Jean Piaget, Seymour Papert, John Dewey e Paulo Freire, afirma que é possível dar enfoque às possibilidades de utilização de espaços colaborativos nos quais se

¹ Denominada para atividades que utilizam materiais e artefatos não patenteados, como sucatas, em um processo de mediação, para promover uma proposta de ensino e aprendizagem de forma prática.

promovam as interações, experimentações e criações de modelos, atividades ou projetos que possam contribuir para a aprendizagem de forma interdisciplinar.

O caminho metodológico percorrido nessa pesquisa foi bibliográfico exploratório e estudo de caso, acontecendo em dois momentos, o primeiro (pesquisa bibliográfica exploratória) deu origem a um plano de ação e, no segundo momento coletar e investigar os dados dessa ação.

As atividades foram realizadas com doze alunos, dos que estavam regularmente matriculados no curso técnico, tendo como critério de escolha dos sujeitos a disponibilidade de horário, pois até então não havia um projeto de robótica implantado na escola.

Concepção, implantação, construção, automação e controle de um mecanismo foram as principais etapas para a construção do artefato (robô). Para o registro de dados foram utilizados vídeos, fotografias e documentos/registros e artefatos construídos.

De um modo geral, os três grupos formados demonstraram estar engajados com a construção de seus robôs, a partir das problematizações geradas nas etapas anteriores, sempre de forma colaborativa e participativa.

Pode-se notar a reflexão dos alunos envolvidos na possibilidade de utilizar a robótica como recurso para compreensão de conceitos e conteúdos trabalhados no ensino técnico, ou seja, a robótica contribui para trabalhar de forma prática e interdisciplinar as disciplinas já cursadas, abordando conteúdos matemáticos e conteúdos específicos do Curso Técnico de Informática/Médio.

O autor afirma, em sua conclusão, que a utilização da robótica livre desencadeou um cenário em que os estudantes desempenham o papel de protagonistas para a construção de resoluções e soluções criativas de um problema. Em consideração à robótica livre, os estudantes foram estimulados a serem sujeitos ativos para a construção do próprio conhecimento. Para relacionar os saberes essenciais para a construção dos artefatos foi necessário a articulação entre outras disciplinas.

Brucki (2018) no trabalho “O ensino de função exponencial utilizando fractais e robótica como instrumento para possibilitar um contexto significativo”, descreve que a construção do objeto matemático passou a ter significado para os alunos, uma vez que as atividades foram desenvolvidas em um ambiente colaborativo de relações práticas e consciência crítica, utilizando a robótica estrutural como recurso para estabelecer uma conexão entre os aportes teóricos e práticos.

O interesse desse trabalho está no fato de ter sido utilizada a robótica estrutural, e destacar suas especificidades como, por exemplo, fácil manipulação e flexibilidade.

A pesquisa de Bruck foi realizada com alunos do 1º Ano do Ensino Médio, em uma escola Estadual da grande São Paulo no estado de São Paulo, trabalhando em uma abordagem interdisciplinar

Após realizadas as análises das atividades, Brucki conclui dizendo que “*é possível que cada um encontre o próprio caminho, desde que as atividades e os possíveis problemas ou crises sejam usados como estímulo para criar soluções inovadoras*”, e que “*a ideia de fractal desenvolveu uma percepção da interligação entre as ciências e a matemática, favorecendo e se fazendo necessário um olhar interdisciplinar para o mundo*”.

Após descrevermos em forma de síntese a leitura desses trabalhos, justificamos a escolha por eles entre outros trabalhos. Cada um desses trabalhos tinha algum aspecto de interesse desta pesquisa identificado na descrição. Traremos a seguir, uma tabela comparativa das pesquisas observadas.

Quadro 02 - Comparativo da revisão de Literatura

Autor(es)	Objetivo de aprendizagem	Abordagem e instrumentos utilizados	Embasamento teórico	Público-alvo	Principais conclusões
José Luiz S. Pio, Thais Helena Chaves de Castro, Alberto N. de Castro Junior	Abordagem prática dos conteúdos trabalhados nas disciplinas de programação na graduação.	Construção de um robô, a partir do kit do material Lego <i>MindStorms</i> .	-----	Alunos da graduação de Ciências da Computação.	A utilização da robótica em um processo metodológico adequado, pode favorecer e potencializar a construção de habilidades importantes, necessárias para o estudante de computação, e que os esquemas para avaliar e solucionar problemas podem favorecer as resoluções de problemas externos no cotidiano da atuação do futuro profissional.
Maria A. Almeida	Possibilidades da robótica educacional como um apoio pedagógico para aulas de matemática.	Construção de um carrinho com materiais reutilizados, através da robótica e o <i>software</i> Logo.	-----	Professores de matemática.	Parte dos professores, segundo o artigo, possui uma dificuldade em estabelecer uma conexão entre a matemática e a tecnologia (robótica); é possível trabalhar concretamente com os professores e de forma contextualizada diferentes conceitos que são abordados em sala de aula
Gilson Bispo de Jesus	À utilização da medi- atriz como um instrumento na resolução de tarefa	Resolução de exercícios de geometria	Teoria da Instrumentação: Teoria Antropológica do Didático.	Professores de matemática.	Os professores se encontravam em estágios distintos, se referindo à utilização da mediatrix como um instrumento na resolução de tarefas, porém, eles passaram por mudanças já no primeiro momento que começaram o início das tarefas propostas.

Autor(es)	Objetivo de aprendizagem	Abordagem e instrumentos utilizados	Embasamento teórico	Público alvo	Principais conclusões
Rafael Vidal Aroca	Demonstrar a capacidade de produzir um robô com baixo custo, sendo possível controlá-lo com um PC, celular ou um <i>tablet</i> .	Construir um robô de baixo custo, com matérias acessíveis	Trabalhos voltados para a utilização da robótica no ensino, como teórico principal Papert.	Alunos da graduação de Tecnologia.	É possível desenvolver robôs com baixo custo utilizando materiais disponíveis no mercado, e que os mesmos podem favorecer o interesse e motivação dos alunos para participarem de atividades que envolvam construção, desenvolvimento e projetos de <i>softwares</i> .
Ailton Diniz de Oliveira	Estudo de funções.	Construção de uma empilhadeira, com utilização da robótica, por meio de uma sequência didática.	Teoria construcionista	Alunos do 1º Ano do Ensino Médio.	A robótica pode potencializar o entendimento matemático no que se refere à construção de um novo saber; é possível criar significados, explorar, interagir, desenvolver e construir o senso de observação nos alunos, levando-os ao questionamento e criatividade, utilizando ferramentas tecnológicas como instrumento para uma aprendizagem significativa.
Rodrigo Sousa da Cruz	Manipulação do <i>software</i> Arduino; Construir artefatos de livre escolha.	Aprendizagem por Projetos – robótica educacional livre.	Teoria Construtivista; Teoria Construcionista; Teoria da Experiência;	Alunos do Ensino Médio/Técnico em Informática.	Os estudantes desempenham o papel de protagonistas para a construção de soluções e soluções criativas de um problema; os estudantes foram estimulados a serem sujeitos ativos para a construção do próprio conhecimento
Cristina Maria Brucki	Estudo de função exponencial	Construção de um DNA a partir de fractais, utilizando robótica estrutural	Teoria da Aprendizagem significativa	Alunos do 1º Ano do Ensino Médio.	A construção do objeto matemático passou a ter significado para os alunos; ideia de fractal desenvolveu uma percepção da interligação entre as ciências e a matemática, favorecendo e se fazendo necessário um olhar interdisciplinar para o mundo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Com o propósito similar aos citados nesses trabalhos, podemos assegurar que a leitura deles pôde contribuir para o enriquecimento e estruturação desta pesquisa, bem como a reflexão das práticas adotadas e contextualizadas por esses pesquisadores.

O trabalho de Brucki, que utilizou o mesmo artefato, a robótica estrutural, como apoio e amparo para desenvolver atividades que possam contribuir para a construção do saber matemático, e o trabalho de Oliveira, por conta do objeto matemático Funções, além de ser utilizado em seu trabalho, a robótica como recurso para realizações das atividades, foram os trabalhos mais próximos ao desta pesquisa.

Os demais trabalhos já mencionados possuem elementos que contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa, por estabelecer similaridade ao objeto matemático, aporte metodológico, abordagem teórica, prática docente, modo em que as atividades foram conduzidas e, em especial, a utilização da robótica como recurso para a construção do saber matemático, ou possuem a mesma abordagem teórica.

O propósito de uma nova pesquisa é evoluir e ampliar os resultados encontrados. É o que pretendemos.

2.3 Problemática e problema de pesquisa

Este trabalho está inserido no grupo de pesquisa PREMA-EB, cujo foco é a análise da formação do professor a partir dos recursos utilizados no ensino e os esquemas de utilização, em particular na educação básica. Particularmente, esta pesquisa se refere à utilização de recurso tecnológico, mais precisamente, a utilização da robótica estrutural como um recurso para o ensino de matemática.

Em particular, estudos revelam a dificuldade dos alunos em tornar significativos no que se refere às aplicações dos conteúdos matemáticos, pois, diante de um cenário abstrato, utilizado nas aulas teóricas, os alunos se perguntam: “para que serve isso? Onde e quando vou utilizar?” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Nos diferentes anos do Ensino Médio e anos iniciais do Ensino Superior, notamos, durante nossa prática docente, a necessidade de abordar o conteúdo como revisão e, em alguns casos, como construção do conhecimento relacionado à Função Afim. Citamos Ensino Superior, pois atuamos como monitores de disciplinas da matemática durante nossa graduação e observamos que as lacunas eram as mesmas a serem preenchidas, encontradas no ensino básico.

Em 2009, iniciei um trabalho como professor de Robótica em atividades extracurriculares na rede privada, o que me possibilitou, de imediato, gerar uma indagação na possibilidade de utilização da robótica no ensino de matemática. Essa hipótese de utilização nos conduziu a buscar na literatura trabalhos voltados para esse tema.

Observamos que o precursor da utilização de tecnologia no ensino é o matemático e teórico Seymour Papert que, por sua vez, iniciou seus trabalhos na década de 60, em um momento no qual o uso de computadores na educação era quase inexistente, além de serem bem limitados e não existia a interface gráfica, nem tão pouco a internet.

Segundo Papert (1994), criar, construir e programar pode contribuir para o ensino, uma vez que os alunos questionam a utilidade de se aprender tal conteúdo matemático. O termo construcionismo (tendo como base o construtivismo de Jean Piaget) foi adotado por Papert para um cenário onde o educando tem a possibilidade de construir seu próprio conhecimento, a partir da utilização de uma ferramenta, como, por exemplo, o uso de um computador.

Um dos trabalhos que é apresentado em nossa pesquisa de literatura, Oliveira (2017) destaca as dificuldades encontradas em escolas distantes do centro das cidades e a falta de recursos que possam favorecer o desenvolvimento de atividades práticas para o ensino. Em seu trabalho, o pesquisador desenvolveu uma sequência didática, a partir da utilização, tendo como base o construcionismo de Papert.

O artigo de Almeida (2007), outro trabalho apresentado no levantamento bibliográfico, utilizou como ferramenta nas aulas de matemática o *software* SuperLogo (desenvolvido por Papert), sendo possível, segundo Oliveira (2017), estabelecer

interação entre conteúdos matemáticos e a projeção e execução de um carrinho capaz de percorrer caminhos e identificar obstáculos à sua frente.

Entendemos que é importante que o aluno tenha clareza e compreensão, referente ao aprendizado da Função Afim, bem como suas representações e particularidades para identificá-la, pois são requisitos necessários para aprofundar seus estudos na matemática.

Com a indagação da possibilidade de utilizar a robótica no ensino de Matemática (Função Afim) e após leituras no grupo de estudos no qual tivemos conhecimento da teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), nos deparamos com a possibilidade de utilizar a robótica como um “instrumento”, segundo a acepção de Rabardel (1995), no ensino de matemática.

O problema de pesquisa se depreende dessa problemática e está enunciado a seguir, por uma questão. Ele se insere nessa problemática e tem potencialidade de orientar o desenvolvimento da pesquisa, com vistas a atender os objetivos.

Questão de pesquisa: A robótica estrutural tem possibilidades de instrumentalizar, segundo a conceituação de Rabardel, o processo de ensino de conceitos matemáticos como a Função Afim, de modo a favorecer o processo de aprendizagem em conexão com conceitos de áreas afins?

2.4 Objetivos

Objetivo geral:

A presente dissertação teve como objetivo geral elaborar, desenvolver, analisar e reportar uma sequência didática para o ensino de conceitos matemáticos em específico da Função Afim, com o uso da robótica estrutural tomada, inicialmente, como um artefato.

Objetivos específicos:

Analisar a possibilidade da robótica estrutural se transformar de *artefato* em **instrumento**, na concepção da teoria da Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995).

Identificar a conexão de conhecimentos em diferentes áreas visando proporcionar a aprendizagem em um cenário colaborativo no decorrer das atividades;

Favorecer o entendimento da matemática, por meio de relações com outras áreas na perspectiva de um ensino interdisciplinar.

2.5 Sujeitos de pesquisa

Esta pesquisa foi realizada em uma escola de uma cidade da Grande São Paulo, considerada o maior polo automobilístico, metalúrgico e sindical do país. Essa cidade recebe a influência de algumas indústrias na região que tiveram seu auge na década de 80 do século XX e, atualmente, sofre com o êxodo das grandes e pequenas indústrias. Por essa razão vem ocorrendo mudanças no rendimento econômico das famílias e o provento delas que, na sua maioria, tinha origem na indústria, agora renasce do serviço informal.

Mesmo com o impacto do êxodo industrial, a cidade ainda abrigava, em 2019, cinco grandes indústrias no setor automobilístico/caminhões, sendo elas: Volkswagen, Scania, Toyota, Mercedes-Benz e Ford. No final do ano de 2019, a Ford encerrou suas atividades na planta desta cidade, sendo mais uma indústria a migrar.

Esse contexto da escola nos motivou a utilizar na atividade de pesquisa dados próximos dos conhecimentos dos alunos, propondo a realização de um projeto e da construção de um carrinho, utilizando a “robótica estrutural”.

Os sujeitos da pesquisa foram alunos regularmente matriculados no 2º ano do Ensino Médio.

A escola possui duas salas de 2º ano no período matutino e duas salas no período noturno. Os alunos foram escolhidos de forma aleatória, sendo seis alunos de cada sala, totalizando um número de 24 alunos participantes.

Os sujeitos desta pesquisa foram alunos do 2º ano do Ensino Médio/2020, faixa etária de 16 a 20 anos que já haviam tido contato com equação do primeiro grau, mas não tinham conhecimentos da Função Afim propriamente dita.

3 ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Este capítulo versa acerca das teorias que referenciam esta pesquisa e dos métodos utilizados para a produção de dados para análise da pesquisa.

3.1. Referencial teórico

A escolha de um dos referenciais teóricos foi influenciada pela participação do projeto Pensar Recursos Para o Ensino da Matemática Básica (PREMA-EB), coordenado por Igliori (2019), quando tivemos os primeiros contatos com a Teoria da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; PEPIN; TROUCHE, 2019) que permite estudar a formação docente a partir dos recursos utilizados pelo professor e seus esquemas de utilização no ensino da matemática.

Os estudos dessa teoria nos remeteram a uma de suas fontes: a Teoria da Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995), que consideramos adequada para orientar esta pesquisa pois em princípio temos um artefato, a robótica estrutural, e a pretensão de que ele passe com o ensino a ser um instrumento. A Teoria da Instrumentação toma por base a concepção triádica das situações da atividade de Vigotsky, que, segundo Moreira (1999), é composta por **sujeito**, **instrumento** e **objeto** (RABARDEL, 1995a, p. 64).

O **sujeito**, podemos descrever que pode ser um usuário, aluno, agente, professor, entre outros, o **instrumento** podemos dizer que pode ser uma máquina, um sistema, um produto ou até mesmo um objeto matemático, o **objeto** é um agente que, sob a ação, por intermédio do instrumento, é dirigida. Nesta pesquisa, propomos, inicialmente, a exploração por meio de situações que envolvam tópicos de geometria e, posteriormente, o uso da robótica abarcando tópicos de Física, como um **instrumento**.

O instrumento, de acordo com Rabardel (1995a, p. 64), é entendido como mediador entre o sujeito e o objeto, com a possibilidade de ser passageiro, de acordo com as condições e atividade proposta na qual o sujeito estará inserido, podendo

encontrar algumas particularidades, mas também ele pode ter um caráter duradouro, com possibilidade de utilização como mediação para futuras situações.

Rabardel (1995a, p. 64) destaca que “[...] a influência dos instrumentos na atividade cognitiva é dada, por um lado, pelas limitações próprias do instrumento e, por outro, pelas possibilidades de ação que eles proporcionam”, sendo assim, entendemos o instrumento como uma construção do sujeito durante um processo em que, gradativamente, o artefato se transforma em um processo dinâmico, como explica Bittar (2011, p. 160-161):

Cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, portanto, seu próprio instrumento, que difere do instrumento do “outro”; à medida que o sujeito continua a manipular o instrumento, vai construindo novos esquemas que vão transformando o instrumento. Estes esquemas são modificados pelo sujeito, de acordo com suas necessidades; um mesmo artefato dá origem a diferentes instrumentos construídos por diferentes sujeitos.

Os artefatos podem ser compreendidos por dois pontos de vista: o técnico (o artefato é um sistema técnico no qual o criador lhe dá as funções de operação) e como um sistema de funcionamento (no qual o sujeito pode produzir e reproduzir transformações). Nesse sentido, o artefato adota uma posição mediadora como parte do instrumento entre o sujeito e o objeto. Rabardel (2011) descreve que:

O artefato é utilizado nas atividades como um meio para que o sujeito atinja seus objetivos. Embora aqueles que projetam o artefato possam antecipar alguns de seus usos, a experiência mostra que eles geralmente ficam aquém das suas previsões. A elaboração e produção dos usos continuam muito depois da concepção inicial do artefato, como ações sociais e privadas. (RABARDEL, 2011 p.140, tradução nossa).

As limitações e potencialidades do artefato, bem como as atividades empregadas pelo sujeito, tornam o processo da Gênese Instrumental complexo, uma vez que, como explica Rabardel (1995a), o artefato não é necessariamente prático e eficaz, nem tão pouco imutável, mas se transforma, progressivamente, durante um processo, podendo o artefato ser material, como uma régua, lápis, esquadro, *software* etc. Ou ser um artefato simbólico como uma figura, um método, um gráfico.

É esse processo (transformação progressiva) de um artefato em instrumento na utilização do artefato como dispositivo de ação, que Folcher e Rabardel (2007)

consideram Gênese Instrumental, e ainda acrescentam que esse processo acontece durante a atividade, mas algo inesperado pode vir a acontecer e o artefato se distancia da função original de seu criador, sendo o sujeito modelador de um novo modo de utilização do artefato, tornando possível a construção de diferentes instrumentos.

Nesse sentido, podemos dizer que um carrinho construído com o uso da robótica pode ser um objeto utilizado como brinquedo com uma utilidade lúdica, por exemplo, mas uma vez determinado o ponto de partida, e realizado o impulso, observarmos a distância percorrida até o ponto de chegada, o carrinho pode, portanto, tornar-se um instrumento com outra função, a de motivação para a aprendizagem. Pois, de acordo com Rabardel (1995), o artefato torna-se um instrumento, constituindo-se em uma gênese instrumental.

A título de elucidação, consideremos, como exemplo, um sujeito que se depara com uma necessidade de traçar um determinado segmento de reta, levando em consideração que já estão demarcados dois pontos, mas ele não possui uma régua, porém, ele tem em mãos um cartão de crédito, logo, ele utiliza esse cartão para solucionar seu problema e traçar o determinado segmento de reta.

Sabemos que o cartão de crédito não foi desenvolvido para esse fim, mas o sujeito mobiliza esquemas mentais para a resolução de seu problema e o cartão se distancia da função original e o sujeito modela um novo modo de utilização desse artefato. Considerando o quadro teórico da Teoria da Instrumentação, espera-se que o sujeito desenvolva estratégias e competências para identificar um problema ou problemas, articulando a possibilidade apropriada de um dado instrumento a ser utilizado para a resolução. Bittar (2011) assevera que;

[...] o instrumento não é algo pronto e acabado; ele pode ser elaborado e reelaborado pelo sujeito ao longo das atividades realizadas com o artefato, agora um instrumento, uma vez que já sofreu a ação do sujeito. (BITTAR, 2011, p. 162).

A mobilização de esquemas realizados pelo sujeito é o que fica mais evidente da noção fundamental na Teoria da Instrumentação, uma vez que os esquemas permitem a utilização do artefato durante o processo, situações significativas e familiares. Rabardel (1995a, p. 116) descreve que;

A descoberta progressiva de propriedades intrínsecas do artefato pelos sujeitos está relacionada à acomodação de seus esquemas e às mudanças de significado do instrumento como resultado da associação do artefato aos novos esquemas.

