

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC - SP

Vagner Donizeti Tavares Ferreira

As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2019

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC - SP

Vagner Donizeti Tavares Ferreira

As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática sob a orientação do Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho

SÃO PAULO

2019

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Data:** _____

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho e a conclusão desta importante etapa da minha vida:

A Minha heroína e mãe Carmelia.

Aos meus amados filhos Gabriela e Rafael.

A Minha amada esposa Lílian.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos,

A CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro, sem isto, não seria possível concluir este trabalho.

A Professora Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, por sua orientação, apoio, dedicação, disponibilidade e empenho para a realização desta pesquisa.

Aos professores da banca: Dr. Celso Ribeiro Campos, Dr. Francisco Javier Ugarte Guerra, Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior e Dr. Saddo Ag Almouloud por contribuírem com suas observações e, questionamentos significativos no exame de qualificação.

Ao Professor Dr. Benedito Antonio da Silva, por todo ensinamento e orientação durante a minha vida acadêmica. Tenho certeza que parte dessa Tese, é fruto dos conhecimentos que adquiri durante o meu Mestrado, o qual tive o privilégio de tê-lo como orientador.

A minha esposa Lílian Brazile Trindade, por ter lido “infinitas” vezes este trabalho e contribuído com seus conhecimentos de professora e pesquisadora, além de estar sempre ao meu lado, me apoiando durante este trajeto, principalmente nos momentos mais difíceis que passamos nestes últimos anos. Eu te amo.

Aos meus filhos Gabi e Rafa por terem dividido indiretamente momentos difíceis no período dessa pesquisa, pois meu amor por vocês me fortalece.

Ao meu Pai Miguel (em memória), que pouco conheci, mas tenho certeza de que onde estiver, está feliz por esta conquista.

E a minha mãe Carmelia, que apesar de pouco estudo me educou, para chegar até aqui com dignidade, honestidade e humildade, sempre valorizando o estudo.

A minha família, por terem acreditado e intercedido em orações, em todos os momentos da minha vida.

A minha querida sogra Eleni Brazile, por sempre acreditar e incentivar os nossos estudos (meu e da minha esposa Lílian), ajudando indiretamente, da forma como pode. Obrigado pelos pensamentos positivos, orações e pelas palavras nos momentos de aflição e dificuldade.

Aos meus amigos: Marcelo Massahiti Yamauti, Marco Rodrigo da Silva Assis e Sergio Aparecido dos Santos, por dividirmos as angústias, dúvidas, alegrias, conquistas como doutorandos, além dos artigos e projetos que realizamos juntos neste período.

A todos integrantes do PEA-MAT e em especial aos do grupo de pesquisa de Educação Financeira por dividirmos experiências em nossas reuniões.

A turma do doutorado (primeiro semestre 2015): Elvís, Fernanda, Marco, Natalia, Ricardo, Samuel e Sérgio, pelos trabalhos, estudos e seminários realizados.

Ao Centro Paula Souza por ter apoiado e incentivado a conclusão do meu Doutorado.

Aos meus chefes/amigos Caio Flávio Stettiner, Mario Roque Filho e Roberto Padilha Moia pela compreensão, apoio e incentivo para a realização deste projeto.

Ao Professor Dr. Marcos Maia pelo apoio para a realização do projeto piloto dessa tese.

Aos alunos da FATEC que participaram do projeto piloto.

Aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática que participaram dessa pesquisa.

A professora Dra. Cecília Canalle Fonazieri, por todo o incentivo e orientação a esta pesquisa, meu muito obrigado.

A professora Ma. Eliane Mendes Cieplinski por toda a sua ajuda e prontidão para conclusão desse trabalho.

Aos meus amigos e colegas professores da FATEC SEBRAE pelo incentivo e interesse do andamento dessa pesquisa durante esse período.

Aos funcionários da FATEC SEBRAE pela prontidão nos procedimentos e documentos necessários que precisei neste período.

A minha amiga professora Dra. Sheila Cristina Santos por todo incentivo, carinho, ajuda e sabedoria em momentos difíceis durante esse percurso. Muito obrigado.

E à Deus por ter me dado sabedoria, equilíbrio e oportunidades para concluir essa etapa da minha vida, permitindo as pessoas certas em momentos certos em meu caminho, pois acredito que ninguém faz nada sozinho nesta vida.

Obrigado aos meus familiares, amigos, colegas e todos aqueles que contribuíram diretamente ou indiretamente para esta pesquisa. Muito obrigado.

EPÍGRAFE

“É o tempo da travessia e, se não ousarmos fazê-la, teremos ficado, para sempre, à margem de nós mesmos”.

Fernando Pessoa

RESUMO

O tema central desta tese é a Educação Financeira, cujo objetivo principal, foi identificar elementos que poderiam contribuir para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática no tocante à Educação Financeira, mediando o processo que os conduz a perceberem, a estreita relação que existe entre os problemas financeiros (pessoais ou não) e a Matemática. Para alcançarmos este objetivo, trabalhamos à luz da Teoria Antropológico do Didático (TAD), identificando a Razão de Ser relacionado ao estudo do objeto empréstimos e ou financiamentos e, posteriormente foi construído um Modelo Epistemológico de Referência (MER), que sob a nossa ótica contempla as necessidades, objetivos, competências e habilidades previstas nos documentos, parâmetros e bases curriculares oficiais relacionados ao Ensino Médio brasileiro. Em seguida, a partir de estudos documentais e bibliográficos de documentos oficiais e Livros Didáticos construímos um Modelo Epistemológico Dominante para, a partir de tais informações, construirmos uma sequência de três atividades, elaboradas por meio de uma articulação entre a Modelagem Matemática e a Teoria da Situações Didáticas (TSD). As atividades do processo de modelagem foram aplicadas à nove estudantes voluntários do terceiro semestre de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade particular localizada na cidade de São Paulo, segundo a metodologia da Engenharia Didática. Com a construção dos modelos pelos alunos, apenas orientados pelo professor/mediador, os estudantes perceberam que por meio de ferramentas matemática e/ou estatísticas, agregadas ao uso de tecnologia, poderiam formar mecanismos de análise, comparação de preços e planejamento, interpretando de forma crítica os resultados obtidos, facilitando assim, uma tomada de decisão em relação aos problemas propostos. O contexto proposto a eles foi o da compra de um imóvel, mas as discussões observadas nos permitem inferir que eles compreenderam que esse processo pode ser reproduzido em diversos outros contextos. Pudemos observar que todos os grupos envolvidos tiveram sucesso em construir um modelo a partir do uso da análise de regressão e correlação, estudo do coeficiente de determinação, mas, principalmente, puderam identificar a necessidade das correções do modelo de acordo com as necessidades que emergiam das pesquisas realizadas para coleta dos dados utilizados pelos alunos. Existiram dificuldades oriundas da falta ou pouco conhecimento matemático, mas que foram sanados pelo professor/mediador ao longo das institucionalizações locais. Acreditamos que os resultados aqui divulgados, trouxeram um avanço para os processos de ensino e aprendizagem para empréstimos e ou financiamentos no tocante da Educação Financeira, porém, gostaríamos de ressaltar que as propostas aqui apresentadas, não são únicas e, acreditamos que há outras vertentes que devem ser estudadas sobre a luz de outras teorias e métodos, sempre fomentando uma educação de qualidade e significativa aos nossos estudantes.

Palavras Chaves: Educação Financeira, Modelo Epistemológico de Referência (MER), Modelagem Matemática, Empréstimos, Financiamentos.

ABSTRACT

The main theme of this thesis is Financial Education, whose main objective was to identify elements that could contribute to the development of the teaching and learning of students of a Mathematics Degree Program in Financial Education, through the process that leads them to perceive, the close relationship that exists between the financial problems (personal or otherwise) and mathematics. To achieve this goal, we work in the light of the Anthropological Theory of the Didactic (TAD), identifying the Reason of Being related to the study of the loans and / or finance object finance, and later it was developed the Epistemological Model of Reference (MER), which under our view contemplates the needs, objectives, skills and abilities provided in the documents, parameters and official curricula related to the Brazilian High School. Then from documentary and bibliographic studies of official documents and textbooks, we have developed the Dominant Epistemological Model to, from such information, construct a sequence of three activities, which were elaborated through a Mathematical Modeling and Theory of Didactical Situation (TSD). The activities of the process were applied to nine volunteer students in the third semester of a Mathematics degree program from a private university located in the city of São Paulo, according to the Didactic Engineering methodology. With the construction of the models by students, which were guided only by the teacher / mediator, they realized that by means of mathematical and / or statistical tools, added to the use of technology, students could form mechanisms of analysis, price comparison and planning, interpreting in a critical way the results obtained, thereby facilitating decision-making in relation to the proposed problems. The context proposed to them was the purchase of a property, but the discussions observed allow us to infer that they understood that this process can be reproduced in several other contexts. We were able to observe that all groups involved were successful in constructing a model from the use of regression and correlation analysis, determination coefficient study, but, mainly, they could identify the need for model corrections according to the needs that emerged from the research carried out to collect the data used by the students. There were difficulties arising from lack or little mathematical knowledge but were healed by the teacher / mediator throughout local institutionalization. We believe that the results disclosed here, have brought a breakthrough in the teaching and learning for loans and / or financing in Financial Education, however, we would like to emphasize that the proposals presented here are not unique and we believe that there are other aspects that must be studied in the light of other theories and methods, always fostering a quality and meaningful education for our students.

Key Words: Financial Education, Epistemological Model of Reference (MER), Mathematical Modeling, Loans, Financing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Etapas do processo de modelagem.....	30
Figura 2: Engenharia Didática	35
Figura 3: Dimensões Espaciais e Temporal da Educação Financeira.....	60
Figura 4: Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o estudo relacionados a empréstimos e ou financiamentos.....	70
Figura 5: Exercício 43 da página 74.....	105
Figura 6: Exercício 48 página 74.....	107
Figura 7: Exercício 52 página 77.....	108
Figura 8: Exercício 59 página 77.....	110
Figura 9: Exercício 69 página 82.....	111
Figura 10: Exercício 71 página 82.....	113
Figura 11: Exercício 144 da página 18 – Caderno Amarelo	116
Figura 12: Exercício 144 da página 18 - Caderno Amarelo.....	118
Figura 13: Recorte referente a tarefa do exercício 145	119
Figura 14: Modelo Epistemológico Dominante	122
Figura 15: Triângulo didático	126
Figura 16: Modelo para o registro dos dados coletados na etapa (ETA1).....	129
Figura 17: Ilustração como criar um gráfico de dispersão usando os recursos do <i>Excel</i>	132
Figura 18: Ilustração escolher a opção gráfico de dispersão usando os recursos do <i>Excel</i>	133
Figura 19: Exemplo de uma representação gráfica de dispersão de pontos.....	133
Figura 20: Sintaxe para calcular a correlação entre variáveis usando os recursos do <i>Excel</i>	134
Figura 21: Sintax para calcular a correlação entre variáveis usando os recursos do <i>Excel</i>	135
Figura 22: Coeficiente de correlação usando os recursos do <i>Excel</i>	135
Figura 23: Abas referente à plotagem da linha de tendência na dispersão de pontos na tabela do <i>Excel</i> ...	139
Figura 24: Comandos no <i>Excel</i> referente a plotagem da linha de tendência linear	139
Figura 25: Comandos no <i>Excel</i> para formatar à linha de tendência.....	140
Figura 26: Equação referente ao exemplo da linha de tendência.....	141
Figura 27: Propostas de planos de amortização	148
Figura 28: Modelo base para a construção da tabela no <i>Excel</i>	155
Figura 29: Exemplo da tabela a ser construída considerando todas as variáveis estudadas	159
Figura 30: Modelo de tabela para a simular o tempo de financiamento considerando reservas pessoais e FGTS.....	171
Figura 31: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio α	176
Figura 32: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio β	176
Figura 33: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio δ	177
Figura 34: Visualização do integrante do trio δ	177
Figura 35: Visualização do integrante do trio α	178
Figura 36: Visualização do integrante do trio α	178
Figura 37: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio α	180
Figura 38: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio β	180

Figura 39: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio δ	181
Figura 40: Pesquisa referente a três imóveis na região escolhida, pelo trio β	182
Figura 41: Representação do modelo matemático construído pelo trio β	182
Figura 42: Protocolo de simulação do financiamento do grupo α	190
Figura 43: Protocolo de simulação do financiamento do grupo β	190
Figura 44: Protocolo de simulação do financiamento do grupo δ	191
Figura 45: Protocolo referente a Atividade 2	191
Figura 46: Protocolo referente a Atividade 2	192
Figura 47: Protocolo referente a Atividade 2	192
Figura 48: Protocolo referente a Atividade 2	193
Figura 49: Protocolo referente a Atividade 2	193
Figura 50: Protocolo referente a Atividade 2	195
Figura 51: Protocolo referente a Atividade 2	195
Figura 52: Protocolo referente a Atividade 2	195
Figura 53: Protocolos referentes a Atividade 2	197
Figura 54: Protocolos referentes a Atividade 2	198
Figura 55: Protocolo referente a Atividade 2	200
Figura 56: Protocolo referente a Atividade 2	201
Figura 57: Protocolo referente a Atividade 2	201
Figura 58: Protocolo referente a Atividade 2	202
Figura 59: Protocolo referente a Atividade 2	202
Figura 60: Protocolo referente a Atividade 2	202
Figura 61: Protocolo referente a Atividade 2	203
Figura 62: Protocolo referente a Atividade 3	205
Figura 63: Protocolo referente a Atividade 3	205
Figura 64: Protocolo referente a Atividade 3	206
Figura 65: Protocolo referente a Atividade 3	209
Figura 66: Protocolo referente a Atividade 3	209
Figura 67: Protocolo referente a Atividade 3	213
Figura 68: Protocolo referente a Atividade 3	215
Figura 69: Protocolo referente a Atividade 3	216
Figura 70: Protocolo referente a Atividade 3	216
Figura 71: Protocolo referente a Atividade 3	217
Figura 72: Protocolo referente a Atividade 3	217
Figura 73: Protocolo referente a Atividade 3	217

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Quantidade de exercícios verificados nos volumes que contêm em seu contexto as palavras empréstimo e ou financiamento	103
Tabela 2: Parâmetros para a análise do coeficiente de correlação	137
Tabela 3: Protocolo utilizado para a elaboração e validação do modelo	141

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Critérios para avaliar tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teórico	27
Quadro 2: Critérios para seleção de exercícios referente a Educação Financeira	48
Quadro 3: Relação das instituições selecionadas para a análise do PPC do curso de Licenciatura em Matemática	96
Quadro 4: Nome das coleções dos Livros Didáticos indicados no PNLD 2015 - 2017	100
Quadro 5: Conteúdos Matemáticos contidos no livro (F) que antecede o capítulo de	104
Quadro 6: Análise Praxiológica do exercício 43	105
Quadro 7: Análise Praxeológica do exercício 48	107
Quadro 8: Análise Praxeológica do exercício 52	109
Quadro 9: Análise Praxeológica do exercício 59	110
Quadro 10: Análise Praxeológica do exercício 69	112
Quadro 11: Análise Praxeológica do exercício 71	113
Quadro 12: Análise Praxeológica do exercício 144	116
Quadro 13: Análise Praxeológica do exercício 145	118
Quadro 14: Análise didática da etapa ETA1	130
Quadro 15: Análise Didática da etapa (ETB1).....	137
Quadro 16: Análise Didática da etapa (ETC1).....	143
Quadro 17: Análise Didática da etapa (ETD1) da Atividade 1	145
Quadro 18: Características do comprador criado pelo grupo	147
Quadro 19: Itens referentes ao financiamento de parte do valor do imóvel escolhido pelo grupo	149
Quadro 20: Análise Didática da ETA2.....	150
Quadro 21: Livros de Matemática Financeira disponibilizados para os alunos	153
Quadro 22: Análise Didática da ETB2	156
Quadro 23: Análise Didática da etapa (ETC2).....	159
Quadro 24: Análise Didática da etapa (ETD2).....	161
Quadro 25: Modelo para a construção da tabela (orçamento familiar) no <i>Excel</i>	163
Quadro 26: Análise Didática da etapa (ETA3).....	165
Quadro 27: Análise Didática da etapa (ETB3).....	168
Quadro 28: Análise Didática da etapa (ETC3).....	170
Quadro 29: Análise Didática da etapa (ETD3).....	172
Quadro 30: Perfil do comprador criado pelo trio α	186
Quadro 31: Perfil do comprador criado pelo trio β	187
Quadro 32: Perfil do comprador criado pelo trio δ	188

SUMÁRIO

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO	19
1.1 - Contextualização do tema	19
1.2 - Trajetória profissional e acadêmica	21
1.3 - Objetivos	23
1.4 - Delimitação do problema	23
1.5 - Breve relato sobre os capítulos	23
Capítulo 2 – QUADRO TEÓRICO – METODOLÓGICO	25
2.1 - Teoria Antropológico do Didático	25
2.2 - Modelagem Matemática	29
2.3 - Engenharia Didática	33
Capítulo 3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	37
3.1 - Trabalhos sobre Educação Financeira	37
3.1.1 - Considerações sobre a revisão dos trabalhos relacionados a Educação Financeira	50
3.2 - Trabalhos sobre Modelo Epistemológico de Referência - MER	51
3.2.1 - Considerações sobre a revisão dos trabalhos sobre o MER	56
Capítulo 4 – MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA - MER	59
4.1 - Estratégia Nacional de Educação Financeira	59
4.2 – Razão de Ser	62
4.3 - Modelo Epistemológico de Referência - MER	68
Capítulo 5 – MODELO EPISTEMOLÓGICO DOMINANTE – MED	75
5.1 - Documentos Oficiais e Parâmetro Curriculares Nacionais	75
5.1.1 - Lei de Diretrizes e Bases	76
5.1.2 - Parâmetros Curriculares Nacionais	77
5.1.3 - Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio	82
5.1.4 - Orientações Curriculares para o Ensino Médio	86
5.1.5 - Base Nacional Comum Curricular	90
5.1.6 - Projetos Pedagógicos Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática	95
5.2 - Análise dos Livros Didáticos do Ensino Médio	99
5.3 - Análise dos exercícios das provas do ENEM	115
5.4 - Modelo Epistemológico Dominante - MED	120

Capítulo 6 - ANÁLISES	125
6.1 - Teoria das Situações Didáticas	125
6.2 – Análise <i>à priori</i>	128
6.2.1 - Análise da Atividade 1	128
6.2.1.1 – Etapa A da Atividade 1	128
6.2.1.2 – Etapa B da Atividade 1	131
6.2.1.3 – Etapa C da Atividade 1	138
6.2.1.4 – Etapa D da Atividade 1	144
6.2.2 - Análise da Atividade 2	146
6.2.2.1 – Etapa A da Atividade 2	147
6.2.2.2 – Etapa B da Atividade 2	152
6.2.2.3 – Etapa C da Atividade 2	158
6.2.2.4 – Etapa D da Atividade 2	160
6.2.3 - Análise da Atividade 3	161
6.2.3.1 – Etapa A da Atividade 3	162
6.2.3.2 – Etapa B da Atividade 3	167
6.2.3.3 – Etapa C da Atividade 3	169
6.2.3.4 – Etapa D da Atividade 3	172
6.3 - Análise <i>à posteriori</i>	173
6.3.1 - Análise da aplicação da Atividade 1	174
6.3.1.1 – ETA1 – Coleta de dados	174
6.3.1.2 – ETB1 – Estudo de hipóteses e variáveis	175
6.3.1.3 – ETC1 – Construir o modelo	181
6.3.1.4 – ETD1 – Validação do modelo	183
6.3.2 - Análise da aplicação da Atividade 2	185
6.3.2.1 – ETA2 – Coleta de dados	186
6.3.2.2 – ETB2 – Estudo de hipóteses e variáveis	196
6.3.2.3 – ETC2 – Construir o modelo	199
6.3.2.4 – ETD2 – Validação do modelo	200
6.3.3 - Análise da aplicação da Atividade 3	204
6.3.3.1 – ETA3 – Coleta de dados	204
6.3.3.2 – ETB3 – Estudo de hipóteses e variáveis	209
6.3.3.3 – ETC3 – Construção do modelo	210
6.3.3.4 – ETD3 – Validação do modelo	214
Capítulo 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	219
REFERÊNCIAS	227

ANEXO I - CARTA DE ESCLARECIMENTO SOBRE O PROJETO E A PESQUISA	230
ANEXO II – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	231
APÊNDICE I - ROTEIRO PARA A ATIVIDADE 1	232
APÊNDICE II - ROTEIRO PARA A ATIVIDADE 2	235
APÊNDICE III – ROTEIRO PARA A ATIVIDADE 3	239

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO

O tema central desta pesquisa é a Educação Financeira inserida como parte de um projeto maior “Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT”, aprovado pela FAPESP processo 2013/23228-7, desenvolvido atualmente em parceria entre a PUC-SP e a PUC-PERU, pelo grupo de pesquisa PEA-MAT. Neste grupo pesquisamos, questões relativas à complexidade da inserção de ferramentas tecnológicas para o ensino e aprendizagem da Matemática tanto na Escola Básica, quanto na Universidade.

Este capítulo está dividido em cinco seções, iniciando com a contextualização do tema, em seguida, na segunda seção, relatamos nossas inquietações, o caminho profissional e acadêmico que percorremos até este momento, na terceira seção é apresentado os objetivos da pesquisa, na quarta a delimitação do problema, e por último, um breve relato sobre os capítulos desta tese.

1.1 - Contextualização do tema

A preocupação com a Educação Financeira no Brasil é notória, os meios de comunicação evidenciam cada vez mais a importância de uma educação, relacionada às finanças pessoais e que isso não é um problema exclusivo da idade adulta, mas também de adolescentes, que apresentam forte tendência ao consumo imediato e sem controle, conforme afirma Trindade (2017).

Fazemos a hipótese que a Educação Financeira possibilita que o cidadão aprenda a importância do controle de suas finanças e, com isso uma vida, no futuro, mais tranquila, assim como o equilíbrio financeiro e independência financeira.

Para isso, são necessárias mudanças na educação do país, que devem ocorrer desde o Ensino Básico, pois as crianças, futuras consumidoras, precisam desde os primeiros anos de escolaridade, serem preparadas para tratar com o valor do dinheiro ao longo do tempo.

É importante ressaltar que ao ouvirmos o termo Educação Financeira, podemos associar ao estudo dos conteúdos conhecidos em Matemática Financeira, como juros simples, juros compostos, descontos de títulos ou tabelas de amortizações. No entanto, entendemos que a Educação Financeira não está restrita simplesmente ao estudo da Matemática Financeira, mas sim, em uma ampla perspectiva, uma abordagem ao longo de todos processos de ensino e aprendizagem, associada as diversas vertentes da Matemática como Ciência e em outras áreas

como: Economia, Economia Comportamental, Matemática Crítica, Estatística, Sociologia, Geografia e Biologia.

A Escola Básica aborda a Matemática Financeira como um dos conteúdos da disciplina de Matemática e, no Ensino Superior algumas instituições de ensino, apresentam a Matemática Financeira como parte da grade curricular. Como docente desta disciplina há alguns anos no Ensino Superior, observo em minhas aulas, a dificuldade dos estudantes em perceber as conexões necessárias entre algumas técnicas de resolução (Matemática Financeira) apresentadas no curso e o que acontece em situações reais do dia a dia, quando se exige uma análise crítica das situações para tomada de decisão que envolvem o consumo, orçamentos, empréstimo, planejamentos entre outros.

Tradicionalmente, a disciplina supracitada é oferecida ao discente durante o curso, por meio de listas de exercícios propostos para a aplicação de fórmulas, sem uma reflexão sobre o contexto e significados dos resultados obtidos, o que favorece uma aprendizagem técnica e mecanizada. Isto pode provocar a construção de conhecimentos apenas procedimentais, que dificultam ou mesmo impedem a aplicação de tais conhecimentos fora do contexto escolar.

Neste sentido, D'Ambrósio, no prefácio do livro *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*, Bassanezi (2006), escreve que:

Os sistemas educacionais têm sido dominados nos últimos duzentos anos pelo que se poderia chamar de uma fascinação pelo teórico e abstrato. Teorias e técnicas são muitas vezes apresentadas e desenvolvidas sem um relacionamento com fatos reais e, mesmo quando são ilustradas com exemplos apresentam-se de maneira artificial. Entende-se a razão disso. A realidade é muito complexa. Para que se possa lidar com problemas reais é necessário que observador tenha grande flexibilidade e conhecimentos variados na mesma. Trabalhar com a realidade intimida e inibi a abordagem no ensino. Fica no teórico e no abstrato mencionando que “essas teorias e técnicas servem para isso ou aquilo” ilustrando com exemplos artificiais, manipulados e descontextualizados [...] (D'AMBRÓSIO, 2006 apud BASSANEZI, 2006, p.12).

Mesmo diante da complexidade de se trabalhar com fenômenos do mundo real, alguns livros de História da Matemática, nos mostram que muitos desses fenômenos podem ser explicados por meio de “modelos matemáticos”, ou seja, modelos que são formulados por um processo chamado Modelagem Matemática, que definiremos posteriormente.

Teixeira (2015), em sua tese, destaca que:

O fato que, muitas vezes, o professor de Matemática não tem uma formação específica em Matemática financeira, porque o ensino da Educação Financeira ainda se encontra em fase de implementação no Brasil. Seguindo os exemplos dos Estados Unidos,

Europa e Japão, se faz necessário melhorar a formação dos docentes que lecionam Matemática financeira, objetivando conectar essa disciplina à Educação Financeira (TEIXEIRA, 2015, p. 140).

Neste contexto insere-se a formação de professores, como sujeitos desta pesquisa, uma vez que são estes que formam (ou deveriam formar) os alunos do Ensino Médio, para a construção dos conhecimentos relativos à Educação Financeira.

1.2 - Trajetória profissional e acadêmica

O meu ingresso no curso de doutorado e, no grupo de pesquisa intitulado PEA-MAT, do Programa de Estudos de Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, possibilitou estudar e discutir a problemática, que será apresentada neste capítulo, a qual emerge das diversas inquietações, que convivi no âmbito profissional relacionado à temática dessa pesquisa.

Referindo-se à importância da problemática de uma pesquisa, Laville e Dionne (1999) descrevem que:

A conscientização de um problema de pesquisa depende, do que dispomos no fundo de nós mesmos: conhecimentos de diversas ordens – brutos e construídos – e entre esses conceitos e teorias; conhecimentos que ganham sentido em função de valores ativados por outros valores: curiosidade, ceticismo, confiança no procedimento científico e consciência de seus limites... Todos esses elementos quando trazidos para nosso meio oferecem, por sua vez, a matéria sobre qual se exercerão esses elementos: conhecimento valor... Pois é nesse meio que um olhar atento observará os fatos nos quais poderemos eventualmente entrever o problema a ser estudado. (LAVILLE; DIONNE, 1999, p. 97).

Ainda segundo esses autores, para escolher um problema de pesquisa, primeiramente, deve-se estar atento ao meio que o cerca, considerando a todo o momento, questionamentos a respeito de sua rotina, buscando saber se em uma determinada situação, pode haver um problema, que um trabalho de pesquisa possibilite o estudo, para melhor o compreender e, eventualmente modificá-lo.

Durante a minha experiência profissional como docente no Ensino Superior, lecionei diversas disciplinas na área de Matemática, entre elas, Matemática Financeira, a qual após a conclusão do mestrado em Educação Matemática em 2010, com a dissertação intitulada “*A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia*”, estabeleci em minha prática profissional, a Modelagem Matemática como forma de abordagem dos conteúdos.

Ao perceber o interesse dos alunos na aplicação da Matemática em situações reais, foi necessário investigar essa estratégia de ensino, para estudar as contribuições da modelagem, como um processo facilitador do ensino e aprendizagem, da disciplina de Matemática Financeira.

Segundo Bassanezi (2006):

Cada nação precisa procurar formar seus próprios especialistas, e não simplesmente importar conhecimentos, programas curriculares e de pesquisas estrangeiros. No caso específico da Matemática, é necessário buscar estratégias alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização. A Modelagem Matemática, em seus vários aspectos é um processo que alia teoria e prática, motiva seus usuários na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. (BASSANEZI, 2006, p.17).

Para este autor, quando o discente participa de um processo de modelagem, isso facilita a conciliação dos aspectos lúdicos da Matemática com seu potencial de aplicação e, com isso, ocorre a conjectura das alternativas no direcionamento de suas competências ou formação acadêmica.

A maioria dos estudantes, apenas resolvem mecanicamente os diferentes exercícios propostos sobre o assunto, limitando-se aos problemas contextualizados apresentados em sala de aula, mas quando se deparam com perguntas relacionadas a situações reais, não conseguem unir o conteúdo aprendido com aquele tipo de situação.

Esse tipo de abordagem ocorre inclusive na Escola Básica, conforme afirmam Teixeira e Coutinho (2013). “Esta forma de abordagem não promove habilidades para que os estudantes compreendam, analisem e tomem decisões sobre problemas da vida real”.

A Matemática Financeira está ligada diretamente a situações reais, sendo que, a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem, pode propiciar a construção da autonomia dos estudantes para a resolução de problemas relativos a esse tema.

Nesse sentido, fazemos a hipótese também de que tal estratégia deve ter início no Ensino Médio, a partir dos conteúdos iniciais da Matemática Financeira, introduzindo a reflexão sobre a Educação Financeira preconizada pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) e sobre a Modelagem Matemática. Por esse motivo, nosso interesse em incluir futuros professores de Matemática, ou seja, alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, em nossa pesquisa.

1.3 - Objetivos

Diante desse contexto, temos por objetivo principal dessa pesquisa, **buscar elementos que possam contribuir para o desenvolvimento e para aprendizagem do estudante do curso de Licenciatura em Matemática, mediando o processo que o conduz a perceber, a estreita relação que existe entre os problemas financeiros (pessoais ou não) e a Matemática, possibilitando tomadas de decisões sobre o fenômeno estudado, analisando e interpretando de forma crítica os resultados obtidos.**

Para atingir o objetivo principal desta tese, apresentamos três objetivos específicos referente aos conteúdos, no âmbito de empréstimos e ou financiamentos para a instituição em estudo, a qual será definida posteriormente. São eles:

- Identificar a Razão de Ser relacionado ao estudo empréstimos e ou financiamentos.
- Construir um Modelo Epistemológico de Referência (MER).
- Identificar o Modelo Epistemológico Dominante (MED).

As definições referentes aos MED, Razão de Ser e MER, serão apresentados no capítulo 2, referente ao Quadro Teórico Metodológico. Tal abordagem só pode ser realizada, a partir da mobilização de conhecimentos de base, que envolvem a compreensão do valor do dinheiro na variação do tempo, princípio básico na Educação Financeira.

1.4 - Delimitação do problema

A discussão sobre este tema levou-nos a seguinte questão, que pretendemos responder a partir das análises dos dados desta pesquisa:

Com base nos conhecimentos matemáticos financeiros que alunos de Licenciatura em Matemática constroem ou construíram ao longo de sua vida escolar, quais as contribuições de um projeto de modelagem matemática inserido em uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), pode trazer para a Educação Financeira desses estudantes?

1.5 - Breve relato sobre os capítulos

Diante dos objetivos expostos, estruturamos esta tese, em seis capítulos e as considerações finais, incluindo este. No segundo capítulo, anunciamos o quadro teórico metodológico que norteia o desenvolvimento deste trabalho, o qual dividimos em três seções.

A primeira indicamos quais os recortes da Teoria Antropológica do Didático (TAD), que foram necessários para fundamentarmos esta pesquisa e, nas seções dois e três, expressamos as definições referente a Modelagem Matemática e à Engenharia Didática, que serão utilizadas, respectivamente, como metodologia para o desenvolvimento das atividades e estrutura de análise desta tese.

No terceiro capítulo apresentamos a revisão bibliográfica que abrange duas frentes de pesquisa, sendo elas: trabalhos referentes à Educação Financeira, e trabalhos cujo tema central está relacionado a Modelos Epistemológicos de Referência (MER).

No quarto capítulo, relatamos a análise sobre documentos referentes a implantação dos princípios da Educação Financeira no Brasil, acompanhado da estrutura do Modelo Epistemológico de Referência (MER). Na sequência, no capítulo cinco, identificamos o Modelo Epistemológico Dominante (MED) e suas defasagens em relação ao Modelo Epistemológico de Referência (MER) estabelecido anteriormente.

No sexto capítulo, anunciamos uma sequência de três atividades que estão compreendidas na estrutura do MER. Em seguida no mesmo capítulo, analisaremos os resultados obtidos das aplicações destas atividades, para estudantes do terceiro semestre de Licenciatura em Matemática em uma universidade particular localizada na cidade de São Paulo.

Por fim, apresentamos as considerações finais desta pesquisa e quais a suas contribuições para aos estudos referentes à Educação Matemática e Financeira de nossos estudantes.

Capítulo 2 – QUADRO TEÓRICO – METODOLÓGICO

Este capítulo está dividido em três seções: na primeira são apresentados os recortes necessários sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), para a fundamentação das análises praxeológicas e, a construção do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na segunda seção serão apresentadas, as definições e as etapas do processo de Modelagem Matemática como processos de ensino e de aprendizagem, por último, serão indicados os principais pressupostos da Engenharia Didática, a qual escolhemos como metodologia para a análise dos resultados desta pesquisa.

2.1 - Teoria Antropológica do Didático

Na década de 1980, o pesquisador francês Yves Chevallard, iniciou os estudos referentes à Teoria Antropológica do Didático (TAD), no âmbito da Matemática, estudando condições que possibilitam o funcionamento de Sistemas Didáticos, entendidos como relações entre sujeito, instituição e saber, em referência ao sistema didático tratado por Brousseau; aluno, professor e saber.

A TAD segundo Chevallard (1999), estuda o homem frente ao saber matemático e as situações Matemáticas, ressaltando que o termo “antropológico”, refere-se ao fato de situar a atividade Matemática e, em consequência, o estudo da Matemática no âmbito do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (Chevallard, 1999, p.1).

Para Almouloud (2015) a Didática da Matemática é vista no campo da antropologia cognitiva, considera que tudo é objeto, identificando diferentes particularidades: as instituições, os indivíduos e as posições que ocupam nas instituições, tomando-os sujeitos dessas.

Em suma, em qualquer problema didático intervém, pelo menos, três componentes fundamentais:

1. Uma instituição didática em que se formula o problema em questão (por exemplo: o sistema de ensino fundamental, médio ou superior).
2. Um conteúdo matemático específico (por exemplo: a atividade Matemática relativa ao estudo de empréstimo ou financiamento).
3. Uma Organização Didática do processo de estudo relativo ao conteúdo matemático.

Para Chevallard (1999) um objeto existe se um sujeito ou uma instituição o reconhece, ou seja, a existência de um objeto depende do reconhecimento e do relacionamento de, ao menos, uma pessoa ou instituição com esse objeto.

Esse mesmo autor introduz a noção de habitat de um objeto matemático como sendo o tipo de instituição, em que se encontra o saber relacionado ao objeto de estudo, que por sua vez, determinará a função desse saber, ou seja, determinará seu nicho e a sua Razão de Ser.

Para esta pesquisa determinamos como instituição a transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior do curso (Licenciatura em Matemática), ou seja, alunos que estão no início do curso de graduação, com conhecimento referente à Matemática Financeira construídos durante o Ensino Médio no tocante ao objeto de estudo dessa pesquisa. Justificaremos melhor esta escolha no capítulo 4.

A noção de praxeologia ou Organização Matemática, foi introduzida por Chevallard na década de 1990 com o objetivo de modelar a atividade Matemática. Segundo Chevallard (1999), as praxeologias (ou organizações) podem ser divididas em duas espécies: Matemáticas e Didáticas, em que as Organizações Matemáticas, referem-se ao conhecimento matemático que pode ser construído e desenvolvido em uma sala de aula e as Organizações Didáticas, dizem respeito à maneira que se faz essa construção.

Para Chevallard (2002), a palavra praxeologia é entendida como (*praxis+logos*), em que *praxis* significa prática ou o “saber fazer” e engloba as tarefas propostas e as técnicas utilizadas para as resoluções de atividades Matemáticas, ou seja, compõem um bloco chamado Prática – Técnica. *Logos* significa o “saber”, o qual envolve os discursos que descrevem, explicam e justificam as técnicas usadas. Esses discursos designam-se por tecnologias, que por sua vez, são descritas e justificadas pelas teorias. E assim compõem um bloco chamado Tecnológico – Teórico.

Utilizaremos os estudos referentes à TAD especificamente como uma ferramenta de análise das Organizações Matemática e Didática, com o objetivo de determinar a Razão de Ser, o Modelo Epistemológico Dominante (MED) e o Modelo Epistemológico de Referência (MER) do objeto, “empréstimos e ou financiamentos”, no âmbito da Educação Financeira.

Como diretriz para a análise desta pesquisa, destacamos o que será observado na praxeologia, apresentada nos exercícios contidos nos Livros Didáticos e nos exames nacionais. Após a identificação dos tipos de tarefas, categorizamos as técnicas que permitem cumprir essas tarefas, apoiando-se nos exercícios propostos nos Livros Didáticos e, na resolução dos exercícios que constam nos exames nacionais.

Conjecturamos a tecnologia a partir da análise das propostas dos Documentos Oficiais em relação a este objeto de estudo, mediante as orientações dos autores dos Livros Didáticos, as quais estão disponíveis em todos exemplares do professor, ou de análise Matemática dos exercícios inseridos nesses livros pertinente ao objeto matemático dessa pesquisa.

Chevallard (1999) propõe alguns critérios, que podem ser considerados ao avaliar os tipos de tarefas, técnicas ou mesmo o bloco tecnológico-teórico.

O quadro 1, foi elaborado por Almouloud (2007) baseado na TAD e, apresenta os critérios para nortear essa análise.

Quadro 1: Critérios para avaliar tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teórico

Avaliação	Critérios	
Tarefa [T] e técnica [δ]	Identificação	Verificar se os tipos de tarefas estão postos de forma clara e bem identificados.
	Razões de Ser	Verificar se as Razões de Ser dos tipos de tarefas estão explicitadas ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivos válidos.
	Pertinência	Verificar se os tipos de tarefas considerados são representativos das situações Matemáticas, frequentemente encontradas e sua pertinência em relação as necessidades matemáticas dos alunos.
Questões a serem respondidas		
Em relação à técnica		As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas?
		São fáceis de utilizar?
		Sua importância é satisfatória?
		Sua confiabilidade é aceitável sendo dadas suas condições de emprego?
		São suficientemente inteligíveis?
Em relação ao bloco tecnológico-teórico (Tecnologia [θ] - Teoria [Θ])		As formas de justificação utilizadas são próximas das justificativas matematicamente válidas?
		Elas são adaptadas ao problema proposto?

	Os argumentos usados são cientificamente válidos?
--	---

Fonte: adaptado (Almouloud 2007)

Com o objetivo de identificar a Razão de Ser do objeto na instituição (Ensino Médio e Ensino Superior)¹, faremos uma análise ecológica do mesmo e, para isso nós apoiamos em dois conceitos: habitat e nicho. O primeiro significa o lugar onde o objeto vive, ou seja, o ambiente conceitual desse objeto de saber, o segundo, refere-se à função desse objeto no sistema com os quais interage.

Para facilitar nossos critérios e organização, separamos em algumas questões:

- O objeto do saber faz parte das recomendações curriculares para a Educação Básica?
- Está presente nos Livros Didáticos?
- Está presente nos exames nacionais ENEM e ENADE?
- Como é apresentado e com qual finalidade?
- Esse objeto do saber é efetivamente trabalhado nas instituições (Ensino Médio e Ensino Superior)?

No caso das respostas anteriores forem positivas, em quais condições? Se negativa, quais são os motivos para serem ignoradas?

A partir da identificação da Razão de Ser do objeto empréstimos e ou financiamentos, no âmbito da Educação Financeira, propomos um Modelo Epistemológico de Referência (MER). Descrever e analisar a maneira como a instituição interpreta o domínio do objeto matemático, é uma das principais funções do MER, conforme a afirmação de Lucas (2015).

O Modelo Epistemológico de Referência (MER), e à forma de organizar o saber matemático antes de transformá-lo em saber a ser ensinado. O MER representa uma base firme para analisar as Organizações Matemáticas e Didáticas, assim como para propor organizações alternativas. (NAVARRO, 2007 apud, RODRIGUES 2017 p. 124).

Para Gascón (2014) com a construção do MER, é possível descrever e interpretar, os saberes matemáticos envolvidos em determinados processos de ensino e de aprendizagem,

¹ Será justificado e definido posteriormente.

compreendendo os motivos das prioridades de alguns objetos matemáticos em relação à outros, assim, o professor pode desvincular a sua didática, quando necessária, dos Modelos Epistemológicos Dominantes (MED) em várias instituições, que fazem parte do objeto em jogo.

Nas próximas seções, escreveremos o referencial metodológico, iniciando com o processo de ensino e aprendizagem, por meio da Modelagem Matemática e, em seguida, a metodologia utilizada nesta pesquisa, a Engenharia Didática

2.2 - Modelagem Matemática

Ao longo da história, procuramos compreender os fenômenos da natureza e suas leis. Em busca deste objetivo, o homem encontrou uma ferramenta que o auxiliou nesta tarefa: A *Matemática*.

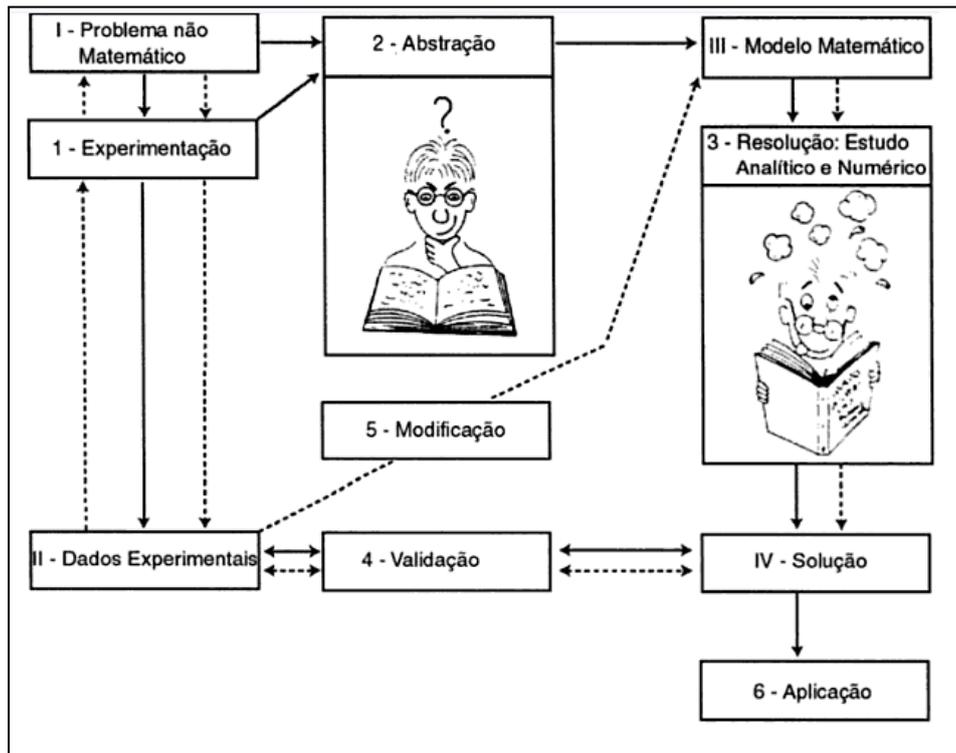
Segundo Chevallard (2001):

Um aspecto essencial da atividade Matemática consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade Matemática pode ser identificada, portanto, com uma atividade de Modelagem Matemática (CHEVALLARD, 2001, p. 50).

Para o autor, todo processo em busca da interpretação da realidade, por meio da Matemática com o objetivo de se construir um modelo que a represente, é chamado de Modelagem Matemática.

O processo para obtenção do modelo matemático, é definido por Bassanezi como Modelagem Matemática. A Figura 1 ilustra de que forma esse processo é realizado, ou seja, todas as etapas que o constituem.

Figura 1: Etapas do processo de modelagem



Fonte: Equações diferenciais com aplicações, Bassanezi, R.C. e Ferreira, W. C. Jr., 1988, p. 6

Segundo Bassanezi, as etapas do processo podem ser descritas como:

- 1 Experimentação: Obtenção de dados experimentais ou empíricos que ajudam na compreensão do problema, na modificação do modelo e na decisão de sua validade. É um processo essencialmente laboratorial e/ou estatísticos.
- 2 Abstração: Processo de seleção das variáveis essenciais e formulação em linguagem “natural” do problema ou da situação real.
- 3 Resolução: O modelo matemático é montado quando se substitui a linguagem natural por uma linguagem Matemática. O estudo do modelo depende de sua complexibilidade que pode ser um processo numérico. Quando os argumentos conhecidos não são eficientes, novos métodos podem ser criados, ou então o modelo deve ser modificado.
- 4 Validação: Comparação entre a comparação obtida via resolução do modelo matemático e os dados reais. É um processo de decisão de aceitação ou não do modelo inicial. O grau de aproximação desejado será o fator predominante da decisão.
- 5 Modificação: Caso o grau de aproximação entre os dados reais e a solução do modelo não seja aceito, deve-se modificar as variáveis, ou a lei de formação, e com isso o próprio modelo original é modificado e o processo se inicia novamente.
- 6 Aplicação: A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com a capacidade de influenciar em suas mudanças. A linguagem oferecida pelas equações diferenciais é fundamental na transferência e entendimento da linguagem “natural”, uma vez que a palavra chave variação aparece quase sempre nas situações reais (BASSANEZI, 1988, p. 7).

A Modelagem Matemática é constituída por essas fases, porém este processo, na visão de Bassanezi, pode ser analisado sob duas vertentes, a primeira como método científico e a segunda como estratégia de ensino e de aprendizagem.

Bassanezi (2006), expressa que a Modelagem Matemática considerada como um método científico, está diretamente relacionada à Matemática aplicada, que pode ser considerada como a arte de aplicar Matemática nas situações reais, usando como processo a Modelagem Matemática, para solucionar, por exemplo, problemas industriais.

Assim este autor, elenca alguns pontos para destacar a relevância da Modelagem Matemática como método científico, quando utilizada como instrumento de pesquisa:

- Pode estimular novas técnicas experimentais.
- Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previsto.
- Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões.
- Pode sugerir prioridades de aplicação de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão.
- Pode preencher lacunas onde existe falta de dados experimentais.
- Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade.
- Pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento. (BASSANEZI, 2006, p. 32).

No processo de modelagem como método científico o foco principal é a construção de um modelo que melhor represente uma situação real, para solucionar problemas das diversas áreas, como industrial, logística, farmacêutica, política entre outras.

Já como estratégia de ensino e de aprendizagem, o autor escreve que esse método tem como foco todo o procedimento de construção do modelo, ou seja, a modelagem no ensino é uma estratégia de aprendizagem, em que o mais importante não é chegar imediatamente ao modelo bem-sucedido, mas caminhar, seguindo etapas nas quais o conteúdo matemático vai sendo institucionalizado. O autor salienta ainda que, com a modelagem, os processos de ensino e de aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com o meio ambiente.

Destacamos ainda o autor Barbosa (2000), o qual apresenta cinco argumentos para a utilização da modelagem, como processo de ensino e de aprendizagem.

Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de Matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola.

Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as ideias Matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos.

Preparação para utilizar a Matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar Matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-dia e no mundo do trabalho.

Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação.

Compreensão do papel sociocultural da Matemática: os alunos analisariam como a Matemática é usada nas práticas sociais. (BARBOSA, 2000, p.32)

Nesta pesquisa, utilizaremos a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, pois diante das argumentações expostas, supomos que esta vertente da modelagem pode favorecer o desenvolvimento dos conhecimentos relativos a Educação Financeira.

Como no processo de modelagem o objetivo é chegar ao modelo, apresentamos as abordagens de alguns autores sobre modelo matemático.

De acordo Bassanezi (2006):

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo. (BASSANEZI 2006, p. 19).

D'Ambrosio (1986) reconhece um modelo, como uma ferramenta que oferece ao homem, a capacidade de exercer seu poder de análise sobre a realidade. Davis (1995) considera que a característica mais importante de um modelo, é sua capacidade para imitar e prever fenômenos e o comportamento do universo. Na visão de Dolis (1989), os modelos podem ser considerados como aproximações da realidade, que por meio da supressão de detalhes dispensáveis, permitem a manifestação em forma generalizada dos aspectos fundamentais do mundo real. Para Hilgard (1973) um modelo representa uma série de relações Matemáticas, físicas ou conceituais, que se mostram adequadas à compreensão e interpretação de um conjunto de dados.

Observemos que, cada autor, se aventura a dar uma definição de modelo matemático. Citamos, por exemplo, McLone (1976), segundo o qual “um modelo matemático é um construto matemático abstrato, simplificado que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular”. Já Ferreira Jr. (1993), define modelo matemático, como sendo uma abordagem abstrata dos conceitos básicos de dimensão, unidade e medida.

Para este trabalho, utilizaremos as concepções de modelo matemático supracitadas com objetivo de construir, baseados em fatos e dados reais, modelos (matemáticos/financeiros) que

permitam que os alunos, possam fazer estimativas e simulações futuras, analisar diferentes cenários financeiros, tomar decisões com criticidade pautadas em argumentos oriundos da utilização do modelo construído no tocante a Educação Financeira.

2.3 - Engenharia Didática

A noção de Engenharia Didática emergiu na Educação Matemática no início dos anos 1980, primeiramente em 1982 por Yves Chevallard. Segundo Artigue (1988), o nome Engenharia Didática se dá pelo fato que a forma de trabalho do pesquisador em didática ser análogo ao trabalho do engenheiro, ou seja, seus estudos estarem esquematizados na concepção, planejamento e execução de um projeto.

Em 1988 Michèle Artigue apresentou a Engenharia Didática como uma metodologia de pesquisa suscetível de fazer aparecer fenômenos didáticos, em condições mais próximas possíveis do funcionamento de uma sala de aula clássica. Este aspecto se caracterizou pelo fato de o trabalho com a pesquisa ser um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" no ambiente de ensino.

De acordo com Almouloud (2007), em uma pesquisa cujo metodologia segue como base os pressupostos da Engenharia Didática, identificam-se algumas fases em seu desenvolvimento. A primeira fase, chamada análises preliminares, que consiste na descrição das principais dimensões que definem o objeto a ser estudado e que se relacionam com o sistema de ensino e aprendizagem, tais como a epistemológica, cognitiva, didática, em suma esta fase, pode comportar as seguintes vertentes:

- Epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino.
- Do ensino usual e seus efeitos.
- Das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução.
- Das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva;
- A consideração dos objetivos específicos da pesquisa;
- O estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho (ALMOULOU, 2007, p. 172).

Para Artigue (1988), a Engenharia Didática é caracterizada também como pesquisa experimental devido ao modo de validação, ou seja, a comparação entre análise *à priori* e análise *à posteriori*. Segundo Almouloud (2007), tal tipo de validação é uma das particularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

A análise *à priori*, consiste na definição de variáveis de comando do sistema de ensino e aprendizagem, que por hipóteses, interferem na constituição do fenômeno, objeto estudado.

Estas variáveis de comando são chamadas variáveis macro didáticas e micros didáticos. A primeira está relacionada à organização global da Engenharia e, a segunda, a organização e o planejamento específico de uma aula, podendo umas e outras, serem variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do objeto didático estudado.

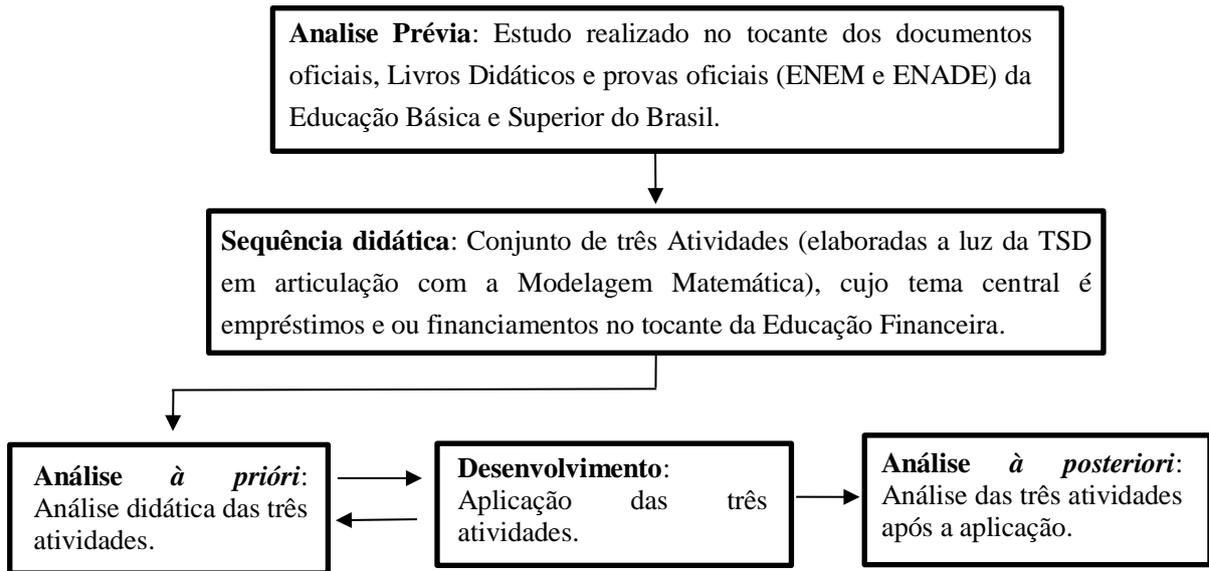
O conjunto dessas variáveis constituem a análise *à priori*, com intuito de determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o objeto ensinado com as atividades, que os alunos podem desenvolver para apreensão dos conceitos em questão.

A análise *à posteriori* e a validação, constitui no tratamento das informações obtidas por ocasião da aplicação das atividades, que é parte efetivamente experimental da pesquisa. É importante ressaltar que entendemos por estas “atividades”, uma sequência didática, sendo que para esta pesquisa, será desenvolvida com os princípios da Modelagem Matemática.

A fase da validação dos resultados é obtida pela confrontação entre os dados obtidos na análise *à priori* e *à posteriori*, confirmando ou não as hipóteses feitas no início da pesquisa.

Para Almouloud (2007), “A Engenharia Didática pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado conceito e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito” (ALMOULOUD, 2007, p. 171).

Como esta pesquisa enquadra-se em um estudo relacionado ao ensino e aprendizagem, de um objeto matemático no universo da Educação Financeira, que será desenvolvido por meio de uma sequência didática, embasada nas definições e princípios da Modelagem Matemática, entendemos que a Engenharia Didática é a metodologia mais adequada, para traçarmos os critérios de análise, conseqüentemente as validações, ou não, das hipóteses e as considerações finais desta tese. Em suma a metodologia utilizada nesta pesquisa segue o esquema conforme a Figura 2:

Figura 2: Engenharia Didática

Fonte: o Autor

Capítulo 3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica está dividida em duas seções, na primeira são apresentadas pesquisas relacionadas a Educação Financeira, na segunda estão trabalhos relacionados ao estudo do Modelo Epistemológico de Referência (MER), no final de cada seção, será relato as considerações pertinentes, destacando a importância e as relevâncias da revisão para esta tese.

Para este capítulo foram selecionadas teses, dissertações e artigos, por meio de um estudo realizado junto ao banco de teses da CAPES, revistas e anais de congressos, biblioteca da PUC- SP, Google Acadêmico e às referências das teses, dissertações e artigos selecionados.

3.1 - Trabalhos sobre Educação Financeira

Kistemann Júnior (2011) estruturou sua tese intitulada: “*Sobre a Produção De Significados e a Tomada De Decisão De Indivíduos Consumidores*” em oito capítulos, defendida em 2011, na Universidade Estadual Paulista - UNESP, na cidade de Rio Claro - SP.

O trabalho investigativo de Kistemann Júnior (2011) baseia-se em uma metodologia qualitativa, envolvendo a análise documental, montagem do perfil do indivíduo consumidor, entrevista semiestruturada e pesquisa bibliográfica no âmbito do tema Educação Financeira.

Para o autor sua pesquisa teve como principal objetivo investigar o indivíduo consumidor, ou seja, como toma suas decisões, que significado produz quando se depara com quadro financeiro econômico e com seus objetos, e que instrumentos matemáticos ele utiliza (ou não) para tomar decisões.

Kistemann Júnior (2011), com sua pesquisa procurou responder à seguinte questão de pesquisa: *Em que medida num cenário líquido moderno², os indivíduos consumidores tomam suas decisões de consumo e que significados produzem quando lidam com objetos financeiros econômicos?*

Para responder tal questão, o autor elaborou um conjunto de instrumentos para a produção de dados da investigação, divididos em duas etapas. A primeira etapa foi uma

² Sociedade líquido-moderna se constitui numa sociedade, em que as condições sob as quais agem seus membros mudam num tempo mais curto do que aquele necessário para a consolidação, em hábitos e rotinas, das formas de agir. A liquidez da vida e a da sociedade se alimentam e se revigoram mutuamente. Bauman (2008), apud (Kistemann Jr. 2011, p. 15).

entrevista inicial semiestruturada, incluindo situações de consumo com os sujeitos participantes, alguns especialistas em Matemática e outros com formação básica, com o objetivo de auxiliar a leitura e produção de significados e a construção do perfil de indivíduo-consumidor de cada entrevistado.

