

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

JOSÉ ROBERTO DE CAMPOS LIMA

**Pensamento Algébrico no currículo do Ciclo de
Alfabetização: estudo comparativo de duas propostas**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**SÃO PAULO
2018**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

JOSÉ ROBERTO DE CAMPOS LIMA

**Pensamento Algébrico no currículo do Ciclo de
Alfabetização: estudo comparativo de duas propostas**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*Dissertação apresentada à Banca
Examinadora do Programa de Estudos Pós-
Graduados em Educação Matemática da
PUC-SP, como exigência parcial para
obtenção do título de **Mestre em Educação
Matemática**, sob a orientação da Profª. Drª.
Barbara Lutaif Bianchini.*

SÃO PAULO
2018

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese por processos de fotocopiadora ou eletrônicos.

Assinatura: _____ São Paulo, ____ / ____ / 2018.

Banca Examinadora

Prof^a. Dr^a. Barbara Lutaif Bianchini –
orientadora
PUC-SP

Prof^a. Dr^a. Ana Lúcia Manrique
PUC-SP

Prof^a. Dr^a. Silvia Dias Alcântara Machado

A Deus e a meus pais, Maria Helena e José Roberto (in memorian), que lutaram e deram muito amor para que eu pudesse me dedicar aos estudos. Também aos meus irmãos, Renato e Nelson, que sempre me apoiaram na jornada em busca do conhecimento.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela Bolsa de Estudos concedida, o que permitiu o desenvolvimento desta pesquisa.

Gostaria de prestar meus mais sinceros e carinhosos agradecimentos por aqueles que, sem suas existências, eu não conseguiria avançar em minha trajetória. Assim, sou agradecido:

à Prof.^a Dr.^a Barbara Lutaif Bianchini, pela orientação, confiança, apoio e, acima de tudo, amizade com que me tratou e me incentivou a todo momento concluir a pesquisa;

à Prof.^a Dr.^a Ana Lúcia Manrique e à Prof.^a Dr.^a Sílvia Dias Alcântara Machado, que em muito contribuíram, com sugestões, encaminhamentos deste trabalho no Exame de Qualificação;

à Pró-reitoria da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, pela compreensão e apoio na realização dessa pesquisa;

ao amigo Gilberto Januario, ser humano especial, humilde e de uma grandeza inigualável, mesmo distante se fez sempre presente, apoiando, não me deixando esmorecer, incentivando e caminhando junto, sempre acreditando no meu potencial;

ao meu amigo Marcelo e às minhas amigas Cristhiane, Débora, Grace, Kátia Lima, Katia Terumi, Susan e Suzete, que sempre me incentivaram;

à Prof.^a Dr.^a Célia Maria Carolino Pires (in memoriam), que foi a incentivadora a dar início ao Mestrado e que, além disso, foi e sempre será minha fonte inspiradora, pela sua competência e humildade;

ao meu amigo Adriano Lebrao, que a cada dificuldade, obstáculo, me apoiou e acreditou em mim, incentivando a sempre caminhar e foi inspiração de luta;

aos meus sobrinhos, Tomás, Artur, Fernando e Isadora, que foram meu sustentáculo nesta jornada e parte de minha alegria em meio a tantos obstáculos;

aos meus irmãos Renato, Nelson e à minha cunhada Sheila, que, a cada tombo, estiveram ao meu lado para me reerguer e fazer acreditar que eu seria capaz de concluir essa trajetória iniciada em meio a tantas dificuldades;

ao meu pai José Roberto (in memoriam), que sempre me incentivou estudar, e à minha mãe, Maria Helena, guerreira, que com seu amor me inspirou a lutar e a sempre acreditar que seria capaz, me apoiando e incentivando nas horas mais difíceis.

LIMA, José Roberto de Campos. *Pensamento Algébrico no currículo do Ciclo de Alfabetização: estudo comparativo de duas propostas*. 2018. 80f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

RESUMO

Neste trabalho, apresentamos uma pesquisa qualitativa norteada pelo objetivo de investigar qual a abordagem dada ao pensamento algébrico no currículo prescrito do ciclo de alfabetização, que se refere aos três primeiros anos de escolaridade do ensino fundamental, ou seja, crianças de 6 a 8 anos, de duas propostas. Para tanto, buscamos elementos caracterizadores do pensamento algébrico de forma implícita ou explícita em dois documentos, sendo um da esfera federal, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), e o outro da esfera estadual, as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (OCMAI). A escolha da BNCC se dá por esse ser um documento em fase de implementação, o qual todas as redes de ensino brasileiras têm como referência para elaboração de seus próprios currículos e, no caso do OCMAI, pelo fato de o estado de São Paulo ter o maior número de matrículas no ciclo de alfabetização. Além disso, seu currículo é utilizado por um grande número de municípios do estado. Assim, optamos por realizar uma análise documental, na qual a coleta de dados ocorreu por meio da análise de conteúdo, segundo Bardin. Empregamos as usuais técnicas de análise divididas em três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, sendo que, por meio de uma leitura flutuante, refinamos o conteúdo até obtermos um material que atendesse ao nosso objetivo. Após essa leitura, investindo na observação, estabelecemos três categorias para análise, uma que observasse a estrutura com a qual os documentos foram elaborados; outra que analisasse indícios de abordagem dada ao pensamento algébrico nos diferentes eixos ou unidades temáticas da Matemática; e, por último, a conceitual, que aponta para possíveis conceitos que envolvam o pensamento algébrico, seja de forma explícita ou implícita. Ao analisarmos os documentos, identificamos, na BNCC, uma aproximação conceitual à denominada área de pesquisa *Early Algebra*, que tem como premissa a possibilidade do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade e não apenas a partir dos anos finais do ensino fundamental, como já apontavam Lins e Gimenez. Nas OCMAI, temos indícios que podem conduzir ao desenvolvimento do pensamento algébrico, mas de modo implícito, sendo pouco citada essa forma de pensamento matemático. O pensamento algébrico no ciclo de alfabetização é apontado como identificação, compreensão de padrões e regularidades em diversos contextos que possam ser generalizados, sem a necessidade de uma linguagem simbólica algébrica. Sendo assim, fez-se necessário compreender como a Álgebra interage com as demais subáreas da matemática. Consideramos de grande importância a compreensão do desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo prescrito, tanto para formação inicial e continuada de professores como para elaboração de materiais e estruturas curriculares, além de ser essa uma possibilidade que contribui para a formação matemática dos estudantes.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Ciclo de Alfabetização. Currículo prescrito. BNCC. Álgebra inicial.

LIMA, José Roberto de Campos. *Algebraic thinking in the curriculum of Literacy Cycle: comparative study of two proposals*. 2018. 80f. Dissertation (Masters in Mathematics Education). Programo of Studies Pos-Graduates in Mathematics Education. Pontifical Catholic University of São Paulo. São Paulo.

ABSTRACT

In this paper, we present a qualitative research guided by the goal of investigating what the approach given to algebraic thinking in the prescribed curriculum of literacy cycle, which refers to the first three years of elementary school (children from 6 to 8 years old) of two proposals. To this end, we seek to characterize elements of algebraic thinking implicit or explicit in two documents, one of the federal sphere, the National Curricular Common Base (NCCB), and other of the state sphere, the Math Curriculum Guidelines for the Early Years (MCGEY). The NCCB was chosen because it is a document in the implementation phase, which every Brazilian education networks have as a reference for the elaboration of their own curriculum and, in the case of MCGEY, the state of São Paulo has the largest number of enrolments in literacy cycle. In addition, its curriculum is used by a large number of municipalities in the state. Thus, we decided to perform a documental analysis, in which the data collection occurred through content analysis, according to Bardin. We used the usual analytical techniques divided into three phases: pre-analysis, exploration of the material and processing of results, in which, through a “floating reading”, we refined the content until we get a material that met our goal. After this reading, investing in the observation, we established three categories for analysis, one that observes the structure with which the documents were elaborated; another to examine evidences of approach given to the algebraic thinking in different axes or thematic units of math; and, finally, the conceptual, which points to possible concepts involving algebraic thinking, either explicitly or implicitly. By analyzing the documents, in the NCCB, we identified a conceptual approach to the research area called Early Algebra, which has as its premise the possibility of developing algebraic thinking since the early years of schooling and not just from the final years of primary school, as Lins and Gimenez already pointed out. In MCGEY, we have evidences that can lead to the development of algebraic thinking, but in an implicity way, so this kind of mathematical thinking is hardly mentioned. The algebraic thinking in the literacy cycle is presented as identification, understanding of patterns and regularities in various contexts that can be generalized, without the need for a symbolic algebraic language. Therefore, it was necessary to understand how algebra interacts with other subareas of mathematics. We consider that it is very important to understand the development of algebraic thinking in the prescribed curriculum, both for initial and continuing training of teachers and for the preparation of materials and curricular structures, as well as a possibility that contributes to the mathematical training of students.

Keywords: Algebraic thinking. Literacy cycle. Prescribed curriculum. BNCC. Early algebra.

SUMÁRIO

Introdução	12
1 Problema e objetivo de pesquisa	15
1.1 Aproximação ao problema e objetivo de pesquisa	15
1.2 Problema e Objetivo	20
2 Ideias teóricas	31
2.1 Currículo	31
2.2 Pensamento algébrico	33
3 Procedimentos metodológicos	43
3.1 Escolha metodológica	43
3.2 Procedimentos Metodológicos	46
3.3 Categorias de análise	48
4 Análise e resultados	51
4.1 Categoria estrutural	53
4.2 Categoria intramatemática	55
4.3 Categoria conceitual	64
Considerações finais	71
Referências	76

Introdução

Ao longo dos anos, atuando como professor de Matemática (nas redes de ensino particular, estadual e atualmente na municipal), seja no Ensino Fundamental, Ensino Médio e na Educação de Jovens e Adultos, tenho observado a dificuldade dos estudantes referente ao conteúdo de Álgebra, especialmente na transição da linguagem natural para a algébrica e na generalização.

A observação dessa dificuldade me conduziu a reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da Álgebra na educação básica, a pensar em como poderia melhorar a aprendizagem desse campo, e se era possível iniciar o processo de seu ensino mais cedo, em anos anteriores ao que estava previamente e culturalmente marcado para ser desenvolvido.

Ao atuar como formador do programa de formação continuada a professores alfabetizadores, instituído pelo Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), no ano de 2014, junto à rede municipal de ensino de São Paulo, trabalhei com o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização, referente aos três primeiros anos do Ensino Fundamental. Essa experiência aumentou meu interesse sobre o tema, tendo como base o depoimento dos professores-cursistas sobre seus desconhecimentos do assunto.

A partir desse quadro relatado, sob incentivo da professora Célia Pires e dos amigos Gilberto Januario e Kátia Lima, ingressei no mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), quando passei a fazer parte do Grupo de Pesquisas em Educação Algébrica (GPEA) e, sob orientação da professora Barbara Bianchini, dei início ao processo de estudo acerca do pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização¹.

Nossa pesquisa teve muitos caminhos, entre os quais, escolhemos o de analisar currículos prescritos, das esferas federal e estadual, para investigar qual a

¹ A partir deste ponto, na introdução, o foco narrativo será na primeira pessoa do plural.

abordagem dada ao pensamento algébrico nessa etapa (Ciclo de Alfabetização) da escolarização das crianças.

Com relação a documentos oficiais, na década de 1970, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo publicou o Guia Curricular de Matemática – Álgebra para o 1º grau, 1ª a 4ª séries (correspondente à faixa etária das crianças de 7 a 10 anos), na perspectiva da Matemática Moderna, trabalhando com a teoria de conjuntos e estruturas algébricas. No entanto, não foi nessa vertente que surgiu o desenvolvimento do pensamento algébrico no material que foi publicado em 2012 pelo Ministério da Educação (MEC).

Esse tema não era abordado de forma tão específica no Ciclo de Alfabetização (correspondente à faixa etária das crianças de 6 a 8 anos), pois nos documentos publicados após a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) – Lei nº 9394/96, não tínhamos menção específica e clara sobre o ensino da Álgebra

Lins e Gimenez (2001) e Kaput (1995) consideram não haver consenso sobre a definição de Álgebra e do que seja pensar algebricamente. Para esses autores, o consenso estaria em quais são os objetos matemáticos da Álgebra, como o ensino de equações, funções, valor numérico e afins.

Kaput (1995) apresenta um argumento que entendemos justificar nossa pesquisa em relação a Álgebra:

Os atos de generalização e formalização gradual da generalidade construída devem preceder o trabalho com formalismos – do contrário os formalismos não têm origem na experiência do estudante. A total falência atual da álgebra escolar tem mostrado a inadequação das tentativas de vincular os formalismos à experiência do aluno, depois que eles foram introduzidos. Parece que “uma vez sem significado, sempre sem significado” (KAPUT, 1995 *apud* RIBEIRO e CURY, 2015, p. 12)

Nosso estudo se propõe à análise de currículos prescritos, na busca de conhecer a abordagem e orientações referentes ao pensamento algébrico, bem como identificar o que se privilegia nas prescrições. Os documentos fontes desta pesquisa são dois currículos de Matemática, especificamente para os três primeiros anos do Ensino Fundamental, correspondente ao período escolar para crianças de 6 a 8 anos, são eles: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (SÃO PAULO, 2014).

A dissertação está organizada em quatro capítulos, os quais passamos a apresentar.

Dedicamos o primeiro capítulo à problematização e objetivo da pesquisa, evidenciando os principais aspectos que nos levaram a realizá-la, partindo dos pontos de vista pessoal, profissional, de pesquisa e das discussões sobre currículos.

No segundo capítulo, apresentamos as bases teóricas que sustentam nossa pesquisa, definindo, assim, os elementos-chave. Também fazemos menção a pesquisas anteriores, relevantes para este estudo, que tratam sobre o tema, tanto em nível nacional, como internacional.

No terceiro capítulo, descrevemos a metodologia utilizada neste estudo e os procedimentos de análise. Introduzimos o desenho da pesquisa e os documentos que foram utilizados para a definição das categorias de análises das informações.

Apresentamos a descrição e análise dos dados no quarto capítulo. Organizamos as informações com base nos documentos analisados, com uma análise qualitativa, que permeou as discussões já trazidas nas bases teóricas.

Posteriormente, evidenciamos nossas considerações, discutindo os resultados obtidos dos nossos objetivos específicos, comparando com as discussões atuais e as pesquisas anteriores. Ademais, propomos uma linha de pesquisa aberta, no sentido de não tentarmos esgotar o assunto, podendo, assim, sugerir a aparição de pesquisas novas ou complementares a esta. Finalmente, elencamos as dificuldades que tivemos com a realização da pesquisa e as limitações que identificamos.

Capítulo 1

Problema e Objetivo de Pesquisa

Não há para mim, na diferença e na “distância” entre a ingenuidade e a criticidade, entre o saber de pura experiência feito e o que resulta dos procedimentos metodicamente rigorosos, uma ruptura, mas uma superação. Paulo Freire (2002, p. 34)

1.1 Aproximação ao problema e objetivo de pesquisa

Neste capítulo, apresentamos o problema que nos levou a realizar esta pesquisa, bem como seu objetivo. Há todo um percurso que deve ser considerado para o desenvolvimento dela.

