

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

GLÁUCIA PINTO

**TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA
ÁLGEBRA: ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES PRODUZIDAS
NO PROGRAMA DE ESTUDOS DE PÓS-GRADUADOS EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PUC-SP DE 1994 ATÉ 2007**

MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2009

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

GLÁUCIA PINTO

**TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA
ÁLGEBRA: ANÁLISE DAS DISSERTAÇÕES PRODUZIDAS
NO PROGRAMA DE ESTUDOS DE PÓS-GRADUADOS EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PUC-SP DE 1994 ATÉ 2007**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da Profa. Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar*

São Paulo

2009

Banca Examinadora

Profa. Dra. Elizabeth Adorno de Araújo

Profa. Dra. Bárbara Lutaif Bianchini

Profa. Dra. Celina A. A. P. Abar

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

**Dedico este trabalho ao meu marido
Fernando César David Rama**

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me concedido força, sabedoria e a oportunidade de concluir este trabalho.

À minha querida orientadora, Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, pelo carinho, apoio, paciência, incentivo, competência, sugestões e críticas que contribuiu para a execução deste trabalho.

Aos professores do Programa de Estudos de Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo pela seriedade, companheirismo e competência.

Às Professoras Doutoras Elizabeth Adorno de Araújo e Bárbara Lutaif Bianchini, pelas contribuições no Exame de Qualificação, vitais para o desenvolvimento e aperfeiçoamento desta dissertação.

Aos meus queridos pais pelo amor, dedicação e ensinamentos valiosos que demonstraram o valor da educação.

À minha irmã, Tábata Pinto, e aos meus amigos pelo carinho e apoio para realização desta pesquisa e para meu crescimento profissional.

E a todos que contribuíram direta ou indiretamente meus sinceros agradecimentos.

RESUMO

Inspirada por KATZ (2007), esta dissertação analisa 17 (dezessete) dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) que foram publicadas desde o ano de 1994 até ao ano de 2007. Para a seleção dessas dissertações tomamos como referencial teórico os conceitos do estado da arte de ROMBERG (1992) e então fizemos uma filtragem a partir dos resumos, palavras-chaves e títulos das dissertações do mestrado acadêmico e profissional desta instituição para selecionarmos as pesquisas que envolveram o ensino algébrico e utilizaram tecnologias para impulsioná-lo. O objetivo desta análise foi verificar quais vantagens e desvantagens a utilização de novas tecnologias (computador, calculadoras e objetos robóticos) traz para o ensino e aprendizagem de Álgebra, sob a perspectiva de dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP de 1994 até 2007. Assim, esta obra traz uma consideração a respeito das dissertações selecionadas, abordando como suas estratégias influenciaram os resultados apontados nos trabalhos e categorizando-as quanto aos seus comportamentos referentes à dimensão da Álgebra utilizada, segundo os PCN (1998). Ao final, concluímos que os conteúdos de oito dissertações que utilizaram tecnologia para impulsionar a aprendizagem algébrica pontuaram as vantagens e as desvantagens que tal recurso trouxe para a aprendizagem dos alunos, sendo que os conteúdos das outras nove dissertações analisadas trouxeram apenas as vantagens que o uso da tecnologia trouxe para o aprendiz.

Palavras-Chave: Ensino, Aprendizagem, Álgebra, Tecnologias, Dissertações, PUC-SP, Estado da Arte.

ABSTRACT

Inspired by KATZ (2007), this dissertation analyses 17 (seventeen) dissertations from the Post-Graduated Studies in Mathematical Education Program of Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) which were published since 1994 through the year of 2007. For those dissertations selection we took as theoretical framework the concepts from ROMBERG's (1992) state of the art and then from the abstracts, keywords and titles we filter this institution's academic and professional master in sciences dissertations for we select the researches that involved the algebraic teaching and used technologies for impulsing it. This analysis' goal was to verify which advantages and disadvantages the use of new technologies (computer, calculator and robotic gadgets) brings for the Algebra's teaching and learning under the perspective of dissertations from the PUC-SP's Post-Graduated Studies in Mathematical Education Program from 1994 to 2007. Thus, this work brings a consideration about the selected dissertations regarding how theirs strategies influenced the results pointed in the works and categorizing them in respect to their behavior according to the Algebra's dimension used, following the National Curricular Parameters (PCN, 1998). In the end, we conclude that the contents from eight dissertations which used technology for impulsing the algebraic learning, while the other nine analysed dissertations' contents brought only the advantages that the technology use brought to the apprentice.

Keywords: Teaching, Learning, Algebraic, Technologies, Dissertations, PUC-SP, State of the Art.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	12
1.1 – <i>Trajetórias Profissional e Acadêmica.....</i>	12
1.2 – <i>Abordagens de alguns autores sobre o ensino impulsionado por tecnologias</i>	14
1.3 – <i>Problemática e Questões de Pesquisa.....</i>	18
2 – FUNDAMENTAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS.....	21
2.1 – <i>Tecnologias</i>	21
2.2 – <i>Álgebra</i>	23
2.3 – <i>Metodologia: Estado da Arte</i>	26
2.4 – <i>Escolhas das Dissertações.....</i>	34
3 – ANÁLISES DAS DISSERTAÇÕES.....	38
3.1 – <i>Dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) sobre Álgebra e Tecnologia – 1994 até 2007.....</i>	38
3.1.1 – Título: A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do Ensino Médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.	38
3.1.2 – Título: Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica.....	40
3.1.3 – Título: Funções seno e cosseno: Uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "Mundo experimental" e do Computador	43
3.1.4 – Título: Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX	46
3.1.5 – Título: Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica	49
3.1.6 – Título: Ensino à Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real	52
3.1.7 – Título: Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico	55
3.1.8 – Título: Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica	58

3.1.9 – Título: LOGARITMOS: Proposta de uma sequência de ensino utilizando a calculadora	61
3.1.10 – Título: Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional.....	63
3.1.11 – Título: Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem.....	67
3.1.12 – Título: Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações	70
3.1.13 – Título: Argumentação e prova na Matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia.....	72
3.1.14 – Título: Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento	74
3.1.15 – Título: Função Afim $y = ax + b$: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo.....	77
3.1.16 – Título: Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função..	80
3.1.17 – Título: Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real: design e análise.....	83
3.2 – Categorizações das Dissertações com relação às Dimensões Algébricas (PCN, 1998)	87
3.2.1 – Aritmética Generalizada.....	87
3.2.2 – Equações.....	89
3.2.3 – Estrutural	90
3.2.4 – Funcional	91
4 – CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DAS DISSERTAÇÕES ANALISADAS E RECOMENDAÇÕES.....	94
4.1 – Síntese dos comportamentos referentes à utilização de tecnologias nas dissertações	94
4.2 – Conclusão	103
4.3 – Considerações Finais.....	110
4.4 – Futuras Pesquisas.....	112
5 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	113
6 – ANEXOS	115

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Álgebra no Ensino Fundamental.....	25
Quadro 2. Atividades para Métodos de Pesquisa.....	28
Quadro 3. Dissertações Selecionadas.....	35
Quadro 4. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Aritmética Generalizada	88
Quadro 5. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a de Equações	89
Quadro 6. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Estrutural	90
Quadro 7. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Funcional.....	91
Quadro 8. Limitações que a Tecnologia Impõe ao Usuário	95
Quadro 9. Comportamentos, Ensino e Aprendizagem	98
Quadro 10. Efeitos sobre Ensino e Aprendizagem	101
Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias	104

1 – INTRODUÇÃO

1.1 – Trajetórias Profissional e Acadêmica

Em 2001 ingressei no curso de graduação de Licenciatura em Matemática na UNESP de Rio Claro. Transferi-me para a UNICAMP no ano de 2003, neste mesmo curso, onde obtive a graduação em 2005.

Atualmente curso o Mestrado Acadêmico pertencente ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP.

Com relação à minha carreira profissional, tenho experiência em aulas particulares, monitoria de Matemática em curso pré vestibular, aulas de substituição de todas as disciplinas em escolas estaduais. Também lecionei para o Ensino Fundamental (quinta à oitava séries) em uma escola particular que adota o sistema Anglo de ensino. Sou há três anos professora concursada efetiva de Matemática pelo estado de São Paulo, podendo lecionar também Física, e sediada quando da época desta publicação na cidade de São Paulo.

Quanto à minha formação universitária inicial, concluí um estágio em uma escola estadual para a quarta série do Ensino Fundamental na cidade de Rio Claro com aulas de Geometria. Esse estágio foi desenvolvido relativamente à disciplina de Didática, no segundo ano em que estudei na UNESP de Rio Claro (2º ano do curso).

Em 2004, já na UNICAMP, meu projeto de estágio supervisionado foi em uma escola privada, com o primeiro ano do Ensino Médio. Neste, usei o software *Graphmatica* para trabalhar o tema funções com algumas aplicações no laboratório de informática a partir das aulas expositivas apresentadas pelo respectivo professor da turma. O prof. Dário Fiorentini foi o professor responsável que avaliou meu trabalho nessa disciplina. Foi com essa experiência que passei a me interessar pelo uso de recursos tecnológicos no ensino de Matemática. Notei que em um trabalho mais aprofundado, com atividades ou situações de ensino mais interessantes envolvendo funções, poderia propiciar condições e oportunidades para os alunos construir significados para esse objeto e suas propriedades.

No ano de 2007, ao iniciar um trabalho sobre o conteúdo de Geometria de Posição para o terceiro ano da suplência do Ensino Médio, na sala de aula com o ambiente convencional de papel e lápis, observei inúmeras dificuldades e muitas noções e propriedades dos objetos foram muito difíceis de serem percebidas e compreendidas pelos alunos. O resultado foi uma perda muito grande de motivação e, assim, pouquíssima aprendizagem.

As experiências como professora me ajudaram a compreender alguns problemas da Educação, em particular da Educação Matemática. Verifiquei quão usada é ainda a abordagem tradicional da exposição dos conteúdos em escolas particulares que perseguem o objetivo de aprovação de alunos no vestibular e o quão prejudicial pode ser isso com relação ao desenvolvimento intelectual do aprendiz. Isso faz diferença em formar um aluno como cidadão, que precisa saber como resolver todos os tipos de problemas em sua vida. E no caso das escolas públicas a indisciplina, a falta de recursos, alunos com graves problemas de aprendizagem, a falta de preparo dos professores para lidar com esses alunos, a desmotivação e as condições inadequadas para o educador lecionar podem tornar o provimento da aprendizagem quase impossível.

Vejo que em ambos os casos o ensino da Matemática pode ocorrer de forma mecânica, onde além de não relacionar os diferentes domínios desta disciplina este ensino também não se relaciona com o cotidiano do aluno.

Também através da prática revi e revivi muitos conhecimentos e experiências com os quais já havia tido contato na Graduação, além de compartilhar com colegas que atuam na mesma área. Posso agora melhor fundamentar o que conhecia e romper com algumas opiniões formadas a respeito do mundo educacional, da Educação e do ensino de Matemática com base em minhas experiências e em estudos e pesquisas que tratam dessas diversas questões. Acredito que este trabalho de pesquisa não só pôde colaborar para a minha prática docente como também mostrar caminhos de pesquisa possíveis no contexto da Educação Matemática.

1.2 – Abordagens de alguns autores sobre o ensino impulsionado por tecnologias

O conteúdo da dissertação de Rosalves (2006), defendida no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (Mestrado Acadêmico) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), utiliza o software Cabri 3D¹ no contexto ensino-aprendizagem da Geometria Espacial na educação Básica referindo-se em particular às relações entre objetos geométricos e suas representações planas.

Utilizou-se esse ambiente de Geometria para investigar o papel das representações dinâmicas. Mostrou-se que, em determinadas situações, as perdas de informações no *Cabri 3D* são menores que no ambiente papel e lápis, além de existirem evidências de que tanto o aspecto dinâmico, onde se pode manipular e mudar o ponto de vista do objeto representado, como o enriquecimento da representação no uso das ferramentas de construção auxiliam no processo de decodificação, ampliando a interpretação do desenho por parte dos alunos, levando-os a um melhor aproveitamento das interferências perceptivas.

Com a leitura dessa obra percebi que as dificuldades que tinha detectado nos meus alunos atingem um universo mais amplo e que podem ser elaboradas estratégias de ensino para ajudar os alunos no desenvolvimento de habilidades de visualização espacial.

A dissertação de Daniel (2007), também pertencente ao mesmo programa de mestrado, foi outro trabalho que colaborou para a instigação desta pesquisa. O objetivo dele foi identificar os erros e analisar os procedimentos e estratégias que oito alunos da 8^a (oitava) série do Ensino Fundamental de uma escola estadual do interior do estado de São Paulo utilizam para resolver equações algébricas de 1º (primeiro) grau. Esse estudo procurou apontar caminhos para novas abordagens

¹ Esse software vem sendo desenvolvido desde 1987 pelo antigo *Laboratoire de Structures Discrètes et de Didactique (LSDD)*, da Universidade Joseph Fourier de Grenoble, França, com tradução em Português desenvolvida pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Ele trata de uma área de conhecimento muito importante no Ensino Fundamental e Médio, a Geometria Elementar, e apresenta características ao mesmo tempo de micro-mundo e de sistema tutorial, além de permitir uma certa interatividade e além de ser também parte de um projeto mais amplo, cuja concepção pode ser estendida a outros campos de conhecimento.

sobre o ensino e aprendizagem desse tema com o auxílio do software Aplusix, que tem por objetivo facilitar a aprendizagem algébrica.

Borba (2001) alerta para o fato de que:

[...] estudos teóricos podem servir de orientação para que o computador não seja utilizado somente como um instrumento para melhorar o resultado em um dado teste nacional, regional ou local. É preciso que a chegada de uma mídia qualitativamente diferente, como a informática, contribua para modificar as práticas do ensino tradicional vigentes. (p. 51)

Assim, diversas dissertações têm como objetivo o aprimoramento da aprendizagem com a utilização de uma tecnologia. Porém, conforme BORBA (2001) também explana, é necessário um olhar mais cuidadoso com relação às pesquisas que incentivam o uso de tecnologias, pois nosso objetivo como educadores é que essas metodologias ajudem a melhorar a prática docente, contribuindo no processo de construção de conhecimento como um todo.

A Associação Matemática da América publicou e distribuiu um livro editado por Katz em 2007 nomeado: “*Algebra: Gateway to a Technological Future*” (Álgebra: Portal para um Futuro Tecnológico). Essa obra foi resultado de uma conferência que ocorreu em novembro de 2006 nos Estados Unidos da América chamada *Planning Group for the Algebra: Gateway to a Technological Future Conference* (Grupo de Planejamento para a Álgebra: Conferência do Portal para um Futuro Tecnológico).