Rabardel (1995a) classifica os esquemas de utilização em esquemas de uso (EU), esquema de ação instrumentada (EAI) e esquema de ação coletiva instrumentada (EACI). Iremos descrever, brevemente, segundo o entendimento do autor, os esquemas de utilização, de acordo com a sua classificação:

(EU): são as atividades referentes à administração das propriedades particulares e características de acordo com o artefato;

(EAI): são os objetivos de realizar transformações no artefato durante a atividade, englobando os esquemas de uso como componentes;

(EACI): é a utilização de um instrumento conjunto ou simultâneo, podendo ser coletivo ou compartilhado, dentro de um contexto de uma determinada atividade.

A partir dos esquemas de uso e dos esquemas de ação instrumentada podem surgir, recompor-se e generalizar esquemas de atividade coletiva instrumentada. Analogamente, os esquemas de atividade coletiva instrumentada são uma fonte a partir das quais se podem desenvolver, evoluir e se recompor os esquemas de ação instrumentada e os esquemas de uso. (RABARDEL, 2011, p. 174, tradução nossa).

O teórico ainda explica que os esquemas:

Estão em uma relação de dependência mútua: com base nos esquemas de uso e esquemas de ação instrumentada que podem emergir, recompor-se e generalizar-se os esquemas de ação coletiva instrumentada. Inversamente, os esquemas de ação coletiva instrumentada são uma fonte a partir dos quais os esquemas do tipo EAI e EU podem se desenvolver, evoluir, se recompor. (RABARDEL, 1995a, p. 115, tradução nossa).

Compreendemos assim que os esquemas podem se modificar, serem utilizados posteriormente, serem ajustados e adaptados a uma determinada atividade, sofrer alterações de forma individual (em que o sujeito realiza a ação) ou até mesmo sejam utilizados e adaptados de forma coletiva, por uma turma parcial ou integralmente, por exemplo.

No processo da Gênese Instrumental Folcher e Rabardel (2007) descrevem que existem dois tipos de orientações, a depender do processo de ação do sujeito, classificadas como **instrumentação e instrumentalização**. A maneira que se pode distinguir quanto à orientação é que:

[...] para o próprio sujeito, pela assimilação de novos artefatos aos esquemas, a acomodação dos esquemas aos novos artefatos – é a instrumentação. Para o artefato, pela especificação e enriquecimento de suas propriedades pelo sujeito que lhe dá um estatuto de meio para a ação e a atividade – é a instrumentalização. (FOLCHER, RABARDEL, 2007, p. 216, tradução nossa).

Na instrumentalização, temos uma diferenciação que Rabardel (1995a) descreve em nível local (momentâneo) e nível duradouro (conservado pelo sujeito). Segundo o autor essa dimensão pode contribuir para a construção de esquemas, uma vez que esse processo necessita de mobilizar conhecimentos. Nesse sentido, dá-se o surgimento e a evolução do artefato, diante dos seguintes componentes do instrumento:

[...] seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, desvios, atribuição de propriedades, transformação do artefato (estrutura, função etc.) que prolongam as criações e realizações de artefatos cujos limites são difíceis de determinar devido a esse processo de transformação. (RABARDEL, 2011, p. 211, tradução nossa).

Outro referencial foi a Teoria dos Registros das Representações Semióticas, desenvolvida por Duval (1995), que teve a função de apoiar a análise da evolução da aprendizagem. Essa teoria é uma teoria cognitivista e por isso contribuiu para o desenvolvimento e análise referente ao conhecimento construído pelos sujeitos, levando-se em conta o uso de registros de representação.

Para Duval (2011) a aprendizagem da matemática tem especificidades comparativamente às outras áreas. Sua teoria se insere no campo de atividades cognitivas fundamentais, tais como: compreensão de texto, raciocínio e resolução de problemas. O autor acrescenta que:

A particularidade da aprendizagem da matemática considera que essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou de imagens: sistemas variados de escritas para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógica que

tenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc. (DUVAL, 2009, p. 13).

Em um primeiro instante, se faz o uso do registro de representação, de um determinado objeto matemático, o da linguagem natural, mas, no entanto, é necessário utilizar os demais registros de representação como o gráfico e o simbólico. Lidar com as diferenciações é uma atividade cognitiva pertencente a cada indivíduo. Isso implica que as tais atividades cognitivas estão presentes na utilização de esquemas mobilizados por sujeitos envolvidos no processo de construção da Função Afim.

Ainda se tratando da linguagem natural, podemos afirmar, à luz de Duval (2009), que ela se constitui em um registro à parte. Não somente por se ter uma grande complexidade e enorme variação que a linguagem natural oferece:

[...] mas também em razão de sua propriedade genética sobre os outros registros e de seu papel único em relação à função metadiscursiva de comunicação. Ela se traduz em todos os indivíduos, por uma espontaneidade discursiva que serve de ponto de ancoragem a toda a aprendizagem ligada a um ensino, independente do fato que essa espontaneidade possa não repetir todas as regras de conformidade da língua e que ela possa ser inibida ou favorecida pelo jogo das interações sociais. (DUVAL, 2009, p. 106).

É extremamente necessário pontuarmos a importância da abordagem das representações semióticas, uma vez que, nesse processo, se torna possível expressar o que antes estava interiorizado no sujeito, visto que Duval (2009) cita uma declaração de Piaget para explicação desse processo complexo:

É preciso tempo para interiorizar as ações em pensamento porque é bem mais difícil se representar o desenrolar de uma ação e dos seus resultados em termos de pensamento do que se limitar à sua execução material[...] A interiorização das ações supõe também sua reconstrução em um novo plano e essa reconstrução pode passar pelas mesmas fases, porém com uma maior diferença que a reconstrução anterior da própria ação [...] (PIAGET, 1969, p. 52, apud DUVAL, 2009, p. 30).

Os registros de representação semiótica, segundo Duval (2009, p. 37), constituem os graus de liberdade que cada sujeito pode utilizar para atingir os objetivos próprios de uma ideia que inicialmente pode ser confusa, a fim de explorar

informações ou até mesmo para simplesmente comunicá-las com um interlocutor.

A análise dos obstáculos, lacunas e desenvolvimento dos conhecimentos encontrados nas representações fundamentais relativas à compreensão de textos, raciocínio, construção de tratamentos matemáticos e lógicos, confrontam o que Duval (2009) classifica como três fenômenos que são estreitamente ligados:

O primeiro é o da diversificação dos registros de representação semiótica [...] A linguagem natural e as línguas simbólicas não podem ser consideradas como formadoras de um só e mesmo registro. Igualmente, os esquemas, as figuras geométricas, os gráficos cartesianos ou tabelas. São sistemas de representação muito diferentes entre si e que colocam, cada um, questões de aprendizagem específicas. O segundo fenômeno é o da diferenciação entre representante e representado ou ainda entre forma e conteúdo de uma representação semiótica [...] O terceiro fenômeno é o da coordenação entre diferentes registros de representação semiótica disponíveis: o conhecimento de regras de correspondência entre dois sistemas semióticos diferentes não é suficiente para que eles possam ser mobilizados e utilizados juntos. (DUVAL, 2009, p. 37).

O autor classifica ainda que existem diferentes tipos de representações, a depender da posição consciente e não-consciente, e externa e interna, essas últimas permitem:

[...] dividir o domínio das representações mediando duas precisões suplementares. A primeira é que todas as representações ditas “externas” são representações produzidas como tais por um sujeito ou por um sistema[...] A segunda é que a produção de uma representação externa pode apenas se efetuar pela operacionalização de um sistema semiótico. (DUVAL, 2009, p. 42).

No Quadro 03 constam os tipos de funções de representações.

Quadro 03 - Tipos de função de representação

	INTERNA	EXTERNA
CONSCIENTE	Mental Função de objetivação	Semiótica Função de objetivação; Função de expressão Função de tratamento intencional
NÃO-CONSCIENTE	Computacional Função de tratamento automático ou quase instantâneo	

Fonte: Adaptado de Duval (2009).

Existe uma variedade de representações semióticas possíveis, visto que “as representações semióticas são representações ao mesmo tempo conscientes e externas” para Duval (2009), sendo elas gráficas, figurais, expressões simbólicas, esquemas, expressões linguísticas etc. De mesmo modo, existem diferentes registros de representações, porém:

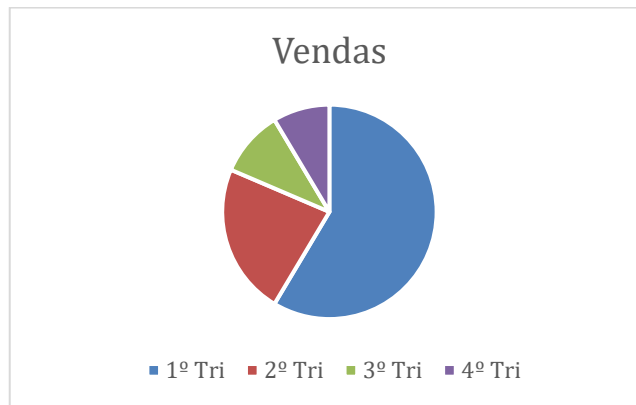
Os diferentes registros de representações se diferenciam não somente pela natureza de seus significantes, mas também pelo sistema de regras que autoriza sua associação e pelo número de dimensões em que se pode efetuar essa associação. (DUVAL, 2009, p. 44).

Precisamos abordar, para nossa melhor compreensão, o que Duval (2009) define ser uma transformação de representação. Para tanto, o autor descreve que é possível ocorrer de duas formas, ou seja, pode haver um tratamento ou uma conversão.

O tratamento se define como um processo que ocorre à transformação de uma representação em outra representação no mesmo registro, e a conversão como um processo no qual há uma transformação de representação em outra representação, em um outro registro, diferente do registro de partida inicial.

Um Tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele em que as regras de funcionamento são utilizadas: um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação de um registro a outro. Ela requer então a coordenação dos registros pelo sujeito que a efetua. (DUVAL, 2009, p. 39).

A Figura 1 indica vendas de 10 volumes de mercadorias registradas por trimestre, distinguidas pelas cores

Figura 1 – Gráfico de setores do círculo

Fonte: Pessoal do autor.

Essa representação gráfica pode sofrer conversões a duas representações simbólicas conforme Quadro 04

Quadro 04 - Conversão de representação

Registro de representação Gráfico	Simbólico/ representação fracionária	Simbólico/ representação decimal
1º tri	6/10	0,6
2º tri	2/10	0,2
3º tri	1/10	0,1
4º tri	1/10	0,1

Fonte: Pessoal do autor.

Para Duval (2009) em uma análise de compreensão em matemática deve-se buscar o que caracteriza a atividade matemática do ponto de vista cognitivo, comparativamente a outras áreas do conhecimento, quais sejam a grande variedade de representações semióticas e a condição de não se confundir o representado com suas representações.

Logo, orientar-se em uma pesquisa pela teoria de Duval implica em organizar meios para colocar os estudantes em situações de mudança de representações de um objeto matemático.

3.2 Referencial metodológico

Esta pesquisa pelos procedimentos de uma instrumentalização segundo Rabardel já mencionado, e por pressupostos da engenharia didática apresentada em Artigue (1988) como:

Um esquema experimental baseado sobre “realizações didáticas” em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino. (ARTIGUE, apud MACHADO, 2008, p. 235)

Esse esquema tem uma especificidade, relativamente a outros métodos de pesquisa, por propor uma validação interna dos dados. É composto de quatro fases, que passamos a descrever:

Nas Fase1 estão as análises preliminares que a depender do caso estão:

análises epistemológicas dos conceitos contemplados no estudo; análise do ensino atual e seus efeitos; análise da concepção dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução e análise do campo de entraves no qual vai se situar a efetiva realização didática (MACHADO, 2008, p. 238)

Na Fase 2, Concepção e análise *a priori*, são levadas em conta as análises preliminares para se delimitar as variáveis de comando que podem ser de ordem geral ou específica. As de ordem geral são aquelas variáveis intrínsecas ao problema e as de ordem específica são as que entram em jogo na situação e, portanto, ligadas à organização e gestão do meio. A análise *a priori* comporta uma parte de descrição e outra de previsão. Consideram-se escolhas feitas, análise de desafios ou previsão de comportamentos. Nessa fase deve se assegurar que os comportamentos dos alunos devem resultar do conhecimento visado pela aprendizagem.

A Fase 3 da experimentação é clássica. E supõe-se: “a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa á população de alunos; o estabelecimento do contrato didático; a aplicação dos instrumentos de pesquisa; registro das observações feitas durante a experimentação” (MACHADO, 2008, p. 244-245)

A Fase 4 e última é a de análise *a posteriori* e validação. Nessa fase se dá o tratamento dos dados que constam da seleção dos dados pertinentes à análise a

posteriori e na confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori* que se dá a validação ou refutação das hipóteses levantadas no início da engenharia.

Nesta pesquisa a Fase 4 foi alterada, pois não se estabeleceu como procedimento metodológico o levantamento de hipóteses. A validação dos dados foi resultante da comparação das duas análises *a priori* e *a posteriori*.

4 PREPARAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo apresentamos as duas primeiras fases da engenharia didática relativas à preparação da sequência didática. Isso significa que indicamos os estudos realizados relativamente às Fases 1 e 2, a saber análises preliminares; concepção e análise *a posteriori*.

No que tange às análises preliminares consideramos 3 tópicos: a robótica e suas especificidades que interferiram na organização da sequência. O conceito matemático e conteúdos a serem explorados. E o documento oficial, BNCC que indica a situação do ensino atual relativamente ao nível e disciplina estudada.

4.1 Análises preliminares

4.1.1 Robótica Estrutural

Nesta seção dedicada ao estudo da tecnologia que estruturou a sequência didática, apresentamos antes uma breve introdução ao que se refere à robótica pedagógica ou robótica educacional, que teve como pioneiro Saymor Papert, matemático e pesquisador da Universidade de Massachusetts nos EUA.

Após iniciar os estudos sobre o uso de computadores e programas computacionais na educação, Papert criou e desenvolveu uma linguagem de programação chamada LOGO, um programa computacional em que o cursor era uma tartaruga, com a qual seria possível programar o percurso a ser seguido, estimulando assim a capacidade da criança, bem como possibilitando a ampliação de seu conhecimento matemático e tecnológico.

Com visão futurista acerca do uso de computadores em aulas, Papert defende uma ideia de que todas as crianças deveriam ter um computador, e como o simples ato de fazer a tartaruga se deslocar, ela poderia explorar diversos conteúdos da geometria e da álgebra (VALENTE, 1998).

Anteriormente à criação do LOGO, tendo em vista a teoria de Piaget, com quem Papert trabalhou no início da década de 60, ele organizou sua teoria, conhecida como

Construcionismo e, anos depois, lançou um dos seus mais conhecidos livros “*A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*” (edição original EUA 1993).

Diversos trabalhos de Papert nessa vertente foram realizados durante sua trajetória, influenciando o uso da tecnologia no ensino, porém, com o cuidado de levar em consideração a necessidade de saber utilizar uma determinada ferramenta computacional, como explica Oliveira (2018), ou ainda mais do que apenas utilizar, importante é buscar significados aos conceitos por meio desses recursos.

Inserido no processo educacional e conectado ao conceito construcionista de *fluência digital*, Oliveira (Ibid. p. 67) descreve que “a exploração dos elementos da interface e a apropriação da lógica de uso dos recursos disponíveis” são dois tipos de construção do conhecimento que podem acontecer simultaneamente, ou em momentos interligados/muito próximos.

Além do LOGO, outros modelos de programas voltados para a área da educação, visando articular conceitos teóricos com abordagem prática, foram desenvolvidos como o Lego NXT, *Tecnica*, e até mesmo sucatas e outros materiais, são possíveis de serem utilizados como recurso para a abordagem de robótica pedagógica.

Esses materiais são os mais utilizados entre os professores que atuam nessa área (robótica educacional), nós preferimos um material chamado *K'nex*, por se tratar de uma robótica que ressalta e valoriza a etapa estrutural, diferentemente dos demais, cujo objetivo central é a programação.

Diferente de alguns modelos disponíveis no mercado, a *K'nex* valoriza o aspecto estrutural, dos projetos que são possíveis desenvolver com seus materiais. Criada nos EUA por Joel Glickman, esse material apresenta uma diversidade de modelos para montagens, com classificação indicativa para crianças a partir de cinco anos e, recentemente, foi lançada uma nova versão chamada *K'nex BABY*, com classificação para maiores de dois anos e meio. A ideia central do material está ancorada na possibilidade de hastes serem encaixadas em conectores que se distinguem por abertura de seus ângulos e por cores. Além de hastes e conectores,

outras peças também foram desenvolvidas, como rodas, engrenagens, polias, motores elétricos, motores solares e motores mecânicos.

Figura 2 – Peças K'Nex



Fonte: *K'nex Educacion*, 2019.

Peças flexíveis foram projetadas para que haja possibilidade de montar estruturas com flexibilidade, sendo possível a montagem de partes curvas e arqueadas, como demonstra a Figura 2, com a haste verde fluorescente, e na Figura 3, com a haste roxa flexível.

Figura 3 – Ponte construída com haste flexível



Fonte: *K'nex Educacion*, 2019.

O *K'nex* tem especificidades de uma robótica estrutural e de um instrumento de apoio pedagógico e didático para o ensino de matemática no ensino básico, o qual pode deixar de lado a programação dos artefatos construídos. Espera-se que a exploração de sua componente estrutural permita a articulação de esquemas de utilização (RABARDEL, 1995) e assim sendo possa se transformar de **um artefato a um instrumento**.

Figura 4 – Montanha Russa



Fonte: Pessoal do autor.

Como mostra a Figura 4, a robótica estrutural possui um aspecto visual e a montagem dos componentes é diferente da robótica de programação e, embora a programação tenha ganhado grande notoriedade atualmente, em nossas oficinas, observamos entusiasmo dos participantes no decorrer das etapas de montagem dos artefatos. Nessa fase das análises preliminares ficam as experiências de utilização desse material nas aulas de matemática, física e engenharia, como um recurso para o ensino. Fatos como a satisfação dos alunos quando utilizamos esse material nas aulas, de nossa experiência na graduação em Engenharia Civil revelaram que a possibilidade de realizar atividades práticas poderia favorecer a compreensão. Essas considerações sobre a robótica estrutural foram relevantes na concepção da sequência.

4.1.2 Documento oficial

Destacamos a seguir alguns tópicos gerais referente ao contexto matemático, relacionado ao Ensino Médio que foram considerados nesta pesquisa.

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exigem maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471).

Segundo o MEC, a BNCC não é um currículo, e sim um parâmetro base para desenvolver um currículo, de acordo com o que cada instituição tenha como orientação. Por essa normativa:

Os itinerários formativos – estratégicos para a flexibilização da organização curricular do Ensino Médio, pois possibilitam opções de escolha aos estudantes – podem ser estruturados com foco em uma área do conhecimento, na formação técnica e profissional ou, também, na mobilização de competências e habilidades de diferentes áreas, compondo itinerários integrados, nos seguintes termos das DCNEM/2018: [...] II – matemática e suas tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino; III – ciências da natureza e suas tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos em contextos sociais e de trabalho, organizando arranjos curriculares que permitam estudos em astronomia, meteorologia, física geral, clássica, molecular, quântica e mecânica, instrumentação, óptica, acústica, química dos produtos naturais, análise de fenômenos físicos e químicos, meteorologia e climatologia, microbiologia, imunologia e parasitologia, ecologia, nutrição, zoologia, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino. (BRASIL, 2018, p. 477).

A flexibilidade proposta abre um leque de oportunidades para a retomada de conteúdo, a fim de trabalhar e construir outros novos para garantir o desenvolvimento de competências específicas:

As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer,

em determinadas situações, a mobilização de outras. Cabe observar que essas competências consideram que, além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo. Por sua vez, embora cada habilidade esteja associada a determinada competência, isso não significa que ela não contribua para o desenvolvimento de outras. Ainda que Matemática, tal como Língua Portuguesa, deva ser oferecida nos três anos do Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017), as habilidades são apresentadas sem indicação de seriação. Essa decisão permite flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola. (BRASIL, 2018, p. 529)

Essa flexibilização justifica a escolha dos sujeitos desta pesquisa, uma turma iniciante de 2º ano do Ensino Médio, com alguns conhecimentos prévios adquiridos no Ensino Fundamental, como: números reais, função, resolução de equações do 1º e 2º graus, necessários para o estudo de uma função específica e algumas aplicações.

A partir dessas considerações, buscamos observar se a tecnologia poderia ser utilizada como um apoio para atingir o objetivo proposto e contribuir com a construção de conhecimentos relacionados à Função Afim. Dentre as competências específicas de matemática para o Ensino Médio, temos:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas; Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 531).

Espera-se que o aluno do Ensino Médio tenha habilidade para:

Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais [...] Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 543).

O documento Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica descreve, no Artigo 11, que:

Outros componentes curriculares, a critério dos sistemas de ensino e das unidades escolares e definidos em seus projetos político-pedagógicos, podem ser incluídos no currículo, sendo tratados ou como disciplina ou como outro formato, preferencialmente, de forma transversal e integradora. (DCNEB, 2013, p. 197).

No Artigo 12 (Ibid, p. 197) é afirmado que “o currículo do Ensino Médio deve”:

- I - garantir ações que promovam:
 - a) a educação tecnológica básica, a compreensão do significado da ciência, das letras e das artes [...]
- III - organizar os conteúdos as metodologias e as formas de avaliação de modo que ao final do Ensino Médio o estudante demonstre:
 - a) domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna [...].