Na segunda etapa, foram elaboradas cinco situações financeiro-econômicas reais, com o intuito de produzir significados e revelar como ocorre a tomada de decisão dos sujeitos diante ao consumo.

Após a análise dos dados coletados baseados na proposta da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, o pesquisador utilizou o Modelo dos Campos Semânticos, o qual tinha como objeto os processos de produção de conhecimento e significado, para a leitura das práticas dos indivíduos-consumidores, mediante aos processos e estratégias de tomada de decisão de consumo e os significados construídos nas situações-problemas apresentadas aos sujeitos.

Destacamos os principais resultados da pesquisa de Kistemann Júnior (2011).

O autor conclui que os indivíduos-consumidores carecem de ter acesso a discussões que envolvam as propagandas: ter/desenvolver a habilidades de Matemática financeira-econômica de ler uma propaganda e produzir significados para o texto, ou seja, a mensagem apresentada, a fim de que possa usá-la para guiar suas decisões de consumo. Ainda segundo o autor, as falas dos indivíduos na primeira etapa das entrevistas parecem indicar que o valor da parcela é o principal fator para a tomada de decisão de consumo, em detrimento da análise das taxas de juros.

As entrevistas que constam na pesquisa de Kistemann Júnior (2011), revelaram que apesar dos indivíduos-consumidores terem concluído a Escola Básica em média, em 12 anos, sendo especialistas, ou não em Matemática, fazem uso da Matemática básica, para sua tomada de decisão financeiro-econômica. Em alguns relatos, os indivíduos-consumidores justificam que utilizam somente as quatro operações e intuição com relação à porcentagem para analisar os prós e os contras de uma ação de consumo, assim como, as taxas de juros envolvidas nestas ações.

O autor acrescentou que não podemos eximir a escola de sua responsabilidade em proporcionar a seus alunos, por meio do ensino de Matemática uma Educação Financeira, ainda

que básica. Os indivíduos-consumidores entrevistados em sua pesquisa revelam que esse quesito ainda é praticamente ignorado em algumas escolas brasileiras, bem como nos planejamentos curriculares.

Ainda segundo Kistemann Júnior (2011) sua investigação revelou também que, a taxa de juros constitui-se como um item subaproveitado para análise e tomada de decisão, pois apresenta um caráter abstrato de difícil compreensão a médio ou longo prazo (juros compostos), sendo preterida em favor da análise do valor da parcela. O autor afirmou ainda que simulações podem revelar o que as taxas de juros, por menores que possam parecer, são capazes de provocar problemas nas contas e nas transações financeiras de um indivíduo-consumidor que não saiba lidar minimamente com seu significado.

Por fim, Kistemann Júnior (2011) concluiu que os indivíduos-consumidores, no âmbito da Educação Financeira, utilizam de justificativas não-Matemáticas, produzindo assim significados não-matemáticos para embasar e tomar sua decisão de consumo.

Conforme a colocação de Kistemann Júnior (2011), não devemos isentar a escola de suas responsabilidades em proporcionar uma Educação Financeira aos seus alunos, então, resolvemos investigar pesquisas relacionadas a propostas de trabalho de Educação Financeira para Educação Básica. Assim a segunda pesquisa acadêmica dessa revisão bibliográfica é o artigo de Silva e Powell (2013) intitulado: “*Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica*”, o qual está estruturado em quatro seções e foi publicado nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática na cidade de Curitiba – PR em julho de 2013.

O artigo publicado por Silva e Powell (2013) teve como objetivo principal apresentar uma proposta de um programa de Educação Financeira para a Educação Básica as escolas públicas. Essa pesquisa apresentou uma discussão sobre a inserção do tema como parte da formação Matemática de estudantes considerando a estrutura da Matemática escolar vigente.

Na primeira seção (nomeada introdução) foi apresentado a contextualização e algumas definições do tema Educação Financeira segundo a OCDE³. A segunda seção (Educação

³ OCDE - Organisation for Economic Co-operation and Development - organização internacional e intergovernamental, fundada em 14 de dezembro de 1961, sediada em Paris, formada por 34 países; Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Coreia do Sul, Dinamarca, Eslováquia, Eslovênia, Espanha, Estados

Financeira na Escola: uma revisão da literatura) foi dividida em três subseções em que foram discutidos os estudos e as recomendações da OCDE, Educação Financeira nos Estados Unidos e a Educação Financeira no Brasil. Na terceira seção os autores apresentam o *Design* de uma Proposta de Currículo para Educação Financeira, e por último, as considerações finais.

Os autores iniciaram o artigo com a revisão da literatura e análise dos documentos produzidos, a partir de 2003, pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

Segundo os autores a primeira fase do projeto da OCDE terminou, em 2005, considerado o primeiro grande estudo sobre Educação Financeira em nível internacional, registrado em um relatório intitulado Melhoria da literacia financeira: análise das questões e políticas.

Esta pesquisa segundo Silva e Powell (2013), permitiu identificar três circunstâncias ou situações importantes das quais destacamos duas: o número crescente de trabalhadores que necessitam de economias pessoais para financiar sua aposentadoria e, a segunda, foi a averiguação de que muitos consumidores, endividavam pela forma em que estavam lidando com o dinheiro em relação ao tempo. Ainda em relação a esse estudo Silva e Powell (2013), destacaram fatores que aumentavam a importância da Educação Financeira para os cidadãos, como por exemplo, variedade de produtos financeiros disponíveis no mercado, taxas de juros, prazos e honorários; o aumento da expectativa de vida das pessoas e falta de conhecimento financeiro dos consumidores.

Destacamos a definição de Educação Financeira Escolar que Silva e Powell (2013) propõem nesse artigo:

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA e POWELL, 2013, p. 12).

Unidos, Estônia, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Hungria, Irlanda, Islândia, Israel, Itália, Japão, Luxemburgo, México, Noruega, Nova Zelândia, Polónia, Portugal, Reino Unido, República Tcheca, Suécia, Suíça, Turquia e 5 países associados, sendo eles: Brasil, China, Índia, Indonésia e Rússia.

Conforme mencionado anteriormente na terceira seção deste artigo os autores apresentaram o *Design* de uma Proposta Curricular para Educação Financeira no Brasil e para essa elaboração consideraram três dimensões:

- i) Pessoal: que foca as finanças pessoais;
- ii) Familiar: com ênfase no núcleo familiar. Ao mesmo tempo em que discute as problemáticas financeiras de uma família, também pretende estimular o estudante a participar da vida financeira de sua família, veiculando informações e ajudando na tomada de decisões;
- iii) Social: o foco estará em temas e questões financeiras presentes na sociedade atual. (SILVA e POWELL, 2013, p. 13).

Ainda em relação ao currículo escolar Silva e Powell (2013), destacaram quatro eixos norteadores em que as temáticas propostas, em cada um deles serão discutidas ao longo de toda a formação do estudante.

I - Noções básicas de Finanças e Economia: Nesse eixo os temas de discussão são, por exemplo, o dinheiro e sua função na sociedade; a relação entre dinheiro e tempo - um conceito fundamental em Finanças; as noções de juros, poupança, inflação, rentabilidade e liquidez de um investimento; as instituições financeiras; a noção de ativos e passivos e aplicações financeiras.

II - Finança pessoal e familiar: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: planejamento financeiro; administração das finanças pessoais e familiares; estratégias para a gestão do dinheiro; poupança e investimento das finanças; orçamento doméstico; impostos.

III - As oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade de consumo: Nesse eixo, serão discutidos temas como, por exemplo: oportunidades de investimento; os riscos no investimento do dinheiro; as armadilhas do consumo por trás das estratégias de marketing e como a mídia incentiva o consumo das pessoas.

IV - As dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira: Nesse eixo, serão discutidos temas como: consumismo e consumo; as relações entre consumismo, produção de lixo e impacto ambiental; salários, classes sociais e desigualdade social; necessidade versus desejo; ética e dinheiro. (SILVA E POWELL, 2013, p.14).

Ainda segundo estes autores, esses eixos servirão como base para o desenvolvimento de material didático com o objetivo de produzir, tarefas relacionadas com situações problemas ligados a temas atuais.

Silva e Powell (2013) destacaram, que a elaboração dessa proposta de currículo é uma primeira formulação, e que será aprimorada a partir das críticas e das novas reflexões sobre a proposta. Para concretização deste projeto, afirmaram que estudos deverão ser desenvolvidos para entender e avaliar o processo de produção de significados dos estudantes, no tocante das questões relacionadas ao dinheiro.

E por fim, os autores destacaram que discutir Educação Financeira é abordar os temas atuais que envolvem o dinheiro e nossa relação com ele e, como consequência, o currículo e a metodologia de ensino deverão acompanhar as mudanças que ocorrerem no cenário social, o que sugere que qualquer proposta que for implantada em nossas escolas deverá estar em constante transformação.

A partir das discussões relacionadas ao currículo escolar proposto por Silva e Powell (2013), procuramos investigar o papel da Educação Matemática na Educação Financeira, para isso destacamos a pesquisa de Teixeira (2015), o qual estruturou sua tese em cinco capítulos além da introdução e as considerações finais, intitulada: “*Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática financeira*” defendida em 2015, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP.

O autor aponta como objetivo principal a discussão do papel da Educação Matemática no processo de fortalecimento da Educação Financeira, tendo em vista a obrigatoriedade legal de seu ensino nas escolas brasileiras e apresentou os seguintes objetivos específico:

Verificar os atuais níveis de discussão acadêmica relativas à Educação Financeira por meio do exame de artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorados. Refletir sobre a conveniência da abordagem de elementos de Matemática crítica nessa discussão, haja vista que a Educação Financeira contribui para a melhoria da consciência cidadã (alunos).

Averiguar, por meio de pesquisa qualitativa e quantitativa, os atuais níveis de letramento financeiro dos professores que lecionam Matemática financeira, ferramenta indispensável para o processo de ensino e aprendizagem de Educação Financeira. (TEIXEIRA, 2015, p. 16).

Na pesquisa de Teixeira (2015) foram utilizadas fontes secundárias, por meio do levantamento de dados em material publicado, impresso e *online*, utilizou também fonte primárias, por meio de pesquisa de campo, qualitativa e quantitativa, envolvendo um questionário com 30 perguntas, aplicado a um grupo de 161 professores que ministravam a disciplina de Matemática e, portanto, conteúdos de Matemática Financeira, em diferentes cidades do Estado de São Paulo. A participação dos sujeitos foi voluntária, amostragem por acessibilidade. A aplicação do instrumento foi presencial e o questionário apresentado em formato impresso.

Dos resultados de sua pesquisa destacamos:

A formação de aluno; segundo o autor constatou-se que os conteúdos de Matemática Financeira, durante o Ensino Médio são transmitidos aos alunos de maneira descontextualizada. Há uma preocupação excessiva em ensinar por meio de fórmulas e tabelas. Uma metodologia de natureza ortodoxia pode implicar em maiores dificuldades no aprendizado, acarretando desinteresse no aluno. É preciso unir teoria e prática.

Em relação à formação de professores, Teixeira (2015) destaca o fato que, muitas vezes, o professor de Matemática não tem uma formação específica em Matemática financeira, porque o ensino de Educação Financeira ainda está em fase de implementação no Brasil. O autor ressalta que no Brasil, também é necessário melhorar a formação dos docentes que lecionam Matemática Financeira, objetivando conectar-se essa disciplina à Educação Financeira, assim como, ocorrem em alguns países, como por exemplo, Estados Unidos, Europa e Japão.

Ainda segundo Teixeira (2015) as pesquisas apontam que os Livros Didáticos, apesar de constantes progressos, não acompanham a velocidade das mudanças e a realidade econômico-financeira da sociedade. Isso reflete nos exercícios e problemas propostos. De acordo com o conjunto dessas análises o autor defende a tese de que a Matemática Financeira é imprescindível para processo de ensino e aprendizagem da Educação Financeira.

Das análises quantitativas, resultado de uma análise exploratória de dados e de uma análise multidimensional, o autor destaca que 42% dos professores acham que Educação Financeira e Matemática Financeira são a mesma coisa. Apenas 36% dos entrevistados comparam situações envolvendo juros simples e juros compostos. Somente 24% solicitam aos alunos que busquem exemplos de emprego de juros compostos. Em relação aos professores entrevistados, 75% desconhecem a ENEF.

Teixeira (2015) finaliza destacando que sua hipótese de pesquisa, tornou-se mais evidente após a análise das respostas da questão 30⁴, do questionário, e na qual, constatou que 20% dos professores erraram o conceito ou o desenvolvimento e, 52% não responderam à

⁴ Questão 30 - Uma pessoa precisa de R\$1.200,00 para pagar uma despesa inesperada. Para conseguir pagar tal despesa, faz necessário um empréstimo com o seu tio, que lhe cobrará 1% por mês que essa pessoa demora para lhe pagar, sendo que esse valor será calculado sempre sobre os R\$ 1.200,00 iniciais. Pergunta-se: a) Qual é o valor cobrado a cada mês que a pessoa demora para devolver o dinheiro ao tio; b) Se a pessoa demora três meses para pagar ao tio que lhe emprestou, qual o valor além dos R\$1.200,00 que deverá desembolsar? c) Qual o valor total desembolsado ao final desses três meses para o pagamento da dívida com esse tio?

questão. Assim conclui que essas implicações, reforçam a argumentação referente à ausência de letramento financeiro do professor.

Como a pesquisa de Teixeira (2015), apontou a ausência de letramento financeiro por partes dos docentes e a defasagem dos conteúdos relacionados a Educação Financeira nos Livros Didáticos, destacamos a seguir as pesquisas de Flores (2017), Sena (2017) e Trindade (2017), que investigam respectivamente, formação de professores, letramento financeiros e Livro Didático no tocante da Educação Financeira.

Flores (2017) estruturou sua dissertação, intitulada: “*Educação Financeira no Ensino Fundamental: Conhecimentos Identificados em um Grupo de Professores do Quinto Ano*”, em seis capítulos, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC- SP em 2017.

No primeiro capítulo a autora apresentou as considerações preliminares, nas quais descreveu a relevância e definições da Educação Financeira, abordou neste mesmo capítulo as referências sobre a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). O estudo do objeto é apresentado pela autora no segundo capítulo. O problema de pesquisa, os procedimentos metodológicos e o referencial teórico, foram dissertados por Flores (2017) no terceiro capítulo. A revisão bibliográfica, foi retratada no quarto capítulo, na qual a autora relatou uma visão geral acerca da Educação Financeira e saberes docentes dos professores de anos iniciais do Ensino Fundamental baseada em teses e dissertações publicadas. A coleta de dados, as transcrições de áudio das gravações e as análises realizadas foram descritas no quinto capítulo. Por fim, o último capítulo foi destinado para as considerações finais, que segundo a autora, visou apresentar e discutir resultados obtidos nas análises realizadas.

O objetivo de Flores (2017) foi identificar, em um grupo de professores do 5º ano do Ensino Fundamental I, o tipo de mobilização dos conhecimentos pedagógicos e matemáticos sobre Educação Financeira, para alcançar tal objetivo a autora apresentou duas questões norteadoras: *Que tipos de conhecimentos são identificados em professores de 5º ano quanto à Educação Financeira quando estes descrevem suas práticas em aula e resolvem problemas relativos ao tema? Que características didáticas podem ser identificadas nessa mobilização?*

Foi realizado uma entrevista semiestruturada com cinco professoras, dentre as quais, a professora da entrevista piloto, segundo a autora, obteve destaque apresentando maior experiência, tanto em tempo de docência, quanto em tempo de escolaridade.

A autora usou como referencial teórico os estudos de Shulman (1986), em que são destacados grupos de conhecimento como: conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo.

Segundo Flores (2017), para Shulman (1986) cada área do conhecimento tem uma especificidade própria, que justifica a necessidade de estudar o conhecimento do professor em relação à disciplina que ele vai ensinar.

Flores (2017) referenciou também o trabalho de Robert (1998), no qual baseou-se para analisar os dados em sua pesquisa. A autora aponta que, para Robert, existem diferentes formas de mobilização do conhecimento matemático, ou seja, diferentes ferramentas de análise que permitem identificar em que nível de aprendizagem o indivíduo se encontra, dividido em: nível técnico, mobilizável e disponível.

Flores (2017) descreveu, ainda baseada em Robert (1998), que o sujeito está no nível técnico, quando, para resolver uma determinada tarefa, utiliza-se apenas de uma ferramenta concreta (fórmula, teorema ou definição), sem a compreensão conceitual do que está realizando. Ainda segundo a autora, quando o sujeito resolve certa tarefa necessitando adaptar seus conhecimentos, com indicações do próprio enunciado ou interferência de terceiros, precisando articular duas informações de naturezas diferentes, este, encontra-se no nível mobilizável. Por fim, Flores (2017) descreveu que o nível disponível, é quando o indivíduo consegue solucionar o que está pronto sem requerer indicações explícitas, ou seja, o fato de saber solucionar sem interferências de forma autônoma.

As análises dos discursos, segundo a autora, identificaram os níveis de funcionamento de tipos de conhecimentos mobilizados pelas professoras, tais como conhecimento específico de conteúdo, conhecimento pedagógico de conteúdo, de currículo, dos alunos.

Para Flores (2017) esses níveis de funcionamento podem ser técnicos, mobilizáveis ou disponíveis. Conforme os resultados, Flores (2017) constatou a ocorrência de construções conceituais das docentes, no que diz respeito aos conhecimentos específicos de Educação Financeira, de forma que, o conhecimento pedagógico sobre aquele determinado item pudesse evoluir para, pelo menos, mobilizável. Além disso, demonstraram ter maiores conhecimentos do que percebiam. Ainda segundo a autora, os resultados obtidos também apontaram para a necessidade de pesquisas específicas, sobre o entendimento do tipo de mobilização dos conhecimentos identificados, em relação à Educação Financeira, bem como formações que

permitam aos profissionais da educação o desenvolvimento da autonomia para abordagens adequadas.

Senna (2017) estruturou sua dissertação intitulada: “*Educação Financeira e Estatística: Estudo de Estruturas de Letramento e Pensamento*” em seis capítulos e defendeu em 2017, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC- SP.

Senna (2017) descreveu que o objetivo geral de sua pesquisa foi: identificar possíveis elementos do Pensamento e do Letramento Estatístico, mobilizados na resolução de problemas envolvendo letramento financeiro e, para isso procurou responder à questão norteadora: *Quais elementos do Pensamento e Letramento Estatístico podem ser identificados na mobilização de conhecimentos relacionados ao Letramento Financeiro?*

O autor adota como método de pesquisa pressupostos da Engenharia Didática, de Artigue (1996), composta por três etapas características que permitem validar (ou não) uma hipótese pela comparação entre análise *à priori* e *à posteriori* do conjunto de situações didáticas que a compõem.

Senna (2017) destacou que as atividades foram realizadas com 15 alunos, com faixa etária de 13 a 20 anos, do 9º ano (período vespertino) de uma Escola Municipal de Ensino Fundamental de Igarapé-Açu – Pará. Segundo o autor, os alunos foram convidados a participar mediante a colaboração do professor de Matemática da turma, como requisito para a 3ª avaliação escolar de 2016 e estavam cientes de sua participação como sujeitos de pesquisa.

O autor adotou como instrumentos de coleta, gravações de áudio e registros das observações realizadas ao longo das atividades, assim como, produções escritas dos alunos participantes.

Senna (2017) aplica uma sequência didática de 4 atividades, que foram desenvolvidas na escola dos alunos, em três encontros de no máximo 3 horas e meia, durante as aulas de Matemática, utilizando à princípio somente o ambiente papel e lápis.

O autor conclui que a Educação Financeira deve ser articulada na escola, com intuito de viabilizar condições de desenvolvimento da compreensão de situações financeiras diversas, ainda segundo o autor, a Educação Financeira na escola não deve tratar exclusivamente de necessidades emergenciais, mas contribuir para o desenvolvimento da capacidade de análise e interpretação crítica e fundamentada, para assim fomentar tomadas de decisão consciente e

provocar a compreensão de conceitos financeiros e econômicos mais sofisticados mais indicando indícios de um letramento científico desenvolvendo assim, o letramento financeiro dos alunos.

O autor destacou que da análise dos resultados obtidos da sequência didática, conclui-se que para revelar aspectos de letramento financeiro, o sujeito deve mobilizar *a priori* habilidades mínimas de conhecimento matemático que o permita identificar e buscar resposta ao problema financeiro e, busque significado para os dados obtidos e assim construa sua argumentação crítica e fundamentada. Ainda segundo Senna (2017), existe uma relação de dependência hierárquica entre os conhecimentos matemáticos básicos e o desenvolvimento do letramento financeiro para esta faixa etária e letramento estatístico.

Trindade (2017) estruturou sua dissertação intitulada: “*A Educação Financeira nos Anos Finais da Educação Básica: Uma Análise na Perspectiva do Livro Didático*” em seis capítulos, defendida em 2017, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC - SP.

Trindade (2017) teve como objetivo, analisar a abordagem da Educação Financeira no Ensino Médio, mediante as orientações dos documentos oficiais, elencando a Organização Matemática e Didática das propostas apresentadas nos Livros Didáticos e, para isso procurou responder a seguinte questão: “*Que elementos podem ser identificados nas Organizações Matemáticas e Didáticas presente nos Livros Didáticos destinados ao Ensino Médio, de forma a que se possa trabalhar a Educação Financeira com os alunos a partir de tais organizações?*”

A autora apresentou no primeiro capítulo a introdução com um breve relato dos aspectos históricos no âmbito da Educação Financeira no Brasil e no mundo. No segundo capítulo, são anunciados a problemática, o objetivo, a questão de pesquisa e a revisão bibliográfica.

Trindade (2017) abordou no terceiro capítulo o estudo do objeto, o qual foi dividido em cinco subseções: na primeira apresentou algumas definições da temática Educação Financeira; na segunda relatou a importância do ensino e aprendizagem dos brasileiros sobre o tema que norteia sua pesquisa; na terceira elenca a abordagem da Educação Financeira nos documentos oficiais e educacionais do Brasil; na quarta citou algumas definições sobre os termos alfabetização, literacia e letramento no âmbito financeiro; e, por último, apresentou os impactos da mídia na Educação Financeira.

No quarto capítulo a autora elenca o referencial teórico metodológico da pesquisa, embasado na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e no Espaço Tridimensional Hipotético, nos quais justificam e auxiliam a análise dos Livros Didáticos selecionados para sua pesquisa. Nesse capítulo, ainda, também constam os procedimentos metodológicos, os quais apresentam os critérios para seleção dos livros e os critérios para a abordagem dos exercícios no âmbito da Educação Financeira.

No quinto capítulo, Trindade (2017) apresenta as análises uma coleção de Livros Didáticos do Ensino Médio, com o objetivo de investigar a abordagem da Educação Financeira nos anos finais da Escola Básica. E por último, no sexto capítulo, a autora discorre a conclusão e as considerações finais de sua pesquisa.

É relevante destacar que na pesquisa realizada por Trindade (2017), a autora com base no Plano Diretor da ENEF⁵, criou cinco critérios para a seleção dos exercícios referente à Educação Financeira na coleção de Livros Didáticos, conforme o Quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Critérios para seleção de exercícios referente a Educação Financeira

Designação	Critérios
C ₁	Propostas de atividades que abordam situações do cotidiano incluindo o consumo e atitudes éticas.
C ₂	Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro.
C ₃	Propostas de atividades que abrangem fenômenos de natureza social, natural, sustentável ou econômica.
C ₄	Propostas de atividades que viabilizem o consumo consciente.
C ₅	Propostas de atividades que propiciem a conscientização, relevância e importância de reservas financeiras e investimentos.

Fonte: Trindade (2017)

Segunda a autora, com base nesses critérios foram selecionados exercícios nos três Livros Didáticos da coleção analisada, Trindade (2017) afirma que estes exercícios continham no mínimo um critério do Quadro 2.

⁵ ENEF - Estratégia Nacional de Educação Financeira – Fundada como política de Estado em caráter permanente, em 22 de dezembro de 2010, pelo Decreto Federal 7.397.

A análise dos Livros Didáticos da pesquisa de Trindade (2017) foi dividida em quatro etapas, sendo que na primeira a autora apresenta uma tabela que quantifica e classifica os exercícios pertinentes à Educação Financeira.

Na segunda etapa, Trindade (2017), analisa, os exercícios selecionados de cada volume no tocante à Educação Financeira. De acordo com a autora, na terceira etapa foi analisada a Organização Matemática dos exercícios selecionados na etapa 2, com base no referencial teórico da pesquisa que foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD) em relação aos dois blocos: saber fazer, assim contemplando a tarefa, técnica, tecnologia e teoria presentes nas resoluções dos exercícios.

Na quarta e última etapa foi analisada a Organização Didática da coleção de livros segundo o Espaço Tridimensional Hipotético, e para isso foram consideradas as orientações contidas no livro do professor e no Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Dos resultados apresentados por Trindade (2017) podemos destacar:

A autora aponta que as unidades: Função (volume 1); Matemática Financeira e Estatística (volume 2), apresentaram maior concentração da abordagem dos critérios. Portanto, para Trindade (2017) esses conteúdos são favoráveis para a abordagem da Educação Financeira nas aulas de Matemática.

Na análise das Organizações Matemáticas, a autora aponta para o fato de não ser necessário o uso de conhecimentos em Matemática Financeira para a resolução das tarefas Matemáticas propostas na coleção analisada que envolve a Educação Financeira.

Em relação à Organização Didática, mediante ao Eixo Hipotético Tridimensional, com base no Guia do PNLD e nas orientações contidas no exemplar do professor, Trindade (2017) observa que coleção de Livros Didáticos analisada, resulta em uma abordagem clássica⁶, sendo que na maioria das resoluções apresentadas, mesmo no contexto financeiro, a técnica de resolução está restrita à aplicação de fórmulas.

⁶ Abordagem clássica: o professor tem o controle da atividade Matemática proposta, por meio de processos totalmente mecânicos, ou seja, aplicações de fórmulas.

A autora ainda ressalta que mediante a análise de sua pesquisa, a Educação Financeira pode ser abordada em todos os anos escolares e, em diversos conteúdos e assuntos do Ensino Médio e, afirmou que é fundamental que esta temática esteja presente nas próximas coleções de Livro Didático e, que os assuntos relacionados à Educação Financeira, sejam mais presentes e diversificados no conteúdo do currículo escolar.

E por fim, salientamos que Trindade (2017), destaca que dos exercícios contidos no Livros Didáticos que apresentam contexto pertinente às situações financeiras, ainda existe a necessidade de Organizações Didáticas que provoquem o aluno a refletir e discutir assuntos relacionados à Educação Financeira, não restringindo a simples resolução mecânica, por meio de substituição de fórmulas.

3.1.1 - Considerações sobre a revisão dos trabalhos relacionados a Educação Financeira

Os trabalhos desenvolvidos por Kistemann Júnior (2011), Teixeira (2015), Flores (2017) e Senna (2017), apresentaram como tema central a Educação Financeira, sujeitos das pesquisas foram professores de Matemática do Ensino Médio e do ensino fundamental, com o intuito de contribuir e ampliar os estudos de Educação Financeira na área da Educação Matemática. Decidimos investigar os futuros professores de Matemática, ou seja, estudantes⁷ do curso de Licenciatura em Matemática diferenciando dos trabalhos anteriormente relatados neste parágrafo. É importante ressaltar, que decidimos não utilizar os conceitos relacionados a Letramento Financeiro, nem níveis técnico, mobilizável e disponível, apresentados nos trabalhos de Senna (2017) e Flores (2017), respectivamente por não fazerem parte do objetivo principal desta pesquisa, porém não descartamos a possibilidade de trabalharmos essas vertentes em projetos futuros.

Da pesquisa de Trindade (2017), destacamos a metodologia para a seleção e análise dos exercícios nos Livros Didáticos, utilizaremos os mesmos princípios, ou seja, e tomaremos como base os cinco critérios criados pela autora para selecionar exercícios e a Teoria Antropológica do Didático (TAD), para examinar as Organizações Matemáticas considerando livros do Ensino Médio, com o diferencial de examinar também os exames nacionais (ENEM e ENADE) e também livros do Ensino Superior.

⁷ Definiremos os sujeitos de pesquisa com mais detalhes no capítulo referente as análises prévias.

No artigo de Silva e Powell (2013), foi apresentado alguns eixos norteadores para o currículo de Educação Financeira na escola básica, como esta tese trata o assunto Educação Financeira na área da educação, utilizaremos esses eixos para auxiliar na construção do Modelo Epistemológico de Referência (MER).

3.2 - Trabalhos sobre Modelo Epistemológico de Referência - MER

Ferreira (2014) estruturou sua dissertação intitulada: “*Tarefas Intermediárias: Um Modelo Epistemológico de Referência para O Ensino das Frações*” em cinco capítulos, defendida em 2014 na Universidade Federal do Pará, pesquisa inserida no programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática.

A autora apresenta como objetivo principal de sua pesquisa, integrar as praxeologias (TAD) sobre as noções de frações, e as praxeologias sobre operações com frações, por meio da proposição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER).

Ferreira (2014) aponta, como principal modelo teórico para fundamentar o estrutural de sua pesquisa a Teoria Antropológica do Didático (TAD), e delimita o problema apresentado em sua pesquisa na seguinte questão: *Qual a organização praxeológica (intermediária) que pode favorecer o encontro dos alunos com a adição e subtração de frações e que elimine a desconexão entre as práticas sobre noção de fração e as práticas operatórias com frações?*

A pesquisa foi dividida em duas partes: a primeira parte propõe-se um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para explicitar as praxeologias, que se constitui como ferramenta capaz de analisar as Organizações Matemáticas do professor, além de minimizar o problema da desarticulação no ensino da Matemática. Na segunda parte de sua pesquisa, Ferreira (2014) utiliza do modelo construído como ferramenta de análise do Livro Didático do 4º ano do Ensino Fundamental I, utilizados como bibliografia principal por uma escola pública localizada em Belém/PA.

Por fim, a autora apresenta o Modelo Epistemológico de Referência, para o ensino de frações que resumidamente condiz em uma técnica de divisão em partes iguais, sem necessariamente assegurar essa igualdade, de uma figura quadrangular/retangular. O processo de divisão é naturalizado com uso da técnica de medida por régua, dos lados adjacentes do quadrado/retângulo, ou pelo uso de papel quadriculado, que sugerem ao construtor, no caso o aluno, a igualdade.

Este modelo segundo a autora, conduz o aluno a encontrar uma representação, no caso geométrico, de um número fracionário. De acordo com Ferreira (2014) essa representação geométrica não é eleita por acaso e sim para atender uma intencionalidade didática; tornar possível o avanço do estudo de frações, por meio de um fazer integrado das praxeologias pontuais lhes dando uma racionalidade mínima.

Como a pesquisa de Ferreira (2014), está inserida no contexto educacional relacionado ao Ensino Fundamental brasileiro (alunos de 11 a 14 anos), decidimos investigar trabalhos relacionados envolvendo a construção de MER para conteúdos do Ensino Superior, com isso destacamos o trabalho de Lucas (2015).

A autora estruturou sua tese, intitulada: “*Una posible razón de ser del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional*” em seis capítulos defendida em 2015, na Universidade Vigo – Espanha, pelo programa de doutorado Técnicas Matemáticas Avanzadas e suas Aplicações.

A pesquisa supracitada está embasada à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), e foi realizada com estudantes da última etapa do ensino secundário (correspondente ao Ensino Médio no Brasil) e o início dos estudos universitários (Ensino Superior no Brasil) do sistema educativo português.

Segundo Lucas (2015), o problema proposto em sua pesquisa refere-se a uma possível Razão de Ser para o cálculo diferencial elementar (CDE). Esclareceu que a noção de cálculo diferencial elementar em seu trabalho está diretamente relacionada a organização escolar Matemática que, geralmente é ensinada na última etapa do ensino secundário (em Portugal, em Espanha e em muitos outros países), juntamente com alguns elementos do cálculo diferencial e integral que é ministrado no primeiro curso universitário do sistema educacional português.

Logo no início da tese, a autora ressalta que muitas vezes é preciso distinguir, entre a “Razão de Ser” "oficial" que a instituição escolar estipula para o CDE e outras “razões de ser” possíveis para serem alternativas. Pode ser que, com base em pesquisas didáticas relacionadas a uma determinada área de atividade Matemática, seja necessário postular uma “Razão de Ser” diferente daquela atribuída pelo currículo oficial, o que envolverá a necessidade de modificar profundamente as questões e tarefas, que deveriam dar sentido a esta área da atividade Matemática da escola (em uma determinada instituição). A nova Razão de Ser provocará inevitavelmente uma reformulação e até uma nova definição da estrutura desta área e sua relação com o resto das Organizações Matemáticas da escola.

Ainda segundo Lucas (2015) este é, de fato, um caso comum na pesquisa didática realizada à luz quadro teórico da TAD, em que muitas investigações podem ser interpretadas como atribuição a um certo campo da Matemática escolar, por parte de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), alternativa ao modelo epistemológico dominante (MED) na instituição em questão, de uma “Razão de Ser” diferente daquele oficialmente atribuído a ele.

Segundo a mesma autora o problema de pesquisa de sua tese, está diretamente ligado a três problemas que foram objeto de pesquisa, por parte da comunidade científica que funciona no âmbito da TAD. Segundo Lucas (2015) os três problemas estão relacionados, em maior ou menor grau, com um fenômeno didático muito geral que se manifesta na rigidez, incompletude relativa, desarticulação e até atomização de organizações de Matemática escolar praticadas no ensino secundário espanhol e português e, em especial, na relação desse fenômeno com as restrições que afetam a gênese e o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática nas instituições mencionadas anteriormente.

Para a autora, o desenvolvimento desta pesquisa levou ao surgimento de problemas relacionados às restrições, que dificultam o desenvolvimento da Modelagem Matemática no início da educação universitária, e a necessidade de um estudo sistemático da ecologia da Modelagem Matemática, no primeiro ano universidade.

Para Lucas (2015) o percurso estabelecido, para criar condições necessárias que possibilitam a existência institucional da Modelagem Matemática, começa pela construção de um MER estruturado como uma rede de praxeologias, cuja dinâmica de desenvolvimento é guiada por sucessivos processos de Modelagem Matemática. Este MER atribui uma “Razão de Ser” alternativa para a Modelagem Matemática, isto é, redefine a estrutura e as funções da atividade de Modelagem Matemática no primeiro curso de ensino universitário.

Lucas (2015) considera como uma das principais contribuições da sua pesquisa, a construção da "Razão de Ser" do cálculo diferencial elementar no final do ensino secundário, e no primeiro ano universitário em Portugal. Esta proposta, segundo a autora, seguindo a teoria antropológica da didática (TAD), baseou-se em um Modelo Epistemológico de Referência (MER), que permite articular o estudo da CDE com o desenvolvimento de um processo cíclico de modelagem funcional, organizado em quatro etapas: delimitação do sistema, construção do modelo, trabalhar com o modelo e a interpretação do modelo em termos do sistema; e formulação de novas hipóteses e estudo de novos sistemas.

Com os resultados dos trabalhos de Ferreira (2014) e Lucas (2015), decidimos investigar pesquisas, cujo sujeito principal fossem professores, com isso destacamos os trabalhos de Lessa (2017) e Pereira (2017).

Lessa (2017) estruturou sua dissertação, intitulada: “*Construção de um Modelo Epistemológico de Referência Considerando as Análises das Relações Institucionais Acerca do Objeto Matemático Área*” em seis capítulos e defendeu em 2017 na Universidade Estadual de Feira de Santana – Bahia.

A autora teve como objetivo principal, contribuir para o processo de formação docente a partir da construção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), que considera as incompletudes do trabalho institucional relativo ao objeto matemático área e procura integrar elementos deste modelo na bagagem praxeológica de professores de Matemática do 6º ano do ensino fundamental.

Lessa (2017) procurou responder a seguinte questão: *Como integrar às praxeologias dos professores elementos de um modelo que sirva de referência para o ensino e aprendizagem do objeto matemático área, no 6º ano do ensino fundamental?*

Como referencial teórico a autora embasou-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e na Teoria das Situações Didáticas. Ainda, segunda a autora sua investigação, se debruça também sobre a ótica das pesquisas embasadas na Didática da Matemática, acolhendo as conjecturas de Douady e Perrin-Glorian, Baltar Facco e Ferreira (2010), entre outros.

O trabalho de Lessa (2017) constituiu em uma pesquisa de campo, com base em uma abordagem qualitativa, alicerçada na Engenharia do Percurso de Estudo e Pesquisa. Segunda a autora, o cenário de investigação consistiu em duas escolas do município de Salvador, Bahia, com a participação de dois professores do 6º ano do ensino fundamental.

Os procedimentos adotados para a produção dos dados foram a análise documental, observação naturalista e entrevista; os registros foram feitos por meio de gravação em áudio e diário de campo.

As produções foram complementadas com um questionário. Além disso foram também analisados os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Proposta Curricular do Estado da Bahia, os Livros Didáticos das escolas participantes, os cadernos dos estudantes e observado as praxeologias dos professores no momento da aula. Segundo a autora, devido a constatação de uma incompletude institucional no sistema de ensino analisado, suscitou a necessidade de um Modelo Epistemológico de Referência (MER).

Ainda segundo Lessa (2017) com os resultados de sua pesquisa, foi possível identificar mudanças nas Organizações Matemáticas e didáticas dos professores “sujeitos”, no que se refere às escolhas das tarefas e técnicas tomadas para a sequência didática, e com isso a autora sugere, que tais propostas podem contribuir para a formação de professores.

Para a autora o Modelo Epistemológico de Referência (MER) teve, o papel de auxiliar na desconstrução e reconstrução das Organizações Matemáticas. Ainda segundo Lessa (2017), para isso, procurou conhecer e interpretar o modelo epistemológico do objeto matemático área, o que reforçou a necessidade de buscar uma “Razão de Ser” para o ensino e aprendizagem de área. Para finalizar, segundo a autora, a construção de um Modelo Epistemológico de Referência, justificou uma possível “Razão de Ser” do saber de referência à área.

Pereira (2017) estruturou, sua tese intitulada: “*Alterações e Recombinações Praxeológicas Reveladas por Professores de Matemática do Ensino Básico em Formação Continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar*” em seis capítulos, defendida em 2017, na Universidade Federal do Pará, do programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.

A pesquisa de Pereira (2017) teve como objetivo principal, desenvolver um Percorso de Estudo e Pesquisa (PER) com professores de Matemática do Ensino Básico, visando promover possíveis alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico⁸, objetivados destes professores submetidos ao estudo de um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar. Assim procurou responder a seguinte questão de pesquisa: *Quais alterações e recombinações praxeológicas ocorrem, no equipamento praxeológico objetivado do professor de Matemática do Ensino Básico, durante o decurso de um PER por meio de um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar?*

O autor apresenta como principal modelo teórico para fundamentar o estrutural de sua pesquisa, a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Ainda segundo Pereira (2017) o processo de formação continuada foi realizado, inicialmente, com doze professores de Matemática do Ensino Básico e finalizado com oito. A metodologia do PER norteou esse processo de

⁸ Pereira embasado na teoria de Chevallard (2009), define equipamento praxeológico como sendo o conjunto de práticas que o professor de Matemática possui para ensinar, por exemplo, as operações polinomiais no oitavo ano do Ensino Fundamental. Isso remete as técnicas τ , que são aplicadas na resolução das tarefas $t \in T$.

formação, constituído de onze sessões. Filmadas e gravadas em áudios e, sendo que partes dessas gravações foram transcritas na forma textual.

Pereira (2017) apresentou duas hipóteses em sua tese, na primeira ressalva que é possível modificar o equipamento praxeológico do professor de Matemática do Ensino Básico, em relação aos objetos da Álgebra Escolar, promovendo dinâmicas cognitivas que conflitem o modelo epistemológico da Álgebra Escolar, institucionalizado e predominante no universo cognitivo desse professor. E a segunda é que a formação continuada de professores de Matemática do Ensino Básico, por intermédio de um PER e, mediado por um Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar, promove alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico objetivado desse professor de Matemática.

O autor destaca que os resultados obtidos mostraram que os objetivos foram alcançados e que as duas hipóteses foram confirmadas, pela análise que foi realizada por meio das transcrições das falas dos seis professores que expuseram as suas propostas de aulas, assim como, da elaboração escrita dessas mesmas propostas. Ainda segundo Pereira (2015) a confirmação das duas hipóteses garante a prova da tese.

Pereira (2017) destaca ainda que, a metodologia praxeológica estrutural desenvolvida em sua pesquisa contribui para o contexto teórico da TAD, porque mostra todo um trabalho praxeológico de pesquisa doutoral, sustentado no modelo teórico da TAD, principalmente, na metodologia do (PER), a qual foi adaptada ao contexto de um processo de formação continuada, para professores de Matemática do Ensino Básico.

O autor finaliza ressaltando as perspectivas futuras, em relação Educação Matemática brasileira, que os resultados obtidos em sua tese, incentive outros pesquisadores a pesquisarem na proposição de Modelos Epistemológicos Alternativos, para o ensino da Matemática ou apliquem em diferentes contextos de formação inicial ou continuada de professores de Matemática, a metodologia do (PER).

3.2.1 - Considerações sobre a revisão dos trabalhos sobre o MER

Em relação ao Modelo Epistemológico de Referência (MER), observamos que todos os trabalhos citados usam como base para o referencial teórico, a teoria antropológica do didático (TAD), assim decidimos utilizar dos mesmos princípios teóricos, com o diferencial de trabalhar com a TSD na articulação com a Modelagem Matemática. É importante ressaltar que também

foram pesquisados trabalhos referentes a modelagem matemática, nenhum utilizou o MER, nem trabalhou com modelos na área de Educação Financeira, por esse motivo fizemos esse recorte.

Em suma, é fato que existe uma crescente disseminação de pesquisas relacionadas aos temas Educação Financeira, Modelagem Matemática como método de ensino e aprendizagem e os modelos epistemológicos de referência (MER). Assim nesse sentido, esta tese contempla algumas dessas vertentes. Os recortes que fizemos dos trabalhos aqui citados nos proporcionaram definir, ainda de uma forma resumida, os seguintes aspectos que serão trabalhados nesta pesquisa: os sujeitos são alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática, trabalharemos com o processo de Modelagem Matemática, que resultará em modelos relacionados a área financeira, em um contexto educacional e faremos uma articulação entre TSD e o Processo de Modelagem Matemática no tocante da Educação Financeira.

Capítulo 4 – MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA - MER

Com o objetivo de construirmos um Modelo Epistemológico de Referência (MER), estruturamos este capítulo em três seções, sendo a primeira destinada para uma pesquisa sobre a Estratégia Nacional de Educação Financeira, a segunda seção o estudo da Razão de Ser do objeto empréstimo e ou financiamento, e por último a apresentação do Modelo Epistemológico de Referência (MER).

4.1 - Estratégia Nacional de Educação Financeira

A Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) foi elaborada em 2010, como política de Estado de caráter permanente, por meio ao Decreto Federal 7.397/2010. O objetivo da ENEF, é contribuir para o crescimento do cidadão brasileiro, apoiando e instruindo-o em ações que ajudem a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes, além de disseminar a Educação Financeira no País. Os objetivos e as estratégias foram criados por meio do Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF), organização essa composta da articulação de oito entidades governamentais com quatro entidades da sociedade civil.

Os programas e as ações relacionadas a Educação Financeira da ENEF são norteados pelo Plano Diretor, documento este, composto pelos programas transversais e os setoriais, com coordenação centralizada e execução descentralizada, incluindo um tópico relacionado a orientação para Educação Financeira nas escolas, em que pretendemos destacar, as principais reflexões e objetivos específicos.

O Plano Diretor apresenta um modelo conceitual para conduzir a Educação Financeira à escola básica e foi desenvolvido por meio de contribuições de profissionais de diversas áreas do conhecimento. De acordo com o documento essa proposta foi elaborada para ser flexível e adaptar-se a qualquer contexto, possibilitando disseminação em qualquer instituição de Educação Básica no Brasil.

No início deste documento os autores definem Educação Financeira conforme desenvolvida pela OCDE.

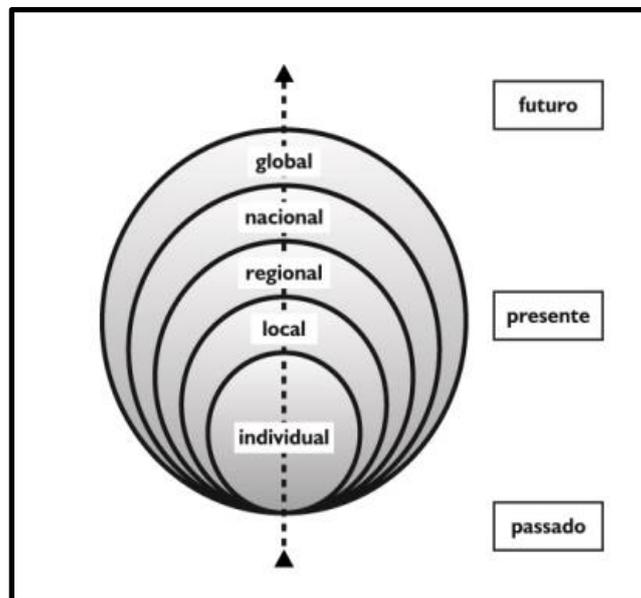
De acordo com a OCDE, Educação Financeira é definida como:

[...] processos mediante a qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação clara adquiram os valores e as competências

necessárias para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informados, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem o seu bem estar, contribuindo, assim de modo consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2009, p. 84).

Baseado nas definições das OCDE, o Plano Diretor da ENEF aponta que se espera uma mudança de postura dos cidadãos brasileiros e que, com as competências adquiridas por meio da Educação Financeira, esses consigam resolver seus desafios cotidianos. Para a ENEF, o cotidiano se passa sempre em um espaço e tempo determinados, e como Educação Financeira está diretamente relacionada com esse cotidiano, sugere-se que seja estudada nas dimensões espacial e temporal, conforme Figura 3:

Figura 3: Dimensões Espaciais e Temporal da Educação Financeira



Fonte: Plano diretor da ENEF (2010, p. 59)

De acordo com o plano diretor da ENEF, a dimensão espacial é uma cadeia de círculos organizada sobre níveis inclusivos, compreendidos em individual, local, regional, nacional e global. Esta cadeia é um conjunto de conceitos da Educação Financeira, sobre os impactos das ações individuais de um cidadão em relação a sociedade. No que diz respeito à dimensão temporal, os conceitos são embasados na noção de tempo, por exemplo, tomadas decisões financeiras no presente podem afetar o futuro, cujos resultados podem gerar frutos positivos ou negativos, ou identificar que situações vividas no presente são consequências de decisões tomadas no passado.

A partir dessa figura, entendemos que educar nossos alunos, com os princípios da Educação Financeira, pode contribuir para torná-los futuros cidadãos que consomem, poupam e investem de forma ética, responsável e consciente, pois é sabido, que precisamos refletir sobre impactos das ações individuais como financiamento, endividamento, compras descontroladas, juros altos e como essas ações podem impactar na sociedade em que vivemos e como isso pode influenciar o desenvolvimento do nosso país.

Os objetivos de inclusão da Educação Financeira nas escolas, apresentados neste mesmo documento da ENEF, são divididos em dois grupos; objetivos relacionados à dimensão espacial e objetivos relacionados dimensão temporal.

No que se refere aos objetivos da dimensão espacial, é apontado no Plano Diretor da ENEF que é desejável que cada cidadão cuide de sua vida financeira de modo responsável, para que suas administrações pessoais não atinjam de forma negativa outras pessoas. É preciso compreender as diversas inter-relações dos níveis de organização social, para que assim, não fiquem a margem exclusivamente dos conceitos que permeiam o espaço individual.

De acordo com esse documento, para tornar o consumo uma prática ética, consciente, responsável e principalmente equilibrada com a poupança, o indivíduo não deve transferir os seus problemas financeiros para os outros, não deve adquirir produtos de origem duvidosas ou de empresas sem comprometimento socioambiental. Devem reduzir o consumo supérfluo, aumentar o tempo de uso de determinados produtos, reduzir a produção de lixo e doar objetos úteis não desejados. Ainda segundo esse documento atitudes como essas são imprescindíveis para o bom funcionamento da economia e traduz um bom compromisso ético da cidadania.

Segundo o Plano Diretor da ENEF, outro benefício advindo da Educação Financeira consiste no julgamento crítico que o jovem pode aprender a fazer em relação ao marketing do consumo imposto pela mídia, isso porque uma sociedade marcada com essas características tende a estimular a depreciação e a desvalorização dos produtos logo após serem adquiridos.

Segundo o mesmo documento com o advento da Educação Financeira nas escolas, espera-se que os jovens tenham condições de viver de forma mais segura e ter o discernimento e conhecimentos necessários, para tomar decisões de cunho financeiro com mais confiança tornando-se agentes de seu próprio desenvolvimento.

Em relação à dimensão temporal, segundo o plano diretor da ENEF, com a Educação Financeira o indivíduo inter-relaciona o passado, presente e futuro, certificando as ações do presente que podem impactar em consequências que advirão. Ainda segundo esses documentos, para se alcançar adquirir um determinado bem, é necessário planejamento que contemple várias etapas de execução, o que envolve muitas vezes priorização e renúncias que não seriam cogitadas pelo pensamento exclusivo do presente.

Em relação aos conteúdos referente a Matemática Financeira, o Plano Diretor da ENEF, aponta que devem contribuir para entendimento do fator operacional do crédito. Devem ser abordados os métodos de amortização de empréstimos e ou financiamentos, como os Sistema Price, Sistema de Amortização Constante – SAC, Sistema de Amortização Crescente - Sacre entre outros, assim como os conceitos de juros e amortização e o entendimento das taxas nominais e efetivas. É importante ressaltar que além de conhecer as formas e fórmulas de cálculo, devem ser trabalhados os conceitos de reduções dos custos relativos ao crédito e aos juros com base na identificação de descontos, abatimentos, refinanciamentos e outros recursos que beneficiem o consumidor, sempre na perspectiva de ajuste do orçamento ao longo do tempo.

A seguir inicia-se a segunda seção deste capítulo destinada a identificar a Razão de Ser do objeto empréstimo e ou financiamento no tocante à Educação Financeira.

4.2 – Razão de Ser

Com o objetivo de construir um Modelo Epistemológico de Referência (MER), resolvemos investigar o crescimento e o incentivo ao crédito para pessoa física em nosso país.

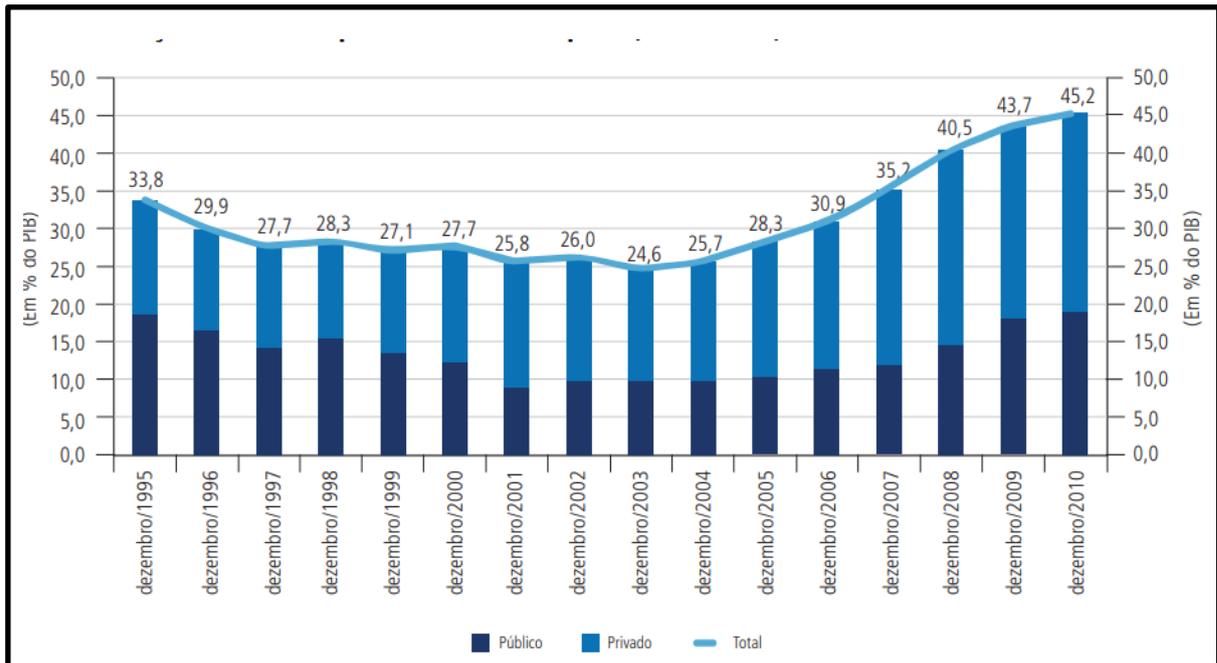
Por meio de leituras prévias de revistas e jornais como: Economia e Sociedade (UNICAMP), Economia Aplicada (USP), Revista De Negócios Exame, Revista Época Negócios, Revista De Negócios Info, Valor Econômico entre outros relacionados a economia brasileira, identificamos que a partir do ano de 2004 o Brasil começou a sofrer mudanças significativas em sua economia. Queremos deixar claro que o objetivo deste estudo não é trazer dados específicos e complexos sobre o cenário econômico do nosso país, mas sim fazer um breve relato de como aconteceu este incentivo ao crédito (empréstimo e financiamento), por parte dos nossos governantes e instituições financeiras.

Como estratégia e metodologia de consulta, resolvemos verificar os relatórios econômicos emitidos pelo Banco Central no período de 2003 a 2010, justificado pelo fato de no ano de 2004 ter tido uma ruptura, e mudanças no mercado financeiro brasileiro. Em paralelo a isso, procuramos investigar também como essas mudanças, impactaram no crescimento econômico do nosso país.

Em relação aos nossos cidadãos, é sabido que grande parte destes praticam empréstimos ou financiamentos relacionados a compra de imóveis ou veículos. Diante disso, resolvemos investigar o crescimento do mercado brasileiro em relação a esses dois segmentos neste mesmo período. E por fim relatamos os índices inadimplência dos cidadãos brasileiros neste mesmo período, pois acreditamos, mesmo por hipótese, que o incentivo ao crédito é importante para o crescimento econômico do nosso país, porém é preciso mudanças em nossa educação para que nossos jovens estudantes, ou seja, futuros cidadãos mais conscientes e preparados para quando houver a necessidade de emprestar ou financiar recursos para aquisição de algum bem, isso seja feito de forma consciente e dentro das possibilidades financeiras de quem está solicitando tal recurso e que isso não impacte negativamente em sua vida.

Com base nos relatórios econômicos do Banco Central, disponível em <<https://www.bcb.gov.br>>, é possível afirmar que o incentivo ao crédito aumentou expressivamente durante o período de 2003 a 2010, inclusive depois da conhecida a crise internacional de 2008. Em outras palavras o volume de crédito, que representava 26% do produto interno bruto (PIB⁹), em dezembro de 2002, atingiu 45,2% do PIB, em dezembro de 2010 isso ocorreu tanto no âmbito da pessoa física quanto jurídica. Esta evolução pode ser observada no Gráfico 1:

⁹ PIB é a sigla para Produto Interno Bruto, e representa a soma, em valores monetários, de todos os bens e serviços finais produzidos numa determinada região, durante um determinado período.

Gráfico 1: Evolução do crédito (1995 – 2010)

Fonte: Banco Central do Brasil – Séries temporais (2010)

É importante ressaltar que esse crescimento esteve distribuído em diferentes segmentos, como empréstimo para pessoas físicas ou jurídicas, sem a necessidade de relatar onde seria utilizado o recurso adquirido e financiamentos, pessoas físicas e jurídicas, em que nesse caso é necessário justificar a utilização dos recursos financiados. Para esta pesquisa consideraremos somente os dados referentes a créditos relacionados à pessoa física, no âmbito do empréstimo ou financiamento, assim com base nos relatórios do Banco Central o crédito à pessoa física cresceu de 9 pontos percentuais do PIB, em dezembro de 2003, para 21 pontos percentuais do PIB, em dezembro de 2010. Ressaltamos que as oferta oferecidas destes recursos são oriundos de instituições públicas e privadas.