Os participantes dessa conferência tinham como objetivo determinar como aperfeiçoar o ensino da Álgebra, assim como diversas outras conferências²

² Segundo Katz (2007), dentre as últimas conferências e comissões estão realizadas a respeito do ensino algébrico estão:

- O Colóquio sobre a Iniciativa Algébrica, ocorrido em 1993, organizado pelo Escritório do Departamento de Educação da América do Norte de Pesquisa e Implementação da Educação. Essa conferência trouxe matemáticos e educadores matemáticos para discutir a implementação do ensino de Álgebra.
- Relatórios do grupo de trabalho assim como artigos de muitos dos participantes foram publicados pelo Departamento de Educação como “*The Algebra Initiative Colloquium*” em 1995 (LACAMPAGNE et al.).
- A Comissão de Estudo sobre “A Aprendizagem Matemática do Conselho Nacional de Pesquisa”. Sua incumbência foi de explorar como os estudantes aprendem Matemática e recomendar que o ensino, o currículo e a educação deveriam mudar para impulsionar a aprendizagem da Matemática durante esses anos críticos. Seus relatórios foram publicados pela National Academies Press em 2001 como *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*.
- Conferência sobre a natureza e o papel da Álgebra no currículo. Apoiada conjuntamente pelo NCTM e o *Math.Sciences Education Board do National Research Council*. O relatório desse encontro, incluindo os artigos apresentados por vários participantes, foi publicado pelo

ocorridas recentemente tiveram essa mesma meta devido ao fato de acreditarem que o conhecimento algébrico é de fato importante para todo cidadão.

Nessa conferência, aproximadamente cinqüenta participantes foram convidados a se dividirem em cinco grupos de trabalhos que correspondiam a cinco diferentes níveis de instrução algébrica, os quais foram classificados em: (1) EA - *Early Algebra* (Pré-álgebra), (2) In - *Introductory Algebra* (Álgebra Introdutória), (3) Im - *Intermediate Algebra* (Álgebra Intermediária), (4) APT - *Algebra for Prospective Teachers* (Álgebra para Futuros Professores) e (5) CA - *College Algebra* (Álgebra Universitária).

Cada um desses cinco grupos mencionados acima discutiu o que era conhecido sobre o ensino de Álgebra naquele nível e fez sugestões para direções futuras que melhorariam tanto a base de conhecimento quanto o ensinar e o aprender Álgebra.

Primeiro foram sumarizadas no livro de Katz (2007) as recomendações básicas dos cinco grupos de trabalho e apresentadas algumas conclusões gerais. Contudo, como muitas dessas recomendações estão relacionadas, a respeito do conhecimento algébrico envolvido, a obra agrupou nas quatro seguintes áreas principais:

1. Pesquisa para determinar as idéias centrais de um currículo de Álgebra para o século XXI, em cada um dos níveis de instrução.
2. **Pesquisa sobre a compreensão da natureza do pensamento algébrico dos estudantes e de como eles reagem aos diferentes tipos de instrução.**
3. Desenvolvimento profissional intensivo para assegurar que a equipe de ensino possa comunicar as idéias de um estudante, usando os resultados de dois estudantes.
4. Esforços colaborativos entre todos os membros da noosfera – responsáveis – incluindo professores, matemáticos, educadores matemáticos, administradores, oficiais públicos e pais para assegurar que as três recomendações prévias possam ser implementadas. (p. 1)

National Academies Press em 1998 sob o título *The Nature and the role of Álgebra in K-14 Curriculum* (NRC).

- A Comissão Internacional do Grupo de Instruções de Estudos de Matemática de Professores e Estudantes de Álgebra teve um encontro e publicou o seguinte relatório em 2004 no *ICMI STUDY: The Teaching and Learning of Algebra* (STACEY, et al).

Em cada área, Katz (2007) resumiu as recomendações relevantes dos grupos de trabalho que deram origem ao primeiro capítulo do livro. Em seguida, foram feitos os relatórios completos (cada um deles escrito pelo facilitador do grupo e também editado pelo autor), dando origem ao restante dos capítulos referentes a cada área de trabalho e concluídos com um pouco de base histórica para serem colocados em contexto.

Dentro do tópico dois, citado em negrito anteriormente e pertencente ao primeiro capítulo de Katz (2007), consideramos a seguinte recomendação muito relevante para o presente estudo, já que se refere ao ensino algébrico com o uso de tecnologias:

In6. Determinar qual o uso de tecnologia é apropriado nas aulas da álgebra introdutória. “Pesquisas têm mostrado que calculadoras gráficas e sistemas algébricos de computador podem acentuar a aprendizagem e fornecer práticas úteis. Devemos compilar evidências do que realmente acontece quando esses instrumentos são utilizados, incluindo o que os estudantes aprendem com essa tecnologia, o que eles não aprendem sem ela e o que eles não aprendem quando usam a tecnologia e aprendem sem seu uso. (p. 3)

Esta recomendação foi explanada com maior densidade no capítulo III de Katz (2007, p. 18).³

Segundo esse livro, todos nós da comunidade de Educação Matemática estamos trabalhando na direção do mesmo objetivo, ou seja melhorar e impulsionar a compreensão de nossos estudantes sobre a Álgebra, especialmente na extensão dessa compreensão ao maior número de estudantes os quais não tiveram a oportunidade de aprender.

Todas essas literaturas, especialmente as passagens transcritas de Katz (2007), me inspiraram a elaborar o tema desta dissertação. Isso sucedeu devido aos autores abordarem o uso de instrumentos tecnológicos com o objetivo de impulsionar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No caso de Katz (2007), isso aconteceu de forma menos convencional que em outras literaturas, conforme será abordado no próximo item deste capítulo.

³ Abordamos essa recomendação com maior profundidade no próximo tópico deste capítulo desta dissertação, já que se refere ao nosso tema de estudos.

1.3 – Problemática e Questões de Pesquisa

Segundo Balacheff (1994, p.1), o desenvolvimento da tecnologia da informação e sua introdução nas escolas e centros de formação geram novos fenômenos, os quais são denominados como transposição informática.

Neste processo, o conhecimento passa por um tratamento que o permite representar e implementar em um dispositivo informático educativo que pode ter consequências importantes na aprendizagem, muitas vezes diferentes do conhecimento construído em outro contexto (ALMOLOUD, 2007, p. 9).

Por isso, segundo Almouloud (2007), o professor que pretende atingir o objetivo do ensino e da aprendizagem em pauta utilizando tecnologias deve se preocupar com as seguintes questões:

Quais são as limitações (ou entraves, exigências) que o *software* impõe ao usuário?

Quais comportamentos ele induz e qual ensino e aprendizagem ele permite efetivamente?

Quais são os efeitos do ensino-aprendizagem com um *software* educativo sobre os conhecimentos construídos em sala de aula? (pp. 9-10)

Logo, pensar sobre essas indagações pode contribuir para a compreensão de como uma tecnologia influencia no resultado de uma aprendizagem em pauta.

O capítulo III de Katz (2007 p. 15-18), *Álgebra Introdutória*, também propõe direções de futuras pesquisas que deveriam ser buscadas, pois poderiam conduzir a uma melhoria significativa da aprendizagem algébrica inicial, complementando as questões propostas por Almouloud (2007).

Um dos itens listados por Katz (2007), com o objetivo de fornecer direções fundamentais para futuras pesquisas, foi o seguinte:

In6. Concluiu-se que uso de tecnologia é apropriado na sala de aula de Álgebra introdutória. O que exatamente os estudantes aprendem com os vários tipos de tecnologia que eles não aprendem sem, e reciprocamente?

Pesquisas mostram que calculadoras gráficas podem aumentar a aprendizagem e computadores podem prover prática útil. Muitos professores e escolas permanecem céticos sobre se eles deveriam ser usados e, nesse caso, até que

ponto. Estudos e publicações deveriam documentar evidência do que de fato acontece quando eles forem usados. O que, de alguma forma, os estudantes aprendem quando eles usam calculadoras ou sistemas de Álgebra de computador que eles não aprendem sem eles? Também, o que os estudantes não aprendem quando eles usam esta tecnologia que eles aprendem quando a tecnologia não é usada? (p. 18)

À luz da citação acima, temos o seguinte problema de pesquisa: analisar dissertações que têm por finalidade impulsionar a aprendizagem algébrica por meio do uso de tecnologias computacionais, verificando em que medida essas pesquisas, no contexto da Álgebra, indicam efetivamente as vantagens e desvantagens que o ensino com a utilização de instrumentos tecnológicos traz para o aprendiz.

Assim, nossa questão de pesquisa é: “quais vantagens e desvantagens a utilização de novas tecnologias (computador, calculadoras e objetos robóticos) traz para o ensino e aprendizagem de Álgebra, sob a perspectiva de dissertações do Programa de Estudos de Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, de 1994 até 2007?”

Desse modo, estruturamos esta dissertação da seguinte forma:

Este primeiro capítulo, intitulado de Introdução compreende minha trajetória profissional e acadêmica e esclareço como foi minha experiência com ensino e tecnologias, como a abordagem de alguns autores sobre o ensino impulsionado por tecnologias me inspirou a escolher este tema e o último tópico contempla a problemática e as questões de pesquisa, bem como o objetivo desta pesquisa.

O segundo capítulo, denominado Fundamentação Teórico-Metodológica, contém os tópicos Tecnologias, Álgebra, Estado da Arte e Escolha das Dissertações. O item Tecnologias traz uma conceituação deste termo que é usado nesta pesquisa; o item Álgebra traz um contexto histórico desta área da Matemática; Estado da Arte explica como uma pesquisa que envolve levantamentos temporais deve ser feita; por último neste capítulo, a Escolha das Dissertações mostra como foi feita a escolha das dissertações que foram analisadas.

O terceiro capítulo, com o título de Análise das Dissertações, contém os fichamentos e as considerações de cada dissertação e, no tópico seguinte, as categorizações de cada dissertação com relação à Dimensão Algébrica (PCN, 1998), que se refere ao comportamento geral das pesquisas no aspecto algébrico.

O quarto capítulo contém as Considerações a Respeito das Dissertações Analisadas e Recomendações. A este pertencem: as sínteses dos comportamentos referentes à utilização de tecnologias nas dissertações, segundo as questões propostas por Almouloud (2007, p. 9-10); as conclusões, que apresenta como as dissertações analisadas pontuaram as vantagens e desvantagem que o uso de tecnologia traz para o aprendiz; as Considerações Finais, referentes às considerações feitas para responder às questões de pesquisa; e Futuras Pesquisas, que traz sugestões para outras pesquisas de estados da arte relativos ao tema de ensino de Álgebra com o apoio de tecnologias.

2 – FUNDAMENTAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

2.1 – Tecnologias

Ferreira (1993) define tecnologias como:

Conjunto de conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo da atividade.

Assim, as tecnologias podem ser consideradas quaisquer instrumentos usados para facilitar a execução de uma determinada tarefa.

Com relação ao uso de tecnologias na educação, segundo Lopes (2000, p. 163), vários recursos tecnológicos foram aos poucos se incorporando à prática escolar com o objetivo de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Borba (2001, p. 51) acredita que sempre existe uma dada mídia envolvida na produção do conhecimento, como a oralidade, lápis e papel e a informática, todas causando dependência no contexto educacional em que nos encontramos. Logo, a utilização de tecnologias informáticas pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem, pois assim como o uso da régua facilita a construção de um gráfico, softwares de computadores também podem facilitar uma elaboração gráfica sem comprometer e nem substituir o raciocínio ou o pensamento do aprendiz.

Para Borges e Frota (2007, p. 2-3) o educador, ao utilizar um recurso tecnológico, passa por uma evolução do seu entendimento a respeito dessa incorporação tecnológica. Esse percurso, segundo o autor, compreende três etapas.

- *Consumir tecnologia* para automatizar ou modificar a tarefa: está relacionado aos argumentos usados pelo educador, que essencialmente sustentam ser os novos recursos tecnológicos poderosos para ensinar e aprender matemática. (BORGES e FROTA, 2007, p. 2)

- *Incorporar tecnologia*, mudando a forma de fazer ou o pensar matemático: ao incorporar tecnologias, transformando-as em ferramentas e instrumentos cognitivos, professores e educandos mudam a forma de fazerem Matemática e mudam a forma de pensarem matematicamente. (BORGES e FROTA, 2007, p. 2-3)

- *Matematizar a tecnologia* enquanto fonte de temas matemáticos ou modelando objetos e processo: as tecnologias, além de desempenharem os papéis de recurso de ensino e de aprendizagem e de ferramenta e de instrumento de pensar, podem se tornar fontes de renovação de abordagens curriculares de temas consagrados na Educação Matemática básica e universitária, bem como fontes de novas temáticas para o currículo de Matemática. (BORGES e FROTA, 2007, p. 3)

Assim, o trabalho de Borges e Frota (2007) esclarece sobre o comportamento que cada professor de Matemática adquire, com vistas à sua própria formação para o uso da tecnologia.

Esta dissertação apresenta no próximo capítulo pesquisas que investigam como tecnologias podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, assim como quais implicações a utilização desses recursos podem trazer para a prática escolar.

Assim, convencionaremos o termo *tecnologias* neste trabalho ao uso de um *software* sobre uma plataforma (sistema operacional⁴) de um computador; também, o uso de recursos computacionais mais simples, como calculadoras e objetos (por exemplo brinquedos) robóticos. A convenção é, portanto, referente ao uso de recursos (áudio)visuais eletrônicos interativos de forma a auxiliarem tanto a transmissão como a assimilação do conhecimento por meio de atividades direcionadas. Assim, esta dissertação procurará seguir este padrão do significado para a expressão *tecnologias*.

Isto posto, esta convenção para o uso do vocábulo *tecnologias* está limitada ao escopo deste trabalho e será utilizada para as escolhas das dissertações que será explicitada no tópico 2.4, seguindo a definição apresentada.

⁴ Programa mestre em um computador que controla a execução dos demais (FERREIRA, 1993).

2.2 – Álgebra

Álgebra é um campo matemático que estuda, em um dos seus aspectos, a generalização dos conceitos da Aritmética por meio de operações efetuadas com símbolos de natureza não-precisada, sendo um de seus objetivos o de resolver equações ou sistemas de equações algébricas (Ifrah, 1997, pp. 563). Além disso, faz parte do conteúdo algébrico utilizar letras para representar números desconhecidos, incógnitas, ou para representar um número qualquer de um conjunto e pode se referir a várias áreas da Matemática.