Ainda na DCNEB (2013, p. 155) podemos encontrar que:

A liberdade de diversificação e flexibilidade de currículos encontra respaldo nos princípios constitucionais, reafirmados na LDB, da “liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber” e o “pluralismo de ideias e concepções pedagógicas” (Constituição Federal 1988, art. 206, Incisos II e III; e art. 3º, Incisos II e III da LDB), além do previsto na organização da educação nacional, na obrigatoriedade dos sistemas de ensino de assegurar “progressivos graus de autonomia pedagógica” a suas unidades escolares (LDB. art. 15).

Essas orientações reforçam a escolha dos sujeitos, alunos do início do segundo ano do Ensino Médio, visto que existe a possibilidade de retomada e aprofundamento do estudo sobre a Função Afim para construção de novos conhecimentos matemáticos em conexão com a física e engenharia.

4.1.3 Conceito matemático

Nessa seção estão algumas informações sobre o conceito de função, e em particular de Função Afim.

O conceito de função é um dos conceitos fundamentais da matemática e é um dos conceitos bastante estudados na área da educação matemática. Esta pesquisa se insere nesse bloco, abordando uma das funções estudadas a partir do Ensino

Fundamental anos finais. Neste item, apresentaremos alguns de seus elementos com vistas a unificar forma e conteúdo utilizados na sequência proposta, além de avaliar em análises preliminares os elementos que devem ser explorados e que podem trazer dificuldades para os alunos.

Definição de função: Uma função f é uma terna cujos elementos são dois conjuntos X e Y não vazios e uma relação f entre eles que estabelece uma correspondência unívoca associando a cada elemento de X um único elemento de Y .

O conjunto X é o domínio da função, ou seja, é o conjunto em que qualquer de seus elementos encontra, de maneira única pela f , um correspondente y de Y , ou seja, qualquer que seja x pertencente a X **existe** um único y pertencente a Y tal que $y = f(x)$.

O elemento x do domínio X é chamada variável independente e y associado a algum elemento x de X é chamado imagem de x pela f , e é denotado por $f(x)$ e, portanto, variável dependente de x .

O conjunto Y é o contradomínio de f , isto é, um conjunto que contém as imagens de f

O conjunto das imagens $f(x)$ de f aplicada a cada x pertencente a X , é um subconjunto não vazio de Y , e denomina-se conjunto imagem de f e é denotado por $\text{Im}(f)$ ou $f(X)$.

Os elementos de X são as variáveis independentes, e os de Y as variáveis dependentes. Dessa forma é possível a percepção de que o conjunto Y possa conter outros elementos que não sejam imagens de elementos de X . No entanto, a correspondência entre os dois conjuntos não se configura uma função de X em Y se existir algum elemento de x (domínio) sem associação em uma imagem (y) do contradomínio, ou se um mesmo elemento x pertencente a X se associar a mais de um elemento de Y .

As funções podem, a partir de condições que satisfazem classificarem-se em:

- Injetora ou injetiva: se $x_1 \neq x_2$ então $f(x_1) \neq f(x_2)$; ou equivalentemente, se $f(x_1) = f(x_2)$ então $x_1 = x_2$

- Sobrejetora ou sobrejetiva: se para qualquer y de Y existe x em X tal que $y = f(x)$, isto é, se $Y = \text{Im}(f)$
- Bijetora ou bijetiva: quando a função é injetora e sobrejetora.
- crescente, se para x_1, x_2 com $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- decrescente, para x_1, x_2 com $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
- não decrescente ou não crescente, quando em cada caso anterior, respectivamente se incluir o sinal de igual nas implicações
- constante, se somente se, cada elemento de x em X associa-se o mesmo elemento k em Y .
- identidade, se somente se cada elemento x em R associa o próprio x .

Ao longo da história, necessidades reais do homem, impostas pela natureza ou mesmo pelo cotidiano, e o desenvolvimento da matemática levou à elaboração de modelos e as funções tiveram outras classificações, como: afim, quadrática, polinomiais, racionais, irracionais, exponenciais, trigonométricas, entre outras.

A partir do século XVII começaram a surgir as primeiras ideias sobre o conceito de função, com a necessidade de observação dos fenômenos e das leis que os explicam. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) foi quem criou o termo *função*, no entanto, Galileu e Newton utilizaram em seus trabalhos algumas noções de lei e dependência.

“Leibniz não é responsável pela moderna notação de função, mas é a ele que se deve a palavra função, praticamente no mesmo sentido em que é usada hoje.” (BOYER, 2010, p. 279).

Uma função f de R em R é denominada **Função Afim**, quando a cada número real x associa-se o número real $y = ax + b$, para $a \neq 0$.

Os números reais a e b da expressão $ax + b$ são os coeficientes da função e respectivamente, denominados por:

- Coeficiente angular: determina a medida do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas (eixo x), no sentido anti-horário.

- Coeficiente linear: abscissa do ponto em que a reta intercepta o eixo y, isto é, em que $x = 0$ e em consequência $y = b$
- O zero de uma função afim é o número x do domínio tal que $f(x)=0$.

A Função Afim é:

- crescente para $a > 0$
- decrescente, para $a < 0$

4.2 Análise *a priori* e concepção

Na concepção da sequência didática explorou-se as representações da Função Afim, língua natural, gráfica e algébrica (DUVAL, 2011), seus componentes constitutivos como coeficientes angular e linear e as implicações de suas variações (positivos, negativos, nulos).

A exploração desses elementos foi realizada em aulas que compõem a sequência. Os alunos atuaram em experimentações práticas por meio da robótica, às quais permitiam ao pesquisador a identificação de erros, evidências de propriedades, levantamento de hipóteses e nova configuração do processo. Essa atuação se configurou na transformação de um artefato, que são as peças isoladas do K'nex, em um instrumento que auxiliava a formação de novos conhecimentos.

Na análise *a priori* constou do estudo de conhecimentos dos sujeitos de pesquisa foi realizado de duas formas: a partir do relato de duas de suas professoras de matemática e pelo desenvolvimento de duas aulas diagnósticas.

Vale destacar a informação delas de que a escola se localiza em região de grande vulnerabilidade, a família, de um modo geral, não participa efetivamente do meio escolar, no acompanhamento dos estudos do aluno, assim como desconhece o sistema de ensino que é utilizado pela instituição.

Elas informaram que os alunos eram em maioria, de uma mesma turma de 2019 e destacaram que a variação de transição é de 30%, sendo representada por alunos que migraram em 2019 do período matutino da mesma unidade escolar para o período noturno, devido ao trabalho. Elas indicaram que cerca de 70% desses

alunos participam de programas de jovens aprendizes, trabalham quatro horas diárias e participam de cursos de formação extra, para a qualificação e revisão de conteúdos básicos, fundamentalmente Português e Matemática, a fim de que sejam aptos na atuação no mercado de trabalho.

Quanto aos objetos matemáticos trabalhados desses cursos de formação extra elas indicaram o estudo dos números reais a partir de suas representações decimais e fracionárias; equação do primeiro grau e porcentagem. Elas revelaram que grande parte dos alunos são desinteressados e não se concentram em atividades mais abstratas de matemática ou de outras disciplinas.

As professoras haviam realizado análises diagnósticas que indicaram dificuldades na utilização e compreensão do sistema numérico e cartesiano de forma adequada. Por isso, no primeiro bimestre, foi realizada uma revisão de conteúdo: representação decimal, fracionária, potenciação, radiciação, equação do primeiro e segundo grau, sistema cartesiano.

Elas explicaram que esses conteúdos foram revisados devido ao fato de serem necessários para o 2º ano (Trigonometria: Gráficos de funções trigonométricas, Matrizes, Probabilidade, Análise combinatória, Sistemas Lineares).

Ficou constatado pelos informes das professoras que todos os conteúdos foram trabalhados com os alunos, no entanto, não houve aprofundamento em Sistemas Lineares, as atividades desenvolvidas apenas foram representadas por exercícios que utilizavam a Regra de Cramer, não foi trabalhado escalonamento, análise das equações no sistema cartesiano, o comportamento das constantes (deslocamento em relação a x , y ou z).

No início de 2020, visto que muitos ainda não consolidaram a ideia de representações fracionárias, decimais, sistema cartesiano, potência, raiz, novamente desenvolveu-se uma revisão. Os novos conceitos determinavam a necessidade desses conteúdos prévios.

Uma das professoras revelou que apesar da revisão, houve ainda dificuldades quanto aos conceitos prévios para o desenvolvimento das atividades, como: potenciação, raiz, regras de sinais, entendimento da representação da reta no sistema

cartesiano, esboço do gráfico e análise dos coeficientes da reta. Ela diz que foram duas aulas semanais, pois o horário formado com duas aulas às sextas-feiras, tornou-se um desafio para que os alunos participassem das atividades às sextas, acarretando apenas a participação em duas aulas. Fato esse que destaca um trabalho mais desafiador. Nesses reforços foram utilizados exercícios propostos pelo ENEM, Só Matemática, Brasil Escola, além do Caderno do Aluno dentro das perspectivas de desenvolvimento do grupo da sala e projeto de aulas da revista Nova Escola.

Anteriormente, em 2019, foram utilizados os *softwares* como: Excel (ideia de matriz e elaboração de fórmulas), Super Logo (na construção da ideia de lateralidade, construção de ângulos) e *GeoGebra*.

Na segunda semana de fevereiro, elas começaram a oficina de robótica com uma aula semanal. Atestaram que é grande o interesse dos alunos em relação ao uso desse material.

É notável o interesse do aluno na percepção e análise das estruturas elaboradas com o material. Construções que atingem o objetivo proposto leva os alunos a questionarem o procedimento que realizaram durante a montagem.

A orientação da Base Nacional Comum Curricular, com o que se presume que os alunos aprendam, alinhado ao relato das professoras sobre a forma que elas têm trabalhado os conteúdos matemáticos e as possíveis lacunas a serem preenchidas, foram essenciais para a concepção da sequência didática, apresentada no próximo capítulo.

5 EXPERIMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo é dedicado às Fases 3 e 4 da engenharia didática, isto é a experimentação; análise *a posteriori* e validação.

5.1 Experimentação

Uma sequência didática é um conjunto de atividades propostas para o ensino de um determinado conceito. Sua concepção e experimentação, descritos neste capítulo constituem-se fases da engenharia didática (ARTIGUE, 1988).

A análise *a priori*, envolveu a análise dos conceitos matemáticos, de um documento oficial e conhecimentos prévios dos sujeitos; as variáveis didáticas foram escolhidas; em acordo com essa análise; o desenvolvimento das atividades foi instrumentado com o uso da robótica para a construção de um carrinho, a institucionalização dos conceitos apoiou-se no uso do *software GeoGebra*.

A análise *a priori* envolveu o levantamento de atributos da Função Afim e os da física e engenharia que emergiram, de estratos de direcionamentos da BNCC, de conhecimentos prévios dos estudantes por meio de depoimentos das professoras, e levou em conta dados da experiência do pesquisador no trabalho com a robótica estrutural em atividades escolares os quais indicavam que essa tecnologia pudesse contribuir com o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

As atividades foram elaboradas com apoio da robótica estrutural na perspectiva da transformação de um artefato em um instrumento que favorecesse o ensino e a aprendizagem. Essa perspectiva acontecia com o uso das peças do k'nex para a construção de um carrinho, à qual motivando os estudantes permitia a exploração dos atributos da Função Afim, da física e da engenharia. Constituiu-se o engajamento dos estudantes em um processo em que, essas peças vão se transformando em um carrinho, e, assumindo características de um instrumento, na perspectiva didática.

A experimentação da sequência aconteceu em três encontros, organizados em formato de aulas, distribuídos um por semana com duração de duas horas aula (1:40

hora). A escola disponibilizou o horário noturno com início às 19 horas. Esses encontros transcorreram de 28 de fevereiro a 13 de março de 2020. O Quadro 05 apresenta as informações técnicas das Aulas desenvolvidas, além dos materiais necessários e o tempo estipulado para a realização de cada aula.

Quadro 05 - Ficha técnica das aulas

Aula	Material necessário	Tempo utilizado	Data da realização
1 - Ângulos e medidas	Material k'nex; folha para registro	50 minutos	28/02/2020
2 - Construção de um carrinho	Material k'nex; folha para registro	50 minutos	28/02/2020
3 - Construindo conceitos	Material k'nex; elástico; folha para registro	50 minutos	06/03/2020
4 - Matemática em outras áreas	Carrinho construído; folha para registro; fita métrica	50 minutos	06/03/2020
5 - Função Afim	Carrinho construído; folha para registro; fita adesiva; fita métrica	50 minutos	13/03/2020
6 - Diferentes representações	Registro da Aula 5; computador com <i>software GeoGebra</i> instalado	50 minutos	13/03/2020

Fonte: Elaboração do autor

As escolhas didáticas foram realizadas para reconhecimento do coeficiente angular na expressão da Função Afim; associação da inclinação de uma reta com a medida de um ângulo e a relação com o coeficiente angular; destaque para as intersecções com os eixos coordenados em particular a relação com o coeficiente linear. Esses elementos que caracterizam a Função Afim, foram pouco desenvolvidos ou ainda estiveram ausentes do ensino que os estudantes vivenciaram, o que pode ser detectado a partir do relato das professoras titulares das turmas que eles faziam parte e foi aproveitado na análise *a priori*, da seção 4.2.

O desenvolvimento da sequência didática, se apoiou na revisão de literatura, quando é apontada a necessidade de encontrar meios para favorecer a compreensão dos estudantes, destacando-se que o uso de recursos tecnológicos diferentemente das estratégias de aulas tradicionais, possibilitam tornar o aprendizado mais significativo e contribuir com a aprendizagem. Ao final de cada aula o pesquisador

refletiu com os alunos conjecturas emergentes dos conteúdos abordados, buscando suas sistematizações. Para isso, o pesquisador utilizou a lousa e motivou discussões entre os participantes.

5.2 As aulas da sequência

5.2.1 AULA 1

Objetivos: Introduzir o conhecimento de inclinação de uma reta e a noção de coeficiente angular com sua identificação na representação algébrica $f(x) = ax + b$.
Meios para alcançar esse objetivo: fazer uma revisão de conteúdos e favorecer a familiarização da noção de ângulo, de medidas de ângulo e de classificação de ângulos.

Material utilizado: robótica estrutural k'nex e uma folha para registro.

Tempo previsto: 50 minutos

Organização: Trabalho em dupla, mantendo-se duas duplas por mesa, perfazendo assim 24 alunos acomodados nas seis mesas existentes no espaço. Cada dupla tem disponível para a realização da aula, um kit do material *k'nex* com 600 peças, separadas dentro de uma maleta organizadora.

Desenvolvimento e avaliação: A atividade se inicia com os estudantes se organizando em duplas, à livre escolha. A proposta de utilização da robótica estrutural e o material que foi utilizado na pesquisa, foram apresentados para os estudantes e, neste momento, não foi destacada a relação do conceito matemático a ser trabalhado, pois a revisão pretendida deveria aparecer durante o processo, na utilização do material de robótica e as possibilidades existentes nesse contexto, além da interdisciplinaridade resultante.

As peças foram disponibilizadas nas mesas para que os alunos as observassem e as manipulassem, conforme demonstra a Figura 5. Em seguida, discutimos a possibilidade de construir alguns conceitos de matemática, física, química, além de disciplinas da engenharia, utilizando aquele material. Muitos disseram que seria possível, outros não perceberam as possibilidades. No entanto,

eles indicaram em diálogos, registrado nessa seção mais adiante, dúvidas e curiosidade de como fazê-lo, e alguns admitiram como hipótese ser isso possível.

É apresentado a eles a proposta de construção de um carrinho com as peças do material disponível. É orientado que eles devem refletir sobre as possibilidades de modelos do carrinho, utilizando para isso a folha de registro. E ainda que anotassem durante essa construção cada situação em que houve necessidade de construir um ângulo e fizessem hipóteses sobre sua medida, sempre na articulação dessas informações com o material utilizado

Em uma segunda etapa dessa aula, com a construção do carrinho acontecendo, houve uma discussão sobre formatos de figuras geométricas escolhidas, e relato de dificuldades encontradas, em especial para se conjecturar medidas dos ângulos presentes nas estruturas. A palavra inclinação de uma reta aparece, e se abre a possibilidade de se levar em conta tópicos ligados à engenharia como dimensionamento estrutural e treliça², constante nos diálogos ao final da seção.

Figura 5 - Caixa com peças k'nex



Fonte: Dados da Pesquisa.

Durante essa discussão em que dificuldades são detectadas, o pesquisador interfere lembrando com eles conteúdos de geometria que julgou necessário para dar continuidade à construção de um carrinho.

O pesquisador fez questionamentos em duas direções: quanto à possibilidade de construir um carrinho utilizando aquele material; e quanto aos conceitos

² Treliça do francês *treilles* representa uma estrutura dimensionada a partir de elementos triangulares, cuja função é distribuir e suportar os esforços sofridos pela estrutura.

matemáticos que poderiam emergir nesse processo; e ainda se somente matemática ou de outras áreas também.

Houve um momento de reflexão e discussão, por parte de alguns estudantes, acerca do questionamento levantado, mas em outra parte, houve estudantes que estavam ansiosos para iniciar a atividade de montagem do carrinho. Quando o pesquisador questionou qual seria o formato geométrico que o carrinho iria possuir, boa parte dos alunos não tinham opinião formada, nem tão pouco criaram conjecturas a respeito, tendo em vista o entusiasmo para iniciar a montagem. Os participantes estavam ansiosos para iniciar a atividade prática para montar seus carrinhos, como demonstra parte da conversa transcrito a seguir realizada entre alguns alunos.

Marcelo: posso começar a montar?

Lucas: Vamos começar logo, por favor.

Maria: Calma, Lucas. Eu não sei por onde começar.

Pesquisador: Vocês escolheram qual formato geométrico o carrinho vai possuir?

Bianca: Acho que vou fazer um quadrado, porque fica mais fácil.

Ana: Eu vou fazer em forma de triângulo, assim fica mais leve.

Carlos: É mesmo Ana, mais leve o carrinho pode correr mais.

Laura: Não tinha pensado nessas coisas.

Marcelo: Eu também não, só queria começar a montar logo.

As rodas foram disponibilizadas para os alunos e foram classificadas como: pequena, média e grande. Cada dupla realizou a escolha de quatro rodas, dentre os três modelos de rodas, para desenvolver seu artefato.

Os estudantes discutiam entre eles a respeito da *inclinação das retas* presentes nas estruturas que estavam desenvolvendo, ou do como a inclinação interferiria na construção de uma estrutura capaz de favorecer a *estabilidade do carrinho*. Boa parte do grupo pediu o auxílio das professoras colaboradoras e do pesquisador sobre *classificação dos ângulos e suas medidas*, alegando esquecimento ou não falta desse conhecimento.

Iara: Por favor, alguém me ajuda. Não me recordo mais sobre ângulos.

Marcelo: Eu nem sei se aprendi isso. Sempre tive dificuldade para saber como medir um ângulo. Sei que essas pecinhas que estamos usando possuem um ângulo, mas não sei classificar.

Bianca: Como eu decidi fazer um quadrado, eu sei que esses ângulos possuem 90° logo, fica fácil de classificar, mas é só isso que eu sei também.

Gabriela: Pessoal, nós vimos isso no 7º ano do Ensino Fundamental II. Alguma coisa eu lembro, mas nós não deveríamos ter esquecido, porque agora nós estamos precisando desse conteúdo.

Lucas: Eu sei que é preciso, Gabi, mas agora eu não me recordo de praticamente de nada.

A discussão com a turma toda nos revelou a pertinência das escolhas feitas e para estruturar os conhecimentos sobre a noção de ângulos, e que seria necessário retomar e aprofundar o estudo sobre essa temática para dar sentido ao coeficiente angular de uma reta, e à sua representação. Optou-se por ter uma postura ativa durante a pesquisa, pois levou-se em consideração as dificuldades presentes nos estudantes durante as etapas iniciais de construção do carrinho da Aula 1, de modo a participar ativamente, sempre que necessário, tanto o pesquisador como as professoras colaboradoras, orientando e discutindo os questionamentos levantados.

Diante desse cenário, apoiado no referencial teórico, à luz de Rabardel (1995), constatamos que a robótica estrutural favorecia a formação de esquemas pelos estudantes que gerava a formulação de questões, o que em geral não ocorre em aulas tradicionais, questões essas que favoreciam a aprendizagem dos conhecimentos que estavam em jogo na Aula, e que visavam a construção dos constructos que compõem o conceito de uma Função Afim, e que pouco a pouco este artefato assumia um papel de mediação entre o sujeito e o objeto matemático.

Durante o processo de construção do carrinho, iniciado nessa Aula, abordamos as possibilidades de trabalhar de forma interdisciplinar, conectando o conceito de ângulo com a noção de inclinação de uma reta no processo de desenvolvimento da estrutura do carrinho e a construção de hastes na estrutura, a partir das inclinações a partir dos ângulos, resultando em treliças, tópico esse trabalhado nos anos iniciais da

graduação em engenharia. Conforme demonstra a Figura 6, um dos carrinhos em fase de desenvolvimento, podemos observar os nós da treliça³ presente na estrutura.