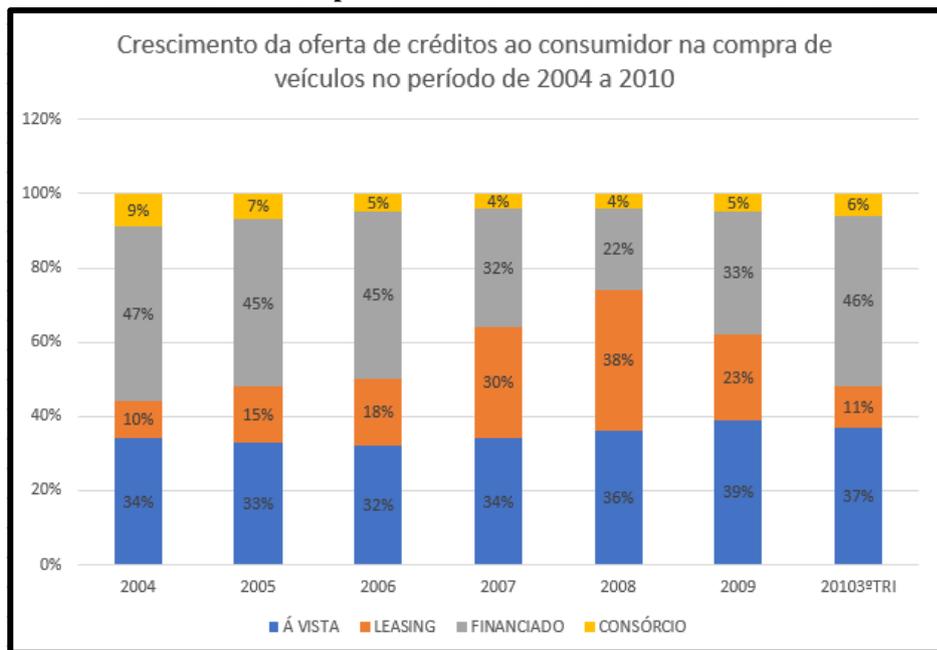
Para Dedecca et al. (2014) a expansão do crédito, nesse período, foi decisiva e importante para a economia brasileira, quase dobrando em relação aos PIB de 2003 e 2010. Ainda segundo estes autores o crédito à pessoa física expandiu-se de forma intensa, tornando-se um componente importante do crédito ao setor privado.

Segundo os relatórios do Banco Central deste mesmo período o caminho percorrido do aumento de crédito à pessoa física está atribuído ao aumento de ofertas do crédito consignado, financiamento de veículos e financiamentos imobiliários.

Rodrigues (2013) apresentou um relatório sobre evolução da frota de automóveis e motos no Brasil no período de 2001 a 2012. Segundo este autor o número de veículos passou de 24,5 milhões, em 2001, para 50,2 milhões, em 2012. Isso significa que a quantidade de veículos, matematicamente, dobrou, com um crescimento de 104,5%.

A indústria automotiva no Brasil apresentou um crescimento bastante significativo na década de 2000. A partir dos dados do Banco Central do Brasil referente a esse crescimento confirma-se a evolução do crédito ao consumidor como opção de pagamento mais utilizada no fluxo das vendas a prazo de veículos no período de 2004 a setembro de 2010 conforme Gráfico 2:

Gráfico 2: Crescimento da oferta de créditos ao consumidor na compra de veículos no período de 2004 a 2010



Fonte: o autor – com base no relatório do Banco Central do Brasil (2010)

O sistema por financiamentos praticamente manteve-se em 46% do total de veículos comercializados nos anos de 2004, 2005, 2006 e 2010. Se somarmos a porcentagem de veículos vendidos por meio de sistemas de financiamento ou por *leasing* este montante chega em média 60% em todos os anos do referido período. Se o mercado brasileiro aumentou aproximadamente em 25 milhões de veículos a sua frota nesse mesmo período, isso significa que mais da metade destes veículos foram vendidos ou adquiridos por meio de sistemas de empréstimos ou financiamento por instituições públicas ou privadas.

Além do setor de veículos no Brasil, o mercado imobiliário teve um crescimento expressivo, nesse período, de acordo com o IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística a Construção Civil representou, no final da década de 2000, 20 % dos mercados produtivos no Brasil, ou seja, foi responsável por 177.185 novos empregos isso resultou em 1,6 milhões de pessoas ocupadas.

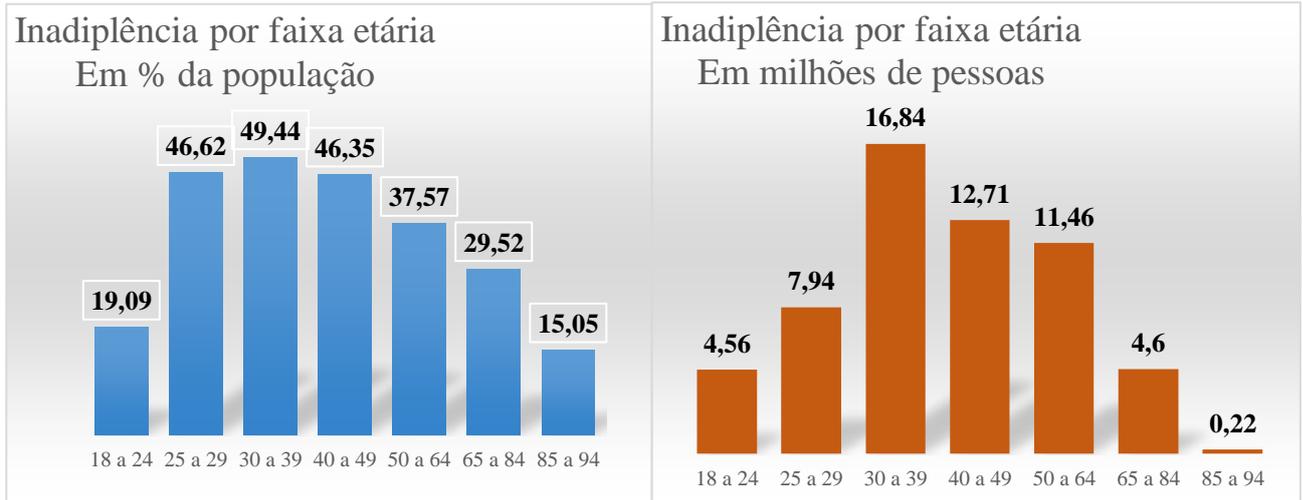
É importante ressaltar que apesar de o Brasil ter iniciado sistema imobiliário em 1964 com o Sistema Financeiro de Habitação por meio da Lei nº 4.380 e em 1997 ser aperfeiçoado e regulamentado por meio da Lei nº 9.514, o Sistema de Financiamento Imobiliário, não analisaremos estes períodos, uma vez que o foco desta pesquisa é a partir do ano 2000.

Em 2004, por meio da Lei nº 10.931, foram criados títulos, como o CCI - Cédulas de Crédito Imobiliário e LCI Letras de Crédito Imobiliário. Esses instrumentos foram elaborados para agilizar o setor Imobiliário e assim melhorar a liquidez para captação recursos, pois antes esta captação era mais lenta e burocrática.

Com relação aos valores financiados para aquisição de imóveis houve aumento significativo e expressivo passando de aproximadamente 600 milhões de reais para aproximadamente 14 bilhões de reais no período de 2004 a 2010.

Em contrapartida a esses dois cenários, de acordo com os Indicadores Econômicos Brasil 2015 a 2016, o número de consumidores registrados nos cadastros de proteção ao crédito encontra-se na marca dos 58,3 milhões em janeiro de 2017. No início de 2016, o total de negativados somava 57,6 milhões, o que significa que houve um aumento de 700 mil novos nomes que passaram a fazer parte das listas de inadimplência em aproximadamente um ano.

Ainda segundo esse documento o estudo de inadimplência por faixa etária revela que é entre os 30 e 39 anos que se observa a maior frequência de negativados. Em janeiro de 2017; 49,44% população nesta faixa etária tinha o nome inscrito em alguma lista de devedores, somando um total 16,8 milhões, em número absoluto. Destacamos ainda, com base no mesmo documento a porcentagem da população com idade entre 25 e 29 anos, 46,6% estar negativada, da mesma forma que acontece com os consumidores com idade entre 40 e 49 anos (46,4% em situação de inadimplência). No Gráfico 3 apresentamos a indicadores de inadimplência por faixa etária:

Gráfico 3: Indicadores de inadimplência por faixa etária

Fonte: Indicadores Econômicos Brasil 2015 - 2016

Observamos como relatado, anteriormente, a maior incidência de negativados nas faixas etária entre 25 a 49 anos, acreditamos que é nesta fase em que um indivíduo adquire um carro, moto, apartamentos casas e bens em gerais, são idades de pessoas economicamente ativas no mercado, talvez a baixa inadimplência entre os 18 aos 24 anos justifica-se pela falta de recurso, pois o jovem nesta fase está iniciando no mercado de trabalho ou ainda estão cursando a faculdade.

Estes dados são no mínimo preocupantes, porque fica clara a incapacidade de nossos cidadãos assumirem compromissos financeiros pautados em planejamento com negociações dentro de reais possibilidades, com isso coloca-se em dúvida o preparo que estes indivíduos tiveram nos anos escolares que passaram, quais os conhecimentos financeiros estes adquiriram ao longo da vida.

Diante de todo esse cenário, ou seja, os números de empregos gerados pelos setores automobilísticos e imobiliários e a movimentação financeira que estes geram durante estes anos, é notório a importância destes setores para o crescimento da economia brasileira.

É importante ressaltarmos que em nenhum momento criticamos o sistema de financiamento para a aquisição destes bens, porém surgem questões referentes a preparação e os conhecimentos relativos a Educação Financeira, especificamente em relação a empréstimo e ou financiamento, de nossos estudantes e futuros cidadãos para enfrentarem estes acordos e contratos de forma responsável com um senso crítico e preparados matematicamente para tomar decisões e negociar melhores condições para realizar estas movimentações financeiras.

Assim acreditamos que houve uma mudança na Razão de Ser dos conhecimentos necessários para os saberes referentes aos conteúdos matemáticos que envolvem situações de empréstimos e ou financiamentos, a partir dessas mudanças e crescimentos dos mercados citados e o incentivo e o aumento de crédito nessas últimas décadas, serão necessários uma mudança no processo de ensino e aprendizagem de tais assuntos. Com isso propomos a seguir um Modelo Epistemológico de Referência para o estudo de empréstimos e ou financiamento.

Na próxima seção vamos propor um Modelo Epistemológico de Referência (MER), que acreditamos ser o ideal para trazer diante ao tema empréstimo e financiamento, para que traga as reflexões necessária para formarmos um cidadão crítico autônomo e responsável financeiramente previstos em nossos documentos e currículos oficiais.

4.3 - Modelo Epistemológico de Referência - MER

Para construirmos este modelo, tomamos como base a sétima competência geral indicada na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018):

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (BRASIL, 2018, p. 10).

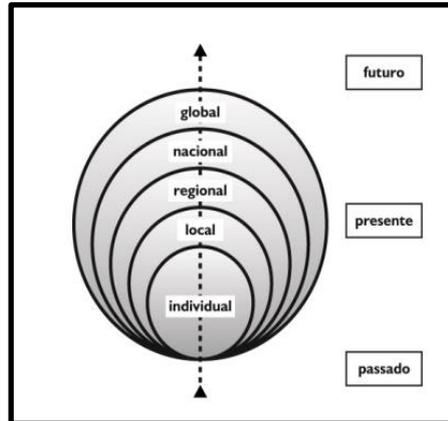
Neste sentido, esperamos que um cidadão educado financeiramente possa argumentar, negociar e defender ideias com base em fatos, dados e informações confiáveis, defendendo de forma crítica seus pontos de vista e assim possa tomar decisões pautadas na ética, consciência socioambiental e consumo responsável em um âmbito local, regional e global promovendo o seu bem estar e da comunidade o que o insere.

Com isso pensamos em processos de ensino e aprendizagem para empréstimos e ou financiamentos, que façam com que o estudante construa um senso crítico pautado em situações reais, que não seja descartado indicies econômicos e leis que regem os contratos financeiros de tais situações e que nesse processo estes indivíduos tomem decisões e sejam autônomos nas escolhas de procedimentos apropriados para resolver as questões financeiras expostas.

Outro fator que levaremos em consideração para construir este modelo é o sistema desenvolvido e recomendado pela ENEF, ou seja, o cotidiano se passa sempre em um espaço e tempo determinados, e como Educação Financeira está diretamente relacionada com esse

cotidiano, sugere-se que seja estudada nas dimensões espacial e temporal. Conforme Figura 3: Dimensões Espaciais e Temporal da Educação Financeira, apresentada na página 60 desta tese:

Figura 3: Dimensões Espaciais e Temporal da Educação Financeira

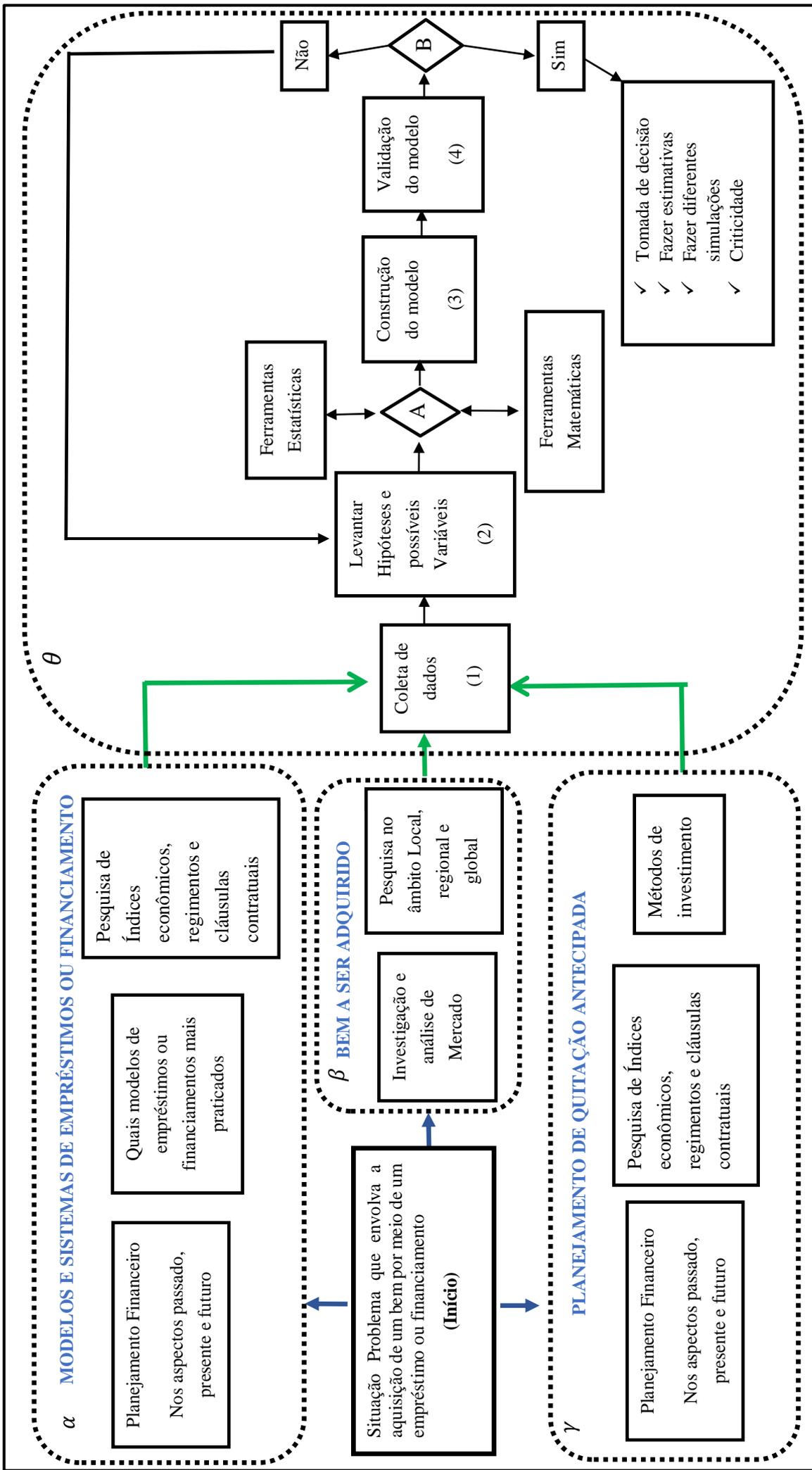


Fonte: Plano Diretor da ENEF (2010, p. 59)

Em suma de acordo com o plano diretor da ENEF, a dimensão espacial é uma cadeia de círculos organizada sobre níveis inclusivos, compreendidos em individual, local, regional, nacional e global. Esta cadeia é um conjunto de conceitos da Educação Financeira, sobre os impactos das ações individuais de um cidadão em relação a sociedade. No que diz respeito a dimensão temporal, os conceitos são embasados na noção de tempo, por exemplo, tomadas decisões financeiras no presente podem afetar o futuro, cujo resultados disso podem gerar frutos positivos ou negativos, ou identificar que situações vividas no presente são consequências de decisões tomadas no passado.

Na Figura 4 a seguir, apresentamos o esquema do Modelo Epistemológico de Referência (MER).

Figura 4: Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o estudo relacionados a empréstimos e ou financiamentos



Partindo da situação problema que envolve a aquisição de um bem por meio de um empréstimo e ou financiamento, entendemos que se deve trabalhar na perspectiva de três vertentes (setas azuis), sendo que a primeira diz respeito, à pesquisa referente ao bem que está sendo adquirido (plano β), ou seja, devem ser feitos estudos e análises referentes ao produto, como: preço médio do mercado, diferenças relacionadas a qualidades e garantias relacionadas as marcas, vantagens e desvantagens, idoneidade das empresas fornecedoras entre outros.

A segunda perspectiva (plano α), é preciso um planejamento financeiro, para entender as reais possibilidades do comprador e estudar, quais os modelos de empréstimos e ou financiamentos são mais praticados para aquele bem específico, seguido do estudo de índices econômicos, regimentos e cláusulas contratuais estabelecidas pelas instituições financeiras, com o objetivo do estudante situar-se de forma crítica e pautado em argumentos e, assim realizar a melhor escolha dentro de uma situação pré-estabelecida pelo mercado.

A terceira perspectiva (plano γ), é destinado ao estudo para a quitação da dívida, em um período inferior ao estipulado no contrato inicial, pois essa prática, acarreta redução de juros para o comprador, para isso, entendemos que é necessário fazer um planejamento financeiro, com o intuito de estimar possíveis economias por parte do comprador e, assim possibilitar o adiantamento de parcelas.

Ainda em relação ao plano γ , é necessário entender quais regimentos e cláusulas contratuais, podem ser usadas a favor do comprador para a quitação e consecutivamente eliminação de juros. Em paralelo a isso, é importante compreender quais os modelos de investimento podem ser usados, de acordo com o perfil do comprador, para uma reserva de capital com o objetivo de ajudar na quitação total ou parcial da dívida.

A partir destas pesquisas, partimos para analisar e construir um modelo de tomada de decisão, para cada situação estudadas nos planos α , β e γ (setas verdes). É importante ressaltar, que para cada plano supracitado, será trabalhado um fluxo específico (plano θ), ou seja, será construído um modelo matemático próprio.

As setas verdes indicam que cada pesquisa realizada, de acordo com os planos α , β e γ gerará uma coleta de dados (caixa 1), que dará início ao fluxo discriminado no plano θ , indicando a primeira etapa do processo de modelagem matemática. É importante ressaltar que as setas pretas, indicam ordem de sentido de fluxo, ou seja, é necessário realizar as etapas em ordem discriminadas no MER.

A segunda caixa (2) do plano θ , está indicando que deverão ser constituídas hipóteses e possíveis variáveis pensando na coleta de dados e no objetivo do modelo matemático que será construído. Em seguida temos o losango (A) o qual indica que podemos definir quais ferramentas matemáticas e/ou estatísticas, serão utilizadas para a construção do modelo, as setas com duplo sentido indicam que isso não ocorre em um única vez, são idas e vindas, pode-se por exemplo, escolher um objeto matemático e esse, depois de trabalhado para a construção do modelo, indicar a necessidade de um outro objeto, estatístico ou até mesmo matemático.

Das ferramentas estatísticas destacamos os estudos de: média, moda e mediana, regressão linear, coeficientes de correlação entre variáveis, representações gráficas etc. Das ferramentas Matemáticas, identificamos o estudo de porcentagens, proporcionalidades, matemática financeira, equações, funções lineares, funções logarítmicas e funções exponenciais e suas respectivas representações gráficas. É importante ressaltar que o uso de calculadora científica ou financeira, planilhas eletrônicas, computadores são bem-vindos para a utilização das ferramentas matemáticas e ou estatísticas como articulação como método facilitador na compreensão e interpretação dos resultados, como previsto na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

A próxima caixa (3) na sequência do fluxo é a intitulada construção do modelo, em que pretendemos que com o objetivo, as hipóteses, as variáveis e as ferramentas matemáticas e/ou estatísticas estudadas anteriormente possamos construir um modelo matemático para a tomada de decisão.

Na sequência temos a caixa (4) referente a validação do modelo, em que os alunos confrontarão os resultados do modelo obtido anteriormente. com as hipóteses e objetivos estabelecidos no início do processo. A partir desta validação temos dois possíveis resultados (losango B), se sim é concretizado o processo e, exploramos os resultados do modelo no sentido em que o estudante possa fazer estimativas, simulações, ter criticidade nas tomadas de decisões etc. Caso não seja validado o modelo, volta para a caixa (2) e verifica possíveis mudanças nas hipóteses levantadas e, nas escolhas das variáveis que farão parte modelo. É importante ressaltar, que esse processo se repetirá até a validação do modelo e, consecutivamente sua utilização para as tomadas de decisão.

É importante ressaltarmos que o Modelo Epistemológico de Referência (MER) desenvolvido neste trabalho, não é a única forma de se trabalhar o assunto empréstimos e ou financiamentos na educação brasileira, mas é o modelo que julgamos, sob a nossa perspectiva, o mais adequado para atingir os objetivos, competências e habilidades estabelecidas para a Educação Básica conforme contam nos documentos oficiais do Brasil, que serão discutidos no próximo capítulo.

No próximo capítulo definiremos qual é o Modelo Epistemológico Dominante (MED), que atualmente rege a Educação Básica em nosso país, a fim de verificar as diferenças em relação ao MER e, posteriormente propor, se necessário, mudanças para que a educação de nossos estudantes, seja guiada pelos regimentos e normas discriminadas em nossa legislação.

Capítulo 5 – MODELO EPISTEMOLÓGICO DOMINANTE – MED

Este capítulo tem o objetivo de identificar o Modelo Epistemológico Dominante (MED), na educação brasileira na transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, no tocante dos conteúdos referentes a empréstimos e ou financiamentos. Está dividido em quatro seções: a primeira apresenta uma análise referente aos Documentos Oficiais e Parâmetros Curriculares que regem a Educação Básica no Brasil, na segunda seção será retratado uma análise ao Livro Didático de Matemática, indicado pelo PNLD nos anos 2015 a 2017 (Ensino Médio). Na terceira seção, analisamos os exercícios referentes as provas oficiais do ENEM¹⁰ e ENADE¹¹. Por último, será descrito o Modelo Epistemológico Dominante (MED), construídos como resultado dessas análises.

5.1 - Documentos Oficiais e Parâmetro Curriculares Nacionais

Realizamos um levantamento dos Documentos Oficiais e Parâmetros Curriculares Nacionais, que permeiam o Ensino Básico e Superior no tocante da Educação Financeira, mais especificamente o objeto matemático empréstimo e ou financiamento, com o intuito de apresentar um parâmetro geral do ensino brasileiro.

Assim esta seção será dividida em seis subseções, respectivamente: Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996, Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) 1998, Parâmetro Curricular Nacional Ensino Médio (PCN+) de 2002, Orientações Curriculares para o Ensino Médio de 2006, Base Nacional Comum Curricular (BNCC) 2018 e, por fim, será relatado os resultados dos levantamentos de alguns Projetos Pedagógicos Curriculares (PPC), de instituições públicas e privadas de Ensino Superior em Licenciatura em Matemática, em diferentes regiões do território brasileiro. Os documentos serão a exibidos em ordem cronológica.

¹⁰ ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio é uma prova elaborada pelo Ministério da Educação para verificar o domínio de competências e habilidades dos estudantes que concluíram o ensino médio.

¹¹ Exame Nacional de Desempenho de Estudantes, avalia a qualidade dos cursos e o rendimento de seus alunos em relação aos conteúdos programáticos, suas habilidades e competências. A primeira aplicação ocorreu em 2004 e a periodicidade máxima da avaliação é trienal para cada área do conhecimento. Este exame é aplicado a uma amostra selecionada de estudantes do primeiro e do último ano dos cursos. Para os estudantes selecionados que estão terminando a graduação a participação é obrigatória e condição indispensável para a emissão do histórico escolar.

5.1.1 - Lei de Diretrizes e Bases

Baseada no princípio do direito universal à educação para todos, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), foi criada em 20 de dezembro de 1996, a qual constantemente é atualizada. É uma lei que rege os Sistemas de Ensino Brasileiro e, tem por objetivo possibilitar a aplicação dos princípios educacionais constantes da Constituição Federal.

A LDB de 1996 possibilitou avanços significativos na educação brasileira, como a organização de um sistema de educação nacional mais abrangente, ou seja, capaz de garantir a plena escolaridade para toda a população do país, melhorou o calendário escolar com a flexibilização na forma de organização do tempo do aluno na unidade escolar, promoveu a valorização do ensino profissional e técnico, enfatizando a necessidade de uma maior articulação entre estudos teóricos e práticos entre outras.

O Art. 35 deste documento, está relacionado ao Ensino Médio, etapa final da Educação Básica, e determina o tempo mínimo de três anos para a conclusão do mesmo. Destaca ainda que esta etapa do ensino têm os seguintes objetivos:

- I - A consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos.
- II - A preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores.
- III - O aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.
- IV - A compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996, Art 35).

Em relação ao Ensino Superior, a LDB apresenta no artigo 43, as finalidades e orientações esperadas ao final deste ciclo:

- I - Estimular a criação cultural e o desenvolvimento do espírito científico e do pensamento reflexivo.
- II - Formar diplomados nas diferentes áreas de conhecimento, aptos para a inserção em setores profissionais e para a participação no desenvolvimento da sociedade brasileira, e colaborar na sua formação contínua.
- III - Incentivar o trabalho de pesquisa e investigação científica, visando o desenvolvimento da ciência e da tecnologia e da criação e difusão da cultura, e, desse modo, desenvolver o entendimento do homem e do meio em que vive.
- IV - Promover a divulgação de conhecimentos culturais, científicos e técnicos que constituem patrimônio da humanidade e comunicar o saber através do ensino, de publicações ou de outras formas de comunicação.
- V - Suscitar o desejo permanente de aperfeiçoamento cultural e profissional e possibilitar a correspondente concretização, integrando os conhecimentos que vão sendo adquiridos numa estrutura intelectual sistematizadora do conhecimento de cada geração.

VI - Estimular o conhecimento dos problemas do mundo presente, em particular os nacionais e regionais, prestar serviços especializados à comunidade e estabelecer com esta uma relação de reciprocidade.

VII - Promover a extensão, aberta à participação da população, visando à difusão das conquistas e benefícios resultantes da criação cultural e da pesquisa científica e tecnológica geradas na instituição.

VIII - Atuar em favor da universalização e do aprimoramento da Educação Básica, mediante a formação e a capacitação de profissionais, a realização de pesquisas pedagógicas e o desenvolvimento de atividades de extensão que aproximem os dois níveis escolares (BRASIL 1996, Art 43).

Segundo a LDB, destacamos que nos dois níveis de ensino, prevê a formação de um estudante crítico, cujo desenvolvimento intelectual durante os anos escolares resulte a formação de um cidadão com atitudes e valores éticos, em um constante progresso de sua autonomia intelectual, de forma a tomar decisões importantes para sua vida pessoal e profissional.

Dessa forma, neste contexto, incorpora-se também a Educação Financeira, uma vez que problemas e soluções relacionadas ao mundo financeiro, fará parte da vida de todo brasileiro durante fase adulta.

A seguir, apresentaremos recortes e análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a base curricular para o ensino básico, para entendermos em que momento encontra-se conteúdos que podem ser trabalhados, com temas relacionados com a Educação Financeira e, especificamente se encontramos assuntos relacionados com o objeto desta pesquisa empréstimos e ou financiamentos.

É importante ressaltar que decidimos iniciar pelo currículo do ensino fundamental, apesar de não fazer parte do foco desta pesquisa, mas entendemos que ao analisarmos o currículo como um todo, ou seja, do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior, será possível, identificar em que momento, os conteúdos mencionados anteriormente, podem relacionar com outros objetos matemáticos.

5.1.2 - Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998, foram elaborados com o objetivo de direcionar e servir, como instrumentos de apoio às discussões pedagógicas nas instituições escolares, no planejamento das aulas, na elaboração de projetos educativos e como parâmetros para a análise do material didático.

Os PCN traçam perfil para o currículo nacional, orientando os educadores, quando as competências básicas para a inserção do jovem para a vida adulta, para que estes dominem os

conhecimentos de que necessitam para crescerem como cidadãos plenamente reconhecidos e conscientes de seu papel em nossa sociedade.

O propósito do Ministério da Educação em relação ao PCN, é direcionar o trabalho dos professores, para que esses conduzam e preparem os alunos a enfrentarem o mundo adulto, como cidadão participativo, crítico e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres.

Este documento está dividido em quatro ciclos, sendo que o primeiro e segundo, estão relacionados com as séries do ensino fundamental I e, o terceiro e quarto ciclo, os quais utilizaremos nessa pesquisa, estão relacionados ao sexto, sétimo, oitavo e nono ano do Ensino Fundamental II.

Logo de início dos PCN – Matemática terceiro e quarto ciclo, apresentam objetivos gerais para ensino fundamental, deste podemos destacar dois:

- Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL 1998, p. 6).

Ainda segundo Brasil (1998), durante muito tempo, seguimos um currículo baseado no Movimento Matemática Moderna, este padrão tinha como base o uso dos Livros Didáticos e, a partir da constatação de inadequação de alguns conteúdos e, das distorções e dos exageros ocorridos, houve a necessidade de rever os princípios básicos para esse modelo.

Segundo esse mesmo documento, na década 1980 começou a destacar a importância da resolução de problemas, como o foco do ensino da Matemática, esse movimento aconteceu devido a apresentação de recomendações para o ensino de Matemática no documento “Agenda para Ação”, publicado em 1983, no National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dos Estados Unidos.

Com isso, a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, começaram a ter grande importância na Educação Matemática, direcionando assim as discussões curriculares à novos rumos.

A partir dessas ideias, houve a necessidade de reformas significativas no ensino em todo mundo. Assim, com base em Brasil (1998), destacamos alguns pontos de convergência a partir das propostas elaboradas no período 1980 a 1995, em diferentes países:

- Direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores.
- Importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento.
- Ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas.
- Importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdo, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos.
- Necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação. (BRASIL, 1998, p. 20).

Neste contexto, destacamos que a proposta desta tese é relacionar a Educação Financeira com a Modelagem Matemática, sendo que, por hipótese, possa trazer uma visão mais crítica, ao educando fazendo com que este tenha um desempenho ativo, na construção do seu conhecimento.

Ainda segundo o mesmo documento, é relevante destacar a importância de considerar o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados, pois na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos pelos discentes no decorrer de sua vida escolar, de suas interações sociais imediatas e, parte-se para um processo escolar esquemático, privando estes da importância de conteúdos proveniente da experiência pessoal.

É preciso ressaltar, que embora as situações do cotidiano sejam importantes para ajudar o aluno a construir conhecimentos dos conteúdos a serem estudados, é preciso considerar que esses conteúdos podem ser explorados em outros contextos, como as questões a própria Matemática, com isso, o aluno pode ser conduzido a novas realidades que muitas vezes o meio em que está inserido não permite.

Conforme este documento, caso isso não ocorra, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados não de interesse para os alunos, porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata.

No que diz respeito à ideia e compreensão de consumo, este documento justifica que discursos errôneos, como o que somos todos igualmente livres para trabalhar, (escolher o tipo de trabalho e consumir) encobrem as reais questões das desigualdades de acesso ao trabalho, aos bens de consumo e aos serviços.

Com as mídias introduzindo a criação permanente de novas “necessidades”, transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo, e não pela necessidade ou compra consciente. Assim os PCN, apontam a relevância dos alunos aprenderem a se posicionar criticamente diante dessas questões e, compreenderem que grande parte do que consomem é produto do trabalho, embora nem sempre pensem nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria.

Em relação a esse contexto destacamos a seguinte citação:

É preciso mostrar que o objeto de consumo - seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico etc. - é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho. Aspectos ligados aos direitos do consumidor também necessitam da Matemática para serem mais bem compreendidos [...]. Habituá-los a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a propaganda enganosa e contra os estratagemas de *marketing* a que são submetidos os potenciais consumidores (BRASIL 1998, p. 35).

Ressaltamos que o tema consumo, está diretamente ligado ao empréstimo/financiamento, pois dependendo do bem a ser adquirido, muitas vezes necessita-se de um empréstimo, por exemplo, quando uma compra é feita por meio do cartão de crédito é uma forma de empréstimo, uma vez que o cidadão que usou este recurso, normalmente, paga por esse benefício um valor anual, ainda, considerando que se este indivíduo, por um motivo qualquer, atrasar o pagamento da fatura poderá pagar juros referente aos dias após o vencimento até a data de pagamento.

No site da maioria das instituições financeiras/Bancos no Brasil é possível perceber que o acesso a um cartão de crédito, acontece cada vez mais cedo por adolescentes e arriscamos em dizer até por pré-adolescentes, na faixa etária de 12 a 14 anos (cartão adicional dos pais). Isto nos motivou a pesquisar qual o modelo de ensino relacionado ao tema empréstimo e ou financiamento na Escola Básica.

Ainda conforme descrito no PCN, a simples reprodução de procedimentos e o acúmulo de teorias relacionadas a qualquer assunto dentro do universo da Matemática, não são suficientes. Segundo este documento, educadores indicam situações desafiadoras, discussão de estratégias e resolução de problemas, como ponto de partida para a compreensão e construção de conceitos matemáticos.

Em contrapartida este documento relata que tradicionalmente, a resolução de problemas não tem observados bons resultados no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de fórmulas e conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. Ainda segundo esse documento, a prática mais frequente dos professores, consiste em ensinar uma teoria seguida de um procedimento de resolução, posteriormente, apresentar uma situação problema para verificar se os alunos são capazes de aplicar o que lhes foi ensinado.

Com essa prática, o educador na verdade não explora na atividade Matemática os seus desafios e conhecimentos, que podem ultrapassar o campo da Matemática, e fica a margem somente dos seus resultados, definições, técnicas e demonstrações. Com isso o aluno, pode, não adquirir conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, construindo assim o saber matemático referente aquele conteúdo.

Conforme os PCN, a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, deve possibilitar aos alunos mobilizar e construir conhecimentos, desenvolvendo assim, a capacidade para gerenciar, criticar e fazer previsões relacionados à contextos e situações de seu cotidiano.

Ainda segundo os PCN, as atividades relacionadas à resolução de problemas como um método de ensino e aprendizagem de Matemática, podem ser resumidas nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade Matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática.
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.
- Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses).

- Compare seus resultados com os de outros alunos.
- Valide seus procedimentos (BRASIL, 1998, p. 41).

Em suma, segundo este documento, para educadores em Matemática, a resolução de problemas não se resume em compreender o que foi proposto e, dar respostas aplicando procedimentos adequados, mas sim, existe a necessidade de desenvolver habilidades do estudante, que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes formas para obter a solução. Com esse tipo de abordagem, ressalta-se a importância do processo de resolução, reflexão e não simplesmente a resposta correta.

Finalizando este ciclo de ensino, destacamos que segundo os PCN, o aluno deve ser estimulado a questionar sua própria resposta, a enxergar possibilidades de novos problemas a partir da resolução um dado problema, formular conjecturas a partir de determinadas informações, a analisar situações abertas que admitem diferentes respostas em função de certas condições e, o mais importante, evidenciar uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimento.

Assim insere-se a nossa proposta referente ao processo de ensino e aprendizagem por meio da Modelagem Matemática, uma vez que utilizamos problemas do cotidiano brasileiro, em que o aluno não é mais coadjuvante neste processo e, sim faz parte integrante na construção do seu conhecimento. Estes aspectos do ensino fundamental permitem inferir “como os alunos chegam ao Ensino Médio, que é parte da instituição a ser considerada em nossa pesquisa.

5.1.3 - Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio

No ano 2002, baseado nos princípios definidos pela LDB, o Ministério da Educação e educadores de todo o país elaboraram um novo perfil para o currículo do Ensino Médio, apoiado em competências básicas para a inserção de nossos jovens na vida adulta, trabalho que resultou na criação do PCN+, ou seja, Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

Os PCN+ foram elaborados em documentos divididos por áreas de conhecimentos, como Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Nesta organização a Biologia, a Física, a Química e a Matemática, integram uma mesma área, pois são disciplinas que têm em comum a investigação da natureza e dos desenvolvimentos tecnológicos.

Segundo os autores, os PCN+ foram criados com o objetivo de dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização, evitando a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade e, incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender.

Os objetivos do PCN+, são semelhantes aos PCN, pois cumpre o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias.

No geral, a proposta desse documento para o Ensino Médio, é que propicie efetivamente ao jovem um aprendizado direcionado à vida e ao trabalho, no qual o conhecimento, as competências e os valores sejam realmente desenvolvidos e que haja, interpretações, julgamentos, atuações e o crescimento pessoal ou de aprendizado permanente satisfatórios, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa de escolaridade.

No que se diz respeito a Matemática para o Ensino Médio, os PCN+ apontam que esta ciência deve ser compreendida como uma parte do conhecimento humano fundamental, para a formação e o desenvolvimento de todos os jovens, para assim servir como ferramenta para a construção de uma visão crítica do mundo, desenvolvendo capacidades que serão exigidas durante sua vida adulta. Conforme esse documento:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2002, p. 111).

Neste documento são apresentadas três grandes competências, como metas a serem atingidas durante o Ensino Médio, para todos os brasileiros:

- Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento.
- Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.
- Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico (BRASIL 2002, P 113).

Baseados nessas competências, os educadores precisam refletir e compreender a proposta de cada uma delas, para adequarem em suas disciplinas, preparando o aluno para a vida com um aprendizado constante.

No que diz respeito as competências específicas na disciplina de Matemática, a serem desenvolvidas pelos alunos desta etapa do ensino, destacamos algumas devido a relevância para essa pesquisa:

- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem Matemática, desde Livros Didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas.
- Acompanhar e analisar os noticiários e artigos relativos à ciência em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, ter independência para adquirir informações e estar a par do que se passa no mundo em que vive.
- Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem Matemática, desde Livros Didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas.
- Acompanhar e analisar os noticiários e artigos relativos à ciência em diferentes meios de comunicação, como jornais, revistas e televisão, identificando o tema em questão e interpretando, com objetividade, seus significados e implicações para, dessa forma, ter independência para adquirir informações e estar a par do que se passa no mundo em que vive.
- Compreender e emitir juízos próprios sobre informações relativas à ciência e tecnologia, de forma analítica e crítica, posicionando-se com argumentação clara e consistente sempre que necessário, identificar corretamente o âmbito da questão e buscar fontes onde possa obter novas informações e conhecimentos. Por exemplo, ser capaz de analisar e julgar cálculos efetuados sobre dados econômicos ou sociais, propagandas de vendas a prazo, probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, ou ainda apresentadas em um dado problema ou diferentes sínteses e conclusões extraídas a partir de um mesmo texto ou conjunto de informações.
- Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações Matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo; utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar as intenções de votos em uma campanha eleitoral ou, ainda, optar entre modelos algébricos ou geométricos para obter determinadas medições de sólidos.
- Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como a Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.
- Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações, seja em defesa de seus direitos como consumidor, dos espaços e equipamentos coletivos ou da qualidade de vida (BRASIL, 2002, p. 114-119).

Em relação aos conteúdos trabalhados no Ensino Médio, destacamos alguns, devido aos objetivos implícitos estarem relacionados ao nosso tema de pesquisa.

O tema Álgebra, os PCN+ evidenciam a importância das atividades ligadas as vivências cotidianas do aluno, destaca-se a enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários, revistas, telejornais e jornais, também enquanto instrumento para cálculos de natureza financeira e prática, em geral.

Ainda segundo o mesmo documento, o estudo das funções deve fazer com que aluno adquira uma linguagem algébrica e quando necessário consiga expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo relações dentro e fora do contexto da Matemática.

O documento deixa claro que as situações problemas, não devem ser trabalhadas somente no final do estudo de funções e, sim durante o processo do mesmo, para aprofundar conceitos matemáticos.

Ainda segundo o PCN+, há diversidades de assuntos envolvendo situações problemas relacionados a funções, permitindo que o ensino com esse conteúdo se estruture contemplando exemplos do dia a dia, principalmente no estudo de funções especiais, procurando construir para o aprendizado dos alunos, e que esse possa ter um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas. É importante destacarmos aqui que acreditamos na possibilidade, ainda por hipótese, de trabalhar assuntos relacionados a empréstimos e ou financiamento inseridos no currículo dentro de assunto já previsto no mesmo, como por exemplo Funções. Talvez assim resolvamos a complexidade de inserir mais um conteúdo no currículo básico do Ensino Médio.

Ainda em relação a esse tema, os PCN+ indicam as funções exponenciais e logarítmica como exemplo de aplicação para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada principalmente nas áreas do conhecimento como Matemática Financeira, crescimento de populações e outras.

Em relação ao conteúdo de geometria, destacamos a orientação dos PCN+ de que parte do trabalho está estritamente ligada às medidas, fazendo relação entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas. Assim o ensino das propriedades métricas envolve cálculos de distâncias, áreas e volumes. Esses assuntos estão relacionados ao cotidiano dos alunos, podem ser trabalhados, usando como fonte de pesquisa

as propagandas e promoções em estabelecimentos comerciais, ajudando assim na construção de conceitos relacionados a Educação Financeira.

Para o conteúdo análise de dados, esse documento aponta para o fato que é essencial relacioná-los com problemas sociais e econômicos, como também estudos estatísticos ligados à saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado. A Estatística e a Probabilidade devem ser trabalhadas como conjunto de ideias e procedimentos, permitindo analisar questões Matemáticas ou não, ligadas ao mundo real, mais especialmente aquelas oriundas de outras áreas.

Em relação a estratégia e ação, os PCN+ privilegiam a resolução de problemas como metodologia nesta etapa final do Ensino Básico:

Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, a proposta dos PCN+ privilegia o tratamento de situações problemas, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida nesta proposta e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado. A seleção das atividades a serem propostas deve garantir espaço para a diversidade de opiniões, de ritmos de aprendizagem e outras diferenças pessoais. O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender. Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos. (BRASIL, 2002, p. 129).

A resolução de problemas é relevante para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente diante de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas Matemáticas, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

5.1.4 - Orientações Curriculares para o Ensino Médio

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio, desenvolvidas em 2006, consiste em um documento composto de três volumes:

- Linguagem, Códigos e suas Tecnologias.
- Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

- Ciências Humanas e suas Tecnologias.

Foram elaborados a partir de discussões com as equipes técnicas estaduais de Educação, professores e alunos da rede pública e representantes da comunidade acadêmica.

O objetivo principal deste material é contribuir para a prática docente, a fim de estabelecer um diálogo entre o corpo docente e a escola com o intuito de oferecer uma Educação Básica de qualidade para a inserção do aluno no mercado de trabalho, contribuindo assim para o desenvolvimento do país e a consolidação da cidadania.

É importante ressaltarmos que neste documento, é evidenciado que no final do Ensino Médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias e saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico.

Para este trabalho nos restringir-nos-emos a análise do volume referente a Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, uma vez que vem ao encontro do propósito desta tese. O sumário deste volume está dividido em 4 capítulos: biologia, física, matemática e química, limitaremos aos conteúdos referentes ao capítulo de matemática, pelos mesmos motivos supracitados.

Destacamos que neste documento é priorizado a qualidade nos processos de ensino e aprendizagem e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. Ainda conforme este documento, a escolha de conteúdos deve ser criteriosa, de modo a proporcionar ao aluno um “fazer matemático”, por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de novos conhecimentos a serem adquiridos.

No que se refere aos conteúdos básicos curriculares, este documento, está organizado em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. É destacado também, que estes blocos devem ser trabalhados não de forma segmentada/separado e, sim priorizando a articulação entre os conteúdos.

Ainda neste documento, é ressaltado a articulação entre estes blocos, sendo que no final do Ensino Médio, deve-se resultar na formação de um aluno capaz de decidir sobre as vantagens e desvantagens de uma compra à vista ou a prazo, avaliar o custo de um produto, conferir e

comparar as informações em embalagens de produtos quanto ao volume e o preços e avaliar modalidades de juros bancários.

Em relação ao estudo de funções, destacamos conforme este documento, que deve ser iniciado por uma abordagem qualitativa, das relações entre duas grandezas em diferentes situações, seguido da exploração dos diferentes modelos, que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial.

Para o estudo referente ao modelo exponencial, é recomendado trabalhar situações reais de crescimento populacional e, explorar os conteúdos relativos aos tópicos de Matemática Financeira.

Em relação ao conteúdo de Estatística, este documento destaca a prioridade de se trabalhar com a coleta, organização e representação de dados, de preferência em situações reais e, que estes resultem no aprendizado com ênfase na construção e na representação de tabelas e gráficos mais elaborados, para isso, quando possível deve-se utilizar de tecnologias, tais como calculadoras ou planilhas eletrônicas.

No tocante dos processos de ensino e aprendizagem, as orientações curriculares apresentam duas vertentes, que segundo o próprio documento, historicamente são mais presentes nas salas de aula de matemática.

A primeira concepção de aprendizagem é entendida como um acúmulo de conhecimentos e, o ensino baseia-se essencialmente na “verbalização” do conhecimento por parte do professor. A segunda concepção transfere para o aluno, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como protagonista principal desse processo.

A primeira concepção dá origem ao padrão de ensino “definição exemplos exercícios”, ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como “exercícios de fixação”. Já na segunda concepção, tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação problema ao aluno, ficando a formalização do conceito como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento. (BRASIL, 2006, p. 81).

É importante ressaltarmos, que a segunda vertente citada anteriormente, vem ao encontro do Modelo Epistemológico de Referência (MER) desenvolvido no capítulo anterior, ainda neste sentido, é destacado no documento, que a contextualização, na segunda vertente, pode ser feita por meio da resolução de dois tipos de problemas; “fechados” e “abertos”; o problema “fechado” o aluno identifica o conteúdo a ser utilizado e, aplica-o sem que haja maiores articulações quanto à construção de conhecimento, procedendo de forma mecânica.

O problema do tipo “aberto” procura levar o aluno à aquisição de esquemas e procedimentos para resolução de situações problemas, ou seja, o conhecimento passa a ser entendido como uma importante ferramenta para resolver problemas e, não mais como algo que deve ser memorizado para ter bons resultados em avaliações dissertativas.

Ainda em relação a metodologia em sala de aula, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, evidencia a prática do processo de modelagem matemática, pois segundo o próprio documento, este método é entendido como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, para assim resolvê-los, modifica-los (quando necessário) e tomar decisões, baseadas no modelo construído.

Em anos recentes, os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a ideia de modelagem matemática, que pode ser entendida como e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda à situação real, aqui se revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento. (BRASIL, 2006, p. 84).

Mas uma vez, com o exposto, fortalece a concepção do Modelo Epistemológico de Referência construído no capítulo anterior.

É importante ressaltarmos, que é recomendado neste documento, que se deve utilizar de tecnologias sempre que possível para auxiliar na compreensão e resolução dos problemas matemáticos, oriundos de uma situação real ou não.

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia

no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática. Considerando a Matemática para a Tecnologia, deve-se pensar na formação que capacita para o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho bastante corriqueiros nos dias de hoje. É preciso lembrar que a contextualização deve ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL, 2006, p. 87).

Em suma utilizaremos as informações extraídas deste documento, para analisar qual é o Modelo Epistemológico Dominante (MED), atual no Ensino Médio, mas já podemos destacar que as propostas identificadas aqui, reforçaram o Modelo Epistemológico de Referência (MER) construído anterior.

5.1.5 - Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define procedimentos de aprendizagem, com objetivo principal de nortear o que é ensinado nas escolas em todo território nacional, para todo o ensino básico, ou seja, da Educação Infantil até o final do Ensino Médio.

É importante ressaltar que os alunos de Licenciatura em Matemática (sujeitos desta pesquisa), quando formados, trabalharão já sob a implementação da BNCC (2018), portanto, justifica-se a análise deste documento para esta tese.

A BNCC não consiste em um currículo, mas em um documento, de referência obrigatória para que cada escola elabore seus currículos, levando em consideração particularidades regionais e especificidades. Nesse sentido, destacamos que segundo este documento, cabe às escolas de Ensino Médio contribuir para a formação de jovens críticos e autônomos, e fomentando nos estudantes a capacidade de tomar decisões responsáveis e fundamentadas.

A elaboração da BNCC foi baseada em competências e habilidades que prenuncia a formação de cidadãos críticos, criativos, participativos e responsáveis, capazes de se comunicar, lidar com as próprias emoções e propor soluções para problemas e desafios. A BNCC foi desenvolvida por especialistas com a colaboração pública e discussões realizadas em seminários estaduais por todo o Brasil.

Este documento está organizado em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

A BNCC indica que os planejamentos pedagógicos devem estar orientados para o desenvolvimento de competências, indicando habilidades, atitudes e valores do que os alunos devem “saber” e, principalmente do que devem “saber fazer” mobilizando tais competências para resolver problemas da vida cotidiana, na esfera pessoal e profissional.

As competências gerais da Educação Básica, segundo o documento da BNCC são:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018, p. 10).

No tocante da Educação Financeira, destacamos a segunda competência em que prevê que devemos formar um cidadão que possa trabalhar por meio da investigação, reflexão, e análise crítica, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções. Assim acreditamos que o Modelo Epistemológico de Referência (MER) no estudo referente a empréstimo e financiamento, deva além de promover a construção do conhecimento dos estudantes relativos a esse conteúdo, deva também desenvolver tais habilidades imprescindíveis para lidar com os problemas e planejamentos financeiros da vida dos cidadãos brasileiros.

Ressaltamos também a quinta competência, pois acreditamos ao trabalhar conteúdos de matemática financeira, em uma abordagem de Educação Financeira as tecnologias ajudam nas simulações e compreensão de cenários e estimativas futuras por isso que as planilhas eletrônicas e as calculadoras financeiras ou científicas são ferramentas importantes e facilitadoras nos processos de o ensino e aprendizagem de tais conteúdo.

Em relação a sétima competência, esperamos que um cidadão educado financeiramente possa argumentar, negociar e defender ideias com base em fatos, dados e informações confiáveis, defendendo de forma crítica seus pontos de vista e assim possa tomar decisões pautadas na ética, consciência socioambiental e consumo responsável em um âmbito local, regional e global promovendo o seu bem estar e da comunidade o que o insere. É importante destacar que levaremos em consideração esta competência, juntamente com outros fatores, para elaborar o Modelo Epistemológico de Referência (MER), referente aos estudos de empréstimos e ou financiamentos.

Em relação a área da Matemática e suas tecnologias, a BNCC estabelece que:

Os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (BRASIL, 2018, p. 470).

Ainda neste sentido este documento enfatiza que a flexibilidade deve ser um princípio obrigatório pelas escolas brasileiras, garantindo que as competências e habilidades definidas na BNCC para o Ensino Médio, possa representar as características dos alunos formados ao término desta etapa do Ensino Básico.

Para a concretização desta proposta, nestes documentos são sugeridas situações de trabalho mais colaborativa nos processos de ensino e aprendizagem, colocando o aluno como

protagonista na construção do seu conhecimento, também destaca algumas possibilidades de articulação entre as áreas do conhecimento, que vem ao encontro desta pesquisa pois acreditamos que o tema Educação Financeira pode ser discutido em diversas áreas do conhecimento como um tema transversal.

A BNCC indica as seguintes possibilidades:

Laboratórios: supõem atividades que envolvem observação, experimentação e produção em uma área de estudo e/ou o desenvolvimento de práticas de um determinado campo (línguas, jornalismo, comunicação e mídia, humanidades, ciências da natureza, matemática etc.).

Oficinas: espaços de construção coletiva de conhecimentos, técnicas e tecnologias, que possibilitam articulação entre teorias e práticas (produção de objetos/equipamentos, simulações de “tribunais”, quadrinhos, audiovisual, legendagem, fanzine, escrita criativa, performance, produção e tratamento estatístico etc.).

Clubes: agrupamentos de estudantes livremente associados que partilham de gostos e opiniões comuns (leitura, conservação ambiental, desportivo, cineclubes, fã-clubes, fandom etc.).

Observatórios: grupos de estudantes que se propõem, com base em uma problemática definida, a acompanhar, analisar e fiscalizar a evolução de fenômenos, o desenvolvimento de políticas públicas etc. (imprensa, juventude, democracia, saúde da comunidade, participação da comunidade nos processos decisórios, condições ambientais etc.).

Incubadoras: estimulam e fornecem condições ideais para o desenvolvimento de determinado produto, técnica ou tecnologia (plataformas digitais, canais de comunicação, páginas eletrônicas/sites, projetos de intervenção, projetos culturais, protótipos etc.).

Núcleos de estudos: desenvolvem estudos e pesquisas, promovem fóruns de debates sobre um determinado tema de interesse e disseminam conhecimentos por meio de eventos – seminários, palestras, encontros, colóquios –, publicações, campanhas etc. (juventudes, diversidades, sexualidade, mulher, juventude e trabalho etc.).

Núcleos de criação artística: desenvolvem processos criativos e colaborativos, com base nos interesses de pesquisa dos jovens e na investigação das corporalidades, espacialidades, musicalidades, textualidades literárias e teatralidades presentes em suas vidas e nas manifestações culturais das suas comunidades, articulando a prática da criação artística com a apreciação, análise e reflexão sobre referências históricas, estéticas, sociais e culturais (artes integradas, videoarte, performance, intervenções urbanas, cinema, fotografia, slam, hip hop etc (BRASIL, 2018, p. 472).

Ainda neste sentido, no documento é proposto que os alunos utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, em todo o período do ensino básico. Isso também consideraremos no Modelo Epistemológico de Referência.

Na BNCC também são apresentados competências específicas de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, tais como:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências

da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

2. Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 523).

Para cada competência são orientados que tipo de habilidade deve-se desenvolver no aluno no final do ciclo educacional, a seguir destacamos algumas que julgamos pertinente ao tema desta pesquisa:

- Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.
- Planejar e executar pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das de dispersão.
- Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, incluindo ou não tecnologias digitais.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.
- Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
- Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
- Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.
- Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando tecnologias da informação, e, se apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

- Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais. (BRASIL, 2018 p. 525-535).

Depois dos recortes destacados dos Documentos Oficiais, pretendemos na próxima subseção verificar como estão posicionados os ensinamentos e conteúdos relacionados à Educação Financeira nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois os estudantes do referido curso são futuros professores de Matemática e conseqüentemente enfrentarão os desafios relacionados aos problemas ligados à área financeira, tanto da forma pessoal e também principalmente na parte profissional, como “ensinar” ou trabalhar tais conteúdos.

5.1.6 - Projetos Pedagógicos Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática

O Projeto Pedagógico Curricular (PPC) é um documento formal, que deve ser acessível a todos os membros da instituição de ensino e sua elaboração é fundamental para o planejamento e o acompanhamento das atividades desenvolvidas na instituição de Ensino Superior. Em relação ao curso de Licenciatura em Matemática, não é diferente, e seu PPC deve conter as concepções do curso, os fundamentos da gestão acadêmica e pedagógica, além de princípios educacionais que regem todas as ações a serem adotadas no processo de ensino e de aprendizagem da graduação. Neste contexto, Brasil (2017) ressalta que na elaboração do PPC deve levar em consideração os seguintes aspectos:

O Projeto Pedagógico do Curso (PPC) deve ser construído coletivamente e fundamentado em critérios filosóficos, pedagógicos, humanos, técnicos e legais, em observância às demandas dos cidadãos, do mundo de trabalho, da sociedade e das reais condições de viabilização da instituição em infraestrutura física e humana (BRASIL, 2017, p. 15).

Ainda em relação a este documento, destacamos a importância de conter elementos como: objetivos gerais do curso, matriz curricular e as ementas com objetivos específicos de cada disciplina, carga horária das atividades didáticas e da integralização do curso, a concepção e a composição das atividades de estágio e das atividades complementares, entre outros.

Assim para melhor entender a estrutura dos cursos supracitados, usamos como fonte de pesquisas os Projetos Pedagógicos Cursos (PPC).

Foram selecionadas para esta análise 15 (PPC) entre universidades, centros universitários, institutos e faculdades, públicas ou particulares, e os dados foram levantados por meio de consultas à *internet* (*Google*). Como critério principal, decidimos selecionar três (PPC)

em cada região do Brasil (norte, nordeste, sul, sudeste e centro oeste), sendo que para cada região selecionamos uma instituição particular, uma instituição estadual e uma instituição federal. É importante ressaltar que escolhemos as instituições que continham em sua relação de cursos o de Licenciatura em Matemática e que o PPC estivesse disponível na *internet*.

No Quadro 3 a seguir relacionamos as instituições selecionadas em ordem cronológica da elaboração do PPC. Destacamos também se o curso contém em sua grade a disciplina de Matemática Financeira, pois acreditamos que esta contempla em sua ementa assuntos que podem dar subsídio e ou temas e problemas para se discutir Educação Financeira.