As origens da Álgebra encontram-se na antigüidade, principalmente com os babilônios, cujos matemáticos desenvolveram um sistema aritmético avançado, com o qual puderam fazer cálculos algébricos.

[...] os babilônios eram infatigáveis construtores de tábuaas, calculistas extramamente hábeis e certamente mais fortes em álgebra do que em geometria. É impressionante a profundidade e a diversidade dos problemas considerados por eles. (EVES, 2002, p. 63)

Segundo ARAÚJO (1999, p. 67-68), os gregos, que conheceram os trabalhos dos egípcios e babilônicos e com o intuito de expressar uma idéia que comtemplasse o universal, usaram a Geometria para representar números e variáveis, visto que o número, entidade imutável, não poderia representar o movimento ou a variação.

Diofante, filósofo grego, aproximadamente no século III a.C., usou as letras para representar não apenas um número particular, além de determinar regras para abreviar potências, relações e operações. Isso contribuiu para que a Álgebra se desenvolvesse, fazendo uso de abreviações para representar algumas palavras. (ARAÚJO, 1999)

A algebrização representou, de início, uma generalização da aritmética: “x”, “y” ou qualquer outra letra constituem uma espécie de novo algarismo e representam um número, ainda desconhecido. (IFRAH, 2001, p. 337).

Assim, os sumérios, árabes, egípcios, gregos e chineses, por exemplo, contribuíram com seus cálculos geométricos e com um certo número de relações numéricas que pressupunham, incontestavelmente, conceitos algébricos

elementares (Ifrah, 1997, p. 559). No entanto esses povos nunca conceberam a Álgebra de maneira abstrata, isto é, suscetível a uma generalização matemática.

A humanidade levou muitos séculos para criar uma linguagem simbólica: uma linguagem matemática simbólica, que libertada das palavras, volta-se para expressar o pensamento matemático. Uma das maiores contribuições nesse sentido foi dada por François Viète (1540-1603) ao introduzir as vogais para representar uma quantidade supostamente desconhecida ou indeterminada (variável), e consoantes para representar os números supostamente conhecidos (parâmetros). A humanidade, então, criou e deu uma notação para a variável. (ARAÚJO, 1999, p. 68)

Segundo Ifrah (2001, p. 338), após a descoberta da notação literal o “x” e o “y” não mais representavam simplesmente números, mas tornaram-se totalmente independentes dos objetos ou das grandezas que deveriam figurar. Assim, o símbolo tornou-se um ser matemático completo, submetido às regras do cálculo ordinário, permitindo que raciocínios fossem abreviados e sistematizados, facilitando o acesso ao abstrato. Este progresso possibilitou o uso de fórmulas e calcular soluções para incógnitas para uma classe de problemas que, hoje, seriam resolvidos como equações lineares, equações quadráticas e equações indeterminadas.

Atualmente, na estrutura curricular do Ensino Fundamental, o estudo da Álgebra é fundamental. Segundo Katz (2007):

[...] Através do raciocínio algébrico as crianças também aprendem a observar, simbolizar e justificar propriedades dos números e operações, incluindo axiomas importantes como as propriedades associativa e comutativa da adição e multiplicação e a propriedade distributiva da multiplicação e adição, que são fundamentais para o curso de Álgebra formal no segundo grau. A conjectura fundamental da Álgebra inicial é quando as crianças têm estas experiências nas séries iniciais, por períodos sustentados, elas desenvolvem um alicerce mais profundo e cujas experiências são focadas em procedimentos calculatórios. (p. 8)

Desta forma verificamos a importância da compreensão da linguagem algébrica para impulsionar o progresso acadêmico dos estudantes.

Contudo, conforme Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), a maioria dos professores ainda trabalha a Álgebra de forma mecânica e automatizada, dissociada de qualquer significação social e lógica, enfatizando simplesmente a memorização e

a manipulação de regras, macetes, símbolos e expressões. Entretanto, o papel do professor é essencial, pois é dele que partem as tarefas que propiciam que o aluno faça relações e produza significado para esse estudo. O educador pode assim, intervir de forma a explorar situações em sala de aula muito proveitosa para a construção do conhecimento algébrico.

Por isso este trabalho apontará, no próximo capítulo, dissertações em que os autores estavam preocupados em aprimorar o processo de ensino e de aprendizagem de Álgebra.

A Álgebra é abordada sobre diferentes aspectos e a seguir, o Quadro 1, retirado dos PCN, Brasil (1998, p. 116), sintetiza as diferentes interpretações da Álgebra escolar e as diferentes funções das letras. Apresentaremos uma breve explicação de cada dimensão da Álgebra, baseada em Santos (2005, p. 25 – 28).

Quadro 1. Álgebra no Ensino Fundamental.

Fonte: PCN, Brasil (1998, p. 116).

Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letras como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolos abstratos
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resoluções de equações	Cálculo algébrico, obtenção de expressões equivalentes

Na primeira concepção da Álgebra descrita no quadro acima, denominada Álgebra como Aritmética generalizada, as variáveis são usadas para generalizar casos particulares da Aritmética. Por exemplo, o conceito de fechamento da adição de números naturais expresso por: se $a, b \in N$, então $a + b \in N$.

A segunda dimensão da Álgebra é chamada de Funcional. Nessa concepção a variável é um argumento, isto é, representa os valores do domínio de uma função ou é um parâmetro, representa um número do qual dependem outros números. Neste caso a Álgebra se refere ao estudo de relações entre grandezas, em que as variáveis assumem qualquer valor do conjunto universo.

A terceira dimensão da Álgebra do Quadro 1 é denominada de Equações e se refere a um estudo de procedimentos para se resolver certos tipos de problemas. Neste caso as variáveis são vistas como incógnitas pertencentes a uma equação ou um sistema de equações. Os valores desconhecidos podem ser determinados por meio da resolução da equação ou do sistema de equações.

A última concepção algébrica descrita no Quadro 1 é a Estrutural. Essa concepção da Álgebra é reconhecida pelas propriedades que atribuímos às operações com números reais e polinômios no estudo das estruturas algébricas. A variável tem o papel de objeto arbitrário dentro de uma estrutura estabelecida por certas propriedades.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais, Brasil (1998) existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.

Seguindo essa organização que contribuiu para o entendimento do que consiste a Álgebra e como ela pode ser organizada atualmente, faremos uma classificação, a qual será descrita no tópico 2.4 desta pesquisa, de todas as dissertações que foram analisadas segundo o Quadro 1 apresentado e explicado anteriormente. Essa disposição foi feita para que o leitor visualize os conteúdos algébricos compreendidos em cada dissertação selecionada, conforme o Quadro I, retirado dos PCN, Brasil (1998, p. 116).

2.3 – Metodologia: Estado da Arte

Uma pesquisa pode ser considerada um estado da arte quando são feitos levantamentos sobre um assunto por um período determinado.

Esta dissertação analisou, entre outros fatores, principalmente os objetivos, as metodologias e os resultados das dissertações do Mestrado Acadêmico e Profissional do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo desde o início do programa até o ano de 2007. A finalidade deste trabalho foi verificar em que medida um recurso tecnológico computacional, incluindo calculadoras e objetos robóticos, pôde

contribuir para o ensino e aprendizagem algébrico segundo a perspectiva das próprias dissertações.

Para direcionar esta análise tomaremos como referencial teórico as informações contidas em Romberg (1992). O objetivo desse artigo foi identificar as amplas tendências da pesquisa educacional no período de 1965 a 1990, relacionadas com o processo ensino/aprendizagem da Matemática e verificar como essas tendências influenciaram o estudo da Matemática na escola.

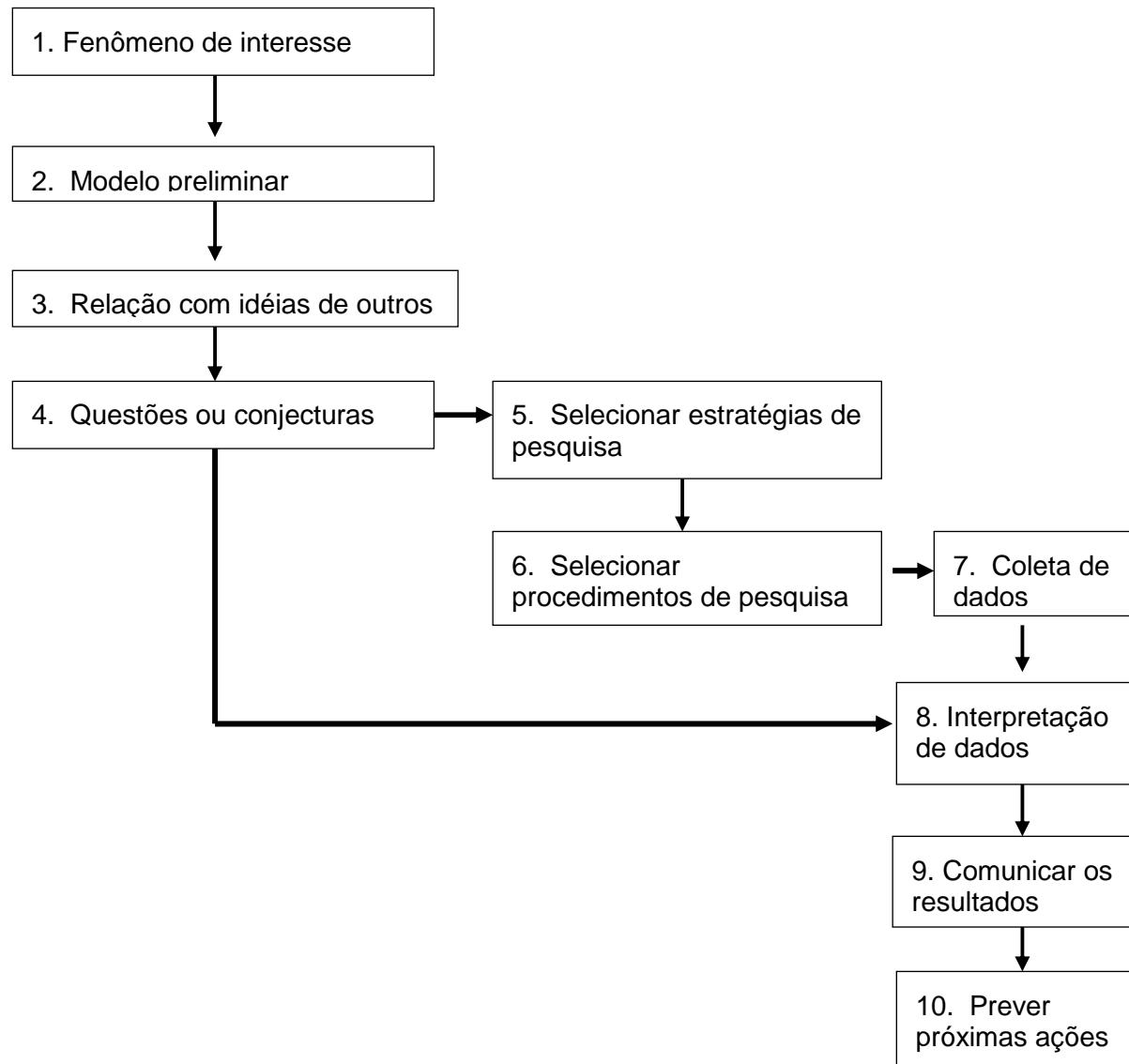
Para Romberg (1992), pesquisa refere-se a processos ou atividades que incorporam mais características de uma arte, os quais não podem ser vistos como um desempenho mecânico ou um conjunto de atividades que alguém segue de uma forma prescrita ou predeterminada caracterizando uma disciplina puramente técnica. Assim, existe um consenso sobre quais procedimentos devem ser seguidos e quais trabalhos são aceitáveis.

Abaixo, o Quadro 2 traz um conjunto de atividades usadas em diversos trabalhos científicos de métodos de pesquisa, que têm por objetivo determinar quais são as atividades essenciais em uma pesquisa e como elas estão relacionadas. Em seguida, trazemos o esclarecimento que o autor trouxe para cada item das atividades do Quadro e como o respectivo item se aplica neste trabalho e nas dissertações que analisamos.

Segundo Romberg (1992, p. 51):

Quadro 2. Atividades para Métodos de Pesquisa. Fonte: ROMBERG (1992, p. 51).

Tradução: Machado e Junho.



- 1– *Identificar um fenômeno de interesse.* Toda pesquisa começa com a curiosidade sobre um fenômeno particular no mundo real. Na educação de ciências matemáticas, como sugerido no quadro II, o fenômeno envolve professores e estudantes, como os estudantes aprendem, como os estudantes interagem com a Matemática, como os estudantes respondem aos professores, como os professores planejam a instrução e muitas outras questões. [...] (p. 51)

O fenômeno de interesse das dissertações é geralmente descrito nos objetivos da pesquisa. Nesta dissertação, nosso fenômeno de interesse pode ser considerado a preocupação com o ensino e aprendizagem algébrica e como a utilização de tecnologias pode auxiliar esse processo.

Nas dissertações que analisamos, o fenômeno de interesse também deve envolver o ensino e aprendizagem algébrica com o auxílio de tecnologias.

- 2– *Construir um modelo provisório.* Um pesquisador faz conjecturas sobre certos aspectos importantes como variáveis do fenômeno de interesse e como esses aspectos estão relacionados, então ilustram isso em um modelo. [...] Nesse sentido, um modelo é meramente um conjunto de descrições de variáveis chaves e a relação implícita entre as variáveis. Para a maioria dos acadêmicos, um modelo é meramente um dispositivo heurístico para auxiliar o esclarecimento de um fenômeno complexo. Situações reais são raramente bem-definidas e são freqüentemente inseridas em um ambiente que torna difícil obter uma afirmação clara da situação. A formulação de um modelo provisório geralmente ajuda porque fazer isso envolve especificar as variáveis que alguém acredita que estão operando na situação real. Naturalmente, o modelo é uma simplificação, desde que algumas características da realidade serão significantes e outras irrelevantes. Contudo, o modelo serve como um ponto de partida ou orientação para a situação de interesse. [...] (p. 51)

O item supracitado se refere às conjecturas sobre o fenômeno de interesse e quais variáveis estão envolvidas e como estas se relacionam. Existem diversas variáveis envolvidas com o nosso objetivo, como por exemplo: as diversas tecnologias que são usadas para auxiliar o ensino e a aprendizagem da Álgebra; a metodologia utilizada para impulsionar a aprendizagem; os resultados trazidos e se esses resultados foram positivos por causa do uso de tecnologias; qual é o público alvo; quais limitações que a tecnologia utilizada impõe ao usuário; e quais efeitos a tecnologia trouxe para os aprendizes. Todas essas variáveis serão essenciais para que possamos responder às questões da nossa pesquisa.