Figura 6 - Hastes construídas com ângulos de 45° e 90°



Fonte: Dados da Pesquisa.

A Figura 6 indica a decisão tomada pela dupla projetista do carrinho, que optou por utilizar ângulos de 45° e 90°, favorecendo a criação de uma estrutura com inclinação de 45°.

5.2.2 AULA 2

Objetivos: Retomar as noções de inclinação de uma reta, coeficiente angular constante na representação algébrica $f(x) = ax + b$.

Material utilizado: robótica estrutural k'nex e uma folha para registro.

Tempo previsto: 50 minutos

Organização: Manutenção das duplas e da organização da sala

Desenvolvimento e avaliação: A primeira atividade foi a de manipular o material de robótica estrutural e dar continuidade à construção do carrinho, que posteriormente vai ser movido pelo armazenamento de energia com o elástico. Esperava-se que a dupla deveria finalizar o esboço do carrinho iniciado na aula anterior. Era possível desfazer e reformular a estrutura escolhida, atitude tomada por alguns alunos corrigindo escolhas feitas em função da expectativa do funcionamento do carrinho. Essas foram situações que permitiram maior reflexão sobre a noção de inclinação de

³ Nó de uma treliça é a extremidade na qual os pontos do seguimento de reta são ligados.

uma reta, pois ela interferia na estruturação do carrinho no que se referia à colocação das hastes. Vale destacar que a atenção dos alunos era perceptível uma vez que a explicitação das dificuldades partia deles, e a solução do questionamento auxiliava-os a refazer o trabalho. As novas etapas eram registradas na folha, destinada a isso, indicando avanço comparativamente ao que tinha sido produzido na aula anterior. Se necessário, era disponibilizada uma nova folha para novos registros. A segunda etapa da Aula 2, como na Aula 1. Pelos diálogos constantes nessa seção, os estudantes refletem e expressam dificuldades existentes nesse novo momento. O pesquisador analisou as dificuldades e identificou equívocos e inconsistências nos conhecimentos de alguns dos estudantes sobre as noções estudadas, ângulo e medida de ângulo e inclinação de reta ainda não estavam consistentes. E então são retomadas parte delas durante as atividades, tais como: as diferenciações entre ângulo agudo; ângulo reto; ângulo obtuso.

O acompanhamento da construção dos carrinhos, pelo pesquisador, foi revelando que ela favorece uma nova abordagem dos conceitos matemáticos, na medida em que há necessidade de articulação entre eles e com outras áreas, ou seja, que essa construção possibilita um aprendizado interdisciplinar na análise das relações existentes entre conceitos da matemática, da física e da engenharia. Rabardel (1995) descreve que:

A descoberta progressiva de propriedades intrínsecas do artefato pelos sujeitos está relacionada à acomodação de seus esquemas e às mudanças de significado para o do instrumento como resultado da associação do artefato aos novos esquemas. (RABARDEL, 1995, p. 116, tradução nossa).

Durante a montagem dos carrinhos (um protótipo em primeiro instante) foram trabalhadas as relações entre ângulos, proporção entre as hastes a serem utilizadas, figuras geométricas, simetria e a introdução de conceitos da física (força, atrito e equilíbrio) e engenharia (automobilística e aerodinâmica).

O pesquisador trouxe a questão da utilização do elástico para realizar o deslocamento do carrinho, a partir do armazenamento de energia no elástico. Mas os estudantes ainda estavam envolvidos com os elementos construídos na Aula 1. A Figura 6 abaixo, demonstra dois modelos distintos de carrinho e um estudante efetivando sua construção.

Figura 7 - Construção do carrinho e análise da utilização do elástico



Fonte: Dados da Pesquisa.

Além da discussão de qual o formato adotado para a construção do carrinho, iniciamos uma preparação da utilização do elástico, atividade prevista para a Aula 3.

Jonas: Optei por fazer um formato com a frente inclinada, para ajudar a cortar o vento.

Antonella: Jonas, acho que ainda nosso carrinho ficou muito alto, poderia ser mais baixo.

Samuel: Eu acho que o de vocês ficou bom. O que eu e a Nick fizemos ficou todo quadrado, não sei se vai andar bem.

Nick: Verdade Samuel, o nosso está todo quadrado.

Bento: Pior é o meu e do Paulo, que a gente nem sabe qual formato é esse.

Paulo: De verdade, eu não lembro como chama esse formato.

Pesquisador: Pessoal, alguém mais tem dificuldade para identificar qual o formato geométrico que o carrinho ficou? Alguma outra dúvida?

Eduarda: O meu e do João ficou igual ao do Bento e do Paulo, mas eu e o João fizemos diferente. Nós juntamos duas formas para dar uma.

João: No nosso caso, usamos um quadrado na parte de trás e um triângulo para a parte da frente, se olhar o contorno, é uma estrutura igual à do Bento e do Paulo. Eu também não sei o nome.

Meire: Estou com dúvida em qual tamanho de roda usar no nosso carrinho, lara, o que você acha?

Iara: Eu acho que dependendo da roda pode atrapalhar na corrida, só não sei qual modelo é o melhor para usarmos.

Juan: Minha dúvida é de como vamos fazer o carrinho andar com o elástico.

Paulo: Se usar rodas maiores atrás o carrinho vai ficar mais inclinado para frente, assim o formato ajuda na hora da corrida, porque se ficar inclinado fica mais rápido.

Gabriela: O carrinho do Bento e do Paulo é em formato de trapézio? Está certo?

João: o que é mesmo um trapézio?

Camila: Nossa. Também não lembro o que é um trapézio.

Bento: Verdade Paulo, o nosso é um trapézio, como esquecemos isso?

Camila: Sério que aprendemos isso alguma vez? Não me recordo disso.

Gabriela: Foi bem rápido, mas já tivemos essa aula sim, o problema é que eu não lembro quase nada, só lembro que esse formato se chama trapézio. Se tiver que calcular a área, por exemplo, eu já não vou saber.

Após o questionamento por parte dos alunos, embora alguns já tivessem criado conjecturas para a construção do carrinho, notamos a necessidade de retomar conteúdos trabalhados nos anos finais do Ensino Fundamental, ainda que os objetivos da Aula 2 eram retomar o conteúdo trabalhado na Aula 1, acerca do coeficiente angular e o estudo do coeficiente linear.

Parte dos alunos não lembravam ou não tinham conhecimento construído relacionado a propriedades do trapézio, como demonstrou o diálogo entre os alunos. A estudante Eduarda, que fez dupla com o estudante João, descreveu que realizou a montagem com a junção de um quadrado ligado a um triângulo, porém não se recordava qual era o nome do formato da junção das duas figuras, mesmo se repetiu no diálogo análogo do João, relatando não saber qual era o nome da figura geométrica que representava a estrutura do carrinho desenvolvido pela dupla.

O conteúdo da física, força atrito, surgiu entre os estudantes, como demonstrou a preocupação da aluna Meire, em dúvida qual tamanho de rodas utilizar, já a aluna

lara criou conjecturas ao ser questionada, refletindo sobre a possibilidade de ter influência negativa, a depender do modelo de roda utilizada.

Quando o pesquisador foi questionado qual seria a melhor roda para utilizar, ele deu a devolutiva para os estudantes.

Pesquisador: qual o modelo vocês sugerem ser o ideal? Por que? Qual fator influencia no desempenho do carrinho?

Alguns estudantes trocaram ideias sobre o questionamento levantado, mas em sua maioria, não manifestaram ter hipótese criada. A seguir, veremos diálogos dos estudantes.

Juan: Se a roda for maior, o carrinho não vai andar mais?

Nick: Eu acho que as rodas menores, o carrinho vai mais rápido.

Antonella: O Juan tem razão, com as rodas maiores o carrinho anda mais rápido, porque ela precisa dar menos volta, se comparado com uma roda pequena.

Paulo: eu até optei por usar rodas maiores atrás, para deixar meu carrinho inclinado, mas refletindo aqui, acho que rodas muito grandes podem grudar o carro no chão, e isso pode atrapalhar.

Samuel: Depois do que o Paulo falou, eu estou pensando igual ele, por isso os carros, de corrida, têm rodas largas e grandes, porque se não fosse assim o carro derraparia nas curvas. Só pensei isso agora depois do que o Paulo falou.

Notamos nos diálogos que os estudantes discutiam conceitos de forma interdisciplinar, tanto conceitos de matemática como ângulos e inclinação, de física, como força atrito e força centrífuga, esses presentes na automobilística. Os estudantes criaram e recriaram suas estratégias durante a aula, sempre levando em consideração os diferentes conceitos que iam emergindo.

Finalizamos a Aula 2, preparando o estudo de coeficiente linear, outro constructo da Função Afim, alvo da Aula 3. Falamos que o percurso pretendido para o carrinho era uma reta, um conceito geométrico que eles já haviam estudado antes. Mas a maioria dos estudantes nem prestaram atenção, pois estavam entusiasmados

e envolvidos com a tarefa de construção do carrinho, o que alertou o pesquisador para a necessidade de chamar a atenção sobre o foco do que estava sendo estudado.

5.2.3 AULA 3

Objetivo: Introduzir o uso do elástico como meio de movimento do carrinho; realizar experimento de deslocamento do carrinho; levar à percepção do movimento linear uniforme e sua relação com a representação gráfica da Função Afim; avaliar a influência do artefato na mediação com o conhecimento visado.

Material utilizado: robótica estrutural *k'nex*, uma folha para registro, o carrinho produzido nas aulas anteriores e um elástico para cada dupla.

Tempo previsto: 50 minutos

Organização: Trabalho em dupla, mantendo-se as duplas das aulas anteriores.

Desenvolvimento e avaliação: O pesquisador retoma os conceitos abordados nas duas aulas e declara os objetivos a serem alcançados nesta etapa da pesquisa.

A princípio os estudantes são motivados a discutir a utilização do elástico para realização do deslocamento do carrinho. Após a discussão, eles deverão colocar em prática as hipóteses levantadas, bem como realizar o experimento, com possibilidade de reformular o carrinho, caso a dupla julgue ser necessário, apresentando argumentos e justificativa para a reformulação. As conjecturas por parte de cada dupla devem ser registradas para discussões posteriores.

Durante a elaboração do protótipo dos automóveis houve bastante discussão entre as duplas e essas com outras duplas, como já visto na descrição das aulas anteriores. Muitos discutiram as diferenças e possibilidades de construção do artefato, assim como a possibilidade de melhoria da construção em andamento. Nesse sentido:

[...] o instrumento não é algo pronto e acabado; ele pode ser elaborado e reelaborado pelo sujeito ao longo das atividades realizadas com o artefato, agora um instrumento, uma vez que já sofreu a ação do sujeito. (BITTAR, 2011, p. 162).

Durante essa parte da atividade questionamos quais as figuras geométricas estavam sendo utilizadas na construção do carrinho pelas duplas e qual a justificativa para utilizar aquelas figuras.

As justificativas, neste momento, recriaram a possibilidade de um cenário de interação com outras disciplinas, construção de conceitos da física e engenharia, de forma dinâmica e articulada entre os grupos na discussão de hipóteses, possibilidades e reconstrução e adequação na construção do artefato.

Carlos: Se colocarmos as rodas grandes atrás, o carrinho vai andar mais, porque quanto maior a roda, mais rápido ele vai.

Ana: Será Carlos? Eu pensei que quanto maior a roda, mais ela gruda no chão. Estou confusa.

Jonas: Ana, você tem razão, mas o carrinho vai ficar preso se vocês usarem rodas maiores na traseira, por isso vou usar rodas médias no meu. Também quero um carrinho mais leve para não ficar tão pesado, o que pode atrapalhar na corrida.

Marcelo: Eu vou colocar as rodas pequenas então, assim fica menos contato no chão, o que pode fazer meu carrinho andar mais.

Lucas: Nós não podemos exagerar, porque se colocarmos muito pequena pode atrapalhar também.

Marcelo: Vamos fazer o teste, se ficar ruim nós trocamos, pode ser.

Lucas: Pode ser, claro.

Antonella: Nós discutimos e optamos por modificar a estrutura do nosso carrinho, porque tinha ficado muito alto. Em relação às rodas vamos usar as médias na parte de trás, assim fica no meio termo, nem muito pequena ou muito grande.

Carlos: Eu ainda acho que se usar rodas maiores na parte de trás, o carrinho anda mais.

Valentina: Quanto maior a roda mais ela vai ficar presa no chão, pelo menos é o que eu entendi na aula passada, e outra coisa, as rodas grandes podem ficar pegando na lateral do carrinho, isso diminui a velocidade também.

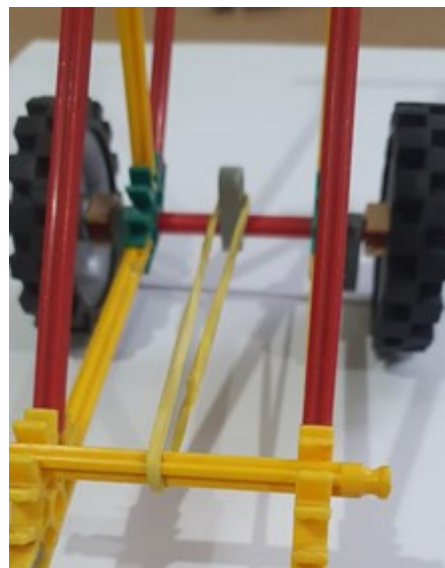
Essa dinâmica e interação entre os alunos, proporcionou a reiteração de novas possibilidades para a construção do automóvel, pois quando a dupla evidenciava de forma argumentativa que o automóvel não possuía uma aerodinâmica e peso próximo ao ideal para sua estabilidade, um leque de possibilidades era discutido entre eles, posteriormente, pois:

Cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, portanto, seu próprio instrumento, que difere do instrumento do “outro”; à medida que o sujeito continua a manipular o instrumento, vai construindo novos esquemas que vão transformando o instrumento. (BITTAR, 2011, p. 160).

Durante as discussões, a indagação de como utilizar o elástico para gerar movimento esteve presente, assim como o porquê desse movimento, além de como a interação da força atrito com a aerodinâmica poderia favorecer ou desfavorecer o desempenho do carrinho. Ficaram notórias as divergências argumentativas entre os integrantes das duplas, referindo-se ao processo e modo de construção do instrumento, pois, como explica Bittar (2011), cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização.

A Figura 8 demonstra como foi realizado o processo de utilização do elástico no carrinho da dupla 8.

Figura 8 - Utilização do elástico - Dupla 8



Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse momento foi necessário realizar uma breve abordagem da interação de conteúdos da física e tópicos de engenharia, como a força de atrito que as rodas exerciam em contato ao solo, energia potencial elástica necessária para a realização do deslocamento, além de tópicos de automobilística, o que favoreceu a estabilidade do artefato construído, para que assim, os alunos retomassem o processo de construção, a partir da prática exercida até então. Logo, essa etapa constituiu-se à luz de Rabardel (1995) como um processo de esquema de ação instrumentada, na qual os objetivos são os de realizar transformações no artefato durante a atividade, englobando os esquemas de uso como componentes.

A Figura 9 evidencia a construção do carrinho da dupla 3, que adotou como padrão de construção a utilização de triângulo retângulo para sua estrutura.

Figura 9 - Carrinho Dupla 3



Fonte: Dados da Pesquisa.

Marcelo: Lucas, precisamos trocar as rodas do nosso carrinho. Com a roda pequena, faltou aderência para andar, por isso o carrinho patinou.

Lucas: Eu sabia que iria acontecer alguma coisa de errado, só não sabia o que seria de fato.

Carlos: Vocês tinham razão. Meu carrinho anda amarrado por conta das rodas grandes que utilizei. Vou precisar trocar por rodas médias.

Valentina: Quase fiquei com dúvida quando vocês falaram que as rodas maiores ficariam melhor, mas depois pensei bem e cheguei à conclusão que quanto maior a roda, maior será a área de contato no solo, logo maior vai ser a força de atrito

atuando entre o pneu e o solo. Também percebi agora, após observar o carrinho dos meninos (Marcelo e Lucas) que a roda pequena também é ruim.

Ana: No início eu falei para o Carlos que não ficaria bom, mas depois ele me convenceu que poderia dar certo utilizar as rodas grandes, agora vendo na prática, percebi que eu estava correta. Precisamos trocar as rodas.

E, por fim, houve a consolidação das hipóteses levantadas por parte dos alunos, utilizando a experiência de colocar o carrinho em movimento, no instante em que, de duas em duas duplas, se posicionavam e colocavam seus automóveis em movimento, após a contagem regressiva para a largada, a partir do ponto de partida que foi indicado, como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Experimento e verificação de evidências



Fonte: Dados da Pesquisa.

Não abordamos o sentido que o automóvel deveria percorrer, apenas fixamos um ponto de partida. Com o experimento prático do deslocamento do carrinho, os estudantes relataram compreender o que foi discutido anteriormente, conforme demonstra o diálogo transcrito no que segue.

Maria: Eu não estava conseguindo visualizar como usaríamos o elástico para fazer com que o carinho andasse, agora na prática eu entendi. O elástico dá voltas no eixo criando pressão logo, assim que soltamos o carrinho é lançado para frente.

Laura: Eu também não fazia a mínima ideia de como fazer, agora entendi. Outra coisa que eu escutei e fiquei refletindo, foi sobre o tamanho das rodas, e vendo

na prática, percebi que os carros com rodas grandes vão mais devagar, isso por conta da aderência das rodas em contato com o chão, logo o atrito é maior, porque a área de contato é maior, no caso das rodas grandes.

Camila: Percebi que o atrito influenciou negativamente, diminuindo a velocidade e a possibilidade de ter um percurso maior, nos casos que usaram as rodas grandes, mas os que optaram por usar só rodas pequenas, na hora da largada o carrinho patinou e quase não saiu do lugar.

Pesquisador: Indiferente do tamanho do percurso realizado, todos os carrinhos tiveram deslocamento, ainda que mínimo? Se sim, o movimento realizado dos carrinhos foi parecido?

Bento: Aparentemente todos andaram em linha reta.

Além de elementos da Função Afim, características de outros conceitos foram entendidas pelos alunos, tais como: aerodinâmica, força atrito e energia potencial elástica. Todas estas relações foram discutidas após os resultados práticos, sempre com hipóteses e argumentos levantados a partir dos resultados observados, como demonstram os discursos transcritos. Após a observação do deslocamento dos carrinhos, ficou perceptível um comportamento igual, de um trajeto em linha reta, ou seja, o movimento retilíneo do artefato, conforme mostraram os relatos dos estudantes. O nosso interesse era destacar a reta para depois na sistematização dos conceitos levá-los a identificar a reta como a representação gráfica de uma função, apresentar a representação algébrica e conferir que o coeficiente angular a se refere à inclinação da reta e que a ordenada do ponto de intersecção da reta com o eixo dos y coincidia com o número b da representação algébrica da reta, o coeficiente linear.

Foi possível perceber o interesse dos estudantes pelo artefato construído, o carrinho. Em alguns momentos, ele se consolida como um artefato e, em outros, é perceptível o seu caráter de instrumento para a identificação e construção de um objeto matemático, em correlação com a física, por exemplo.

A estratégia do desenvolvimento da sequência incluía a retomada dos conteúdos trabalhados nas aulas anteriores, seja de geometria, de física, ou de engenharia, sempre com o intuito de estabelecer conexão entre saberes em uma

postura interdisciplinar. Quando falamos de reta remetemos ao movimento retilíneo, por exemplo.

O modelo de roda utilizado influenciou no desenvolvimento do percurso do carrinho. Isso ficou evidente no relato dos estudantes. Nessa etapa da pesquisa os estudantes visualizaram a oportunidade de construir algum conhecimento, embora não soubessem ainda qual seria, como descrevem as falas a seguir:

Valentina: Com esse deslocamento, nós medimos as distâncias e podemos comparar entre nós.

Bento: Isso é física, não é? Eu estou me recordando, só não sei detalhar.

Meire: Nós vimos isso no começo do ano passado, no primeiro ano do Ensino Médio, mas faz tempo.

Pesquisador: Podemos utilizar os dados obtidos com os valores medidos da distância percorrida? O que podemos abordar com as atividades realizadas nessa aula?

Meire: como eu falei, eu sei que é de física, mas deve ter matemática também. Sempre nós precisamos da matemática na física.

Jonas: Nós medimos a distância, mas não cronometramos o tempo de percurso. Tem alguma coisa a ver?

Caio: Não temos relação entre a distância e o tempo, mas podemos relacionar a distância percorrida e a quantidade de voltas que damos no elástico.

Pesquisador: O que representa a relação entre a distância percorrida e o tempo? Qual o comportamento da trajetória?

Juan: Seria a velocidade?

Eduarda: Se o comportamento se refere a como foi o deslocamento, eu acho que foi em uma linha reta. Estou certa?

Parte dos relatos, demonstra a insegurança nas respostas dos estudantes, o que justifica a importância da retomada de conhecimentos adquiridos em anos anteriores, de forma contextualizada e interdisciplinar, para favorecer o engajamento

e entendimento dos estudantes acerca de conteúdos matemáticos conectados com outras áreas como a física e engenharia, vistos até aqui.