Quadro 3: Relação das instituições selecionadas para a análise do PPC do curso de Licenciatura em Matemática

Instituição	Seguimento	Região do Brasil	Ano de Publicação	Disciplina de Matemática Financeira	Carga Horária do curso
Universidade de São Paulo	Estadual	Sudeste	2006	Não contém	3155h/a
Universidade Federal da Bahia	Federal	Nordeste	2007	Não contém	3226h/a
Universidade Federal de Pelotas - RS	Federal	Sul	2011	Optativa	3538h/a
Instituto Federal de São Paulo	Federal	Sudeste	2011	Regular	3360h/a
Centro Universitário Fundação Santo André	Particular	Sudeste	2012	Regular	3636h/a
Universidade Federal do Pará	Federal	Norte	2012	Optativa* ¹²	3080h/a
Universidade Estadual do Pará - UEPA	Estadual	Norte	2012	Optativa*	3080h/a
Universidade Estadual da Bahia	Estadual	Nordeste	2012	Regular	3260h/a
Universidade Estadual de Londrina - UEL	Estadual	Sul	2013	Não contém	2605h/a

¹² *Os conteúdos referentes a Matemática Financeira estão inseridos na disciplina de Fundamentos da Matemática

Anhanguera Campo Grande	Particular	Centro Oeste	2015	Regular	3060h/a
UNISUL – Universidade de Santa Catarina	Particular	Sul	2014	Regular	2880h/a
UNILAB – Ceará	Particular	Nordeste	2014	Regular	3160h/a
Instituto Federal de Brasília	Federal	Centro Oeste	2014	Não contém	3160h/a
Instituto Federal de Roraima	Federal	Norte	2015	Não contém	3370h/a
FACSUL Faculdade Mato Grosso do Sul	Estadual	Centro Oeste	2017	Não contém	3360h/a

Fonte: O Autor

Em relação aos PPC selecionados destacamos, em suma, que os cursos de Licenciatura em Matemática têm por objetivo formar professores críticos, criativos, reflexivos e sólida formação em Matemática para conteúdos relativos ao Ensino Fundamental e Ensino Médio, associada ao domínio dos saberes referentes às didáticas processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Ainda neste contexto destacamos alguns dos objetivos específicos que encontramos descritos nos PPC supracitados são eles:

- Incentivar à pesquisa e difusão do conhecimento, bem como a participação em congressos relacionados à área de Matemática.
- Formar profissionais para contribuir em discussões interdisciplinares e com isso atuarem além do contexto escolar e em diferentes setores da sociedade.
- Formar profissionais protagonistas do próprio processo formativo e em permanente busca pelo conhecimento.
- Propiciar o conhecimento dos conteúdos gerais e específicos da Matemática e permitir a socialização dos saberes.
- Formar profissionais que saibam planejar, executar, dirigir, supervisionar e avaliar atividades relativas às práticas docentes, no contexto escolar, intervindo de forma dinâmica.
- Que tenham domínio sólido dos conteúdos matemáticos relevantes para o processo ensino-aprendizagem e saber traduzi-los em objetivos didáticos a partir da construção

de modelos matemáticos que permitam a resolução de situações problema relacionadas ao cotidiano do aluno.

- Propiciar situações de ensino-aprendizagem aos educandos, nas quais o ensino da Matemática seja um contributo para o exercício da cidadania.

Nos mesmos documentos relatados no Quadro 3, a maioria deles descreve o perfil esperado dos cidadãos que procuram por cursar Licenciatura em Matemática, deste destacamos os seguintes:

- Conhecer conteúdos matemáticos específicos e não triviais, tendo consciência da importância desta ciência e perceber o quanto o domínio de certos conteúdos, habilidades e competências próprias à Matemática importam para o exercício pleno da cidadania.
- Ser capaz de pensar sobre metodologias e materiais diversificados de apoio ao ensino, de modo a poder decidir diante de cada conteúdo matemático, qual o melhor procedimento didático para favorecer a aprendizagem significativa desta Ciência, estando preparado para avaliar os resultados de suas ações por diferentes caminhos e de forma continuada.
- Ser capaz de trabalhar a interdisciplinaridade com os professores de outras áreas, no sentido de contribuir efetivamente com a proposta pedagógica de sua escola e favorecer uma aprendizagem multidisciplinar aos seus alunos.

Depois de observar os objetivos procuramos identificar quais das instituições selecionados apresentam em seu currículo regular a disciplina de Matemática Financeira, pois acreditamos que os conteúdos referentes a essa disciplina são pertinentes para uma discussão mais aprofundadas em relação a Educação Financeira. Desta amostra identificamos que apenas seis instituições apresentam em sua grade curricular a disciplina de Matemática Financeira, uma apresenta como optativa, duas como parte da disciplina de Fundamentos da Matemática e seis não apresentam como disciplina do curso.

Diante destes resultados resolvemos consultar as provas do ENADE referente ao curso de Matemática e Licenciatura em Matemática, para identificar quantos exercícios e quais praxeologias estão envolvidas nas possíveis resoluções das situações-problema propostas nesta avaliação.

Pesquisamos todas as versões das provas do ENADE (cursos de Matemática e Licenciatura em Matemática) propostas no período de 2004 a 2017, ou seja, analisamos todos os exercícios de todas as provas propostas no referido período e não encontramos nenhum exercício referente a empréstimos e ou financiamentos. É importante ressaltar que os exercícios que mais se aproximam de conteúdos referentes a Matemática Financeira estão relacionados a consumo de energia.

Diante deste cenário e por esses motivos, decidimos estabelecer como instituição para a nossa pesquisa o período de transição, entre o Ensino Médio e a graduação em Licenciatura em Matemática, ou seja, partindo do princípio que o aluno que está cursando Licenciatura em Matemática na maioria das instituições de Ensino Superior, não possuem esta disciplina em sua grade curricular regular, e que os mesmos não precisam estudar este conteúdo para os exames nacionais pois não são cobrados nesse sentido.

Decidimos então fazer a pesquisa com estudantes ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática, pois serão futuros professores (esperamos o mesmo perfil descritos nos PPC e relatados anteriormente) e trazem consigo os conhecimentos adquiridos no Ensino Médio no tocante da Matemática, e da Matemática Financeira.

5.2 - Análise dos Livros Didáticos do Ensino Médio

Nesta seção faremos uma análise da Organização Matemática dos exercícios inseridos nos livros do Ensino Médio (idade dos alunos 15 a 17 anos) referentes aos objetos empréstimo e ou financiamento. Como critério de seleção dos livros para análise, decidimos consultar o Guia 2015-2017 do PNLD. Este período justifica-se pelo fato de que os sujeitos desta pesquisa se encontram no terceiro semestre do Ensino Superior, ou seja, provavelmente cursaram o segundo e terceiro ano do Ensino Médio nos anos 2015 e 2016.

É importante ressaltar que (PNLD), por meio do Ministério da Educação (MEC), auxilia o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de Livros Didáticos aos alunos da Educação Básica principalmente na rede pública de ensino. Os livros aprovados pelo MEC são divulgados no Guia de Livros Didáticos (estes guias são divulgados em ciclos trienais alternados) que apresenta resenhas para auxiliar o docente no entendimento do porquê da aprovação e sugestão da organização dos livros listados. As escolas públicas de Educação Básica recebem o guia e escolhem as coleções que melhor atendem ao seu projeto político pedagógico.

Para Cassiano (2007), o PNLD é o maior programa de fornecimento de material didático do Brasil e, ainda segundo esta autora assegura a universalização do acesso do Livro Didático para a maior parte dos estudantes brasileiros da Educação Básica e, que também é uma política adotada pelo Estado, centralizada no governo federal, o qual é responsável por planejar, avaliar, comprar e distribuir gratuitamente o livro para as escolas de todo Brasil.

Ainda segundo a autora, paralelamente ao PNLD, foi implementada uma reforma curricular no Brasil, prescrita pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Este fato vem ao encontro de nossa proposta de análise, pois além da análise praxeológica dos livros pretendemos fazer uma articulação com os documentos oficiais, já descritos anteriormente, para assim construirmos o Modelo Epistemológico Dominante de ensino do objeto matemático financeiro empréstimo e ou financiamento.

No Quadro 4 apresentamos o nome das seis coleções de Livros Didáticos de Matemática indicadas no guia PNLD 2015 (Ensino Médio):

Quadro 4: Nome das coleções dos Livros Didáticos indicados no PNLD 2015 - 2017

Ref.	Nome do livro	Ano de publicação	Autor
A	CONEXÕES COM A MATEMÁTICA	2013	Fabio Martins de Leonardo
B	MATEMÁTICA: CONTEXTO E APLICAÇÃO	2013	Luiz Roberto Dante
C	MATEMÁTICA PAIVA	2013	Manuel Rodrigo Paiva
D	MATEMÁTICA – CIÊNCIA E APLICAÇÕES	2013	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce David Mauro Degenszajn Roberto Pérgo Nilze Silveira de Almeida
E	MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO	2013	Kátia Cristina Stocco Maria Ignez de Souza Vieira Diniz
F	NOVO OLHAR: MATEMÁTICA	2013	Joamir Souza

Fonte: O Autor

É importante ressaltar que, a princípio, avaliaremos os volumes das respectivas coleções que contém o capítulo referente à Matemática Financeira.

A coleção (A) intitulada: Conexões com a Matemática, o conteúdo referente à disciplina supracitada encontra-se no primeiro capítulo do volume 3 destinado ao terceiro ano do Ensino Médio (alunos com aproximadamente 17 anos de idade), dividido em quatro tópicos:

Introdução ao estudo da Matemática Financeira; Taxa percentual; Juros simples e juro composto, distribuídos em 18 páginas, de um total de 223 do volume, contendo teoria e exercícios.

Em relação à avaliação geral registrada no guia destacamos que se trata de uma obra que apresenta questões contextualizadas nas práticas sociais e nos exercícios predominam o uso de técnicas e de procedimentos detalhados, em detrimento da compreensão dos conceitos mais gerais.

A coleção (B) intitulada: Matemática: Contexto e Aplicação, o conteúdo referente à disciplina de Matemática Financeira encontra-se no primeiro capítulo do volume 3 destinado ao terceiro ano do Ensino Médio (alunos com aproximadamente 17 anos de idade), dividido em quatro tópicos: porcentagem, fator de atualização (descontos), juros simples e compostos, e por fim, equivalência de taxas, distribuídos em 20 páginas, de um total de 202 do volume, contendo teoria e exercícios.

Em relação à avaliação geral registrada no guia destacamos que se trata de uma coleção cujos conteúdos são apresentados de maneira clara e contextualizada, porém, a quantidade de conceitos abordados e de atividades propostas é excessiva segundo o guia. As sistematizações são feitas de modo precoce, podendo assim dificultar o desenvolvimento da autonomia cognitiva do aluno.

A coleção (C) intitulada: Matemática Paiva, o conteúdo referente à disciplina de Matemática Financeira encontra-se no segundo capítulo do volume 1 destinado ao primeiro ano do Ensino Médio (alunos com aproximadamente 15 anos de idade), dividido em três tópicos: Porcentagem, Juros simples e Juros compostos, distribuídos em 10 páginas, de um total de 304 do volume, contendo teoria e exercícios.

É importante ressaltarmos que uma página intitulada “Matemática sem fronteiras” deste capítulo está destinada a uma breve exposição sobre a Tabela Price, porém não são propostos exercícios ou aplicações sobre este assunto. Em relação à avaliação geral registrada no guia destacamos que a metodologia predominante na obra resulta em explanações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e questões propostas e, ainda segundo o mesmo documento, esse fato limita a participação ativa do aluno no processo de sua aprendizagem.

A coleção (D) intitulada: Matemática – Ciência e Aplicações, o conteúdo referente à disciplina de Matemática Financeira encontra-se no décimo primeiro capítulo do volume 1, intitulado Matemática comercial, destinado ao primeiro ano do Ensino Médio (alunos com aproximadamente 15 anos de idade), e está dividido em três tópicos: porcentagem; aumentos e descontos; variação percentual; distribuídos em 9 páginas, de um total de 320 do volume, contendo teoria e exercícios.

Em relação à avaliação geral registrada no guia destacamos que obra contém um rigor matemático acentuado, mas adequado para o nível de ensino ao qual se destina. Os conteúdos nesta obra em geral são apresentados com exemplos ou com atividades, seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos. Segundo o próprio guia do PNL D, essa metodologia reduz as possibilidades de o aluno participar de modo mais autônomo e crítico no processo de aprendizagem.

A coleção (F) intitulada: Novo Olhar: Matemática, o conteúdo referente à disciplina de Matemática Financeira encontra-se terceiro capítulo do volume 2, destinado ao segundo ano do Ensino Médio (alunos com aproximadamente 16 anos de idade), e está dividido em quatro tópicos: Porcentagem; acréscimo e desconto; juros simples e compostos; Amortização; distribuídos em 28 páginas, de um total de 320 do volume, contendo teoria e exercícios.

A avaliação geral registrada no guia destacamos as contextualizações dos conteúdos matemáticos, tanto na apresentação inicial dos conceitos quanto nas atividades resolvidas e propostas são adequadas e como metodologia adota-se a sequência em que são apresentadas definições, atividades resolvidas e atividades de aplicação da teoria.

Segundo esse mesmo documento, com esse tipo de abordagem restringem as possibilidades de o aluno estabelecer conexões de modo mais autônomo e, assim, compreender melhor os conteúdos. É importante ressaltar que esta coleção se destaca pelo incentivo ao uso de softwares livres em meio às atividades apresentadas.

Ao ler as avaliações Gerais registradas no guia do PNL D resolvemos verificar quantos exercícios¹³ referentes ao objeto empréstimos/financiamento encontra-se em cada obra

¹³ Neste contexto, quando usamos a palavra exercícios, consideramos atividades como exercícios propostos, exercícios resolvidos e exercícios complementares.

selecionada. Para isso observamos todos os exercícios nos respectivos capítulos das obras supracitados, usando como parâmetro os critérios estabelecidos por Trindade (2017), destacados na revisão bibliográfica capítulo 3 e posteriormente, separamos os exercícios que em seu contexto inserisse as palavras empréstimo e ou financiamento, dos resultados encontrados destacamos os seguintes conforme Tabela 1.

Tabela 1: Quantidade de exercícios verificados nos volumes que contêm em seu contexto as palavras empréstimo e ou financiamento

Livro	Volume	capítulo	Total de exercícios no capítulo (I)	Total de exercícios referente a empréstimo/financiamento (II)	% de (II) em relação a (I)
A	3	1º	82	12	14,63%
B	3	1º	68	7	10,29%
C	1	2º	50	2	4%
D	1	11º	86	15	17,44%
F	2	3º	101	19	18,81%

Fonte: O Autor

Analisamos os conteúdos referentes aos tópicos do capítulo de Matemática Financeira que cada livro, escolhido em cada coleção, indicado no quadro 4 e, observamos também a quantidade total de exercícios do capítulo (MF), e destes a quantidade em que aparece em seu contexto empréstimo ou financiamento.

O livro (F) tem a quantidade de exercícios superior aos outros e a porcentagem de exercícios referentes a empréstimo e financiamento também superior ao demais, além do fato de ser o único livro que nos tópicos do capítulo de Matemática Financeira existe um item referente à Amortização, tema diretamente ligado ao nosso objeto de estudo. Diante deste cenário decidimos escolher o livro (F) para a análise praxeológica.

Antes de fazer a análise da Organização Matemática dos exercícios selecionados do livro, resolvemos olhar para a disposição dos conteúdos propostos antes do capítulo de Matemática Financeira (do livro (F)), pois acreditamos ser importante para a esta análise, uma vez, que pretendemos identificar os conhecimentos mobilizados pelos alunos na resolução dos referidos exercícios.

Como já colocado anteriormente os assuntos referentes a MF no livro (F) estão localizados no terceiro capítulo do volume dois, destinados para alunos do segundo ano do Ensino Médio, assim apresentamos no Quadro 5, os capítulos referentes ao volume um, e os dois primeiros capítulos do volume dois.

Quadro 5: Conteúdos Matemáticos contidos no livro (F) que antecede o capítulo de Matemática Financeira

Volume	Capítulos	Tópicos
1	1 - CONJUNTOS	Conjuntos numérico Intervalos
	2 – FUNÇÕES	Produto cartesiano Conceito de funções Gráficos
	3 - FUNÇÃO AFIM	Função Afim Gráficos Função linear Inequações do 1º grau
	4 - FUNÇÃO QUADRÁTICA	Função quadrática Gráficos Inequações do 2º grau
	5 - FUNÇÃO EXPONENCIAL	Potenciação Notação científica Função exponencial Equações e inequações exponenciais
	6 - LOGARITMO E FUNÇÃO LOGARÍTMICA	Logaritmos Propriedades Função logarítmica Equações e inequações logarítmicas
	7 -FUNÇÃO MODULAR	Módulo de um número Função modular Equações e inequações modulares
	8 - PROGRESSÕES	Sequências Progressões aritméticas Progressões geométricas
	9 - TRIGONOMETRIA NO TRIANGULO	Teoremas de Tales e de Pitágoras Trigonometria no triângulo retângulo Trigonometria em um triângulo qualquer
2	1 - TRIGONOMETRIA CIRCUNFERÊNCIA	Seno, cosseno, e tangente de um arco funções trigonométricas
	2- RELAÇÃO E EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	Relações e equações trigonométricas

Fonte: O Autor

Em seguida escolhemos seis exercícios, para a análise praxeológica. Essa quantidade justifica-se pelo fato desses exercícios, apresentarem em seu contexto situações que julgamos diferenciadas, devido ao tipo de tarefas ou critérios estabelecidos por Trindade (2017), já mencionados anteriormente.

O primeiro exercício selecionado foi o número 43, localizado na página 74. encaixa-se no critério “C₁: Propostas de atividades que abordam situações do cotidiano incluindo o consumo e atitudes éticas”, conforme Trindade (2017).

Figura 5: Exercício 43 da página 74

43. Certa loja de informática vende uma impressora à vista por R\$ 270,00, ou em parcela única de R\$ 298,35, paga 90 dias após a compra. Caso um consumidor deseje comprar pagando após os 90 dias, qual será a taxa mensal de juro simples paga? **3,5%**



Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 74)

É importante ressaltarmos que este exercício, foi proposto no Livro Didático em ordem subsequente a descrição das fórmulas referentes ao regime capitalização simples.

Quadro 6: Análise Praxiológica do exercício 43

<p>Tarefa [T]: T1: Determina os juros simples; T2: determinar a taxa de juros simples; T3: determinar o tempo no regime de juros simples.</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico desta situação.</p> <p>Reconhecer no problema o tipo de capitalização que está sendo considerado e os valores referentes a negociação.</p> <p>Identificamos: Regime de capitalização: Simples Valor à vista: R\$ 270,00 Parcela única depois de 90 dias: R\$ 298,35 Taxa de juros mensal (i)? Como a taxa é mensal então, o aluno deve identificar que 90 dias corresponde há três meses, considerando um mês tenha 30 dias. Identificar que R\$ 298,35 é o montante da dívida e R\$270 é o capital inicial assim;</p> $M = C + J$ $298,35 = 270 + J$ $298,35 - 270 = J$ $J = 28,35$ <p>Depois o aluno deve relacionar com a fórmula apresentada no capítulo referente aos juros simples</p> $J = C \times i \times t$ $28,35 = 270 \times i \times 3$ $28,35 = 810 \times i$ $\frac{28,35}{810} = i$

$i = 0,035$
Multiplicar o valor por 100, para passar para o registro percentual
$0,035 \times 100 = 3,5\% \text{ ao mês}$
\therefore a taxa mensal cobrada é de 3,5% ao mês
Tecnologia [θ]: equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, fórmula dos juros simples e do montante.
Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra

Fonte: O Autor

Observamos que, com base nessa resolução o aluno fica restrito a substituição de valores e a utilização de técnicas algébricas, é importante ressaltarmos que o fato de comprar um bem e pagar em uma única parcela depois de três meses, não é muito comum no comércio brasileiro, ainda mais se tratando de uma impressora, porém acreditamos que esses detalhes podem ser discutidos pelo professor no momento de correção deste exercício.

Um ponto a ser destacado é a taxa de juros aplicada, está próximo a uma realidade praticada, porém não ficou claro, no enunciado, o tipo de empréstimo, acreditamos ser um simples acordo comercial entre as partes, utilizando, por exemplo, um cheque para a compra. Em relação as atitudes éticas, fica a critério do professor, discutir questões relacionadas a negociação e a origem da mercadoria, ou seja, o comprador deve assumir uma dívida que pode pagar e, o produto a ser adquirido, deve ter origem lícita, não sendo oriundo de furto ou roubo.

O segundo exercício selecionado é o de número 48, também localizado na página 74. Encaixa-se no critério “C₂: Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro”, conforme Trindade (2017).

Figura 6: Exercício 48 página 74

48. Um cliente tomou como empréstimo a importância de R\$ 3 500,00 de uma instituição financeira, por determinado período, com taxa de juro simples de 88,8% a.a., pagando ao final R\$ 5 313,00. Quantos meses durou esse empréstimo, considerando que cada mês tem 30 dias? **7 meses**

Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 74)

Apresentamos no Quadro 7, a análise praxeológica do exercício 48, na resolução a seguir utilizamos conceitos trabalhados tópicos de juros simples do livro (F).

Quadro 7: Análise Praxeológica do exercício 48

<p>Tarefa [T]: T1: Determina os juros simples; T2: determinar o tempo no regime de juros simples; T3: conversão de tempo ano para meses</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com a respectiva fórmula para esta situação.</p> <p>Reconhecer no problema o tipo de capitalização que está sendo considerada e os valores referente a negociação</p> <p>Regime de capitalização: Simples Valor do empréstimo: R\$ 3500,00 Taxa de juros anual (i): 88,8% a.a.? Período (t)? Montante: R\$5313,00 Identificar que R\$ 5.313,00 é o montante da dívida e R\$ 3500,00 é o capital inicial referente ao empréstimo;</p> $M = C + J$ $5313 = 3500 + J$ $5313 - 3500 = J$ $J = 1813$ <p>Relacionar com a fórmula apresentada para juros simples</p> $J = C \times i \times t$ $1813 = 3500 \times 0,888 \times t$ $1813 = 3108 \times t$ $\frac{1813}{3108} = t$ $t = \frac{7}{12} \text{ anos}$ <p>Como a tarefa pede o tempo em meses, o aluno deve fazer a conversão do resultado de anos para meses, portanto:</p> $\frac{7}{12} \times 12 = 7 \text{ meses}$ <p>Assim a tempo que o cliente levará para sanar a dívida, nessas condições serão de 7 meses</p>
<p>Tecnologia [θ]: Equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, fórmula dos juros simples, equivalência de tempo (grandezas e medidas).</p>

Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra

Fonte: O Autor

A proposta de resolução do exercício 48 não é diferente do exercício 43, estão no tópico referente a juros simples e a Organização Matemática de ambos não mudou. As técnicas são as mesmas, a única mudança é na incógnita da equação, que ao nosso ver não muda a forma de resolução, ou seja, os conhecimentos que os alunos devem mobilizar para resolver os exercícios são os mesmos. É importante frisarmos que os exercícios restantes do tópico juros simples não mudam em relação as Organizações Matemáticas, apenas com a interferência do professor pode-se levantar questões referentes aos assuntos expostos no contexto do problema.

A taxa de juros está próxima da praticada, porém no exercício não tem como dimensionar outras variáveis como análise de crédito e renda do cliente. Poderia ser explorado nesse exercício as diferenças entre financiamento e empréstimo, uma vez que aparentemente o enunciado trata-se de uma situação de empréstimo pessoal, ou seja, sem justificativa em que será gasto o recurso adquirido.

A seguir, analisaremos dois exercícios referentes ao tópico de Juros Compostos, no contexto de empréstimo e/ou Financiamento. Novamente é importante lembrar que a série de problemas vem logo após as descrições das respectivas fórmulas referente ao tópico de Juros compostos.

O terceiro exercício, selecionado é o de número 52, localizado na página 77. Satisfaz o *critério C₂*: Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro”, conforme Trindade (2017).

Figura 7: Exercício 52 página 77

52. Fabiana tomou como empréstimo a importância de R\$ 3 500,00 de certa instituição financeira que cobra uma taxa fixa de 4% a.m., no regime de juro composto. Sabendo que ela pretende pagar essa dívida em parcela única após 4 meses, quantos reais de juro, aproximadamente, Fabiana pagará por esse empréstimo?
R\$ 595,00

Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 77)

Apresentamos no Quadro 8, a análise praxeológica do exercício 52.

Quadro 8: Análise Praxeológica do exercício 52

<p>Tarefa [T]: T1: Determinar o montante no regime de juros compostos; T2: Determinar os juros sob o regime de juros compostos</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com a respectiva fórmula para esta situação.</p> <p>Reconhecer no problema o tipo de capitalização que está sendo considerada e os valores acordados nos empréstimos.</p> <p>Regime de capitalização: juros compostos Valor do empréstimo: R\$ 3500,00 Taxa de juros (i): 4% a.m. Período (t): 4 meses Juros a ser pago? Partindo da fórmula do montante de Juros Compostos</p> $M = C(1 + i)^t$ $M = 3500(1 + 0,04)^4$ $M = 3500 \times (1,04)^4$ $M = R\$ 4094,50$ <p>Depois o aluno deve subtrair o valor emprestado do montante calculado para assim chegar ao valor dos juros a ser pago.</p> $M = j + C$ $4094,50 = j + 3500$ $4094,5 - 3500 = j$ $j = 594,5$ <p>Logo o valor de juros a ser pago é de aproximadamente R\$ 595,00</p>
<p>Tecnologia [θ]: Equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, fórmula dos juros compostos e potenciação.</p>
<p>Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra</p>

Fonte: O Autor

A análise desse exercício e análoga aos demais já descritos, as técnicas de resolução não mudam, simplesmente são utilizados recursos de substituição de valores e pouca reflexão e criticidade na tomada de decisão.

Novamente é enunciado o pagamento em carência de quatro meses sem nenhuma garantia em troca, uma situação nada comum para o comércio brasileiro podendo assim confundir o estudante quando se deparar com tal situação na sua vida pessoal ou até mesmo, por exemplo, acompanhado uma negociação dos pais no empréstimo pessoal em alguma instituição financeira.

O quarto exercício selecionado de Juros Compostos é o de número 59, localizado na página 77. Encaixa-se no critério “C₂: Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro”, conforme Trindade (2017).

Figura 8: Exercício 59 página 77

<p>59. (UFT-TO) Pedro fez um empréstimo de R\$ 800,00 em uma financeira que cobra uma taxa de juros de 10% ao mês, comprometendo-se a saldar a dívida em dois meses.</p> <p>No fim do primeiro mês, Pedro pagou à financeira uma parcela de R\$ 600,00.</p> <p>Assim sendo, é correto afirmar que, para quitar o empréstimo feito, ao final do segundo mês, Pedro deve pagar: c</p>			
a) R\$ 200,00	b) R\$ 280,00	c) R\$ 308,00	d) R\$ 380,00

Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 77)

Apresentamos no Quadro 9, a análise praxeológica do exercício 59.

Quadro 9: Análise Praxeológica do exercício 59

<p>Tarefas [T]: T1: Determinar o montante no regime de juros compostos; T2: determinar o saldo devedor depois do pagamento da primeira parcela; T3: determinar o valor da segunda parcela.</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico desta situação.</p> <p>Reconhecer no problema, o tipo de regime de capitalização que está sendo considerada e os valores acordados no empréstimo.</p> <p>Regime de capitalização: juros compostos Valor do empréstimo: R\$ 800,00 Taxa de juros mensal (i): 10% a.m. Período (t): 2 meses Valor pago na primeira parcela após um mês do empréstimo: R\$ 600,00 Valor da segunda parcela?</p> <p>Cálculo do primeiro período (primeiro mês)</p> $M = C(1 + i)^t$ $M = 800(1 + 0,1)^1$ $M = 880$ <p>Pagamento de R\$600,00 como primeira parcela. Calcular o saldo devedor</p> $880 - 600 = 280$ <p>Cálculo do segundo período (segundo mês), saldo devedor em R\$ 280,00</p> $M = C(1 + i)^t$ $M = 280(1 + 0,1)^1$ $M = 308$ <p>Portanto o valor da segunda parcela e quitação do empréstimo é de R\$ 308,00.</p> <p>Obs: poderíamos representar esses cálculos utilizando o diagrama de Fluxo de caixa, não optamos por essa representação pois neste livro não é abordado esse conteúdo.</p>
<p>Tecnologia [θ]: Equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, fórmula dos juros compostos e potenciação.</p>
<p>Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra</p>

Fonte: O Autor

Apesar da resolução do exercício, em geral, apresentar a mesma técnica de substituição de valores, ressaltamos um ponto positivo é que o seu contexto é diferente dos outros, pois o

pagamento foi realizado em dois momentos e de forma não regular, a Organização Matemática, acaba sendo diferente, pois o aluno tem que perceber as atualizações de capitais em relação ao tempo de empréstimo.

O professor pode explorar assuntos de quitação de dívida ou uma prática muito comum em negociações, o fato de trazer o valor financeiro a ser pago no futuro para o valor presente, ou vice e versa. É importante ressaltar que taxa estipulada no exercício é alta, porém praticadas por algumas financeiras, assim, mas uma vez, fica a cargo do professor explorar esse assunto, mostrando outras possibilidades e evidenciando os juros abusivo.

A seguir analisaremos dois exercícios referentes ao tópico de Amortização. Neste tópico o autor apresenta apenas o sistema de amortização usando a tabela Price, logo no início do texto indica uma fórmula para se calcular a parcela do financiamento (utilizaremos a mesma fórmula nas resoluções dos exercícios) e logo em seguida propõe uma série de problemas.

O quinto exercício selecionado de sistemas de amortização é o de número 69, localizado na página 82. Encaixa-se no critério C₂: Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro”, conforme Trindade (2017).

Figura 9: Exercício 69 página 82

69. Para realizar empréstimos em certo banco que cobra juro no sistema Price, é exigido que o valor da prestação não ultrapasse 25% do salário líquido do cliente. É possível que uma pessoa que recebe R\$ 1 150,00 de salário líquido mensal empreste R\$ 3 000,00 desse banco, para serem pagos em um ano com prestações fixas e juro de 1,9% a.m.? Justifique. *Sim, pois o valor da prestação (R\$ 281,94) é menor que 25% do salário líquido (R\$ 287,50).*

Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 82)

Em seguida apresentamos no Quadro 10 a análise praxeológica do primeiro exercício selecionado deste tópico.

Quadro 10: Análise Praxeológica do exercício 69

<p>Tarefa [T]: T1: Determinar o valor da parcela conforme o sistema de amortização Price; T2: determinar se o valor da parcela é inferior a 25% do salário de R\$ 1150,00.</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico de amortização.</p> <p>Sistema de amortização: Price Valor do empréstimo: R\$ 3000,00 Taxa de juros mensal (i): 1,9% a.m. Período (t): 12 meses Salário do requisitante do empréstimo: R\$ 1150,00</p> <p>Calcular o valor da parcela conforme o sistema Price de amortização.</p> $P = \frac{C \times i}{1 - (1 + i)^{-t}}$ <p>Em que: P - Valor da parcela i - A taxa de financiamento C - Capital a ser emprestado</p> <p>Substituindo os valores do enunciado</p> $P = \frac{3000 \times 0,019}{1 - (1 + 0,019)^{-12}}$ $P = \frac{57}{1 - (1,019)^{-12}}$ $P = \frac{57}{0,2022} = 281,94$ <p>Sabendo que a parcela é de R\$ 281,94, resta calcular se este valor é inferior a 25% do salário indicado no enunciado.</p> $1150 \times 0,25 = 287,50$ <p>Como o valor da Parcela é inferior a 287,50, logo este financiamento é possível de ser realizado.</p>
<p>Tecnologia [θ]: Equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, potenciação, fórmula para calcular a parcela de prestação segundo o sistema de amortização PRICE.</p>
<p>Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra</p>

Fonte: o autor

A comparação do valor da parcela com o limite estabelecido de 25% do salário, julgamos positivo, pois esta situação pode trazer reflexões sobre o valor da parcela dentro do orçamento pessoal ou familiar do cidadão. Apesar do exercício exigir um contexto de conhecimento diferentes dos demais, no que diz respeito a parcelas regulares, a sua resolução segue as mesmas técnicas, prevalecendo a substituição de valores.

Normalmente a tabela Price é utilizada para financiamento de bens, o que poderia ser explorado pelo autor do livro no tocante da Educação Financeira, fazer com que o aluno perceba

que quando financiarmos um bem a taxa de juros é menor, uma vez que este bem “adquirido” é colocado como garantia do pagamento da dívida, ou seja, se a dívida não for paga deve-se entregar o bem para a quitação dos valores financeiros acordados.

O sexto exercício selecionado de Sistemas de Amortização é o de número 71, localizado na página 82. Encaixa-se no critério C₂: Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro”, conforme Trindade (2017).

Figura 10: Exercício 71 página 82

71. Felipe trocará seu automóvel usado por um novo que custa R\$ 32 000,00. Ele dará seu automóvel como entrada, no valor de R\$ 9 000,00, e pagará o restante em 48 parcelas mensais com juro de 1% a.m. no sistema Price.



Friso Gentsch/Volkswagen/
dpa/Corbis/Latinstock

a) Calcule o valor de cada parcela paga por Felipe.
aproximadamente R\$ 605,74

b) Quantos reais de juro Felipe pagará? R\$ 6 075,52

Fonte: Livro Novo Olhar: Matemática (SOUZA, 2013, p. 82)

Em seguida apresentamos no Quadro 11, a análise praxeológica do segundo exercício selecionado do tópico Amortização.

Quadro 11: Análise Praxeológica do exercício 71

<p>Tarefas [T]: T1: Calcular o valor da parcela a ser paga no financiamento; T2: Calcular o total de juros pago no Financiamento.</p>
<p>Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico de amortização.</p>
<p>Calcular a diferença entre o valor no carro que Felipe vai comprar e o valor de entrada (seu carro atual):</p>
<p>Valor do carro que Felipe vai comprar: R\$ 32000,00 Valor do carro atual do Felipe: R\$ 9000,00 Valor a Ser financiado</p>
<p style="text-align: center;">$32000,00 - 9000,00 = 23000,00$</p>

Então:

Valor a ser financiado: R\$ 23000,00

Taxa de juros: 1% a.m.

Tempo 48 parcelas

Calcular por meio do sistema Price o valor da parcela do financiamento

$$PMT = \frac{C \times i}{1 - (1 + i)^{-t}}$$

Em que:

P: Valor da parcela

i: A taxa de financiamento

C: Capital a ser emprestado

Substituindo os valores do enunciado:

$$PMT = \frac{23000 \times 0,01}{1 - (1 + 0,01)^{-48}}$$

$$PMT = \frac{230}{1 - (1,01)^{-48}}$$

$$PMT = \frac{230}{0,3797} = 605,67$$

Nestas condições Felipe pagará 48 prestações de R\$ 605, 74 para aquisição do novo automóvel.

Calcular o total pago nas 48 parcelas do financiamento:

$$48 \times 605,74 = 29075,52$$

Calcular a diferença entre o valor total pago no financiamento e o valor inicial financiado, ou seja:

$$29075,52 - 23000 = 6075,52$$

Por tanto

O valor total de juros pago foi de R\$ 6075,52

Tecnologia [Θ]: Equação do primeiro grau, porcentagem, operações elementares com números racionais, potenciação, fórmula para calcular a parcela de prestação segundo o sistema de amortização Price.

Teoria [Θ]: Matemática Financeira, Aritmética e Álgebra

Fonte: O Autor

Este exercício é o mais completo dos quais analisamos. No enunciado é proposto a aquisição de um bem (automóvel) em que o pagamento será composto da entrada (automóvel atual de “Felipe”) e o restante um financiamento seguindo os princípios do sistema Price de Amortização, o fato da taxa sugerida no enunciado ser análoga a praticada no mercado, possibilita a discussões e análises de fatos em relação ao contexto do problema.

Nesta mesma situação, no tocante da Educação Financeira, poderia/deveria ser explorado outros valores que serão supostamente somados a prestação que “Felipe” vai pagar,

tais como: IPVA do novo veículo (valor superior em relação ao veículo antigo), seguro contra roubo e acidentes ou até mesmo taxa administrativas da instituição financeira contratada por “Felipe”. Outro fator importante a ser destacado aos alunos em relação a situação problema é que se “Felipe” optar por esse financiamento, praticamente irá “perder” o seu veículo atual, pois o valor pago de Juros, no final do financiamento, é quase o valor de entrada (o carro atual) de “Felipe”.

Depois de fazer as análises referentes aos exercícios selecionados do livro (F), investigaremos os exercícios das provas oficiais oferecidas pelo governo no tocante do Ensino Médio, ou seja, analisamos, na seção subsequente, as avaliações do ENEM propostas pelo Governo, no período de 1998 a 2017, com o principal objetivo que essa avaliação possa ajudar em partes a montar o Modelo Epistemológico Dominante do ensino dos conteúdos referente ao contexto de empréstimo e financiamento inseridos nos princípios da Educação Matemática.

5.3 - Análise dos exercícios das provas do ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi criado no final dos anos 1990, e tem como principal objetivo avaliar o desempenho do aluno ao final do Ensino Médio, contribuindo assim para a melhoria da qualidade desse nível de escolaridade. As avaliações começaram no ano de 1998 e a partir de 2009, passou a ser utilizado também como meio para a seleção no ingresso no Ensino Superior.

A prova do Enem é constituída por quatro provas, Ciências Humanas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Linguagens, Códigos e suas Tecnologias Matemática e suas Tecnologias, sendo compostas por 45 questões de múltipla escolha.

Para esta pesquisa analisamos as provas de Matemática e suas Tecnologias, no período de 1998 a 2017, procurando identificar questões relacionadas ao objeto matemático de estudo, empréstimos e ou financiamentos. De um total de 900 exercícios, somente quatro exercícios, continham em seu contexto a ideia de empréstimo ou financiamento.

O primeiro exercício foi encontrado na prova do ano de 2009, o segundo na prova do ano de 2012 e os dois últimos no ano de 2017. Como a avaliação dos Livros Didáticos, na seção anterior, está inserida no período de 2015 a 2017, resolvemos manter esse critério, ou seja, a seguir analisaremos a organização praxeológica dos dois exercícios da prova de 2017.

O primeiro exercício, Figura 11, refere-se ao de número 144 na página 18 cadernos amarelo do segundo dia de aplicação no ano de 2017.

Figura 11: Exercício 144 da página 18 – Caderno Amarelo

QUESTÃO 144

Um empréstimo foi feito à taxa mensal de $i\%$, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P .

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

A $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$

B $P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$

C $P \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{3i}{100}\right)} \right]$

D $P \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^3} \right]$

Fonte: Prova do ENEM (2017)

A seguir no Quadro 12 apresentamos a análise praxeológica do exercício 144:

Quadro 12: Análise Praxeológica do exercício 144

<p>Tarefa [T]: T1: Visualizar o fluxo de caixa; T2: Identificar e utilizar a fórmula referente a antecipação de parcelas.</p>
<p>Técnica [δ]: Reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico desta situação, também fornecido no problema.</p> <p>Em seguida visualizar o fluxo do empréstimo</p> <p>1ª parcela: P paga na data combinada 2ª parcela: P paga na data combinada 3ª parcela: P paga na data combinada 4ª parcela: P paga na data combinada 5ª parcela: P paga na data combinada 6ª parcela: P paga na data combinada 7ª parcela: P Antecipada 1 período da data combinada 8ª parcela: P Antecipada 2 períodos da data combinada</p> <p>Em series de pagamento trabalhamos os conceitos de antecipação de parcelas obedecendo a seguinte fórmula</p>

$$PMT_T = PMT + \frac{PMT}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^1} + \frac{PMT}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \dots + \frac{PMT}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^n}$$

Em que:

PMT_T : Valor total da parcela de antecipação
 PMT : Valor da parcela do empréstimo
 i : Taxa acordada no empréstimo
 n : período do empréstimo

Assim no contexto do problema:

$$P_T = P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^1} + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2}$$

Colocando o P em evidência:

$$P_T = P \left(1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^1} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right)$$

Alternativa a)

Tecnologia [Θ]: Função exponencial, Séries de pagamento, Juros Compostos.
Teoria [Θ]: Álgebra, Função e Matemática Financeira.

Fonte: O Autor

É importante observamos que no enunciado não é apresentado uma situação problema contextualizada, com isso, acreditamos que o objetivo principal deste problema é fazer com que o aluno disponha de conhecimentos de resolução algébrica, salvo conhecimentos relacionados a ideia intuitiva de Juros Compostos que terá que dispor para fazer tais relações.

É importante ressaltarmos que os conhecimentos relacionados a Séries de pagamento (conceito principal para a resolução do exercício), não é trabalhado em nenhum dos livros aprovados pelo PNLD 2015 a 2017, apresentados e analisados na seção anterior, com isso, mais uma vez fica evidente que o intuito do exercício se restringe aos conhecimentos de Álgebra e não de Matemática Financeira.

O segundo exercício, Figura 12, refere-se ao de número 145 na página 18 cadernos amarelo do segundo dia de aplicação no ano de 2017.

Figura 12: Exercício 144 da página 18 - Caderno Amarelo

QUESTÃO 145

Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5 000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5\,000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$; 2,602 como aproximação para $\log 400$; 2,525 como aproximação para $\log 335$.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

A 12.
 B 14.
 C 15.
 D 16.
 E 17.

Fonte: Prova do ENEM (2017)

A seguir no Quadro 13 apresentamos a análise praxeológica do exercício 145:

Quadro 13: Análise Praxeológica do exercício 145

Tarefa [T]: Calcular o número mínimos de parcela para que o valor não ultrapasse o valor estipulado em R\$ 400.
Técnica [δ]: O aluno deve reconhecer e identificar a relação entre os valores enunciados no problema com o respectivo modelo específico desta situação, também fornecido no problema.
Em seguida indicar e escrever a seguinte desigualdade:
$\frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)} \leq P$
Substituir os valores de P
$\frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)} \leq 400$
Resolver a inequação
$5000 \times 1,013^n \times 0,013 \leq 400 \times (1,013^n - 1)$ $65 \times 1,013^n \leq 400 \times 1,013^n - 400$ $65 \times 1,013^n - 400 \times 1,013^n \leq -400$ $-335 \times 1,013^n \leq -400$
Multiplicar por (-1) de ambos os lados

	$(-1) \times (-335 \times 1,013^n) \leq (-400) \times (-1)$ $335 \times 1,013^n \geq 400$ $1,013^n \geq \frac{400}{335}$
Para resolver serão necessários os conceitos de logaritmo	$\log(1,013^n) \geq \log\left(\frac{400}{335}\right)$
Aplicar as propriedades dos logaritmos	$n \times \log(1,013) \geq \log(400) - \log(335)$
Observar os valores de dos respectivos logaritmos enunciados no problema	$n \times (0,005) \geq 2,602 - 2,525$
	$n \geq \frac{0,077}{0,005}$
Multiplicar o numerador e o denominador por 1000	$n \geq \frac{77}{5}$
Efetuar a divisão	$n \geq 15,4$
Por tanto Alternativa d) 16 meses	
Tecnologia [Θ]: Operações elementares com números racionais, função exponencial, potenciação, inequações, logaritmos.	
Teoria [Θ]: Função, Aritmética e Álgebra	

Fonte: O Autor

Mesmo que aparentemente o exercício apresenta uma reflexão sobre a organização financeira pessoal do indivíduo, a sua resolução é análoga aos exercícios selecionados e analisados do livro (F) na Seção Anterior, restringe-se a substituição de fórmula, este fato fica evidente na tarefa enunciada, conforme Figura 13:

Figura 13: Recorte referente a tarefa do exercício 145

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

Fonte: Prova do ENEM (2017)

Diante desse cenário, na seção subsequente apresentaremos o Modelo Epistemológico Dominante (MED), que identificamos para o ensino de conceitos relacionados a empréstimo e financiamentos na instituição Ensino Médio no tocante da Educação Financeira.

5.4 - Modelo Epistemológico Dominante - MED

Como colocado anteriormente a LDB 1996, prevê e garante a preparação dos nossos estudantes, no ensino básico, para o trabalho e a cidadania e o aprimoramento como pessoa, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.

Nos PCN, destaca-se a importância de se formar cidadãos autônomos e capazes de tomar decisões referentes a sua vida pessoal e profissional. Segundo relatado neste mesmo documento, no tocante à Educação Financeira, é esperado que nossos estudantes tenham discernimento em suas escolhas diante das inúmeras propagandas direcionadas ao consumismo compulsivo e imediato.

Assim destacamos a importância de formarmos cidadãos com responsabilidade social, uma vez que ele precisa entender que faz parte de uma sociedade e que suas atitudes devem ser conscientes para não interferir de uma forma negativa na vida financeira de terceiros ou na maioria das vezes da sua própria família.

A ENEF (Brasil, 2010) em seu Plano Diretor também prevê esta responsabilidade social do sujeito, na esfera espacial (conforme apresentado na Figura 3) e isso nos remete a reflexão: Os estudantes devem fazer parte ativa da economia, no grupo profissional, familiar e social, mas de uma forma consciente, de forma a adquirirem bens sem prejuízos nem prejudicar terceiros, ter a consciência de em todo momento da vida devem se preocupar em poupar e quando for necessário um empréstimo ou financiamento, que estes sejam feitos de forma responsável e dentro das possibilidades financeiras de cada indivíduo.

Na análise apresentada pelo guia do PNL 2015, identificamos que dos cinco livros analisados, todos trazem em sua maioria o modelo de exercícios que somente exigem técnicas de resolução algébrica e que na maioria das vezes fica na dependência da abordagem que o professor fará sobre o assunto para que este traga uma visão mais crítica ou reflexiva aos estudantes.

Não é nossa intenção fazer uma análise quantitativa desse assunto, porém observamos o fato de que todos os livros analisados, as páginas destinadas a assuntos referente a situações financeiras não ultrapassem 10% do total de páginas referentes ao volume. Ainda nesse sentido a maioria dos exercícios não aborda situações de empréstimos e financiamento, e acreditamos, ainda por hipótese, que esses estudantes, ao termino do Ensino Básico, com

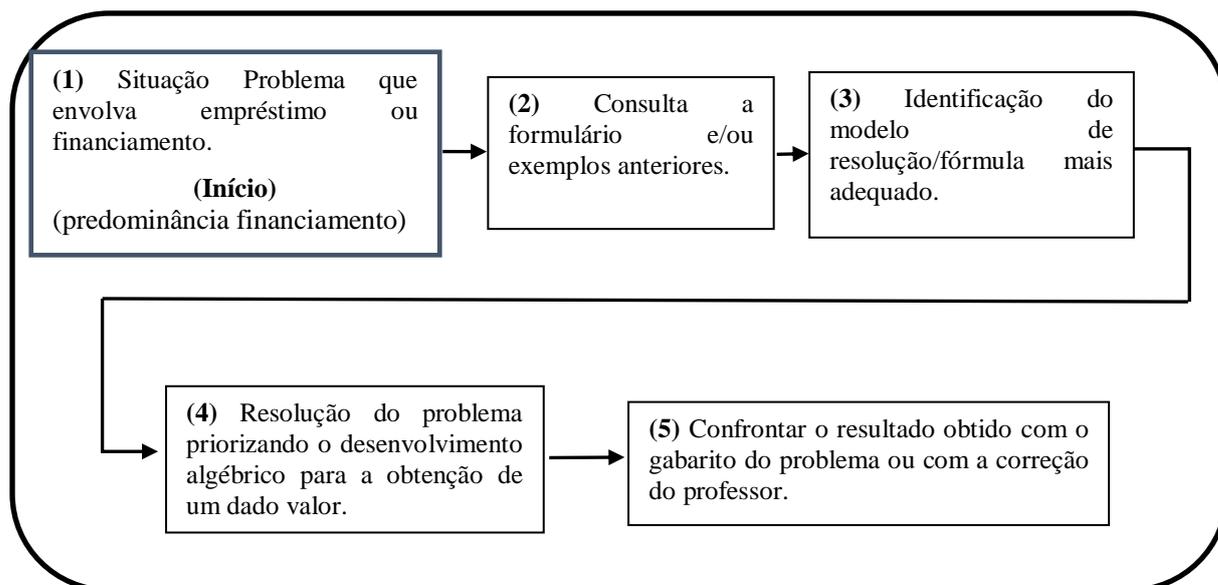
aproximadamente 18 anos, na maioria das vezes se deparam com situações de financiamento do seu primeiro carro, ou ao entrar no mercado de trabalho começam a praticar o consumismo desordenado de bens e serviços como: roupas, computadores, jogos eletrônicos, shows e etc.

Dos exercícios selecionados no livro (F), observamos os mesmos princípios destacados no guia do PNLD, exercícios bem elaborados em contexto social, porém sem reflexão real de dados financeiros. O mesmo acontece em relação aos exercícios do ENEM, apesar de serem mais elaborados, exigindo na maioria das vezes conceitos matemáticos mais complexos, ainda são desconsiderados fatores importantes em seus contextos. Isto mostra que a Educação Financeira ainda é um assunto que não tem seu lugar bem delimitado e demarcado em nosso sistema educacional.

A maioria dos exercícios seguem modelos tecnicistas, ou seja, que dependem exclusivamente de técnicas Matemáticas para sua resolução, e quando contextualizados fogem das taxas e prazos reais praticadas pelo mercado em nosso país. Fazemos a hipótese que tal abordagem não contribui para a construção de significados pelos alunos.

O Modelo Epistemológico Dominante que identificamos, neste capítulo, para o ensino do objeto matemático, empréstimos e financiamento, no Ensino Básico, é modelo ainda conservador em que o objetivo principal nos exercícios é a prática de resoluções algébricas, muitas vezes sem reflexões sobre situações reais com dados reais, e que na maioria das vezes o objetivo da questão é trabalhar conceitos de outros objetos matemáticos, sem o viés da Educação Financeira, mesmo se tratando de capítulos destinados a Matemática Financeira. Para ilustrarmos, desenvolvemos o esquema a seguir, conforme Figura 14:

Figura 14: Modelo Epistemológico Dominante



Fonte: O Autor

O esquema representado na Figura 14, resume o que identificamos sobre a nossa perspectiva, como modelo epistemológico dominante (MED). As setas indicam uma sequência em um processo num fluxo, começando no quadro (1) terminando no quadro (5). Observa-se que o ideal deveria ser a construção do ciclo que permite confrontar o resultado não com o gabarito fornecido, mas sim com o problema proposto (como indica o MER, apresentado no capítulo 4 dessa tese).

No quadro (1), identificamos, segundo a avaliação no guia do PNLD, que a maioria dos exercícios seguem um perfil de questões contextualizadas, porém no tocante da Educação Financeira percebemos que seguem parâmetros que muitas vezes não condiz com a realidade, como situações irreais, índices e taxa de juros diferentes dos praticados no comércio brasileiro, entre outros.

Em relação aos quadros (2) e (3), percebemos a metodologia praticada, predomina as explicações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e questões propostas, e com isso conforme a própria avaliação no PNLD limita, os alunos, a participar de forma ativa no processo de sua aprendizagem.

No que diz respeito ao quadro (4), na maioria dos exercícios são propostos uma resolução que prioriza o desenvolvimento algébrico, deixando de lado uma reflexão sobre a

situação problema, segundo a própria avaliação do PNLD, isso reduz as possibilidades de o aluno participar de modo mais autônomo e crítico no processo de aprendizagem.

O quadro (5), percebemos que na maioria dos exercícios não é proposto uma tomada de decisão ou uma reflexão ao final da resolução, simplesmente é comparado o resultado obtido com o gabarito, restringindo as possibilidades do aluno estabelecer conexões de modo mais autônomo e, assim, compreender melhor os conteúdos, ficando a cargo da do professor uma abordagem mais significativa em relação a construção dos conhecimentos na Educação Financeira.

No capítulo a seguir indicaremos uma sequência de três atividades para sanar as lacunas evidenciadas entre o Modelo Epistemológico de Referência (MER) e o Modelo Epistemológico Dominante (MED) no tocante dos conteúdos referentes ao ensino de empréstimos e ou financiamentos. É importante ressaltar que entendemos a perspectiva que será apresentada não é a única, mas é a que julgamos adequada conforme os resultados desta pesquisa.

Capítulo 6 - ANÁLISES

Este capítulo está dividido em três seções. A primeira intitulada Teoria das Situações Didáticas (TSD) é apresentada a teoria que usamos como base para a elaboração e análise de três atividades desenvolvidas para contemplar o Modelo Epistemológico de Referência (MER) e, a Razão de Ser dos conhecimentos relacionados ao objeto empréstimo e ou financiamento, no contexto da Educação Financeira, na segunda seção chamada análise *à priori* refere-se à anúncio e análise didática destas atividades. Na terceira seção, análise *à posteriori*, será apresentado uma análise referente à aplicação das três atividades mencionadas para alunos do terceiro semestre de Licenciatura em Matemática de uma instituição particular localizada na cidade de São Paulo.

6.1 - Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvido por Guy Brousseau, com estudos iniciados na década de 1970, oriundos do movimento da Matemática Moderna, mais especificamente, em pesquisas desenvolvidas no Instituto de Investigação em Educação Matemática (IREM) na França.

Brousseau, professor e pesquisador, inserido no programa de pesquisa na área, desenvolveu uma estrutura de ensino e aprendizagem, que condiz com a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais, permitindo esclarecer relações entre alunos e professores, nas circunstâncias referidas ao conhecimento matemático a ser estudado.

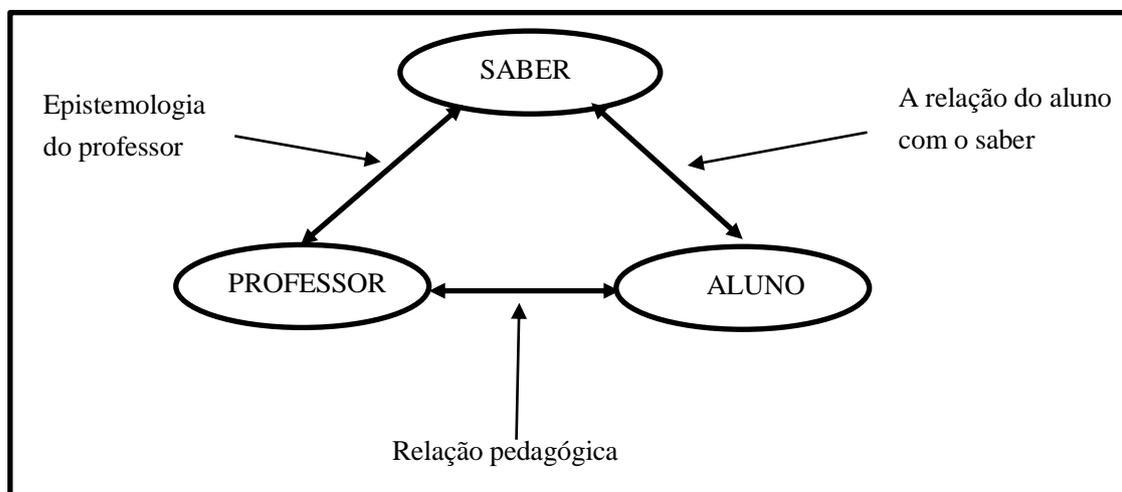
Segundo Almouloud (2007) o objetivo da teoria (TSD) é:

Caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamento dos alunos. Essa modificação é caracterizada da aquisição de um determinado conjunto de conhecimento, da ocorrência de uma aprendizagem significativa. (ALMOULOU, 2007, p. 31).

Para esse autor o foco principal da TSD, não está simplesmente no sujeito cognitivo, mas, na situação didática na qual as relações entre professor, aluno e saber, são identificadas. Ainda segundo este autor, esta teoria consiste, por hipótese, de que o aluno aprende adaptando-se ao meio e ao saber.

Para modelar a Teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1986), propôs o sistema representado no triângulo didático, que comporta três elementos - o aluno, o professor e o saber, conforme Figura 15:

Figura 15: Triângulo didático



Fonte: Almouloud (2007, p. 32)

Da figura 1 destacamos, segundo Almouloud (2007), que a TSD fundamenta-se em três hipóteses:

1. O aluno aprende adaptando a um *milieu* que é o fator de dificuldades, contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são aprovadas pela aprendizagem
2. O *milieu* não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimento matemático pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática o professor deve criar e organizar um *milieu* no qual serão desenvolvidas as situações sustentáveis de provocar essa aprendizagem
3. A terceira hipótese postula que esse *milieu* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. (ALMOULOUD, 2007, p. 32-33).

Outro ponto importante desta teoria são as definições relativas às situações didáticas e adidáticas. Para Brousseau (1978), uma situação didática é uma relação entre o aluno, o professor e o conhecimento, estruturada pelo docente de forma que os envolvidos se apropriem do saber, de maneira a produzir significado. Em relação à adidática, Brousseau (1978) a considera como uma situação em que a intenção de ensinar não é revelada ao discente, mas planejada cuidadosamente pelo docente, com o propósito de oferecer as condições favoráveis para que o aluno possa apropriar-se do novo saber.

Brousseau (1986), destaca que uma situação adidática apresenta as seguintes características:

- O problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir, e evoluir por iniciativa própria;
- O problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas (o aluno aprende por uma necessidade própria e não por uma necessidade aparente do professor ou da escola);
- O professor assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) proposta(s). (ALMOULOU, 2007, p. 33).

Para Almouloud (2007), a TSD propõe que os processos de ensino e aprendizagem, sejam realizados pelos alunos (sujeitos aprendiz) segundo as dialéticas de: ação, formulação, validação, seguidas pela institucionalização a ser feita pelo professor.

Tem início pela devolução, que é a ação do professor ao propor um problema que “devolva ao aluno a responsabilidade sobre sua aprendizagem”. Aceitando o “desafio”, o aluno entra na dialética (ação – formulação – validação)

Na fase de formulação, o objetivo principal é fazer com que os alunos troquem informações, proporcionando condições, para que construam uma linguagem compreensível e considerem os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação.