Tudo se inicia por minha paixão pela Matemática, pelo desafio que ela me traz, que me estimula a querer aprender, cada vez mais, e – sobretudo - pelo prazer de desvendar seus mistérios.

Em minha vida escolar, apesar da facilidade com os conteúdos da Matemática, foi na 6^a série, na condição de estudante de escola pública, que isso começou a ser mais estimulado. Por conta disso e por incentivo de meu professor de Matemática, participei da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), um pouco diferente do que, hoje, é a Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas (OBMEP), mas com a mesma finalidade. Era uma prova de conhecimentos matemáticos e alguns dos problemas me chamaram a atenção por apresentarem como uma de suas possibilidades de resolução por meio da linguagem algébrica.

. Na época, eu nem sabia que existia Álgebra, iniciei seu aprendizado na 7^a série, hoje equivalente ao 8º ano, como “a parte da matemática que efetua cálculo com letra”.

Minha vida escolar foi marcada por vários professores: pelo Wagner, na 6^a série, pelo Clóvis, no Ensino Médio, e o Syozo, à época da faculdade. Apesar de

muitas vezes seus métodos serem o que, atualmente, chamamos de “tradicionais”, eles me fizeram ficar fascinado pelo mundo da Matemática e a pensar utilizando cada vez mais a linguagem matemática. Tais conhecimentos conduziram-me ao aperfeiçoamento da solução do problema, aquele da OBM, lembrado aqui, que antes fora somente resolvido por um método aritmético, muitas vezes, por “tentativa e erro” e, agora, algébrico.

Cursei Técnico em Eletrônica, ao que – hoje – convencionamos chamar de Ensino Médio. Em função disso, no ensino superior, segui na área da Tecnologia, cursando Mecânica - Processos de Produção, em que a Álgebra é um conhecimento essencial que se deve ter para o desenvolvimento dos conteúdos.

Na escassez de professores, ainda cursando a graduação, comecei a lecionar Matemática para os ensinos Fundamental e Médio, iniciando, dessa maneira a carreira no magistério, pela qual me apaixonei. Alguns anos mais tarde, já tendo concluído a primeira graduação, cursei a Licenciatura em Matemática para continuar no caminho já escolhido da docência.

Desde o início do magistério, tive um grande incômodo ao lecionar, no 1º ano do Ensino Médio, o conteúdo de Funções; percebi, por diversas vezes, que os alunos não comprehendiam as equações e o significado da simbologia algébrica utilizada. Apesar de me manter em constante estudo, a cada turma que eu ensinava percebia novas dificuldades e o quanto a Álgebra estava distante do conhecimento dos estudantes que ali se apresentavam.

Durante a carreira docente, lecionei nas várias etapas e níveis da educação básica. No que se refere à Álgebra, eu sempre observava a mesma dificuldade, com a percepção de que nas próprias orientações curriculares e livros didáticos, entre outros recursos, esse assunto era abordado nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, sempre em meio a regras, técnicas e simbologia algébrica, sem um processo de construção, mas mais de aplicação.

Atuando na área, eu também estive em diversos papéis, os quais me fizeram ter uma dimensão diferenciada da educação, principalmente do ensino da Matemática. Uma das experiências que me fez repensar os modos de ensinar e aprender Matemática foi realizando formação continuada para professores que

ensinavam essa disciplina, seja atuando em Diretoria de Ensino ou em assessoria a vários municípios do Estado de São Paulo e de outros estados, em que temas como Geometria e Álgebra eram constantes nas solicitações de formação.

No ano de 2012, participei, na condição de professor do 7º ano, de um grupo focal, do projeto “*Avaliação de Professores do Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, em relação a documentos e materiais de apoio à organização curricular na área de Educação Matemática*”. Esse projeto, coordenado pela Prof.^a Dr.^a Célia Pires, integrava o Programa de Melhoria do Ensino Público da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), no qual participaram professores que ensinavam Matemática, da rede de ensino municipal de São Paulo, do 1º ao 9º ano. Analisamos, durante o projeto, o desenvolvimento das atividades do Caderno de Apoio e Aprendizagem (CAA) da rede municipal de ensino de São Paulo, que estava em seu segundo ano de implementação.

No desenvolvimento desse projeto, desenvolvemos as sequências didáticas que constavam nesse material, o CAA, após discussões no grupo. Entre essas sequências, constava uma que estabelecia as relações de Euler. Ao desenvolvê-las com minha turma de 7º ano, observei que os estudantes, as discutiram e tentaram solucioná-las, sem antes mesmo, ser trabalhado especificamente o conteúdo Álgebra. As resoluções que surgiram para a questão, inicialmente sem o “uso de letras” e sem, entrarmos nas nomenclaturas e especificidades da temática, embasaram a necessidade de se usar algum símbolo para generalizar as relações e qual a finalidade de seu uso. Tal fato me chamou muita atenção.

Assim, partindo da Geometria, mas com “resoluções aritméticas”, foi possível construir as relações de Euler e concluir a atividade com uma generalização das regularidades observadas, notando características do pensamento algébrico na resolução dos estudantes, além de incentivar-me ainda mais, a buscar novos saberes.

Na Figura 1, temos uma das atividades da sequência didática sobre pirâmides, no qual os estudantes são levados a descobrir as relações de Euler e a generalizar as regularidades, antes mesmo de serem apresentados aos conhecimentos sobre a Álgebra, sua simbologia e estrutura. Dessa forma, vemos a

relevância do ensino de conteúdos desse tema para o desenvolvimento de outros conhecimentos da Matemática.

Figura 1: Relações de Euler nas Pirâmides – Atividade retirada do Caderno de Apoio e Aprendizagem do 7º ano

Pirâmides

As faces laterais das pirâmides são triangulares, o encontro de duas faces forma uma aresta e o encontro de três ou mais arestas forma um vértice.

Preencha o quadro abaixo e responda às perguntas a seguir:

	pirâmide de base triangular		pirâmide de base pentagonal		pirâmide de base qualquer
poliedro					
polígono da base		quadrado		hexágono	polígono de N lados
número de lados do polígono da base					
número de faces					
número de arestas					
número de vértices					

Em uma pirâmide, qual é a relação entre:

a) O número de lados do polígono da base e o número de faces?

b) O número de lados do polígono da base e o número de arestas?

c) A soma do número de faces e vértices e o número de arestas?

Fonte: SÃO PAULO, 2010, p. 52

A partir desse momento, comecei a direcionar - ainda mais - meu olhar para a Álgebra e a estudar o quanto ela poderia ser antecipadamente ensinada, adequando-a ao desenvolvimento cognitivo de cada faixa etária dos estudantes.

Após essa experiência, em 2014, integrei a equipe de formadores do programa de formação continuada para professores do Ciclo de Alfabetização (1º

ao 3º ano do Ensino Fundamental), coordenado pela equipe da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, no âmbito do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), cujo foco, à época, era a Matemática. Esse programa de formação continuada, que integra o PNAIC, foi instituído pelo governo federal como um dos meios para atingir o objetivo de assegurar a alfabetização das crianças, até no máximo, aos 8 anos de idade.

Nos cadernos de formação do PNAIC, mais especificamente no Caderno 1, é apresentado, como eixo estruturante, o *Pensamento Algébrico* voltado para o Ciclo de Alfabetização, o que me levou a estudar ainda mais sobre o assunto, pois a proposta, discutida no material, ia ao encontro de minhas ideias sobre o ensino de Álgebra a ser iniciado nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

O tema provocou amplo debate entre os participantes do PNAIC, quando eram observadas a estranheza e a dificuldade em compreender como ensinar e oportunizar atividades para desenvolver o pensamento algébrico nas crianças de 6 a 8 anos. A princípio, tal estranheza surgiu devido à relação com Álgebra, que era, *a priori*, ensinada nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

A partir do desenvolvimento dessa formação continuada, o interesse em aprofundar o conhecimento sobre o pensamento algébrico e a pesquisar sobre essa temática me aproximou do mestrado.

Assim, surge esta investigação, desenvolvida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, que foi pensada e desenvolvida na linha de pesquisa “A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores”, inserida no projeto “Álgebra na Educação Básica”, sendo este um dos projetos desenvolvidos no Grupo de Pesquisa de Educação Algébrica (GPEA), do qual sou integrante.

1.2 Problema e Objetivo

A sociedade atual nos coloca frente a questões essenciais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, para que ensinar e como realizar a avaliação do aprendizado. Refletindo essas questões, aproximamo-nos de discussões referentes ao ensino da Álgebra, sem a pretensão em responder todas elas, mas compreender o que se tem discutido sobre. Para isso, apresentamos qual o cenário em que se desenvolve esta pesquisa, no intuito de mostrar sua relevância.

Nos dias de hoje, ainda podemos notar, nos currículos escolares, que se inicia esse estudo no Ensino Fundamental, com blocos de conteúdos referentes a Números e Operações, Espaço e Forma, Tratamento da Informação e Grandezas e Medidas, sendo que o bloco de Álgebra é recomendado para os anos finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. Sobre o ensino desses blocos de conteúdos, Lins e Gimenez (2001, p. 9) consideram que “na comunidade da Educação Matemática, há poucas noções tão enraizadas como a de que aprender aritmética deve vir antes do aprendizado da álgebra”.

A partir dessa ideia, realizamos uma pesquisa no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), levantando algumas dissertações e teses sobre o tema de estudo nesta pesquisa, buscando as que possuíam, como palavras-chave, “pensamento algébrico” ou “álgebra”, filtrando com “Anos Iniciais” ou “Ciclo de Alfabetização”. Além disso, outro critério utilizado centrou-se nas mais próximas ou posteriores do ano em que é indicado o pensamento algébrico como eixo estruturante da Matemática para o Ciclo de Alfabetização, em documento oficial do governo federal. Entre as pesquisas mapeadas, destacamos para pensamento algébrico nos Anos Iniciais: Freire (2011), Ferreira (2017), Fernandes (2014), Silva (2013). Especificamente, para o Ciclo de Alfabetização, encontramos: Beck (2015) e Santos (2017).

Freire (2011, p. 20) realizou uma pesquisa com objetivo de investigar “o desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental”. Em especial, ela investigou os conceitos: equação, incógnita, equivalência que permitem o desenvolvimento do pensamento algébrico e, também, do pensamento relacional que o compõe. Na primeira etapa, a pesquisa

apontou, inicialmente, uma dificuldade dos professores em compreender noções básicas do pensamento algébrico. No entanto, na 2^a etapa, após terem desenvolvido atividades e alguns estudos sobre o assunto, no planejamento e uso das atividades em sala de aula, a pesquisa apontou uma maior compreensão dessas dificuldades. Assim, conclui que, por meio das atividades, estabeleceu-se uma relação entre aritmética e álgebra, como forma de desenvolver uma linguagem matemática que não necessariamente precisa ser ensinada de modo tardio, considerando ser desnecessário o uso de um simbolismo formal e memorização de regras.

Em sua pesquisa, Silva (2013) analisou produções de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais de escolaridade. Os participantes da pesquisa apresentaram resoluções que apresentaram indícios do pensamento algébrico, por meio de estruturas aritméticas das tarefas e descrição dos processos de pensamento. Como conclusão, ela considera ser possível desenvolver alguns aspectos do pensamento algébrico sem a necessidade de se ensinar ou apresentar uma estrutura simbólica algébrica e salienta, ainda, que é também por meio da linguagem natural que os estudantes podem ampliar ou aprimorar a linguagem simbólica algébrica. Assim, fica evidente que o desenvolvimento do pensamento algébrico caminha junto com o desenvolvimento do pensamento aritmético.

Fernandes (2014) realizou um estudo a partir da resolução das questões da Prova Brasil, também com alunos do 5º ano, no intuito de identificar algumas características do pensamento algébrico, tais como: generalização por meio de padrões, regularidades, relações funcionais; estabelecimento de relações com equivalência, comparação entre grandezas; formulação de conjecturas e sua validação, além de envolver a transição entre notações. Como conclusão, expõe que os estudantes apresentavam características do pensamento algébrico, mesmo sem ser apresentado a conceitos e simbologia algébricos.

A estratégia de resolução de problemas para relacionar problemas do campo aditivo com o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização, a partir dos descritores da Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), foi tema da pesquisa realizada por Beck (2015). Como resultados, ele indicou que problemas

de comparar contribuem para o desenvolvimento e uso de estratégias algébricas, fugindo da máxima de que são problemas apenas aritméticos e que se deve considerar o pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização.

Ferreira (2017) realizou uma investigação com professores dos Anos Iniciais, no intuito de debater quais os conhecimentos matemáticos necessários para que os professores possam desenvolver o pensamento algébrico nessa etapa do Ensino Fundamental. Alguns pontos levantados são o de generalizar e o de identificar regularidades . Nessa investigação, a autora indica a necessidade de abordar algumas características da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental e na Educação Infantil, tendo como uma de suas justificativas as dificuldades observadas nos estudantes na passagem da Aritmética para Álgebra.

Diferente dos demais autores, Santos (2017) investigou como tarefas que podem contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 3º ano, último ano do Ciclo de Alfabetização. Para isso, partiu do pressuposto de que, ao longo da história, a Álgebra escolar sofre mudanças em suas concepções, conduzindo o estudante a pensar algebricamente, por meio de percepções de regularidades, padrões e generalizações, utilizando-se das estratégias de resolução de problemas possíveis de serem desenvolvidas nos primeiros anos de escolaridade.

Notamos, nas pesquisas, a busca pelos saberes dos professores e dos alunos com relação ao pensamento algébrico, tendo esse uma característica comum quando nos referimos aos Anos Iniciais e ao Ciclo de Alfabetização: todas fazem referência à generalização e à busca por regularidades e padrões em diversos contextos como características do pensamento algébrico.

No sistema de educação brasileira, há políticas públicas relativas à avaliação e distribuição de livros didáticos (Programa Nacional do Livro Didático – PNLD), avaliações em larga escala e de programas de formação continuada, que se baseiam em documentos publicados pelo Ministério da Educação. Tais documentos constituem referência para as equipes das escolas elaborarem os currículos, sejam em forma de planos de ensino, projetos de intervenção ou projetos político-pedagógicos. Esses currículos, elaborados nas unidades escolares, auxiliam na elaboração de objetivos de aprendizagem, bem como na

organização, seleção e tratamento dos conteúdos que serão trabalhados nas situações que promoverão as aprendizagens de estudantes.

Considerando a relevância e a influência das orientações e recomendações didático-metodológicas desses documentos, especialmente no que diz respeito ao planejamento e às práticas dos professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais no Ensino Fundamental, agentes que determinam objetivos e conteúdos a partir de livros didáticos e avaliações em larga escala, passamos a nos questionar sobre como as orientações - presentes em currículos prescritos - contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização e qual a abordagem dada a ele.