Nessa etapa final da Aula 3 conseguimos alcançar o objetivo de trabalhar o movimento retilíneo percurso representado graficamente como a uma Função Afim, por uma reta. Justificamos a Aula 4 como extensão da Aula 3, desse modo aprofundamos o estudo dos conceitos tratados nessa aula e construímos novos saberes na etapa seguinte. Essa estratégia de retomada de conteúdos, as etapas estão imbricadas uma na outra.

5.2.4 AULA 4

Objetivo: Analisar o desempenho do deslocamento do carrinho realizado na aula anterior; realizar ajustes (opcional para dupla); discutir, ainda, de forma abstrata, a construção de conceitos relacionados à representação gráfica da Função Afim.

Material utilizado: robótica estrutural k'nex, uma folha para registro, o carrinho produzido nas aulas anteriores e uma fita métrica para cada dupla.

Tempo utilizado: 50 minutos

Organização: Trabalho em dupla, mantendo-se duas duplas das aulas anteriores.

Desenvolvimento e avaliação: O pesquisador retoma alguns dos conceitos abordados anteriormente, faz referência de que conceitos novos poderão emergir e declara os objetivos da aula, demarcando um ponto de partida para a largada. Durante o desenvolvimento da Aula 4, os estudantes utilizam o recurso de armazenar energia no elástico (energia potencial elástica), fazendo com que o carrinho obtenha deslocamento, bem como fazem previsão do comportamento do carrinho, de acordo com o modelo de construção o modelo de roda escolhido pelas duplas. Após a realização do experimento de deslocamento do carrinho, foi necessário o aferimento com a fita métrica, da distância percorrida, estabelecida como unidade de medida, o metro. Cada dupla, ao fim do experimento, registrou os dados obtidos, e discutiu com as demais duplas, a possibilidade de utilização, organização e representação dos dados coletados. Ao final, o pesquisador trouxe em discussão de forma contextualizada, a possibilidade da utilização da matemática em outras áreas e suas

conexões em diferentes conteúdos de áreas afins. Como fechamento da aula, a possibilidade de utilização dos dados para construção ou aprofundamento do objeto matemático Função Afim, é discutido entre todos os participantes da pesquisa, com vistas a gerar conjecturas a serem investigadas nas próximas aulas.

Durante a realização desta aula, houve muita discussão entre os alunos, acerca da necessidade de remodelar o automóvel, pois, em função da estrutura física, perceberam que a aerodinâmica prejudicava o desempenho do carrinho durante o percurso, isto porque a utilização de hastes longas, que causavam instabilidade e, em alguns casos, o atrito excessivo entre peças, devido à utilização de forma inadequada, formou uma estrutura cuja as hastes forçavam a abertura dos ângulos existentes nos conectores.

Outro fator que influenciou as duplas a remodelar seu projeto inicial foi optar por mudanças no tamanho das rodas. Visto esse cenário, identificamos como um esquema de ação coletiva instrumentada, Rabardel (1995), isto é, a utilização de um instrumento conjunto ou simultâneo pode ser coletivo ou compartilhado, dentro de um contexto de uma determinada atividade.

As duplas tiveram a possibilidade de analisar os resultados e refazer o automóvel. Quatro duplas desejaram refazer o processo, pois perceberam, após análise e argumentação, o que poderia ter desencadeado a resistência ao movimento no automóvel. De acordo com Rabardel (2011), a articulação entre os esquemas de utilização:

Estão em uma relação de dependência mútua: com base nos esquemas de uso e esquemas de ação instrumentada podem emergir, recompor-se e generalizar-se os esquemas de ação coletiva instrumentada. Inversamente, os esquemas de ação coletiva instrumentada são uma fonte a partir dos quais os esquemas do tipo EAI e EU⁴ podem se desenvolver, evoluir, se recompor. (RABARDEL, 1995a, p. 115, tradução nossa).

Durante a discussão com os grupos, questionamos se, além das relações da física e engenharia que estavam presentes na construção do carrinho, que outro fator

⁴ Esquemas de uso (EU): são as atividades referentes à administração das propriedades particulares e características de acordo com o artefato; esquema de ação instrumentada (EAI): são os objetivos de realizar transformações no artefato durante a atividade, englobando os esquemas de uso como componentes.

relacionado ao deslocamento do automóvel favoreceu a diferença de um carro em relação ao outro e seu comportamento durante a trajetória? Os dados da trajetória poderiam ser organizados? De que forma?

Essas questões possibilitaram o desenvolvimento de ações para a elaboração de uma tabela de resultados por cada dupla, e nessa etapa emergiu uma indagação a respeito da utilização de apenas um par de dados obtidos, pois houve apenas uma largada realizada, exercendo três voltas no elástico.

Caio: Valentina, como vamos fazer com apenas uma largada? Será que na próxima aula vamos testar novamente?

Valentina: Talvez nós vamos lançar com menos voltas no elástico para ver o que acontece, ou podemos lançar com mais voltas também.

Carlos: O nosso carrinho melhorou muito com a troca que fizemos das rodas. Agora com as rodas médias ele não fica mais “amarrado” para andar. Só não sei também como utilizar apenas os dados obtidos de uma única largada, mas vou registrar, como nós fomos orientados.

Thaís: Caio, nós vamos ser desclassificados! Nosso carrinho foi o único a andar para trás, o que você fez? Como isso aconteceu?

Caio: Não sei o que fiz, mas tenho quase certeza, que nós seremos desclassificados.

O estudante se referiu de que forma ele aplicou tração no elástico, para que seu carrinho tivesse um comportamento diferente dos demais, comparando com o sentido do deslocamento.

Dantas: o nosso, a Sandra lançou e foi para frente, igual ao da maioria. O carrinho até foi devagar, mas não parou no meio do trajeto e conseguimos atingir uma distância razoável. Não foi tão ruim.

Paulo: Calma pessoal, com certeza vamos dar mais uma largada, porque é assim nos campeonatos de corrida de carros, sempre tem uma largada de teste para avaliar o desempenho e depois que tem a largada classificatória para a final. Outra coisa, certeza que precisamos de mais uma largada para comparar as duas.

Gabriela: Verdade Paulo. Com apenas uma largada eu não sei o que fazer com os dados obtidos, precisamos de mais um experimento para ter mais dados para comparar e fazer alguma coisa, que eu não sei ainda.

Maria: Anotei os dados do meu carrinho e ainda não sei para que vou usar. Vou esperar para ver.

Lucas: No começo a gente precisou trabalhar com geometria que eu não lembrava, mas, agora voltou a ter matemática, porque já começou a aparecer números.

Nick: Sem contar as coisas de física que foi preciso, para fazer o carrinho.

Laura: Eu particularmente acho isso bom, porque mostra que as coisas que estamos aprendendo estão conectadas, diferente de quando aprendemos separadas. Faz mais sentido aprender assim.

Juan: Eu estava com dúvida na etapa do elástico e até perguntei como seria, mas nós perguntamos e não nos dão a resposta, aí depois de um tempo nós mesmos descobrimos o que perguntamos, sei lá... é estranho... até parece que nós já sabíamos. Legal.

Nick: Nossa Juan, eu também pensei isso, nós acabamos descobrindo as respostas das nossas dúvidas, e o engraçado é qual caminho nós devemos seguir, e é nessa hora que eu fico confusa e com medo de dar errado alguma coisa.

Bianca: O meu andou pouco em relação aos demais. Eu lembro que quando fui escolher as rodas fiquei em dúvida qual escolher, mas quando eu decidi utilizar a pequena, o professor me perguntou se eu tinha certeza da escolha e o porquê escolhi a pequena. Surgiu então, um ponto de interrogação na cabeça, e eu não sabia explicar.

Nos discursos dos alunos ficou claro a necessidade de uma nova retomada para outra largada, de modo que, ao discutirem as possibilidades para uma nova largada, os participantes criavam conjecturas acerca da utilização dos dados. A possibilidade de construção de um saber matemático, mesmo que ainda não notório para os participantes, ficou explícito no discurso do Lucas: “agora voltou a ter matemática, porque já começou a aparecer números”, na qual fez uma fala embasando resumidamente nos acontecimentos dos encontros anteriores.

A conexão com outras áreas do conhecimento foi pontuada no discurso da Laura, que enfatizou “fazer mais sentido ter conteúdos conectados”, diferente da forma habitual de ser trabalhado os conteúdos separadamente.

Nos instantes finais, os participantes queriam que continuássemos para avançarmos, mas o encontro estava previsto para a próxima semana. A necessidade de esperar mais uma semana, gerou ansiedade nos participantes, e para nós, uma satisfação do comprometimento por ambas as partes com a pesquisa que estava sendo realizada. Até a quarta aula, não houve uma ausência de nenhum participante.

No momento final da Aula 4 discutimos as atividades realizadas até ali, e os conhecimentos trabalhados e construídos ao longo das realizações das aulas. Como deveríamos alcançar o objetivo esperado da aula, abordamos os elementos da Função Afim, expressos e construídos nas aulas anteriores, tais como: ângulo, inclinação de uma reta expressa em um plano cartesiano, presente na Aula 1; representação gráfica da Função Afim presente na Aula 3, quando conferimos o tipo do percurso do carrinho.

A abordagem do coeficiente linear se deu na etapa seguinte, prevista para a próxima aula.

5.2.5 AULA 5

Objetivos: Realizar o deslocamento do carrinho por duas vezes (com 3 e 5 voltas no elástico); coletar os dados obtidos e discutir as possibilidades para sua utilização; relacionar as variáveis número de voltas no elástico e metros da distância percorrida pelo carrinho para expressar uma Função Afim. A partir daí introduzir uma aplicação multidisciplinar dessa função; estudo do coeficiente linear.

Material utilizado: Para esta etapa utilizou-se o carrinho construído, folha de papel para registro, fita adesiva e uma fita métrica.

Tempo utilizado: 50 minutos

Organização: Trabalho em dupla, mantendo-se duas duplas das aulas anteriores.

Desenvolvimento e avaliação: Na Aula 5 aconteceu o lançamento do carrinho por duas vezes. O pesquisador demarca com a fita adesiva, no chão, um ponto de partida e inicia a aula retomando com brevidade, de forma contextualizada, os tópicos trabalhados nas aulas anteriores.

Em um primeiro momento, os estudantes se posicionam para realizar o deslocamento do carrinho, a partir do ponto demarcado, empregando 3 voltas no elástico, e em seguida eles vão aferir com a fita métrica, a distância que o carrinho alcançou. Após este momento, cada dupla anota e discute os dados coletados. No segundo momento os alunos se posicionam novamente para realizar o segundo deslocamento, a partir do ponto demarcado, e agora empregando 5 voltas no elástico. Os alunos devem, novamente, aferir a distância que o carrinho alcançou e registrar os dados obtidos. Em seguida os participantes deverão interagir entre si, realizar avaliações dos dados obtidos, prever as possibilidades de suas representações e determinar regras para prever particularidades para classificação da função, como crescente ou decrescente, a depender dos resultados obtidos.

A Figura 11 demonstra o posicionamento do elástico com três voltas em torno do eixo traseiro de um dos carrinhos.

Figura 11 - Demonstração de 3 voltas no elástico.



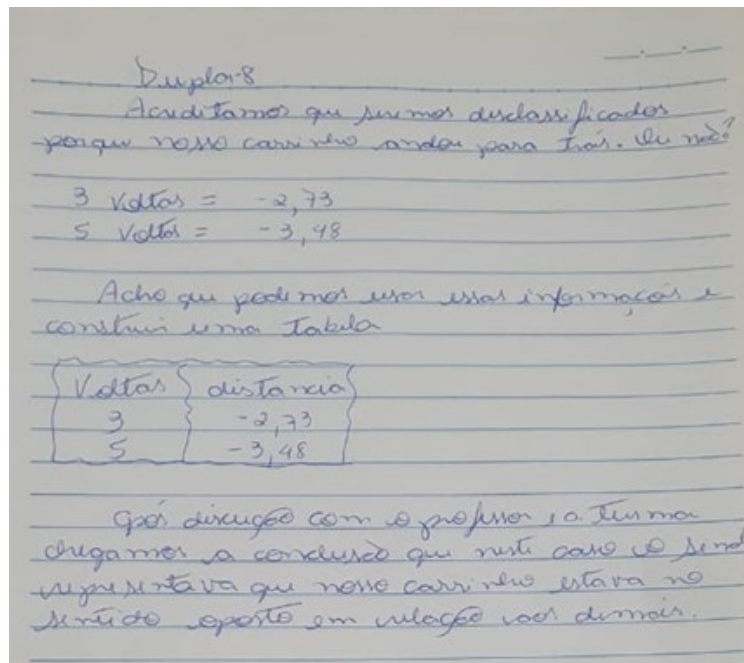
Fonte: Dados da pesquisa.

O fato de agora serem propostas duas largadas, e não apenas uma, como na Aula 3, gerou indagação nos alunos, de modo a discutirem a possibilidade de ter mais

um elemento em desenvolvimento, antes limitado por possuir apenas um par de dados.

Foi solicitado que anotassem os dados e discutissem esses resultados. Houve, novamente, a interação entre o grupo de participantes e discussões para tentar entender o que estava acontecendo, conforme mostra o registro da Dupla 8 na Figura 12.

Figura 12 - Registro da Dupla 8



Fonte: Dados da pesquisa.

A maioria das duplas perceberam que existia uma constante entre a distância percorrida e o número de voltas, descrevendo-as em linguagem materna. Pedimos que fizessem reformulação, indicando o que haviam feito para chegar a essa conclusão. Seria possível demonstrar utilizando uma expressão algébrica? Como seria? O Quadro 06 demonstra os resultados das 12 duplas.

Quadro 06 - Distância Percorrida

	Duplas											
Número de voltas no elástico	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3 voltas	1,93	1,90	1,69	4,64	2,97	3,8	0,95	-2,73	1,34	1,84	0,81	1,27
5 voltas	2,6	1,93	4,45	3,22	1,43	5	0,7	-3,48	1,11	2,53	0,69	2,31

Fonte: Dados da Pesquisa.

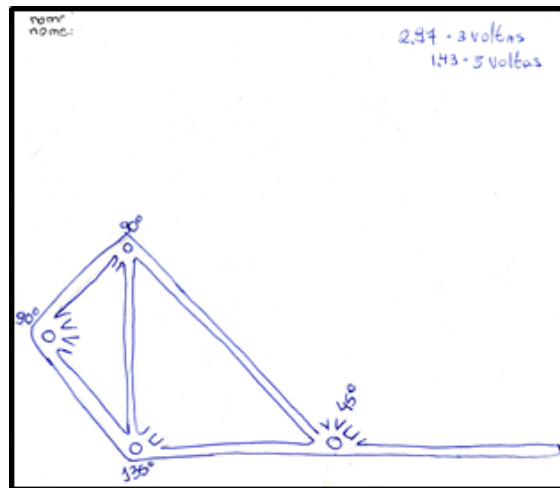
Das 12 duplas que participaram da experiência, cinco delas obtiveram resultados contrários às demais, quanto mais volta, menor a distância. Nas demais duplas houve o mesmo comportamento em relação às evidências construídas por parte dos alunos, exceto a Dupla 8, pois os integrantes deram voltas no elástico no sentido contrário aos demais, logo, o sentido do carrinho foi contrário também.

Houve um questionamento relacionado ao fato de estar acontecendo exatamente o contrário em alguns casos, ou seja, quanto maior o número de voltas no elástico, menor a distância percorrida. Nessa ocasião foi necessária a revisão de processo.

O que havia na construção do artefato, quais conceitos físicos ou matemáticos estavam presentes e por que a trajetória dos automóveis ocorria de forma contrária em relação a maioria? Tudo isso foi questionado pelo pesquisador aos alunos.

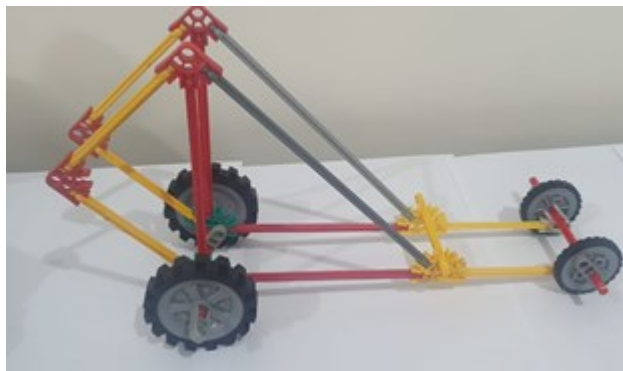
Como pode ser observado no Quadro 4, a dupla 5 obteve o resultado da seguinte forma: três voltas no elástico = 2,97 metros percorrido; 5 voltas no elástico = 1,43 metros percorrido. Além do registro por escrito, a dupla também realizou o esboço estrutural do carrinho construído por eles, descrevendo os ângulos criados com as ligações das hastes do material, conforme mostram as Figuras 13 e 14.

Figura 13 - esboço do carrinho da dupla 5.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 14 - carrinho da dupla 5.



Fonte: Dados da pesquisa.

O pesquisador discutiu com a dupla a colocação das medidas dos ângulos. Eles indicaram que eles haviam colocado as medidas dos ângulos da Figura 13, do lado externo à figura. Ou seja, a dupla anotou em seus registros um ângulo de 45° sendo que a medida deveria ser 135° . A dupla justificou ter anotado todas as medidas na parte externa da figura, e que o valor do ângulo de 45° se referia ao ângulo interno da figura. A dupla ainda justificou que realizaram o cálculo mentalmente, ancorados na soma dos ângulos internos de um quadrilátero, totalizando 360° .

Pesquisador: O que pode ser feito com os dados coletados? Alguém tem uma sugestão?

Meire: Podemos fazer uma tabela? É isso?

Antonella: Também pensei em uma tabela, mas se tiver que fazer alguma outra coisa eu não sei o que fazer.

Camila: Acho que é possível fazer alguma conta.

Dantas: Não inventa Camila.

Pesquisador: Qual conta, e para que?

Camila: Não sei...devo estar errada.

Samuel: Alguma coisa vai dar para fazer, porque nós não iríamos fazer tudo isso para nada.

Bento: Nós vamos fazer uma tabela para organizar os dados que anotamos do nosso carrinho, com a tabela vai ficar mais organizado os dados.

Iara: Pessoal, por acaso não dá para fazer um gráfico?

Laura: Como vamos fazer um gráfico com essas informações? Gráfico de que?

Dantas: Nossa! Não tinha pensado nisso, em fazer um gráfico de desempenho igual tem nas revistas de automóveis. Ótima ideia.

Camila: Pensei apenas em fazer alguma conta, mas jamais pensei em fazer um gráfico. Para falar a verdade eu não consigo pensar em fazer um gráfico com essas informações.

Jonas: Não sei fazer um gráfico. Como começar e como vamos usar os dados anotados para fazer?

De acordo com esses relatos, alguns alunos participantes, manifestaram alguns entraves para visualizar diferentes representações possíveis, para expressar os dados obtidos com o experimento realizado.

Nesse momento foi discutido entre os participantes a possibilidade de organização dos dados em uma tabela e a hipótese levantada pela aluna Laura de construir um gráfico com os dados obtidos. Nessa etapa ficam explicitados os esquemas relacionados à utilização do artefato, o que são chamados de esquemas de utilização e fazem referência a duas dimensões da atividade:

As atividades relacionadas com a tarefas secundárias, ou seja, a gestão das características e propriedades particulares do artefato, e as atividades primárias (principais), as que estão orientadas ao objeto da atividade em que o artefato é um meio de realização (RABARDEL, 2011, p. 171)

Após o questionamento levantado referente ao comportamento da Dupla 8, na qual o carrinho andou para trás, discutimos o fato de estar descrevendo o sentido do percurso do carrinho, evidenciando que esse carrinho percorria um sentido oposto aos demais.

Seguem conclusões de três alunos, após essa reflexão:

Thais: Tanto eu como o Caio, pensamos que seríamos desclassificados por conta do nosso carrinho ter andado no sentido contrário ao dos demais, mas agora entendemos o que representa o sinal negativo para esse cenário, é o que é indicado na física como sentido oposto. Nunca tinha escutado falar sobre isso.

Iara: Até pensei em fazer um gráfico, mas até hoje, não havia observado o significado do sinal negativo, relacionando o a um trajeto.

Dantas: E se nós observarmos e colocarmos em uma reta numérica o trajeto do carrinho do Caio e da Thais, e marcarmos o ponto 0 como ponto de partida, fica claro que o deles andou para a esquerda e o do restante da turma andou para a direita, logo o deles vai ter um sinal negativo. Como nós não havíamos pensado nisso antes?

Os estudantes foram desafiados a analisar qual era a relação entre o número de voltas e a distância do percurso. Grande parte percebeu que estava relacionada com uma constante entre cada volta.

Todas as duplas conseguiram agrupar os dados e organizá-los em formato de tabela sem dificuldades, mas apenas algumas duplas começaram a esboçar um gráfico com as informações obtidas com as duas largadas.