Na fase da validação, tudo que foi estudado é organizado e verificado pelos alunos, com o intuito de mostrar a validade do modelo desenvolvido e expor seus conhecimentos com informações mais aprimoradas, podendo usar uma linguagem mais apropriada.

Após a fase de validação, nessa dialética, o professor retoma a responsabilidade sobre a aprendizagem, fazendo a institucionalização do saber visado, ou seja, na fase da institucionalização, as intenções do professor perante a situação didática, são reveladas, sendo que o docente é o responsável por alicerçar o conhecimento matemático que foi construído e validado nas etapas anteriores, de modo a torná-lo disponível para que os alunos utilizem posteriormente, em outras situações problema.

Nesta pesquisa, utilizaremos a TSD para a estruturação das atividades propostas e, na articulação com as fases dos processos de ensino e aprendizagem, por meio da Modelagem Matemática que foi apresentado no capítulo 2, ou seja, nos guiamos pela hipótese que o processo de modelagem favorece as interações entre aluno e *milieu*.

A seguir será apresentada a análise *à priori* da sequência didática das três atividades.

6.2 – Análise à priori

Esta secção está dividida em três subsecções, em que será apresentado a análise à priori das três atividades respectivamente.

6.2.1 - Análise da Atividade 1

Como já mencionado, seguindo os princípios da Modelagem Matemática, dividimos a Atividade 1 em quatro etapas: (ETA1)¹⁴ - Coleta de dados; (ETB1) - Estudo de Hipóteses e Variáveis; (ETC1) - Construir o modelo; (ETD1) - Validação do modelo, assim esta seção será dividida em quatro subsecções, destinadas às 4 Etapas da Atividade 1 e, em cada etapa serão apresentados os elementos que a constituem, seguidos da análise das variáveis didáticas.

É importante ressaltarmos que a TSD fundamentou a construção das atividades, objetivando a evolução dos alunos nas mesmas de forma autônoma, a partir das passagens pelas as dialéticas: devolução, ação, formulação, validação e institucionalização.

Elaboramos um roteiro para a Atividade 1 (Apêndice D), apresentado para os alunos. Com a realização desta atividade temos como objetivo principal, fazer com que os sujeitos da pesquisa construam um modelo matemático, para a tomada de decisão financeira na compra de um imóvel, conforme critérios estabelecidos, pelos alunos. O tempo para a realização da Atividade 1 foi previsto em duas horas e, para realização em um ambiente com computadores com acesso à *internet*.

6.2.1.1 – Etapa A da Atividade 1

Para ETA1 destinamos a obtenção de dados empíricos ou experimentais, com o principal objetivo de fazer com que os alunos troquem informações, proporcionando condições para que eles construam uma linguagem compreensível e, considerem os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação, que envolve um contexto acessível à sua compreensão.

¹⁴ ETA1 – ET significa etapa / A – indica que é a etapa A da atividade / 1 - refere-se à atividade, ou seja ETA1 – etapa A da Atividade 1

Ainda em relação a (ETA1), esperamos que os sujeitos identifiquem as variáveis que envolvem a escolha de um imóvel para compra, observando padrões nos anúncios selecionados e, que percebam intuitivamente a correlação entre as variáveis matemáticas preço e área.

Nesta etapa o professor/mediador, organiza os sujeitos em trios, pede para os alunos, escolherem um *site* de compra e venda de imóveis, em seguida filtrarem, nesse *site* apenas uma região de qualquer cidade, seja ela qual for e, selecionem 30 anúncios de imóveis à venda, na região escolhida, obedecendo as seguintes restrições:

- ✓ Que os imóveis sejam apartamentos.
- ✓ Que sejam apartamentos de 45 m² a 120 m².
- ✓ Que sejam imóveis de no máximo dois dormitórios e que possuam uma única vaga de garagem.

Concomitante a isso, é pedido que os alunos anotem a área privativa total do apartamento e o preço de venda. Essas anotações são organizadas em uma tabela do *Excel*¹⁵, da seguinte forma: uma coluna corresponde a área e, a outra, o valor do imóvel conforme a figura 16.

Figura 16: Modelo para o registro dos dados coletados na etapa (ETA1)

Região escolhida:		
Grupo:		
Número	Área do apto (m ²)	valor R\$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
...		
30		

Fonte: O Autor

¹⁵ *Microsoft Office Excel* é um editor de planilhas eletrônicas, para organização de dados e cálculos estatísticos ou financeiros, produzido pela *Microsoft* para computadores que utilizam o sistema operacional *Windows*, e *Macintosh da Apple*, além de dispositivos móveis como o *Windows Phone*, *Android* ou o *iOS*.

Esperamos que os alunos pesquisem os anúncios de apartamentos, considerando a metragem estabelecida, ou seja, de 45m² a 120m² e, escolham os imóveis cuja metragem pertença ao intervalo estabelecido. Os conhecimentos matemáticos para essa fase, restringem ao conhecimento de área, valor monetário e intervalos numéricos em R, descartando qualquer resolução Matemática. Simplesmente serão selecionados e registrados os valores na tabela do *Excel*. Como os sujeitos da pesquisa são licenciandos do terceiro semestre em Matemática, acreditamos que tais conceitos básicos citados anteriormente, não serão problema para o andamento desta etapa da atividade.

A análise didática da primeira etapa, será apresentada no Quadro 14. Construídos a partir dos critérios anunciados por Almouloud (2007).

Quadro 14: Análise didática da etapa ETA1

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa ETA1
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	Esperamos que os alunos percebam, por meio da pesquisa, a variação de preços dos imóveis na mesma região, em alguns casos apartamentos com a mesma metragem e, até no mesmo no <i>site</i> , apartamento com valores diferentes. Esta percepção exige certo nível de letramento estatístico (percepção da variabilidade)
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo	<ol style="list-style-type: none"> I. A percepção da variabilidade no preço e as oportunidades que isto oferece é fundamental para que se atinja os elementos do Modelo Epistemológico de Referência (MER). II. As restrições sugeridas no início da atividade em relação ao tipo de imóvel e aos limites de área privativa serão de suma importância para a construção de uma estratégia de resolução. III. A amostra sugerida de 30 anúncios, justifica-se por ser uma quantia que possibilita as análises estatísticas e matemáticas, que resultem no modelo desejado, sem que a dinâmica interfira nas outras etapas que compõem a Atividade 1 e sem exigir conhecimentos estatísticos e matemáticos complexos. IV. A escolha do <i>site</i> para coleta dos dados, será livre por parte dos sujeitos, porém é importante ressaltar que deve ter um filtro para a restrição referente as áreas, região, tipo e características dos imóveis que serão selecionados.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	<ol style="list-style-type: none"> I. Acreditamos que nessa fase os alunos perceberam a variação nos preços dos anúncios, admitimos assim que essa variável, não será um problema para o desenvolvimento da Atividade. II. As restrições referentes aos imóveis anunciado, devem ser rigorosamente obedecidas no processo de modelagem, caso não seja, o modelo será considerado inadequado, ou seja, o modelo construído não apresentará a realidade dos dados coletados. III. Caso o grupo selecione uma amostra inferior à 30, isso pode trazer problemas em relação ao coeficiente de correlação. IV. O filtro é fundamental pois esse, possibilita que sejam selecionados os anúncios que obedecem às restrições estabelecidas na situação

	problema, mantendo o <i>milieu</i> potencial o mais homogêneo de forma a que a construção do modelo não se torne uma dificuldade ao grupo
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Uma das dificuldades que os alunos podem enfrentar, é se a região escolhida pelo grupo, apresentar apenas anúncios de uma metragem específica de apartamentos, isso pode ser um problema para a sequência da atividade, se isso acontecer, recomenda-se que o grupo escolha uma outra região para fazer a pesquisa.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Os alunos podem adquirir conhecimentos relativos a variação de preço do mercado imobiliário, principalmente em relação a imóveis com características parecidas, ou seja, espera-se que com essa pesquisa inicial, o aluno adquira o senso crítico em relação a diferenças dos preços X área do imóvel. Construir conhecimentos sobre o processo de modelagem e, conhecimentos estatísticos (regressão e correlação)
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar a variabilidade do mercado, neste caso específico no segmento imobiliário, mas o professor pode expandir essa discussão para outros seguimentos, levando o aluno a entender a importância de uma pesquisa prévia, antes da realização da compra de um bem. • Identificar e ressaltar os principais pontos em relação as diferenças nos preços encontrados nos anúncios selecionados. • Identificar as diferenças de preços entre apartamentos de mesma metragem (área) em regiões diferentes, questionando os grupos em relação aos preços observados. • Identificar intuitivamente a correlação entre as variáveis área e preço do imóvel, ou seja, fazendo questões do tipo: no geral quanto maior a área privativa do apartamento maior é o seu preço?

Fonte: O Autor

Ao final da etapa (ETA1) o professor/mediador pergunta para cada grupo, o que eles identificaram sobre os preços dos imóveis nas regiões escolhida, faz uma institucionalização local conforme Quadro 14, em seguida inicia-se a segunda etapa da atividade.

6.2.1.2 – Etapa B da Atividade 1

A fase de abstração, estabelecida por Bassanezi (1998) no processo da Modelagem Matemática como ensino e aprendizagem, condiz com a etapa (ETB1) e esta, se constitui na seleção de variáveis essenciais e, formulação em linguagem “natural” do problema ou da situação real. Para isso, o professor/mediador pede para que os alunos selecionem as duas colunas escritas na etapa anterior, e:

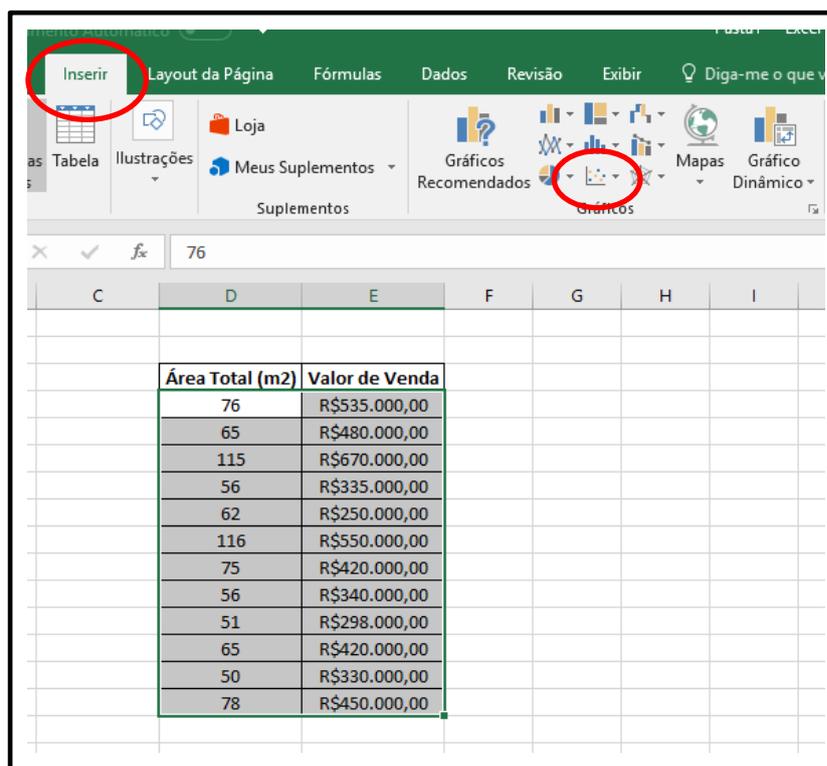
- 1) Construam a representação gráfica da dispersão dos conjuntos de pontos formados pelos dados selecionados.
- 2) Utilizando os recursos do *Excel* identifiquem e calculem o coeficiente de correlação entre as variáveis área privativa x preço final do imóvel.

- 3) Traçar a linha de tendência dos pontos no gráfico de dispersão (usar a reta de regressão linear, disponível pelo uso do *Excel*).

Ou seja,

Na “aba” “inserir” do *Excel* selecionar a opção o gráfico dispersão ou de bolha conforme as Figuras 17:

Figura 17: Ilustração como criar um gráfico de dispersão usando os recursos do *Excel*



Fonte: O Autor

Em seguida escolha a primeira opção da “aba” gráfico dispersão ou de bolha.

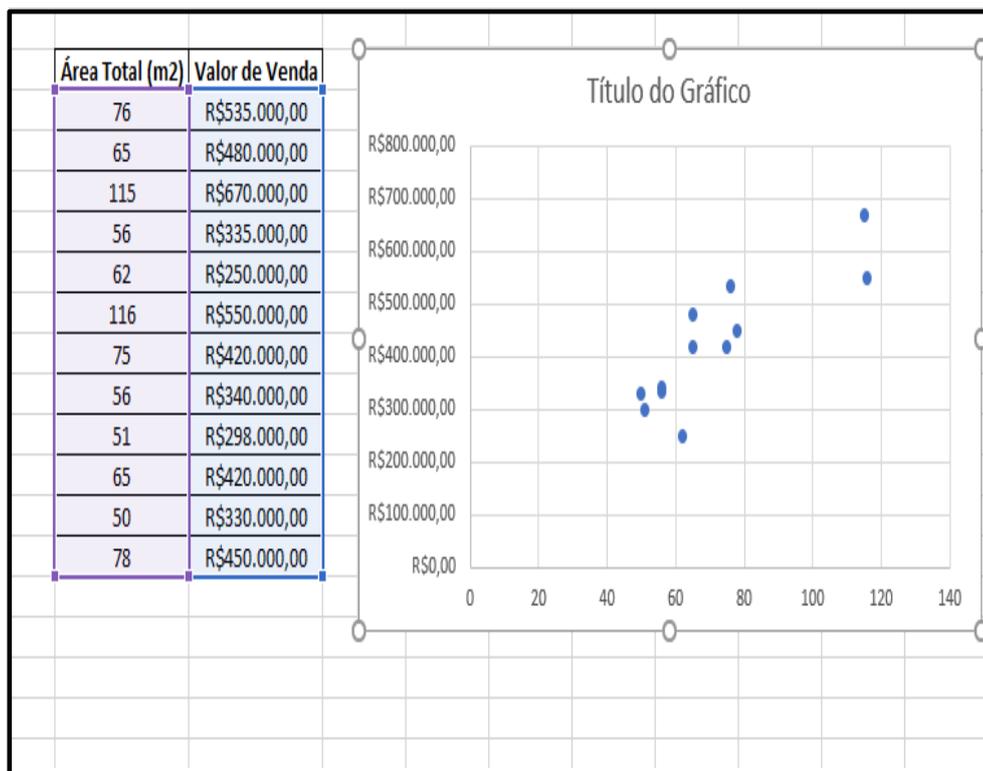
Figura 18: Ilustração escolher a opção gráfico de dispersão usando os recursos do Excel



Fonte: O Autor

Em seguida aparecerá um gráfico semelhante à Figura 19:

Figura 19: Exemplo de uma representação gráfica de dispersão de pontos



Fonte: O Autor

Ao terminar este gráfico o professor/mediador, faz uma intervenção e a segunda institucionalização local, perguntando para os grupos sobre que percepções tiveram com base no gráfico plotado em cada um dos casos, retomar quais as principais características dos imóveis selecionados, questioná-los se as variáveis estabelecidas (área e preço de venda) obedecem alguma relação e, registrar na lousa as principais observações feitas pelos grupos.

Em seguida ainda na etapa (ETB1), os alunos calculam, por meio do *Excel*, a correlação entre as variáveis encontradas da seguinte forma:

Digitar em uma célula em branco qualquer, a palavra correlação na célula a frente desta colocar o sinal de (=) e, escrever a palavra *Correl*¹⁶ abra um parêntese, em seguida aparecerá a seguinte fórmula, Figura 20:

Figura 20: Sintaxe para calcular a correlação entre variáveis usando os recursos do *Excel*

Área Total (m2)	Valor de Venda
76	R\$535.000,00
65	R\$480.000,00
115	R\$670.000,00
56	R\$335.000,00
62	R\$250.000,00
116	R\$550.000,00
75	R\$420.000,00
56	R\$340.000,00
51	R\$298.000,00
65	R\$420.000,00
50	R\$330.000,00
78	R\$450.000,00

correlação	=correl(
------------	----------

Fonte: O Autor

¹⁶ Comando do *Excel* para se calcular a correlação entre duas variáveis.

Observa-se que a Matriz 1 está em negrito, selecionamos toda a coluna referente a área privativa dos apartamentos pesquisados, em seguida colocamos (;) e a matriz 2, ficará em negrito conforme Figura 21.

Figura 21: Sintax para calcular a correlação entre variáveis usando os recursos do Excel

Área Total (m2)	Valor de Venda
76	R\$535.000,00
65	R\$480.000,00
115	R\$670.000,00
56	R\$335.000,00
62	R\$250.000,00
116	R\$550.000,00
75	R\$420.000,00
56	R\$340.000,00
51	R\$298.000,00
65	R\$420.000,00
50	R\$330.000,00
78	R\$450.000,00

correlação =correl(D4:D15;

Fonte: O Autor

Devemos selecionar a coluna referente ao preço dos apartamentos pesquisados, em seguida fechar os parentes e teclar o “enter”, aparecerá um valor similar, conforme a Figura 22:

Figura 22: Coeficiente de correlação usando os recursos do Excel

Área Total (m2)	Valor de Venda
76	R\$535.000,00
65	R\$480.000,00
115	R\$670.000,00
56	R\$335.000,00
62	R\$250.000,00
116	R\$550.000,00
75	R\$420.000,00
56	R\$340.000,00
51	R\$298.000,00
65	R\$420.000,00
50	R\$330.000,00
78	R\$450.000,00

correlação 0,856720913

Fonte: O Autor

Espera-se e recomenda-se que os alunos utilizem dos recursos do *Excel*, para os procedimentos das resoluções matemáticas, uma vez que não foi prevista a mobilização espontânea de conhecimentos estatísticos mais complexos.

O primeiro fator está direcionado, a representação gráfica da dispersão dos pontos das variáveis estabelecidas (área e valor do imóvel), nesta parte pode ser que os alunos não saibam, plotar o gráfico de dispersão, e será necessário a intervenção do professor para a orientação em relação aos comandos do *Excel*.

Em relação ao cálculo do coeficiente de correlação, no que diz respeito à resolução, também será utilizado um comando do *Excel*, com as mesmas premissas já citadas. Em relação à interpretação do coeficiente, apesar dos sujeitos da pesquisa serem alunos do terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática e, terem no Ensino Médio estudos relacionados a Estatística, pode ser que alguns não saibam interpretar o coeficiente de correlação, mais uma vez recomenda-se que o professor faça uma reflexão sobre este conceito, pois julgamos imprescindível para o andamento da atividade.

Para essa reflexão seguimos a seguinte definição/propriedades para o coeficiente de correlação:

Seja r o coeficiente de correlação das variáveis x e y , independente e dependente respectivamente, então:

O valor de r está sempre entre -1 e 1 , ou seja, $|r| \leq 1$ quando $r = 0$ correspondendo à não associação das variáveis.

Quando $r > 0$, temos uma correlação positiva, ou seja, a medida que a variável x (independente) cresce y (dependente) também cresce.

Quando $r < 0$, temos uma correlação negativa, ou seja, a medida que a variável x (independente) cresce y (dependente) decresce.

Quanto mais próximo de 1 o valor absoluto de r (positivo ou negativo), maior a associação das variáveis. Nos extremos, se $r = 1$ ou $r = -1$ então todos os pontos no gráfico de dispersão estão perfeitamente alinhados.

Na Tabela 2 a seguir, descrevemos os parâmetros que consideramos corretos em relação à interpretação do coeficiente de correlação para a ETB1. É importante ressaltarmos que as

interpretações dependem, fundamentalmente do contexto do problema; sem contexto não se faz Educação Financeira.

Tabela 2: Parâmetros para a análise do coeficiente de correlação

Valor de r (+ ou -), para intervalos contínuos	Interpretação
[0,00 ; 0,2[Uma correlação muito fraca
[0,20 ; 0,4[Uma correlação fraca
[0,40 ; 0,7[Uma correlação moderada
[0,70 ; 0,9[Uma correlação forte
[0,9 ; 1]	Uma correlação muito forte

Fonte: O Autor

Feita a interpretação dos coeficientes, se estiverem com uma correlação significativa, acima de moderada, seguem a atividade, senão, recomendamos escolher uma outra região para a pesquisa e refazer a tabela, de forma a mantermos os critérios de coleta de dados.

A Análise Didática da etapa (ETB1), será apresentada no Quadro 15

Quadro 15: Análise Didática da etapa (ETB1)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETB1)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos	A situação proposta permite ao aluno a visualização da dispersão dos dados coletados e associar a concentração dos pontos em torno de uma forma (por exemplo; uma reta) a partir da análise do valor da correlação obtida.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo	Observar os coeficientes de correlação estabelecidos anteriormente, pois este fator é decisivo na formação do modelo matemático A decisão em continuar com os dados selecionados ou não, julgamos um fator que deve ser observado e orientado pelo professor, pois se houver um coeficiente de correlação “fraco ou muito fraco”, o grupo deverá decidir em não continuar com o banco de dados. Recomendasse, nesse caso que seja escolhida uma outra região e seja feita uma nova coleta de dados.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	A interpretação errônea do coeficiente de correlação pode ser um fator que impossibilite os sujeitos a construir os conhecimentos matemáticos relativos para da construção do modelo desejado.

Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	As dificuldades que os sujeitos podem enfrentar é em relação a utilização dos recursos do Excel, recomenda-se que o professor/mediador auxilie em comandos do software sem interferir nas discussões relativas aos resultados encontrados por cada grupo, antes da institucionalização
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Os alunos podem adquirir conhecimentos relativos a interpretação das representações gráficas de dispersão de pontos, dos coeficientes de correlação entre as variáveis e as linhas de tendência e quais contribuições que essas ferramentas auxiliarem na tomada de decisão de compra de imóvel na região estabelecida, no tocante da Educação Financeira.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Discutir evidenciar os resultados referentes a correlações entre as variáveis em jogo, fazendo uma comparação entre os coeficientes encontrados em cada grupo participante. • Relacionar e observar cada gráfico encontrado nos diferentes grupos e discutir, com os alunos, as diferenças de preços por região, uma vez que supomos que os grupos escolherão regiões diferentes para a pesquisa. Acreditamos que os estudantes possam perceber, por exemplo, que um determinado apartamento com a mesma metragem pode ter diferenças significativas em relação ao preço de venda em regiões diferentes, muitas vezes da mesma cidade. • Evidenciar o significado da interpretação da linha de tendência e o que representa e sua equação para as conjecturas referentes as variáveis que estarão contidas no modelo final • Com essas discussões podem institucionalizar possíveis variáveis para o modelo desejado

Fonte: O Autor

Após o término de todos os grupos o professor/mediador deve intervir e fazer uma reflexão sobre o coeficiente de correlação em que apareceu em cada grupo, e com isso fazer uma institucionalização local referente a etapa (ETB1).

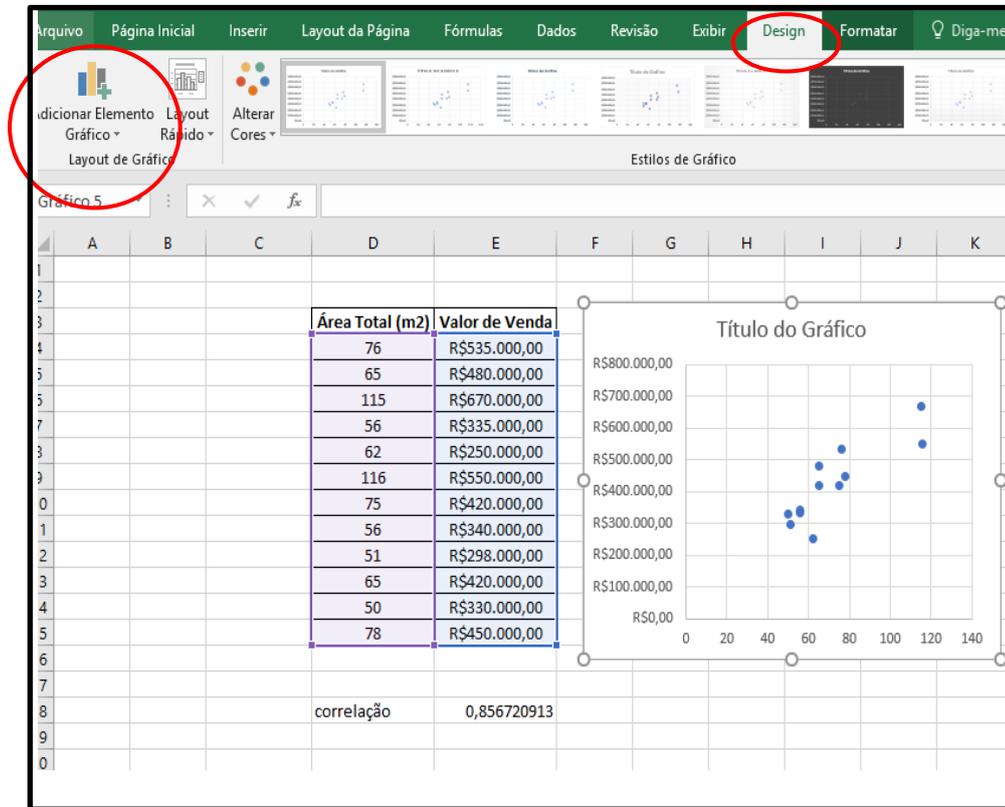
6.2.1.3 – Etapa C da Atividade 1

Após o término da etapa (ETB1) inicia-se a etapa (ETC1), destinada a construção do modelo, com a realização desta etapa temos por objetivo, que o aluno consiga identificar quais ferramentas matemáticas/estatísticas serão necessárias para a construção do modelo que auxilie na tomada de decisão de compra de um imóvel na região selecionada pelo grupo.

Nesta etapa os alunos identificarão a linha de tendência das situações representadas nos gráficos que obtiveram uma correlação no mínimo moderada, procedimento que não requer dificuldades Matemáticas uma vez que o software Excel disponibiliza este recurso. A princípio indicamos que escolham a linha de tendência linear e observaremos se os grupos investigarão outras linhas de tendências como as exponenciais ou polinomiais, para isso seguimos as seguintes orientações.

Selecione o gráfico plotado anteriormente, e na “aba” “*Design*”, escolher a opção inserir elementos no gráfico conforme a Figura 23:

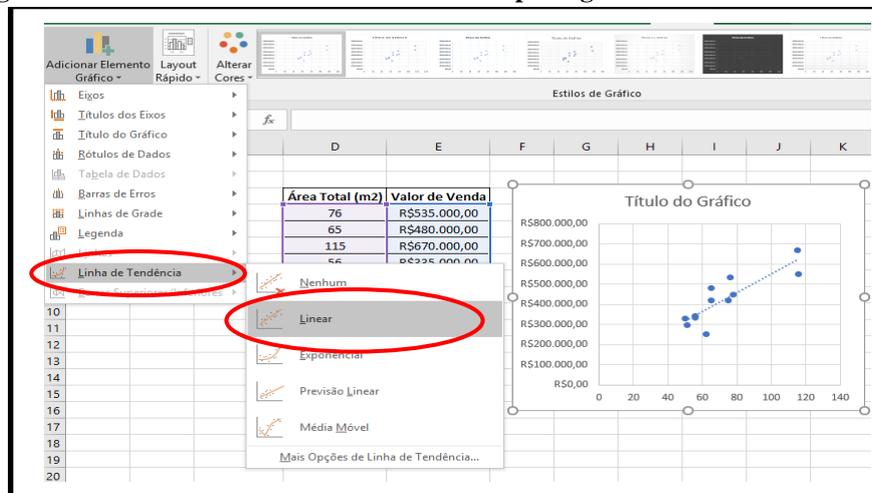
Figura 23: Abas referente à plotagem da linha de tendência na dispersão de pontos na tabela do *Excel*



Fonte: O Autor

Em seguida escolher linhas de tendências e a opção linear, conforme a Figura 24:

Figura 24: Comandos no *Excel* referente a plotagem da linha de tendência

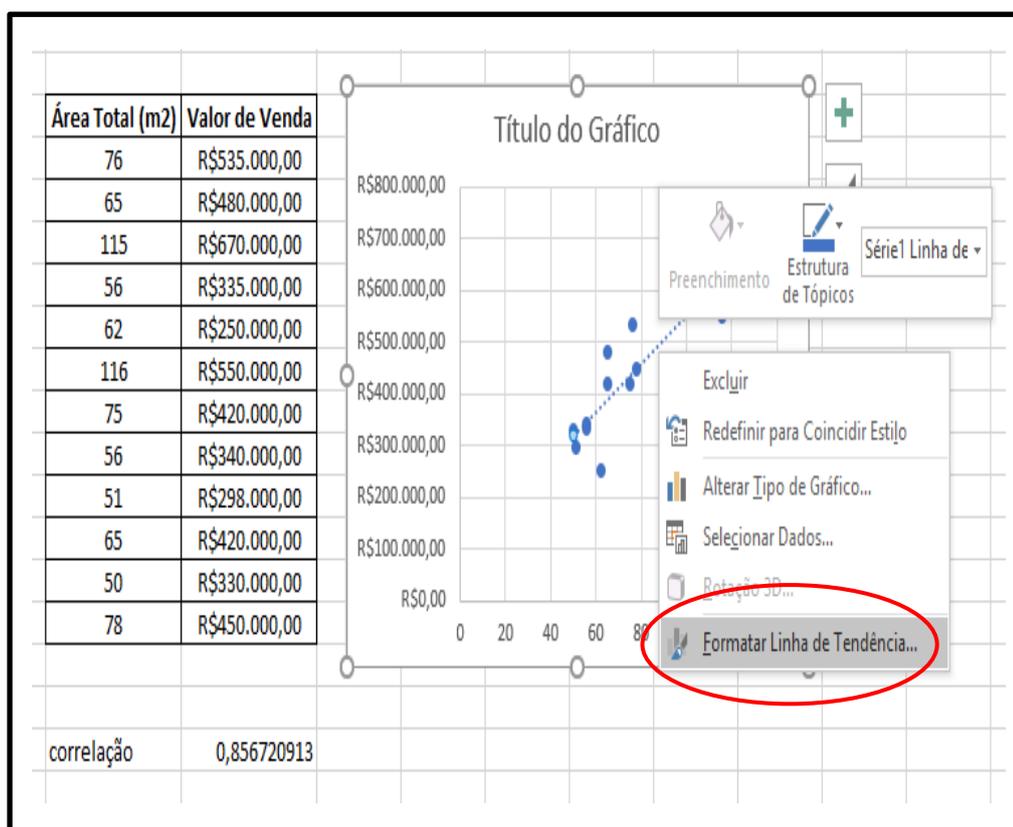


Fonte: O Autor

O professor/mediador deve questionar os grupos o que significa a reta traçada entre os pontos de dispersão no gráfico plotado, e depois das discussões concluir que aquela reta pode representar uma função (nesse caso linear) que indique uma base para a análise dos preços em relação a área dos apartamentos na região estudada.

Na sequência, ainda na etapa (ETC1) o professor/mediador pede para que os grupos estabeleçam por meio dos recursos do Excel a função que determina a reta plotada no gráfico com as seguintes orientações, “clique com o botão esquerdo do mouse em cima da reta plotada no gráfico, em seguida com o botão direito do mouse selecione a opção (Formatar Linha de Tendência)”, conforme a Figura 25:

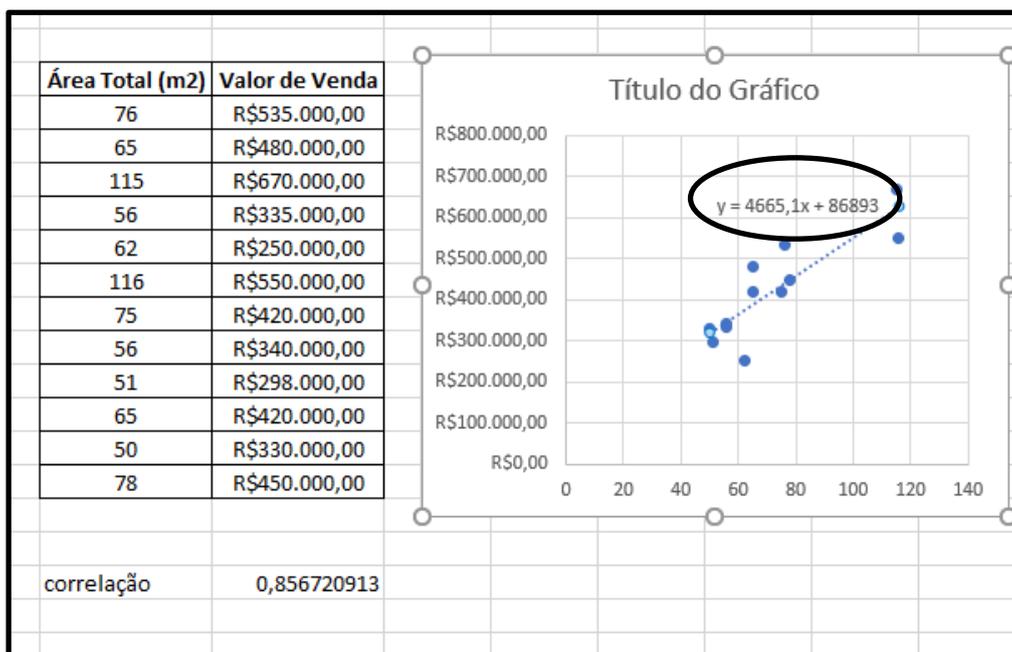
Figura 25: Comandos no Excel para formatar à linha de tendência



Fonte: O Autor

Em seguida aparecerá uma equação semelhante a indicada na Figura 26:

Figura 26: Equação referente ao exemplo da linha de tendência



Fonte: O Autor

Dando segmento o professor/mediador distribui uma tabela, conforme Tabela 3, para ser preenchida, a partir da escolha de alguns apartamentos da lista construída por meio da pesquisa realizada na primeira etapa (ETA1).

Tabela 3: Protocolo utilizado para a elaboração e validação do modelo

Valor do imóvel pesquisado R\$ (I)	Área (II)	Substitua a área na função “linha de tendência” (III)	Diferença entre os valores (IV)

Fonte: O Autor

Para o preenchimento da tabela 3 o grupo de alunos deve pesquisar na mesma região escolhida para a coleta de dados, com as mesmas restrições e selecionar um anúncio de forma livre e observar o valor do imóvel anunciado, marcar em (I), a metragem total deste apartamento, marcar em (II), o valor calculado por meio da função encontrada na linha de

tendência plotada no gráfico em (III), (deve substituir o valor da área na variável “x” e observar o valor de referência), depois calcular a diferença de (I) em relação ao (III).

Depois do preenchimento da Tabela 3 o professor/mediador deve institucionalizar as percepções dos alunos referentes aos valores encontrados.

Em seguida o professor/mediador deve perguntar quais as variáveis estabelecidas para essa função? O que isso significa para a situação problema inicial? Quais as restrições desta função e o que representa em relação aos números plotados no gráfico. De modo a estabelecer as variáveis Matemáticas do modelo, por exemplo, imóvel pesquisado = IMPQ, e o Valor do imóvel de referência = IMRE. Em seguida pede-se para os alunos relacionarem essas duas variáveis de forma que quando substituídos os valores reais, o modelo indique quantos por cento o imóvel pesquisado está “acima” ou “abaixo” do valor de referência.

Acreditamos que os alunos chegarão a um modelo próximo a:

$$I = \frac{\text{IMPQ}}{\text{IMRE}}$$

Em que:

I = índice para a tomada de decisão financeira na compra do imóvel, em que: (Se $I > 1$ imóvel com o valor acima do mercado, $I < 1$, imóvel com o valor abaixo do mercado e $I = 1$ valor do imóvel igual ao praticado no mercado).

IMPQ = o valor do imóvel de interesse pesquisado.

IMRE = é a função encontrada a relação de pontos plotados no gráfico.

Espera-se que os alunos estabeleçam as relações necessárias entre as variáveis Matemáticas levantadas na seção anterior, tais como preço do imóvel a ser comprado, relação entre a equação de linha de tendência e as variáveis área do apartamento e o preço de venda do mesmo, que utilizem-se destas para montar o modelo, e que este resulte em fator (chamado de I) para a tomada de decisão, ou seja, quando $I > 1$ significa que o imóvel pesquisado está com o preço acima do valor de mercado, quando $I = 1$ o imóvel esta exatamente no mesmo preço estabelecido pelo mercado, e quando $I < 1$, o apartamento pesquisado está abaixo do preço praticado.

Espera-se que além das relações maior e menor que 1 os alunos compreendam os fatores de porcentagem relacionados ao quanto está acima ou abaixo do preço praticado na região pesquisada, por exemplo se o fator $I = 1,2$ isso significa que o imóvel pesquisado está 20% acima do esperado, quando $I = 0,85$ está 15% abaixo do praticado.

Para isso os sujeitos da pesquisa devem ter conceitos básicos de porcentagem e proporção, acreditamos que tais conceitos não serão problema para o andamento desta etapa da atividade, pois os alunos fazem parte do terceiro semestre em Licenciatura em Matemática.

A Análise Didática da etapa (ETC1), será apresentada no Quadro 16:

Quadro 16: Análise Didática da etapa (ETC1)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETC1)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	Esperamos que os alunos estabeleçam as relações necessárias das variáveis Matemáticas e estatísticas construídas por meio das observações e discussões realizadas em torno da representação gráfica da dispersão de pontos. É fundamental para a construção do modelo que os alunos percebam que a linha de tendência encontrada, estabelece uma relação direta com o preço médio dos apartamentos pesquisados na região de interesse. É importante que entendam que quanto maior o coeficiente de correlação entre as variáveis Matemáticas do banco de dados, mais próximo será o valor médio dos preços dos apartamentos pesquisados em relação ao mercado, ou seja quando maior o coeficiente de correlação maior será o grau de confiança do modelo final construído.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.	O resultado do modelo deve resultar em um fator que permita identificar se o imóvel selecionado para a compra está quantos por cento acima ou abaixo do preço de mercado estabelecido para aquela região. Para essa escolha seja estabelecida as proporções em relação ao preço do imóvel pesquisado para a compra e o preço médio praticado na região. A linha de tendência encontrada é primordial para a construção do modelo matemático.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	A interpretação errônea do significado e o que representa a linha de tendência encontrada por meio da representação gráfica da dispersão de pontos, pode ser um fator que impossibilite os sujeitos a construir os o modelo Matemático e consecutivamente os conhecimentos a Educação Financeira.
Conjeturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Acreditamos que as dificuldades que os alunos estão relacionados as interpretações relativas a representação gráfica da dispersão dos pontos selecionados e principalmente no que diz respeito a linha de tendência e que as variáveis estabelecidas representam o preço médio do imóvel na região escolhida conforme a área determinada de interesse.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução	Construam os conhecimentos relativos a construção de um modelo que possa dar parâmetros necessários para decisão de compra em relação ao preço imóvel estabelecido pelo mercado.

que os alunos podem adquirir.	Esperamos que os alunos percebam que com uma Matemática relativamente simples (conteúdos básicos ensino Fundamental e Médio) é possível construir uma ferramenta significativa para a análise e tomada de decisão em relações comerciais de suma importância.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	<p>Construir o modelo final utilizando as variáveis Matemáticas</p> $I = \frac{IMPQ}{IMRE}$ <p>Em que: <i>IMPQ</i> - Imóvel pesquisado <i>IMRE</i> - valor do imóvel de referências (Equação da linha de tendência) <i>I</i> = fator para tomada de decisão se: $\begin{cases} I > 1 \rightarrow \text{imóvel mais caro que o mercado} \\ I < 1 \rightarrow \text{imóvel mais barato que o mercado} \\ I = 1 \rightarrow \text{Imóvel mesmo preço do mercado} \end{cases}$</p>

Fonte: O Autor

O professor/mediador faz uma institucionalização local, em relação as observações feitas pelos grupos sobre os modelos desenvolvidos e em seguida é dada início a etapa (ETD1), chamada de validação do modelo cujo objetivo é validar o modelo construído na etapa anterior e que os sujeitos percebam a variação de preços dos imóveis praticados na região estabelecida pelo grupo e, que também, possam identificar possíveis mudanças para o melhoramento do modelo encontrado.

6.2.1.4 – Etapa D da Atividade 1

O professor/mediador deve fazer a Validação do modelo, por meio da comparação entre valores obtidos via resolução do modelo matemático e os dados reais. O grupo deve avaliar a aceitação ou não do modelo inicial. Se não for aceito, deve-se fazer alterações nas etapas anteriores.

Espera-se que os alunos pesquisem anúncios de apartamentos e substituam as variáveis (preço e área) no modelo desenvolvido na fase anterior e façam uma análise crítica em relação aos fatores que surgirão desta dinâmica, que percebam o quanto é significativo a variação de preços de um mesmo produto em uma mesma região. Além dos índices de porcentagem que surgirão nos resultados e consecutivamente nas discussões dos grupos, os sujeitos transformem esses resultados matemáticos em interpretações, decisões e críticas no âmbito da Educação Financeira.

Os objetos matemáticos que se insere nesta fase são porcentagem e proporção, acreditamos, mais uma vez, que como os sujeitos da pesquisa são alunos do curso superior em

Matemática, tais conceitos básicos citados acima, não serão problema para o andamento desta fase da atividade.

A Análise Didática da etapa (ETD1), será apresentada no Quadro 17:

Quadro 17: Análise Didática da etapa (ETD1) da Atividade 1

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETD1)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	Esperamos que os alunos estabeleçam as relações necessárias das variáveis Matemáticas e estatísticas construídas por meio das observações e discussões realizadas em torno do modelo matemático desenvolvido. Esperamos que além dos construtos dos saberes matemáticos em jogo, o modelo desenvolvido nesta etapa possa possibilitar os sujeitos a uma interpretação mais significativa e menos óbvia, e que com essa dinâmica sejam provocadas tomadas de decisões e críticas construtivas sobre as escolhas dos apartamentos no âmbito da Educação Financeira.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.	Para validação do modelo é imprescindível que os sujeitos pesquisem anúncios de apartamentos a venda com as mesmas restrições iniciais e na mesma região em que realizou a pesquisa, que gerou o banco de dados que possibilitou a construção do modelo. Acreditamos que se for obedecida as restrições para o tipo de imóvel e tamanho estabelecidas inicialmente e mantida a mesma região escolhida é possível que os sujeitos possam utilizar de outros sites (imobiliárias) para fazer a pesquisa de validação do modelo, assim podem fazer uma comparação em relação a regiões diferentes.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	O ambiente estabelecido possibilita as condições necessárias para a validação do modelo. É importante manter as restrições iniciais para validar o modelo, caso contrário poderá apresentar discrepâncias insustentáveis nos resultados dificultando as interpretações necessárias. O fato de escolher outras fontes para a pesquisa do imóvel de interesse, não impossibilita a validação do modelo.
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	É importante que os sujeitos se atentem ao fato de observar a área do apartamento de interesse de compra pesquisado no site, seja a mesma área substituída na variável da função grada pela linha de tendência no modelo desenvolvido na fase anterior.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Construam saberes relativos a ao modelo desenvolvido e que isso possa promover debates e análise mais significativos para decisão de compra em relação aos valores monetários estabelecidos pelo mercado. Esperamos que os alunos percebam que as ferramentas Matemáticas utilizadas para as resoluções e interpretações são relativamente simples e que o mais importante é a possibilidade que tais ferramentas conjuntas em um modelo podem trazer para as decisões importantes da vida de um cidadão.

<p>Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.</p>	<p>Com o desenvolvimento da fase (d) seja possível validação do modelo construindo na fase anterior. Promover e institucionalizar estratégias de melhoramento do modelo desenvolvido, acrescentando, por exemplo, a variável – número de garagens. Com os diferentes resultados encontrados pelos grupos participantes promover e estimular a análise crítica dos sujeitos por meio da situação problema proposta inicialmente.</p>
--	---

Fonte: O Autor

O professor/mediador encerra a Atividade 1 com uma institucionalização sobre o modelo construído em cada grupo e a validação e possíveis mudanças nos modelos que poderão ocorrer.

A seguir apresentaremos a Atividade 2 e suas análise didática

6.2.2 - Análise da Atividade 2

Com a realização da atividade 2 temos por objetivo principal construir um modelo para a análise do financiamento de parte do valor do imóvel escolhido para a compra, na Atividade 1. Como objetivo secundário destacamos que o estudante, por meio da construção do modelo possa perceber as diferenças relativas entre as taxas nominais e custo/taxa efetivas, utilizadas para os cálculos de financiamento (PRICE e SAC) no sistema brasileiro de habitação. O tempo previsto para esta atividade são de duas horas, deve ser realizado em um laboratório de informática com acesso à *internet*.

A atividade 2 segue os mesmos princípios estabelecidos na Atividade 1, ou seja, foram elaboradas nos princípios do processo de Modelagem Matemática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas (TSD). Dividimos esta atividade em quatro etapas, a primeira será intitulada Etapa (ETA2), ou seja, a etapa A da atividade 2 e será trabalhada a coleta de dados referente a propostas de financiamentos de diversas instituições bancárias, a etapa B (ETB2) será destinada ao estudo das hipóteses e entendimento das variáveis contidas nas proposta escolhida pelo grupo da etapa anterior, a etapa C (ETC2) em que construiremos o modelo, e por último será a etapa B (ETD2) em que faremos a validação do modelo construído na etapa (ETC2).

6.2.2.1 – Etapa A da Atividade 2

Elaboramos um roteiro para a realização da Atividade 2, apêndice II, em que na Etapa (ETA2) de coleta de dados, pede-se para os grupos criem um perfil para o comprador, conforme Quadro 18, e mantenha estas características até o fim da atividade, e com isso selecionem um imóvel, utilizando o modelo construído na Atividade 1 e respeitando, as condições financeiras do comprador estabelecida pelo grupo.

Quadro 18: Características do comprador criado pelo grupo

Nome	
Gênero	
Idade	
Profissão	
Estado civil	
Números de Filhos	
Renda bruta	
Motivo pelo qual está comprando um imóvel	<input type="checkbox"/> Primeiro imóvel <input type="checkbox"/> Troca de imóvel <input type="checkbox"/> Imóvel para lazer <input type="checkbox"/> Imóvel para investimento

Fonte: O Autor

Partindo do pressuposto que o comprador irá financiar uma parte do valor do imóvel escolhido, o professor/mediador indica aos grupos um site¹⁷ que disponibiliza várias simulações de financiamento de diversas instituições bancárias, conforme Figura 27. É importante ressaltarmos que o nome das Instituições Bancárias e Financiadoras estarão ocultos nos protocolos, pois não é o objetivo dessa pesquisa, compará-las, assim utilizaremos uma tarja hachurada.

¹⁷ <http://www.financiamento.com.br/simulador>

Figura 27: Propostas de planos de amortização

Escolha abaixo o plano ou os planos de financiamento desejado(s)						
Sel.	Linha de financiamento Agente Financeiro - Sistema de amortização	Taxa anual	CET anual	Primeira Parcela	Última Parcela	Renda Bruta Mensal
<input type="checkbox"/>		+ 8,70%	10,59%	1.969,02	626,54	R\$ 6.563,41
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	10,74%	1.999,51	601,69	R\$ 6.665,04
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	10,74%	1.999,51	601,69	R\$ 6.665,04
<input type="checkbox"/>		+ 9,20%	10,84%	2.013,36	601,73	R\$ 6.711,19
<input type="checkbox"/>		+ 9,00%	10,89%	2.010,66	626,66	R\$ 6.702,19
<input type="checkbox"/>		+ 9,15%	11,04%	2.031,44	626,71	R\$ 6.771,45
<input type="checkbox"/>		+ 9,40%	11,04%	2.041,01	601,81	R\$ 6.803,36
<input type="checkbox"/>		+ 9,50%	11,14%	2.054,82	601,85	R\$ 6.849,39
<input type="checkbox"/>		+ 9,60%	11,24%	2.068,61	601,89	R\$ 6.895,38
<input type="checkbox"/>		+ 9,70%	11,34%	2.082,40	601,92	R\$ 5.949,71
<input type="checkbox"/>		+ 12,50%	13,96%	2.017,19	1.927,56	R\$ 6.723,97

IMPORTANTE: Os resultados obtidos no presente website não constituem qualquer forma de proposta financeira bem como não vinculam quaisquer partes e/ou instituições financeiras anunciadas, tratando-se apenas de simulações não vinculantes. A formalização do crédito e financiamento estão sujeitos a análises e aprovações de crédito, a serem realizadas de forma independente pelas respectivas instituições financeiras. As condições anunciadas poderão ser alteradas e/ou extintas pelas respectivas instituições financeiras a qualquer momento e sem prévio aviso.

Fonte: Disponível no site <http://www.financiamento.com.br/simulador>

As simulações das propostas de financiamento são reais com dados atualizado

O professor/mediador pede para que os grupos padronizem o tempo e o valor de entrada no simulador, ou seja, que respeitem as seguintes restrições:

- O valor a ser financiado deve ser aproximadamente 70% do valor do imóvel.
- O financiamento deve ser de 360 meses (30 anos).
- O perfil do comprador deve ser baseado no construído e estipulado pelo grupo apresentado no Quadro 18.

Depois que os grupos fizeram a simulação, o professor/mediador explica que das propostas apresentadas no simulador algumas utilizam o Sistema de Amortização PRICE e outras o Sistema de Amortização Constante SAC, pede-se então para que os grupos escolham um dos sistemas de amortização e relate os motivos pelo que levaram à esta escolha.

Em seguida o professor/mediador pede para que os grupos escolham uma das propostas apresentadas no simulador, e relate o porquê desta escolha. Com base na proposta escolhida, preencham os dados no Quadro 19, disponibilizado no roteiro entregue a eles.

Quadro 19: Itens referentes ao financiamento de parte do valor do imóvel escolhido pelo grupo

Valor do imóvel		
Valor financiado		
Prazo		
Renda requerida		
Taxa de juros nominal	Anual:	Mensal:
Custo efetivo	Anual:	Mensal:
Valor da primeira parcela		

Fonte: O Autor

Nesta etapa os sujeitos se deparam com alguns termos como juros, taxas nominais e custo efetivos, para as discussões que seguem em relação a essas terminologias, colocamos a seguir o que entendemos sobre esses itens:

Entendemos o significado de juros por duas vertentes:

- Por quem recebe os “Juros”, ou seja, uma recompensa, provido de um rendimento de um determinado capital que foi investido durante um período.
- Por quem paga os “juros”, ou seja, quem faz um financiamento ou uma compra a crédito, geralmente terá que pagar um acréscimo pela utilização do dinheiro, além do capital que foi inicialmente emprestado.

Em relação a taxa nominal e custo efetivo, é importante ressaltar que por uma determinação do Banco Centra, as instituições bancárias são obrigadas a comunicar esses valores aos clientes no ato da contratação dos recursos, porém acreditamos que isso não seja suficiente para o cidadão entender, quais são as implicações e o que isso representa para sua responsabilidade e obrigações contratuais.

Entendemos como taxa nominal o percentual de juros que será cobrado ou recebido sob o valor contratado de empréstimo ou financiamento, mas esse valor não representa efetivamente o total que será embolsado ou desembolsado, trata-se de uma taxa irreal, exemplo:

Um sofá é vendido no valor de R\$ 3.800,00. Sabe-se que o custo para a fabricação deste é de R\$ 2.800,00, o dono da loja paga ao seu vendedor uma comissão no valor de R\$ 150,00 caso consiga efetivar a venda. Calcule a taxa nominal e a taxa efetiva em relação ao lucro que o empresário ganhará com a venda do sofá.

As taxas, sobre o lucro são as seguintes

$$\text{Taxa nominal} = \frac{3.800-2.800}{2.800} = 0,3571, \text{ ou } 35,71\%$$

$$\text{Taxa efetiva} = \frac{3.800-2.950}{2.800} = 0,3036, \text{ ou } 30,36\% \text{ (o valor de R\$2950,00, justifica-se como R\$2.800 custo de fabricação + R\$150,00 pagos ao vendedor como comissão).}$$

Com o exemplo supracitado, também, podemos entender o custo efetivo como sendo o custo real do valo pago ou recebido levando em conta todos os valores acrescidos no capital inicial. No caso de financiamentos imobiliário, no custo efetivo, não será considerado apenas a taxa de juros, mas também outras tarifas como, taxa administrativa, seguros de vida, seguro do imóvel etc. Isso pode fazer uma diferença considerável em relação aos valores pagos no término do contrato.

Em relação a Análise Didática da etapa (ETA2), apresentamos os resultados no Quadro 20:

Quadro 20: Análise Didática da ETA2

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETA2)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	<ul style="list-style-type: none"> • Em relação a primeira etapa da Atividade 2, espera-se que os alunos façam, as escolhas referentes ao tipo de sistemas de amortização baseados nos dados financeiros, relatados na simulação, principalmente em relação ao custo efetivo, porém acreditamos que tal escolha se dará com análise do valor da prestação ou em relação a taxa nominal. • Esperamos que os alunos percebam, por meio das pesquisas, as diferentes ofertas de financiamentos e a importância de uma comparação em relação ao tempo total de financiamento, que a decisão não seja simplesmente pautada em uma análise do valor da prestação no momento da contratação dos recursos e sim seja analisado todo o processo principalmente em relação as taxas nominais e efetivas e outros valores que podem ser cobrados como: taxa administrativa, seguro de vida e seguro do imóvel.

<p>Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.</p>	<ol style="list-style-type: none"> I. A percepção da variabilidade nas propostas das instituições financeiras no simulador, e as oportunidades que isto oferece, é fundamental para a institucionalização do Modelo Epistemológico de Referência (MER). II. As restrições sugeridas no início da Atividade 2 em relação ao tempo de financiamento, a porcentagem do valor financiado e o perfil do comprador será de suma importância para o andamento. III. O tempo estipulado em 360 meses e o valor de 70% do imóvel financiado justificasse, pelo fato que procuramos fazer uma simulação extrema em relação a estas variáveis, pois estes são os limites máximos permitido para financiamento conforme a legislação vigente do Banco Central. IV. Escolhemos o simulador disponível no site http://www.financiamento.com.br/simulador do Site para coleta dos dados, pois este apresenta a proposta de várias instituições financeiras, públicas e particulares, com taxas e condições reais e atuais para o financiamento. V. Os tipos de sistema de amortização que aparecem no simulador são o sistema SAC e o sistema PRICE (serão definidos posteriormente), julgamos importante deixar de livre escolha por parte dos grupos a escolha do sistema, pois em uma situação real estas são as mesmas opções que são realizadas quem está requisitando o financiamento, e em paralelo a isto gostaríamos de verificar quais os motivos ou fatores de decisão que levam o sujeito a fazer esta escolha. VI. Em relação a escolha da instituição para o financiamento que será feita pelo grupo, é importante ressaltar que não temos a intenção de relatar nem comparar instituições financeiras ou bancárias, nem divulgar nomes, simplesmente queremos utilizar dos dados do simulador, (dados reais e atuais do mercado) para que estes gerem discussões e reflexões no aspecto da Educação Financeira.
<p>Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> I. Acreditamos que nessa fase os alunos perceberão a variação nas taxas, valor das prestações e nas condições de financiamento, admitimos assim que essa variável não será um problema para o desenvolvimento da Engenharia. II. As restrições referentes ao financiamento impostas no início da atividade, devem ser obedecidas no processo de modelagem, porém caso o grupo não cumpra, não julgamos como um problema, pois o mais importante é analisar a possibilidade de financiamento em relação ao perfil do comprador. III. Caso o grupo selecione um período inferior a 360 meses e um valor menor que 70% do valor do imóvel, isso não impossibilitará o andamento da atividade, não é possível selecionar um prazo superior a 360 meses nem um valor superior a 70%, caso tivéssemos fazendo a simulação usando o recurso simplesmente de caneta, papel ou até mesmo no Excel, esta última condição relatada impossibilitaria o modelo, pois este caso não é permitido no sistema de habitação brasileiro. IV. O simulador escolhido, disponível no site relato, é de fundamental importância para o andamento da atividade pois, este simulador além de não exigir nenhum tipo de pré-cadastro, disponibiliza a simulação referente a várias instituições financeiras possibilitando uma análise de escolha por diversas vertentes, dependendo principalmente da interpretação dos dados para a contratação, o que nos possibilita uma discussão e reflexão significativa no tocante da Educação Financeira V. As escolhas referentes ao tipo de financiamento não impossibilitam a construção de um modelo matemático, mas é importante ressaltar que conforme a escolha feita pelo grupo, gerará modelos diferentes pois os

	<p>sistemas mencionados têm especificidades diferentes para o cálculo da prestação e composição do processo.</p> <p>VI. A escolha da instituição não impossibilitará a construção do modelo pois o mais importante são os dados registrados em cada simulação, independente da instituição que ofertará.</p>
<p>Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.</p>	<p>Uma dificuldade que poderá acontecer em relação a interpretação de alguns termos financeiros, como por exemplo, as taxas nominal e efetiva, acreditamos que como os sujeitos desta pesquisa provêm de um conhecimento matemático/financeiro referente ao Ensino Médio, a escolha se da instituição financeira que proverá os recursos se resumirá apenas no valor da prestação. É importante ressaltar, hipoteticamente, que este fato acontece repetidas vezes com os cidadãos brasileiros, uma vez que os conteúdos mencionados não fazem parte do currículo de matemática para o Ensino Médio (alunos 15, 16 e 17 anos).</p>
<p>Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.</p>	<p>Acreditamos que além dos sujeitos perceberem a diversidade de propostas relacionadas por diversas instituições financeiras, isto possibilita uma negociação mais significativa no sentido de conseguir melhores condições para a aquisição do imóvel.</p> <p>Conhecer as variáveis que envolvem a situação de um financiamento imobiliário.</p> <p>Conhecer as diferenças relacionadas aos dois tipos de sistemas de amortização ofertados pelas instituições.</p>
<p>Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • A decisão de uma contratação de financiamento não se resume ao valor da prestação e sim em outras variáveis que em uma boa negociação podem reduzir os juros pagos no final do período estipulado em contrato. • Os saberes que surgirão a partir da comparação das exigências previstas no sistema de financiamento escolhido pelo grupo com o perfil estipulado do comprador, principalmente em relação a renda e idade. • Que os sujeitos a partir de uma única situação simulada, percebam as diferenças em relação ao sistema PRICE e o sistema SAC.