A partir das leituras realizadas as, por meio da participação em eventos científicos, temos conhecimento que os documentos curriculares prescritos do Chile, desde 2012, inserem o eixo Padrões e Álgebra desde o 1º ano da educação básica (crianças de 6 anos). Também tomamos conhecimento de que países, como Austrália, Canadá, China, Coreia, Japão e Portugal já apresentam, em seus documentos curriculares, a proposta do projeto *Early Algebra*, como destacam Merino, Cañadas e Molina (2013).

Uma referência importante para Álgebra no Ciclo de Alfabetização é a *Early Algebra*, que também é uma área de pesquisa desenvolvida nos Estados Unidos, tendo como grupo de referência pesquisadores na Universidade de Tufts, desde os anos 1990. Ela tenta desvendar o que seria possível ensinar e aprender sobre Álgebra, ainda nos primeiros anos escolares, ou seja, o mais cedo possível na vida escolar, desde a mais tenra idade.

Early Algebra, que será referência nesta pesquisa, não visa criar mais um bloco de conteúdos a ser ensinado, e sim como tratar temas que já constam no currículo escolar de forma diferente, com vistas a desenvolver o pensamento algébrico. O objetivo principal é que as crianças se familiarizem com conceitos e ferramentas algébricas, o quanto antes, em sua vida escolar, sem a necessidade do uso de definições e simbologia, como são abordados nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, etapas da educação em que se privilegia a introdução de estudantes no rigor da linguagem e conceitos matemáticos.

Uma referência para a *Early Algebra* é o documento *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e padrões da Matemática Escolar), publicado pelo *National Council Teacher Mathematics*² (NCTM, 2000), no qual há a indicação da necessidade de se desenvolver o pensamento algébrico desde a mais tenra idade, ou seja, desde a educação infantil no caso do sistema de educação brasileiro.

Diante do exposto, nosso estudo se concentra em dois documentos: a *Base Nacional Curricular Comum* (BNCC), proposta curricular do governo federal, homologada em dezembro de 2017; e o *Curriculum de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*, proposta curricular do Estado de São Paulo, publicado em 2014.

A escolha pela BNCC se deu por esse ser um documento nacional, recém-publicado, que apresenta orientações e proposições para que Estados e Municípios (re)elaborem seus documentos e para que as escolas tenham novos fundamentos para a (re)elaboração de seus projetos políticos-pedagógicos. A escolha pelo documento do Estado de São Paulo, embora publicado anteriormente à BNCC, deve-se ao fato de esse estado ter a maior concentração do número de matrículas no Ciclo de Alfabetização, conforme consta no *Relatório 2013-2014 da concepção à realização*, publicado pelo Instituto Nacional de Estatística e Pesquisa – INEP (BRASIL, 2015), além de haver produzido documento curricular específico para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ainda sobre o relatório do INEP,

no ano de 2014, o total de matrículas no 1º, no 2º e no 3º ano do ensino fundamental no Brasil foi, respectivamente, de 2.724.433, 2.794.143 e 3.053.470[...]. Por unidade da Federação, **o maior número de matrículas é o de São Paulo – 590.049** –, e o menor, o de Roraima – 6.876. Esses dados tendem a acompanhar a proporção demográfica territorial e, no que tange à localização, a maioria das matrículas encontra-se nas escolas localizadas em zona urbana. (BRASIL, 2015, p. 11, grifo nosso)

De igual modo, chamou-nos a atenção a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), realizada anualmente desde 2013, em que se avalia os estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, último ano do Ciclo de Alfabetização. Em sua matriz de avaliação, a ANA apresenta quatro eixos estruturantes, entre eles, o eixo numérico e algébrico. Assim, se as crianças do Ciclo de Alfabetização

² Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos

são avaliadas sob o ponto de vista algébrico, é importante compreender o que os currículos prescritos abordam acerca desse tema.

No Brasil, anterior à homologação da BNCC, estava em vigor o conjunto de documentos elaborados e publicados a partir da Lei de Diretrizes e Bases, Lei nº 9.394/96 (BRASIL, 1996), quais sejam *Parâmetros Curriculares Nacionais*, publicados em 1997. Em 2012, foi publicado o documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (BRASIL, 2012), texto de referência do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), que apresenta orientações referentes aos tratamentos conceitual, didático e metodológico dos conteúdos.

Da leitura desses documentos, observamos algumas características comuns, as quais se referem à concepção do pensamento algébrico, como perceber regularidades, conforme apresentam os PCN dos anos iniciais do ensino fundamental:

Para crianças pequenas, os jogos são as ações que elas repetem sistematicamente, mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é, são fonte de significados e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema. Essa repetição funcional também deve estar presente na atividade escolar, pois é importante no sentido de ajudar a criança a perceber regularidades. (BRASIL, 1997, p. 35)

Ainda nessa perspectiva, os PCN já indicavam, subjetivamente, que o pensamento algébrico deveria permear os diversos eixos de conteúdo da Matemática, como o da Geometria, que contribui para identificação de regularidades e de padrões:

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 39)

O estudo da Geometria, principalmente no âmbito do bloco de conteúdos Espaço e Forma, já era indicado para que conduzisse a criança a perceber,

observar e identificar regularidades no intuito de melhorar sua compreensão e resolver situações-problemas.

Lins e Gimenes (2001) já indicavam que a Álgebra, como eixo de conteúdos para a educação básica no Brasil, era reduzida aos anos finais do Ensino Fundamental, assim como prescrevem os PCN,

no entanto, é importante salientar que ainda hoje nota-se, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas. (LINS e GIMENEZ, 2001, p. 21)

Como referência nacional, os PCN indicam a necessidade de se refletir sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas não apresentam, como possibilidade, sua introdução desde os Anos Iniciais. Sugerem o trabalho com pré-álgebra, considerada apenas uma passagem da Aritmética para Álgebra por meio do desenvolvimento de conceitos relativos a números e ideias introdutórias da Álgebra, sem considerar o desenvolvimento do pensamento algébrico, tema de nossa pesquisa.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritimeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p. 39)

Como podemos perceber, nos objetivos do ensino de Matemática para o Ensino Fundamental, no PCN, apesar de não indicar o desenvolvimento do pensamento algébrico, há recomendação para que sejam oportunizadas às crianças situações de observação e identificação de regularidades.

Interpretar e produzir escritas numéricas, levantando hipóteses sobre elas, com base na observação de regularidades, utilizando-se da linguagem oral, de registros informais e da linguagem matemática.

Desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.

Identificação de regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos frequentes.

Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades" (BRASIL, 1997, p. 51)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os Anos Iniciais (1º e 2º Ciclos do Ensino Fundamental) fornecem indícios que a Álgebra deve ser trabalhada nos blocos temáticos números e operações e grandezas e medidas, como pode ser observado no excerto seguinte:

Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). (BRASIL, 1997, p. 38)

Contudo, os PCN não indicam que este trabalho se dê nos anos iniciais, sugerindo o desenvolvimento da pré-álgebra, que é uma etapa de transição entre Aritmética e Álgebra. segundo Ameron (2012), é uma etapa de transição entre Aritmética e Álgebra.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p. 39)

O governo brasileiro, por meio do Ministério da Educação e mediante resultados dos sistemas de avaliação em larga escala, lançou o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), que tem como meta a alfabetização de crianças com até oito anos de idade, ou seja, ao final do Ciclo de Alfabetização.

Com o PNAIC, é lançado o texto de referência "*Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*" (BRASIL, 2012), que traz - entre os seus direitos de aprendizagem - o direito a "reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas" (p. 67), evidenciando, ainda, que:

a Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Desta maneira, parte do trabalho de letramento e alfabetização matemática tem nessas regularidades o suporte teórico para o desenvolvimento de três eixos estruturantes: o eixo dos números, o de espaço e forma e também do desenvolvimento inicial do pensamento algébrico. (BRASIL, 2012, p. 67)

Como já descrito sobre o pensamento algébrico, o direito de aprendizagem de matemática também contempla como finalidade o reconhecimento de regularidades como característica muito importante para seu desenvolvimento, além disso, mostra a importância do ensino no Ciclo de Alfabetização, pois é nessa etapa escolar que “as crianças devem partir da observação ativa: manipular objetos; construir e desconstruir sequências; desenhar, medir, comparar, classificar e modificar sequências estabelecidas por padrões”. (BRASIL, 2012, p. 67). O mesmo documento indica as diversas formas de representação que a criança pode se utilizar para seu desenvolvimento.

O objetivo principal do pensamento algébrico, no Ciclo de Alfabetização, proposto no texto de referência do PNAIC, é o de “compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos” (BRASIL, 2012, p. 77).

Após a implementação do PNAIC e da publicação do seu texto de referência, desde 2013, com a promulgação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, ocorreram discussões para a elaboração do documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada pelo Conselho Federal de Educação em dezembro de 2017. Nesse documento, há a seguinte recomendação sobre o ensino de Álgebra:

A unidade temática Álgebra [...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 226)

Nesse trecho, sobre a finalidade, ainda não pode ser caracterizado o ensino de Álgebra no Ciclo de Alfabetização, pois a apresentação refere-se ao desenvolvimento da Álgebra em um aspecto mais geral:

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 226)

Na BNCC, também é ressaltada a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de algumas de suas dimensões no Ciclo de Alfabetização, ao considerar ser “imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem, desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2017, p. 226).

A relação da unidade temática Números com a de Álgebra é contemplada, assim como já aparecia na matriz de avaliação da Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), em que essa relação “é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação” (BRASIL, 2017, p. 226).

Apesar de o trabalho com sequências numéricas já ser contemplado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), nos Anos Iniciais, e por consequência no Ciclo de Alfabetização, não havia o indicativo de ser desenvolvido o pensamento algébrico.

A BNCC está em processo de implementação. Por isso, é importante haver um olhar para os currículos atuais em busca de se conhecer suas propostas e proceder às adequações, verificando elementos que se relacionam com o desenvolvimento do pensamento algébrico, foco desta pesquisa, na tentativa de contribuir para a melhoria do ensino e, por consequência, da aprendizagem da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Nosso problema de investigação parte da necessidade de potencializar o entendimento do currículo prescrito sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio das orientações curriculares e dos objetivos de aprendizagem que permeiam a educação básica.

Queremos compreender o que os documentos prescrevem sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, em formato de orientações e objetivos de aprendizagem, para os professores elaborarem seus planejamentos e, consequentemente, organizar e selecionar os conteúdos a serem trabalhados com seus alunos.

Nesse sentido, elaboramos a seguinte questão de pesquisa: *qual a abordagem dada ao pensamento algébrico nos currículos prescritos de Matemática para o Ciclo de Alfabetização na Base Curricular Nacional Comum (2017) e nas Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais, sendo este último documento curricular publicado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo?*

A partir dessa questão, estabelecemos, como objetivo, *investigar a abordagem dada ao pensamento algébrico nos currículos prescritos de Matemática para o Ciclo de Alfabetização constante da BNCC (2017) e do documento publicado pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (2014)*. Para alcançarmos esse objetivo, analisaremos objetivos e orientações didático-metodológicas referentes ao pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização, no documento publicado pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e na BNCC

CAPÍTULO 2

Ideias teóricas

Considerando a problemática já apresentada, esta pesquisa envolve dois conceitos centrais: pensamento algébrico e currículo. Este capítulo se divide em dois tópicos, nos quais esses conceitos serão explorados.

2.1 Currículo

Na ampla discussão sobre currículo, temos diferentes definições e conceitos. Entre os diferentes autores que se debruçam sobre a teorização do campo do currículo, os textos de José Gimenez Sacristán têm sido muito utilizados na pesquisa brasileira. Para esse autor,

O currículo é uma práxis, antes que um objeto estático, emanado de um modelo coerente de pensar a educação ou as aprendizagens necessárias das crianças e dos jovens, que tampouco se esgota na parte explícita do projeto de socialização cultural nas escolas. É uma prática, expressão, da função socializadora e cultural que determinada instituição tem, que reagrupa em torno dele uma série de subsistemas ou práticas diversas, entre as quais se encontra a prática pedagógica desenvolvida em instituições que comumente chamamos de ensino. (SACRISTÁN, 2000, p. 16)

Por essa definição, no campo da educação, o currículo não se limita a um documento que expressa princípios e propostas, mas se aproxima de um processo, movimento, que envolve concepções, objetivos, ações e práticas. Não é estático, imutável, mas flexível conforme as diferentes necessidades de ensino e de aprendizagem, e sistematizado pela comunidade escolar. Assim, o currículo orienta as ações e não as determinam.

O modelo teórico proposto por Sacristán (2000) apresenta seis níveis para o currículo ou desenvolvimento curricular: currículo prescrito (documentos oficiais), currículo apresentado aos professores (livros didáticos, apostilas, cadernos de atividades), currículo modelado pelos professores (planos de aula, sequências didáticas), currículo em ação (desenvolvimento da aula), currículo realizado (o que

efetivamente foi oportunizado como conteúdos e conceitos, e o que foi aprendido pelos alunos) e currículo avaliado (conteúdos e conceitos cobrados em instrumentos avaliativos). O nível de currículo discutido nesta pesquisa está no âmbito das prescrições.

Com base em Sacristán (2000), Januario (2012, p. 57) define que,

o currículo prescrito é o nível em que há a existência de prescrição ou orientação do que se entende por seu conteúdo e pode ser caracterizado por um conjunto de decisões e orientações normativas tomadas no interior das secretarias federais, estaduais e municipais de educação.

Como um documento organizado e publicado por um órgão público, o currículo é “planejado oficialmente, expresso geralmente em termos de finalidades, objetivos, conteúdos, orientações metodológicas” (PIRES e SILVA, 2001, p. 61). Nesses documentos, é possível perceber qual a conotação, quais concepções estão fundamentando a abordagem dos objetivos e conteúdos de ensino. Como consequência, definem-se os materiais e recursos curriculares avaliados e distribuídos às escolas. Ademais, eles norteiam processos de formação inicial e continuada de professores e demais profissionais da educação; e implicam políticas públicas para a educação.

O currículo prescrito é o documento oficial que apresenta, assim, as fundamentações teóricas, conceituais, didáticas e metodológicas das propostas educacionais dos governos, em âmbito Municipal, Estadual e Federal. No entanto, conforme discute Januario (2012), o fato de serem documentos oficiais, não significa que são obrigatórios, pois são documentos que se materializam como orientações e sugestões para as escolas elaborarem seus projetos político-pedagógicos e para os professores produzirem seus planos e as atividades a serem oportunizadas aos alunos. Para ser oficial, precisa ser publicado o ato legal referente ao currículo: lei, resolução ou decreto.

Em relação às prescrições, Pires (2015, p. 13) considera que

as contribuições expressas num documento prescrito serão interpretadas por materiais curriculares diversos – textos didáticos, objetos de aprendizagem, sequências de atividades – e, com base nos currículos prescritos (documentos oficiais) e nos currículos apresentados (materiais curriculares), os professores vão moldar seus currículos, planejando seu

trabalho anual, bimestral, semanal e organizando as tarefas aula a aula, de acordo com as características de seu grupo de alunos.