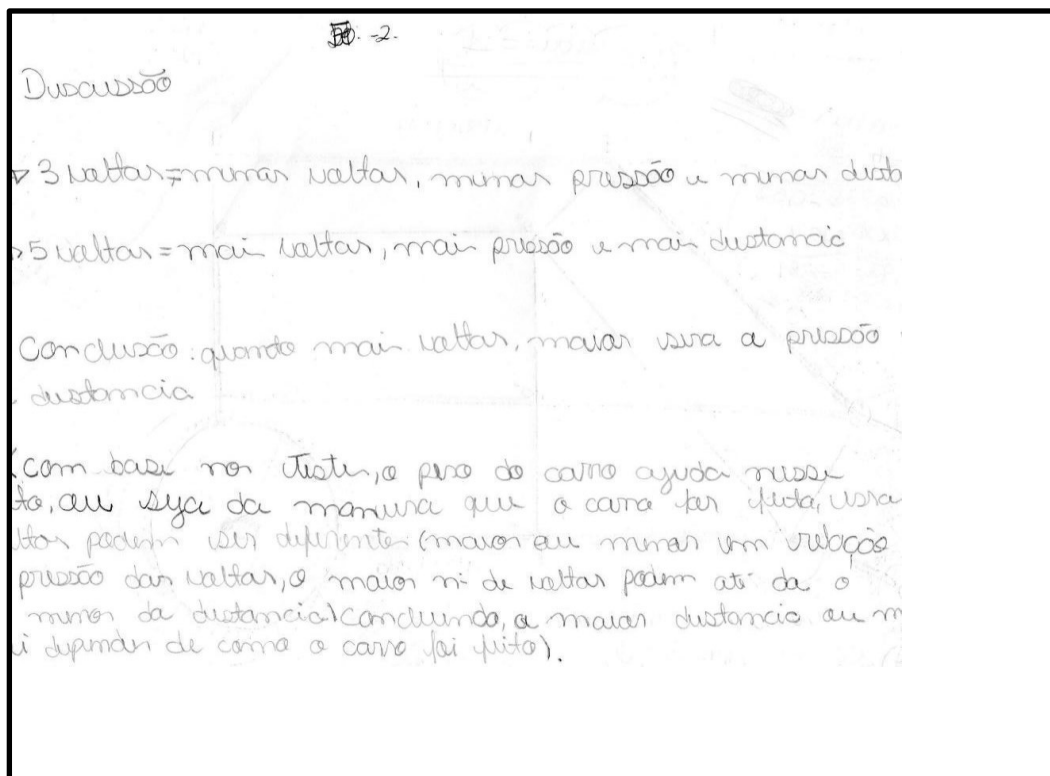
A maior parte dos alunos constatou a relação entre o número de voltas no elástico com o espaço percorrido, classificando as diferenças entre os resultados obtidos de cada dupla em crescente ou decrescente. Para tanto, persistia o entrave, em algumas duplas, de utilizar a relação entre o número de voltas no elástico e a distância percorrida, como pares ordenados a serem utilizados na construção de um esboço do gráfico.

Conforme os alunos discutiam entre si as diferentes possibilidades para a construção do gráfico, lacunas eram preenchidas durante essa interação entre os participantes, de modo que, apenas duas duplas dentre as 12, não conseguiram

esboçar o gráfico. Dois participantes, que haviam concluído o esboço de seus respectivos gráficos, se prontificaram a ajudar os colegas.

O instrumento, de acordo com Rabardel (1995a), é entendido como mediador entre o sujeito e o objeto, ou seja, ele articula o sujeito (aluno) e o objeto (Função Afim).

Figura 15 - Discussão, análise e descrição - Dupla 1



Fonte: Dados da pesquisa.

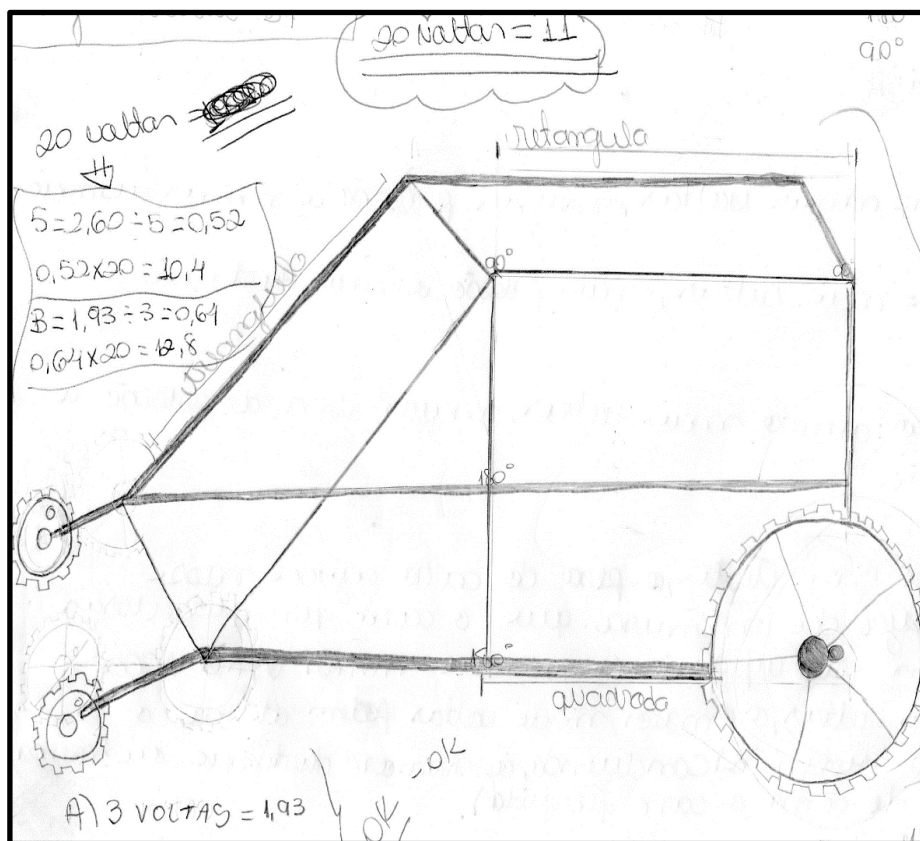
Conforme descrição da Figura 15, é perceptível que a aluna identificou outras variantes presentes, como o tipo de estrutura do carrinho e o peso que podem ter influenciado no desempenho do carrinho, além do diferencial entre número de voltas. Em particular, a análise da Dupla 01 relacionou elementos de uma relação com uma característica crescente, ou seja, quanto mais voltas no elástico, maior o percurso. Essa característica pode motivar a exploração do crescimento da Função Afim, alvo da sequência destacando quando ele é crescente e quando não.

A utilização da robótica estrutural possibilitou análises de fatos emergentes durante o processo de construção do carrinho e no experimento da realização do trajeto do mesmo, sendo possível criar e recriar, formular e reformular as conjecturas

levantadas sobre as expectativas iniciais dos sujeitos, às quais favoreceram a construção de esquemas de utilização de Rabardel (1995), com análise e reformulação dos mesmos, realizando a interdisciplinaridade entre a matemática, física e engenharia, desencadeando habilidades nesse processo.

Na Figura 16 está o esboço do automóvel construído e as anotações da Dupla 1.

Figura 16 - Esboço do carro com análise das figuras e ângulos que o compõem e análise das voltas - Dupla 1.



Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 16, apresenta os registros da Dupla 1 e o esboço do carrinho construído por eles. A dupla registrou o percurso do carrinho com 3 voltas no elástico e com 5 voltas, além de tentarem prever uma possível distância alcançada com 20 voltas no elástico.

Nessa aula buscamos completar informações sobre a Função Afim introduzindo a noção de coeficiente linear. Com os dois pares ordenados obtidos no

início da aula, os alunos iniciaram a construção do gráfico. Nossa intenção era destacar o ponto em que a reta, que passa pelos dois pontos, intercepta o eixo dos y . Para isso foi necessário a projeção da reta construída pelos estudantes, passando pelos pontos $(3;y)$ e $(5;y)$, em que as abscissas 3 e 5 representam o número de voltas dadas no elástico. Esse estudo foi aprofundado na Aula 6.

5.2.6 AULA 6

Objetivos: Realizar a sistematização dos conceitos estudados. Abordar os elementos fundamentais da Função Afim; realizar conversões entre as representações em diferentes registros; discutir as conexões da Função Afim com a física e a engenharia. Definir a Função Afim a partir de uma reta que passa pelos dois pontos criados pelo par 3 e 5 voltas no elástico e distância percorrida pelo carrinho.

Material utilizado: *Software GeoGebra* e folha de registro.

Tempo utilizado: 50 minutos

Organização: Trabalho em ambiente colaborativo, possibilitando permanente troca de ideias e de tomada de posição, promovendo a curiosidade e interesse dos estudantes.

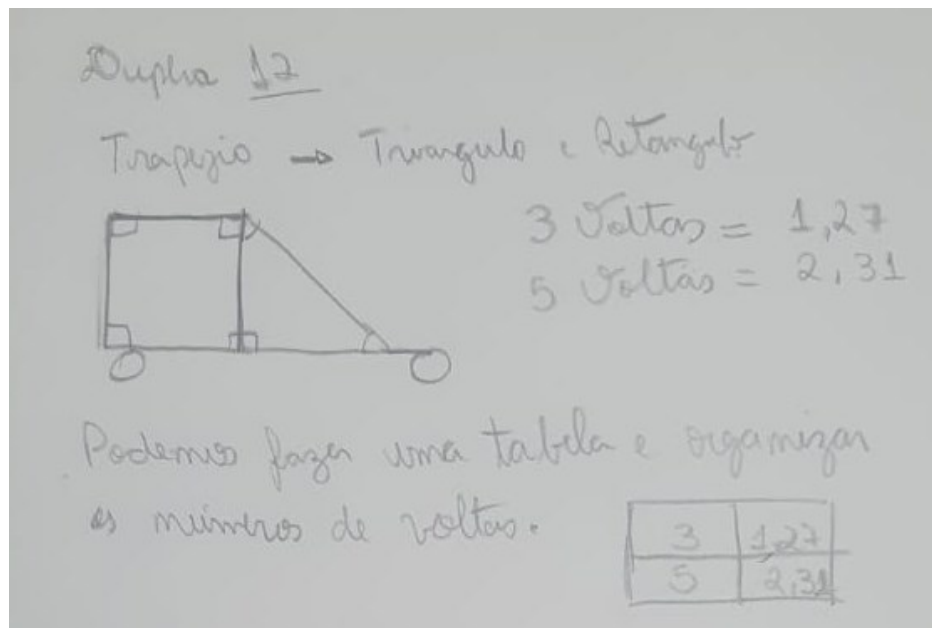
Desenvolvimento e avaliação: O pesquisador explica os comandos básicos do *software*, explicita os objetivos da aula. Entendeu-se que para atingir os objetivos da aula o uso do *software GeoGebra*, em uma abordagem diferenciada da tradicional é indicado para a sistematização pretendida dos conceitos matemáticos, sendo possível permitir ao estudante experimentar um cenário, na qual os objetos podem ser manipulados de forma dinâmica, em que as representações podem estar presentes.

Nesta aula buscou-se discutir o que foi percebido, a partir da construção de um carrinho, o que essa construção auxiliou para o estabelecimento de relação da matemática com outras disciplinas, em um contexto real.

Na transformação do artefato em um instrumento para o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos seria necessário analisar se o carrinho, agora tratado como um instrumento, fornece elementos para a compreensão do objeto matemático em suas representações. A transição da representação no registro

simbólico para uma representação nos registros algébrico ou gráfico esteve presente nas discussões entre as duplas, conforme mostra a Figura 17 e Figura 18.

Figura 17 - Anotações - Dupla 12.



Fonte: Dados da pesquisa.

O processo de construção do objeto matemático aconteceu nos diferentes registros de representação pela utilização de esquemas mobilizados por parte de cada sujeito, durante a construção do carrinho. Mesmo que a proposta era de desenvolvimento do projeto em dupla, cada sujeito articulou seus esquemas para a finalidade do trabalho da dupla.

Gabriela: Juan, vamos fazer um gráfico.

Juan: Vamos sim. Olha, agora é possível fazer uma reta.

Gabriela: Verdade, parece que estou lembrando aos poucos. Lembrei que se temos esses dois pontos podemos tentar achar a equação da reta.

Marcelo: Vai dizer que aprendemos isso também...eu nem terminei direito o gráfico e vocês já estão falando essas coisas.

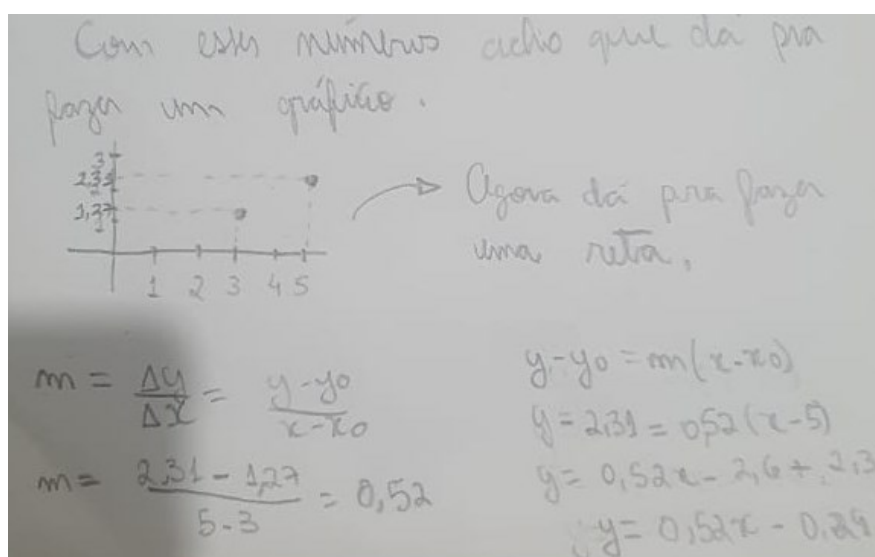
Lucas: O Marcelo e eu estamos com dúvida para colocar os pontos no gráfico. Pode nos ajudar, Gabriela?

Gabriela: Claro que ajudo. Primeiro, precisa definir o nome para os eixos, no meu caso escolhemos o eixo x, para o número de voltas no elástico, e o eixo y para o

espaço percorrido que o carrinho fez. O nosso erro foi que eu e o Juan não escrevemos no papel os nomes de cada eixo, mas acho que dá para entender. Depois de definido é só ligar os pontos. No meu caso eu liguei 3 voltas no elástico com 1,23 metros percorrido, e depois liguei 5 voltas no elástico com 2,31 metros percorrido.

A Figura 18 descreve esse processo de explicação, da aluna integrante da Dupla 12 para os demais colegas de turma.

Figura 18 - Registro gráfico e algébrico - Dupla 12.



Fonte: Dados da pesquisa.

Consideramos que, de acordo com a Figura 18, houve uma conversão de uma representação no registro gráfico para o registro algébrico, e essa, após sofrer uma transformação internamente por parte das ações e mobilizações do sujeito, podemos considerar que houve um tratamento no registro algébrico.

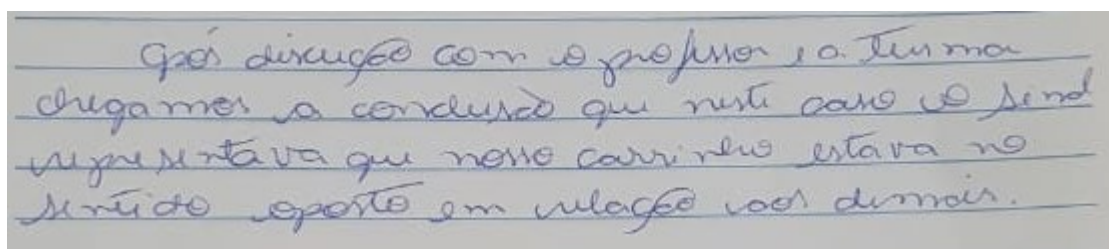
A Dupla 12 foi a única que desenvolveu o processo algébrico sem orientação das professoras colaboradoras, evidenciando a possibilidade de traçar uma reta a partir de dois pontos, e com dois pares ordenados, terem possibilidades de calcular elementos característicos da Função Afim, conforme mostra a Figura 18.

Após a Dupla 12 apresentar os dados para os participantes, pode-se identificar que a maioria dos alunos indicava falta de consistência no aprendizado relacionado à Função Afim, e a necessidade de rever os conteúdos não sistematizados ao longo da trajetória escolar.

Nosso estudo esteve voltado para o aprendizado da Função Afim, visto que optamos por trabalhar com alunos do Segundo Ano do Ensino Médio, considerando atribuindo à essa sequência um caráter de retomada com aprofundamento do conceito dessa função, pois ficou evidenciado que havia muitas lacunas relacionadas a esse conhecimento, e até mesmo a necessidade de retomar alguns tópicos de geometria, como descrito.

A robótica desempenhou um papel de artefato pelo pesquisador visando transformá-lo em um instrumento para o ensino e aprendizagem de conceitos, em um processo de levantamento de conjecturas, construções e reconstruções, e a interação com o sujeito. Pode-se considerar nessa análise realizada *a posteriori* que os objetivos da pesquisa foram alcançados.

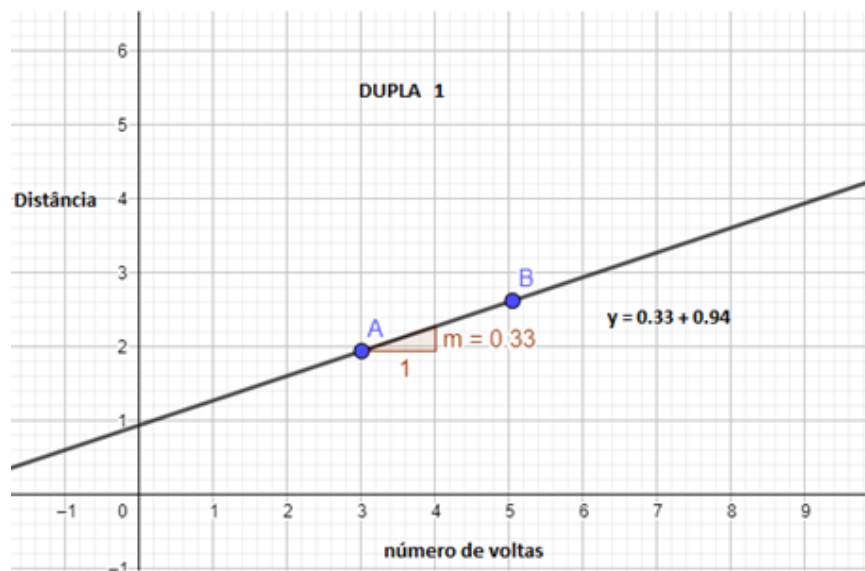
Figura 19 - Anotações - Dupla 8.



Fonte: Dados da pesquisa.

Além dos apontamentos por escrito, os alunos tiveram a oportunidade de realizar a mudança de representação em diferentes registros semióticos da função no laboratório de informática, utilizando o *software GeoGebra*.

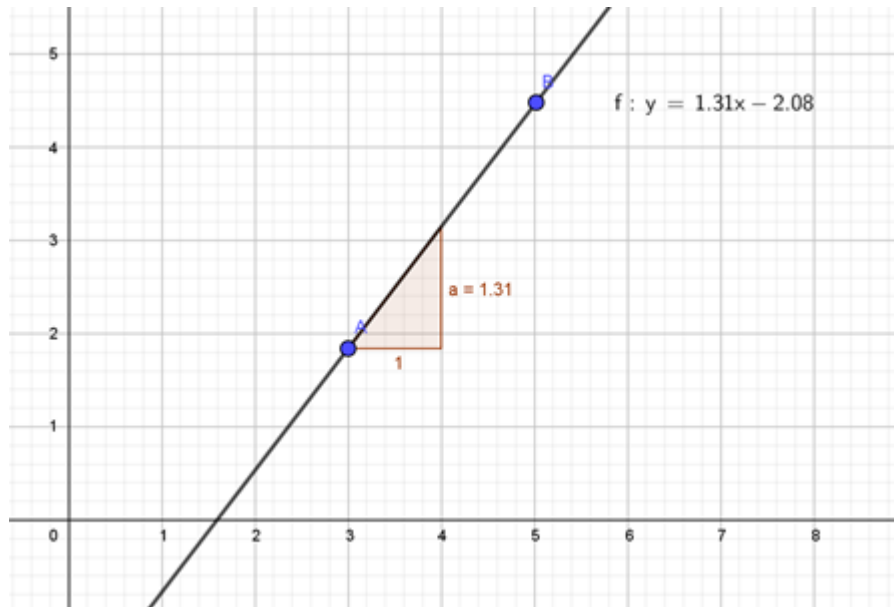
Os alunos já conheciam previamente o *software GeoGebra*, dessa forma a construção em si aconteceu com facilidade. Houve alguma dificuldade em conferir a representação algébrica da Função Afim que o *software* apresentou a partir dos dois pontos inseridos, conforme demonstra a construção do gráfico da Dupla 1 na Figura 20. Nessa etapa de manipulação dos dados utilizando o *software GeoGebra*, a Dupla 12 assumiu o papel de monitor dos demais estudantes participantes da pesquisa. Por esse motivo, essa dupla foi a única a não realizar a construção do gráfico produzido no *GeoGebra*.