- 3– *Relacionar o fenômeno e o modelo a idéias de outros.* Uma atividade importante é examinar o que outras pessoas pensam sobre o fenômeno e determinar quando suas idéias podem ser utilizadas para esclarecer, ampliar, ou modificar o modelo proposto. Um pesquisador interessado em como as crianças desenvolvem habilidades de contagem tenta relacionar suas idéias às idéias de outros pesquisadores sobre o fenômeno. Para fazer isso, o pesquisador deve reconhecer que cada investigador é membro de um grupo acadêmico particular que tem uma visão de mundo. Se alguém vai examinar a contribuição potencial de idéias de outros, essa pessoa deve relacionar essas idéias a uma visão particular de mundo. [...] (p. 51)

O item supracitado se refere à revisão bibliográfica necessária em todo trabalho científico. Nesta dissertação estamos relacionando nosso fenômeno de interesse com a opinião de diversos autores, tais como: Borba (2001), Katz (2007), Almouloud (2007), Eves (2002), Brasil (1998) e o próprio Romberg (1992).

As dissertações que analisamos também apontaram um referencial teórico para relacionar a situação de interesse que estão pesquisando com tal embasamento teórico. Contudo, não estamos interessados nessa relação, pois não faz parte do objetivo proposto para este trabalho; logo não descreveremos os referenciais teóricos das dissertações selecionadas.

4– *Fazer questões específicas ou fazer uma conjectura argumentada.*

Este é um passo chave no processo de pesquisa porque, conforme alguém examina um fenômeno particular, inevitavelmente surge um grande número de questões potenciais. [...] As questões tomam normalmente uma das seguintes formas: como as coisas vieram a ser desse jeito? (orientado para o passado) Qual o estado das coisas? (orientado para o presente) O que acontecerá se eu fizer o seguinte? (orientado para o futuro). [...] É importante notar o fato de que a maioria dos estudos orientados para o passado e para o presente é descritiva no caráter, enquanto os orientados para o futuro são preditivos. Essa distinção leva à discussão sobre se alguém pode usar argumentos causais a partir de dados descritivos. Experimentalistas argumentam que somente pela manipulação de variáveis sob situações controladas pode alguém construir, com confiabilidade, argumentos causais. Outros acadêmicos argumentam que alguém pode construir tais argumentos de dados descritivos segundo uma base teórica. [...] (p. 52)

Essas questões específicas que o autor se refere são as questões de pesquisas, as quais servem de parâmetro para atingir o objetivo da pesquisa.

Neste trabalho, temos a seguinte questão de pesquisa: quais vantagens e desvantagens a utilização de novas tecnologias (computador, calculadoras e objetos robóticos) traz para o ensino e aprendizagem de Álgebra, sob a perspectiva de dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, de 1994 até 2007?

Nas dissertações que analisaremos as questões de pesquisa serão transcritas no fichamento que trazemos no próximo capítulo.

- 5– *Selecionar uma estratégia geral de pesquisa para coletar evidências.* A decisão sobre quais métodos usar segue diretamente das questões que alguém seleciona, da visão de mundo nas quais tais questões estão situadas, do modelo provisório que alguém construiu para explicar o fenômeno de interesse e da conjectura que alguém fez sobre a evidência necessária. Por exemplo, se as questões a serem respondidas são sobre o passado, seria apropriado situá-las historicamente. Por outro lado, se as questões são orientadas ao presente, alguém pode escolher fazer uma pesquisa ou um estudo de caso ou usar uma de muitas estratégias de aquisição de dados. (p. 52)

O tópico cinco indica a seleção das estratégias que o pesquisador vai usar para a coleta de dados com a finalidade de responder às questões propostas pela pesquisa.

O próximo tópico desta dissertação, 2.4, referir-se-á a esse item das atividades dos métodos de pesquisa segundo Romberg (1992). Detalhamos todos os procedimentos que usamos para coletar os dados com o fim de fazer as análises das dissertações, da mesma forma que também descreveremos como as dissertações foram escolhidas.

- 6– *Selecionar procedimentos específicos.* Para responder às questões específicas que foram levantadas, deve-se coletar dados. É neste passo em que as técnicas normalmente ensinadas nos cursos de métodos de pesquisas são importantes: como selecionar uma amostra, como reunir informações (entrevista, questionário, observação, teste), como organizar as informações uma vez coletadas e assim por diante. Há um grande número de procedimentos específicos que devem ser seguidos para diferentes tipos de questões. Deve-se tomar cuidado em selecionar procedimentos que esclareçam as questões. (p. 52)

O item seis, descrito acima, refere-se à forma que as informações devem ser obtidas, para responder as questões de pesquisa do trabalho. No caso desta pesquisa refere-se à seleção das pesquisas que envolveram o ensino algébrico e utilizaram tecnologias para impulsioná-lo. Para fazermos esta separação, fizemos uma triagem a partir dos resumos, palavras-chaves e títulos das dissertações do Mestrado Acadêmico e Profissional produzidas no Programa de Estudos Pós-Graduados da PUC-SP de 1994 até 2007.

- 7– *Coletar a informação.* Este passo deve ser direto uma vez que alguém tenha decidido coletar certas informações para construir um argumento relativo às questões que estão sendo feitas. [...] (p. 52)

A coleta de informação se traduz na própria coleta de dados que cada pesquisa traz. Nesta dissertação os dados foram coletados por meio da leitura e análise de cada dissertação selecionada. A tradução desse estudo está exposto no próximo capítulo com os fichamentos e considerações a respeito das dissertações selecionadas.

- 8– *Interpretar a informação coletada.* Neste estágio a pessoa analisa e interpreta a informação que foi coletada. Em muitos estudos o pesquisador tabela as informações, as agrupa e emprega testes estatísticos de significância apropriados sobre as propriedades dos dados. Estes são normalmente chamados de métodos *quantitativos*, pois é comum aplicar números às informações (tabelar) e procedimentos matemáticos são seguidos para agregar e resumir as evidências. Em outras áreas, tais como estudo histórico, o pesquisador também categoriza, organiza e interpreta as informações relevantes que foram coletadas. Mas se não se utilizar de números, os métodos de análises são chamados *qualitativos*. É importante compreender, entretanto, que em toda investigação coleta-se um número maior de informações do que podem ser usadas para responder às questões. Algumas delas são relevantes, algumas são irrelevantes e algumas não são comprehensíveis. Selecionar a informação importante para a pesquisa dentre todas as disponíveis é uma arte na qual algumas pessoas são melhores que outras. (p. 53)

A interpretação das informações coletadas levanta as categorias para a análise e seleção das informações importantes. Portanto após os fichamentos das dissertações que analisamos fizemos uma análise destas, que também está no próximo capítulo.

- 9– *Transmissão dos resultados aos outros.* Ser membro de uma comunidade acadêmica implica em uma responsabilidade de informar aos outros membros sobre a investigação completa e solicitar seus comentários e críticas. Muito freqüentemente os pesquisadores relatam somente os procedimentos e os achados, não o modelo ou a visão de mundo (*subjacente à pesquisa*)⁵. Os achados de cada estudo particular

⁵ O que está em itálico foi colocado pelos tradutores para melhor compreensão do texto.

são interpretados somente em termos da visão de mundo. Se ela (*a visão de mundo*) não for declarada, os leitores irão indubitavelmente usar suas próprias noções para interpretar o estudo. [...] (p. 53)

O item nove acima refere-se aos resultados da pesquisa para serem avaliados pela comunidade acadêmica. Ou seja, esse tópico indica a própria redação da dissertação e qual foi o caminho percorrido, juntamente com a visão considerada, para chegar ao trabalho final. Além disso, o trabalho deve ter sido escrito levando em consideração as sugestões e críticas que lhe possam ser atribuídas.

- 10– *Antecipar as ações de outros.* Diante dos resultados de uma investigação particular todo acadêmico está interessado no que acontecerá a seguir e pode antecipar ações posteriores. Membros de uma comunidade acadêmica discutem idéias uns com os outros, reagem a cada idéia dos outros e sugerem novos passos, modificações de estudos anteriores, elaborações de procedimentos e assim por diante. Os acadêmicos tentam situar cada estudo em uma cadeia de investigação. Assuntos que vieram antes e que virão depois de qualquer estudo particular são importantes. (p. 53)

Esse último item está ligado às questões que cada autor expõe em sua obra para uma posterior pesquisa, apontando caminhos que na opinião dele poderiam ampliar e aprimorar o seu trabalho e contribuir para o progresso da comunidade acadêmica. Em geral, nas considerações finais são apontados caminhos para outros pesquisadores prosseguirem com pesquisas pertinentes ao tema em pauta.

No nosso caso também traremos no tópico 4.4 desta dissertação as futuras pesquisas que poderão ser feitas para aprofundarem este trabalho de estado da arte sobre o ensino e aprendizagem algébrica com o auxílio de tecnologias.

Contudo, nas dissertações que analisamos não abordamos as futuras pesquisas que cada trabalho indica pois não é relevante para as análises que fizemos neste trabalho. Isso se deve ao fato de buscarmos analisar o efeito da tecnologia sobre o ensino e aprendizagem da Álgebra, geralmente abordado em outros campos das dissertações.

As dez atividades propostas por Romberg (1992) são de grande utilidade para uma pesquisa sobre estado da arte ser elaborada com eficácia, por isso procuramos segui-las para elaborar esta dissertação. Essas atividades colaboraram também para a definição da metodologia de pesquisa, a qual analisou e escolheu

dissertações que abordaram o ensino e aprendizagem algébrica com o auxílio de tecnologias, compondo assim, nesta dissertação, o estado da arte deste assunto.

Deste modo, segue a escolha das dissertações.

2.4 – Escolhas das Dissertações

Segundo Romberg (1992, p. 56), uma análise de conteúdo é usada para investigar questões orientadas no presente quando artefatos atuais podem ser examinados.

Além disso, ele afirma que:

[...] os métodos específicos discutidos na literatura de pesquisa devem incluir a maneira na qual a informação é colhida, a forma na qual isso é agregado e analisado, ou, às vezes, como isso é relatado. (tradução Machado, Junho, p. 56)

Desta forma, com a finalidade de avaliar os conteúdos das pesquisas, fizemos um levantamento das dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) que usaram alguma tecnologia⁶ para a realização destas.

Primeiramente verificamos os resumos, palavras-chaves e títulos das dissertações⁷ do mestrado acadêmico e profissional desta instituição até o ano de 2007, considerando quais delas evidenciavam que haviam sido utilizadas tecnologias para o auxílio do ensino e aprendizagem. Dentre os trabalhos encontrados fizemos novamente uma seleção utilizando o mesmo procedimento mencionado na frase anterior, mas desta vez com o fim de escolher apenas aqueles que tratavam de Álgebra⁸. Para decidir se as dissertações estavam no contexto

⁶ Seguindo a convenção definida no tópico 2.1 desta dissertação.

⁷ As dissertações estão disponibilizadas nos sites:
http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/trabalhos_defendidos_prof.html,
http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacoes_defendidas_acad.html.

⁸ Kelly Cristina Rosa, mestrandona do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (Mestrado Acadêmico) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), está fazendo também uma análise semelhante à minha, contudo trabalhando com as dissertações que trataram de Geometria.

algébrico, tomamos como base as definições expostas no tópico 2.2 desta dissertação. Logo essa seleção deu-se segundo essa significação a respeito da Álgebra.

Constam no Quadro 3 dezessete dissertações selecionadas, por ordem alfabética conforme o autor, que se enquadram nos pré-requisitos supracitados. Também informamos o título, o ano de defesa do autor, a dimensão Álgebra que foi detectada em cada obra segundo a classificação mencionada no tópico 2.2 e se o autor do trabalho pertenceu ao Mestrado Acadêmico ou Profissional do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP).

Quadro 3. Dissertações Selecionadas.

	Autor	Título	Ano de defesa	Dimensão da álgebra	Mestrado
1	ARAÚJO, E.	A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas	2005	Funcional	Profissional
2	CHRISTO, D.	Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica	2006	Estrutural, Equações	Acadêmico
3	COSTA, N. M. L.	Funções seno e cosseno: Uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "Mundo experimental" e do Computador	1997	Funcional	Acadêmico
4	DANIEL, J. A.	Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX	2007	Estrutural, Equações	Profissional
5	FARIA, R.	Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica	2007	Funcional	Acadêmico

Quadro 3. Dissertações Selecionadas.

(continua)

6	FORSTER, S. R. L.	Ensino à Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real	2007	Funcional e Aritmética Generalizada	Profissional
7	FORTES, R. M.	Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico	2007	Funcional	Acadêmico
8	FRANÇA, M. V. D.	Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica	2007	Estrutural	Acadêmico
9	KARRER. M.	Logaritmos: Proposta de uma seqüência de ensino utilizando a calculadora	1999	Funcional	Acadêmico
10	MAIA, D.	Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional	2007	Funcional	Acadêmico
11	MELO, J. M. R.	Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem	2002	Funcional e Aritmética generalizada	Acadêmico
12	NETO, J. P. S.	Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações	2006	Funcional e Aritmética generalizada	Profissional
13	SALOMÃO, P. R.	Argumentação e prova na matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia	2007	Estrutural, Funcional e Aritmética generalizada	Profissional
14	SANTOS, A.	Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento	2005	Funcional e Equações	Profissional
15	SANTOS, E. P.	Função Afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráficos e algébricos com o auxílio de um software educativo	2002	Funcional	Acadêmico
16	SARAIVA, R. P.	Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função	2000	Funcional e Aritmética generalizada	Acadêmico

Quadro 3. Dissertações Selecionadas.

(continua)

17	SIGNORELLI S. F.	Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real	2007	Funcional	Acadêmico
----	---------------------	---	------	-----------	-----------

Analisamos no próximo capítulo principalmente os objetivos, a metodologia, os resultados e as conclusões dessas dissertações expostas no Quadro 3 a fim de verificar quais vantagens e desvantagens trazem em relação ao uso de tecnologias (computador, calculadores e objetos robóticos) para o ensino e a aprendizagem de Álgebra.

Para isso fizemos fichamentos, dos quais constam: nome do autor, orientador do autor, título, linha de pesquisa, palavras-chave, ano de defesa, participantes da pesquisa, objetivo, resultados, tipo de tecnologia utilizada, metodologia, questões de pesquisa, exame da dissertação de quais impactos que a tecnologia refletiu no resultado da pesquisa. As atividades de metodologias de pesquisas descritas no tópico 2.2 baseadas em ROMBERG (1992) serviram como referencial para elaborar esses fichamentos, conforme explanado no tópico anterior, 2.3, desta dissertação.