Fonte: O Autor

Encerra-se a Etapa (ETA2) com o professor/mediador fazendo uma institucionalização local, ouvindo os motivos de cada escolha realizadas pelos grupos.

6.2.2.2 – Etapa B da Atividade 2

Em seguida inicia-se a Etapa ETB2 a de abstração das variáveis, o professor/mediador disponibiliza para os estudantes 4 livros de Matemática Financeira indicados no Quadro 21, escolhidos com o único critério que em seu sumário esteja previsto o estudo de sistemas de amortização.

Quadro 21: Livros de Matemática Financeira disponibilizados para os alunos

Autor(es)	Livro	Editora	Local	Ano
Alexandre Assaf Neto	Matemática Financeira Edição Universitária	Atlas	São Paulo	2017
Carlos Patricio Samanez	Matemática Financeira 5ª edição	Pearson Pentice Hall	São Paulo	2010
George Joseph Boggiss Luís Geraldo Mendonça Luiz Alfredo R. Gaspar Marcos Guilherme Henringer	Matemática Financeira 11ª edição	FGV	Rio de Janeiro	2012
José Dutra Vieira Sobrinho	Matemática Finaciera 8ª edição	Atlas	São Paulo	2018

Fonte: O Autor

O professor/mediador pede para que cada grupo escolha um livro, e com base nas fórmulas apresentadas sobre o sistema de amortização SAC ou PRICE, escrevam como se constitui, a prestação (PMT) do tipo de financiamento escolhido pelo grupo.

Acreditamos que com a pesquisa os sujeitos encontrarão as seguintes informações referentes aos respectivos modelos.

A tabela PRICE tem como característica principal as prestações fixas e juros decrescentes a cada período.

O modelo matemático para calcular a prestação fixa no sistema de amortização PRICE é:

$$PMT = PV \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

Em que:

PMT = prestação

PV = presente valor

n = número de parcelas

i = taxa de juros na forma unitária.

Os juros são calculados multiplicando a taxa nominal e saldo devedor do mês anterior, sendo assim, este é um valor que vai variar conforme o passar dos períodos do contrato.

A amortização é calculada com subtração entre o valor da prestação e juros no período em questão, também é um valor vai variar conforme o andamento do financiamento.

Em relação ao sistema de amortização constante SAC, sua principal característica são, como o próprio nome diz, amortização constantes e as prestações e juros decrescentes.

Para calcular a amortização seguimos o seguinte modelo:

$$\text{Amortização} = \frac{PV}{n}$$

Em que o PV é o capital inicial contratado no financiamento e o n é o número total de parcelas.

Os juros, também como no sistema PRICE, é calculado sobre o saldo devedor do mês anterior e as prestações são obtidas por meio da soma do juro do período com o valor da amortização, produzindo assim prestações decrescentes durante o contrato de financiamento.

Continuando a Atividade 2, os sujeitos são orientados a construir uma tabela no *Excel*, conforme modelo Figura 28:

Figura 28: Modelo base para a construção da tabela no Excel

Valor do imóvel =			
Valor financiado =			
Taxa de juros =			
Prazo =			
Número da PMT	saldo devedor	amortização	prestação (PMT)
0		XXXXXX	XXXXXXXXXX
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
...			
360			

Fonte: O Autor

Em seguida, por meio, dos recursos do Excel, automatize¹⁸ a tabela (Figura 29), construída pelo grupo, para o cálculo das prestações, baseando-se nos dados do imóvel, valores do financiamento (o mesmo do utilizado simulador) e as fórmulas consultadas nos livros.

Com essa dinâmica acreditamos que os estudantes identificarão uma discrepância significativa, entre o valor da prestação apresentada no simulador de financiamento das instituições e o valor calculado com o modelo teórico apresentados nos livros de Matemática Financeira. Esta diferença acontece devido a taxas que são cobradas e não estão prevista, na maioria das vezes, na literatura como seguro de vida e seguro do imóvel, taxas administrativas entre outras. É importante ressaltar que quando somado estas “pequenas” taxas ao longo de 360 meses, isso resulta em valores significativos, como por exemplo em um financiamento de R\$220.000,00 se pagos no prazo total, aproximadamente R\$51.000,00 são pagos referente taxa de seguros de vida e imobiliários.

¹⁸ Entendemos por automatizar a tabela (doravante): como uma “programação da planilha” com o objetivo de agilizar e otimizar os cálculos matemáticos

O professor/mediador encerra-se a Etapa ETB2 com uma institucionalização local questionando os grupos em relação ao que eles entendem sobre taxa nominal e custo efetivo, e pede para que os estudantes escrevam suas conclusões.

Em relação a Análise Didática da segunda etapa da Atividade 2, apresentamos os resultados no Quadro 22:

Quadro 22: Análise Didática da ETB2

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETB2)
<p>Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Esperamos que os alunos façam, uma préve pesquisa sobre o modelo de sistema de amortização escolhido pelo grupo (SAC ou PRICE) e esquematizem os principais procedimentos para os cálculos relacionados a prestação do financiamento, acreditamos que com essa dinâmica os sujeitos se apropriarão dos métodos de cálculo de cada parte do modelo apresentado e conhecido na literatura. • Com construção da tabela no Excel para calcular o processo de financiamento utilizando as fórmulas adquiridas por meio da pesquisa realizada nos livros, acreditamos que fortalecerá o entendimento dos detalhes referente as taxas e andamento do processo de financiamento ao longo de um período, além de facilitar os cálculos matemáticos. É importante ressaltar que com essa atividade não temos o interesse em desenvolver técnicas de resolução matemática, mas sim, que sujeitos se apropriem de elementos para que possa gerar discussões mais aprofundadas em relação a assuntos relacionados a Educação Financeira. • Ao término das discussões esperamos que os sujeitos percebam as discrepâncias de valores (principalmente em relação a primeira prestação) da tabela construída com base no modelo apresentado nos Livros Didáticos e os resultados oriundos do simulador realizado na etapa anterior (ETA2). É importante ressaltar que essa diferença se dá pelo fato de que nos Livros Didáticos, normalmente, não são considerados taxas administrativas, seguro de vida e seguro do imóvel.

<p>Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.</p>	<ol style="list-style-type: none"> I. A pesquisa realizada com os livros disponibilizados em sala, sobre as resoluções necessárias do sistema de amortização escolhido pelo grupo é uma variável considerável para o bom andamento da atividade. O livre acesso a um procedimento de pesquisa, julgamos importante para que os sujeitos possam, por meio de discussões em grupo, se apropriarem de elementos específicos do modelo escolhido, acreditamos que concomitantemente com as institucionalizações locais realizadas pelo professor/mediador, ajudará nos processos de ensino e aprendizagem do objeto matemático em jogo. II. A construção e a automatização dos cálculos na tabela do Excel, consideramos outra variável importante, pois quanto terminado esse processo poderemos fazer simulações alterando os índices, como taxas, períodos e valores, acreditamos com isso, possibilitará discussões mais aprofundadas no tocante da Educação Financeira. É importante ressaltar que a escolha do software Excel, se deu pelo fácil acesso dos estudantes a esse programa, e posteriormente poderão utilizá-los para outros estudos de financeira. III. Com a realização dos procedimentos I e II acreditamos que os estudantes identificarão as discrepâncias de valores, principalmente em relação a primeira e última prestação, comparando os resultados calculados na tabela com o simulador de valores utilizado na etapa anterior. Esperamos que os sujeitos percebam que falta alguns itens a serem considerados na tabela criada por meio dos modelos conhecidos em relação a simulação dos dados reais analisada anteriormente
<p>Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> I. A não concretização e identificação do modelo de sistema de amortização escolhido pelo grupo pode trazer problemas para a construção dos conhecimentos relativos a esse objeto. Caso o grupo não consiga identificar na pesquisa os modelos referentes ao sistema escolhido por eles, recomendamos que o professor (somente se necessário) auxiliem na busca e no entendimento das variáveis envolvidas. II. A não construção da tabela implicará diretamente no restante do desenvolvimento da atividade, portanto, também se necessário, ou seja, quando o professor/mediador perceber que o grupo não conseguiu construir a tabela, deve-se então auxiliá-los. É importante ressaltar que o fato do professor auxiliar o grupo não diminui os objetivos da atividade, pois acreditamos que as discussões que serão geradas por meio da manipulação da tabela serão mais significativas do que a sua construção. III. A discrepância mais significativa é quando utilizarão para os cálculos da prestação a taxa nominal, pois nesta não estão incluídos os valores como taxa administrativa e seguros de vida e do imóvel, quando utilizado a taxa efetiva os valores da prestação aproxima-se consideravelmente dos valores do simulador (etapa anterior). A percepção destas mudanças é fundamental para o andamento da atividade. Cabe ao professor/mediador institucionalizar tal conceito, por meio das discussões e colocações postas pelos grupos durante a institucionalização local da segunda etapa da Atividade 2
<p>Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.</p>	<p>Acreditamos que a principal dificuldade que os sujeitos encontrarão nesta etapa é a construção e automatização dos cálculos na tabela do Excel</p>
<p>Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de</p>	<p>Acreditamos que ao institucionalizar os conceitos referentes as taxas nominais e efetivas, os sujeitos perceberão a importância e as diferenças deste dois conceitos, pois no aspecto da Educação Financeira, normalmente a taxa que é</p>

resolução que os alunos podem adquirir.	divulgada na mídia ou em campanhas de marketing por partes das instituições bancárias é a taxa nominal (menor que a efetiva), mas a taxa efetiva é significativa no montante final pago pelo cidadão que requeri a um financiamento. É importante ressaltar que julgamos este fato importante na decisão de uma contratação de financiamento.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	As diferenças em relação a taxa nominal e taxa efetiva para a construção do processo amortização na dívida contratada pelos sujeitos. A falta de variáveis no modelo tradicionalmente apresentados na literatura como valor mensal pago referente ao seguro de vida e seguro do imóvel e em alguns casos as taxas referentes a administração a instituição financeira responsável pelo contrato de financiamento.

Fonte: O Autor

O professor/mediador encerra a etapa (ETB2) com uma institucionalização local e inicia-se a Etapa (ETC2), destinada a construção do modelo, questionando os sujeitos o que pode ser feito para melhorar (chegar mais próximo do real) o modelo já conhecido (Livros Didáticos), quais colunas podem serem incluídas na tabela da Figura 28 construída pelo grupo.

6.2.2.3 – Etapa C da Atividade 2

O professor/mediador pede para os sujeitos substituírem o campo “taxa de juros” na tabela do *Excel* pela taxa “custo efetivo” baseados nas informações do Quadro 19 e perguntamos o que acontece com o valor da prestação, acreditamos que com esse exercício os sujeitos percebam que quando usado a taxa de custo efetivo no lugar da taxa nominal o valor da prestação aproxima-se do valor real estipulado no simulador.

O professor/mediador questiona os grupos e abre uma discussão sobre essas diferenças e pede para os grupos a partir do modelo, já conhecido e apresentados nos Livros Didáticos, construa um novo modelo para o cálculo das prestações, considerando os elementos indicados no Quadro 19.

Com essa dinâmica esperamos que os grupos acrescentem na tabela do *Excel* mais três colunas: um referente ao seguro de vida, outro referente ao seguro do imóvel e a último referente a taxa mensal administrativa, por fim a tabela ficará conforme o modelo da Figura 29:

Figura 29: Exemplo da tabela a ser construída considerando todas as variáveis estudadas

	Número de parcelas	Parcela (PMT)	Amortização	Juros	Saldo devedor	Seguro de Vida	Seguro do imóvel	Taxa ADM
8	0	xxxx	xxxx	xxxx	R\$ 210.000,00	R\$ 47,67	R\$ 48,90	R\$ 25,00
9	1	2169,73	583,3333333	R\$ 1.464,96	R\$ 209.416,67	R\$ 47,54	R\$ 48,90	R\$ 25,00
10	2	2044,22	583,3333333	R\$ 1.460,89	R\$ 208.833,33	R\$ 47,41	R\$ 48,90	R\$ 25,00
11	3	2040,15	583,3333333	R\$ 1.456,82	R\$ 208.250,00	R\$ 47,27	R\$ 48,90	R\$ 25,00
12	4	2036,09	583,3333333	R\$ 1.452,75	R\$ 207.666,67	R\$ 47,14	R\$ 48,90	R\$ 25,00
13	5	2032,02	583,3333333	R\$ 1.448,68	R\$ 207.083,33	R\$ 47,01	R\$ 48,90	R\$ 25,00
14	6	2027,95	583,3333333	R\$ 1.444,61	R\$ 206.500,00	R\$ 46,88	R\$ 48,90	R\$ 25,00
15	7	2023,88	583,3333333	R\$ 1.440,54	R\$ 205.916,67	R\$ 46,74	R\$ 48,90	R\$ 25,00
16	8	2019,81	583,3333333	R\$ 1.436,47	R\$ 205.333,33	R\$ 46,61	R\$ 48,90	R\$ 25,00
17	9	2015,74	583,3333333	R\$ 1.432,41	R\$ 204.750,00	R\$ 46,48	R\$ 48,90	R\$ 25,00
18	10	2011,67	583,3333333	R\$ 1.428,34	R\$ 204.166,67	R\$ 46,35	R\$ 48,90	R\$ 25,00
19	11	2007,60	583,3333333	R\$ 1.424,27	R\$ 203.583,33	R\$ 46,21	R\$ 48,90	R\$ 25,00
20	12	2003,53	583,3333333	R\$ 1.420,20	R\$ 203.000,00	R\$ 46,08	R\$ 48,90	R\$ 25,00
21	13	1999,46	583,3333333	R\$ 1.416,13	R\$ 202.416,67	R\$ 45,95	R\$ 48,90	R\$ 25,00
22	14	1995,39	583,3333333	R\$ 1.412,06	R\$ 201.833,33	R\$ 45,82	R\$ 48,90	R\$ 25,00
23	15	1991,32	583,3333333	R\$ 1.407,99	R\$ 201.250,00	R\$ 45,68	R\$ 48,90	R\$ 25,00
24	16	1987,25	583,3333333	R\$ 1.403,92	R\$ 200.666,67	R\$ 45,55	R\$ 48,90	R\$ 25,00
25	17	1983,18	583,3333333	R\$ 1.399,85	R\$ 200.083,33	R\$ 45,42	R\$ 48,90	R\$ 25,00

Fonte: O Autor

O professor/mediador encerrasse esta etapa fazendo a institucionalização local, ouvindo e debatendo cada escolha feita pelos grupos em relação ao modelo construído.

A Análise Didática da etapa (ETC2), será apresentada no Quadro 23:

Quadro 23: Análise Didática da etapa (ETC2)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETC2)
<p>Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.</p>	<p>Esperamos que os alunos estabeleçam as relações necessárias das variáveis Matemáticas e construídas por meio das observações dos dados do simulador (<i>online</i>) e discussões realizadas em torno da construção da tabela no <i>Excel</i>, baseados no modelo de amortização (SAC ou PRICE) escolhidos pelos grupos.</p> <p>É fundamental para a construção do modelo que os alunos percebam as diferenças nas variáveis que compõem a formação da prestação do financiamento, comparando os dados referente ao simulador e a modelo construído na tabela do <i>Excel</i>.</p>
<p>Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.</p>	<p>O resultado do modelo deve resultar em um fator que permita os alunos verificar separadamente valores referente à amortização, juros, seguros (vida e imóvel) e taxas administrativas, pois sabemos que tudo além da amortização são valores pagos como “juros” pelos serviços prestados da instituição financeira. É importante ressaltar que a partir desses novos conhecimentos, acreditamos que melhore a negociação dos indivíduos com a instituição bancária e consecutivamente diminui os juros pagos pelo empréstimo.</p> <p>Para isso é importante que os sujeitos identifiquem diferenças entre o modelo apresentado nos livros e o modelo utilizado pelo simulador</p>

Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	A interpretação errônea das diferenças entre os modelos poderá impossibilitar a construção de um modelo que aproxime dos valores reais e consecutivamente os conhecimentos a Educação Financeira
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Acreditamos que as dificuldades que os alunos estão relacionados as interpretações relativas a representação as diferenças entre os modelos, é fácil identificar que a uma discrepância o problema é identificar quais as variáveis que ocasionaram essa diferença. Caso algum grupo sinta dificuldade em identificar essas variáveis, fica sobre a responsabilidade do professor/mediador direcionar discussão que resultem na reflexão dessas variáveis e assim proporciona a construção dos conhecimentos relativos a Educação Financeira
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Desenvolvam conhecimentos relativos a construção de um modelo que possa dar parâmetros necessários para negociação na hora de contratar um financiamento junto a uma instituição bancária, principalmente a variáveis passíveis de negociação como seguros e taxas administrativas. Esperamos que os alunos percebam que com uma Matemática relativamente simples (conteúdos básicos ensino Fundamental e Médio) é possível construir uma ferramenta significativa para a análise e tomada de decisão em relações comerciais de suma importância.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	Acreditamos que como desenvolvimento do modelo os sujeitos construirão conhecimentos relativos a composição de valores que geram a prestação de um financiamento, seja o modelo SAC ou PRICE, e que alguns desses valores são passíveis de negociação

Fonte: O Autor

Inicia-se a última etapa da Atividade 2 a (ETD2), destinada a validação do modelo. Será feito uma comparação com o modelo desenvolvido pelos alunos com os valores encontrados nos simuladores de financiamento imobiliário.

6.2.2.4 – Etapa D da Atividade 2

A partir das considerações das variáveis seguros e taxas administrativas os valores da prestação calculado no simulador e a prestação desenvolvida na tabela do *Excel* serão iguais.

Antes de encerrar a Atividade 2 o professor/mediador pede para que os grupos somem os valores totais das colunas referente ao juros, seguro de vida, seguro do imóvel e a taxa administrativa (quando tiver), com essas dinâmica acreditamos que os sujeitos perceberão que o montante somado desses valores supera o valor financiado, ou seja, que um cidadão que financia uma determinada quantia paga praticamente o dobro considerando o período estipulado na atividade.

A Análise Didática da etapa (ETD2), será apresentada no Quadro 24:

Quadro 24: Análise Didática da etapa (ETD2)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETD2)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos	Esperamos que os alunos estabeleçam as relações necessárias das variáveis Matemáticas e financeiras construídas por meio das observações e discussões realizadas em torno do modelo matemático desenvolvido entre os grupos. Esperamos que além dos construtos dos saberes em relação ao modelo desenvolvido nesta etapa, isto possa possibilitar aos sujeitos uma interpretação mais significativa, e que com essa dinâmica sejam provocadas tomadas de decisões e críticas construtivas sobre as escolhas e negociações de uma contratação de financiamento.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo	Para validação do modelo é imprescindível que os sujeitos comparem o modelo construído pelo grupo com o apresentado com os resultados apresentados no simulador. Acreditamos que possa aparecer outras discussões pertinentes a contratação de um financiamento imobiliário, a partir das discussões geradas nas etapas anteriores.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	A comparação de valores entre os dois recursos é imprescindível para essa etapa, pois sem essa dinâmica impossibilitará a validação do modelo.
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Os sujeitos poderão encontrar dificuldades para trabalhar na tabela do <i>Excel</i> inserindo as fórmulas para o cálculo da prestação, caso isso ocorra é imprescindível que o professor/mediador auxiliem para o andamento da atividade.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Construam saberes relativos a ao modelo desenvolvido e que isso possa promover debates e análise mais significativos para decisão e análise de propostas de financiamentos imobiliários, que os sujeitos adquirem mais conhecimentos para negociar descontos e isenção de taxas.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	Promover e institucionalizar como é composto a prestação de um financiamento imobiliário e quais as regras que poderão ser modificadas ou negociadas para pagar um menor juros

Fonte: O Autor

Encerra-se a Atividade 2, com o professor/mediador anunciando a terceira e última atividade que será aplicada em um outro momento, refere-se à construção de um modelo para análise de quitação (parcial ou integral) antecipada em relação ao período estipulado de 360 meses e o quanto isso impactará na redução dos juros pagos pelo contratante do financiamento.

6.2.3 - Análise da Atividade 3

O objetivo principal da Atividade 3 é construir um modelo para planejar a quitação antecipada do valor financiado do imóvel estabelecido na atividade 2. Para isso será elaborado

um planejamento financeiro considerando FGTS¹⁹ e possíveis economias (reservas financeiras) durante o período de financiamento por parte do comprador. O tempo previsto para esta atividade também são de duas horas, deve ser realizado em um laboratório de informática com acesso à *internet*.

6.2.3.1 – Etapa A da Atividade 3

Na etapa A da Atividade 3 ETA3, destinada a coleta de dados, os alunos deverão montar uma tabela com os principais gastos do comprador do imóvel e contratante do financiamento, (levar em consideração o perfil do comprador estipulado pelo grupo). Para isso o professor/mediador orienta os alunos a construírem uma tabela conforme Quadro 25 no *Excel* como sugestão de controle de finanças domésticas, deixando a opção de cada grupo montar a lista conforme o perfil do comprador estabelecido na atividade 2.

¹⁹ Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS). É um depósito mensal, referente a um percentual de 8% do salário do funcionário, que o empregador fica obrigado a depositar em uma conta bancária na Caixa Econômica Federal que deve ser aberta em nome do empregado.

Quadro 25: Modelo para a construção da tabela (orçamento familiar) no Excel

RENDAS	R\$
RENDA 1	
RENDA (OUTROS)	
DESPESAS	R\$
POUPANÇA	
MORADIA (ALUGUEL)	
ALIMENTOS	
PARCELA DO CARRO	
SEGURO DO CARRO (MÊS)	
TEL RESIDENCIAL	
TEL CELULAR	
TEL CELULAR FILHOS	
INTERNET	
ESCOLA DOS FILHOS	
TV A CABO	
ENERGIA	
COMBUSTÍVEL	
LAZER	
MENSALIDADE HABITAÇÃO	
TOTAL	

Fonte: O Autor

Com base no planejamento realizado, o professor/mediador questiona e pede para cada grupo estimar (se possível) quanto o comprador pode poupar mensalmente, e ressalta que este valor é para compor o montante destinado à quitação antecipada do imóvel financiado.

Partindo do pressuposto que o comprador vai utilizar os recursos do FGTS (Fundo de Garantia do Tempo de Serviço), para quitação parcial ou plena de sua dívida, os grupos são orientados a pesquisarem, utilizando a *internet*, como esse valor é calculado sobre o salário, quantas vezes este valor pode ser usado para abater da dívida assumida pelo comprador e como é corrigido o valor (rendimento) do FGTS.

Considerando que o comprador irá utilizar a poupança como recurso para guardar o dinheiro poupado, sua reserva pessoal, os alunos são orientados a pesquisarem quais são taxas atuais referentes aos rendimentos deste segmento.

Ainda na primeira fase os alunos são orientados a pesquisarem nos livros de matemática financeira, disponibilizado para consulta na sala de aula, quais modelos (fórmulas) são usadas para o cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, com essa dinâmica acreditamos que os sujeitos chegarão a duas situações:

Fórmula de Cálculo do Valor Acumulado com Resgate ao Iniciar o Último Período:

Neste caso o resgate será realizado logo após o último depósito, não sendo, portanto, computados juros referentes a este depósito.

$$M = DP \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Em que:

- M : É o montante acumulado no período.
 - DP : É o valor de cada depósito periódico.
 - i : É a taxa percentual aplicada ao capital para o cálculo dos juros.
 - n : É o número de depósitos da aplicação.
- Fórmula de Cálculo do Valor Acumulado com Resgate ao Terminar o Último Período.

Neste outro caso o resgate se dará somente após o acréscimo dos juros referentes ao último depósito, assim como dos depósitos anteriores.

$$M = DP \cdot \frac{(1 + i)^{n+1} - 1}{i} - 1$$

Em que:

- M : É o montante acumulado no período.
- DP : É o valor de cada depósito periódico.
- i : É a taxa percentual aplicada ao capital para o cálculo dos juros.
- n : É o número de depósitos da aplicação.

Esperamos que os sujeitos planejem uma situação de resgate, e com isso utilizem o modelo correto.

Assim encerra-se a etapa (ETA3) com o professor/mediador fazendo uma institucionalização local sobre os assuntos pesquisados e discutidos pelos grupos, principalmente sobre o uso dos recursos do FGTS como quitação total ou parcial da dívida provida do financiamento.

A Análise Didática da etapa (ETA3), será apresentada no Quadro 26:

Quadro 26: Análise Didática da etapa (ETA3)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETA3)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	Esperamos que os alunos percebam, por meio da pesquisa dessa etapa a importância de um planejamento financeiro, como adequação dos recursos ganhos a situações de compra de bens. Acreditamos, também, que as discussões referentes a regras de utilização do FGTS como parte do pagamento de dívidas relacionadas a financiamento imobiliário possam gerar novos conhecimentos e estratégias, para os sujeitos tanto no viés de estudantes como também cidadãos que possam utilizar desse recurso em suas vidas pessoais.

<p>Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.</p>	<p>I. O fato de os sujeitos relacionarem em uma planilha os gastos do comprador e a contabilidade em um planejamento de quanto será destinado para a quitação antecipada do financiamento, entendemos que a prática desse hábito é fundamental para a Educação Financeira desses indivíduos.</p> <p>II. O item Poupança na sugestão de planilha referente ao planejamento, julgamos fundamental para que o aluno entenda que além de reservar uma quantia para a quitação antecipada do financiamento, é importante poupar um outro valor para uma situação eventual utilize deste montante sem causar prejuízo financeiro, como por exemplo uma situação de desemprego não esperado.</p> <p>III. O estudo sobre o FGTS, julgamos importante para a institucionalização de um planejamento com a necessidade de um financiamento imobiliário, pois este recurso é muito utilizado no Brasil, mas as regras não são claras, tão poucas objetivas, por tanto em nosso entendimento é importante abrir e disseminar essa prática principalmente quando o tema em questão é Educação Financeira</p> <p>IV. Escolhemos como recurso a poupança pois acreditamos ser o mais conhecido entre os cidadãos brasileiros, pois a todo momento nos deparamos com seus índices sendo divulgado e comparados nos jornais e meios comunicação. É importante ressaltar que os sujeitos a partir de uma situação considerando a poupança como meio para guardar recursos financeiros, podem, por hipótese, serem incentivados a fazer uma análise para outros meios de investimento mais significativo e rentáveis para suas estratégias e planejamento financeiro.</p> <p>V. A pesquisa nos Livros Didáticos sobre a fórmula de cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, é uma variável didática importante para a construção do modelo final desta atividade, não acreditamos que os sujeitos encontrarão dificuldade pois na maioria dos livros de matemática financeira do Ensino Superior contém tal conteúdo. Caso seja necessário o professor/mediador pode orientá-los a fazerem buscas na <i>internet</i>. É importante ressaltar que qualquer que seja a forma de pesquisa, fica sob a responsabilidade do professor/mediador a institucionalização deste objeto matemático/financeiro.</p>
<p>Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.</p>	<p>I. Um bom planejamento é fundamental para a criação de uma estratégias de quitação antecipadas de dívidas, porém por se tratar de um comprador (personagem criado pelo grupo), acreditamos que essa variável não será um problema para o desenvolvimento da Engenharia, ou seja, mesmo no pior cenário o qual o comprador não terá recursos disponíveis para colocar na poupança, mesmo assim ainda será possível contar com o FGTS (situação fictícia pré-estabelecida) além de fato que isso abrirá a possibilidade de discussões em relação a essa situação, que não é muito diferente do que acontece com a maioria dos cidadãos brasileiros.</p> <p>II. A percepção por parte dos alunos em relação ao fato que devemos assegurar de recursos considerando várias situações futuras diferentes para a utilização do mesmo, julgamos importante para as concepções em relação a Educação Financeira. Caso os estudantes não percebam esse fato durante a realização da atividade, recomendamos que o professor/mediador retome essa discussão durante a institucionalização local desta etapa na Atividade 3.</p> <p>III. É importante ressaltar, que o cabe ao professor/mediador analisar e orientar a pesquisa referente ao FGTS, pois se tratando de <i>internet</i> como base para a pesquisa, é sabido que podem ser levantados informações errôneas sob esses assunto, recomendamos que o</p>

	<p>professor faça uma pesquisa prévia, para se assegurar das regras e as verdades sobre a utilização dos recursos do FGTS, caso esse entendimento seja errado, por parte dos sujeitos, esse fato poderá invalidar o modelo e consecutivamente o objetivo da atividade.</p> <p>IV. Padronizamos ao considerar somente a poupança como o meio para poupar os recursos mensais, fizemos essa escolha pois acreditamos se deixássemos aberto para quaisquer outras formas de investimento isso geraria regras específicas para cada situação e nesse momento não ajudaria para a construção dos conhecimentos relativos ao planejamento de quitação do financiamento imobiliário. Essa variável julgamos fundamental, pois em situação real mesmo que não seja a poupança os cidadãos devem poupar quantias para situações inesperadas, e assim ter uma tranquilidade financeira.</p> <p>V. Esta variável didática é de suma importância para a construção do modelo matemático final, caso não seja desenvolvida de forma correta pode impossibilitar a concretização da atividade.</p>
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Acreditamos que a dificuldade que os sujeitos encontrarão nesta fase, é referente as informações sobre os recursos da Poupança e FGTS oriundos da <i>internet</i> , portanto, como dito anteriormente cabe ao professor/mediador a conduta e a institucionalização desses conhecimentos para o bom desenvolvimento da atividade.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Acreditamos que os conhecimentos institucionalizados serão relativos ao planejamento, a organização pessoal das contas (dívidas fixas) do comprador e o fato de considerar nesse planejamento recursos que deverão ser poupados como estratégia de eliminação do pagamento de juros futuros, este fato é fundamental para a prática de uma boa de Educação Financeira.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Elaborar um planejamento financeiro, pesando em estratégias para poupar recursos para resolver eventualidades ou imprevistos financeiros futuras. • Identificar e ressaltar os principais regras e regimentos para a utilização do FGTS como meio de pagamento (integral ou parcial) de dívidas oriundas de financiamento imobiliário. • Identificar e analisar as taxas de rendimentos referente a poupança e que esse recurso não é a única opção, existe outras formas de guardar o dinheiro que exigem um estudo mais detalhado. • A concretização por meio da pesquisa e discussões do modelo (fórmula) conhecido para calcular o montante de um investimento com depósitos periódicos.

Fonte: O Autor

6.2.3.2 – Etapa B da Atividade 3

Dando início etapa B da Atividade 3 ETB3 destinada a estudos de hipóteses e levantamento de possíveis variáveis que estarão envolvidas no modelo matemático. O professor/mediador orienta os alunos que com base nas discussões anteriores, indique segundo as concepções do grupo, quais variáveis são necessárias, (ainda como hipótese) para a construção de um modelo matemático, que planeje a quitação da dívida de um financiamento imobiliário.

Esperamos que os sujeitos indiquem como variáveis, o saldo devedor, as reservas pessoais do comprador, o saldo calculado da sua conta do FGTS, mais a parte de amortização contida na prestação do financiamento, calculado na Atividade 2, e o tempo (período) de acúmulo para a composição desses montantes.

Então o professor/mediador encerra-se a segunda etapa da Atividade 3 (ETB3), com uma institucionalização local, frisando e discutindo os principais apontamentos feitos pelos grupos em relação as possíveis variáveis que estarão contidas no modelo.

A Análise Didática da etapa (ETB3), será apresentada no Quadro 27:

Quadro 27: Análise Didática da etapa (ETB3)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETB3)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	As discussões entre os integrantes do grupo em relação as hipóteses de variáveis para a construção do modelo matemático são de suma importância pois acreditamos que nesse momento são relacionados todos os saberes anteriores institucionalizados, isso pode promover a construção de conhecimentos extra atividade, fortalecendo assim os conceitos sobre Educação Financeira.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.	<ol style="list-style-type: none"> I. Que os alunos assumam os rendimentos oriundos da poupança como variável matemática para o modelo. II. Que os alunos assumam os rendimentos providos do FGTS como variável matemática para o modelo. III. Que os alunos assumam os valores referente a amortização contida na prestação do financiamento como variável matemática para o modelo. IV. Que os alunos assumam o saldo devedor do financiamento como variável matemática para o modelo. V. Que os alunos assumam o tempo (período) como variável matemática para o modelo. VI. Que os alunos reconheçam as taxas referente aos rendimentos da poupança e do FGTS como que os alunos assumam os rendimentos oriundos da poupança com variável matemática para o modelo variável matemática para o modelo.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	A determinação das variáveis explicitadas de I a VI no item anterior, é fundamental para o desenvolvimento do modelo final. É importante ressaltar que o professor/mediador fica responsável a conduzir as discussões pertinentes a essa etapa da atividade de forma que possa institucionalizar a função e importância de cada variável supracitada.
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Acreditamos que a dificuldade que os sujeitos encontrarão nesta etapa está relacionado a percepção que a amortização contida na prestação do financiamento faz parte do modelo para calcular a antecipação da quitação da dívida. É importante ressaltar que mesmo considerando que os alunos estão cursando Licenciatura em Matemática, os conhecimentos relativos a matemática financeira são oriundos do Ensino Médio, pois até o momento da

	realização da atividade não tiveram nenhum conteúdo relacionado a esta disciplina, como havíamos previsto anteriormente.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Acreditamos que os conhecimentos referentes a possibilidade e regras para a utilização do FGTS e o quanto isto é significativo para a amortização do saldo devedor é um fator que consideramos para a aprendizagem dos sujeitos, em segundo plano mas não menos importante acreditamos que implicitamente a ideia de organização e planejamento para a tomada de decisão, de fará parte dos conhecimentos construídos por meio desta etapa da Atividade 3.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	<ul style="list-style-type: none"> • As taxas de rendimentos referente a poupança e o FGTS, e o que isso representa para o montante que será debitado do saldo devedor. • Institucionalizar que há outros meios para guardar dinheiro além da poupança, e assim discutir, com os alunos outras possibilidades de investimento, ainda que seja em um patamar conservador e sem riscos e que seja mais rentável que a poupança. • Institucionalizar cada variável do modelo e o que cada uma representa para o objetivo de quitar a dívida antes do prazo estipulado no contrato.

Fonte: O Autor

6.2.3.3 – Etapa C da Atividade 3

A terceira etapa da atividade três ETC3, é destinada a construção do modelo matemático, assim o professor/mediador pede para que os sujeitos, considerando as variáveis estabelecida e na etapa ETB3, construa o modelo matemático, com o objetivo de calcular uma redução no prazo contratado pelo comprador no financiamento imobiliário. É importante ressaltar que o professor/mediador deixa um tempo de aproximadamente 20 minutos para que os grupos se organizem e elaborem seus modelos, em seguida o professor/mediador institucionaliza retomando na lousa o que cada grupo considerou.

Esperamos que os grupos cheguem em um modelo próximo a:

$$\text{Saldo devedor} = n \cdot \text{Amortização} + R \cdot \frac{(1 - i_R)^n - 1}{i_R} + F \cdot \frac{(1 - i_F)^n - 1}{i_F}$$

Sendo:

n : o período de financiamento, concomitantemente o período do dinheiro aplicado à poupança e o FGTS. Considerando que o comprador comece a poupar no instante zero ($n = 0$).

R : o depósito mensal referente as reservas financeiras do comprador.

F : o depósito mensal feito a conta do FGTS, na conta do comprador.

i_R : a taxa referente ao rendimento mensal da poupança.

i_F : a taxa referente ao rendimento mensal da conta do FGTS.

Amortização: o valor contido na prestação que é debitado do saldo devedor.

Encerra-se a Etapa (ETC3) e inicia-se a última etapa (ETD3) designada para a validação do modelo.

A Análise Didática da etapa (ETC3), será apresentada no Quadro 28:

Quadro 28: Análise Didática da etapa (ETC3)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (ETC3)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	A construção do modelo é o momento de concretização e junção de tudo que foi discutido e institucionalizado anteriormente, essa etapa é fundamental para a efetivação da atividade três e também para o Modelo Epistemológico de Referência (MER). Acreditamos que no momento que os indivíduos se organizam para equacionar as variáveis elencadas por eles na etapa anterior, este fator contribui para a construção do conhecimento relativo ao planejamento e estratégias financeiras, tornando-os (por hipótese) cidadãos mais críticos e ativos nas decisões a serem tomadas no âmbito da Educação Financeira.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo.	<ol style="list-style-type: none"> I. A escolha da amortização contida na prestação como parte do modelo. II. A escolha dos recursos providos dos rendimentos da poupança como parte do modelo. III. A escolha dos recursos providos dos rendimentos do FGTS como parte do modelo. IV. A utilização das fórmulas de cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, como parte do modelo. V. Diferenciar as fórmulas de cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, para os recursos da poupança e outra para os do FGTS.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	<ol style="list-style-type: none"> I. A escolha da amortização contida na prestação é fundamental para a análise e efetivação do modelo. II. A escolha dos recursos providos dos rendimentos da poupança como parte do modelo, não é fundamental pois acreditamos ser enriquecedor no sentido de planejamento financeiro III. A escolha dos recursos providos dos rendimentos do FGTS como parte do modelo, como o item anterior também não julgamos fundamental, porém importante, pelo o mesmo motivo descrito acima, no sentido de planejamento e organização financeira. É importante ressaltar que se não for considerarmos o item II ou III no modelo, isto não significa a anulação do modelo, mas sim menos significativo para o planejamento.

	<p>IV. A utilização das fórmulas de cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, como parte do modelo é fundamental caso seja decidido por partes dos indivíduos considerarem os recursos providos da poupança e do FGTS na constituição do modelo final.</p> <p>V. Diferenciar as fórmulas de cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, para os recursos da poupança e outra para os do FGTS é fundamental, pois cada segmento descrito obedece a uma taxa diferenciada para o rendimento.</p>
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	Acreditamos que as dificuldades que os sujeitos encontrarão está relacionado a fórmula para o cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, no sentido de percepção que esta faz parte do modelo e na diferenciação (apesar da mesma fórmula) da taxa de rendimento em relação a poupança e FGTS.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	A importância de considerar outras formas de reserva de dinheiro além das prestações pagas no financiamento e o quanto isto é significativo para a redução de juros pagos na aquisição de um bem, por meio de um financiamento imobiliário.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	A construção do modelo envolvendo as variáveis indicadas na etapa anterior e o que isso representa para a elaboração de um planejamento financeiro para a quitação de uma dívida imobiliário e /ou com alguns ajustes para qualquer segmento de financiamento.

Fonte: O Autor

Em seguida para a facilitação das simulações a partir do modelo construído, o professor/mediador orienta os alunos a montarem uma tabela conforme a Figura 30, para posteriormente automatizá-la com o modelo criado pelos grupos, dando início a última etapa da Atividade 3.

Figura 30: Modelo de tabela para a simular o tempo de financiamento considerando reservas pessoais e FGTS

Dados			
Saldo devedor (instante $n = 0$)	R\$0,00		
Amortização	R\$0,00		
Recursos referente a depósitos mensais próprios	R\$0,00		
Recursos referente a depósitos mensais FGTS	R\$0,00		
Período (n)			
Mês	0	SALDO DEVEDOR DEPOIS DO PERÍODO (n)	
Ano	0		R\$0,00
Taxas			
Taxa referente ao rendimento poupança			
Taxa referente ao rendimento conta FGTS			
Montante depois do período (n)			
Recursos próprios			
Recursos FGTS			
Amortização			

Fonte: O Autor

6.2.3.4 – Etapa D da Atividade 3

O professor/mediador orienta os grupos que com base no modelo construído na etapa anterior, automatizem a tabela no *Excel* Figura 30 e, façam simulações de diferentes situações, alternando valores poupados mensalmente (reserva pessoal) e taxa de juros, para estipular/planejar o tempo total que irá levar para quitar o financiamento.

Considerando outros recursos (como a poupança e o FGTS) além das prestações para a quitação antecipada do financiamento. O professor/mediador orienta para que os grupos calculem quanto (em reais) este comprador deixará de pagar. É importante ressaltar que para esse cálculo os sujeitos utilizarão valores, referente a todos os valores pagos de “juros” em um financiamento, calculados e desenvolvido na Atividade 2.

A Análise Didática da etapa (ETD3), será apresentada no Quadro 29:

Quadro 29: Análise Didática da etapa (ETD3)

Aspectos a serem considerados Segundo Almouloud (2007)	Análise da etapa (a)
Analisar a importância da situação proposta, em relação ao objeto matemático em jogo, identificando a relação com os saberes anteriormente adquiridos.	A validação do modelo, acreditamos ser de suma importância para a construção dos conhecimentos relacionados a Educação Financeira, pois nesse momento é que o indivíduo faz simulações de diferentes cenários e situações, e com isso (por hipótese) percebe o quanto deixará de pagar de juros, caso decida poupar uma quantia por mês. Consegue fazer comparações entre valores para tomadas de decisões pautadas em critérios reais e fáceis de compreensão.
Identificar as variáveis macro didáticas da situação e escolher aquelas necessárias para o estudo	<ol style="list-style-type: none"> I. Construção de uma tabela, para facilitar as simulações utilizando o modelo construído. II. Simulações de diferentes situações, alternando taxas, valores referentes a reservas pessoais e o período de financiamento. III. A interpretação referente a interferência da diminuição do prazo de financiamento em relação ao valor de juros pago no prazo contratado.
Estudar os aspectos das situações, isto é, verificar se as variáveis escolhidas, possibilitam ou impossibilitam a construção de conhecimentos pelos alunos.	<ol style="list-style-type: none"> I. A construção da tabela é fundamental, pois uma vez que o objetivo é discutir e entender os diversos cenários possíveis considerando as variáveis do modelo, os cálculos matemáticos ficam em segundo plano, a escolha de não utilizar a tabela do <i>Excel</i>, fará com que os alunos percam muito tempo com resoluções matemáticas. É importante ressaltar que não desprezamos a importância dos cálculos matemáticos, porém neste momento não fazem sentido para a concretização da atividade. II. O exercício de simular situações diferente, usando o modelo e a tabela do <i>Excel</i>, acreditamos ser fundamental pois neste momento que os indivíduos deslumbram cenários diferente e com isso possibilitam uma tomada de decisão mais coesa e criteriosa. III. A interpretação referente aos resultados da diminuição do prazo de financiamento em relação ao valor de juros pago é o fator que julgamos mais significativo, pois em qualquer relação financeira espera-se pagar menos e poupar mais, assim quando o aluno percebe a importância de um planejamento e o quanto isso resulta em

	resultados positivos, acreditamos que nesse momento há um aprendizado significativo em relação aos conceitos que permeiam a Educação Financeira.
Conjecturar e analisar as dificuldades que os alunos podem enfrentar na resolução de cada situação.	A principal dificuldade que acreditamos que os alunos enfrentarão é em automatizar a tabela do <i>Excel</i> com os modelos desenvolvidos na etapa anterior. É importante ressaltar que o professor/mediador pode/deve auxiliá-los, pois o principal objetivo da atividade está nas interpretações geradas por meio das simulações oriundas da automatização da tabela.
Identificar os novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir.	Acreditamos que os estudantes relacionarão o fato que ao poupar uma “pequena” quantia por mês, isso pode gerar um montante significativo ao longo do tempo.
Conjecturar os saberes e os procedimentos de resolução da situação devem ser institucionalizados.	O planejamento é fundamental para uma boa estratégia financeira. Que o dinheiro aplicado ao longo, do tempo, mesmo com um rendimento, baixo geram montantes significativos. A utilização dos recursos do FGTS, são boas opções para a utilização no abatimento parcial ou total da dívida do financiamento imobiliário. Que a matemática e o <i>Excel</i> são importantes aliados para os trabalhos de planejamento financeiro.

Fonte: O Autor

Encerra-se a terceira atividade que compõe o Modelo Epistemológico de Referência (MER).

No capítulo seguinte apresentaremos as análises referente a aplicações das três atividades aplicadas para o terceiro semestre de Licenciatura em Matemática de uma instituição de Ensino Superior particular localizada na cidade de São Paulo.

6.3 - Análise à posteriori

Esta seção destina-se a análise da aplicação das atividades propostas na seção anterior, dividimos em três subseções cada uma direcionada para as respectivas Atividades 1, 2 e 3.

As atividades foram desenvolvidas em três encontros de aproximadamente duas horas cada um, contou com a participação de nove alunos do terceiro semestre de Licenciatura em Matemática de uma Faculdade particular localizada na cidade de São Paulo. Nenhum dos participantes trabalham como professor, mas sete relataram que estão dispostos a seguir a carreira docente.

Estes alunos foram divididos em três trios, que a partir de agora chamaremos de α , β e δ . Todas as atividades foram desenvolvidas no laboratório de informática da Faculdade com acesso à *internet* e fora do período de aula.

A seguir apresentaremos a análise da aplicação da Atividade 1.

6.3.1 - Análise da aplicação da Atividade 1

A análise da Atividade 1 foi dividida em quatro momentos, cada um destinado as respectivas etapas: (ETA1) - Coleta de dados; (ETB1) - Estudo de Hipóteses e Variáveis; (ETC1) - Construir o modelo; (ETD1) - Validação do modelo, mesma metodologia usada na análise *à priori*.

6.3.1.1 – ETA1 – Coleta de dados

O professor/mediador começou com a orientação referente a dinâmica da atividade suas respectivas etapas e o objetivo geral, que é construir o modelo para auxiliar na tomada de decisão na compra de um imóvel, em seguida distribui um roteiro para o desenvolvimento da atividade (Apêndice I).

O professor/mediador, explicou sobre as restrições do problema (registrado na folha distribuída para os trios) e pediu que os participantes acessassem qualquer site de compra e venda de imóveis e selecionassem uma região qualquer para a consulta de anúncios referentes ao problema proposto.

Depois dos trios escolherem a região de preferência, o professor/mediador orientou que eles fizessem uma coleta de trinta anúncios conforme as restrições previstas no roteiro e concomitantemente registrassem em uma tabela no *Excel* as áreas privativas dos apartamentos anunciados e seus respectivos preços, sendo uma coluna destinada a área e outra a preço.

Foi estipulado um tempo de 20 min para a coleta de dados, durante a coleta não houve nenhum contratempo em relação a interpretação referente às restrições contidas no roteiro entregue aos alunos.

Em relação aos sites escolhidos pelos trios para a coleta de dados, nenhum apresentou problemas para as restrições e região escolhida. O trio α , escolheu a região Sul de São Paulo, o trio β escolheu a região de Jundiaí interior de São Paulo, e o trio δ escolheu o grande ABC, região metropolitana de São Paulo.

O professor/mediador sugeriu para os grupos que cada um fizesse observações sobre as percepções que tiveram em relação a essa coleta de dados. Segue uma parte do diálogo:

O professor/mediador será indicado por PP e os trios por T seguido dos símbolos α , β e δ .

PP – *É possível fazer alguma hipótese observando os dados coletados por vocês?*

T α – Os imóveis com metragem maiores, aparentemente, não seguem uma lógica em relação ao preço.

T δ – Concordo! aqui aconteceu a mesma coisa, discutimos que talvez se fossem considerados outras variáveis, como valor do condomínio e tempo de construção do prédio, talvez tivéssemos resultados mais próximos.

PP – Quanto mais especificarmos o tipo de imóvel mais próximos ficarão os preços, porém para esta atividade vamos trabalhar com essas duas variáveis (área e preço), depois de encontrarmos o modelo discutiremos melhorias, essa hipótese colocada pelo grupo, pode ser uma dessas melhorias.

Gostaríamos de ressaltar que o diálogo acima, além de promover uma reflexão sobre Educação Financeira, nos ajudou a identificar outras variáveis que podem ser levadas em consideração ao modelo, como por exemplo, valor do condomínio e o tempo de construção do prédio.

O professor fez uma outra pergunta para dar início a etapa B da Atividade 1 (ETB1) - Estudo de Hipóteses e Variáveis.

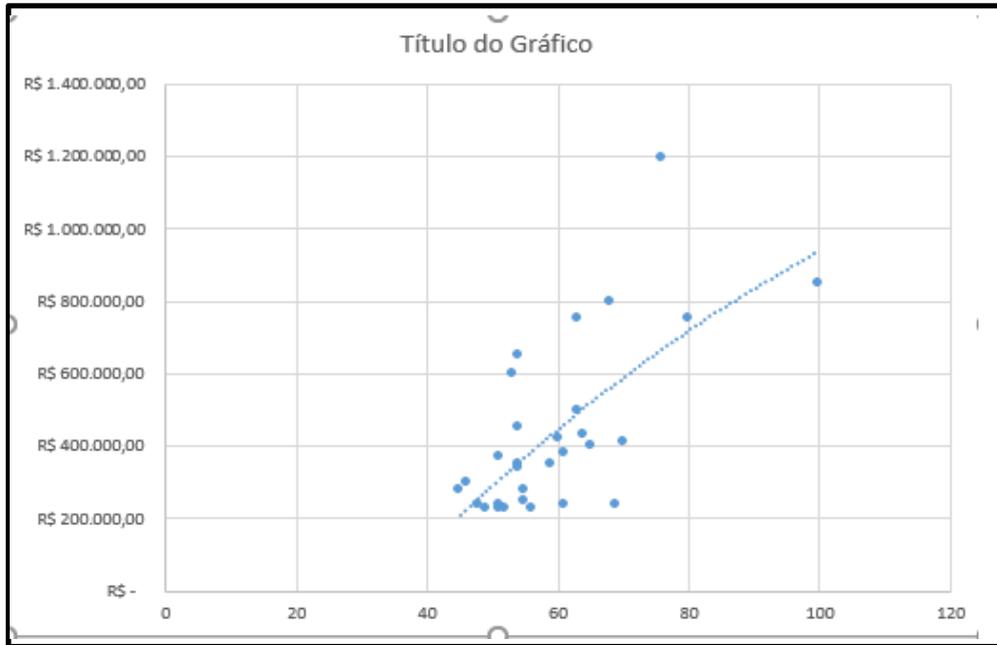
6.3.1.2 – ETB1 – Estudo de hipóteses e variáveis

PP – Será que podemos afirmar, que quanto maior a metragem do apartamento maior o seu valor?

Os grupos concordaram, ainda que intuitivamente, que as variáveis área e preço, seguiam, uma relação. Com isso o professor/mediador pediu para que, usando os recursos do *Excel* plotassem um gráfico de dispersão de pontos. Precisamos ressaltar que como previstos nas análises *a priori*, foi necessário a intervenção do professor para ajudar um dos três trios com os comandos necessários no *Excel*.

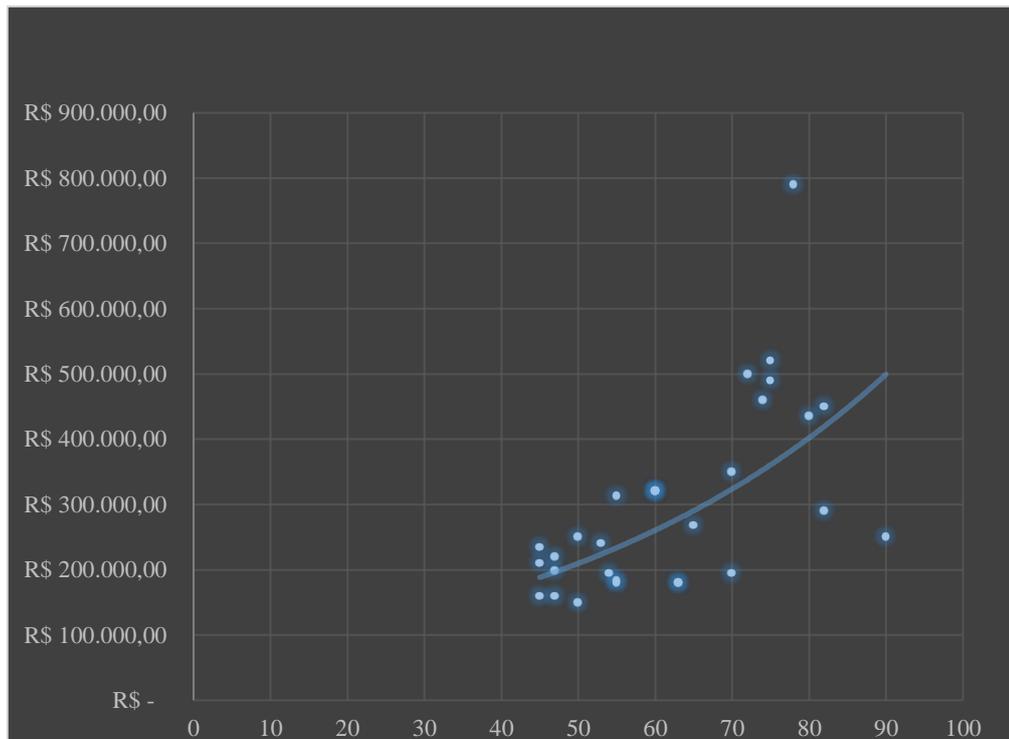
O resultado da representação gráfica que as duplas α , β e δ realizaram destacamos respectivamente nas Figuras 31, 32 e 33:

Figura 31: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio α



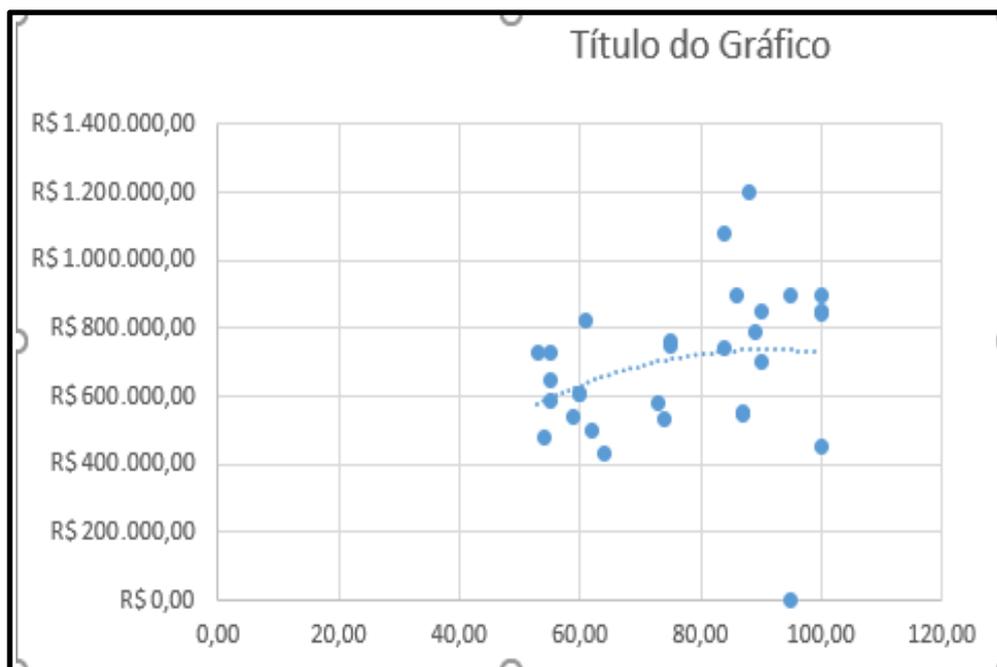
Fonte: Protocolo trio α

Figura 32: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio β



Fonte: Protocolo trio β

Figura 33: Representação gráfica dos dados coletados pelo trio δ

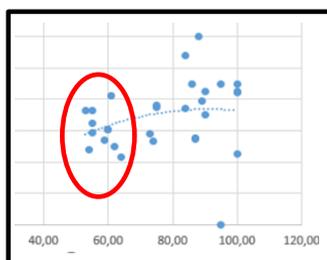


Fonte: Protocolo trio δ

O professor pediu para que os participantes falassem sobre as respectivas representações gráficas. Destacamos o trecho que julgamos interessante para esta análise, segue parte do diálogo:

T δ – Os imóveis em torno de 60m² (destaque em vermelho) possuem mais anúncios, com isso acreditamos que podem ter uma maior margem para a negociação.

Figura 34: Visualização do integrante do trio δ

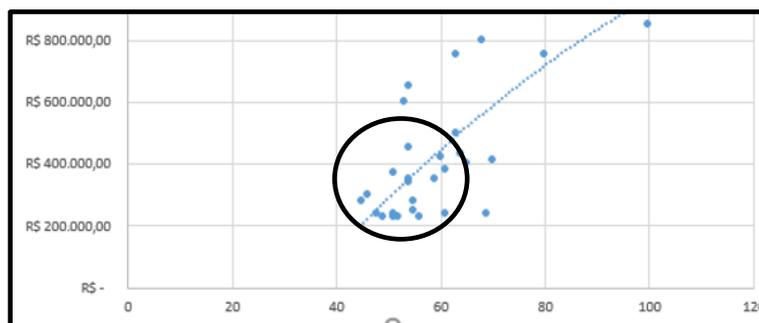


Fonte: Protocolo trio δ

Esse mesmo um integrante do trio δ pergunta para os outros trios se aconteceu o mesmo nas suas respectivas amostras.