Figura 20 - Gráfico Dupla 1.

Fonte: Dados da pesquisa.

O gráfico contido na Figura 20 foi construído a partir dos dados obtidos pela Dupla 1. Nele está contido a distância percorrida pelo carrinho da dupla, em função do número de voltas no elástico, a representação algébrica definida por $y = 0,33 + 0,94x$ apresentada pelo *software* a partir dos dois pontos pertencentes à reta definida a partir do movimento retilíneo que o carrinho produziu. Também é possível ver expresso o coeficiente angular $m = 0,33$.

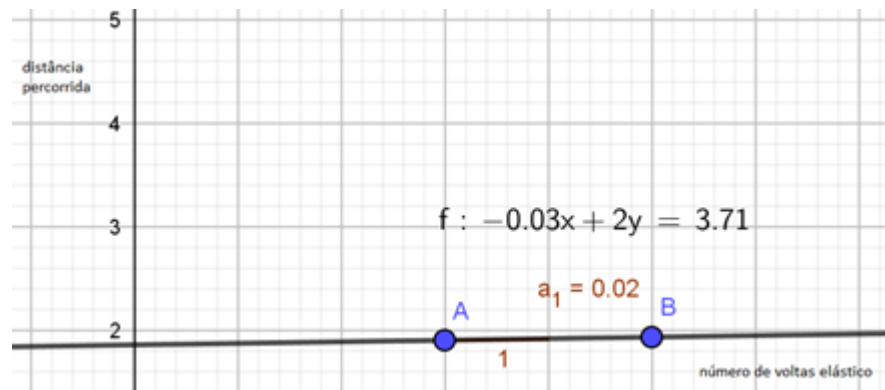
Para o entendimento da inclinação da reta, a Aula 1 se fez presente, pois no início da pesquisa foram abordados definições e medidas de ângulos, que a princípio, eram necessários para elaboração da estrutura dos carrinhos, mas que agora estavam favorecendo o entendimento da inclinação da reta, na qual as hastes da estrutura tinham assumido esse papel. Mais adiante, na Aula 2, esse conjunto de hastes, em determinadas estruturas com inclinações de 45° se tornaram uma resultante de treliças, conceito esse trabalhado no ensino superior, na graduação de engenharia, como já descrito anteriormente.

Figura 21 - Gráfico Dupla 3.

Fonte: Dados da pesquisa.

A Dupla 3 obteve um bom desempenho, com 5 voltas no elástico alcançou aproximadamente 1 metro de deslocamento. A representação algébrica da reta foi expressa por $y=1,31x-2,08$ e para esse caso o *GeoGebra* nomeou o coeficiente angular de $a=1,31$.

Após discussão quanto aos diferentes gráficos obtidos e a não padronização de uma lógica quanto ao percurso (quanto mais voltas maior a distância), surgiram diversas hipóteses: relação entre estrutura do carro, peso, com a distância percorrida, porém nosso foco estava na construção do conhecimento relacionado à Função Afim, e era de nosso interesse que os resultados fossem contrários, para que os estudantes pudessem realizar discutir as razões das diferenças.

Figura 22 - Gráfico Dupla 2.

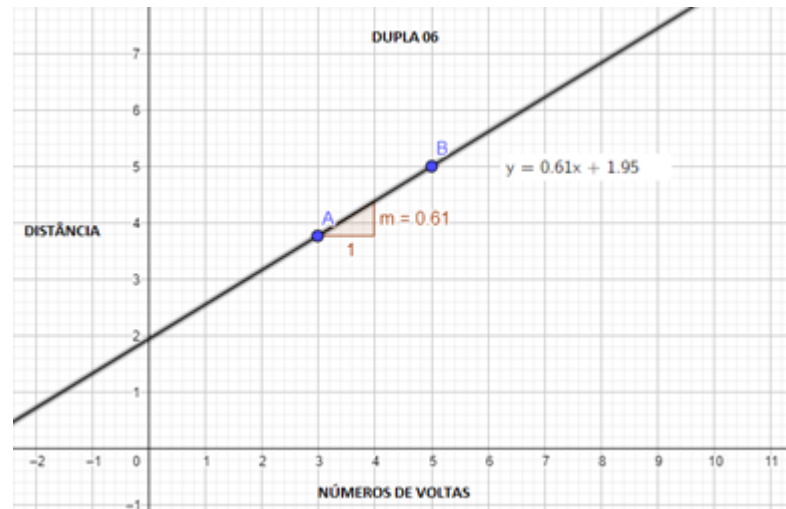
Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 22 representa o gráfico da Dupla 2, nela podemos observar que o ângulo de inclinação da reta é agudo, ou seja, menor que 90° e o número de voltas influenciou pouco em relação a distância percorrida de três voltas no elástico e cinco voltas.

Nessa análise, percebe-se que a maioria dos estudantes realizou uma aproximação das figuras geométricas e seu efeito de forma empírica na realidade, como um triângulo pode trazer maior estabilidade em determinada situação, e assim por diante seguiram as análises e hipóteses criadas pelos alunos, bem como a relação de ângulos presentes no cotidiano.

O coeficiente angular foi um fator perceptível por parte dos participantes, ao visualizarem o gráfico e compará-lo ao desenvolvimento do percurso do carro. Houve casos em que, quanto maior quantidade de voltas do elástico, maior a distância percorrida, mas em alguns casos, aconteceu o contrário.

As Duplas 1, 2, 3, 6, 10 e 12 obtiveram uma Função Afim crescente, e houve maior compreensão quanto aos valores obtidos de uma forma ampla quanto ao significado, após a representação gráfica, não apenas dessas duplas, mas das demais também.

Figura 23 - Gráfico Dupla 6.

Fonte: Dados da pesquisa.

A representação gráfica da Dupla 6 consta na Figura 23. Nela é possível identificar o coeficiente angular e o coeficiente linear, ambos extraídos da equação dada por: $y = 0,6x + 1,95$ na qual, 0,6 representa o coeficiente angular e 1,95 representa o coeficiente linear, intersecção da reta com o eixo y.

Na etapa de observação do coeficiente linear, houve um comparativo entre a representação gráfica, a partir dos dois pontos que cada dupla tinha, com os dados reais do deslocamento que o carrinho realizou. Vamos descrever o relato de alguns estudantes:

Camila: Como isso é possível? Se eu fizer zero voltas no elástico, meu carrinho terá zero de distância, porque ele não irá andar.

Bento: A Camila tem razão, meu gráfico está errado também.

Eduarda: Eu não havia me dado conta disso, apenas lancei os dados e o GeoGebra já me deu todos os dados, mas é verdade, o carrinho parte do zero. O de alguém, a reta partiu do zero?

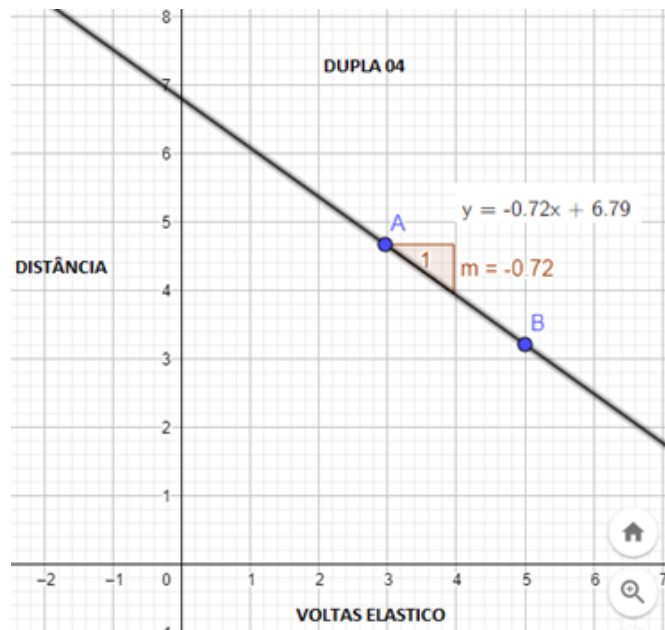
Pesquisador: Vamos discutir um pouco sobre isso? O que vocês acham?

Juan: Sim, precisamos entender o que está acontecendo.

A partir dessas intervenções trouxemos a discussão para todos, sem interferir de pronto. Os alunos identificaram inconsistências entre o que haviam vivenciado com o movimento do carrinho e o gráfico construído, eles levantaram hipóteses que poderiam ter sustentações plausíveis, e então contextualizando a situação levei-os a perceber que a reta tinha sido construída a partir de dois pontos representando a relação entre número de voltas e distância, mas apenas para esses dois pontos. Logo a reta não representava o percurso do carrinho. Essa discussão contribuiu para ampliar a compreensão dos fenômenos que estavam em jogo.

Recordamos com eles que era suficiente conhecer dois pontos de uma reta para traçar seu gráfico, e que no caso era aquela resultante dos dados obtidos nas aulas anteriores. E juntos fomos entendendo o objetivo de relacionar as variáveis em duas largadas no carrinho. A partir das duas largadas, nós já tínhamos dois pontos que permitiam traçar uma reta. Porém, esses dois pontos não eram pontos de um plano representando o percurso do carrinho, e sim pares ordenados em que suas coordenadas são o número de voltas no elástico, 3 ou 5 e as distâncias percorridas pelo carrinho, em cada caso. O que relacionamos foi o desempenho do carrinho a partir dessas duas situações, 3 e 5 voltas, possibilitando retomar um estudo relativo à Função Afim. Aqui os levamos a observar e identificar as representações nos registros gráfico e algébrico e dar significado ao coeficiente do x e ao termo independente da expressão polinomial do 1º grau, respectivamente coeficiente angular e linear da reta.

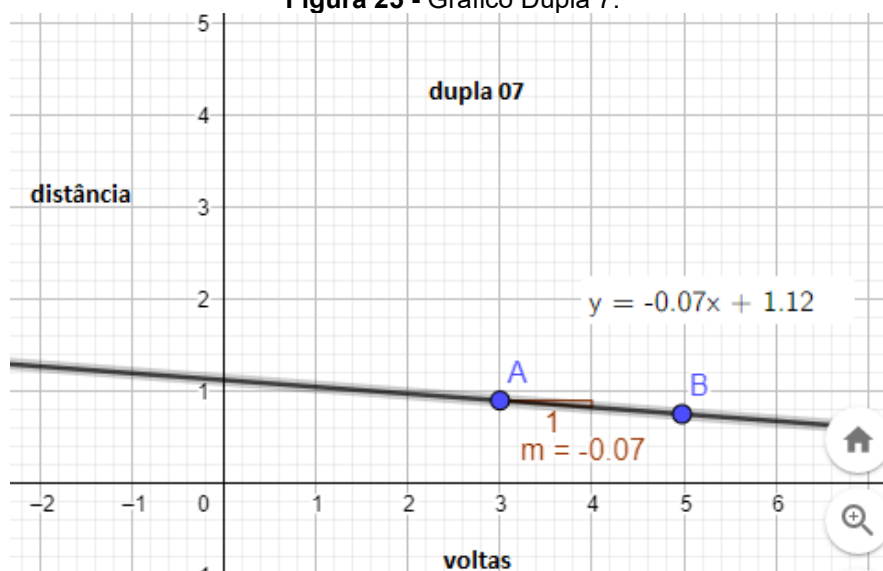
A sequência didática com as atividades das seis aulas foi orientada de modo que em uma parte tivemos como estratégia observar o desempenho do carrinho criado pelos estudantes, e em outra buscamos introduzir uma reta e passar a estudar a Função Afim, cuja representação gráfica era dada para então realizarmos uma conversão para sua representação algébrica. Assim justificamos que o gráfico construído não representava as observações das atividades práticas realizadas, e sim um meio facilitador da exploração dos conceitos matemáticos.

Figura 24 - Gráfico Dupla 4.

Fonte: Dados da pesquisa.

O gráfico da Dupla 4 apresenta uma função decrescente, situação essa gerada pelo fato de o coeficiente angular ser negativo, ou seja, o ângulo que a reta forma com o eixo dos x (no sentido anti-horário) é maior que 90 graus. Essa situação favoreceu o estabelecimento de significado ao coeficiente angular relativamente ao posicionamento da reta. Foi também retomada a discussão sobre essa reta com coeficiente linear 6,79 logo, se representasse o desempenho do carrinho da dupla, com zero voltas no elástico teria um percurso de 6,79 metros alcançados, o que não é verdade. Foi reforçada a abordagem utilizada e justificadas as razões para ela. Esse esclarecimento foi feito buscando evitar um obstáculo didático, e iniciar o processo de institucionalização.

Figura 25 - Gráfico Dupla 7.



Fonte: Dados da pesquisa.

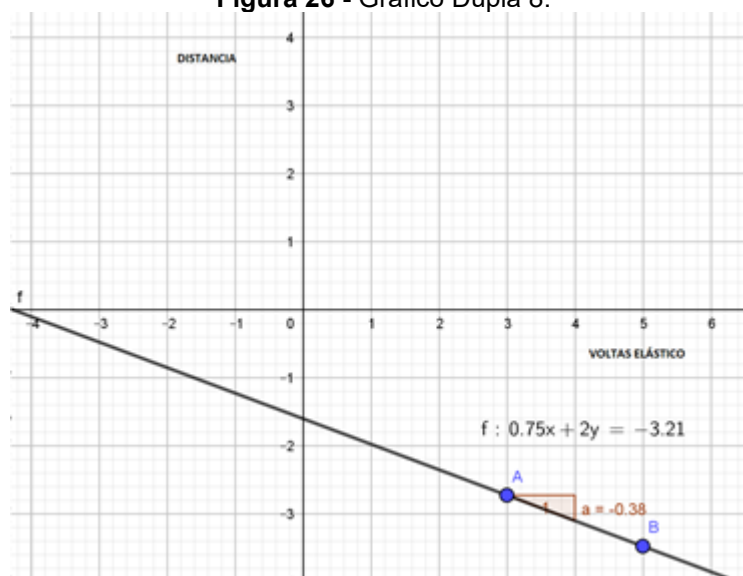
A Figura 25 se refere à conversão da representação no registro geométrico para a representação no registro algébrico $y = -0,07x + 1,12$, por meio do *software GeoGebra*. O coeficiente angular assume um valor negativo, logo a função é decrescente. Refletimos que no caso da experiência prática, acontecia exatamente isso, ou seja, quanto maior o número de voltas no elástico, maior o comprimento do trajeto do carrinho, mas poderia também acontecer o contrário dependendo de situações reais, que são diferentes das ideais.

Esperava-se que no cenário ideal, a relação entre o número de voltas no elástico e a distância atingida pelo carrinho, seja crescente, ou seja, quanto maior o número de voltas maior a distância, mas existem fatores que podem contribuir para que essa relação se torne decrescente. Um fator determinante que pode acontecer durante a realização da atividade é o desgaste do elástico utilizado, uma vez que perdendo a elasticidade do material, o elástico terá menor pressão, logo diminuirá o impulso exercido sobre o lançamento do carrinho. Outro fator que pode ter influência, é o formato estrutural desenvolvido para construção do carrinho, na qual se for realizada com hastes mais longas que o ideal, forcem a abertura dos ângulos, proporcionando um esforço na estrutura que irá distribuir para o eixo do carrinho gerando atrito sobre o mesmo, o que impede a rotação do eixo. O tamanho das rodas também pode favorecer para um comportamento decrescente, uma vez que quanto

maior a área de contato entre duas superfícies, maior será a força de atrito entre elas. Ainda em uma situação desfavorável, podemos ter todas as possibilidades citadas agindo sobre o carrinho. Estas considerações discutimos com os estudantes a fim de esclarecimento de uma possível ocorrência geradora de um comportamento decrescente.

Além da Dupla 7, às Duplas 4, 5, 8, 9 e 11 obtiveram uma Função Afim decrescente, e de novo houve a reação quanto a possível inadequação com o ocorrido na experiência. E ficou evidenciado que os gráficos que correspondiam ao ocorrido, o coeficiente angular da reta era negativo, o que tornou a relação algébrica relacionada com a experiência também mais significativa.

Figura 26 - Gráfico Dupla 8.



Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 26 retrata o gráfico da Dupla 8, a única dupla a ter o carrinho lançado no sentido oposto aos demais. O coeficiente angular da reta obtido por meio do *software*, confirmou que a função é decrescente, nesse caso.

Todo processo de construção descrito até aqui, está de acordo com os referenciais teóricos da pesquisa, um processo de Gênese Instrumental, pois o sujeito se depara com a necessidade de utilizar conceitos da Geometria, Física e Engenharia para construir seu carrinho, com possibilidade de formulação e reformulação durante todo o processo de transformação do artefato em um instrumento, articulando esquemas de utilização. Bittar (2011) explica que o instrumento não é algo pronto e

acabado, pode ser elaborado e reelaborado pelo sujeito ao longo das atividades com o artefato.

As evidências da formação e construção dos conceitos, demonstradas pela transição realizada entre as representações nos registros algébrico e gráfico, o caráter material do artefato e a construção do objeto matemático Função Afim, possibilitando atribuição de significado a ele, e a ação de utilização da robótica estrutural na transformação de um artefato em instrumento, foram passos ocorridos ao longo do processo de Gênese Instrumental.

As atividades realizadas de forma interdisciplinar, com a utilização da robótica estrutural, favoreceram o entendimento da relação entre variáveis, expressa no experimento pela relação entre o número de voltas no elástico e o desenvolvimento do percurso alcançado pelo carrinho, possibilitando o aprofundamento e estudo da Função Afim.

A Fase 4 da engenharia didática valida a pesquisa por meio do confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*. Nesta pesquisa levamos em consideração nesse confronto as dificuldades apresentadas pelos alunos desde o início da experimentação, quando apresentavam conhecimentos pouco sistematizados sobre conceitos básicos como ângulo, classificação, medidas de ângulo, figuras geométricas, assim como dificuldades de abstração, de analisar situações problema, além de poucas condições diferenciar representações de um mesmo objeto matemático. A reta era um traço, e a expressão $y=ax+b$ não tinha nada a ver com ele. Avaliamos nesse confronto, portanto, a evolução dos conhecimentos relativos à Função Afim. A cada aula da sequência didática quando realizávamos estudos apoiados pela robótica na construção do carrinho, várias dessas dificuldades iam desaparecendo. No que se refere aos conhecimentos básicos, a totalidade dos alunos evoluíram e se referiam aos conceitos sempre com firmeza e de forma correta. Eles demonstraram evolução também em suas condições de abstrair quando lidavam com os elementos da robótica na construção de um carrinho e observavam as condições de elementos dos conceitos matemáticos, físicos e da engenharia. A Função Afim foi, em diversos momentos, apresentada em suas diferentes representações, sem que isso trouxesse alguma confusão de entendimento. A nossa percepção do que estava sendo proposto, experimentado e que ao final deveríamos avaliar nos trazia

segurança, sendo que em muitas vezes em que percebíamos o desvio do foco, pelo interesse da construção do carrinho, nós os alertávamos e eles prontamente buscavam participar das reflexões relativas ao estudo de conceitos. O confronto entre as concepções de matemática da análise *a priori* e *a posteriori* indicou que os alunos perceberam a conexão entre os conceitos matemáticos e os outros de física e de engenharia a cada momento em que eles apareciam na experimentação realizada com a robótica.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessas reflexões finais, há uma síntese dos dados obtidos na pesquisa. Relatamos os principais resultados articulados com o aporte teórico e métodos de trabalho. A preocupação em entender como o conceito matemático Função Afim vem sendo construído, aprofundado e retomado por alunos do Ensino Médio foi o motivador de toda a pesquisa. A escolha do aporte teórico teve também o propósito de aprofundar o conhecimento de seus constructos, a fim de contribuir com a pesquisa sobre essa apropriação.

Identificamos e consideramos a robótica estrutural como um artefato abstrato, que conectado aos esquemas de utilização, mobilizados e/ou construídos e/ou reconstruídos nas ações dos estudantes, transformou-se em instrumento.

Os discursos dos alunos e as análises das atividades propostas evidenciam e justificam a utilização de técnica para solucioná-las, também contribuíram na percepção dos esquemas de utilização dos alunos enquanto utilizavam a robótica estrutural para solucionar problemas emergentes no decorrer das atividades, ainda que inseridas no contexto interdisciplinar, atreladas à física, engenharia e geometria.

Ainda que a descrição do processo de construção, o discurso e justificativa (matematicamente e na linguagem materna) dos alunos, nos permitiram evidenciar as técnicas elaboradas e utilizadas, revelaram uma visão parcial do que, de fato, se passou na ação do sujeito diante o cenário e atividade proposta. Seus questionamentos, mobilização de esquemas de utilização e dúvidas de anos anteriores discutidas, nós consideramos ser pertinentes para o alcance do objetivo declarado, referente à utilização da robótica estrutural como um recurso.

A Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) foi pertinente à esta investigação, pois, foi por intermédio dela que pudemos analisar as ações do grupo de estudantes que participaram das atividades, utilizando a robótica estrutural, ou seja, analisamos o processo de Gênese Instrumental desse artefato e na transformação em instrumento para o ensino e a aprendizagem dos alunos envolvidos.