3 – ANÁLISES DAS DISSERTAÇÕES

3.1 – Dissertações do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) sobre Álgebra e Tecnologia – 1994 até 2007.

3.1.1 – Título: A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do Ensino Médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas.

**Fichamento da
dissertação**

Autor: Elpídio de ARAÚJO

Ano de defesa: 2005

Orientador: Dr. Vincenzo Bongiovanni

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: cinco duplas de alunos das três séries do Ensino Médio da Escola Técnica Carlos de Campos (Brás, São Paulo), somando um total de vinte participantes.

Palavras-chave: software, softwares educacionais, programas de computadores, Matemática, aprendizagem, função, exponenciais, logaritmos.

Objetivo: conceber para alunos um software educacional de Matemática onde se desenvolvam questões que proporcionam ao usuário informações que contribuem para o desenvolvimento de atividades, as quais têm por finalidade auxiliar a aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas.

Questões de pesquisa: em que medida a utilização de um *software* como ferramenta didática no estudo de conteúdos matemáticos relacionados com as funções exponenciais e logarítmicas contribui na aprendizagem do aluno?

Tecnologia: foi desenvolvido pelo autor um *software* específico para esse trabalho, o qual usava recursos do *Winplot*, *Cabri* e *Graphmatica*.

Metodologia:

- Questionário aplicado a 27 professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior do Estado de São Paulo, das redes privada e pública, para pesquisar as dificuldades dos alunos nos conteúdos das funções de primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas.

- Um questionário aplicado a 20 alunos das três séries do Ensino Médio com o objetivo de identificar quais deles tinham familiaridade no uso do computador e se já haviam utilizado *software* educativo de Matemática.

- Um segundo questionário aplicado aos mesmos 20 alunos, no ambiente lápis e papel, com doze questões teóricas sobre funções de primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas.

- Atividades realizadas por meio da utilização do *software*, que usam recursos do *Winplot*, do *Cabri* e do *Graphmatica*. Os mesmos alunos responderam por meio do *software* 12 questões sobre funções de primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas.

- Um questionário que tinha como objetivo identificar quais dificuldades em interagir com o sistema e os pontos negativos do *software* educacional, aplicado aos mesmos alunos, após o término da utilização do *software*.

Resultado: a utilização do *software* desenvolveu nos alunos uma atitude positiva em relação à resolução das questões, pois proporcionou uma mudança do ambiente de estudo, a integração de turmas diferentes em um mesmo ambiente e a interdisciplinaridade conciliada pelas diversas ferramentas utilizadas. A utilização adequada desta ferramenta permitiu também aos alunos informações instantâneas, que provocaram neles a intervenção na atividade de forma organizada por meio das informações recebidas. O aspecto dinâmico do *software* possibilitou ao aluno receber informações não-estáticas, contribuindo para a memorização de uma

imagem que ele poderá acessar a qualquer momento, além de também utilizar melhor o tempo de estudo.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_elpidio_araujo.pdf

**Investigações sobre a
dissertação**

Segundo o autor da dissertação, a utilização do *software* educacional trouxe as seguintes contribuições específicas: acesso às teorias das funções exponenciais e logarítmicas de forma rápida, auxiliando a formação de uma base de conhecimento; auxílio teórico imediato a uma atividade, proporcionado agilidade do tempo de estudo; a interferência didática na construção de linhas de raciocínios, possibilitando a sedimentação do conhecimento. Além das contribuições específicas, trouxe as seguintes contribuições gerais: acesso às diversas formas da apresentação de uma teoria, agilidade na procura de informações, reflexão/depuração constante da informação recebida após a introdução de dados, agilidade do tempo de estudo, o aluno como elemento ativo no processo de aprendizagem.

O autor também frisa que a aprendizagem a partir de um *software* de Matemática dependeu do projeto pedagógico do professor e da ação individual do aluno.

O trabalho explica como se deu a concepção do *software*, informando quais foram os aplicativos utilizados na sua construção, a estrutura do programa, a organização do programa, a interação com o programa, os aplicativos externos que foram utilizados e como os alunos deveriam usar as ferramentas do *software*. Contudo não expõe quais as limitações do *software* para o usuário e nem se existiria possibilidade de encontrá-lo ou reproduzi-lo.

3.1.2 – Título: Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica

Fichamento da dissertação

Autor: Danilo dos Santos CHRISTO

Ano de defesa: 2006

Orientadora: Dra. Anna Franchi

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: uma turma⁹ de alunos de sexta série do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo

Palavras-chave: expressão algébrica, variável, resolução de problemas, proporcionalidade, leis quantitativas.

Objetivo: analisar os fenômenos didáticos que ocorrem no ensino de linguagem algébrica (para alunos iniciantes em Álgebra) por meio de uma abordagem funcional em que se enfatiza a relação de dependência entre as variáveis envolvidas; favorecer a utilização de processos de resolução de problemas, os quais permitam aos alunos relacionar os conhecimentos envolvidos e a inter-relação entre estas técnicas.

Questões de pesquisa: descobrir ou identificar as razões que levam os estudantes a apresentar dificuldades na escrita e interpretação da linguagem algébrica e, em particular, na compreensão do significado de variável, o qual vem sendo discutido por pesquisadores como KIERAN (1981), KÜCHEMANN (1978, 1981), ARCAVI (1981), entre outros.

Tecnologia: calculadora

Metodologia: pesquisa-ensino, com uma abordagem qualitativa. Refere-se ao desenvolvimento e à avaliação de uma proposta de ensino da linguagem algébrica por meio de resolução de problemas verbais com ênfase na representação simbólica das variáveis independentes e dependentes envolvidas. Foram feitas 12 sessões de 50 minutos cada com os alunos, das quais 7 (sete) delas usavam calculadora. Todo o desenvolvimento das atividades baseou-se nas questões propostas para resolução de problemas. Esse desenvolvimento compreendeu a compreensão do problema, a

análise dos dados, a escolha de estratégias de resolução e a comparação dos resultados obtidos.

Resultado: as recomendações da exploração nas atividades de introdução da linguagem algébrica por meio de atividades enfocando o aspecto dinâmico da independência e dependência envolvidas revelaram-se eficientes para a consecução dos objetivos propostos.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_danilo_christo.pdf

Investigações sobre a dissertação

Inicialmente, essa dissertação pretendia usar um *software* de planilha eletrônica para realizar algumas atividades com os alunos, mas isto não foi possível. Conseqüentemente, isso foi uma limitação que repercutiu na conclusão do trabalho.

Com relação ao uso da calculadora, o autor faz alguns comentários:

- O uso da calculadora influenciou a atitude dos alunos, facilitando a resolução de algumas atividades, pois com apenas algumas operações eles obtiveram rapidamente os valores necessários para resolver os exercícios.

- Os alunos sentiram prazer ao ganhar as calculadoras.

- O aspecto dinâmico do conceito de variável foi apropriadamente enfatizado em situações contextualizadas que envolviam variáveis independentes e dependentes na forma de correspondência de dois conjuntos.

Essas foram as influências que o uso da tecnologia, no caso a calculadora, trouxeram para a pesquisa.

⁹ O autor desta dissertação não especifica o número exato de participantes da pesquisa.

3.1.3 – Título: Funções seno e cosseno: Uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "Mundo experimental" e do Computador

Fichamento da dissertação

Autora: Nielce Meneguelo Lobo da COSTA

Ano de defesa: 1997

Orientadora: Dra. Sandra Maria Pinto Magina

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 32 (trinta e dois) alunos pertencentes a uma escola da rede particular de ensino, de primeira e segunda série do segundo grau, distribuídos em três grupos.

Palavras-chave: a dissertação não explicitou as palavras-chave do trabalho.

Objetivo: O objetivo desse trabalho foi investigar a influência de três diferentes contextos: do computador, do mundo experimental e da sala de aula (que serviu de referência para analisar os outros dois contextos) no que se refere à aprendizagem das funções seno e cosseno. A intenção é pesquisar qual a ordem de introdução do assunto que se mostra mais interessante, desafiadora e eficaz para a aprendizagem, ou seja, investigar se é preferível trabalhar primeiro no mundo experimental, com formalização mais limitada, para depois completar o estudo no computador ou vice-versa.

Questões de pesquisa: qual a ordem de introdução, por contextos, que se apresenta mais eficaz para a aprendizagem?

Tecnologia: *Cabri-Géomètre II* e *Graphmatica*

Metodologia: investigou-se a introdução das funções seno e cosseno em três contextos. No primeiro contexto, chamado de “mundo experimental”, os alunos resolveram grupos de atividades tratados como experimentos construídos a partir de materiais tais como relógio, areia, madeira e metal, que foram manipulados por eles. No mundo experimental, as atividades envolviam desafios, por meio de (a) um problema, (b) uma tarefa de descrição e (c) uma de previsão. O segundo contexto,

chamado “contexto do computador”, explorou o ambiente computacional. No computador as atividades foram de: retomada das definições das razões trigonométricas, extensão ao ciclo, introdução das funções seno e cosseno e algumas transformações destas funções. O último contexto refere-se ao grupo de referência, onde foram ministradas aulas pelo professor responsável pela disciplina em uma classe do segundo grau. Foi aplicada uma seqüência didática para o ensino de Trigonometria para dois grupos de alunos, sendo que para um deles o assunto foi iniciado com atividades realizadas no computador e em seguida com manipulações no mundo experimental. Para o outro grupo de alunos a ordem de introdução foi invertida. Os grupos foram submetidos a cinco fases de estudos: 1) Pré-teste; 2) Seqüência didática; 3) Teste intermediário; 4) Continuação da seqüência didática; 5) Pós-teste. A autora analisou o desempenho dos grupos e dos sujeitos nos testes, taxa de variação de acertos por grupo, análise dos testes por objetivo, desempenho dos grupos nos itens (subdivisões das questões), sua taxa de variação e análise dos erros e procedimentos.

Resultado: A ordem de introdução do assunto interferiu na aprendizagem, já que o grupo de alunos que teve maior sucesso foi o que passou primeiro pelas atividades construídas no contexto “mundo experimental” e depois pelas do computador. Essa dissertação sugere que o aprendizado no contexto computacional torna-se mais eficiente quando o aluno não teve contato anterior com o assunto e é precedido por manipulações concretas em situações menos comprometidas com o formalismo.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_nielce_lobo_costa.pdf

Investigações sobre a dissertação

Para a familiarização e a manipulação dos alunos com os softwares no “contexto do computador” foi necessário um tempo um pouco maior que o previsto (de uma aula para duas para cada software) mesmo com os alunos acessando arquivos prontos e usando a calculadora do Cabri II para agilizar os cálculos. Sugere-se que se trabalhe com alunos que tenham conhecimentos prévios dos

softwares para que as atividades possam ser menos formais e dirigidas do que as que foram nessa pesquisa, para que os primeiros possam explorá-las livremente. Contudo a dissertação não deixa explícito quais dificuldades os alunos apresentam para manusear os softwares utilizados, quais limitações estas tecnologias dispõe para o ensino em pauta, onde se pode encontrar o software e se ele é livre ou não.

Porém, segundo a autora, o *Cabri II* mostrou-se um ambiente extremamente fértil para as atividades de exploração do ciclo trigonométrico, tais como os valores e sinais assumidos por seno e cosseno em cada quadrante, redução ao primeiro quadrante e simetrias. A autora explica que escolheu este software porque apesar de ter sido desenvolvido para funcionar como um caderno de rascunho em Geometria oferece, na sua versão II, muitas possibilidades de uso em Trigonometria.

Com relação ao *Graphmatica*, este facilitou a exploração do gráfico das funções a partir de suas representações algébricas sem que o recurso da tabela fosse usado como intermediário. O domínio, a imagem e o período das funções puderam ser observados e a ligação entre as duas representações – gráfica e algébrica – estabelecida. Essa tarefa estimulou os estudantes a investigarem propriedades das funções trigonométricas e fez com que eles reagissem positivamente frente às descobertas. A escolha deste software se deu por ser um dos aplicativos que permitem a construção do gráfico uma vez conhecida a expressão algébrica da função e é de manipulação simples para o aluno.

No entanto, a autora não apresenta em seu trabalho se existem as desvantagens em se utilizar os softwares *Graphmatica* e *Cabri II* para auxiliar o ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno para alunos da segunda e primeira séries do segundo grau, assim como também não explicita se os softwares são livres ou privados e onde podem ser encontrados.

O conteúdo da dissertação explica também que para o desenvolvimento do assunto abordado, com a seqüência didática utilizada, os contextos do mundo experimental e do computador foram necessários e complementares.

Finalizando, a dissertação traz a advertência de que como a pesquisa foi feita fora da sala de aula, sem o compromisso de atribuição de nota e de tempo já pré-determinado pelo horário das aulas, se educadores utilizarem as atividades

desenvolvidas nela estas necessitarão de adaptações, o que poderá acarretar diferentes resultados.

3.1.4 – Título: Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX

Fichamento da dissertação

Autor: José Anísio DANIEL

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Dra. Barbara Lutaif Bianchini

Linha de pesquisa: Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores

Participantes da pesquisa: Oito alunos da 8^a (oitava) série do Ensino Fundamental de uma escola estadual do interior do Estado de São Paulo.

Palavras-chave: Educação Matemática, ensino de Álgebra, equações e software *Aplusix*.

Objetivos: Identificar os erros e analisar os procedimentos e estratégias que estudantes utilizam para resolver equações algébricas de 1º (primeiro) grau. Esse estudo procurou apontar caminhos para novas abordagens sobre o ensino e aprendizagem deste tema. Assim, a dissertação teve a finalidade de também investigar até que ponto o software *Aplusix* pode contribuir no ensino e aprendizagem de conteúdos algébricos, em especial equações algébricas de primeiro grau, identificando os principais benefícios e as dificuldades que por ventura possam surgir.

Questões de pesquisa: Quais são os principais erros referentes à resolução das equações de primeiro grau que os alunos das oitavas séries trazem de seus estudos anteriores? Quais são os métodos que os alunos se apropriam para resolver equações algébricas de primeiro grau?

Tecnologia: usou-se exclusivamente o *software* Aplusix como ferramenta para o auxílio do desenvolvimento das atividades. Esse *software* foi desenvolvido por pesquisadores da equipe didaTIC, do laboratório Leibniz, em Grenoble, na França, com o objetivo de explorar o ensino e a aprendizagem de Álgebra.