O que podemos observar, na citação anterior, é que, embora não sejam obrigatórias, as prescrições são importantes e precisam ser objetos constantes de estudo e consulta pelos profissionais da educação, pois elas apresentam a proposta de educação. Para os professores, podem ser documentos relevantes que nortearão seus planejamentos e práticas, com objetivos e orientações didático-metodológicas referentes aos diferentes conteúdos a serem propostos em atividades para os estudantes.

Como mostra Pires (2015) e Januario (2017), os objetivos e orientações, presentes nos currículos prescritos, materializam-se em forma de atividades nos diversos materiais curriculares disponíveis aos professores e estudantes: livros didáticos, apostilas ou cadernos de atividades elaborados por secretarias de educação.

Sacristán (2000) também considera relevante os professores tomarem os documentos prescritos como fonte de estudo, tendo em vista as defasagens decorrentes da formação inicial que, devido ao pouco tempo ou ao modelo formativo, não proporciona a esses profissionais todas as experiências necessárias para exercerem a atividade de docência.

Em relação à Matemática, os currículos prescritos trazem informações importantes para o planejamento e a prática dos professores ao apresentarem objetivos, aspectos conceituais e opções didáticas e metodológicas referentes aos conteúdos a serem propostos aos estudantes. Muitos desses conteúdos ou teorizações, subjacentes às orientações nos documentos, inclusive, podem ser objetos de estudo na formação dos professores.

2.2 Pensamento algébrico

Apresentamos, a seguir, nossa análise sobre algumas concepções de Álgebra. Exploramos publicações recentes, as quais destacam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa análise mostra um (breve) panorama histórico do ensino de Álgebra na educação básica brasileira.

Na publicação *Resumo de Álgebra*, de autoria de Corrêa (1888, p. 7), a Álgebra é definida como sendo “a parte das Matemáticas que tem por fim facilitar e generalizar as questões relativas aos números. A resolução das equações é a parte mais importante da álgebra, e mesmo, segundo alguns autores, seu verdadeiro fim”. Nesse trecho, é possível observar a associação de números (Aritmética) com a Álgebra.

Sobre essa relação, Freire (2011) considera que o uso de símbolos começa na Aritmética, ao associar número e numeral, sendo que esse entendimento segue para Álgebra. Para esse autor,

apesar de a álgebra utilizar outros símbolos, é na aritmética que começamos a trabalhar com eles. Por exemplo, o entendimento de número e numeral exige do aluno a relação entre símbolo (numeral) e quantidade (número). O estudo de que significa o numeral cinco, por exemplo, surge a partir de relacionamento entre a quantidade de cinco elementos com o símbolo 5. Portanto a álgebra precisa ser uma continuação desse entendimento sobre símbolos. Afinal, é no estudo sobre números que entramos em contato com os primeiros símbolos, como =, +, -, x, :, <, >, 2° , dentre outros. Na Álgebra, conhecemos novos símbolos e alguns deles mudam de significado. (FREIRE, 2011, p. 23-24)

Entre os anos de 1920 e 1930, Perez y Marin (1930, p. 7) definiu a Álgebra como “a ciência que tem por objetivo o estudo das propriedades gerais da quantidade”. Sua obra foi aprovada pelo Governo do Estado de São Paulo e pelo Conselho Superior de Instrução Pública do Estado de Minas Gerais para uso dos estabelecimentos de ensino secundário.

Essas publicações, de anos anteriores ao contexto atual, traduzem uma concepção de generalização dos números, ou seja, generalização da Aritmética, também discutida por Usiskin (1995), porém, voltadas à escola secundária, atual Ensino Médio.

A noção da quantidade em álgebra é distinta da que se adquire em aritmética, apenas pela consideração das propriedades do número. Os números são coleções de unidades; portanto, eles exprimem uma pluralidade concreta. Qualquer que seja o número e qualquer que seja a operação de que provém, sempre se considera nele uma série de unidades iguais, um valor determinado e concreto, uma relação que se refere exclusivamente as vezes que nele entra a unidade. A quantidade algébrica perde este caráter concreto; nela se faz abstração de todo valor numérico, por que a álgebra estuda as propriedades e relações da quantidade, sem considerar a unidade a que se refere. (PÉREZ Y MARTIN, 1930, p. 7)

O modo como se via e concebia a Álgebra na educação básica sofreu modificação, chegando à concepção do pensamento algébrico, o que influencia significativamente os currículos de Matemática, especialmente os documentos relativos aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nos anos 1970, Gattegno (1970, p. 31) já considerava a Álgebra não apenas como um conteúdo matemático, mas também um atributo mental. Para ele,

sem álgebra, estaríamos mortos, ou ainda se temos sobrevivido, é em parte devido à álgebra - para nossa compreensão de classes, transformações, e o resto, tenho notado o lugar da álgebra no ensino de leitura. Isso foi somente uma técnica arbitrária. Como a leitura é uma função da mente, todo mundo precisa usar a álgebra para ler³. (GATTEGNO, 1970, p. 31)

Ao comentar as discussões realizadas no *International Congress on Mathematical Education* (Congresso Internacional de Educação Matemática), realizado em 1984 na Austrália, Davis (1985) expõe dois pontos diferentes, debatidos pelos participantes do congresso, sobre o que se entende por Álgebra.

Um ponto de vista indicava que ela consistia em simplificar ou fatorar, e os estudantes seriam informados ou mostrariam o que fazer. A partir disso, praticariam o método mostrado, podendo, assim, internalizar regras de modo errado. Em outro ponto de vista, a Álgebra tinha o significado de construção nas mentes dos estudantes de representações de conceitos, como variável, sentença aberta, conjunto verdade, função entre outros. Construiria também os conceitos, não apenas apresentando-os, mas - por meio de experiências - os levariam a desenvolver representações, evitando o uso da língua natural, mas construindo suas próprias representações mentais.

A combinação desses dois pontos de vistas contribuiu para a Álgebra ser concebida na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico, podendo, dessa forma, ser ensinada a partir dos primeiros anos de escolaridade das crianças.

³ Tradução nossa de: *Without algebra we would be dead, or if we have survived so far, it is partly thanks to álgebra – to our understanding of classe, transformations, and the rest. I have noted place of álgebra in the process of teaching reading. This was just an arbitrary technique. Since reading is a function of the mind, everyone must use algebra in order to read.*

Segundo Araújo (2008), o ensino da Álgebra deve ser progressivo e dar sentido e necessidade ao seu uso.

Não se pode utilizar uma nova linguagem, no caso a algébrica, sem que lhe seja dado sentido, sem que não se sinta a necessidade de sua utilização. Deve-se entender que a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. O pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola; sendo assim, pode-se afirmar que a álgebra perde seu valor como um rico instrumento para o desenvolvimento de um raciocínio mais abrangente e dinâmico. (ARAÚJO, 2008, p. 338-339)

Para Lins e Gimenez (2001, p. 89), não há um consenso sobre o que é pensar algebricamente, o que existe é “um certo consenso a respeito de quais são as coisas da álgebra: equações, cálculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da álgebra?”.

No âmbito dessa discussão, nos anos 1990, foi desenvolvido o projeto *Early Algebra*, que também é uma área de pesquisa, o qual sugere o desenvolvimento do pensamento algébrico desde a mais tenra idade escolar. Um dos grupos de pesquisa que divulgou seus resultados e se tornou referência nessa área, localiza-se no Estados Unidos, mais especificamente na Universidade Tufts, e participam dele Brizuela, Kaput, Carraher, entre outros.

A *Early Algebra* propõe, em termos de concepção, não a Álgebra como conteúdo, mas um modo de pensar – pensar algebricamente – nos outros campos da Matemática, como, Geometria, Aritmética, Probabilidade, essenciais para desenvolver seu ensino nos primeiros anos do Ensino Fundamental e, é claro, no Ciclo de Alfabetização.

O propósito da *Early Algebra*, desse modo, é o desenvolvimento de uma forma de pensar e atuar em objetos, relações, estruturas e situações matemáticas, integrando razão e argumentação. Apresenta, assim, uma estrutura de trabalho de investigação-exploração, tendo a argumentação como recurso para o desenvolvimento do pensamento algébrico, promoção da aprendizagem e facilitar o posterior estudo formal de Álgebra.

Da leitura de documentos diversos com orientações curriculares ou de livros didáticos, publicados até os anos 1990, pode ser observada a proposta de ensino de Álgebra para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Diferente dessa organização de conteúdos, algumas pesquisas (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTOVÃO, 2005; CARRAHER *et al.*, 2006; KAPUT, 2008; MASON, STEPHENS e WATSON, 2009) indicam a necessidade de considerar desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, por meio do estudo de padrões e regularidades. Nessa perspectiva, o pensamento algébrico é desenvolvido por meio da compreensão das relações, padrões e estruturas matemáticas, partindo inicialmente da Aritmética.

Vergnaud (1997 *apud* FREIRE, 2011, p. 24), afirma que “conceitos relacionados à Álgebra não estão isolados, e sim vinculados às estruturas aditivas e multiplicativas, estruturas estas que são desenvolvidas durante a aprendizagem de trabalho com números”.

No entendimento de Ponte e Branco (2013 p. 136), é preciso levar em consideração que “para a promoção deste modo de pensar, é essencial proporcionar experiências que envolvem conjecturar, generalizar e justificar usando uma variedade de representações e linguagens”, sendo esse entendimento muito importante para o processo de ensino no Ciclo de Alfabetização.

O pensamento algébrico pode ser caracterizado como um processo de generalização,

processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade. (BLANTON e KAPUT, 2005 *apud* BECK e SILVA, 2015, p. 200)

Silva (2012) caracteriza o pensamento algébrico, conforme exposto no Quadro 1.

Quadro 1: Caracterização do pensamento algébrico

Não envolve, necessariamente, uma simbologia algébrica, de modo que pode ser desenvolvido em qualquer etapa escolar, ou seja, não tem como pré-requisito que o estudante apresente uma linguagem simbólica algébrica.
Está presente em todos os campos da Matemática, como na álgebra, geometria, aritmética.
É algo interno ao estudante, de modo que não há uma relação de dependência com a tarefa proposta
É um modo de pensar que envolve a construção da aprendizagem na medida em que o estudante vai produzindo relações e atribuindo significados para os conceitos a partir do que ele já sabe, ou seja, de seus conhecimentos prévios
Enfim, esse pensamento envolve: formulação de conjecturas; estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma tarefa; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes, como a comutatividade na adição; agrupamento, classificação, ordenação, justificação e validação de ideias; etc.

Fonte: SILVA, 2012, p. 36

Beck (2015), em suas considerações, aponta que

considerar a generalização, a argumentação e a expressão como partes constituintes do processo de aprendizado da Álgebra é admitir que o aprendizado algébrico não está restrito exclusivamente à compreensão dos símbolos e manipulação de expressões envolvendo incógnitas e variáveis, mas também deve contemplar formas de pensar mais generalistas, argumentativas e com maior poder de representação de ideias matemáticas, o que amplia consideravelmente o horizonte de contextos nos quais o pensamento algébrico pode desempenhar algum papel importante. (BECK, 2015, p. 26)

Sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) argumentam que esse pode ocorrer de modo gradual, antes do uso de símbolos algébricos, considerando, para isso, alguns aspectos importantes, denominados como *caracterizadores do pensamento algébrico*:

- estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
- produzir vários significados para uma expressão numérica;
- interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;

- transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- desenvolver algum processo de generalização;
- perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)

Ponte, Branco e Matos (2009), citando Kaput, tratam de cinco características do pensamento algébrico, que se relacionam entre si, sendo elas:

- a generalização e formalização de padrões e restrições;
- a manipulação de formalismos guiada sintaticamente;
- o estudo de estruturas abstratas; o estudo de funções, relações e de variação conjunta de duas variáveis; e
- a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 9)

Para esses autores, o pensamento algébrico envolve três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. De acordo com esses autores,

a primeira vertente – representar – diz respeito à capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, nomeadamente sistemas cujos caracteres primitivos têm uma natureza simbólica. Na segunda vertente – raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – assumem especial importância o relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para uma certa classe de objetos). Tal como nos outros campos da Matemática, um aspecto importante do raciocínio algébrico é o deduzir. Finalmente, na terceira vertente – resolver problemas, que inclui modelar situações – trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 9)

Para Canavarro (2007), o pensamento algébrico é um

processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade. (CANAVARRO, 2007, p. 87)

O documento publicado pelo *National Council of Teachers of Mathematics*, intitulado *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) apresenta recomendações que o pensamento algébrico deve ser abordado pelos professores, desde os primeiros anos de escolaridade, sendo importante ressaltar que a Álgebra deve ser entendida como: compreensão de padrões, relações entre quantidades de naturezas diversas e funções, representações de relações matemáticas, a

análise de diferentes situações e estruturas matemáticas para representar e analisar variáveis em diversos contextos.

O pensamento algébrico, dessa forma, além de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções, contempla um modo de pensar, especialmente quando são observados padrões, relações e estruturas matemáticas. Todos esses itens compõem um modo de pensar e fazem parte do conhecimento matemático, podendo, assim, ser desenvolvido nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, inclusive, no Ciclo de Alfabetização.

Ribeiro, Bezerra e Silva (2016) apresentam algumas categorias de suas compreensões de Álgebra, são elas: Álgebra inicial, generalizações, relação funcional, relação estrutural, modelagem e manipulação.

A Álgebra inicial refere-se à *Early Algebra*, que trata dos processos de ensino e aprendizagem de Álgebra desde os anos iniciais do ensino fundamental, a qual contempla estudantes de 6 a 10 anos de idade. Ribeiro, Bezerra e Silva (2016, p.431) apontam, como principal ideia/característica dessa categoria, a manipulação de somas, produtos e potência aritméticas, além da resolução de problemas aritméticos como um caminho para a introdução do pensamento algébrico.

Outra categoria, que temos como características apontadas por outros autores aqui citados, apontada por Ribeiro, Bezerra e Silva (2016, p. 431), é a de Generalizações, a qual tem, como ideia/característica, a aritmética generalizada, a estrutura de representação formal do concreto (através da abstração) e atribuição de grau de abstração e generalidade aos símbolos linguísticos.

Em sua pesquisa, Lew (2004) defende que é preciso, pelo menos, seis habilidades do pensamento matemático para desenvolvimento do pensamento algébrico, são elas: capacidade de generalização, abstração, pensamento analítico, pensamento dinâmico, modelagem e organização.

Assim, para Lew (2004), temos que generalização é o começo do desenvolvimento da Álgebra, especialmente relacionada com a identificação de padrões de um dado conjunto que resulta em processo de generalização. Por outro

lado, a abstração é o processo de extração de matemática de relações baseadas na generalização. O pensamento analítico e o dinâmico estão associados ao processo de resolução de equações e ao conceito de variável. A modelagem tem-se como um processo de representar uma situação com expressões matemáticas e, por último, a organização que visa desenvolver ferramentas para organizar uma situação, por exemplo, com tabelas e diagramas.