T α – Aqui para nós, também os apartamentos entre 50m² e 60m², há uma maior oferta, com uma variação de preço entre R\$ 200.000,00 e R\$ 500.000,00.

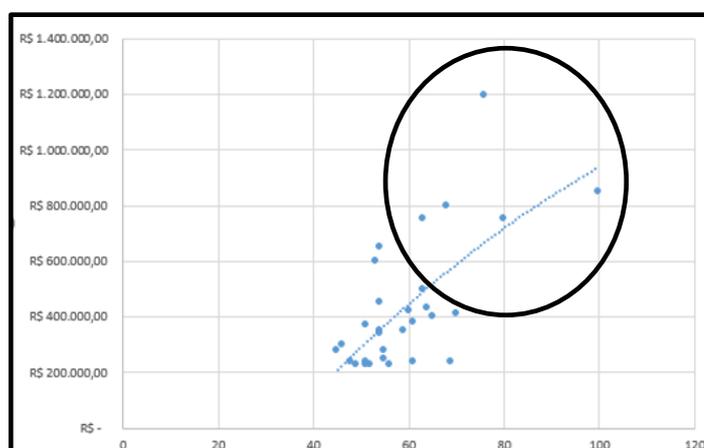
Figura 35: Visualização do integrante do trio α



Fonte: Protocolo trio α

T α – Porém o que mais nos chamou a atenção, foi o fato dos apartamentos com maior metragem a variação de preço não segue um padrão.

Figura 36: Visualização do integrante do trio α



Fonte: Protocolo trio α

O professor então devolveu a pergunta e propôs que refletissem sobre o ocorrido nos grupos α e δ . Um integrante do grupo δ observou que isso pode significar que existem mais anúncios referente a essas metragens das respectivas regiões.

T δ – fizemos a coleta de dados “marcando” os dados na sequência em que apareceram, por isso, acredito que existem mais anúncios de apartamentos com a metragem de 60 m².

T α – O procedimento adotado por nós, foi o mesmo.

O professor interfere:

PP – Tudo bem, também acredito que apareceram mais anúncios referentes as respectivas áreas mencionadas pelos grupos, porém em relação a compra e venda dos imóveis o que isso pode significar?

Um integrante do trio δ falou:

T δ – significa que têm mais apartamentos a venda nessa região com essa metragem?

Mais uma vez o professor interfere:

PP – Sim, mas comercialmente falando o que isso pode representar?

T δ – Temos uma oferta maior em apartamentos com essas metragens?

O professor então observou:

PP – Sim se você está vendendo apartamentos, com essa metragem nessa região, sabe que terá problemas em “não abaixar” o preço pois a concorrência é maior, mas no nosso caso estamos desejando comprar, isso significa que temos um poder de “barganha” maior na hora da negociação, caso escolhêssemos comprar apartamentos nessa metragem, pois existem mais possibilidades de escolha.

É importante ressaltarmos que acreditamos que com essa discussão conseguimos institucionalizar a ideia de oferta e demanda, ou seja, quando a demanda é maior do que a oferta, os preços dos produtos tendem a subir, já que os consumidores se dispõem a pagar mais para obter um determinado item. Por outro lado, quando a oferta é maior do que a demanda, os preços tendem a cair.

Continuando com a atividade o professor pede para que os alunos, calculem, usando os recursos do *Excel*, a correlação entre as variáveis área e preço dos apartamentos. Os resultados das correlações encontradas pelos grupos α , β e δ . Respectivamente são: 0,66868; 0,63432 e 0,43517.

Nessa etapa tínhamos previsto (análise *a priori*) uma possível dificuldade entre os sujeitos na interpretação do índice de correlação, isso não ocorreu acreditamos por se tratar de alunos do terceiro semestre de Licenciatura em Matemática, e como neste semestre, estão cursando a disciplina de Estatística, não tiveram problema em concluir que conforme os índices tinham uma relação “moderada ” das variáveis em questão. Salvo que o professor/mediador ajudou todos os trios nos comandos do *Excel* para calcular a correlação.

É importante ressaltarmos, conforme a mobilização destes elementos, podemos identificar, uma mudança de quadro da Matemática Financeira para a Estatística para a resolução do problema.

Em seguida o professor/mediador pediu para que os participantes traçassem, por meio dos recursos do *Excel*, as linhas de tendências linear, exponencial, logarítmica e polinomial entre a “nuvem” de pontos dos respectivos gráficos de cada trio e em seguida calculassem os seus respectivos índices referentes ao R^2 .

Depois da conclusão da tarefa anterior o professor/mediador pediu para que os alunos escolhessem o coeficiente R^2 mais significativo e calculassem também por meio do *Excel* a

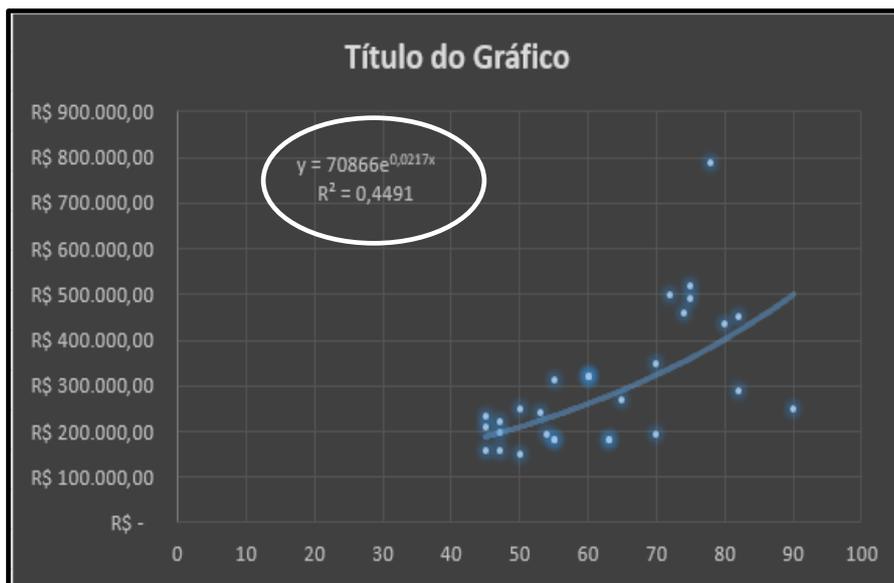
equação da linha de tendência respectiva plotada no gráfico. Os resultados podem ser observados conforme os protocolos descritos nas Figuras 37, 38 e 39.

Figura 37: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio α



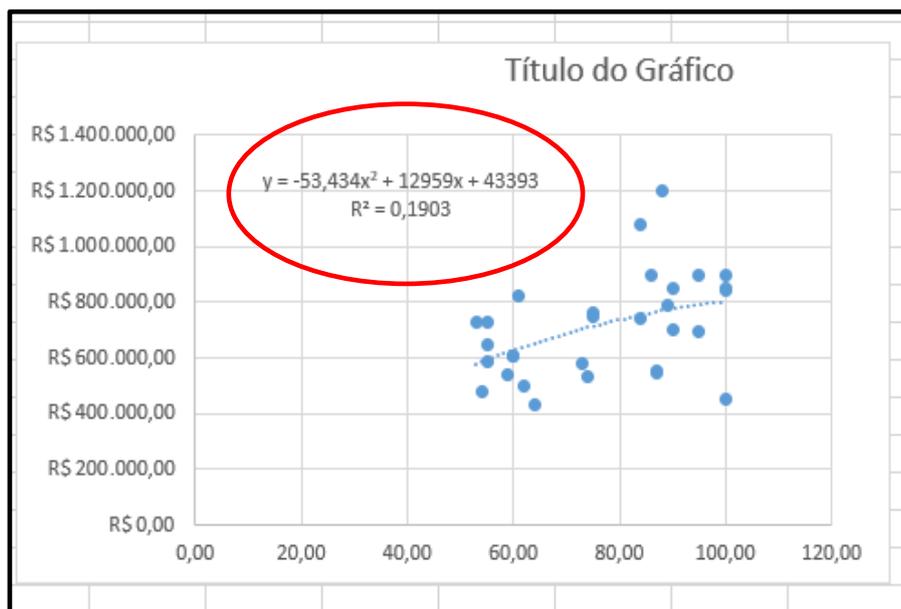
Fonte: Protocolo trio α

Figura 38: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio β



Fonte: Protocolo trio β

Figura 39: Linha de tendência plotada no gráfico pelo trio δ



Fonte: Protocolo trio β

O professor/mediador questionou o que representavam os respectivos valores de x e y encontrados nas linhas de tendência, e os participantes responderam que o x representava a área dos apartamentos pesquisados e o y o preço de venda, e que o y é uma variável dependente de x . O professor/mediador questionou em relação ao domínio da função encontrada, responderam que se limitava ao intervalo proposto de 45m^2 a 120m^2 , conforme as restrições iniciais.

6.3.1.3 – ETC1 – Construir o modelo

Dando início a análise da etapa ETC1, cujo principal objetivo era construir o modelo, o professor/mediador questionou os grupos que ao substituir um valor qualquer de área dentro do domínio (de 45m^2 à 120m^2) da função o preço encontrado em y representava o que para os dados coletados?

Um integrante da dupla δ respondeu que poderíamos considerar como um preço base do imóvel conforme sua área, para aquela determinada região, o professor/mediador perguntou para o restante dos participantes o que eles achavam, todos concordaram.

O professor/mediador sugeriu que fizessem um teste escolhessem três metragens quaisquer e substituíssem na função encontrada (linha de tendência), e observassem os preços. Posteriormente entrassem novamente no site de compra e venda de imóvel e buscasse três anúncios referentes as mesmas metragens que o trio resolveu substituir na função e comparassem os preços, destacamos o protocolo do trio β :

Figura 40: Pesquisa referente a três imóveis na região escolhida, pelo trio β

14. Pesquise três valores de imóveis na região escolhida pelo grupo e preencha a tabela abaixo.

Valor do imóvel pesquisado R\$	Área	Substitua a área na função "linha de tendência"	Diferença entre os valores
150.000,00	50	209723,66	59723,66
160.000,00	45	188159,64	28159,64
180.000,00	63	278074,97	98074,97

Fonte: Protocolo trio β

O professor/mediador pediu para que os participantes calculassem a porcentagem referente a diferença (entre o valor do imóvel pesquisado e valor obtido com a substituição dos dados na função da linha de tendência) e observassem quanto o valor do imóvel pesquisado estaria acima ou abaixo do valor calculado por meio da linha de tendência segue as anotações do grupo β :

Figura 41: Representação do modelo matemático construído pelo trio β

15. Construa um modelo matemático para avaliar o preço do imóvel selecionado na região escolhida pelo grupo.

Área

$$I \equiv \frac{\text{valor imóvel}}{\text{valor mercado}}$$

45 m² → $I = \frac{160000,00}{188159,64} \approx 0,85$ 15% a baixo

50 m² → $I = \frac{150000,00}{209723,66} \approx 0,71$ 29% a baixo

63 m² → $I = \frac{180000,00}{278074,97} \approx 0,65$ 35% a baixo

Fonte: Protocolo trio β

Em seguida o professor/mediador foi à lousa e pediu para que os participantes relatassem o que eles tinham encontrado, então tomando como base a resolução do grupo β , perguntou como poderíamos montar o modelo para o cálculo do índice de porcentagem, com as discussões chegamos seguinte modelo:

$$I = \frac{VIP}{VRE},$$

em que:

I : fator para tomada de decisão se: $\begin{cases} I > 1 \rightarrow \text{imóvel mais caro que o mercado.} \\ I < 1 \rightarrow \text{imóvel mais barato que o mercado.} \\ I = 1 \rightarrow \text{Imóvel mesmo preço do mercado.} \end{cases}$

VIP : imóvel pesquisado para a compra.

VRE : valor de referência (linha de tendência).

Assim passamos para a última etapa (ETD1) – Validação do modelo.

6.3.1.4 – ETD1 – Validação do modelo

Para a validação do modelo os participantes fizeram alguns testes concluíram que conforme as restrições iniciais da situação problema os modelos estariam válidos, consideram também a importância de escolherem uma linha de tendência com o coeficiente de determinação R^2 mais próximo de um.

O professor/mediador sugeriu que melhorassem o modelo como previsto na primeira etapa, pediu que acrescentassem a variável “quantidade de garagem por apartamento” ao modelo. Então o professor/mediador, foi à lousa e perguntou, qual valor que deveria ser alterado para análise obedecendo o mesmo modelo. Segue o diálogo:

PP: Olhem para o modelo $I = \frac{VIP}{VRE}$ Qual a variável deve ser alterada?

Um integrante do grupo $T\alpha$ respondeu (questionando).

T α : A variável VRE?

PP: Por quê?

Tα: O valor do imóvel que será pesquisado não tem como mudar, temos que mudar nossa base de cálculo.

PP: Todos concordam?

Tβ: Sim, acredito que deveríamos saber o quanto é valorizado um imóvel que possui uma garagem a mais.

Tδ: Talvez por uma pesquisa na internet conseguimos verificar.

PP: Vamos facilitar o raciocínio, se com essa pesquisa conseguíssemos identificar que o imóvel valoriza 3% (hipoteticamente) do seu valor de mercado por garagem, como acrescentaríamos esse índice no modelo.

O professor foi para a lousa e apontou mais uma vez para o modelo, especificamente para a variável que a turma tinha identificado que deveria ser mudada.

$$I = \frac{VIP}{VRE}$$

PP: É essa a variável que devemos mudar, certo?

PP: Se o imóvel pesquisado estiver valorizado pelo fato de ter duas garagens, e sabemos que a variável VRE, quando construída consideramos apenas imóveis com uma garagem, o que precisamos fazer para equiparar a proporção dos valores dos imóveis.

Tβ: Devemos aumentar o valor?

PP: Sim, em quanto?

Tβ: Três por cento?

PP: Como faço isso?

Tδ: É só multiplicar oVRE por (1.03).

PP: Muito bom! mais para generalizar, chamarmos esse fator 1,03 de IG (índice garagem), como acrescento essa variável no modelo?

Tβ: É só multiplicar a variável VRE por IG.

PP: Então fica assim:

$$I = \frac{VIP}{VRE \cdot (IG)} \text{ o professor/mediador escreve na lousa.}$$

PP: Mais uma pergunta, caso o apartamento pesquisado tenha apenas uma garagem, qual o valor que devo substituir em (IG)?

Tβ: Um?

PP: Sim porque substituindo um não altera o valor de mercado pesquisado.

Acreditamos que essa última discussão foi de suma importância, para os participantes entenderem que um modelo sempre pode ser melhorado para melhor adequação à realidade que ele busca representar.

Em relação aos novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir projetados na análise *a priori* da Atividade 1, identificamos com a realização da atividade que os estudantes:

- Promoveram e discutiram assuntos relativos a variação de preço do mercado imobiliário, principalmente em relação a imóveis com características parecidas, mostrando o senso crítico nos diálogos com a turma e o professor em relação a diferenças dos preços X área dos imóveis.
- Por meio da análise gráfica mostraram senso crítico e autonomia, e apresentaram diálogos e conclusões, além do que havíamos previsto, assim acreditamos que os sujeitos adquiriram conhecimentos sobre variação de preços relativos a interpretação das representações gráficas de dispersão de pontos, dos coeficientes de correlação entre as variáveis e as linhas de tendência.
- A partir da construção do modelo matemático e sua validação, os estudantes demonstraram ter critérios e parâmetros nas tomadas de decisão em relação ao preço e a do imóvel.

Encerra-se a Atividade 1, o professor/mediador pede para que os alunos compareçam no próximo encontro, para que assim sejam mantidos os trios.

6.3.2 - Análise da aplicação da Atividade 2

A realização da Atividade 2 tem como objetivo principal construir um modelo para a análise do financiamento de parte do valor do imóvel escolhido para a compra, na Atividade 1. Como objetivo secundário destacamos que o estudante, por meio da construção do modelo possa perceber as diferenças relativas entre as taxas nominais e custo/taxa efetivas, utilizadas para os cálculos de financiamento (PRICE e/ou SAC) no sistema brasileiro de habitação.

A análise da Atividade 2 foi dividida em quatro momentos cada um destinado as respectivas etapas: (ETA2) - Coleta de dados; (ETB2) Estudo de Hipóteses e Variáveis; (ETC2)

Construir o modelo; (ETD2) Validação do modelo, mesma metodologia usada na análise *à priori*.

6.3.2.1 – ETA2 – Coleta de dados

O professor/mediador iniciou o encontro recapitulando com um breve resumo os ocorridos e as principais discussões referentes a Atividade 1, em seguida pediu para que os participantes acessassem a planilha e o modelo construído, pois relatou que iria utilizá-lo nesta atividade.

Em seguida, distribuiu o roteiro para a Atividade 2 (Apêndice II) e explicou o objetivo principal.

O primeiro item do roteiro pede que os grupos criem um perfil para o comprador do imóvel. A seguir descreveremos os protocolos registrados pelos trios α , β e δ

Quadro 30: Perfil do comprador criado pelo trio α

Nome	Kelly
Gênero	Feminino
Idade	30 anos
Profissão	Gerente
Estado civil	Casada
Números de Filhos	0
Renda bruta	R\$ 3.500,00 + R\$ 4.500,00 = R\$ 8000,00
Motivo pelo qual está comprando um imóvel	<input checked="" type="checkbox"/> Primeiro imóvel <input type="checkbox"/> Troca de imóvel <input type="checkbox"/> Imóvel para lazer <input type="checkbox"/> Imóvel para investimento

Fonte: Protocolo trio α

É importante ressaltarmos que partiu do grupo considerar a renda do marido de Kelly, para o financiamento, pois conforme a primeira simulação de financiamento no site perceberam que o salário da Kelly não seria possível financiar o apartamento desejado, então como estratégia resolveram acrescentar ao salário do marido Não julgamos errado esta estratégia pois

acreditamos ser uma prática comum em processos de financiamentos imobiliários, porém ainda neste momento o professor/mediador preferiu não questioná-los em relação a outras possibilidade, por exemplo, a escolha de outro imóvel que seja possível ser adquirido apenas com o salário da Kelly, gostaríamos de observar quais serão as decisões que o grupo tomará no decorrer da atividade.

O grupo β descreveu o seguinte perfil para o comprador:

Quadro 31: Perfil do comprador criado pelo trio β

Nome	Felipe Faccioni
Gênero	Masculino
Idade	30 anos
Profissão	Médico
Estado civil	Casado
Números de Filhos	1
Renda bruta	R\$ 9.500,00
Motivo pelo qual está comprando um imóvel	<input checked="" type="checkbox"/> _Primeiro imóvel <input type="checkbox"/> Troca de imóvel <input type="checkbox"/> Imóvel para lazer <input type="checkbox"/> Imóvel para investimento

Fonte: Protocolo trio β

O professor medidor questionou o grupo em relação ao salário do médico (se consideravam “alto” ou “baixo” em relação a profissão), e eles responderam que com trinta anos é um médico relativamente no começo de sua carreira, recém-formado, por isso justifica o primeiro imóvel. O professor/mediador achou plausível a colocação do grupo e decidiu manter o perfil estabelecido por eles.

O grupo δ descreveu o seguinte perfil para o comprador:

Quadro 32: Perfil do comprador criado pelo trio δ

Nome	Fabiana
Gênero	Feminino
Idade	28 anos
Profissão	Operadora de caixa
Estado civil	Casado
Números de Filhos	2
Renda bruta	R\$ 1.400,00 + R\$ 2.200= R\$ 3.600,00
Motivo pelo qual está comprando um imóvel	<input checked="" type="checkbox"/> _Primeiro imóvel <input type="checkbox"/> _Troca de imóvel <input type="checkbox"/> _Imóvel para lazer <input type="checkbox"/> _Imóvel para investimento

Fonte: Protocolo trio β

Achamos interessante o comprador estabelecido pelo grupo δ , pois em relação aos dois anteriores este aparenta ser um perfil mais simples que gerará um orçamento familiar mais “apertado”, pois além do salário ser o mais baixo, consideram ainda a Fabiana tem dois filhos, Acreditamos que possibilitará tomadas de decisões significativas na hora da escolha do imóvel e o tipo de financiamento, o que está no âmbito da Educação Financeira.

Criados os perfis o professor/mediador orientou os grupos seguindo o roteiro para que escolhessem um imóvel, utilizando o modelo construído na Atividade 1 e relatassem os motivos da escolha.

O grupo α escolheu um apartamento de 46m², dois quartos, uma vaga de garagem no bairro do Morumbi no valor de R\$ 300.000,00. O professor/mediador questionou o grupo o porquê da escolha, eles relataram a metragem é suficiente para dois moradores com uma ótima localização, e em relação ao preço segundo o cálculo por meio do modelo da Atividade 1, este imóvel está aproximadamente 40% abaixo do preço de mercado.

Acreditamos que o fato do grupo escolher um imóvel próximo ao perfil do comprador e sua realidade familiar, mostra uma coerência do grupo e o fato de ter tomado a decisão financeira baseados no modelo construído pelo trio de aproximadamente 40% abaixo do mercado mostra que perceberam/consideraram a importância de pesquisar antes de qualquer compra, ou seja procurar algo que deseja dentro de um controle financeiro, que é um objetivo da Educação Financeira.

Como a decisão do grupo foi escolher um apartamento de baixo valor em relação ao modelo, não julgamos necessário fazer a intervenção prevista no momento da criação do perfil, ou seja, de orientá-los a escolher um imóvel com um preço mais acessível.

O grupo β escolheu um apartamento de 57m² seis cômodos incluindo lavanderia e garagem, o professor/mediador questionou em relação o porquê destas escolhas, e o grupo relatou que foi devido ao fato do comprador estar mudando de cidade, pois como recém formado decidiu trabalhar no interior, e o imóvel escolhido justificasse por ser simples porém com os requisitos necessários para a família e o preço, conforme o modelo, abaixo do mercado.

Achamos interessante que o primeiro e o segundo grupos tomaram decisões pautadas em vários fatores não somente na questão financeira, acreditamos que isso também faz parte de uma boa Educação Financeira, pois quando conseguimos conquistar algo e isso seja provido de um bom planejamento considerando necessidades específicas.

O grupo δ escolheu um imóvel no valor de R\$185.000,00, dois quartos, sala e cozinha, quando questionados sob os fatores que levaram a escolha, relataram que foi devido ao fato deste apartamento fazer parte do programa de habitação “minha casa minha vida”, pois com base no perfil do comprador estabelecidos por eles, acreditam que este imóvel é de fácil acesso para o financiamento.

Acreditamos que esta decisão também foi plausível, porém, é importante ressaltar que este grupo não usou do modelo construído para a tomada de decisão, simplesmente partiram do perfil do comprador julgando que este imóvel estava no limite superior de financiamento previsto para o programa de habitação relatado acima.

Depois dos grupos relatarem as escolhas dos imóveis o professor/mediador pede para que os sujeitos acessem o site www.financiamento.com.br/simulador façam a simulação dos

respectivos financiamentos e os perfis estabelecidos pelo grupo. Estabelecendo que o comprador irá financiar 70% do valor do imóvel em 360 meses.

Seguem os protocolos referente ao print da tela do simulador dos respectivos grupos α , β e γ .

Figura 42: Protocolo de simulação do financiamento do grupo α

Escolha abaixo o plano ou os planos de financiamento desejado(s)						
Sel.	Linha de financiamento Agente Financeiro - Sistema de amortização	Taxa anual	CET anual	Primeira Parcela	Última Parcela	Renda Bruta Mensal
<input type="checkbox"/>		+ 8,70%	9,64%	2.169,87	661,44	R\$ 7.232,89
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	9,82%	2.209,61	636,61	R\$ 7.365,35
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	9,82%	2.209,61	636,61	R\$ 7.365,35
<input type="checkbox"/>		+ 9,20%	9,92%	2.225,76	636,66	R\$ 7.419,19
<input type="checkbox"/>		+ 9,00%	9,94%	2.218,44	661,57	R\$ 7.394,80
<input type="checkbox"/>		+ 9,15%	10,09%	2.242,68	661,64	R\$ 7.475,61
<input type="checkbox"/>		+ 9,40%	10,12%	2.258,02	636,75	R\$ 7.526,72
<input type="checkbox"/>		+ 9,50%	10,22%	2.274,13	636,79	R\$ 7.580,42
<input type="checkbox"/>		+ 9,60%	10,32%	2.290,22	636,84	R\$ 7.634,07
<input type="checkbox"/>		+ 9,70%	10,42%	2.306,30	636,88	R\$ 6.589,44
<input type="checkbox"/>		+ 12,50%	13,14%	2.230,23	2.183,04	R\$ 7.434,10

Fonte: Simulador de financiamento: <http://www.financiamento.com.br/simulador>

Figura 43: Protocolo de simulação do financiamento do grupo β

Escolha abaixo o plano ou os planos de financiamento desejado(s)						
Sel.	Linha de financiamento Agente Financeiro - Sistema de amortização	Taxa anual	CET anual	Primeira Parcela	Última Parcela	Renda Bruta Mensal
<input type="checkbox"/>		+ 8,70%	9,72%	1.597,90	491,72	R\$ 5.326,34
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	9,82%	1.620,38	466,85	R\$ 5.401,26
<input type="checkbox"/>		+ 9,10%	9,82%	1.620,38	466,85	R\$ 5.401,26
<input type="checkbox"/>		+ 9,20%	9,92%	1.632,22	466,88	R\$ 5.440,74
<input type="checkbox"/>		+ 9,00%	10,02%	1.633,52	491,82	R\$ 5.445,08
<input type="checkbox"/>		+ 9,40%	10,12%	1.655,88	466,95	R\$ 5.519,59
<input type="checkbox"/>		+ 9,15%	10,17%	1.651,30	491,87	R\$ 5.504,33
<input type="checkbox"/>		+ 9,50%	10,22%	1.667,69	466,98	R\$ 5.558,97
<input type="checkbox"/>		+ 9,60%	10,32%	1.679,50	467,02	R\$ 5.598,32
<input type="checkbox"/>		+ 9,70%	10,42%	1.691,29	467,05	R\$ 4.832,26
<input type="checkbox"/>		+ 12,50%	13,14%	1.635,50	1.600,90	R\$ 5.451,68

Fonte: Simulador de financiamento: <http://www.financiamento.com.br/simulador>

Figura 44: Protocolo de simulação do financiamento do grupo δ

Escolha abaixo o plano ou os planos de financiamento desejado(s)						
Sel.	Linha de financiamento Agente Financeiro - Sistema de amortização	Taxa anual	CET anual	Primeira Parcela	Última Parcela	Renda Bruta Mensal
<input type="checkbox"/>		9,10%	10,38%	601,20	185,48	R\$ 2.004,00
<input type="checkbox"/>		9,10%	10,38%	601,20	185,48	R\$ 2.004,00
<input type="checkbox"/>		9,40%	10,68%	613,99	185,52	R\$ 2.046,64
<input type="checkbox"/>		9,50%	10,78%	618,25	185,53	R\$ 2.060,83
<input type="checkbox"/>		8,70%	10,79%	609,09	210,43	R\$ 2.030,30
<input type="checkbox"/>		9,60%	10,88%	622,50	185,54	R\$ 2.075,01
<input type="checkbox"/>		9,70%	10,98%	626,75	185,55	R\$ 1.790,73
<input type="checkbox"/>		9,00%	11,08%	621,93	210,47	R\$ 2.073,09
<input type="checkbox"/>		9,15%	11,23%	628,33	210,49	R\$ 2.094,44
<input type="checkbox"/>		12,50%	13,59%	606,65	594,18	R\$ 2.022,17

Fonte: Simulador de financiamento: <http://www.financiamento.com.br/simulador>

Ao terminar a simulação o professor/mediador pede para que os grupos observem a tela inicial e indiquem qual a propostas referente ao sistema de SAC e o sistema de amortização Price, é mais interessante segundo o perfil do comprador estabelecido pelo grupo, e pede também que relatem os motivos que levaram o grupo a escolher tal sistema.

Seguem os protocolos dos grupos:

Figura 45: Protocolo referente a Atividade 2

4. Das propostas apresentadas no site, algumas utilizam o Sistema de Amortização Price e outras o Sistema de Amortização Constante SAC, escolha um modelo (Price ou SAC) e, relate o motivo desta escolha.

Escolhemos o modelo SAC (Sistema de Amortização Constante) pelo motivo da disponibilidade das parcelas decrescentes para o pagamento iniciando com uma parcela de 2.169,87 e finalizando com 661,44

Fonte: Trio α

Figura 46: Protocolo referente a Atividade 2

4. Das propostas apresentadas no site, algumas utilizam o Sistema de Amortização Price e outras o Sistema de Amortização Constante SAC, escolha um modelo (Price ou SAC) e, relate o motivo desta escolha.

Modelo sac - apresenta uma taxa de juros anual menor
que as outras oferecidas obtendo uma parcela inicial e
final menor que a price.

Fonte: Trio β

Figura 47: Protocolo referente a Atividade 2

4. Das propostas apresentadas no site, algumas utilizam o Sistema de Amortização Price e outras o Sistema de Amortização Constante SAC, escolha um modelo (Price ou SAC) e, relate o motivo desta escolha.

Escolhemos o modelo SAC, por redução do valor das
parcelas sendo a maior no valor de R\$ 622,50 e
a parcela final no valor de R\$ 185,54, sendo que
a taxa de juros anual no valor de 9,6%

Fonte: Trio δ

Todos os grupos escolheram o sistema de amortização SAC e, conforme análise *a priori*, essas decisões foram pautadas principalmente em relação a prestação (parcelas) do imóvel, deixando de lado outras variáveis importantes como as taxas referentes ao custo efetivo. Ou seja, conforme os resultados das pesquisas de Kistemann Júnior (2011), os sujeitos geralmente consideram apenas a parcela, a prestação, que cabe no seu orçamento.

Em seguida o professor/mediador pede para que os sujeitos escolham dentre as instituições financeiras que oferecem as propostas referente ao sistema SAC qual o grupo escolhe e o porquê da escolha. É importante ressaltar que não queremos discutir fatores relacionados as instituições financeiras, e sim as propostas apresentadas por elas.

Seguem os protocolos de dois dos três trios, pois o grupo δ não relatou os motivos.

Figura 48: Protocolo referente a Atividade 2

5. Escolha uma proposta das apresentadas no simulador e, relate o motivo desta opção.

Escolhemos a proposta de [REDACTED]
 Como taxa de juros nominal anual de 8,7%

Fonte: Trio α

Figura 49: Protocolo referente a Atividade 2

5. Escolha uma proposta das apresentadas no simulador e, relate o motivo desta opção.

Conta de Crédito [REDACTED] Relação
 mente Conta e Salário; taxa anual, Cet anual, 1.ª parcela não
 menor que as outras propostas. Uciq renda Bruta compa-
 tível com as outras propostas.

Fonte: Trio β

Como podemos perceber, neste “segundo momento” os grupos além das parcelas observaram a taxa nominal referente ao financiamento, porém acreditamos ainda ser insuficiente para uma decisão porque em alguns casos a comparação simplesmente da taxa nominal não uma prática correta uma vez que o custo efetivo é o que remete ao verdadeiro valor que será pago pelo contratante do financiamento.

É importante ressaltar que há casos que em comparação a duas instituições financeiras A e B, por exemplo, a taxa nominal de A é superior a de B, porém o custo efetivo do financiamento de A é inferior a de B, assim se a decisão fosse pautada somente nesse quesito acreditamos que a proposta de A seria mais interessante que a de B. É relevante destacar que essa situação não ocorreu para nenhum dos trios.

Em seguida o professor/mediador pediu para os grupos confrontassem os dados relatados no simulador com o perfil do comprador estabelecido pelo grupo, principalmente em relação ao salário, se este era compatível com a proposta de financiamento.

Neste momento que o grupo α decidiu acrescentar no perfil de “Kelly” o salário do marido, pois perceberam que somente considerando o seu salário não seria suficiente para a concretização do financiamento. Achamos interessante essa postura pois ao invés de declinarem em relação a compra do imóvel resolverão achar uma alternativa. É importante ressaltar que nesse momento surgiu uma discussão na sala, sobre o porquê o salário não era compatível uma vez que a “Kelly” ganha R\$3500,00 por mês. Segue um trecho do diálogo:

Representaremos o professor por *PP* e os trios pela letra *T* seguida das letras α , β e δ

Um integrante do trio $T\alpha$ questionou o professor:

T α : Professor, mas porque a renda da “Kelly” não é compatível com o financiamento uma vez que ela ganha R\$ 3.500,00 por mês (acreditamos que o aluno com a sua entonação na hora da questão, joga o valor do salário de Kelly alto, em relação a escolha do imóvel).

O professor devolve a questão a sala:

PP: O que vocês acham? Alguém tem ideia o porquê não é compatível?

Um integrante do grupo beta responde:

T β : Geralmente ouvimos na mídia, que a dívida só pode corresponder a uma parte do salário?

PP: Sim, alguém sabe como é calculado esta parte do salário? (o professor não quis usar a palavra percentual, pois queria que a resposta partisse dos alunos)

T β : Estou olhando aqui na internet e parece que corresponde a 30% do salário

PP: o que concluímos então?

T α : Que a prestação do financiamento de Kelly é superior a 30% do valor do seu salário.

PP: muito bom

O professor encerra esta discussão observando que outra saída possível era aumentar o valor de entrada (caso possível) automaticamente o valor financiado seria menor e assim seria compatível com o salário de “Kelly”, ou em últimos casos a escolha de um outro apartamento num valor inferior ao escolhido pelo grupo.

Gostaríamos de ressaltar, como previsto na análise *a priori*, o ambiente computadorizado e o com acesso à *internet* foi fundamental para a finalização do diálogo supracitado e os construtos dos saberes discutidos (institucionalização local: composição de rendas para cálculo de financiamento).

Referente aos outros grupos os perfis foram compatíveis para o financiamento.

Encerando a etapa (ETA2) o professor/mediador pede para que os alunos anotem em uma planilha os principais dados referentes ao financiamento, seguem os protocolos:

Figura 50: Protocolo referente a Atividade 2

7. Se necessário refaça a simulação no site indicado no item 3, selecione a proposta de preferência do grupo e complete o quadro 2:

Valor do imóvel	300.000,00	
Valor financiado	240.000,00	
Prazo	360 meses	
Renda requerida	7232,89	
Taxa de juros nominal	Anual: 8,7	Mensal: 0,6976
Custo efetivo	Anual: 9,6428	Mensal: 0,7701
Valor da primeira parcela	2169,87	

Quadro 2: itens referentes ao financiamento de parte do valor do imóvel escolhido pelo grupo

Fonte: Trio α

Figura 51: Protocolo referente a Atividade 2

7. Se necessário refaça a simulação no site indicado no item 3, selecione a proposta de preferência do grupo e complete o quadro 2:

Valor do imóvel	R\$ 200.000,00	
Valor financiado	R\$ 154.000,00	
Prazo	360 meses	
Renda requerida	R\$ 8320,34	
Taxa de juros nominal	Anual: 8,70%	Mensal: 0,70%
Custo efetivo	Anual: 9,72%	Mensal: 0,7761%
Valor da primeira parcela	R\$ 1597,90	

Quadro 2: itens referentes ao financiamento de parte do valor do imóvel escolhido pelo grupo

Fonte: Trio β

Figura 52: Protocolo referente a Atividade 2

7. Se necessário refaça a simulação no site indicado no item 3, selecione a proposta de preferência do grupo e complete o quadro 2:

Valor do imóvel	185.000,00	
Valor financiado	55.500,00	
Prazo	30 anos	
Renda requerida	3.600	
Taxa de juros nominal	Anual: 9,6%	Mensal: 0,7668%
Custo efetivo	Anual: 10,88%	Mensal: 0,9644%
Valor da primeira parcela	R\$ 622,50	

Quadro 2: itens referentes ao financiamento de parte do valor do imóvel escolhido pelo grupo

Fonte: Trio δ

O professor/mediador faz uma institucionalização local, considerando os principais pontos da primeira etapa da Atividade 2, principalmente em relação as escolhas relativas ao financiamento baseados no valor da primeira parcela e iniciou uma discussão sobre taxa nominal e custo efetivo, que preferiu deixar conclusões em aberto para posteriormente institucionalizar. É importante ressaltarmos que o grupo δ , equivocou-se ao inserir no simulador os valores, escolheram financiar 30% do valor do imóvel e não 70%, conforme a proposta da atividade.

6.3.2.2 – ETB2 – Estudo de hipóteses e variáveis

Inicia-se a etapa ETB2 da Atividade 2 com o professor/mediador pedindo para que os participantes construam no *Excel*, uma tabela para posteriormente automatizá-la com o modelo construído, e assim fazer simulações de situações diversas para facilitar tomada de decisão. Retratamos essas tabelas em seguida com os dados preenchidos pelos participantes.

Como previstos, na análise *à priori*, para a construção do modelo é necessário que cada grupo investigue quais são os cálculos necessários e como constitui, a prestação referente ao modelo de financiamento escolhido pelo grupo, no caso específico desta turma todos escolheram o sistema SAC, para essa dinâmica foram deixado a disposição dos alunos livros de matemática financeira.

Gostaríamos de ressaltar que o professor/mediador precisou auxiliar os grupos na procura pelos temas no índices dos livros, pois na maioria não aparecem explicitamente a palavra SAC, alguns aparecem pelo significado das siglas “Sistema de Amortização Constante” ou simplesmente “Sistemas de Amortização”, é claro que nesse último estão incluídos outros como o próprio PRICE além do sistema misto.

Depois dos grupos terminarem a consulta todos apresentaram as seguintes anotações, na seguinte conclusão:

Sistema SAC

Valor da Prestação (PMT) = Valor da Amortização + Valor dos juros

$$\text{Valor da amortização} = \frac{\text{Valor financiado}}{\text{Número de prestações (n)}}$$

Juros incidem sobre o valor do saldo devedor do mês anterior.

É importante ressaltar que acreditávamos que teríamos problemas com essa consulta, como previsto na análise *à priori*, mas isso não ocorreu. Em seguida foi pedido para os alunos, automatizassem as tabelas, com as informações levantadas por meio da pesquisa com os Livros Didáticos.

Também como previsto na análise *à priori*, neste momento foi preciso uma participação efetiva do professor/mediador, pois nenhum grupo conseguiu “programar” a tabela. Não julgamos um problema pois a maioria dos grupos sabem utilizar a tabela, mas no momento de inserir as fórmulas não conseguiram. Neste sentido, a falta de conhecimento de ferramentas do *software* tornou um obstáculo didático.

Em seguida o professor pediu para que os estudantes inserirem os dados referente ao financiamento na tabela e compararem como os valores encontrados por meio do simulador utilizado na primeira etapa desta atividade. É importante ressaltar que nenhum grupo questionou o professor/mediador em relação a qual taxa usariam, todos escolheram a taxa nominal para a tabela no *Excel*.

Os sujeitos perceberam que a parcela calculada no simulador foi maior do que a da planilha do *Excel* (construídas com as informações contidas nos livros de Matemática Financeira). Destacamos a seguir os protocolos do trio β , pois além de perceberem a discrepância de valores perceberem que no simulador há taxas que não foram consideradas na tabela. É importante ressaltar que o protocolo referente a tabela desenvolvida no *Excel*, será colocada, somente um trecho, pois pretendemos ressaltar o valor da primeira parcela, mas os estudantes calcularam até a prestação 360, e saldo devedor zero.

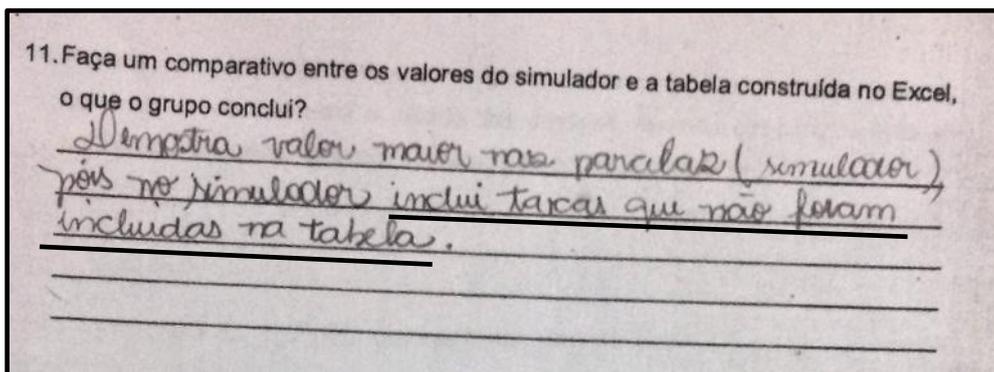
Figura 53: Protocolos referentes a Atividade 2

Valor do imóvel	R\$ 220.000,00				
Valor de entrada	R\$ 66.000,00				
Valor financiado	R\$ 154.000,00				
Taxa de juros	0,7	0,007			
Prazo	360				
Número de parcelas					
0	xxxx	xxxx	xxxx	R\$ 154.000,00	
1	R\$ 1.505,78	R\$ 427,78	R\$ 1.078,00	R\$ 153.572,22	
2	R\$ 1.502,78	R\$ 427,78	R\$ 1.075,01	R\$ 153.144,44	
3	R\$ 1.499,79	R\$ 427,78	R\$ 1.072,01	R\$ 152.716,67	
4	R\$ 1.496,79	R\$ 427,78	R\$ 1.069,02	R\$ 152.288,89	
5	R\$ 1.493,80	R\$ 427,78	R\$ 1.066,02	R\$ 151.861,11	
6	R\$ 1.490,81	R\$ 427,78	R\$ 1.063,03	R\$ 151.433,33	
7	R\$ 1.487,81	R\$ 427,78	R\$ 1.060,03	R\$ 151.005,56	
8	R\$ 1.484,82	R\$ 427,78	R\$ 1.057,04	R\$ 150.577,78	
9	R\$ 1.481,82	R\$ 427,78	R\$ 1.054,04	R\$ 150.150,00	

Imóvel:	Usado - Residencial
Valor de avaliação:	R\$ 220.000,00
Valor financiado:	R\$ 154.000,00
Plano de Amortização:	Sistema de Amortização Constante (SAC)
Prazo:	30 anos
Parcela inicial:	R\$ 1.597,90
Parcela Final:	R\$ 491,72
Maior parcela:	R\$ 1.597,90
Renda requerida:	R\$ 5.326,34 (Comprometimento de 30%)
Taxa de juros nominal anual:	8,7 %
Custo efetivo total:	9,7215 % anual (0,7761 % mensal)
Taxa seguro imóvel (DFI):	0,0163 % (R\$ 35,86)
Taxa seguro pessoal (MIP):	0,0227 % (R\$ 34,76 - decresce com o saldo)
Tarifa inicial:	Sem tarifa inicial
Custo / Taxa de Administração mensal:	R\$ 25,00 (financiamento)

Fonte: Trio β

Figura 54: Protocolos referentes a Atividade 2



Fonte: Trio β

Encerrando a etapa B, o professor/mediador vai à frente da sala e pergunta sobre o que os estudantes entendem por taxa nominal e custo efetivo, com o objetivo de institucionalizar este conceito. A seguir reproduziremos um trecho do diálogo:

PP: Referente aos dados do simulador, o que vocês observam em relação as taxas?

T α : Aqui tem uma taxa nominal de 8,7% a.a. e aparece o CET com uma taxa de 9,72% a.a.

PP: CET significa Custo Efetivo Total.

O professor pergunta no sentido de “provocar” os alunos para uma reflexão:

PP: As duas taxas são iguais?

Todos respondem que não

PP: Na opinião de vocês o que significa essas taxas?

O Professor pede para o primeiro grupo (α) responder

T α : Acreditamos que o taxa de juros nominal corresponde somente ao valor financiado e o custo efetivo é a soma de valor financiado mais as taxas extras

Acreditamos que quando o aluno referisse a “soma do valor financiado mais as taxas extras” ele quis dizer em relação aos juros calculados do valor financiado mais outras taxas.

O professor anota a colocação do grupo (α) na lousa e pede para o grupo (β) responder

T β : Acreditamos que como o próprio nome já diz o custo efetivo é incluso todas as taxas como aparece aqui no relatório do simulador, (o aluno aponta para a tela do computador), como: Seguro de vida, seguro do imóvel e taxa administrativa (aqui no nosso caso de R\$25,00 por mês).

O professor/mediador anota a colocação do grupo na lousa e pede para o trio (δ) responder

T δ : O juro nominal não contém as taxas a mais, e o custo efetivo contém as taxas a mais....

Apesar da resposta ser curta e redundante acreditamos que o grupo quis dizer o mesmo que os outros

O professor aponta para a lousa e pergunta para a turma o que eles concluem

PP: Todas as respostas estão corretas o que podemos concluir?

Um integrante do grupo alfa responde

T α : Que o custo efetivo conta com as outras taxas que aparecem aqui no simulador (o aluno aponta para a tela do computador).

PP: Sim, agora vamos pensar, olhem para a tabela do Excel, e me responda: Por que a parcela do financiamento foi menor que a do simulador?

O mesmo integrante do grupo *T α* responde:

T α : Porque usamos a taxa nominal e não a efetiva.

PP: Logo?

T α : Como a taxa nominal é menor a parcela será menor também.

Acreditamos que com esse diálogo foi possível institucionalizar a ideia de taxa nominal e custo efetivo. Assim o professor encerra a ETB2 e dá início a etapa C da Atividade 2.

6.3.2.3 – ETC2 – Construir o modelo

O professor/mediador inicia a etapa ETC2 perguntando ao grupo conforme discussões anteriores, como poderíamos aproximar os valores da tabela do *Excel* com as do simulador.

Todos responderam que deveríamos incluir as outras taxas que não foram consideradas na tabela do *Excel*.

O professor perguntou quais taxas, os grupos α e β responderam as taxas referente aos seguros de vida e imobiliário e a taxa administrativa, e o grupo δ , respondeu só as duas primeiras pois no caso específico deles não foi cobrado a taxa administrativa pela instituição

financeira escolhida pelo grupo. É importante ressaltar que no relatório gerado pelo simulador *on-line* indica como deve ser o cálculo para as referidas taxas.

O professor pede para os trios montarem o modelo que eles acham plausíveis para o cálculo da prestação do financiamento, levando em consideração que continuariam usando a taxa nominal na tabela do *Excel*.

Todos os grupos chegaram no modelo, salvo as diferenças nas terminologias.

$$PMT = \text{Valor da amortização} + \text{valor do juros (mês)} + \text{valor do seguro de vida (mês)} \\ + \text{valor do seguro do imóvel (fixo)} + \text{valor da taxa administrativa (fixo)}$$

O professor questiona em relação ao cálculo dos juros e todos concordam se for usada a taxa nominal não mudaria em nada os cálculos?

Assim encerra-se a etapa C da atividade.

6.3.2.4 – ETD2 – Validação do modelo

Para a validação do modelo o professor/mediador pede para os alunos reprogramarem a tabela considerando as taxas referidas anteriormente, e posteriormente mudassem a fórmula para calcular a prestação, incluindo a soma destas novas taxas.

Todos os grupos concluíram a tarefa, e na sequência o professor pede para que eles comparem novamente os valores da prestação da tabela do *Excel* com a do simulador. Todos chegaram a mesma conclusão. Seguem os protocolos referentes a esta questão:

Figura 55: Protocolo referente a Atividade 2

18. Compare novamente a parcela (PMT) indicada no simulador *online* e a parcela calculada na tabela construída no *Excel*. O que o grupo conclui?

Ambas parcelas têm o mesmo valor com todas as variáveis incluídas

Fonte: Trio α

Figura 56: Protocolo referente a Atividade 2

Parcela indicada no simulador (quadro 2)

18. Compare novamente a parcela (PMT) indicada no simulador *online* e a parcela calculada na tabela construída no Excel. O que o grupo conclui?

Quando incluímos as taxas variáveis a parcela ficou igual a parcela do simulador.

Fonte: Trio β

Figura 57: Protocolo referente a Atividade 2

18. Compare novamente a parcela (PMT) indicada no simulador *online* e a parcela calculada na tabela construída no Excel. O que o grupo conclui?

concluímos que não houve mudanças

Fonte: Trio δ

Em seguida o professor/mediador pediu para que os grupos calculassem, caso o financiamento fosse pago no período total contratado, o quanto seria pago de Juros, Seguro de vida, Seguro do imóvel, taxa administrativa e o total pago referente a soma destes valores. Segue o protocolo dos participantes:

Figura 58: Protocolo referente a Atividade 2

19. Considerando que o comprador irá quitar seu financiamento utilizando o tempo máximo contratado, analise a tabela construída e responda:

Total pago referente aos juros:	R\$ <u>264.425,28</u>
Total pago referente ao seguro de vida:	R\$ <u>8604,45</u>
Total pago referente ao seguro do imóvel:	R\$ <u>13652,90</u>
Total pago de taxa administrativa (se houver):	R\$ <u>9025,00</u>
Somatória dos itens anteriores:	R\$ <u>299.707,61</u>

Fonte: Trio α **Figura 59: Protocolo referente a Atividade 2**

19. Considerando que o comprador irá quitar seu financiamento utilizando o tempo máximo contratado, analise a tabela construída e responda:

Total pago referente aos juros:	R\$ <u>194.549,00</u>
Total pago referente ao seguro de vida:	R\$ <u>6.309,92</u>
Total pago referente ao seguro do imóvel:	R\$ <u>12.945,46</u>
Total pago de taxa administrativa (se houver):	R\$ <u>9.025,00</u>
Somatória dos itens anteriores:	R\$ <u>222.859,38</u>

Fonte: Trio β **Figura 60: Protocolo referente a Atividade 2**

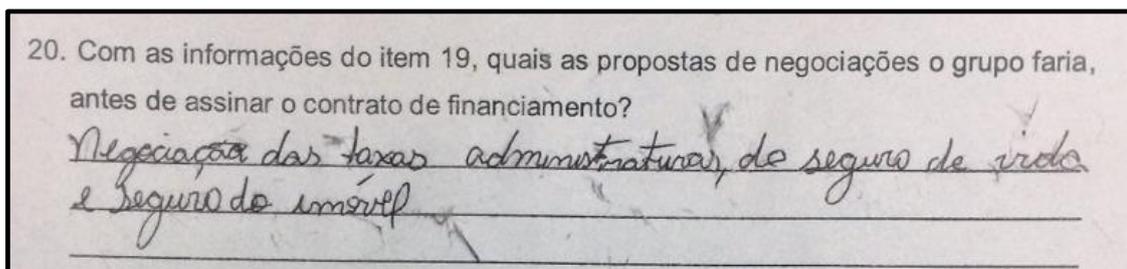
19. Considerando que o comprador irá quitar seu financiamento utilizando o tempo máximo contratado, analise a tabela construída e responda:

Total pago referente aos juros:	R\$ <u>76.816,11</u>
Total pago referente ao seguro de vida:	R\$ <u>2.261,43</u>
Total pago referente ao seguro do imóvel:	R\$ <u>10.857,60</u>
Total pago de taxa administrativa (se houver):	R\$ <u>0</u>
Somatória dos itens anteriores:	R\$ <u>89.935,14</u>

Fonte: Trio δ

É importante destacarmos que os participantes ficaram surpresos com os resultados, principalmente em relação às taxas administrativas e os seguros de vida e do imóvel. Assim o professor/mediador pediu para os participantes relatarem como pensaram para resolver o problema, e quais seriam as propostas que o grupo faria antes de fechar o contrato de financiamento, com o objetivo de reduzir os juros. Todos chegaram a mesma conclusão, ao invés de relatar o diálogo preferimos inserir os protocolos do grupo α , para exemplificar, acreditemos que esse momento foi significativo para a nossa pesquisa.

Figura 61: Protocolo referente a Atividade 2



Fonte: Trio α

Durante os diálogos entre os integrantes, uma integrante do grupo alfa cita Platão, “O conhecimento é libertador”. Resolvemos relatar essa frase pois julgamos importante pois mostra (segundo o integrante do grupo) que com as informações adquiridas por meio da atividade, possibilita um poder de negociação maior, que quando intendemos como são calculadas e elaboradas as questões financeira em um contrato de financiamento “fica mais fácil” negociar, assim acreditamos que cumprimos com o objetivo da atividade principalmente em relação a Educação Financeira.

Em relação aos novos conhecimentos e/ou procedimentos de resolução que os alunos podem adquirir projetados na análise *a priori* da Atividade 2, identificamos conforme a realização da atividade que os estudantes que institucionalizado os seguintes conhecimentos:

- Adquiriram conhecimentos referentes às taxas nominais e custo efetivo, foram institucionalização. Os sujeitos perceberam importância de não avaliar um empréstimo ou financiamento somente levando em consideração o valor da prestação.
- Perceberam que na prestação de uma dívida imobiliária, existem fatores que permitem uma maior negociação na hora de contratar um financiamento junto a uma instituição bancária, como seguros e taxas administrativas.

6.3.3 - Análise da aplicação da Atividade 3

A análise da Atividade 3 foi dividida em quatro momentos cada um destinado as respectivas etapas: (ETA3) - Coleta de dados; (ETB3) - Estudo de Hipóteses e Variáveis; (ETC3) - Construir o modelo; (ETD3) - Validação do modelo, mesma metodologia usada na análise *à priori*.

6.3.3.1 – ETA3 – Coleta de dados

O professor/mediador começou com a orientação referente a dinâmica da atividade suas respectivas etapas e o objetivo geral, que é construir um modelo para planejar a quitação antecipada do valor financiado do imóvel estabelecido na Atividade 2 e para isso será elaborado um planejamento financeiro considerando FGTS e possíveis economias (reservas financeiras) durante o período de financiamento por parte do comprador. Em seguida distribuiu um roteiro para o desenvolvimento da atividade, Apêndice III.

O professor/mediador orientou os alunos a preencherem uma tabela cujo objetivo foi elaborar um planejamento (orçamento familiar) dos custos fixos do comprador (perfil criado pelo grupo na Atividade 2). É importante ressaltar que a tabela distribuída para os sujeitos foi uma sugestão de gastos, a orientação principal do professor no momento da realização da etapa é que cada grupo estava livre para fazer um planejamento pautado no perfil do comprador.

Gostaríamos de destacar que todos os planejamentos continham um valor que o grupo destinou para a poupança, considerando uma reserva para eventuais problemas e um outro valor direcionado para auxiliar na quitação do imóvel. Acreditamos que isso pode vir das discussões que ocorreram durante a realização das atividades 1 e 2.

Por outro lado, deixamos alguns campos livres da planilha para verificar se sujeitos considerariam outras dívidas principalmente em relação a custos variáveis, nenhum grupo considerou, acreditamos que isso ocorreu por serem jovens (terceiro semestre do Ensino Superior) e não terem essa prática em suas rotinas. Mas uma vez mostra a importância de cada vez mais discutirmos esses assuntos na sala de aula seja no Ensino Superior, Ensino Médio ou até mesmo no Ensino Fundamental.

Seguem os recortes dos protocolos dos grupos α , β e δ :

Figura 62: Protocolo referente a Atividade 3

Use os recursos do Excel para elaborar a planilha com os dados do planejamento.

RENDAS		R\$
RENDA 1		3000,00
RENDA (OUTROS)		5000,00
DESPESAS		R\$
POUPANÇA		200,00
MORADIA (ALUGUEL)		
ALIMENTOS		4000,00
PARCELA DO CARRO		730,00
SEGURO DO CARRO (MÊS)		120,00
TEL RESIDENCIAL		70,00
TEL CELULAR		50,00
TEL CELULAR FILHOS		
INTERNET		40,00
ESCOLA DOS FILHOS		
TV A CABO		50,00
ENERGIA		120,00
COMBUSTÍVEL		600,00
LAZER		300,00
MENSALIDADE HABITAÇÃO		2.189,87
<i>água</i>		79,00
TOTAL		5029,87

Figura 1. Modelo para a construção da tabela (documento eletrônico)

Fonte: Trio α

Figura 63: Protocolo referente a Atividade 3

Use os recursos do Excel para elaborar a planilha com os dados do planejamento.

RENDAS		R\$
RENDA 1		9500,00
RENDA (OUTROS)		0
DESPESAS		R\$
POUPANÇA		960,00
MORADIA (ALUGUEL)		1000,00
ALIMENTOS		400,00
PARCELA DO CARRO		600,00
SEGURO DO CARRO (MÊS)		500,00
TEL RESIDENCIAL		0
TEL CELULAR		120,00
TEL CELULAR FILHOS		0
INTERNET		160,00
ESCOLA DOS FILHOS		1200,00
TV A CABO		60,00
ENERGIA		200,00
COMBUSTÍVEL		800,00
LAZER		600,00
MENSALIDADE HABITAÇÃO		1600,00
TOTAL		8500,00

Fonte: Trio β

Figura 64: Protocolo referente a Atividade 3

Use os recursos do Excel para elaborar a planilha com os dados do planejamento.

RENDAS		R\$
RENDA 1	R\$ 1.200	
RENDA (OUTROS)	R\$ 2.400	
DESPESAS		R\$
POUPANÇA	R\$ 400,00	
MORADIA (ALUGUEL)	R\$ 700,00	
ALIMENTOS	R\$ 300,00	
PARCELA DO CARRO	R\$ 500,00	
SEGURO DO CARRO (MÊS)	—	
TEL RESIDENCIAL	—	
TEL CELULAR	R\$ 39,90	
TEL CELULAR FILHOS	—	
INTERNET	R\$ 80,00	
ESCOLA DOS FILHOS	—	
TV A CABO	—	
ENERGIA	R\$ 90,00	
COMBUSTÍVEL	R\$ 200,00	
LAZER	R\$ 50,00	
MENSALIDADE HABITAÇÃO	R\$ 633,90	
para adiantar mensalidade	R\$ 606,20	
TOTAL		

Fonte: Trio δ

O professor/mediador questionou os grupos em relação ao valor mensal que destinariam para futuramente quitar o financiamento conforme o planejamento realizado anteriormente, e suas respectivas justificativas, seguem as respostas.