Metodologia: A partir das dificuldades por parte dos alunos detectadas na aprendizagem em pauta, o trabalho procurou elaborar uma seqüência de atividades que com o auxílio do *software* pudesse minimizar os erros por eles cometidos, possibilitando-lhes a rever conceitos e também a aprofundar em técnicas de resolução de equações de primeiro grau. Assim, este trabalho se deu por meio de uma pesquisa diagnóstica de predominância qualitativa e experimental onde os alunos executaram individualmente atividades sobre resolução de equações algébricas exclusivamente num ambiente computacional, divididas em sete sessões.

Resultado: Como os alunos realizaram todas as atividades somente com o uso do *Aplusix*, toda a evolução de aprendizagem deles se deve às características educacionais do *software* e às situações de aprendizagem escolhidas pois os dados indicaram progressos dos alunos após o ensino de Álgebra através do uso da tecnologia. Contudo o autor menciona que tal avanço não ocorreu apenas devido aos recursos tecnológicos.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_jose_anisio_daniel.pdf

Investigações sobre a dissertação

A dissertação traz uma explanação de como o *software* Aplusix foi criado, como ele funciona, para qual finalidade, em quais idiomas e explica que em Português existe uma versão de demonstração disponível na internet no endereço <http://aplusix.imag.fr>. Além disso, cita uma dissertação que elaborou um guia que traz informações detalhadas do programa.

Esta dissertação que estamos analisando também expõe o principal objetivo do *software* *Aplusix*, que segundo o autor é de ajudar a resolver exercícios e problemas. O aluno efetua cálculos de sua escolha, com as etapas de sua escolha,

como faz no papel. *Aplusix* vai indicar se os cálculos estão corretos ou não e se o exercício está resolvido ou não, desde que o professor configure o programa para tal, pois o *software* tem varias opções de configurações. O autor fornece também a solução do exercício e a pontuação obtida pelo aluno na resolução do mesmo.

Com relação às limitações do *software*, o autor relata que o programa computacional não ensina diretamente regras e métodos, mas sim ajuda a aplicá-los corretamente fornecendo informações adequadas e acompanhando todas as etapas de resolução da atividade.

A primeira sessão dos alunos no ambiente computacional foi destinada para familiarização com o *software* e observou-se que eles se sentiram à vontade e não tiveram grandes dificuldades no manuseio do mesmo.

Os alunos realizaram todas as atividades somente com o *Aplusix*, logo toda a evolução de aprendizagem deles deve-se às características educacionais do *software* e às situações de aprendizagem escolhidas.

Comparando os resultados do pré-teste e do pós-teste foi possível verificar avanços importantes, tais como a aplicação correta da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e ao mínimo múltiplo comum, a adição de números relativos, a troca de sinal quando um termo é "transferido" de um membro para outro da igualdade da equação, entre outros. Contudo, os conceitos de equivalência e operação inversa foram as principais causas de erros segundo essas análises e os que mais persistiam no pós-teste. Dada essa situação, a utilização do recurso foi de grande importância nas análises pois contribuiu para identificar os erros, mesmo aqueles que os alunos apagaram e corrigiram, possibilitando assim uma escolha adequada de equações para as etapas seguintes.

O *software* mostrava também aos alunos uma equivalência ou não entre etapas sucessivas da equação, o que possibilitava a eles estarem constantemente questionando sobre seus erros e estratégias de resolução e consequentemente os corrigindo mais vezes do que normalmente ocorre no ambiente tradicional.

Segundo o autor, ele teve grande satisfação ao usar o recurso tecnológico, pois percebeu que os alunos estavam mais motivados e se sentiram mais seguros em resolver os exercícios de equações de primeiro grau.

No entanto ele atribui que a conquista dos resultados positivos pode ser atribuída a outros fatores também: quantidade reduzida de alunos, disposição dos aprendizes em fazer um trabalho extraclasse, a seqüência de atividades propostas, a mudança de postura do professor perante os alunos.

3.1.5 – Título: Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica

**Fichamento da
dissertação**

Autor: Renan FARIA

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Dra. Janete Bolite Frant

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 28 (vinte e oito) alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Belo Horizonte - MG.

Palavras-chave: produção de significado, metáfora conceitual, tecnologia, argumentação, gráfico cartesiano, movimento retilíneo.

Objetivo: Investigar e analisar a produção de significados para o aluno referente a gráficos cartesianos que representam movimento retilíneo. A pesquisa teve a finalidade de olhar o diálogo cotidiano utilizado por alunos e professores para falarem a respeito do gráfico cartesiano de função, investigando e analisando os aspectos que são favorecidos na compreensão e elaboração do gráfico cartesiano com lápis e papel, com o uso do sensor e calculadora gráfica, bem como o papel do professor e das atividades nesse ambiente, além das interações que ocorrem entre os alunos e entre os alunos e os professores.

Questões de pesquisa:

- 1) Quais argumentos alunos e professores utilizam durante as atividades envolvendo movimentos retilíneos com papel e lápis? E com tecnologia?

- 2) Quais metáforas conceituais emergem durante essa atividade?
- 3) Quais aspectos em relação à compreensão do gráfico cartesiano $P \times t$ podemos destacar em cada ambiente?
- 4) Quais aspectos em relação às interações entre alunos e professores e à autonomia dos alunos podem ser expressos ou destacados?

Tecnologia: Calculadora gráfica e sensor. O sensor captava a distância em relação a um referencial; por exemplo, uma parede. A calculadora gráfica reproduzia o gráfico do movimento dos alunos que era detectado pelo sensor.

Metodologia:

No primeiro momento, um problema foi apresentado em uma ficha em que era pedido aos alunos, usando papel e lápis, para esboçar o gráfico cartesiano (posição \times tempo). No segundo momento, os alunos deveriam com o uso do sensor e da calculadora gráfica fazer coincidir o gráfico apresentado na tela da calculadora e, no terceiro momento, deveriam voltar ao gráfico apresentado no problema, dizendo o que mudariam ou não do que apresentaram antes.

Resultado: O uso adequado da tecnologia propiciou um *feedback* (retorno) imediato dos estudantes e isso interferiu no tipo de relação que o professor tem com seus alunos, modificando também a compreensão sobre o uso de tecnologia em sala de aula.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_renan_faria.pdf

Investigações sobre a dissertação

O autor não expõe na dissertação as limitações que a calculadora gráfica e o sensor impõem aos alunos que utilizaram essas tecnologias e nem as dificuldades que os alunos encontraram em aprender seus funcionamentos, bem como também não indicou onde eles podem ser encontrados e seu custo. Ele apenas relata que esses materiais foram fornecidos aos estudantes juntamente como uma ficha explicativa de como utilizar o sensor e que as professoras instruíram os aprendizes,

os quais estavam bem interessados em compreenderem como as tecnologias funcionavam.

Na primeira etapa da atividade proposta aos aprendizes estes tinham que representar o movimento relacionado com o tempo com um gráfico cartesiano, usando apenas o lápis e o papel. Houve grande dificuldade nesta etapa e até o final eles não conseguiram fazer essa relação de forma satisfatória. Eles ficavam inseguros e sempre solicitavam a ajuda do educador.

Na segunda etapa, eles dispunham de um sensor e de uma calculadora gráfica que representavam o movimento. A cada tentativa de sobreposição com o gráfico da tela da calculadora, eles foram tomando consciência de origem, referencial, tempo, repouso e velocidade. As respostas às suas perguntas eram apresentadas pela tecnologia de forma que solucionavam, de modo geral, sem grandes intervenções das professoras.

Segundo o autor, o sensor com a calculadora gráfica possibilitou uma interação e um dinamismo maiores do que tradicionalmente vemos em uma aula de Matemática, dando aos alunos uma visão diferente do problema até então visto de forma mais estática e abstrata, funcionando assim a tecnologia como uma prótese.

Antes do uso do sensor, via-se um envolvimento dos alunos na busca de solução para o problema e, com base no uso do sensor com a calculadora gráfica, esse envolvimento foi se modificando ao possibilitar a busca de respostas pela interação com o aparelho, que fazia uma relação entre o movimento corporal e o traçado gráfico sem a necessidade de respostas do professor. A atividade corporal trouxe aos alunos uma familiaridade cognitiva maior, servindo de base para estabelecimento de parâmetros relevantes na compreensão do gráfico diferente do que apresentaram no primeiro momento, usando papel e lápis.

O uso da tecnologia não significou maior ou melhor interatividade entre os alunos mas sim um novo recurso para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem por ser mais um elemento que promove discussões e permite novas ações. Assim, o experimento forneceu um indicativo de que seu uso em sala de aula fornece recursos novos. Atividades como esta mobilizariam professores e alunos na mesma perspectiva, ou seja, na compreensão do objeto matemático.

Portanto a pesquisa mostra as evidências de que a tecnologia ajudou na aprendizagem, comparando com o ambiente tradicional. Além disso a dissertação explana que não é somente a tecnologia que é importante para o ensino, muito embora não exponha os argumentos desta afirmação.

3.1.6 – Título: Ensino à Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real

**Fichamento da
dissertação**

Autora: Sandra Regina Leme FORSTER

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Dra. Janete Bolite Frant

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Onze alunos matriculados na EaD (Educação à distância) da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II do curso de Licenciatura Plena em Matemática na modalidade à distância de uma universidade em São Paulo.

Palavras-chave: educação à distância, teoria interacionista, teoria dos registros de representações semióticas, limites e continuidade, metodologia de *design*.

Objetivo: Apresentar o material elaborado para os conteúdos de limite e continuidade de funções de uma variável real; demonstrar a análise da produção e das metodologias aplicadas na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II do curso de Licenciatura Plena em Matemática na modalidade à distância de uma universidade em São Paulo; apresentar sugestões para o aperfeiçoamento do curso em questão.

Questões de pesquisa: Apresentando o material sobre o assunto “Limites e Continuidades de Funções de uma Variável Real”, bem como uma análise da

produção da metodologia aplicada ao curso de Cálculo Diferencial e Integral II e o aproveitamento dos alunos que cursaram essa disciplina no curso de Licenciatura Plena em Matemática na modalidade à distância, pode-se observar em quais pontos falharam e quais provavelmente devam ser alterados?

Tecnologia: Internet, na qual foi trabalhado com o AVA (ambiente virtual de aprendizagem), o “*TelEduc Adaptado*”, em que foram disponibilizados o material impresso, as aulas digitais e as aulas televisivas comentadas. O software *Graphmatica* foi utilizado também para resolver alguns exercícios, assim como o software *Microsoft Word* e o *Winplot*.

Metodologia: *Design* em que se faz o uso das análises quantitativas, qualitativas e, principalmente, da triangulação dos dados coletados em observações de diversas naturezas. Os métodos de pesquisa se mostram mais promissores e estiveram mais presentes nessa dissertação nos casos da análise de possibilidades para a criação de um novo ambiente de aprendizagem e de ensino e no do aumento da capacidade para inovação educacional.

Pela coleta de dados pôde-se analisar a interação por meio de fóruns, correios e salas de bate-papo, material (escrito, aula digital e aula televisiva) e o impacto das aulas nos alunos (atividades e prova).

Os materiais usados no curso foram a apostila, as aulas televisivas, as aulas virtuais, as aulas televisivas comentadas, os textos e os sites disponibilizados no material de apoio e o software educacional.

Todas as aulas do curso de Cálculo Diferencial e Integral II foram ministradas à distância pela autora da dissertação no período de três meses, sendo que todas as atividades foram realizadas e analisadas virtualmente.

Resultado: o material e as metodologias aplicadas ao curso foram bem aceitos, porém há preferência por materiais na mídia impressa. Os alunos que interagiram com freqüência durante o curso obtiveram melhores resultados na aprendizagem. As atividades com diferentes tipos de registros de representações semióticas provocam questionamentos, favorecem a aprendizagem dos conceitos matemáticos e permitem observar se o conceito foi adquirido pelo aluno.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_sandra_regina_forster.pdf

Investigações sobre a dissertação

A dissertação apresentou o funcionamento de cada material tecnológico usado durante a pesquisa e também trouxe a finalidade que esse material foi usado e em que momento da pesquisa, com exceção do software *Winplot*. Contudo não indicou como os softwares podem ser encontrados e se são livres ou não.

Em relação às limitações desses instrumentos, um aluno que participava de um fórum onde ele estava preocupado em deixar claro sua dúvida não conseguiu expô-la, visto que esta ferramenta não permitiu o registro de fórmulas matemáticas. Nesse caso, a professora decidiu encaminhar explicações em arquivos anexos no material de apoio ou pelo correio pois ela também teve dificuldades em esclarecer algumas dúvidas devido à limitação do software.

Segundo as análises da autora, 54% (cinqüenta e quatro por cento) dos alunos declararam não estar utilizando ou utilizando mais ou menos o ambiente virtual de aprendizagem (fórum, correio eletrônico e *chat*) para discutir dúvidas referentes às aulas satélites, às aulas virtuais, às atividades e ao texto da apostila. A justificativa foi a falta de tempo ou a preferência pela presença do professor.

Outros resultados da pesquisa foram: 27% (vinte e sete por cento) dos alunos afirmaram ter pouca disponibilidade de horário para acessar a Internet, 72,7% (setenta e dois e sete décimos percentuais) dos alunos acessam a Internet em casa, 45,5% (quarenta e cinco por cento percentuais) acessam a Internet de três a quatro dias por semana, 82% (oitenta e dois por cento) dos alunos classificaram a linguagem do curso clara, adequada e suficiente, 36% (trinta e seis por cento) dos alunos disseram não estar usando o ambiente virtual de forma adequada, 90,1% (noventa vírgula um por cento) registraram que o acesso a esse ambiente era rápido e eficiente, o que mostra que essa ausência não se deu devido a problemas de natureza técnica.

As aulas virtuais foram apontadas como as preferidas, contudo a maioria dos alunos não as assistiu até o fim. Em alguns casos, as aulas ficavam com as imagens e o som sem sincronia e em outros demoravam muito para carregar, além de serem interrompidas em vários momentos. No entanto, isso não foi apontado como

desestímulo pelos estudantes. Poucos apontaram problemas de ordem estética, como visualização dos gráficos e as cores utilizadas. Apenas foram detectados problemas de ordem técnica, pois muitos alunos não possuem recursos adequados para acessar o curso, o que pode acarretar em problemas de transmissão.

Quanto ao uso do software *Winplot*, 18% (dezoito por cento) dos alunos o fizeram, pois os outros alegaram ser leigos no assunto e usaram outro software (*Graphmatica*), além de dizerem que o manual do software *Winplot* deveria ser mais eficiente. Contudo no decorrer do curso as dificuldades referentes a este aspecto foram aparentemente sanadas, pois não houve mais reclamações e todos usaram o citado recurso.