Na concepção de Smith (2008), o pensamento algébrico possui dois tipos de pensamento: *pensamento representacional* e *pensamento simbólico*. O primeiro refere-se “aos processos mentais por meio dos quais um indivíduo cria significados referenciais para algum sistema representacional” (SMITH, 2008, p. 133), e o segundo está relacionado ao uso de símbolos e sua compreensão.

Consideramos, também, o pensamento algébrico caracterizado pelo desenvolvimento de outros dois tipos de pensamento: *pensamento funcional* e o *pensamento relacional*.

O pensamento funcional se dá por ser centrado na relação entre duas ou mais quantidades varáveis (SMITH, 2008). Para Cañadas, Brizuela e Blanton (2016), esse pensamento ainda pode se caracterizar como um processo de construir, descrever e raciocinar com e sobre funções, sendo constituído por tópicos de funções com seus procedimentos e relações. Como parte do pensamento algébrico, nele, inclui-se a generalização de relações funcionais entre quantidades.

Smith (2008) trata o pensamento funcional como um pensamento representacional, que relaciona duas ou mais quantidades que podem variar. Esse autor pondera sobre seis atividades implícitas ao pensamento funcional:

- 1) Engajar-se em algum tipo de atividade física ou conceitual.
- 2) Identificar duas ou mais quantidades que variam no curso da atividade e enfocar a relação entre essas duas variáveis.
- 3) Registrar os valores correspondentes dessas quantidades, em forma de tabelas, gráficos ou ícones.
- 4) Identificar padrões nos registros.
- 5) Coordenar os padrões identificados com as ações envolvidas na execução das atividades.
- 6) Usar essa coordenação para criar uma representação do padrão identificado na relação. (SMITH, 2008, p. 143-144)

Além do pensamento funcional, ao se trabalhar a ideia de equivalência, como igualdade, oportuniza-se aos alunos o desenvolvimento do pensamento relacional, muito utilizado no cálculo mental. Nesse sentido,

numa perspectiva semelhante, Megan Franke, Thomas Carpenter e Dan Battey sugerem que os alunos devem desenvolver desde cedo um “pensamento relacional”. Caracterizam este pensamento pela capacidade de analisar expressões e equações como um todo em vez de o fazer apenas segundo um processo realizado por etapas. Indicam que, para tal, é fundamental o uso de propriedades dos números e das operações. Apresentam como exemplo a resolução da expressão $78+34 - 34 = \underline{\hspace{2cm}}$. A resolução desta expressão começando pela operação $78+34$ e subtraindo depois 34 ao resultado, não envolve pensamento relacional. No entanto, esse conhecimento é usado se tivermos em atenção que $34 - 34 = 0$ e usarmos essa relação para obter resposta. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 26)

No entender de Gattegno (1970), as crianças já dominam a abstração, quando colocadas em contato com a linguagem simbólica, algébrica, elas podem dar evidências desse domínio, dependendo do que se entende e se ensina como Álgebra.

A partir do que expusemos, nesta pesquisa, compreendemos a Álgebra na perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo que esse contempla o desenvolvimento dos pensamentos simbólico e representacional, relacional e funcional. O pensamento algébrico, no Ciclo de Alfabetização, está relacionado à observação de padrões e regularidades, ao estabelecimento de relações e a generalizações, sem a necessidade do formalismo simbólico algébrico.

Capítulo 3

Procedimentos metodológicos

Passaremos a descrever o processo de realização da pesquisa, apresentando as opções metodológicas, as fontes e o procedimento de coleta dos dados, bem como o modo em que será realizada a análise.

O tema proposto para esta investigação remete-se ao desenvolvimento do pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização, etapa correspondente aos três primeiros anos do Ensino Fundamental – crianças de 6 a 8 anos. No entanto, não é nossa pretensão esgotar toda a abrangência da temática em discussão, mas destacarmos algumas questões para reflexão.

Em sua pesquisa, Canavarro (2007) já indicava que o pensamento algébrico deveria ser inserido nos currículos de Matemática desde os Anos Iniciais, devido à dificuldade apresentada pelos alunos no que tange à Álgebra, com uso desprovido de significados de regras, técnicas e simbologia.

Ao tomarmos, como referência, os documentos curriculares publicados no Brasil, avançamos a hipótese de que a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) apresenta, em suas orientações para o Ciclo de Alfabetização, o trabalho com Álgebra na perspectiva da *Early Algebra*.

Tínhamos também como hipótese que devido os resultados de pesquisas sobre esse tema, foram incorporados nos currículos recentes, aspectos relativos à *Early Algebra* no trabalho com a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, mesmo que não apresente, explicitamente, recomendações sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nessa etapa escolar.

3.1 Escolha metodológica

O objetivo de *investigar a abordagem dada ao pensamento algébrico em dois currículos prescritos de Matemática para o Ciclo de Alfabetização* – implica a

escolha por documentos que apresentem prescrições relativas ao ensino de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Optamos por um documento de abrangência nacional, a *Base Nacional Comum Curricular* (BRASIL, 2017), e outro de abrangência estadual, as *Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais* (SÃO PAULO, 2014).

Nesses dois documentos, serão analisadas as abordagens dadas ao pensamento algébrico para o Ciclo de Alfabetização, identificando quais objetivos e orientações presentes na BNCC são contemplados nas Orientações Curriculares, publicadas pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

O objetivo e a questão da pesquisa determinam sua abordagem e seu tipo,. São esses dois elementos que caracterizam, assim, a pesquisa e direcionam as ações do pesquisador. Desse modo esta pesquisa caracteriza-se pela abordagem qualitativa.

Sobre esse tipo de abordagem, Borba e Araújo (2013, p. 25) ponderam que “pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa [...] fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa apresenta algumas características, das quais destacamos duas:

- Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- A investigação qualitativa é descritiva (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 47-48)

O destaque dado ao investigador, como instrumento principal na pesquisa de abordagem qualitativa, justifica-se pelos princípios, conhecimentos, experiências, dúvidas e certezas, crenças, objetivos e subjetividade que, juntamente com o referencial teórico, reveste o pesquisador e materializa-se no processo de escolha, organização e análise dos dados. O caráter descritivo refere-se à leitura sistemática dos dados, organização em categorias, imersão e interpretação dos dados à luz do referencial teórico, reflexão sobre os achados e a comunicação dos resultados.

A partir do que apresentam Bogdan e Biklen (1994) e Borba e Araújo (2013), entendemos que esta pesquisa se enquadra como abordagem qualitativa, tendo em vista as questões e o objetivo proposto.

Como fonte para a coleta dos dados, conforme anteriormente citado optamos por dois documentos publicados por órgãos governamentais distintos. Esse tipo de fonte para a investigação na abordagem qualitativa e o procedimento para a coleta dos dados caracterizam a pesquisa do tipo análise documental.

Sobre esse tipo de pesquisa, Silva *et al.* (2009) expõem que

no âmbito da abordagem qualitativa, diversos métodos são utilizados de forma a se aproximar da realidade social, sendo o método da pesquisa documental aquele que busca compreendê-la de forma indireta por meio da análise dos inúmeros tipos de documentos produzidos pelo homem. (SILVA *et al.*, 2009, p. 4555)

Para Lüdke e André (1986, p. 38), a análise documental “pode se constituir como uma técnica valiosa de abordagem de dados, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvendando aspectos novos de um tema ou problema”.

Calado e Ferreira (2005) atribui especial importância aos dados a serem coletados em documentos, pois esses se constituem nas informações que levarão o pesquisador a responder as questões e alcançar os objetivos elaborados. Nesse sentido,

[...] os documentos são fontes de dados brutos para o investigador e a sua análise implica um conjunto de transformações, operações e verificações realizadas a partir dos mesmos com a finalidade de se lhes ser atribuído um significado relevante em relação a um problema de investigação. (CALADO e FERREIRA, 2005, p. 3)

Neste estudo, entendemos

que a pesquisa documental representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, trazendo contribuições importantes no estudo de alguns temas. Além disso, os documentos normalmente são considerados importantes fontes de dados para outros tipos de estudos qualitativos, merecendo, portanto, atenção especial. (GODOY, 1995, p. 21)

Este tipo de pesquisa, a documental, “[...] propõe-se a produzir novos conhecimentos, criar novas formas de compreender os fenômenos e dar a

conhecer a forma como estes têm sido desenvolvidos” (KRIPKA, SCHELLER e BONOTTO, 2015, p. 244). Além disso, deve contemplar três aspectos importantes, segundo Godoy (1995), a escolha, o acesso e a análise dos documentos.

Passaremos a descrever os procedimentos para coleta dos dados e sua análise.

3.2 Procedimentos Metodológicos

Na coleta dos dados desta pesquisa, realizamos uma análise de conteúdo, compreendida por Berelson (1971) *apud* Bardin (2011, p. 24) como “uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação”, nesse caso, no conteúdo dos currículos prescritos escolhidos para análise.

Esse tipo de análise se propõe a responder alguma questão, resolver algum problema, produzindo novos conhecimentos e outras possibilidades de enxergar um mesmo objeto de pesquisa sob novas perspectivas, em nosso caso, o pensamento algébrico.

A análise de conteúdo pode ser definida como

um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis indeferidas) dessas mensagens. (BARDIN, 2011, p. 48)

Empregamos a técnica de análise de conteúdo que nos possibilita compreender as prescrições curriculares de modo que o objetivo desta pesquisa seja atendido em um processo de interpretação, codificação e inferências sobre as abordagens contidas nos dois documentos selecionados, revelando o que possui explícita ou implicitamente de características, concepções e objetivos sobre o pensamento algébrico para o Ciclo de Alfabetização.

Existem algumas diferenças importantes entre os procedimentos de uma análise documental e de análise de conteúdo, que justificam nossa escolha:

A documentação trabalha com documentos; análise de conteúdos com mensagens (comunicação);

A análise documental faz-se, principalmente, por classificação-indexação; a análise categórica temática é, entre outras, *uma* das técnicas da análise de conteúdo;

O objetivo da análise documental é a representação condensada da informação, para consulta e armazenamento; o da análise de conteúdo é a manipulação de mensagens (conteúdo e expressão desse conteúdo) para evidenciar os indicadores que permitam inferir sobre uma outra realidade que não a da mensagem. (BARDIN, 2011, p. 52)

Organizamos a análise de conteúdo em três fases, conforme considera Bardin (2011): a pré-análise; a exploração do material; e o tratamento dos resultados.

A pré-análise é a fase de escolha dos documentos. Inicialmente, escolhemos os currículos prescritos dos estados da região sudeste, que teriam também as discussões da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como referência. Porém, com a homologação da BNCC (BRASIL, 2017), optamos por também tomar esse documento um objeto de estudo, juntamente com o currículo de Matemática para os Anos Iniciais, publicados pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

Conforme já explicitamos na Introdução, a justificativa pela escolha da BNCC se deu por ser esse um documento de referência nacional, para que Municípios e Estados, bem como suas escolas, possam (re)elaborar seus currículos e atender às peculiaridades regionais nas quais estão inseridos. A escolha pelo documento de São Paulo se deu pelo motivo de esse Estado concentrar o maior número de matrículas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e seu currículo ser referência para muitos municípios do estado.

Assim, realizamos, o que Bardin (2011) denomina uma leitura flutuante, no intuito de analisar e conhecer o conteúdo dos documentos selecionados. Várias leituras foram realizadas, destacando, cada vez mais e de maneira precisa, partes que contribuíram para atingir nosso objetivo de investigar qual a abordagem dada ao pensamento algébrico em currículos prescritos mas para o Ciclo de Alfabetização, uma vez que, normalmente, o currículo prescrito é apresentado ou para os anos iniciais (1º ao 5º) e para os anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º) ou para o ensino fundamental (1º ao 9º ano).

Na fase da escolha dos documentos, há a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores. No entanto, Bardin (2011) pondera que apesar de estarem ligadas entre si, não ocorrem necessariamente nessa ordem. No caso desta pesquisa, a escolha dos documentos foi posterior.

Sobre a exploração do material, essa é uma fase que consiste em “operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas” (BARDIN, 2011, p. 131). A fase do tratamento dos resultados obtidos e interpretação é a que os resultados, ainda brutos, passam por um tratamento em que se tornam significativos para pesquisa, podendo, assim, propor inferências e, de acordo com os objetivos propostos, antecipar interpretações.

No entender de Gomes (1999) *apud* Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 134), “a análise e a interpretação estão contidas num mesmo movimento: o de olhar atentamente para os dados da pesquisa”. Sendo assim, essas duas últimas fases serão apresentadas conjuntamente no Capítulo 4, destinado à análise e ao tratamento dos dados.

Diante do apresentado, após as leituras realizadas dos documentos, para nossa análise, estabelecemos algumas categorias que descrevemos a seguir.

3.3 Categorias de análise

Estabelecemos alguns critérios, após realizadas diversas leituras dos documentos curriculares referentes ao Ciclo de Alfabetização no Ensino Fundamental selecionados, para analisa-los:

- ✓ a abordagem dada ao pensamento algébrico, ou Álgebra;
- ✓ os indicativos apresentados para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou Álgebra, como orientação para o planejamento e a prática do professor ao desenvolver o currículo.

Com base nessas premissas, analisamos os documentos com vistas a compreender seu conteúdo, no intuito de promover novos olhares, avanços, novas

perspectivas para uma possível compreensão e transposição para o currículo escolar. Para isso, dividimos - em categorias - de observação, que se separam apenas para análise, mas estão ligadas entre si, são elas:

I. Categoría estrutural

O currículo de Matemática, normalmente, se apresenta dividido entre orientações, objetivos, conteúdos e por blocos, como apontado por Pires e Silva (2001). Esses blocos são chamados de blocos temáticos, eixos estruturantes ou unidades temáticas, destinados a agrupar conteúdos da Matemática, formando, assim, um campo.

Desse modo, poderemos verificar se o tratamento dado à Álgebra ou ao pensamento algébrico tende a organizar seus conteúdos em um bloco ou se estão inseridos em outro. Também, podemos observar se está organizado de forma que apresente orientações, objetivos.

II. Categoría intramatemática

Como já mencionado, o currículo é sempre dividido em blocos de objetivos que tratam de conteúdos de uma subárea da Matemática. Considerando a Matemática como única, podemos perceber se há, em outros eixos, blocos ou unidades, objetivos que contemplem, mesmo que implicitamente, a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico. Essa identificação torna-se essencial para compreensão e desenvolvimento de todo um processo de ensino que favoreça à aprendizagem referente à Álgebra.

Essa categoria é importante para analisarmos se o documento se apresenta na perspectiva da *Early Algebra*, que como já mencionado, não se trata de um novo conteúdo e sim de uma nova forma de abordar os demais campos da Matemática.

III. Categoría conceitual

Ao fazermos a leitura de um currículo, ele não é composto só de objetivos, orientações didático-metodológicas e perspectiva de avaliação. Esta categoria possibilita a análise de aspectos conceituais dos conteúdos garantidos nas orientações presentes nos documentos.