Grupo α : De um rendimento de R\$ 8.000,00 (Salário de Kelly e do marido), seria poupado R\$1.000,00, sendo que 50% deste valor destinado a eventuais dificuldades e os outros 50% para compor o montante para a quitação antecipada do financiamento.

Grupo β : Que o Felipe (médico, recém-formado salário de R\$9.500,00), iria poupar R\$1.000,00 para a quitação do financiamento. É importante ressaltar que além desta quantia o grupo tinha destinado mais R\$960,00 para uma poupança para suprir emergências.

Grupo δ : Que Fabiana (o orçamento mais apertado dos três grupos R\$ 3.600,00). O trio destinou a quantia de R\$606,00, porém colocaram uma observação que para isso teriam que fazer alguns cortes no orçamento, tais como seguro do carro, escola dos filhos e telefone residencial.

O professor/mediador, preferiu não interferir nas colocações dos grupos, neste primeiro momento, pois ao final desta atividade, com o modelo construído, será possível os grupos

fazerem diferentes simulações alternando este valor poupado por mês, e assim decidirem em cortes ou não para o orçamento.

Em seguida foi pedido para os estudantes pesquisarem, utilizando a *internet*, quais são as regras para a utilização do FGTS para a quitação (parcial ou plena) do financiamento imobiliário e como este valor é calculado no salário do empregador.

É importante ressaltarmos que houve dificuldade entre os estudantes para encontrarem informações referente as regras de utilização do FGTS, os termos utilizados, não são claros, são de difícil de interpretação. Em suma constataram que o FGTS é calculado em 8% do salário bruto do empregador, que pode ser usado para o abatimento da dívida de dois em dois anos, pelo contratante do financiamento²⁰.

Gostaríamos de destacar um fato que ocorreu durante as discussões, um integrante do grupo δ questionou se o salário estipulado no orçamento é bruto ou o líquido, e completou “*Se o salário for o líquido como calculamos o valor mensal do FGTS, se considerarmos o salário bruto, então no orçamento deveríamos descontar os valores referentes a impostos e o INSS.*” Não consideramos esta hipótese na elaboração da atividade, mas achamos importante fazer esta mudança para uma nova aplicação da sequência didática.

O professor concordou com o aluno, reconhecendo sua colocação e orientou os alunos a calcularem o valor do FGTS em relação ao salário líquido, pois foi a solução que menos desviaria o foco da discussão pela inserção de outros conceitos, ou seja, discutir as regras de imposto de renda e INSS para cada salário estimado pelos grupos, o professor interpretou que poderia atrapalhar o andamento do restante da atividade.

É importante ressaltarmos que não julgamos uma variável que anularia a atividade, pois como se trata de um planejamento o valor do depósito mensal do FGTS, também poderia sofrer mudanças, como por exemplo, troca de emprego ou aumento salarial do empregador (comprador do imóvel) no período do financiamento, com a construção do modelo será possível fazer diferentes simulações com os valores referente aos depósitos do FGTS, corrigindo assim esse problema.

²⁰ Salvo algumas regras específicas, que neste momento não achamos oportuno discuti-las

Em seguida o professor pediu para os sujeitos pesquisarem sobre quais são os rendimentos referente a conta do FGTS e da poupança.

Em suma todos os grupos chegaram aos mesmos valores: 3% ao ano para o FGTS e 6% ao ano para poupança. É importante ressaltar que a maioria dos grupos fez observações referentes aos rendimentos do FGTS serem a metade dos rendimentos da poupança, porém o professor, neste momento, não quis fazer comparações de rendimentos, nem falar da importância de utilizar o FGTS para o abatimento da dívida imobiliária, preferiu deixar para depois da construção do modelo, pois assim os sujeitos poderiam comparar os rendimentos com o valor que deixariam de pagar de juros e assim tirarem suas conclusões.

Na sequência o professor dando andamento ao roteiro da Atividade 3, pediu que os estudantes pesquisassem, usando os livros de matemática financeira disponíveis na sala, como é calculado o montante poupado no final de um período com depósitos periódicos, depois de aproximadamente 10 minutos todos os grupos concluí e o professor faz a institucionalização local, marcando na lousa os resultados obtidos de cada grupo e por fim chegaram a seguinte fórmula:

$$M = \frac{D \cdot (1 + i)^n - 1}{i}$$

Em que M é montante final; D é o depósito periódico, n é o período total e i é a taxa percentual aplicada ao capital para o cálculo dos juros.

Acreditamos, conforme previsto na análise *à priori*, que com essas discussões os alunos percebam, a importância de um planejamento financeiro, como adequação dos recursos ganhos a situações de compra de bens. Acreditamos, também, que as discussões referentes a regras de utilização do FGTS como parte do pagamento de dívidas relacionadas a financiamento imobiliário geraram novos conhecimentos e estratégias e reflexões para os sujeitos tanto no ponto de vista dos estudantes como também de cidadãos que possam utilizar desse recurso em suas vidas pessoais.

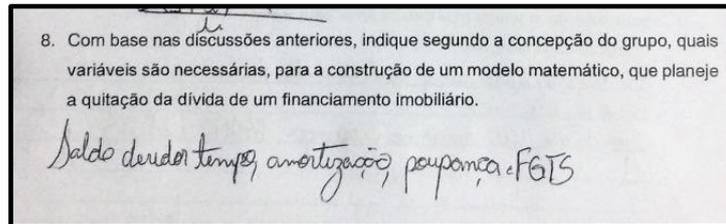
Assim o professor encerra a primeira etapa.

6.3.3.2 – ETB3 – Estudo de hipóteses e variáveis

O professor/mediador pede para os grupos levantarem quais possíveis variáveis estariam em um modelo matemático para o planejamento da quitação da dívida do financiamento imobiliário.

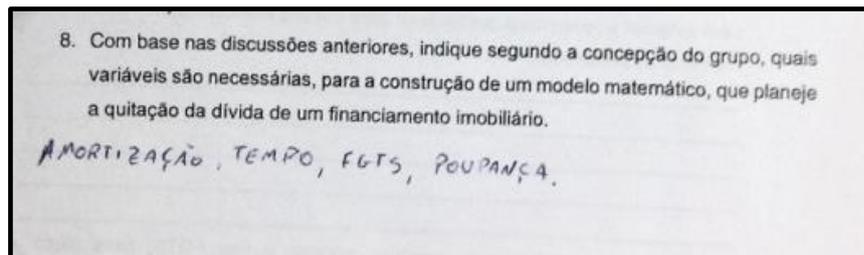
Acreditamos que para essa questão os sujeitos levaram em consideração todas as discussões realizadas anteriormente, todos os trios chegaram as mesmas variáveis. Segue os recortes dos protocolos das respostas dos grupos α e β :

Figura 65: Protocolo referente a Atividade 3



Fonte: Trio α

Figura 66: Protocolo referente a Atividade 3



Fonte: Trio β

Por meio das análises dos protocolos identificamos que os sujeitos não tiveram dificuldade em encontrar as variáveis que formarão o modelo, acreditamos que este fato ocorreu por conta dos diálogos e institucionalizações locais realizados anteriormente, conforme previsto na análise *à priori*, e hipoteticamente por ser o terceiro modelo matemático que estão construindo referente ao mesmo tema.

6.3.3.3 – ETC3 – Construção do modelo

O professor/mediador inicia se a etapa 3 da Atividade 3, orientando os estudantes a utilizarem das informações e conhecimentos adquiridos anteriormente para construir o modelo matemático, e que este possa dar parâmetros de cálculo referente ao tempo (período) máximo que o comprador levará para quitar sua dívida do financiamento imobiliário.

É importante ressaltar que os grupos tiveram dificuldades em construir o modelo, pois não conseguiam organizar as variáveis de forma a compor uma equação cuja incógnita seria o (n) período. Acreditamos que este fato ocorreu por estarmos diante de três modelos diferentes, uma fórmula para calcular o rendimento dos valores na poupança, outra para calcular os rendimentos referente ao FGTS, mais a parcela de amortização contida na prestação (conteúdo de matemática financeira), para entendermos o que aconteceu segue parte do diálogo na hora da institucionalização.

O professor, foi até a lousa e pediu para que cada trio relatasse o modelo matemático encontrado para o problema proposto nesta atividade:

O professor/mediador será indicado por PP e os trios por T seguido dos símbolos α ou β ou δ , identificando o trio correspondente

PP: Gostaria que cada grupo relatasse o que encontraram como modelo.

T α : Professor não conseguimos relacionar as variáveis.

T β : Nós também não conseguimos.

O professor faz a pergunta para o grupo δ :

PP: E vocês? (o professor olha para o trio).

Um dos alunos do trio, balança a cabeça indicando negação, entendemos que o grupo também não conseguiu chegar ao modelo.

Então o professor comenta:

PP: Vamos pensar somente no saldo devedor e na amortização. Como é constituído a prestação no sistema SAC?

Relembrado que todos os grupos escolheram o mesmo sistema de amortização (SAC) na Atividade 2).

Os alunos procuram nas anotações das atividades anteriores.

Tβ: A prestação e a somatória da amortização e os juros.

Acreditamos que quando o aluno disse juros, já está subentendido todos os valores referentes ao custo efetivo discutido na Atividade 2.

PP: Certo, agora me responda, como calculamos a amortização pelo sistema SAC?

Tα: dividimos o saldo devedor pelo período do financiamento.

O professor anota o que o aluno disse na lousa:

$$\text{Amortização} = \frac{\text{saldo devedor}}{n} \quad (1)$$

PP: Muito bom! Partindo desta equação (1), se não tivéssemos nenhum outro recurso, como as reservas financeiras e o saldo do FGTS, tomando como base o saldo devedor, como calcularíamos, em um momento qualquer do fluxo do financiamento, o tempo restante para a quitação do mesmo, exemplo:

O professor anota na lousa:

PP: Vamos imaginar um financiamento de R\$200.000,00 em um contrato de 360 meses, logo:

$$\text{Amortização} = \frac{200000}{360} = \text{R\$ } 555,56$$

PP: se depois de um determinado tempo de financiamento, por exemplo 100 meses, o saldo devedor seria de R\$ 144.444,00, como faço para calcular o restante de meses?

Tα: Professor! é óbvio se você pagou 100 meses, restam 260 meses

PP: Sua resposta está certa, porém acredito que você simplesmente subtraiu 100 de 360, mas usando a equação (o professor aponta para a equação (1) registrada na lousa).

O professor dá um tempo para os alunos calcularem.

PP: conseguiram? Como vocês resolveram?

Tβ: substituindo na equação, fica o (n) como incógnita, então o isolamos.

O professor anota o que o aluno disse na lousa e resolve a equação:

$$555,56 = \frac{144.444,00}{n}$$

$$n \cdot 555,56 = 144.444,00$$

$$n = \frac{144.444,00}{555,56} = 260$$

O professor comenta:

PP: Então podemos escrever a mesma equação (1), isolando o saldo devedor:

$$n \cdot \text{Amortização} = \text{saldo devedor} \quad (2)$$

PP: Sabendo o saldo devedor, calculamos o (n) em qualquer momento do financiamento, pois a amortização é constante em todo o processo.

PP: Agora, partindo desta equação (o professor aponta para a equação (2), registrada na lousa) como incluo o saldo referente a poupança e o saldo referente ao FGTS?

PP: Lembrando que consideramos que o comprador começará a poupar suas reservas (referente a poupança e o FGTS), junto com o contrato do financiamento, isso significa que estamos considerando que o período seja o mesmo para as três situações.

Tα: É só eu subtrair estes saldos (o aluno refere-se ao FGTS e a poupança) do saldo devedor do financiamento.

O professor anota o que o aluno disse na lousa:

PP: você quer dizer isso?

$$n \cdot \text{Amortização} = \text{saldo devedor} - (\text{saldo do FGTS} + \text{saldo da poupança}) \quad (3)$$

PP: muito bom, mas como eu calculo os saldos do FGTS e da Poupança?

Um integrante do grupo β, folhe-a o roteiro da Atividade 3, e responde.

Tβ: Com essa fórmula que encontramos aqui no item 7.

PP: Do que se trata o item 7?

Tβ: Encontramos uma fórmula para calcular o montante (o aluno lê um trecho do item 7) poupado ao final de um período com depósitos periódicos.

PP: o que vocês encontraram?

O aluno fala e o professor anota na lousa:

$$M = \frac{D \cdot (1 + i)^n - 1}{i}$$

Em que:

M – Montante final.

D – Depósitos periódicos.

n - É o período total.

i - É a taxa percentual aplicada ao capital para o cálculo dos juros.

PP: Muito bom! como acrescento isso no modelo?

O professor aponta para a equação (3), registrada na lousa.

Um integrante o grupo T δ responde:

T δ : Ao invés de colocarmos saldo do FGTS podemos colocar a fórmula que calcula o saldo.

PP: Mas a fórmula do saldo do FGTS e do saldo da poupança é a mesma?

T δ : Sim.

PP: O período sabemos que é o mesmo, mas e as outras variáveis são?

T α : As taxas de rendimento são diferentes.

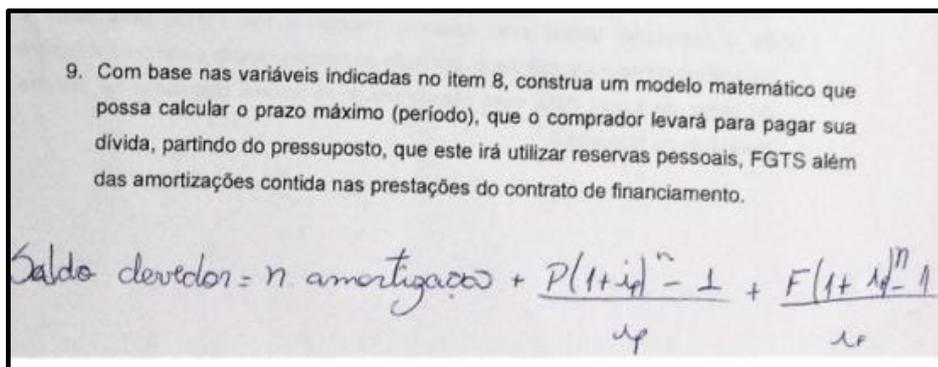
PP: Mas podemos usar a mesma fórmula, sim ou não?

T α : Acredito que sim, salvo algumas diferenças referentes as taxas.

O professor então disponibiliza mais 5 minutos para eles construírem o modelo a partir das discussões relatadas, e pede para que no modelo seja isolado o saldo devedor.

Todos os grupos chegam no modelo esperado, salvo as diferenças relacionadas a notações das variáveis. Segue o protocolo do grupo α , para exemplificar o ocorrido.

Figura 67: Protocolo referente a Atividade 3



Fonte: Trio α

O diálogo anteriormente relatado mostra a dificuldade, como havíamos previsto na análise *a priori*, que os alunos tiveram em equacionar as variáveis levantadas na etapa anterior, e reconhecer as fórmulas para o cálculo do montante de um investimento com depósitos periódicos, com isso acreditamos que devemos cada vez mais colocá-los em situações que exijam discussões e decisões a serem tomadas, com isso, além de fortalecer o entendimento dos conteúdos matemáticos, promove também um senso crítico em relação as tomadas de decisão no tocante da Educação Financeira.

Com o desenvolvimento deste modelo, acreditamos que houve uma concretização de tudo que foi discutido anteriormente, pois no momento que os indivíduos se organizam para equacionar as variáveis, após o diálogo com o professor e a realização das etapas anteriores, este fato contribuiu para a construção do conhecimento relativo ao planejamento e estratégias financeiras, tornando-os (por hipótese) cidadãos mais críticos e ativos nas decisões a serem tomadas no âmbito da Educação Financeira. Conforme prevíamos na análise *à priori*.

Assim encerra-se a etapa C, e inicia-se a etapa de validação do modelo.

6.3.3.4 – ETD3 – Validação do modelo

Para iniciar a etapa de validação o professor/mediador pede para que os alunos construam uma tabela usando o *software Excel* seguindo o modelo apresentado no roteiro da Atividade 3 (Apêndice III).

Em seguida o professor/mediador pediu para que os sujeitos automatizassem a tabela usando como base o modelo construído na etapa anterior, para isso o professor disponibilizou 10 minutos, porém nenhum grupo conseguiu, tínhamos previsto este problema na análise *a priori*, como estratégia tínhamos deixado uma tabela em branco projetada na lousa, então o professor foi realizando a automatização “passo a passo” com os alunos.

Ressaltamos que essa prática não invalida a atividade, pois a na automatização da turma juntamente com o professor/mediador, os sujeitos foram reconhecendo a utilização do modelo matemático e as taxas de rendimento, que tinham pesquisados no início da atividade.

Neste ponto gostaríamos de considerar a possibilidade de futuramente incluir no aprimoramento deste projeto a participação conjunta de um professor de informática, para que os alunos construam saberes relacionados as duas disciplinas, pois conforme previsto no Modelo Epistemológico de Referência (MER) de empréstimos e ou financiamento desenvolvido nesta tese, a utilização de recursos tecnológicos auxilia na construção e no entendimento dos conhecimentos matemáticos/financeiro dos nossos estudantes.

Depois da tabela automatizada, por meio do modelo construído, o professor/mediador pede para os alunos considerarem o planejamento realizado no início da atividade e acrescentar na tabela os valores referentes aos depósitos mensais realizados para a poupança, por parte do comprador e os valores referente ao depósito mensal do FGTS, por parte do empregador do comprador calculado anteriormente.

Com esses valores o professor/mediador pede para que os estudantes façam a simulação considerando estas reservas, e pergunta em quanto tempo diminuiu o financiamento, ou seja se o comprador conseguir executar esse planejamento em quanto tempo irá quitar seu financiamento.

Destacamos as tabelas do grupo α nas Figuras 68 e 69:

Figura 68: Protocolo referente a Atividade 3

DADOS			
SALDO DEVEDOR (INSTANTE $n = 0$)	R\$ 210.000,00		
AMORTIZAÇÃO	R\$ 583,33		
RECURSOS REFERENTE A DEPÓSITOS MENSIS PRÓPRIOS	R\$ 0,00		
RECURSOS REFERENTES A DEPÓSITOS MENSIS FGTS	R\$ 0,00		
PERÍODO (n)			
MÊS	360	SALDO DEVEDOR DEPOIS DO PERÍODO (n)	
ANO	30		R\$ 0,00
TAXAS			
TAXA REFERENTE AO RENDIMENTO DA POUPANÇA	0,004868		
TAXA REFERENTE AO RENDIMENTO CONTA FGTS	0,002466		
MONTANTE DEPOIS DO PERÍODO (n)			
RECURSOS PRÓPRIOS	0		
RECURSOS FGTS	0		
AMORTIZAÇÃO	R\$ 210.000,00		

Fonte: Trio α

Figura 69: Protocolo referente a Atividade 3

DADOS			
SALDO DEVEDOR (INSTANTE n = 0)	R\$ 210.000,00		
AMORTIZAÇÃO	R\$ 583,33		
RECURSOS REFERENTE A DEPÓSITOS MENSIS PRÓPRIOS	R\$ 1.000,00		
RECURSOS REFERENTES A DEPÓSITOS MENSIS FGTS	R\$ 640,00		
PERÍODO (n)			
MÊS	83,25	SALDO DEVEDOR DEPOIS DO PERÍODO (n)	
ANO	6,9375		R\$ 28,75
TAXAS			
TAXA REFERENTE AO RENDIMENTO DA POUPANÇA	0,004868		
TAXA REFERENTE AO RENDIMENTO CONTA FGTS	0,002466		
MONTANTE DEPOIS DO PERÍODO (n)			
RECURSOS PRÓPRIOS	102345,9472		
RECURSOS FGTS	59062,80251		
AMORTIZAÇÃO	R\$ 48.562,50		

Fonte: Trio α

O grupo observa que se conseguirem executar o planejamento de poupar R\$1.000, 00 e considerar a utilização do fundo de garantia para pagar a dívida com a financiadora, diminuem o prazo do financiamento em 23 anos, conforme a Figura 70. Esclarecermos que o saldo devedor depois do período (n) de R\$ 28,75 relatado na Figura 69, foi considerado pelos estudantes (saldo muito próximo de zero), ou seja, a quitação da dívida, o tempo estipulado de sete anos.

Figura 70: Protocolo referente a Atividade 3

11. Com o modelo construído no item anterior e o saldo devedor estipulado na tabela construída na atividade 2, programe a tabela no Excel (figura 2) e, faça simulações de diferentes situações, alternando valores poupados mensalmente e taxa de juros para estipular o tempo total que irá levar para quitar o financiamento.

Comente as simulações:

83 meses conseguira quitar a dívida
 Sete anos
 Guardando 1000 reais na poupança 64000 de FGTS

Fonte: Trio α

Depois das simulações realizadas o professor/mediador pede para os alunos calcularem o quanto o comprador deixaria de pagar de juros, caso adotasse o planejamento. Destacamos o protocolo referente ao grupo δ :

Figura 71: Protocolo referente a Atividade 3

2. Se o comprador utilizar suas reservas mensais e seu FGTS, para pagar o financiamento no prazo calculado, por meio do modelo, quanto o comprador deixará de pagar de juros? Para esse cálculo utilize os valores calculados na planilha elaborada na atividade 2.

a partir da parcela 59 eliminamos todos os juros cobrados. Foi o total o valor de R\$ 60970,78.

Fonte: Trio δ

O professor, vai a lousa e faz a institucionalização global falando da importância de um planejamento e pede para que os estudantes escrevam considerações sobre a atividade, destacamos algumas nos protocolos a seguir:

Figura 72: Protocolo referente a Atividade 3

14. Faça comentários sobre a conclusão das três atividades:

Nas três atividades/etapas, aprendemos a colocar em prática as teorias que aprendemos em sala, engrandecendo assim nossa bagagem acadêmica facilitando também as situações de método de trabalho.

Fonte: Trio α

Figura 73: Protocolo referente a Atividade 3

14. Faça comentários sobre a conclusão das três atividades:

Foi satisfatório para nosso aprendizado pois colocamos em prática o que aprendemos em sala de aula e obtivemos novos conhecimentos.

Fonte: Trio δ

Assim encerramos o capítulo referente as análises, e consecutivamente apresentaremos as considerações finais e perspectivas futuras, em nossa ótica, para pesquisas no tocante da Educação Financeira.

Capítulo 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

Com a realização desta pesquisa, procuramos identificar elementos que poderiam contribuir para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, de licenciando em Matemática no tocante da Educação Financeira, mediando o processo que conduz estes estudantes a perceberem, a estreita relação que existe entre os problemas financeiros (pessoais ou não) e a Matemática, possibilitando tomadas de decisões sobre o fenômeno estudado, analisando e interpretando de forma crítica os resultados obtidos.

Para alcançarmos nosso objetivo, trabalhamos à luz da Teoria Antropológico do Didático (TAD), identificando a Razão de Ser, relacionado ao estudo do objeto empréstimos e ou financiamentos e, posteriormente foi construído o Modelo Epistemológico de Referência (MER), que sob a nossa ótica contempla as necessidades, objetivos, competências e habilidades previstas nos documentos, parâmetros e bases curriculares oficiais relacionados ao Ensino Médio brasileiro.

Para contemplar a proposta do MER, preparamos uma sequência de três atividades, elaboradas por meio de uma articulação entre a Modelagem Matemática e a Teoria da Situações Didáticas (TSD), que foram aplicadas com estudantes do terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade particular localizada na cidade de São Paulo.

Da revisão bibliográfica realizada, identificamos, que as pesquisas em Educação Financeira é uma crescente no Brasil e no mundo, foi feito uma revisão de trabalhos relacionados a modelagem matemática, sendo que, nenhum dos que tivemos contato, resultaram em modelos educacionais relacionados à área financeira. Também identificamos duas dissertações (Senna (2017) e Flores (2017)), relacionadas respectivamente a letramento financeiro e, níveis de conhecimentos (técnico, mobilizável e disponível) no tocante da Educação Financeira, que em nossa ótica merecem uma continuidade, gostaríamos de deixar como premissa estes assuntos, à pesquisadores que decidirem se debruçarem sobre esta perspectiva.

Em relação aos Documentos Oficiais estudados nesta tese, é importante ressaltar a disparidade que há entre o que é proposto, como parâmetros regulatórios e, o que é trabalhado ou apresentados nos Livros Didáticos, aprovados pelos mesmos “órgãos” que elaboram estes documentos.

Nos PCN e na BNCC são apresentadas proposta em que o aluno deve utilizar diferentes informações e recursos tecnológicos, que este deva questionar a realidade formulando e

resolvendo problemas do seu cotidiano de forma lógica, crítica, ética e que consigam tomar decisões pautadas em argumentos. Ainda segundo estes documentos, o estudante deve ter um papel ativo na construção do seu conhecimento.

Porém o que identificamos como modelo epistemológico dominante, baseados nos Livros Didáticos aprovados pelo PNLD e, nos exercícios das provas oficiais (ENEM), é um ensino pautado em resolução mecanizada, aplicações de fórmulas em que prevalece a técnicas algébricas para a resolução, ficando a cargo do professor um aprofundamento mais significativo sobre o problema.

Em relação a definição de Educação Financeira, apresentada pela OCDE acreditamos que haja a necessidade de acrescentarmos as palavras, ética, criticidade, discernimento, planejamento, estimativa entre outras, de forma que possamos formar cidadãos que além de serem detentores de conhecimentos matemáticos/financeiros possam ter atitudes éticas em relação a adquirirem bens de consumo e que possam além de planejarem seu crescimento pessoal, também pensarem no crescimento da sociedade que os insere, para que não haja exploração em relações comerciais de nenhuma entre os envolvidos.

Em relação as atividades (situações didáticas) elaboradas para contemplar o que identificamos, como Modelo Epistemológico de Referência (MER), para os estudos relacionados a empréstimos e ou financiamento, destacamos que:

- Na primeira atividade, tínhamos por objetivo a construção de um modelo matemático para a tomada de decisão financeira, em relação a compra de um imóvel, identificamos por meio da análise, que os alunos expressaram opiniões de forma crítica em relação a preço do mercado imobiliário, principalmente em relação a imóveis com características parecidas, perceberam, por meio do gráfico de dispersão, a oportunidade de negociar apartamentos com uma determinada característica, devido à maior oferta na região.
- Com a construção do modelo da primeira atividade, os estudantes perceberam que por meio de ferramentas matemática e/ou estatísticas, agregadas ao uso de tecnologia, poderiam formar mecanismos de análise e comparação de preços, facilitando assim, uma tomada de decisão em relação a qual apartamento estaria com preço satisfatório. É importante ressaltar que as ferramentas matemáticas e estatísticas relacionadas a esse modelo, foram relativamente simples, não houve

a necessidade de utilizar uma matemática mais complexa, ainda sobre esta perspectiva destacamos que a estatística aliada a matemática, se mostraram importantes para o processo de construção do modelo matemático, que pretendíamos atingir e, consecutivamente a construção dos conhecimentos, em relação a Educação Financeira oriundos desta prática.

- Em relação a segunda atividade, tínhamos por objetivo a construção de um modelo matemático para a análise do financiamento de parte do valor do imóvel escolhido para a compra, destacamos que durante a realização da mesma, os estudantes perceberem, as inúmeras propostas relacionadas por diversas instituições financeiras apresentadas no simulador, isso proporcionou a possibilidade de comparação entre os métodos, taxas e condições diferentes, com isso os alunos levantaram hipóteses e conjecturas, que acreditamos que se fosse em uma situação real, isso possibilitaria uma negociação mais significativa no sentido de conseguir melhores condições para a aquisição do imóvel desejado.
- Com a construção do modelo matemático da segunda atividade, os sujeitos conseguiram perceber as diferenças em relação a taxa nominal e o custo efetivo, acreditamos que isso possibilitou, a concepção de parâmetros necessários para negociação na hora de contratar um financiamento junto a uma instituição financeira, principalmente em relação as variáveis passíveis de negociação, como seguro de vida, seguro imobiliário e taxas administrativas, entre outras. É importante destacarmos que com a validação deste modelo, os alunos perceberam, o quanto é significativo o pagamento (“juros”) destas taxas e, seguros ao final do financiamento, pois normalmente, por estes valores estarem embutidos na prestação não são fáceis de perceber, o quanto isso representa no montante final pago ao credor.
- Com a realização da terceira atividade tínhamos como objetivo, a construção de um modelo para planejar a quitação antecipada do valor financiado do imóvel, estabelecido na Atividade 2 e, assim, reduzir os juros pagos. Para isso, propomos um modelo pautado em um planejamento financeiro, considerando FGTS e possíveis economias (reservas financeiras), durante o período de financiamento por parte do comprador.

- Destacamos que foi superado o tempo que tínhamos previsto para que os alunos discutissem, o planejamento e a organização financeira do comprador, identificamos com isso, a importância e a credibilidade que os alunos deram para esse momento, refizeram várias vezes as cálculos, surgindo discussões sobre impostos, salário líquido e salário bruto, temas que não estavam previstos para aula. Inferimos que isso mostra o quando o aluno é protagonista na construção do seu conhecimento, pode surgir assuntos diversos sobre o tema central, enriquecendo os conhecimentos não somente dos discentes, assim como, também dos docentes.
- É importante ressaltar que os alunos tiveram dificuldades, em encontrar informações sobre as “regras” de utilização do FGTS, para a quitação de financiamentos imobiliários. Foi preciso a intervenção do professor por vários momentos como relatado na análise, isso levanta uma questão que não faz parte dos objetivos desta tese, porém não poderíamos deixar de relatar, pois o tema central é Educação Financeira, dessa forma, em nossa perspectiva, no tocante do FGTS, devem-se ser mais claras e, mais divulgadas as “regras” para o cidadão, utilizar o seu fundo de garantia, para quitar de forma total ou parcial sua dívida, uma vez que os rendimentos referente a esse fundo historicamente, até este momento, ficam a baixo dos rendimentos da poupança e muito abaixo dos juros cobrados pelas financeiras.
- Ainda em relação ao FGTS, é importante criar possibilidade por meio de divulgações e esclarecimento, para que fique a cargo do cidadão a decisão de usar o SEU dinheiro, da melhor forma possível sobre a sua ótica e planejamento, principalmente em relação a eliminar juros e evitar endividamentos por tempo prolongado.
- Com a validação do modelo nesta atividade foi possível identificar, que os estudantes perceberam a importância de um planejamento financeiro, pois verificaram que com “pequenas” reservas mensais e a utilização do FGTS, é possível eliminar uma parte significativa dos juros que seria pago sem tal planejamento.

Diante deste cenário foi possível responder a nossa questão de pesquisa: *Com base nos conhecimentos matemáticos financeiros que o aluno de Licenciatura em Matemática constrói*

ou construiu ao longo de sua vida escolar, quais as contribuições de um projeto de modelagem matemática inserido em uma sequência didática, elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), pode trazer para a Educação Financeira desses estudantes?

Em relação aos conhecimentos matemáticos e ou financeiros, percebemos que é possível utilizar conteúdos, que constam nas propostas curriculares das disciplinas de matemáticas, do ensino brasileiro, tais como funções, equações, porcentagem, proporcionalidade, entre outros, para se trabalhar reflexões sobre a Educação Financeira, a princípio não havendo a necessidade de se criar mais uma disciplina em nosso currículo.

É importante ressaltarmos que entendemos que a Educação Financeira pode ser trabalhada envolvendo outras áreas do conhecimento como: psicologia, filosofia, geografia, economia, matemática, entre outras. Com isso inferimos que o trabalho com projetos se mostra mais promissor, para a construção dos conhecimentos relacionados à Educação Financeira.

A construção do Modelo Epistemológico de Referência foi de suma importância para esta pesquisa, pois ao identificarmos a Razão de Ser do ensino de empréstimos e ou financiamentos, isso possibilitou o embasamento para a elaboração e objetivos da sequência didática, aplicada para os alunos, no tocante da Educação Financeira.

Sobre a nossa ótica, o trabalho por meio da Modelagem Matemática mostrou-se significativo nesse processo, pois o aluno tornou-se protagonista da construção do seu conhecimento. Com as validações referente aos modelos construídos, os estudantes foram colocados em situação de tomada de decisão, pautados nos argumentos que construíram por meio das pesquisas, durante o processo e a utilização de ferramentas matemáticas e estatísticas, que já conheciam ou não, de forma a resolver um problema construído com base em informações reais.

Ressaltamos, que embora as situações do cotidiano sejam importantes, para ajudar o aluno a construir conhecimentos dos conteúdos a serem estudados, é preciso considerar que esses conteúdos podem ser explorados em outros contextos, com isso, o aluno pode ser conduzido a novas realidades, que muitas vezes o meio em que está inserido não permite.

É importante destacarmos que resolver problemas inseridos em situações reais, no tocante da Educação Financeira, não se resume em treiná-los para a vida, e sim, inseri-los em situações de decisões financeiras, índices e situações econômicas reais, diferentemente do

Modelo Epistemológico Dominante, identificado com esta pesquisa, sendo um modelo de ensino, em suma, pautado no sistema, teoria, exemplo, exercícios e quando trazem exercícios referente a situações realísticas, na maioria das vezes são desprezados fatores importantes, como por exemplo, o índice da inflação.

É importante ressaltarmos que com essa pesquisa, não temos a intenção de incentivar ou não incentivar os processos de financiamento e ou empréstimos, pois acreditamos, mesmo por hipótese, que o incentivo ao crédito é importante para o crescimento econômico do nosso país, porém, é preciso mudanças em nossa educação para que, nossos jovens estudantes, ou seja, futuros cidadãos economicamente ativos, sejam mais conscientes e preparados, para situações que necessitem emprestar ou financiar recursos para aquisição de algum bem, ou seja, de forma consciente e dentro de suas possibilidades financeiras e, que isso não impacte negativamente em sua vida e, na vida dos cidadãos da sociedade que os insere.

Nossos cidadãos devem ser parte ativa da economia do nosso país, de forma consciente, assim, adquirindo bens sem prejuízos a eles e a terceiros. Lembrando a importância de que em todo momento da vida, é necessário a preocupação em poupar e, quando for necessário um empréstimo ou financiamento, que estes sejam feitos de forma responsável e dentro das possibilidades financeiras de cada indivíduo.

Como novas perspectivas, destacamos que podem ser elaboradas outras sequências didáticas, envolvendo modelagem matemática de temas mais próximos da realidade dos estudantes do Ensino Médio, tais como:

- Modelo Matemático para tomada de decisão em relação a pacotes e planos de telefonia móvel.
- Modelo Matemático para tomada de decisão em relação a planos de *internet*.
- Modelo Matemático para tomada de decisão em relação a compra do primeiro automóvel.
- Modelo Matemático para tomada de decisão em relação a compra de um automóvel ou utilização de aplicativo de transportes.
- Modelo Matemático para planejamento e tomada de decisão em relação a intercâmbios.

Em nossa ótica os resultados aqui divulgados, viabilizaram um avanço para os processos de ensino e aprendizagem para empréstimos e ou financiamentos no tocante da Educação Financeira, porém, gostaríamos de ressaltar que as propostas aqui apresentadas, não são únicas e, acreditamos que existem outras vertentes que devem ser estudadas sobre à luz de outras teorias e métodos, sempre fomentando uma educação de qualidade e significativa aos nossos estudantes.

Com isso ressaltamos a necessidade de continuarmos pesquisando, sobre Educação Financeira por meio de teses, dissertações e artigos, para que possamos cada vez mais, melhorar nosso entendimento e assim idealizar uma sociedade mais próspera e justa para todos.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ALMOULOUD, S. **Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. UNIÓN, v. 42, p. 09-34, 2015.
- ARTIGUE, M. “**Ingénierie Didactique**”. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.
- BARBOSA, J. C. **Uma perspectiva para a Modelagem Matemática**. In: Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Rio Claro: UNESP, 2000.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo; Contexto, 2006.
- BASSANEZI, R. C.; FERREIRA; W. C. **Equações Diferenciais com aplicações**. São Paulo, Harbra Ltda., 1988.
- BC. Banco Central do Brasil. **Relatório de Estabilidade Financeira de 2002 a 2017**. Disponível em: < <https://www.bcb.gov.br/?RELESTAB> >. Acesso em: 02 de julho de 2017.
- BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de cálculo pela Modelagem Matemática e aplicações: teoria e prática**. 2009.
- BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia, v. 2, n. 2, p. 07-32, 2009.
- BRASIL, BNCC – **Base Nacional Comum Curricular**. 2018.
- BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da ENEF. 2010**. Disponível em: < <http://www.vidaedinheiro.gov.br/Imagens/PlanoDiretorENEF.pdf> >. Acesso em: 18 de novembro de 2017.
- BRASIL, M. E. C. SEB. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, SEB, 2006.
- BRASIL, Ensino Médio – **PCN+** - Parâmetros Curriculares Nacionais. 2002.
- BRASIL, Ensino Fundamental - **PCN** - Parâmetros Curriculares Nacionais. 1998.
- BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, 1996.
- BROUSSEAU, G. **L'observation des activités didactiques**. Revue française de pédagogie, p. 130-139, 1978.
- BROUSSEAU, G. **Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática**. Recherches en didactique des mathématiques, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, v. 1, p. 1-10, 2004.

- CASSIANO, C. C. F. **O Mercado do Livro Didático no Brasil: Da Criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à Entrada do Capital Internacional Espanhol (1985 a 2007)**. 2007. Tese (doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- CHEVALLARD, Y. **Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation**. Dorier. 2002.
- CHEVALLARD, Y. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Trad. Daysy Vaz de Niraes. Porto Alegre: Artmed Editora. (2001).
- CHEVALLARD, Y. **L'Analyse des Pratiques Enseignantes em Théorie Anthropogique du Didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19.2, p. 221-265, 1999
- D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática**. São Paulo: Unicamp, 1986.
- D'AMBRÓSIO, U. Prefácio in: BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo; Contexto, 2006.
- DANTE, L. R. **Matemática: Contexto e Aplicações**. São Paulo: Ática, v. 2, 2010.
- DA SILVA, A. M.; POWELL, A. B. **Um programa de Educação Financeira para a Matemática escolar da Educação Básica**. 2013.
- DAVIS, P.J.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Ciência Aberta. Gradiva Publicações primeira ed. 1995
- DEDECCA, C. S.; TROVÃO, C. J. B. M.; SOUZA, L. F. **Desenvolvimento e equidade: desafios do crescimento brasileiro**. Novos Estudos-CEBRAP, n. 98, p. 23-41, 2014.
- DOLIS, M. **Ensino de Cálculo e o processo de modelagem**. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro, 1989.
- FERREIRA, V. D. T. **A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia** (Dissertação). 2010.
- FERREIRA, Jr.. W.C. **Modelos matemáticos para dinâmica de população distribuída em espaços de aspecto com interações não locais: paradigmas de complexidade** - (Doutorado), IMECC-UNICAMP, Campinas, 1993.
- FERREIRA, R. S. R. **Tarefas intermediárias: um Modelo Epistemológico de Referência para o ensino das frações**. 2014.
- FLORES, D. T. **Educação Financeira no Ensino Fundamental: Conhecimentos Identificados em um Grupo de Professores do Quinto Ano**, (Dissertação), 2017.
- HILGARD, R. E. **O aparecimento dos modelos Matemáticos**. Teoria da Aprendizagem. Ed. São Paulo, pp 461-508. (1973).
- KISTEMANN JÚNIOR, Marco Aurélio. **Sobre a produção de significados e a tomada de decisão de indivíduos-consumidores**. (Doutorado), 2011.
- IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações**. 2013
- LAVILLE, C; DIONNE J. **A construção do saber**. Belo Horizonte. Editora UFMG, 1999.
- LEONARDO, F.M. de. **Conexões com a Matemática**. São Paulo: Moderna, v. 3, 2013.

- LESSA, L. de F. C. F.. **Construção de um Modelo Epistemológico de Referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área.** 2017.
- LUCAS, O. C. **Una posible razón de ser del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional.** Tese de Doutorado. Tesis Doctoral. Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Vigo. Disponible en: <http://www.atdtad.org/documentos/una-posible-razon-de-ser-delcalculodiferencial-elemental-en-el-ambito-de-lamodelizacion-funcional>, 2015.
- MCLONE, R. R. – Mathematical Modeling – **The art of applying mathematics, in Math – Modeling (Andrews-McLone).** Butter words, London, 1976.
- OCDE - Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico. **Recommendation Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness.** Recommendation of the Council. OCDE. Paris, 2004. Disponível em <<http://www.oecd.org>>. Acesso em: 10 de agosto de 2016.
- _____. **OECD's Financial Education Project.** Assessoria de Comunicação Social, 2009. Disponível em: <<http://www.ocde.org/>>. Acesso em: 15 de novembro de 2016.
- _____. **OECD's . Contributions to the G20. 2013.** Disponível em: <<http://www.ocde.org/>>. Acesso em: 12 de setembro de 2016.
- PAIVA, Manoel. Matemática: Paiva. **Ensino Médio.** Editora Moderna, v. 1, 2013.
- PEREIRA, J. C. de S. **Alterações E Recombinações Praxeológicas Reveladas Por Professores De Matemática Do Ensino Básico Em Formação Continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar.** Belém, 2017.
- RODRIGUES, E. S. **Uma base de conhecimentos para o ensino de taxa de variação na educação básica,** (Doutorado), PUC, São Paulo, 2017.
- RODRIGUES, J. M. **Evolução da frota de automóveis e motos no Brasil 2001–2012 (Relatório 2013).** Rio de Janeiro: Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCT), 2013.
- SENNA, F. D. L. **Educação Financeira e estatística: estudo de estruturas de letramento e pensamento.** 2017.
- SERVIÇO, DE PROTEÇÃO AO CRÉDITO. **Indicadores Econômicos SPC Brasil e CNDL. 2015/2016**
- SILVA, L. S. da. **Modelagem Matemática, ensino e pesquisa: uma experiência no Ensino Médio.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2007.
- SMOLE, K. C. S. **Matemática: Ensino Médio.** Saraiva, 2013
- SOUZA, J. C. **Novo Olhar-Matemática.** v 2. São Paulo: FTD, 2013.
- TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre Educação Financeira e Matemática financeira.** (Doutorado) 2015.
- TRINDADE, L. B. **A Educação Financeira nos anos finais da educação básica: uma análise na perspectiva do livro didático.** (Dissertação) 2017.

ANEXO I - Carta de esclarecimento sobre o Projeto e a Pesquisa

PROJETO: PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA EM AMBIENTES TECNOLÓGICOS

Pesquisador: Saddo Ag Almouloud

Informações sobre o projeto e sobre a pesquisa:

A pesquisa a ser realizada faz parte de projeto em desenvolvimento no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).

A pesquisa tem como objetivos:

- Dar subsídios teóricos ao trabalho de professores e pesquisadores interessados na integração de pesquisas em Educação Matemática e de tecnologias em aulas de Matemática.
- Produzir conhecimento na área de formação de professores de matemática, utilizando tecnologias como recurso de apoio (como instrumento, no sentido que explicitaremos mais adiante neste texto).
- Elaborar em conjunto uma sequência utilizando o Geogebra e/ou Cabri 3D para ensinar conteúdos matemáticos para ser aplicada com grupo de professores de Ensino Básico e Superior.
- Contribuir para os debates a respeito do papel das tecnologias na formação de professores.

Para este fim, serão levantados dados a partir de observações, questionários, documentos produzidos pelos participantes da pesquisa.

A pesquisa intitulada “AS CONTRIBUIÇÕES DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELABORADA À LUZ DO MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA (MER), NA CONSTRUÇÃO DOS CONHECIMENTOS RELATIVOS À EDUCAÇÃO FINANCEIRA” é subprojeto de Processos de Ensino e Aprendizagem e Matemática em Ambientes Tecnológicos, conjugando assim dos objetivos e procedimentos metodológicos aqui apresentados.

Destacamos que, a qualquer momento, os participantes são livres para deixar de participar da pesquisa, sem qualquer ônus ou penalização de qualquer parte. Caracteriza-se firmemente a participação voluntária.

Os dados coletados serão tratados de forma a manter o sigilo dos participantes, sem possibilidade de identificação dos mesmos.

ANEXO II – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisa: PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA EM AMBIENTES TECNOLÓGICOS

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, _____, com ____ anos de idade, portador (a) do RG _____, residente na _____, com número de telefone _____ e e-mail _____, abaixo assinado, dou meu consentimento livre e esclarecido para participar como voluntário da pesquisa supra citada, sob a responsabilidade do Prof. Dr Saddo Ag Almouloud, vinculada ao Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

- 1) O objetivo da pesquisa.
- 2) Assim que for terminada a pesquisa, o relatório com seus resultados será divulgado para a comunidade acadêmica, mas primeiramente para o grupo de participantes.
- 3) Estou livre para interromper, a qualquer momento, minha participação nesta pesquisa.
- 4) Poderei entrar em contato com o pesquisador responsável, Saddo Ag Almouloud pelo e-mail saddoag@pucsp.br.
- 5) Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a minha participação na referida pesquisa;

São Paulo, _____ de _____ de 2018.

Assinatura do participante

Assinatura do pesquisador

APÊNDICE I - Roteiro Para a Atividade 1



ESCOLHA DE IMÓVEL PARA COMPRA



Com o objetivo de escolher um imóvel para compra, vamos criar um modelo matemático para auxiliará nessa tomada de decisão. Para isso será utilizado anúncios imobiliários que estão disponíveis na *internet*.

Restrições:

- Tipo de imóvel – Apartamento.
- Que os imóveis pertencem à mesma região.
- Imóveis de 45 (m²) a 110 (m²)
- Que sejam imóveis de no máximo dois dormitórios e que possuam uma única vaga de garagem.

1. Construa uma tabela no *Excel* com as seguintes características:

Região escolhida:		
Grupo:		
Número	Área do apto (m ²)	valor R\$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
...		
30		

2. Escolha um site de compra e venda de imóveis de sua preferência, faça uma pesquisa e preencha a tabela (figura 1) no *Excel* com 30 anúncios, obedecendo as restrições iniciais.
3. Com os recursos do *Excel* construa um gráfico de dispersão da tabela dos anúncios selecionados
4. O que o grupo pode concluir a partir da observação/análise do gráfico de dispersão de pontos?
5. Com os recursos do *Excel*, calcule o coeficiente de correlação das variáveis metragem e valor de venda dos imóveis selecionados.
6. O que o grupo pode concluir a partir da observação/análise do coeficiente de correlação.
7. Com os recursos do *Excel*, plote a linha de tendência linear e calcule seu R-quadrado
8. Com os recursos do *Excel*, plote a linha de tendência exponencial e calcule seu R-quadrado
9. Com os recursos do *Excel*, plote a linha de tendência logarítmica e calcule seu R-quadrado
10. Com os recursos do *Excel*, plote a linha de tendência polinomial e calcule seu R-quadrado
11. O que o grupo pode concluir a partir da observação/análise das linhas de tendências do gráfico plotado
12. Escolha uma das linhas de tendências plotadas e formate, de forma que apareça a função que a representa.
13. Identifique e nomeie as variáveis envolvidas na função da linha de tendência:

Função: _____

X: _____

Y: _____

14. Pesquise três valores de imóveis na região escolhida pelo grupo e preencha a tabela a seguir:

Valor do imóvel pesquisado R\$	Área	Substitua a área na função "linha de tendência"	Diferença entre os valores

15. Construa um modelo matemático para avaliar o preço do imóvel selecionado na região escolhida pelo grupo.

16. Faça uma simulação do modelo construído:

17. Que outras variáveis podem ser incluídas no modelo?

18. Escreva como ficaria o "novo" modelo acrescido das novas variáveis:

APÊNDICE II - Roteiro Para a Atividade 2



MODALIDADES DE FINANCIAMENTOS



O objetivo dessa atividade é selecionar a melhor modalidade de financiamento para aquisição do imóvel escolhido para compra, então, vamos criar um modelo matemático que auxiliará nessa tomada de decisão e, para isso, utilizaremos simuladores de instituições financeiras *online* e, modelos de sistemas de amortização que já conhecemos dos Livros Didáticos.

1. Estabeleça um perfil para o comprador do imóvel e, informe suas características: idade, profissão, renda (estimado pela profissão e idade), estado civil, número de filhos, organização financeira pessoal etc. Registre os dados no quadro a seguir:

Nome	
Gênero	
Idade	
Profissão	
Estado civil	
Números de Filhos	
Renda bruta	
Motivo pelo qual está comprando um imóvel	<input type="checkbox"/> Primeiro imóvel <input type="checkbox"/> Troca de imóvel <input type="checkbox"/> Imóvel para lazer <input type="checkbox"/> Imóvel para investimento

- Com base no modelo construído na Atividade 1, escolha um imóvel da região selecionada, respeitando as características do comprador (item 1).

Imóvel: R\$____ Características do imóvel: _____ Motivo da escolha (como o grupo chegou a esta decisão?):

- Partindo do pressuposto que o comprador irá financiar uma parte do valor do imóvel escolhido, acesse o site www.financiamento.com.br/simulador e faça uma simulação do financiamento obedecendo as características do comprador (item 1) e do imóvel escolhido pelo grupo.
- Das propostas apresentadas no site, algumas utilizam o Sistema de Amortização Price e outras o Sistema de Amortização Constante SAC, escolha um modelo (Price ou SAC) e, relate o motivo desta escolha.
- Escolha uma proposta das apresentadas no simulador e, relate o motivo desta opção.
- Verifique se o comprador (item 1), pode realizar o financiamento, observe se o salário é compatível para a negociação.

Relate a conclusão e as decisões tomadas para prosseguir com a compra do imóvel.

- Se necessário refaça a simulação no site indicado no item 3, selecione a proposta de preferência do grupo e complete o quadro a seguir:

Valor do imóvel	
Valor financiado	
Prazo	
Renda requerida	
Taxa de juros nominal	Anual: Mensal:
Custo efetivo	Anual: Mensal:
Valor da primeira parcela	

- Construa uma tabela no *Excel*, conforme modelo tabela a seguir:

Valor do imóvel				
Valor de entrada				
Valor financiado				
Taxa de juros				
Prazo				
Número da parcela	Parcela (PMT)	Amortização	Juros	Saldo devedor
0	xxxx	xxxx	xxxx	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
...				

9. Consulte os livros, de Matemática Financeira disponíveis na sala e, escreva como se constitui as parcelas (PMT) do tipo do sistema de amortização escolhido pelo grupo (SAC ou Price) e, qual é o modelo (fórmula) utilizado para o seu cálculo.
10. Com os recursos do *Excel*, programe a tabela (tabela 1), construída pelo grupo, para o cálculo das parcelas, baseando-se nos dados do imóvel, valores do financiamento, tais como: valor financiado, taxas e prazo e (o mesmo indicado no simulador).
11. Faça um comparativo entre os valores do simulador e a tabela construída no *Excel*, o que o grupo conclui?
12. Substitua o campo “taxa de juros” na tabela do *Excel* pela taxa “custo efetivo” baseados no item 7. O que aconteceu com o valor da prestação? Compare e analise os valores da tabela com o simulador e relate as conclusões do grupo
13. Sem nenhum tipo de consulta, o que o grupo entende por taxa de juros nominal e custo efetivo?”

14. O que podemos fazer para melhorar (“chegar mais próximo do real”) do modelo já conhecido (Livros Didáticos) com os valores estabelecidos no simulador?
15. Quais variáveis podem ser incluídas na tabela no *Excel* construída pelo grupo?
16. A partir do modelo, já conhecido e apresentados nos Livros Didáticos (item 9), construa um modelo para o cálculo das parcelas, levando em consideração as melhoras e as novas variáveis indicadas pelo grupo nos itens 14 e 15.
17. Com base no modelo construído, re programe tabela no *Excel* (tabela 1), usando como taxa, o índice de taxa nominal indicada no simulador (quadro 2)
18. Compare novamente a parcela (PMT) indicada no simulador *online* e a parcela calculada na tabela construída no *Excel*. O que o grupo conclui?
19. Considerando que o comprador irá quitar seu financiamento utilizando o tempo máximo contratado, analise a tabela construída e responda:

Total pago referente aos juros:	R\$ _____
Total pago referente ao seguro de vida:	R\$ _____
Total pago referente ao seguro do imóvel:	R\$ _____
Total pago de taxa administrativa (se houver):	R\$ _____
Somatória dos itens anteriores:	R\$ _____
20. Com as informações do item 19, quais as propostas de negociações o grupo faria, antes de assinar o contrato de financiamento?
21. Deixe um comentário sobre a realização das atividades 1 e 2 Quais os pontos positivos e negativos e o que pode ser melhorado.

APÊNDICE III – Roteiro Para a Atividade 3



PLANEJAMENTO PARA QUITAÇÃO ANTECIPADA DE FINANCIAMENTO



Com o objetivo de quitar o financiamento do imóvel, antes do prazo contratado, vamos criar um modelo matemático para auxiliará nas estratégias e planejamento. Para isso será utilizaremos dos recursos do software *Excel*.

1. Faça um planejamento detalhado das contas pessoais do comprador do imóvel considerando as contas de: água, luz, telefone, mercado etc. (sugestão figura 1). Use os recursos do *Excel* para elaborar a planilha com os dados do planejamento.

RENDAS	R\$
RENDA 1	
RENDA (OUTROS)	
DESPESAS	R\$
POUPANÇA	
MORADIA (ALUGUEL)	
ALIMENTOS	
PARCELA DO CARRO	
SEGURO DO CARRO (MÊS)	
TEL RESIDENCIAL	
TEL CELULAR	
TEL CELULAR FILHOS	

INTERNET	
ESCOLA DOS FILHOS	
TV A CABO	
ENERGIA	
COMBUSTÍVEL	
LAZER	
MENSALIDADE HABITAÇÃO	
TOTAL	

2. Com base no planejamento realizado no (item 1), quanto o comprador pode poupar mensalmente, destinando esse recurso para compor o montante destinado à quitação do imóvel financiado?

Comente as conclusões e estratégias do grupo:

3. Partindo do pressuposto que o comprador possa utilizar os recursos do FGTS (Fundo de Garantia do Tempo de Serviço), para quitação parcial ou plena de sua dívida, pesquise utilizando a *internet*, como esse valor é calculado sobre o salário e quais as regras para a utilização de financiamentos imobiliários.
4. Pesquise como é calculado o rendimento do FGTS?
 Taxa Anual _____
 Taxa Mensal _____
5. Considerando que o comprador irá usar a poupança, como meio de aplicação dos seus recursos próprios, pesquise qual é a taxa de rendimento.
 Taxa Anual _____
 Taxa Mensal _____
6. De acordo com o perfil do comprador, criado na Atividade 2 (profissão e renda) e considerando que foi usado todo o fundo de garantia na entrada para a compra do

imóvel, ou seja, a partir do início do contrato de financiamento, o saldo da conta do FGTS é zero. Calcule qual será os depósitos (aportes) mensais que serão creditados na conta do FGTS.

7. Pesquise nos livros de matemática financeira disponíveis na sala de aula, que modelo financeiro é utilizado para calcular, o montante poupado ao final de um determinado período com os aportes (depósitos), realizados periodicamente (mês a mês) e suas respectivas correções monetárias.
8. Com base nas discussões anteriores, indique segundo a concepção do grupo, quais variáveis são necessárias, para a construção de um modelo matemático, que planeje a quitação da dívida de um financiamento imobiliário.
9. Com base nas variáveis indicadas no item 8, construa um modelo matemático que possa calcular o prazo máximo (período), que o comprador levará para pagar sua dívida, partindo do pressuposto, que este irá utilizar reservas pessoais, FGTS além das amortizações contida nas prestações do contrato de financiamento.
10. Construa uma tabela no *Excel* usando como base o modelo apresentado na figura a seguir:

Dados		
Saldo devedor (instante $n = 0$)	R\$0,00	
Amortização	R\$0,00	
Recursos referente a depósitos mensais próprios	R\$0,00	
Recursos referente a depósitos mensais FGTS	R\$0,00	
Período (n)		
Mês	0	SALDO DEVEDOR DEPOIS DO PERÍODO (n)
Ano	0	R\$0,00
Taxas		
Taxa referente ao rendimento poupança		
Taxa referente ao rendimento conta FGTS		
Montante depois do período (n)		
Recursos próprios		
Recursos FGTS		
Amortização		

11. Com o modelo construído no item anterior e o saldo devedor estipulado na tabela construída na Atividade 2, programe a tabela no *Excel* (figura 2) e, faça simulações de diferentes situações, alternando valores poupados mensalmente e taxa de juros, para estipular o tempo total que irá levar para quitar o financiamento.

Comente as simulações:

12. Se o comprador utilizar suas reservas mensais e seu FGTS, para pagar o financiamento no prazo calculado, por meio do modelo, quanto o comprador deixará de pagar de juros?
Para esse cálculo utilize os valores calculados na planilha elaborada na Atividade 2.
13. Comente sobre as conclusões do grupo sobre esta atividade.
14. Faça comentários sobre a conclusão das três atividades:
15. Descreva quais os temas de Educação Financeira podem ser tratados por meio da Modelagem Matemática para assuntos pertinentes ao Ensino Médio?