Com relação às atividades que os aprendizes deveriam realizar no pólo de informática, 54% (cinquenta e quatro por cento) deles as classificaram como difíceis e criativas e 27% (vinte e sete por cento) como fáceis.

Nas aulas televisivas notou-se que o aluno teve necessidade de observar os registros que foram feitos no quadro e que lembram muito o estilo de aula tradicional.

Com relação às vantagens e desvantagens que utilização da tecnologia trouxe para a aprendizagem algébrica, segundo a autora, o material elaborado para o ensino de continuidade não foi suficiente para promover a aprendizagem e deve ser reorganizado. Contudo percebe-se que o conteúdo da dissertação tinha apenas o objetivo de analisar o Ensino à Distância na aprendizagem de Cálculo.

Finalmente, na opinião da autora, não houve material disponibilizado mais eficiente, pois eles se complementavam. Um tratava com mais afínco a teoria enquanto o outro tratava de resolução de exemplos.

3.1.7 – Título: Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico

Fichamento da dissertação

Autora: Renata Martins FORTES

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Dra. Siobhan Victoria Healy

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da Pesquisa: Alunos organizados em trios e duplas de uma turma composta de 11 pessoas da oitava série do Ensino Fundamental e de 12 estudantes da primeira série do Ensino Médio pertencentes a uma escola privada localizada na cidade de São Bernardo no estado de São Paulo.

Palavras-Chave: Gráficos, *Design Experiments*, Robótica, *Robolab*, Construcionismo.

Objetivo: Investigar o impacto de um ambiente robótico nas estratégias e representações utilizadas por estudantes na interpretação de gráficos apresentando relações entre distância, tempo e velocidade. Os protocolos dos alunos foram analisados segundo dois aspectos: gráfico e robótico.

Questões de pesquisa: As dificuldades identificadas em pesquisas anteriores associadas à interpretação e construção de gráficos também emergem num ambiente robótico? O ambiente robótico fornece recursos para superar tais dificuldades?

Tecnologia: Materiais de robótica da LEGO *Education*, utilizando o software *Robolab* 2.0 para programar modelos construídos. O *Robolab* se apóia numa seqüência lógica de imagens e é essencialmente independente da linguagem escrita. Disponibilizou-se para as duplas especificamente o conjunto 9793 (nove mil setecentos e noventa e três) *Mindstorms for Schools*.

Metodologia: Atividades propostas aos alunos planejadas para ocorrerem em uma hora e trinta minutos tendo em vista a metodologia *Design Experiment*. Segundo a autora, a principal idéia desta teoria é ela ser um processo cílico tanto na criação e desenvolvimento de teorias de aprendizagem quanto na melhoria do processo de aprendizagem, ou seja, reflexões acerca do ensinar e do aprender.

Baseada nessa metodologia, o conteúdo da dissertação desenvolve duas fases: Desenvolvimento e Experimentação. A fase de Desenvolvimento serviu como referência e ponto de partida para reflexões e implementações de melhorias.

Durante a fase de Experimentação trabalhou-se com duas turmas de alunos (oitava série do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio) organizados em trios e duplas, os quais foram analisados segundo dois aspectos principais: gráfico e robótico.

Todas as sessões foram gravadas em áudio e vídeo, utilizando duas filmadoras. Coletaram-se também as produções de todos os grupos, tanto computacionais quanto escritas, além dos vídeos de suas produções robóticas.

Resultado: As dificuldades envolvidas na interpretação de gráficos também emergem quando os alunos interagem num ambiente robótico. Contudo o trabalho com robôs proporciona oportunidades para criar conexões entre diversas representações. A atividade envolvendo a construção de um radar para medir velocidade contribuiu para a superação das dificuldades, particularmente para os alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_renata_martins_fortes.pdf

Investigações sobre a dissertação

A autora não expõe na dissertação as limitações que materiais de robótica da LEGO *Education* impõem aos alunos que utilizaram essas tecnologias, nem onde podem ser encontrados e se são livres ou não.

Contudo aponta algumas dificuldades que os estudantes tiveram com relação à realização de algumas atividades que envolviam essas tecnologias, mas que foram superadas no decorrer da aprendizagem. E mesmo os alunos não tendo conhecimentos prévios de programação ou do software utilizado, eles não apresentaram dificuldades para lidar com a ferramenta e surpreenderam ao programarem os modelos além do solicitado, implementando outras funções e testando novos comandos do software.

O ambiente robótico permitiu aos estudantes relacionarem rapidamente o gráfico ao deslocamento do robô, que era o objetivo de uma das atividades. Contudo os alunos também se apoiaram na programação, que foi mais um instrumento que

permitiu que eles formulassem suas hipóteses, interpretassem os programas elaborados e testassem nos robôs.

Conclui-se que o programa foi o elo entre as diversas representações, pois durante as tarefas os alunos foram estimulados a criarem relacionamentos entre tais representações.

Nessa dissertação todas as atividades foram elaboradas utilizando as tecnologias já discriminadas. Assim os protocolos dos alunos foram analisados com relação aos seus comportamentos perante esses processos de aprendizagem, por isso não se pôde ter informações para se comparar e considerar os efeitos que trariam para a aprendizagem em pauta se caso não fosse empregada a tecnologia.

3.1.8 – Título: Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica

Fichamento da dissertação

Autora: Michele Viana Debus de FRANÇA

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Ana Paula Jahn

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 18 (dezoito) estudantes de uma turma de Licenciatura em Matemática de uma universidade particular da cidade de São Paulo matriculados na disciplina Geometria das Transformações e que já haviam cursado Álgebra Linear.

Palavras-chave: Educação Matemática, Álgebra Linear, Geometria Dinâmica, registros de representação semiótica, conceito.

Objetivo: Analisar as contribuições do uso da Geometria Dinâmica na compreensão dos seguintes conceitos fundamentais: vetores e coordenadas, dependência linear, base e transformações lineares. O conteúdo da dissertação tem

a finalidade de utilizar o ambiente Cabri-Géomètre para analisar as possibilidades de interpretações com o emprego do geométrico em Álgebra Linear, mas não por meio de um estudo da trajetória da Geometria e da Álgebra Linear nos livros didáticos, e sim por meio de um experimento de ensino em um ambiente diferente do convencional.

Questões de pesquisa: Em que medida um tratamento geométrico e a articulação entre registros de representação semiótica (algébrico, gráfico e geométrico), auxiliados pelo ambiente Cabri-Géomètre, influenciam nas concepções de estudantes que já cursaram a disciplina de Álgebra Linear?

Tecnologia: Cabri-Géomètre

Metodologia: Experimento de ensino. A seqüência de ensino é composta por quatro sessões de aproximadamente uma hora e meia cada sessão, em que os seguintes conceitos foram explorados: vetores e coordenadas, dependência linear, base e transformações lineares. Todas as sessões foram realizadas pelos alunos com o auxílio do *Cabri-Géomètre*, exceto a introdução às transformações lineares, na qual as tarefas foram respondidas ou resolvidas no ambiente lápis e papel.

Resultado: Puderam-se identificar evoluções dos sujeitos envolvidos na pesquisa na compreensão dos conceitos de vetores e coordenadas, dependência linear, base e transformações lineares. Os participantes da pesquisa também obtiveram um domínio mais amplo das representações gráficas, algébrica e geométrica, realizando conversões em ambos os sentidos. Isso repercutiu de forma que os aprendizes fossem confrontados com falsos invariantes, os quais eles possuíam, e obrigando-os a questioná-los e a explicitarem noções. O ambiente de Geometria Dinâmica proporcionou efeitos positivos nas estratégias de resolução dos estudantes, fornecendo meios de validação experimentais de teoremas-em-ação¹⁰ e levando-os a explicitar e a rediscutir as noções envolvidas a partir dos diferentes aspectos evocados nas representações.

Trabalho disponível em:

¹⁰ Segundo FRANÇA (2007, p. 22), *teoremas-em-ação* são as relações matemáticas consideradas pelo sujeito, mesmo que inconscientemente, quando este escolhe uma operação ou uma seqüência delas para resolver um problema. Ou seja, para a autora, o sujeito utiliza-los de forma intuitiva e estes, muitas vezes, tem validade local, não universal. Essa validade local e a própria formulação dos *teoremas-em-ação* deve-se ao fato de estarem fortemente relacionados às situações experimentadas pelo sujeito.

Investigações sobre a dissertação

Os estudantes escolhidos para participar desse trabalho tinham familiaridade com o ambiente *Cabri-Géomètre* e haviam cursado a disciplina de Álgebra Linear.

O único ponto que pode ser considerado negativo que a autora expõe com relação ao *software* é que os estudantes devem estar familiarizados com este para que a aprendizagem seja bem sucedida. Entretanto ela não fornece indícios do tempo necessário nem da dificuldade existente para estabelecer tal familiaridade. Desta forma ela não expõe na dissertação as limitações que o *Cabri-Géomètre* impõe aos alunos que desfrutaram desse ambiente, nem mesmo aborda sobre sua origem, criação, ou outras características. Também não coloca se o *software* é livre nem onde pode ser encontrado ou reproduzido.

A autora afirma que esta tecnologia proporcionou aos educandos a elaboração de conjecturas, a validação experimental de hipóteses e estratégias de resolução de atividades com o uso de diferentes ferramentas do programa e de seu aspecto dinâmico. Ela inclusive menciona exemplos de atividades desenvolvidas no trabalho de pesquisa em que essas ações citadas se concretizaram.

Além disso, foram destacadas as vantagens deste ambiente computacional em relação ao ambiente lápis e papel pois algumas tarefas, mesmo as mais simples, como a determinação das coordenadas de um vetor, seriam mais custosas e demoradas no ambiente tradicional. O desenvolvimento das atividades nesse ambiente dinâmico também proporcionou o trabalho com diferentes registros de representação semiótica na tela, oferecendo uma melhor articulação entre os mesmos.

3.1.9 – Título: LOGARITMOS: Proposta de uma seqüência de ensino utilizando a calculadora

Fichamento da dissertação

Autora: Mônica KARRER

Ano de defesa: 1999

Orientadora: Dra. Sandra Maria Pinto Magina

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 13 (treze) alunos que fizeram parte do grupo experimental e 19 (dezenove) alunos que fizeram parte do grupo de referência, todos pertencente à primeira série do ensino de nível médio de uma escola da rede privada de ensino do estado de São Paulo.

Palavras-Chave: Na dissertação não está explicitada as palavras-chave do trabalho.

Objetivo: Investigar se uma seqüência didática para o ensino de logaritmos, fundamentada nas teorias psicológicas e educacionais, aliada ao uso da calculadora, favorece a formação deste conceito. Comparar alunos pertencentes ao grupo chamado experimental, que estudaram os logaritmos seguindo esta abordagem com alunos pertencentes ao grupo chamado de referência, que tiveram uma seqüência de ensino tradicional apresentada nos livros didáticos. Analisar o desempenho geral dos grupos, dos desempenhos por item, por objetivo e por indivíduo e por fim a análise da qualidade dos erros e dos procedimentos.

Questões de pesquisa: Estudar se a introdução do conceito de logaritmo a partir de problemas desafiadores e significativos, nos quais o mesmo assume o papel de ferramenta de resolução exponencial, favorece a formação de seu conceito.

Tecnologia: Calculadora

Metodologia: A autora da dissertação construiu uma seqüência de ensino fundamentada nas teorias psicológicas e educacionais que partiu de situações-

problema¹¹ exponenciais. Essa seqüência de atividades procurou explorar também a mudança dos quadros algébrico, gráfico, numérico e o das funções. O logaritmo foi introduzido como uma necessidade de estudo, assumindo o papel de ferramenta para a resolução de problemas.

O trabalho foi aplicado a dois grupos: experimental e de referência. Esses grupos submeteram-se a um pré-teste antes de serem introduzidos no novo conceito para em seguida estudarem os logaritmos segundo abordagens distintas. O grupo experimental realizou o estudo através da seqüência didática elaborada pela autora em que a aplicação dessa seqüência foi realizada em horário de aula, num total de cinco encontros de aproximadamente sessenta minutos cada. Ao mesmo tempo, o grupo de referência seguiu a abordagem tradicional apresentada nos livros didáticos. Por fim, os dois grupos realizaram um pós-teste, cujos resultados foram analisados sob os seguintes pontos de vista: análise do desempenho geral dos grupos, dos desempenhos por item, por objetivo e por indivíduo e por fim a análise da qualidade dos erros e dos procedimentos.

Resultado: Nas análises do desempenho geral e do percentual de acertos por item das questões aplicadas aos alunos no pós-teste, o grupo experimental atingiu um patamar consideravelmente superior que o alcançado pelo grupo de referência. Os erros cometidos pelo grupo experimental ao final do estudo não eram específicos do conteúdo de logaritmos. Já os participantes da pesquisa do grupo de referência, ao responder o pós-teste, continuaram cometendo a maioria dos erros com relação a aprendizagem em pauta, detectados no pré-teste, inclusive aqueles localizados na aprendizagem de logaritmos. A calculadora representou para os alunos do grupo experimental um instrumento extremamente eficaz, visto que possibilitou centrar a atenção no conceito e não nas técnicas de cálculo.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_monica_karrer.pdf

¹¹ Segundo KARRER (1999, pp. 17), situações-problema é a idéia de resoluções de problemas matemáticos que estão fortemente relacionados com a interação sujeito-objeto, além de explorar em sala de aula – ambiente onde se desenvolve o conceito científico – situações espontâneas, as quais poderiam ser entendidas no dia a dia.

Investigações sobre a dissertação

A dissertação traz uma análise a partir de uma comparação entre o grupo de referência, em um ambiente tradicional, sem o uso da calculadora, com o grupo experimental, onde se utilizou a seqüência didática proposta com o uso da calculadora.

Segundo a autora, a calculadora é de fácil aquisição e representou, para os alunos do grupo experimental, um instrumento eficaz, visto que possibilitou centrar a atenção no conceito e não nas técnicas de cálculo.

Essa dissertação detalha o desempenho que os alunos do grupo experimental alcançaram com relação à aprendizagem em pauta em relação ao grupo de referência, comparando-os. As análises mostraram que o grupo experimental atingiu um patamar consideravelmente superior ao alcançado pelo grupo de referência. Notou-se superação de erros no grupo experimental, fato que não pode ser verificado em relação ao outro grupo, devido ao grande número de questões não respondidas pelos alunos.

Assim, conclui-se que a seqüência didática desenvolvida com o grupo experimental cumpriu seu papel de possibilitar a construção do conceito inicial do logaritmo.