Essas categorias foram elaboradas a partir das atuais discussões ocorridas no Brasil sobre currículos prescritos, em seminários, conferências, debates que pudemos acompanhar por meio de sites, informes, notícias e relatórios divulgados pelo Ministério da Educação, em especial pelo movimento de escrita, discussão, reescrita e homologação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), bem como discussões, no âmbito da rede estadual de ensino de São Paulo, e em função de movimento semelhante para a publicação das Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (SÃO PAULO, 2014).

Descritos os procedimentos e as escolhas metodológicas, passaremos à análise de ambos os documentos.

Capítulo 4

Análise e resultados

Nossa análise se restringe a dois documentos curriculares de Matemática para os três primeiros anos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, etapa escolar denominada Ciclo de Alfabetização. A organização dessa etapa escolar, como um ciclo com foco na alfabetização das crianças, deu-se a partir da Meta 5 do Plano Nacional de Educação (PNE), a qual estabelece que as crianças sejam alfabetizadas até os oito anos de idade, o que corresponde ao 3º ano do Ensino Fundamental.

Como já mencionado anteriormente, um dos documentos utilizados pela nossa pesquisa é a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Esse documento, apresentando uma base comum para o currículo foi previsto na Constituição de 1988, na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica de 1996 (LDB) e no Plano Nacional de Educação (PNE) de 2014. Trata-se, segundo a BNCC, de

um documento plural, contemporâneo, e estabelece com clareza o conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis a que todos os estudantes, crianças, jovens e adultos, têm direito. Com ela, redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma **referência nacional obrigatória** para a elaboração ou adequação de seus currículos e propostas pedagógicas. Essa referência é o ponto ao qual se quer chegar em cada etapa da Educação Básica, enquanto os currículos traçam o caminho até lá. (BRASIL, 2017, p. 5, grifo nosso)

A BNCC se apresenta como um documento que possui o mínimo de competências⁴ e habilidades que devem ser garantidas a todos os estudantes, na tentativa de atingir a equidade numa educação para todos. As redes de ensino brasileiras, da Educação Infantil ao Ensino Médio, devem elaborar ou adequar seus currículos, atendendo ao que ela propõe. A respeito do caráter mínimo para os conteúdos, Sacristán (2000, p. 111) pondera que a “existência desse currículo

⁴ Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2017, p. 8)

mínimo obrigatório se justifica no caso, para facilitar uma escola frequentada por todos os alunos, seja qual for sua condição social”.

Outro documento, analisado nesta pesquisa, são as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais – OCMAI (SÃO PAULO, 2014). Esse documento é uma publicação da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo para nortear a elaboração e implementação dos currículos da rede estadual de ensino. Nesse sentido,

ao apresentar as orientações curriculares para o ensino de Matemática da Rede Estadual de São Paulo, referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental, este documento situa-se no nível do chamado **currículo prescrito** caracterizado por um conjunto de decisões e orientações normativas no âmbito da rede estadual, que vislumbra um modelo democrático de escola e de formação de seus estudantes, que têm direito de ter acesso a um conjunto de saberes que constituem a base para o exercício de sua cidadania. (SÃO PAULO, 2014, p. 2, grifo nosso)

Esses dois documentos, que foram utilizados para a análise, são considerados por alguns autores (SACRISTÁN, 2000; PIRES e SILVA, 2001) como currículos prescritos, devido ao caráter oficial e normativo, no que se refere à apresentação de orientações e teorizações dos aspectos conceitual, didático, metodológico, avaliativo, entre outros. As prescrições desses dois documentos, um federal e outro estadual paulista, apresentam orientações para a elaboração dos currículos das escolas, para a construção de materiais didáticos, para ações de formação continuada, entre outros.

O currículo prescrito para o sistema educativo e para os professores, mais evidente no ensino obrigatório, é a sua própria definição, de seus conteúdos e demais orientações relativas aos códigos que o organizam, que obedecem às determinações que procedem do fato de ser um regulado por instâncias políticas e administrativas. (SACRISTÁN, 2000, p. 109)

A partir desses documentos, objetos de nossa análise, investigamos a abordagem dada, neles, ao pensamento algébrico. Ambos os documentos estão divididos em duas partes bem demarcadas, uma em que se registra os objetivos a serem alcançados pelas crianças, por ano de escolaridade, e outra em que são apresentadas algumas orientações da base que se constituem.

Assim, a partir dessa divisão, considerando, para tal, as categorias já elencadas anteriormente – categorias estrutural, intramatemática e conceitual –, passaremos à análise. Cabe, aqui, relatar que, para algumas discussões, utilizamos da perspectiva teórica de outros pesquisadores, aprimorando a análise e considerando, assim, os resultados de suas pesquisas.

4.1 Categoria estrutural

Como relatado, os documentos apresentam duas partes: uma de orientações conceituais, metodológicas, e outra que relaciona habilidades ou as expectativas de aprendizagem, conforme a denominação recebida em cada documento, mas que expressam sempre o quê, no mínimo, as crianças devem aprender. Essas partes, porém, apresentam outras subdivisões que são nosso objeto de análise, tais como os blocos de conteúdos (SÃO PAULO, 2014) ou unidades temáticas (BRASIL, 2017).

Nesse sentido, pretendemos evidenciar nessa categoria como os documentos, em sua estrutura, apresentam a Álgebra ou o pensamento algébrico.

Na BNCC, no que diz respeito à área de Matemática, a Álgebra é abordada como um de seus diversos campos, que devem ser articulados em todo o Ensino Fundamental. No entanto, nosso foco está no Ciclo de Alfabetização. Em relação à Matemática,

no Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, **Álgebra**, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. (BRASIL, 2017, p. 263)

Com essa ideia da articulação entre os vários campos da Matemática, para se estabelecer as habilidades de cada ano do Ciclo de Alfabetização, e dos demais anos de escolaridade, a BNCC foi dividida em unidades temáticas, sendo elas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2017).

Em relação a essa divisão, as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (SÃO PAULO, 2014) são organizadas em blocos de conteúdo, sendo eles: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Operações com Números Naturais; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação: introdução à Estatística, Combinatória e Probabilidade; e Introdução aos Números Racionais.

Nesses documentos, há duas diferenças que se destacam. A primeira diz respeito ao documento da BNCC, que foi organizado em unidades temáticas, apenas com denominações para um grupo de habilidades que tratam de um campo da Matemática, neste caso, apresenta a Álgebra como uma dessas unidades; A segunda ligada à OCMAI, que foi organizada em blocos de conteúdos, porém não há referência à Álgebra. Nesse segundo documento, é necessária a exploração de suas prescrições, procurando evidências se o desenvolvimento do pensamento algébrico é abordado, ao menos, de forma implícita.

Assim como ocorre na BNCC, no documento OCMAI, é indicado que se faz necessário o desenvolvimento do conhecimento matemático algébrico, como destaca um dos seus objetivos gerais:

[...] fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico). (SÃO PAULO, 2014, p. 7)

Observamos, no excerto acima, que apesar de solicitar que seja desenvolvido o conhecimento matemático, algébrico, não há destaque como um bloco de conteúdo, aparecendo como uma informação subjacente ao que é proposto. Entendemos que o pensamento algébrico não é realmente abordado como conteúdo, mas como uma forma de pensar e estruturar os conteúdos de cada bloco.

Podemos verificar que, seguindo a tendência atual para o ensino de Matemática, a Álgebra está sendo introduzida mais cedo no currículo escolar, ou seja, nos primeiros anos. Nesse sentido, Lins e Gimenez (2001, p. 10) consideram ser “preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

Assim, a Álgebra como uma forma de pensar e estruturar a Matemática, deve ser trabalhada nos diversos campos dessa área.

Outra característica que devemos evidenciar, em relação às outras categorias, é a de seguir a linha de pesquisa da *Early Algebra*. Nessa linha, há o entendimento da possibilidade do desenvolvimento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade.

4.2 Categoria intramatemática

Após a leitura dos documentos, trazemos – aqui - alguns trechos que contemplam essa categoria. Essa tem o propósito de apresentar e verificar a abordagem de Álgebra que permeia os diversos campos da Matemática, pressuposto contemplado na *Early Algebra*, como área de pesquisa, e que não visa criar novos conteúdos, mas trabalhar com os conteúdos existentes de uma forma diferente, com vistas ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na BNCC, entre as competências específicas de Matemática para o ensino fundamental, está a de desenvolver a capacidade de entender que a Matemática não é fragmentada, que existe uma relação entre os diversos campos estabelecidos dessa área. Cabendo, assim, desenvolver na criança do Ensino Fundamental essa mesma compreensão.

Uma dessas competências, para as crianças que estão no Ensino Fundamental, da BNCC é

compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2017, p. 265)

Por esse objetivo, o desafio consiste em como iniciar o desenvolvimento do pensamento algébrico, estabelecendo relações entre a Álgebra e os demais campos desde o Ciclo de Alfabetização. Nesse sentido, é importante destacar o papel dos professores na análise dos materiais didáticos e na elaboração de atividades que promovam essa relação e oportunizem às crianças perceber e

construir significados matemáticos a partir da articulação com os campos/eixos de conteúdos.

No entender de Lins e Gimenez (2001), a Álgebra deve conter a Aritmética, desenvolvendo tanto o pensamento numérico quanto o algébrico. No Ciclo de Alfabetização, dessa forma, desestrói-se qualquer ideia de fragmentação dos conteúdos da Matemática, e reforça a integração entre os diversos campos; indicando assim, que o pensamento algébrico se desenvolve em todos eles, porém suas características, a forma que se estrutura um pensamento , é que o diferencia do trabalho voltado somente ao campo numérico. Sobre essa relação entre os conteúdos,

cabe ainda destacar que o desenvolvimento do pensamento numérico não se completa, evidentemente, apenas com objetos de estudos descritos na unidade Números. Esse pensamento é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. (BRASIL, 2017, p. 267)

É no Ciclo de Alfabetização que ocorre a aquisição do sistema numérico decimal pelas crianças. A forma como se propõe e se apresenta esse sistema são elementos que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que o sistema de numeração decimal (SND) possui uma regra de formação, fundamentada em propriedades matemáticas, e contempla sequências que podem ser exploradas de diversas formas ao se observar as regularidades que possui. Por isso, no trabalho com o pensamento algébrico nesse Ciclo,

a relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. (BRASIL, 2017, p. 268)

Mesmo entre as finalidades das Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (SÃO PAULO, 2014), encontramos aquela que visa desenvolver o conhecimento matemático algébrico, o qual podemos traduzir como o pensamento algébrico, pois não há conteúdos formais da Álgebra a serem desenvolvidos no currículo proposto. Especialmente quando se mencionam o pensamento aritmético e a importância do pensamento geométrico, está implícita a notabilidade da articulação entre esses dois campos de conteúdos, porque o

desenvolvimento do pensamento algébrico pode acontecer a partir da observação do mundo físico, da visualização e identificação de padrões e regularidades que estão ligadas, também, às propriedades e às formas geométricas. Desse modo,

estudos também mostram que ao mesmo tempo em que trabalhamos com o pensamento aritmético temos que nos preocupar com o pensamento geométrico. Os alunos avançam no pensamento geométrico observando o mundo físico, visualizando e percebendo certas propriedades das formas geométricas. (SÃO PAULO, 2014, p. 17)

Outra relação é destacada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Álgebra e Geometria. No documento, cita-se o estudo do plano cartesiano que inicia seus fundamentos no Ciclo de Alfabetização, principalmente quando se propõe ensinar localização:

Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica. As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, já iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano. (BRASIL, 2017, p. 270)

No primeiro ano do Ciclo de Alfabetização, entre os objetivos do eixo Números propostos no documento estadual paulista, percebemos o que Kaput (1995) e Lew (2004) descrevem, como sendo importante no desenvolvimento do pensamento algébrico, a identificação de regularidades. Nesse sentido, o documento destaca o trabalho com a Matemática em que as crianças possam “preencher tabelas com alguns fatos básicos das operações, para observação de regularidades da adição e da subtração” (SÃO PAULO, 2014, p. 19).

Ainda nas Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (SÃO PAULO, 2014), há a recomendação para que, no primeiro ano do Ensino Fundamental, seja iniciado o trabalho com resolução de problemas e com diversos tipos de abordagens. A esse respeito, Ponte, Branco e Matos (2009) consideram que uma das vertentes do pensamento algébrico é a de resolver problemas.

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 5) ponderam que entre os caracterizadores do pensamento algébrico estão o de “perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação problema” e também ao “produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação”. Assim, nos objetivos

apresentados abaixo, o desenvolvimento do pensamento algébrico está intimamente relacionado a intencionalidade dada pelo professor ao apresentar às crianças as atividades ou resolução de problemas. Em um processo exploratório-investigativo, as atividades admitem diferentes soluções para uma mesma situação, podendo levar as crianças a explorar e a construir significados de equivalência.

Indicar o número de objetos que será obtido se duas coleções de objetos forem reunidas.

Utilizar em situações-problema a função ordinal do número.

Indicar o número de objetos que será obtido se forem acrescentados objetos a uma coleção dada.

Indicar o número de objetos que será obtido se forem retirados objetos de uma coleção dada.

Indicar o número de objetos que deve ser acrescentado a uma coleção de objetos, para que ela tenha tantos elementos quantos os de outra coleção dada.

Indicar o número de objetos que compõem uma coleção que deva ter o dobro ou o triplo de objetos de outra coleção dada.

Indicar o número de objetos que será obtido se uma coleção for repartida em partes iguais.

Utilizar calculadora simples.

Analizar, interpretar e resolver situações-problema com diferentes significados do campo aditivo por meio de estratégias pessoais.

Analizar, interpretar e resolver situações-problema com diferentes significados do campo multiplicativo por meio de estratégias pessoais. (SÃO PAULO, 2014, p. 18)

Muitos objetivos, entre os quais, os que podemos caracterizar como relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, encontram-se no eixo Números e Operações, indicando assim, conjuntamente, o desenvolvimento do pensamento aritmético e numérico. A seguir, indicamos alguns desses objetivos, sendo esses do 2º ano do ensino fundamental:

Identificar regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números naturais.

Producir escritas numéricas de números frequentes e **escrever números em sequência, identificando regularidades e regras** do Sistema de Numeração Decimal.

Formular hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.

Utilizar a calculadora para produzir, **comparar** escritas numéricas e **observar regularidades**. (SÃO PAULO, 2014, p. 22, grifo nosso)

Além desses objetivos, há orientações e outros objetivos que se destacam relacionados à Aritmética, propostos para o 3º ano, isto é, o último do Ciclo de Alfabetização.

Assim, o documento estadual paulista orienta um trabalho voltado à observação e exploração de regularidades. Nesse aspecto, Fernandes (2014) indica como algumas características do pensamento algébrico, o estabelecimento de relações com regularidades e generalização por meio de padrões. Dessa forma, ao se construir os fatos básicos, o professor poderá, por meio dessa observação e exploração, contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças no Ciclo de Alfabetização.