Esse processo de construção está de acordo com a teoria que foi utilizada na pesquisa, um processo de Gênese Instrumental, pois o sujeito se depara com a necessidade de utilizar a geometria, física e engenharia para construir seu carrinho, com a possibilidade de formulação e reformulação em todo o processo de construção, articulando esquemas de utilização.

A Teoria dos Registros das Representações Semióticas proposta por Duval nos permitiu identificar a evolução de conhecimentos, pois ao final da experimentação da sequência didática os alunos transitavam entre as representações da Função afim com segurança. Quando iniciamos eles não faziam qualquer relação entre representações em registros gráficos e algébricos. A reta era algo identificado em um gráfico, e a expressão algébrica $y=ax+b$ era uma expressão que se igualava a zero para se obter solução.

Ao final da construção do carrinho final, havia um instrumento que permitia que os conceitos fossem explorados de modo a permitir a evolução de conhecimentos, e o trabalho interdisciplinar na análise das relações existentes com conceitos de física (no desenvolvimento do percurso do automóvel) e engenharia.

Nesse momento foi possível observar a transformação do artefato, quando o instrumento mediador entre o sujeito e o objeto se torna passageiro. É percebido como um caráter simbólico na relação com os conceitos de física, como análise do atrito, possibilidades e efeitos da relação do automóvel com o meio em que atua e as condições existentes.

Durante as atividades configurou-se a necessidade de retomada de conhecimentos de diferentes áreas de modo articulado pois essa ação permite favorecer a aprendizagem de um modo mais significativo. Conjecturas e argumentações também estavam presentes nas interações entre os alunos, criando um ambiente colaborativo.

A abordagem qualitativa apoiada no modelo da engenharia didática contribuiu no entendimento do significado produzido por dados obtidos do grupo de alunos, preocupando-se com o processo de construção e/ou retomada do objeto matemático Função Afim, visando compreender como se deu o processo de Gênese Instrumental da robótica estrutural, na passagem do uso do artefato (robótica estrutural) ao estágio

mais avançado, pelos esquemas de utilização dos alunos na elaboração do instrumento para a construção do conhecimento matemático de forma interdisciplinar.

Concluindo, esta pesquisa nos proporcionou uma possibilidade de construção do conhecimento matemático de forma interdisciplinar, que se muniu da tecnologia e, para tanto, este trabalho abre um leque de possibilidades para novos trabalhos, como, por exemplo, uma pesquisa no Ensino Fundamental – Anos Finais, que proponha atividades utilizando a robótica estrutural em um processo da Gênese Instrumental para a construção do conhecimento matemático quadriláteros.

Esta pesquisa gerou a intenção de realizar outras com esse artefato da robótica instrumental constituindo outros instrumentos para o ensino e aprendizagem de outros conteúdos matemáticos conectados com outras áreas do conhecimento e propiciando a outros sujeitos envolvidos em ambiente cooperativo visando o aprofundamento das análises e aplicações de conhecimentos interdisciplinar em atividades práticas.

É de nosso interesse aprofundarmos o estudo dos benefícios da utilização da robótica estrutural como um material de apoio, e para isso temos o propósito de desenvolver uma pesquisa voltada ao ensino de tópicos de geometria plana, como proposta para professores do Ensino Fundamental – Anos Finais. A presente pesquisa revelou que existem lacunas a serem preenchidas acerca desses conhecimentos de geometria.

Justificamos assim, a importância de novas pesquisa, a fim de contribuirmos para o desenvolvimento de novas práticas e metodologias voltados para o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. A. **Possibilidades da robótica educacional para a educação matemática**. Curitiba, PR: PDE, 2007.
- ALMEIDA, M. E. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011.
- ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. (ed. atualizada). Curitiba: UFPR, 2014.
- ALRO, H.; SKOVSMOSE. **O. Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- AROCA, V. A. **Plataforma robótica de baixíssimo custo para robótica educacional**. Natal, RN: UFRN, 2012.
- ARTIGUE, M. **Technology in Mathematics Teaching**. Selected Papers of the 13th ICTMT Conference – SPRING 2019, p. 93-97. Disponível em <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-030-19741-4>.
- ARTIGUE, M. Ingèniere didactique. **RDM**, v. 9, n. 3, p. 231-308, 1988.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**. Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 157-171. Editora UFPR. 2011.
- BOYER. Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Ministério da educação. Conselho Nacional de Educação, Brasília, 2013.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da educação. Conselho Nacional de Educação, 2015 1. Versão. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da educação. Conselho Nacional de Educação, 2018 3. Versão. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>.

BRUCKI, C. M. **O ensino de função exponencial utilizando fractais e robótica como instrumento para possibilitar um contexto significativo**. Santo André: UFABC, 2018.

CAMARENA, Patricia. **A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”**. Innovación Educativa, México, v. 13, n. 62, p. 17-44, maio/ago. 2013.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos Fundamentais da Didáctica: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: PIAGET, 1996.

CORRÊA, S. S. **Uma sequência didática para o ensino e aprendizagem de proporcionalidade no ensino médio**. Campos dos Goytacazes: UFNF, 2019.

CHAVANTE E PRESTES. **Coleção Quadrante**, vol. 1, 1. ed. São Paulo: SM, 2016.

CRUZ, R. S. **Utilização da robótica educacional livre por meio da aprendizagem por projetos: um estudo no curso técnico em informática do IFPA/Campus Santarém**. Santarém, PA: UFPA, 2017.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Ministério da educação. Conselho Nacional de Educação, Brasília, 2013. Disponível em <http://portal.mec.gov.br>

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo 1)**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **REVEMAT**. ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v.6, n.2, p.96-112, 2011.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995.

FOLCHER, V. e RABARDEL, P. **Homens, artefatos, atividades: perspectiva instrumental**. In: FALZON, P. (Org.). Ergonomia. São Paulo: Editora Blucher, 2007.

GUEUDET, G.; PEPIN, B. E TROUCHE, L. **The ‘Resources’ Approache to Mathematics Education.** In **Advances in Mathematics Education.** New York: Springer-Verlag. 2019 (prelo) p.45.

IGLIORI, S. C. B., **PREMA-EB.** São Paulo: PUC-SP, 2019.

JESUS, G. B. **As construções geométricas e a Gênese instrumental: o caso da mediatrix.** Tese de doutorado, São Paulo: PUC-SP, 2012.

LESKA, C. **Introducing Undergraduates to Programming using Robots in General Education Curriculum.** In: ITICSE ACM 1-58113-836-9/04/0006. Leeds, United Kingdom, 2004.

LUND, H. H.; MARTI, P. **“Designing manipulative technologies for children with different abilities”.** In: Artificial Life Robotics, DOI 10.1007/s10015-005-0351- y, Volume 9, pp. 175-187, 2005.

MACHADO, S. D. A. (org). **Educação matemática: uma (nova) introdução.** São Paulo: Educ, 2008.

MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** 5. ed. Campinas, SP: Papírus Editora, 2009.

MACHADO, S. D. A. (org). **Educação matemática: uma (nova) introdução.** 3. ed. São Paulo: Educ, 2015.

OLIVEIRA, A. D. **Robótica nas aulas de matemática: Uma perspectiva tecnológica associada ao ensino de Funções.** Campina Grande, Paraíba: UEPB, Julho, 2017.

OLIVEIRA, G. P. (org). **Educação Matemática, epistemologia, didática e tecnologia.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Porto Alegre: Artes médicas, 1994.

PIO, J. L. S.; CASTRO, T. H. C.; CASTRO, A.N. JR. **A Robótica Móvel como Instrumento de Apoio à Aprendizagem de Computação.** Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, AM - XVII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE - UNB/UCB - p. 497-506, 2006.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains**. Paris. Armand Colin, 1995a.

RABARDEL, P. **Los hombres y las tecnologías: visión cognitiva de los instrumentos cognitivos**. Traducción de Martim Acosta Gempeler. Universidad Industrial de Santander. Colombia: Escuela de matemáticas, 2011.

SILVA, C. S. da (ed.). **Robótica Pedagógica e Computação Desplugada no Exercício do Pensamento Computacional**. Jacobina: IFBA, 2021.

SOUZA, J. **Coleção Novo Olhar**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

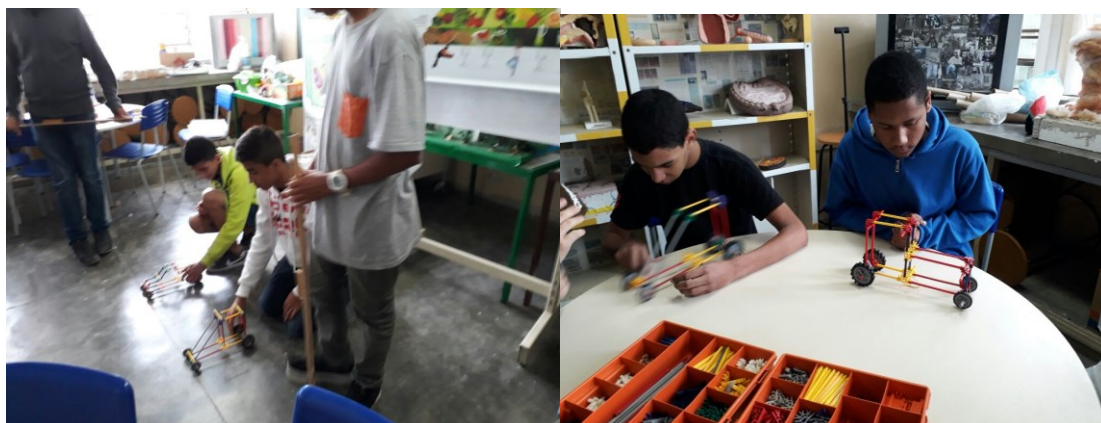
SWOKOWSKI, EARL W. **Cálculo com Geometria Analítica**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983. p. 29.

XAVIER, A. L. N. **Um estudo da gênese instrumental para função de uma variável real com várias sentenças**. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2015.

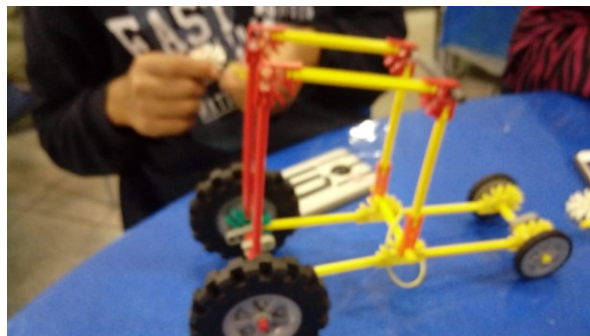
VALENTE, J. A. (org.). **Computadores e conhecimento: repensando a Educação**. 2. ed. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1998.

VASCONCELOS, B. T. de. **Efeitos da robótica sobre o nível de emprego da indústria automobilística brasileira**. Dissertação de mestrado defendida no mestrado profissional em economia e mercado da Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, 2020.

Anexo 1



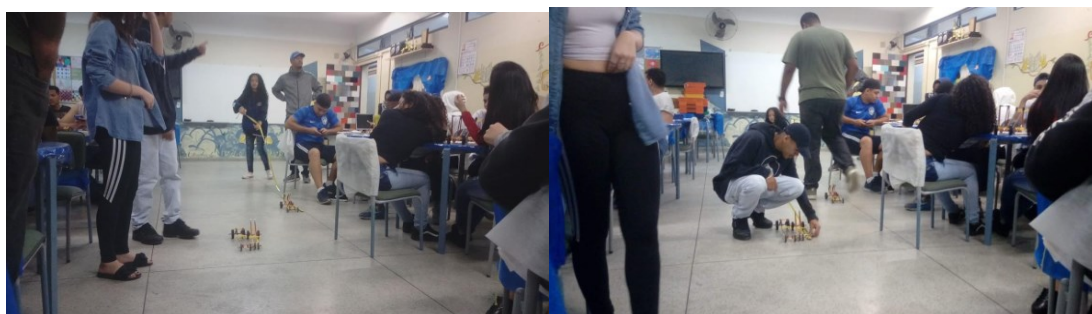
Anexo 2



Anexo 3



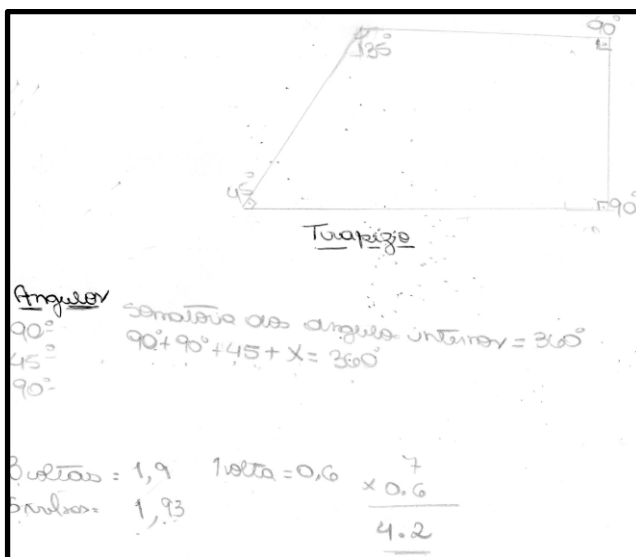
Anexo 4



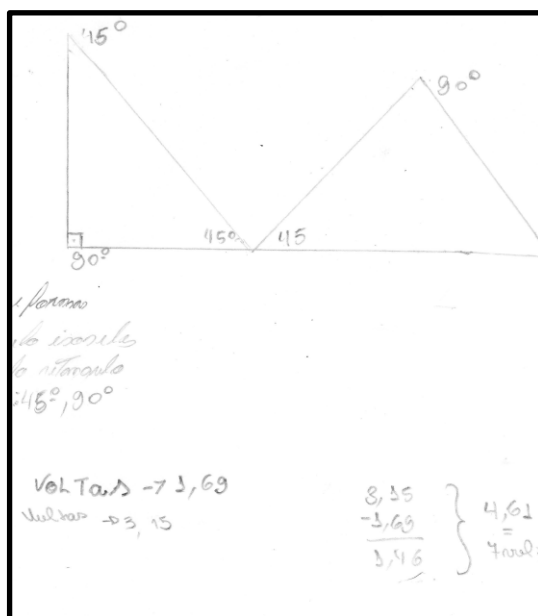
Anexo 5



Anexo 7

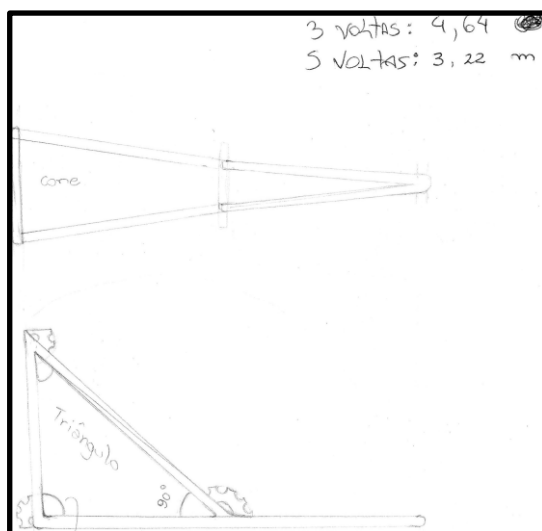


Dupla 2

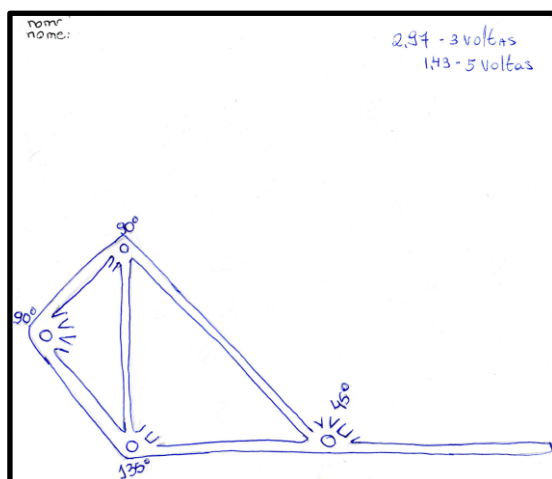


Dupla 3

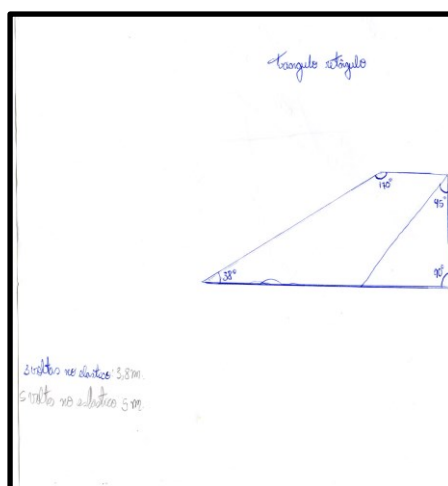
Anexo 8



Dupla 4

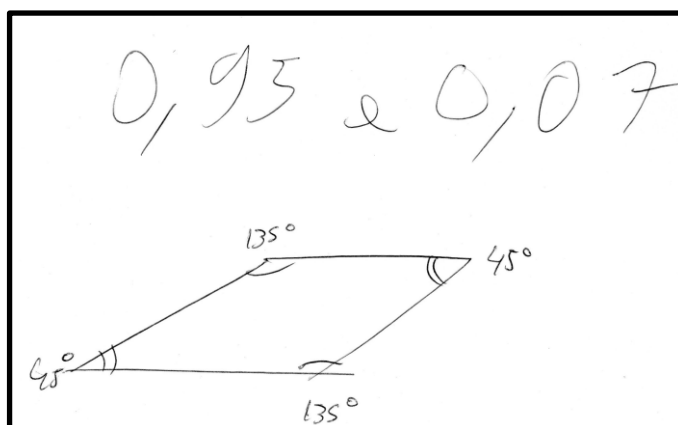


Dupla 5

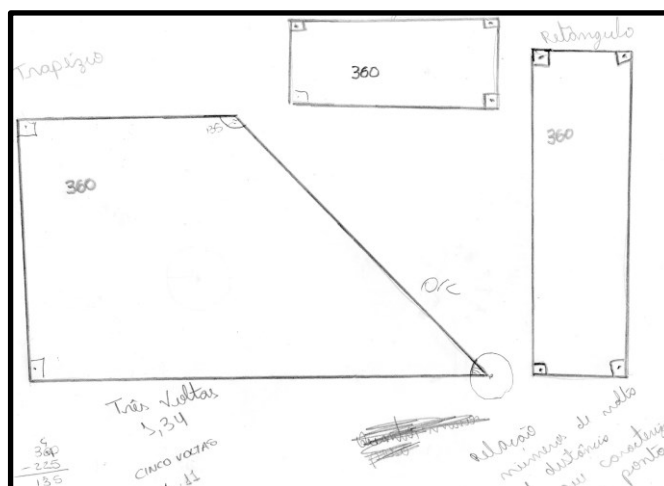


Dupla 6

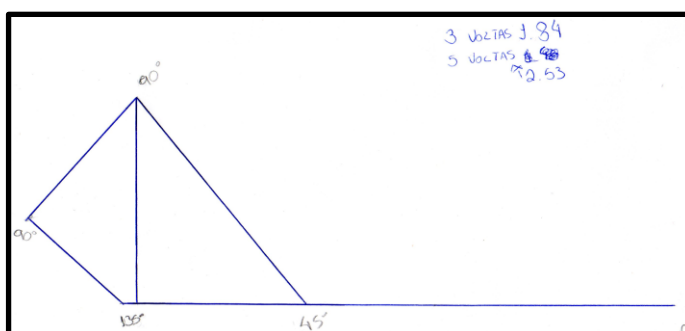
Anexo 9



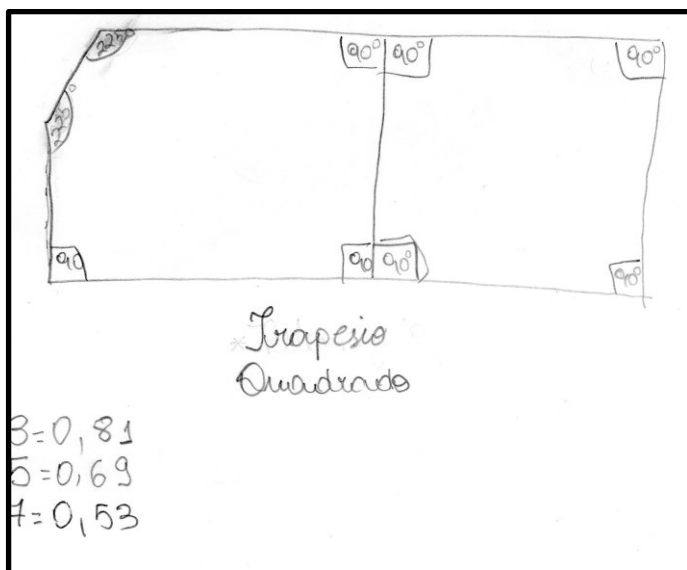
Dupla 7



Dupla 9



Dupla 10

Anexo 10**Dupla 11**