Destaque-se o trabalho importante neste ano de observação e exploração de regularidades, por exemplo, na construção dos fatos básicos da multiplicação (multiplicar por 4 é achar o dobro do dobro, multiplicar por oito é achar o dobro do dobro do dobro e assim por diante). (SÃO PAULO, 2014, p. 25)

Em relação aos objetivos, destaca-se “organizar fatos básicos (tabuadas) da adição e subtração pela identificação de regularidades e propriedades” (SÃO PAULO, 2014, p. 27).

Algumas características do pensamento algébrico, como observar, explorar e identificar regularidades são constantes no Ciclo de Alfabetização e contemplam o que é discutido por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) como sendo um dos caracterizadores desse tipo de pensamento.

Entender a estrutura do sistema de numeração decimal (SND), suas regularidades, o padrão desenvolvido e, dessa forma, conseguir generalizar é um trabalho que se inicia no Ciclo de Alfabetização. Portanto, identificar uma regularidade e generalizar são características do que se entende por Álgebra nos Anos Iniciais, iniciada no Ciclo de Alfabetização, considerada por Ponte, Branco e Matos (2009) como uma vertente do pensamento algébrico.

Como podemos identificar entre as habilidades da unidade temática Números, do 2º ano do Ensino Fundamental, o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal se dá por meio da compreensão de suas características.

Figura 2: Objeto de conhecimento e habilidade da unidade temática Números do 2º ano

Unidade Temática	Objeto de Conhecimento (BNCC)	Habilidade (BNCC)
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).

Fonte: Brasil, 2017, p. 280-281

Ao discutirmos o ensino de números, muitas vezes, reportamo-nos à Aritmética. No entanto, subjetivamente, há indícios nos objetivos do desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que é constante a busca por relações. Essas relações, que desenvolvem o pensamento relacional, são apontadas como outra característica do pensamento algébrico.

Figura 3: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Números do 3º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens Reta numérica Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna. (EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda. (EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes

Fonte: Brasil, 2017, p. 284-285.

No campo referente a Grandezas e Medidas, as orientações sobre o trabalho com resolução de problemas explicitam que essa opção metodológica leva as

crianças a explorar diversas grandezas, compreender padrões e relações entre quantidades. Essas características são destacadas pelo NCTM (2000) como uma forma de a Álgebra ser compreendida nos primeiros anos de escolaridade das crianças. Nesse sentido,

no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, devem resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas. (BRASIL, 2017, p. 271)

A Álgebra, ou o desenvolvimento do pensamento algébrico, não deve ser restrita a uma subárea da Matemática, mas ser contemplada no trabalho com diferentes conteúdos. O que notamos, ao analisar os dois currículos prescritos, é que as habilidades, como a de comparação e padronização, são constantes nos objetivos propostos para o Ensino Fundamental.

Figura 4: Objeto de conhecimento e habilidades objetivo da unidade temática Grandezas e Medidas do 1º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Grandezas e medidas	Medidas de comprimento, massa e capacidade: comparações e unidades de medida não convencionais	(EF01MA15) Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano.

Fonte: Brasil, 2017, p. 279.

Além da comparação, do estabelecimento de padrões e regularidades, outro ponto abordado, com frequência, é a noção de equivalência, que surge tanto no eixo Números como no de Grandezas e Medidas. O pensamento relacional é desenvolvido tanto com situações que envolvam o sistema monetário, quanto nas operações.

Figura 5: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Grandezas e Medidas do 2º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Grandezas e medidas	<p>Medida de comprimento: unidades não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro)</p> <p>Medida de capacidade e de massa: unidades de medida não convencionais e convencionais (litro, mililitro, cm³, grama e quilograma)</p> <p>Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas e equivalência de valores</p>	<p>(EF02MA16) Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.</p> <p>(EF02MA17) Estimar, medir e comparar capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma).</p> <p>(EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.</p>

Fonte: Brasil, 2017, p. 282-283.

Podemos identificar uma progressão gradual no Ciclo de Alfabetização, especialmente no que se refere ao conceito de equivalência, além de comparação, estabelecimento de padrões, regularidades e generalizações, sem a necessidade de um simbolismo algébrico.

Figura 6: Objeto de conhecimento e habilidade da unidade temática Grandezas e Medidas do 3º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidade (BNCC)
Grandezas e medidas	Sistema monetário brasileiro: estabelecimento de equivalências de um mesmo valor na utilização de diferentes cédulas e moedas	(EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.

Fonte: Brasil, 2017, p. 286-287.

Vergnaud (1997) entende que as estruturas aditivas e multiplicativas desenvolvidas no campo da Aritmética (unidade temática Números) se relacionam

com conceitos algébricos, não sendo esses isolados do contexto. Sobre isso, é importante considerar que

os problemas de contagem, por exemplo, devem, inicialmente, estar restritos aqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, aqueles cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos⁵. Outro exemplo é o da resolução de problemas envolvendo as operações fundamentais, utilizando ou não a linguagem algébrica. (BRASIL, 2017, p. 273)

Entre os caracterizadores indicados por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), estabelecer padrões geométricos e o trabalho com estruturas e modelos aritméticos, como já visto, compõe o que chamamos de pensamento algébrico. Nesse sentido, o documento estadual paulista orienta que

no que se refere a Espaço e Forma, o propósito é que o pensamento geométrico dos alunos possa progredir em termos das relações e representações espaciais que elas vão construindo, seja pela exploração dos objetos, das ações e deslocamentos que realizam no seu ambiente e da resolução de problemas que lhe são apresentadas. (SÃO PAULO, 2014, p. 25)

Assim, podemos identificar entre as habilidades da unidade temática Geometria, o reconhecimento de características e, por consequência, de padrões e regularidades existentes.

⁵ Ideia principal: se existirem pelo menos $k+1$ pombos, e somente k casas, pelo menos uma casa vai ter mais do que um pombo. Esse princípio é também conhecido como princípio das gavetas, princípio da garantia mínima ou princípio de Dirichlet.

Figura 7: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Geometria do 2º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Geometria	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

Fonte: Brasil, 2017, p. 280-281.

Para os 2º e 3º anos, identificamos a ampliação dessas habilidades, que consiste em reconhecer as características das figuras geométricas.

Figura 8: Objeto de conhecimento e habilidade da unidade temática Geometria do 3º ano

Unidade Temática	Objetos de Conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Geometria	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

Fonte: Brasil, 2017, p. 286-287.

Pela análise feita, em relação à perspectiva intramatemática, observamos a abordagem dada à Álgebra nos diferentes eixos de conteúdos propostos, na mesma perspectiva de proposta indicada pelo NCTM (2000), contemplando a *Early Algebra*.

4.3 Categoria conceitual

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta a Álgebra como eixo, caracterizando a necessidade de seu desenvolvimento, de forma gradual, para

todos os anos do Ensino Fundamental, ou seja, desde o 1º ano (crianças na faixa etária de 6 anos). Esse documento propõe, então, o ensino de Álgebra e a apresenta como tipo especial de pensamento, o algébrico, na perspectiva do pensamento representacional e simbólico, funcional e relacional, como podemos observar no excerto abaixo:

A unidade temática Álgebra [...] tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 268)

Ao fazer referência ao de “outros símbolos”, esses podem ser pictóricos ou outras representações, não se restringindo ao formalismo algébrico. Assim, o pensamento algébrico pode ser introduzido em qualquer ano de escolaridade, respeitando o desenvolvimento cognitivo de cada faixa etária. No entanto, Araújo (2008, p. 338-339) pondera que, nas práticas em sala de aula, o “pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola”. Sobre o trabalho para o desenvolvimento do pensamento algébrico,

é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. (BRASIL, 2017, p. 268)

Beck (2015) discute que o aprendizado algébrico não se limita à compreensão simbólico-algébrica, à manipulação de expressões algébricas e equações, o que favorece o seu desenvolvimento no Ciclo de Alfabetização.

Para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, é necessário que as crianças consigam generalizar e, para isso, observar e reconhecer regularidades e padrões em situações de diversos contextos, em sequências numéricas ou não, repetitivas ou recursivas, conforme destacam as orientações na BNCC:

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e

simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 268)

Blanton e Kaput (2005) caracterizam o pensamento algébrico quando se consegue estabelecer uma generalização a partir de diversas situações. Nessa linha de concepção, a BNCC orienta que

em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2017, p. 268)

Para Ribeiro, Bezerra e Silva (2016, p. 431) uma das principais características da álgebra inicial (*Early Algebra*) é a de “resolução de problemas aritméticos como um caminho para a introdução do pensamento algébrico”. Considerar a resolução apresentada pelas crianças, em sua diversidade, apresentar, discutir, argumentar, trabalhar o erro na perspectiva de ter conhecimento do que ele já sabe, são possibilidades de desenvolver esse tipo de pensamento. A esse respeito, o documento estadual paulista Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (OCMAI) considera que:

as soluções apresentadas pelas crianças para problemas com diferentes significados refletem maneiras diferentes de pensar sobre os problemas, assim com graus diferentes de preocupação com a eficácia da resolução. São também essas soluções que fornecem as primeiras informações para o professor ajudar as crianças na construção de registros e socializá-los para constituir, progressivamente, os algoritmos das operações. Destaque-se o papel fundamental do cálculo mental e da observação de regularidades pelas crianças. (SÃO PAULO, 2014, p. 20)

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) apresentam alguns caracterizadores do pensamento algébrico, tais como: desenvolver algum processo de generalização, perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias, sendo que a resolução de problemas com diferentes significados facilita o desenvolvimento desses que compõem o pensamento algébrico.

A Álgebra, compreendida como noção intuitiva de função, por proporcionalidade, sem a necessidade de se desenvolver ou ter conhecimento de uma regra de três, é uma das características que favorecem o pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização. Nesse sentido, o pensamento funcional, para Smith (2008), tem como foco a relação entre variáveis:

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2017, p. 268)

A BNCC aborda o desenvolvimento do pensamento algébrico na mesma perspectiva adotada pela *Early Algebra*, que concebe a Álgebra nos Anos Iniciais como uma forma de pensar e que deve ser contemplada nos diversos campos da Matemática. Assim, o pensamento algébrico perpassa também pelas habilidades das unidades temáticas Números, Grandezas e Medidas, Geometria e Probabilidade e Estatística da Base Nacional Comum Curricular, como evidencia o excerto seguinte:

Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, [...]. Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. (BRASIL, 2017, p. 271)

Para o 1º ano do Ciclo de Alfabetização, a BNCC orienta, concernente ao ensino da Álgebra, a observação de regularidades e padrões, que seja para uma ordenação ou desenvolvimento de sequências recursivas que envolvam objetos, números, figuras entre outros elementos, como podemos observar nas três figuras seguintes.

Figura 9: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Álgebra do 1º ano.

Unidade temática	Objetos de conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Álgebra	<p>Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências</p> <p>Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)</p>	<p>(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.</p> <p>(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</p>

Fonte: Brasil, 2017, p. 278-279.

No 2º ano, têm-se continuidade a observação e a compreensão de padrões e regularidades, mas amplia-se a complexidade, construindo sequências, sejam elas repetitivas ou recursivas, além de identificar possíveis elementos ausentes.

Figura 10: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Álgebra do 2º ano.

Unidade temática	Objetos de conhecimento (BNCC)	Habilidades (BNCC)
Álgebra	<p>Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas</p> <p>Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência</p>	<p>(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.</p> <p>(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.</p> <p>(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.</p>

Fonte: Brasil, 2017, p. 280-281.

A BNCC prevê o desenvolvimento da noção de equivalência que, como já expusemos anteriormente, contribui para o desenvolvimento do pensamento relacional, o qual, por sua vez, compõe e é parte importante do desenvolvimento do pensamento algébrico.

A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. (BRASIL, 2017, p. 268)

Assim, no 3º ano, desenvolve-se a observação de padrões e a identificação de regularidades, mas – agora - no conjunto de números naturais, ampliando-se para sequências que se originam por meio de operações entre números naturais e descrição de regras de formação. Além disso, é esperado que sejam desenvolvidas pelas crianças as ideias de igualdade e a de noção de equivalência.

Figura 11: Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Álgebra do 3º ano

Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Álgebra	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: Brasil, 2017, p. 284-285

Antes vista e compreendida como sendo importante somente nos anos finais do Ensino Fundamental, a Álgebra, na BNCC, é proposta por meio do pensamento algébrico e deve ser ensinada nos primeiros anos de escolaridade para que se possa explorar, com maior rigor, as propriedades e definições nos anos finais. Com isso, “no Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais” (BRASIL, 2017, p. 268).

A importância da Álgebra está para além do conteúdo curricular. Esse campo está presente nas diferentes áreas da atividade humana, como a da tecnologia e no desenvolvimento do pensamento computacional. Por isso, sua introdução e seu desenvolvimento - em toda fase escolar – constitui-se como uma possibilidade de processos de aprendizagem em que as crianças forjam-se como sujeitos melhores e preparados para o exercício da cidadania. Assim, “outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional⁶ é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos” (BRASIL, 2017, p. 269).

⁶ O pensamento computacional (do inglês, computational thinking) é um método para solução de problemas baseado nos fundamentos e técnicas da Ciência da Computação. (WING, 2006 *apud* ANDRADE et al., 2013, p. 170)

Para Lew (2004), a Álgebra é uma ferramenta com vistas a: modelar o mundo real e seus fenômenos, resolver problemas de situações diversas e manifestar uma forma de pensar.

Nesse sentido, observamos que, enquanto finalidade, há a expectativa para o desenvolvido e o conhecimento da Álgebra desde os primeiros anos de escolaridade.,

Nos objetivos dos eixos organizadores das Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais, documento estadual paulista, não há um eixo específico para Álgebra, tal como aborda a BNCC. Por isso, analisamos, se conceitualmente essa área estaria presente, por meio das categorias de análise *conceitual* e *intramatemática*.

Finalmente, considerando as três categorias, podemos concluir que, a respeito da Álgebra voltada aos primeiros anos de escolaridade, temos - nas Orientações Curriculares de Matemática para os Anos iniciais - indícios de sua presença, mas nada que fique muito claro ao leitor a intencionalidade do desenvolvimento do pensamento algébrico. Contudo, a BNCC deixa clara sua intencionalidade, na perspectiva da área de pesquisa *Early Álgebra*, constituindo a Álgebra como unidade temática e, além disso, definindo habilidades a serem atingidas.

Considerações Finais

Partindo das inquietações que surgiram no exercício da docência, das dificuldades apresentadas pelos estudantes, no tocante ao entendimento da Álgebra, e de um projeto de avaliação de materiais didáticos que fez despertar para a possibilidade de compreender e antecipar seu ensino de uma forma diferenciada, é que surge o mote dessa pesquisa.

Além disso, no ano de 2012, com a publicação do documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental*, um elemento não mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino fundamental do 1º e 2º ciclo surge como novidade, isto é, o pensamento algébrico como eixo estruturante para o ciclo de alfabetização (crianças de 6 a 8 anos). Esse documento serviu como base para elaboração de documentos e materiais curriculares, programas de formação continuada, avaliações sistêmicas, entre outras.

O eixo pensamento algébrico apresentado no documento (BRASIL, 2012), tem como objetivo principal identificar regularidades, reconhecer e produzir padrões, pontos importantes para desenvolver a capacidade de generalizar.

Esta pesquisa teve início em meio às recentes discussões curriculares para a implementação de uma base curricular nacional. Aliás, discussões importantes, especialmente no que se refere ao direito de todos pela educação, atendendo ao princípio da equidade.

Em função disso, analisamos o documento *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC), publicada e homologada em dezembro de 2017, como referência para que diferentes redes de ensino – privadas, municipais, estaduais e federal – possam elaborar seus documentos de orientações curriculares.

Pela característica econômica e pelo número de matrículas no Ciclo de Alfabetização, também analisamos o documento *Orientações Curriculares de*

Matemática para os Anos Iniciais, organizado e publicado, em 2014, pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

Na realização da pesquisa, encontramos alguns elementos que a dificultaram. Um deles é o acesso ao Banco de Teses da CAPES. Os filtros do portal não facilitavam o acesso por não estarem atualizados e apresentarem alterações constantes. Assim sendo, as que mais se aproximam, por também pesquisarem na perspectiva do Ciclo de Alfabetização, são as de Beck (2015) e de Santos (2017), ambos trabalham com tarefas, sejam elas avaliativas ou não e voltadas a esse ciclo, chegando à conclusão do desenvolvimento do pensamento algébrico sem dissociar do pensamento aritmético, como considera Vergnaud (1997) e também Freire (2011).

Nas pesquisas consultadas nesse Banco, sobre o tema investigado por nós, observamos a menção a alguns autores, como Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005); Ponte, Branco e Matos (2009); Kaput (1995, 2008); Brizuela e Blanton (2016); Canavarro (2007); Lins e Gimenez (2001); e Ribeiro e Cury (2015), além de documentos publicados pelo *National Council of Teachers of Mathematics*. Pudemos constatar que esses trabalhos são referências quando se trata do desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade.

Desta forma, considerando a pesquisa realizada, consideramos o pensamento algébrico, no Ciclo de Alfabetização, como a identificação, observação, compreensão de padrões e regularidades que possam ser generalizadas sem a necessidade do uso de uma linguagem formal algébrica.

A partir de nossas referências, buscamos, nos dois currículos prescritos supracitados, identificar a abordagem dada ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Apesar de o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) apresentar, em seus documentos de referência, a introdução do pensamento algébrico e considerando que, desde 2013, as crianças são avaliadas nesse conteúdo, como na Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), pouco notamos a existência de orientações explícitas sobre o pensamento algébrico.

Implicitamente, observamos a existência de muitas variantes que nos remetem às teorias que caracterizam o pensamento algébrico, mas sempre relacionadas ao desenvolvimento de observações de padrões e regularidades, em que o eixo Números e Operações ganha seu reforço. Nas resoluções de problemas, na determinação de sequências numéricas e no próprio sistema de numeração decimal, o reconhecimento de regularidades e a diversidade de estratégias, tudo isso faz com que esse tipo de pensamento esteja envolvido, mesmo sem seu desenvolvimento intencional, como apresentou Fernandes (2014) em resoluções de questões da Prova Brasil.

A escolha por analisar a Base Nacional Comum Curricular está associada à sua importância para a elaboração de materiais curriculares a serem distribuídos a alunos e professores da educação básica; de materiais para formação continuada de professores; de avaliações sistêmicas, como a Provinha Brasil e a Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), entre outras.

Notamos que, apesar de a Álgebra, como pensamento algébrico, ser uma área de avaliação da ANA, para o Ciclo de Alfabetização, o documento estadual paulista, para essa etapa escolar, não a contempla explicitamente e não organiza seus conteúdos considerando esse campo da Matemática como eixo de conteúdo ou como unidade temática.

As Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais também não deixam explícitas quais os objetivos ou o modo de trabalhar que auxiliariam no desenvolvimento do pensamento algébrico. De igual modo, não há referência ao conhecimento matemático algébrico, citado nas finalidades gerais da Matemática para os Anos Iniciais. A identificação no documento de indícios da abordagem do pensamento algébrico ocorreu pela concepção que adotamos do que ele seja , localizando objetivos que o contemplassem, reconhecendo padrões e regularidades ou que aqueles acarretados em suas generalizações.

Nos objetivos, observamos a potencialidade dos estudos já mencionados sobre o pensamento algébrico para o seu desenvolvimento, sempre na perspectiva do texto de referência (BRASIL, 2012), que aponta para a compreensão de padrões, relações e identificação de regularidades.

Diante do quadro exposto, o currículo do estado de São Paulo não possui clara a intencionalidade de desenvolver o pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização, podendo não ser contemplado no planejamento do professor e de suas atividades, considerando que essa temática também não era apontada nos PCN, uma referência para elaboração de documentos e materiais curriculares publicados após a promulgação da atual Lei de Diretrizes e BNCC.

Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que aborda a Álgebra como unidade temática, são indicadas a verificação e a realização, no currículo do estado de São Paulo para os Anos Iniciais, de adequações para contemplar tal abordagem, além de explicitar a intencionalidade de seu desenvolvimento no Ciclo de Alfabetização e em todos os anos da educação básica da rede estadual de ensino.

A concepção de Álgebra apresentada na BNCC é a mesma da *Early Álgebra*, que parte da identificação de regularidades e de padrões em diversos contextos, para levar as crianças às generalizações, sem a necessidade do formalismo algébrico. No Ciclo de Alfabetização, o uso do simbolismo algébrico não é necessário, podendo as crianças se utilizar de figuras ou outros elementos que façam as representações de forma a compreender.

Várias foram as concepções de Álgebra, e de seu ensino, no currículo da educação básica, entre as quais Usiskin (1995) nos apresenta algumas, como a aritmética generalizada. No entanto, a BNCC faz uma abordagem em que esse campo da Matemática contribui com as demais áreas, bem como com uma forma de pensar, o pensar algebricamente descrito por Lins e Gimenez (2001) que ainda não possui um consenso entre os educadores matemáticos, mas com elementos caracterizadores como os descritos por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005).

Na Base Nacional Comum Curricular, embora a Álgebra seja considerada uma unidade temática, identificamos características implícitas de suas ideias e conceitos presentes em outras unidades temáticas que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Desse modo, percebe-se uma articulação entre elas.

No documento estadual paulista, encontramos as características do pensamento algébrico, em sua maioria no bloco Números e Operações. Contudo, não conseguimos observar características em outras subáreas.

Após a publicação e homologação da BNCC, as redes de ensino terão um novo conjunto de orientações para elaborar seus currículos e demais materiais de apoio ao desenvolvimento curricular, bem como ações de formação continuada e avaliações sistêmicas. Nesse processo, adequações deverão ser realizadas para atender às particularidades e às demandas formativas de cada rede – privada, municipal, estadual ou federal – e a inclusão da Álgebra, e do pensamento algébrico, nos Anos Iniciais, especialmente no Ciclo de Alfabetização, poderá ser uma dessas adequações curriculares.

Novas concepções para o desenvolvimento curricular em Matemática devem ser (re)construídas no intuito de oportunizar às crianças, em seus primeiros anos de escolaridade, situações de aprendizagem que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico, como meio para promover e/ou potencializar o pensamento matemático.

Diante dos resultados, propomos algumas questões para pesquisas futuras:

- Quais adequações podem ser realizadas no currículo prescrito?
- Como é compreendida a abordagem do pensamento algébrico pelo professor?
- Quais indícios do pensamento algébrico são observados nos currículos em ação e no realizado?
- Como promover o desenvolvimento do pensamento algébrico integrado às demais subáreas da matemática?

Consideramos importante a compreensão de como é abordado o desenvolvimento do pensamento algébrico no currículo prescrito, e se encontrava na perspectiva do *Early Algebra*, projeto-referência quando se fala em introdução do ensino de Álgebra nos primeiros anos de escolaridade. Essa compreensão pode conduzir o professor, ao elaborar e desenvolver suas atividades, a trabalhar com vistas a uma maior intencionalidade e interação com outras áreas do saber matemático, ampliando a qualidade da formação matemática de nossos estudantes.

Referências

- AMERON, Barbara Ann van. *Reinvention of Early Algebra: developmental research on the transition from Arithmetic to Algebra*. Freudenthal Instituut, Utrecht 2002.
- ANDRADE, Daiane et al. *Proposta de Atividades para o Desenvolvimento do Pensamento Computacional no Ensino Fundamental*. In: II Congresso Brasileiro de Informática na Educação e XIX Workshop de Informática na Escola. Campinas, 2013. Anais do WIE 2013. Campinas. Universidade Estadual de Campinas, 2013, p. 169-178. UNICAMP.
- ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. Ensino de álgebra e formação de professores. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, jul./dez. 2008.
- BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. Tradução de Luís Antero e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2011.
- BECK, Vinicius Carvalho. *Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no Ciclo da Alfabetização*. 2015. 74f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Educação. Universidade Federal do Rio Grande. UFRG.
- BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto. O estado da arte das pesquisas sobre o pensamento algébrico com crianças. *Revemat*, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 197-208, jul./dez. 2015. DOI: 10.5007/1981-1322.2015v10n2p197.
- BLANTON, Maria L.; KAPUT, J. James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em Educação*. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loyola. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias*. 5^a ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Relatório ANA 2013-2014: da concepção à realização*. v. 1. Brasília: INEP, 2015.
- BRASIL. Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/SEB, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CALADO, Silvia dos Santos; FERREIRA, Silvia Cristina dos Reis. *Análise de documentos: método de recolha e análise de dados*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2005.

CAÑADAS, María. C.; BRIZUELA, Bárbara. M.; BLANTON, Maria. Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior*, v. 41, p. 87-103, mar. 2016. DOI: 10.1016/j.jmathb.2015.10.004.

CANAVARRO, Ana Paula. Pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros ciclos. *Quadrante*, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analucia Dias; BRIZUELA, Bárbara M.; EARNEST, Darrell. Arithmetic and Algebra in early Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 37, n. 2, p. 87-115, 2006.

CORRÊA, José Augusto. *Resumo de Álgebra*. São Luís: Tip. Popular Maranhense. 1886

DAVIS, R. Robert. ICME-5 report: algebraic thinking in the early grades. *The Journal of Mathematics Behavior*, v. 4, n. 2, p. 195-208, out. 1985.

FERNANDES, Renata Karoline. *Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I*. 2014. 134f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. UEL

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega. *Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico*. 2017. 147f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Centro de Matemática, Computação e Cognição. Universidade Federal do ABC. Santo André. UFABC

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luis Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E

NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, Lisboa, 2005. Anais... Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005, p. 1-22.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio Apparecido. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas Autores Associados, 2012.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

FREIRE, Raquel Santiago. *Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. 2011. 177f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.

GATTEGNO, Caleb. *What we owe children: the subordination of teaching to learning*. Londres: Routledge and Kegan Paul, 1970.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas*, São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, maio/jun. 1995. DOI: 10.1590/S0034-75901995000300004.

JANUARIO, Gilberto. *Curriculum de Matemática da Educação de Jovens e Adultos: análise de prescrições na perspectiva cultural da Matemática*. 2012. 156f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. PUCSP

JANUARIO, Gilberto. *Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática*. 2017. 194f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. PUCSP

KAPUT, J. James. A research base supporting long term Algebra reform? In: ANNUAL MEETING OF NORTH AMERICAN CHAPTER OF INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 17, Columbus, 1995.

KAPUT, J. James. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J. James; CARRAHER, David William; BLANTON, Maria L. (Org.). *Algebra in the early grades*. Nova York: Routledge, 2008, p. 5-18.

KRIPKA, Rosana; SHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa Lara. Pesquisa documental: considerações sobre conceito e características na pesquisa qualitativa. In: 4º CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA, Aracaju, 2015. Anais do 4º CIAIQ. Aracaju: Universidade Tiradentes, 2015, p. 243-247. UNIT

LEW, Hee-Chan. Developing algebraic thinking in Early Grades: case study of korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, v. 8, n. 1, p. 88-106, 2004.

LINS, Rômulo Campos; GIMÉNEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4 ed. Campinas: Papirus, 2001.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso de. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1986.

MASON, John; STEPHENS, Max; WATSON, Anne. Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal*, v. 21, n. 2, p. 10-32, jul. 2009.

MERINO, Eduardo; CAÑADAS, María Consuelo; MOLINA, Marta. Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Educación Matemática en la Infancia*, v. 2, n. 1, p. 24-40. 2013.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM, 2000.

PEREZ y MARIN, André. *Elementos de Algebra*. 7 ed. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus, 1930.

PIRES, Célia Maria Carolino. Panorama da organização e desenvolvimento curricular da Matemática no Brasil. In: 3º FÓRUM NACIONAL SOBRE CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA, Ilha Solteira, 2015. Anais do 3º FNCM: investigações, Políticas e Práticas curriculares. Ilha Solteira: UNESP, 2015, p. 8-16.

PIRES, Célia Maria Carolino; SILVA, Marcio Antônio da. Desenvolvimento curricular em Matemática no Brasil: trajetórias e desafios. *Quadrante*, Lisboa, v. 20, n. 2, 2011.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa. Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, Curitiba, v. 29, n. 50, p. 135-155, jul./set. 2013.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação / Direção-Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular, 2009.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; BEZERRA, Francisco José Brabo; SILVA, Regina Lucia da. *Mapeamento de concepções de Álgebra: uma alternativa para compreender seus diversos significados*. Acta Scientiae, Canoas, v. 18, n. 2, p. 419-434, maio/ago. 2016.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SACRISTÁN, José Gimeno. *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. 3. ed. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTOS, Carla Cristiane Silva. *O pensamento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional*. 2017. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco. Itatiba.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. *Orientações Curriculares do Estado de São Paulo – Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática*. São Paulo: SEE/CGEB, 2014.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. *Cadernos de Apoio e Aprendizagem: Matemática, 7º ano*, versão do aluno. São Paulo: SME/DOT, 2010.

SILVA, Daniele Peres da. *Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I*. 2012. 157f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. UEL

SILVA, Lidiane Rodrigues Campôlo da; DAMACENO, Ana Daniella; MARTINS, Maria da Conceição Rodrigues; SOBRAL, Karine Martins; FARIA, Isabel Maria Sabino de. Pesquisa documental: alternativa investigativa na formação docente. In: IX CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO / IX ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE PSICOPEDAGOGIA, Curitiba, 2009. Anais do IX EDUCERE. Curitiba: PUC-PR, 2009, p. 4554-4566.

SMITH, Erick. Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In: KAPUT, J. James; CARRAHER, David William; BLANTON, Maria L. (Org.). *Algebra in the early grades*. Nova York: Routledge, 2008.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur. F.; SHULTE, Albert. P. (Org.). *As ideias da Álgebra*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VERGNAUD, Gérard. The nature of mathematical concepts. In: NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. (Ed). *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. Hove (East Sussex), Psychology Press, 1997.