3.1.10 – Título: Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional

Fichamento da dissertação

Autora: Diana MAIA

Ano de defesa: 2007

Orientador: Dr. Saddo Ag Almouloud

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Quatro duplas de alunos da oitava série do Ensino Fundamental de uma escola particular na cidade de São Bernardo do Campo, no Estado de São Paulo, que participaram de sete sessões de cinqüenta minutos cada.

Palavras-Chave: Função quadrática, variáveis visuais, unidades simbólicas significativas, *milieu*¹², *Winplot*.

Objetivo: Complementar estudos já realizados a respeito do ensino da função quadrática e da utilização de *software* para esse fim, com o intuito de abordar a questão da construção gráfica da função quadrática utilizando o procedimento de interpretação global das propriedades figurais e, ainda, inserir uma dinâmica lúdica para introduzir as noções de intervalo e domínio da função. O objetivo dessa dissertação não é introduzir o conceito de função quadrática e sim proporcionar ao aluno outra visão a respeito da construção de gráficos, observando determinadas propriedades, segundo o procedimento de interpretação global das propriedades figurais, por isso a utilização do *software* *Winplot* no ensino e aprendizagem de funções como um fator de estímulo para a melhor compreensão do conceito.

Questões de pesquisa: Será que a impossibilidade de construir exatamente o gráfico de uma função, citada pelos autores de livros didáticos analisados nesta dissertação, não poderia ser sanada com o uso de um *software* apropriado e a partir das construções feitas nos computadores poderíamos explorar as características visuais da representação gráfica a fim de introduzir outro procedimento que permita complementar o estudo da função quadrática? É possível que alunos de oitava série do Ensino Fundamental se apropriem do processo de construção gráfica da função quadrática como um conjunto de variáveis visuais que implicam em unidades simbólicas significativas da escrita algébrica utilizando um ambiente computacional aliado ao caráter interativo como uma das ferramentas de aprendizagem?

Tecnologia: Software *Winplot*. É um *software* gratuito utilizado para construir gráficos de funções de Matemática em um ambiente *Microsoft Windows*.

¹²

Meio.

Metodologia: Engenharia Didática de Michèle Artigue (1995), que se caracteriza por um esquema experimental baseado nas realizações didáticas de sequência de ensino, permitindo uma validação interna a partir da confrontação das análises *a priori* e *posteriori*.

Foi elaborada uma sequência didática dividida em três partes: a primeira parte composta de quatro atividades visando a introduzir a forma canônica da função quadrática, ou seja, realizando um tratamento na escrita algébrica da função com o intuito de observar esses conceitos no gráfico. A segunda parte corresponde à quinta atividade, que visa a aplicar os conceitos aprendidos e a introduzir a noção de domínio e intervalo de maneira prazerosa, como um entretenimento. Finalmente a terceira parte corresponde à sexta atividade, na qual os alunos devem se reutilizar dos conhecimentos adquiridos.

Resultado: Houve um avanço importante por parte dos alunos na apreensão do conceito de função quadrática propiciado pela compreensão e articulação entre as variáveis visuais e unidades simbólicas significativas.

O referencial teórico adotado está intimamente ligado aos resultados positivos obtidos nesta pesquisa, pois sem a Engenharia Didática de Michèle Artigue (1995) não seria possível construir uma sequência didática que permitisse observar quais modificações na escrita algébrica acarretam mudanças na representação gráfica da função e vice-versa. E, além disso, a autora da dissertação, quando estabeleceu as variáveis visuais e suas correspondentes unidades simbólicas significativas proporcionou aos alunos momentos de reflexão a respeito dos gráficos das funções quadráticas e suas respectivas expressões algébricas.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_diana_maia.pdf

Investigações sobre a dissertação

A dissertação traz a explicação que o software *Winplot*. é um programa de domínio público, contudo os aplicativos mais recentes têm uma sintaxe mais complexa e são de alto custo para o usuário. Foi recentemente traduzido para o Português e pode ser encontrado no site <http://math.exeter.edu/rparris>.

Houve uma explicação também a respeito do funcionamento das ferramentas desse programa utilizadas para realizar a sequência didática desenvolvida pelos alunos.

Além disso, foi destacado que os alunos teriam que se familiarizar com uma nova escrita, pois as funções quadráticas digitadas no programa têm uma nova forma de se escrever.

A dinâmica do *software* propiciou aos alunos maior interação com os gráficos e suas respectivas fórmulas, pois eles colocavam cores diferentes para cada uma das representações e conseguiam observar o que estava acontecendo com os gráficos quando modificavam a escrita algébrica. Em todas as sequências de atividades os alunos deveriam construir os gráficos pedidos utilizando o *software* e responder às perguntas no papel.

Na primeira sequência de atividades atribuída aos alunos, com o auxílio de uma animação feita no *Winplot*, eles perceberam que se fosse atribuído o valor zero ao primeiro termo da equação do segundo grau o gráfico deixava de ser uma parábola e passava a ser uma reta.

Na segunda atividade, os alunos foram motivados pelos recursos do *software* e puderam testar suas hipóteses para resolver os exercícios, o que seria perfeitamente possível com lápis e papel, mas o tempo gasto com a construção não permitiria muitas discussões, as quais ocorreram. Além disso, a satisfação de mudar um elemento – unidade simbólica significativa – na expressão algébrica, vendo a mudança na representação gráfica tão rapidamente, e verificar que suas hipóteses estavam corretas não seria a mesma.

Durante a aplicação da quarta atividade foram encontrados alguns problemas, pois os alunos estavam com dificuldades de realizá-la, já que não poderiam usar o *Winplot* naquele momento. Contudo a situação foi contornada por meio de outra estratégia de aplicação, no ambiente papel e lápis. Em seguida, no *software*, as atividades foram dadas de forma mais específica para que os alunos pudessem compreender os conceitos envolvidos e pudessem trabalhar tanto no *software* quanto desenhando no papel.

Os alunos também ficaram muito motivados ao realizar as duas últimas atividades, levando à descoberta da utilização de intervalos para limitar o gráfico das

funções necessárias para sua construção, graças ao caráter interativo da sequência de ensino.

E mesmo durante essas últimas atividades, se a primeira função a ser utilizada para começar o gráfico da função fosse feita por tentativa, quando os alunos começavam a completar o gráfico eles já não arriscavam qualquer valor para os parâmetros e sim discutiam com seus parceiros, apontavam para a tela do computador, argumentando qual deveria ser a função para que ela se ajustasse ao gráfico e se encaixasse perfeitamente.

Conclui-se que essa participação efetiva dos alunos na realização de todas as atividades, as discussões realizadas, levaram a um crescimento na compreensão de construção e análise de gráficos de função quadrática.

3.1.11 – Título: Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem

Fichamento da dissertação

Autor: José Manuel Ribeiro de MELO

Ano de defesa: 2002

Orientador: Dr. Benedito Antonio da Silva

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 30 (trinta) alunos do segundo semestre do Curso de Matemática do Centro Universitário São Camilo. Os estudantes do Curso de Cálculo Diferencial e Integral foram divididos em duplas no laboratório de informática em quatro sessões de três horas de duração cada uma, nos meses de setembro e outubro de 2001.

Palavras-chave: Integral, área, ambiente computacional, simulação, visualização, significação.

Objetivo: Elaboração e aplicação de uma sequência de ensino baseada na fundamentação teórica e nos principais elementos históricos da integral, implantada

num ambiente computacional, com o objetivo de os estudantes do curso de Cálculo darem significação ao conceito de integral.

Questões de pesquisa: Os alunos são capazes de construir o conceito da integral, por meio de atividades que levem em conta sua gênese, utilizando um software matemático?

Tecnologia: Software *Maple V Release 4*, que permite efetuar manipulações simbólicas e numéricas e construir gráficos a partir de expressões algébricas. Trata-se de um software que tem múltiplas representações, principalmente a algébrica e a geométrica, que permitem utilizar cada uma delas no estudo de funções, limites, derivadas, integrais entre outros tópicos de Cálculo.

Metodologia: Computador/software como uma ferramenta didática. Análise qualitativa fundamentada em uma seqüência didática composta de quatro atividades, baseada na simulação e visualização, na qual o aluno foi motivado a descrever as várias etapas que compõe a compreensão do conceito da integral, implantada no computador por meio do software *Maple*, e também resolver algumas atividades no ambiente lápis e papel.

Resultado: A utilização do computador para a aplicação das atividades permitiu o surgimento do processo de visualização, a simulação, o aprofundamento do pensamento matemático, as conjecturas, as refutações e validações. A aplicação da sequência de ensino evidenciou que num ambiente computacional o ensino e a aprendizagem passaram a ser mais significativos, contextualizados e motivantes para os alunos e professores.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_jose_manuel_melo.pdf

Investigações sobre a dissertação

Segundo o autor da dissertação, o software está disponibilizado nos computadores do laboratório de informática da instituição em que a sequência foi aplicada e trata-se de um software já utilizado nas aulas de Cálculo. Contudo a obra

não explicita onde se pode encontrar ou reproduzir essa tecnologia computacional, nem se o *software* é livre ou não.

Porém, o autor coloca as seguintes vantagens com relação à escolha deste *software*: facilidade na sua manipulação sem necessidade de conhecimento prévio de computação ou programação e possibilidade de trabalhar o conteúdo matemático proposto.

Contudo ele diz que a utilização do computador na primeira atividade dificultou a realização do trabalho pelo desconhecimento dos alunos dos principais comandos do *software*. Depois da familiarização os estudantes foram interagindo e dominando os comandos básicos do programa; no entanto o trabalho não fornece nenhuma informação com relação às limitações que pudessem existir com relação à utilização do instrumento tecnológico.

A dissertação ressalta também os aspectos divertidos de se aprender com o computador, a possibilidade de captação do significado do conceito matemático em pauta, entendido como fazer e modificar parâmetros para a compreensão dos conceitos e construção de significados. Em algumas questões o computador se mostrou totalmente integrado e em outras foi utilizado apenas como um instrumento para determinar a solução da questão proposta, sem se integrar na ecologia cognitiva¹³.

Comparando-se o ambiente lápis e papel com o computador, o primeiro foi necessário para a teoria, cálculos e raciocínio; já o segundo ambiente foi importante para a visualização de aplicações de conceitos matemáticos no computador, pois impulsionou os alunos em perpetrarem reflexões e depurações algébricas e visuais surgidas antes dos cálculos, conjecturando-se uma relação existente entre as mídias e o pensar matemático. Além disso, a utilização do computador requer outra forma de pensar, diferente da utilizada tradicionalmente.

Conclui-se que o sucesso da aplicação de uma sequência de ensino que utilize o computador para construir conceitos matemáticos, de forma mais significativa,

¹³ A partir do conhecimento por redes favorecido pela informática, LÉVY (1999) desenvolve uma noção de ecologia cognitiva. Ele afirma que a inteligência ou a cognição é resultado de redes complexas onde interage um grande número de atores humanos, biólogos e técnicos. Não sou “eu” que sou inteligente, mas “eu” como um grupo humano do qual sou membro. (MELO, 2002, p. 30)

necessita do envolvimento dos alunos e do professor, respeitando os limites e o ritmo de cada um deles.

3.1.12 – Título: Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações

Fichamento da dissertação

Autor: João Pereira da Silva NETO

Ano de defesa: 2006

Orientadora: Dra. Célia Maria Carolino Pires

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: 12 (doze) alunos de uma instituição particular, pertencentes ao curso de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Conceito de limite, ensino e aprendizagem, uso de tecnologias.

Objetivo: Criar ambientes que possam favorecer o ensino e a aprendizagem em sala de aula, buscando um tratamento que evidencie a importância do conceito de limite na disciplina de Matemática e mostrando sua aplicação em outras áreas do conhecimento com o auxílio de tecnologias. Estimular a reflexão sobre a utilização de recursos didáticos tecnológicos adequados para a aprendizagem deste conteúdo.

Questões de pesquisa: Buscando elaborar atividades que possam dar significado à aprendizagem da idéia de limite e fazendo uso de softwares como ferramenta auxiliar, é possível melhorar o envolvimento dos alunos na aprendizagem desse conceito?

Tecnologia: *Cabri-Géomètre, Graphmatica e Microsoft Excel.*

Metodologia: Pesquisa bibliográfica para levantamento de dados históricos do ensino do conceito de limite. Entrevista com dez professores para identificar bibliografias e recursos utilizados por eles nas aulas, em particular para o ensino de limite. A próxima etapa foi a elaboração de uma sequência de atividades, um mini-

curso, utilizando os softwares *Graphmatica*, *Cabri-Géomètre* e *Microsoft Excel* e a aplicação dessas atividades se deu em cinco encontros em laboratório de informática. Ao término do mini-curso os alunos responderam a um questionário que tinha como finalidade identificar suas opiniões a respeito da proposta desenvolvida. O objetivo dessa etapa foi de facilitar a compreensão do conceito de limite e ajudar professores e sua exposição em ambientes informatizados ou em locais que oferecem poucos recursos didáticos (muitas vezes limitados ao quadro, giz e retroprojetor). Três professores de Cálculo que participaram das aulas do mini-curso como monitores e observadores também foram convidados a apresentar suas críticas e sugestões.

Resultado: O uso de recursos da informática para o ensino e aprendizagem de cálculo, em especial de limite e a aplicabilidade desse conhecimento em outras áreas afins, é totalmente viável e de grande aceitação, tanto pelo corpo docente como discente, pois facilita o entendimento da matéria pelos alunos e agiliza o trabalho dos professores.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_joao_pereira_silva_neto.pdf

Investigações sobre a dissertação

Essa dissertação utilizou os softwares *Graphmatica*, *Cabri-géomètre* e *Microsoft Excel*. Segundo o autor, para se ter informações de como se utilizam essas tecnologias pode-se entrar nos sites: www.somatematica.com.br, www.cabri.com.br e <http://mars.fis.uc.pt/~helmut/aulas/ea/apontamentos/manualexcel.pdf>. Contudo o trabalho não contém subsídios sobre as limitações de cada um desses recursos tecnológicos ou mesmo se eles são gratuitos ou não.

Como vantagem, a pesquisa trouxe a opinião de um professor que analisou o material utilizado nessa pesquisa e, segundo ele, o uso de recursos computacionais facilita a execução da sequência de atividades propostas aos alunos, pois a realização das atividades se tornou mais fácil e rápida. E ainda que, de fato, certas características do computador, como capacidade de animação e facilidade de simular fenômenos, contribuem para que seja facilmente usado na condição de meio

didático e também que são inúmeros os recursos que oferece como ferramenta de aprendizagem, além de motivar e despertar a curiosidade do aluno.

Um ponto negativo apresentado pelo autor é o fato de que nem todas as instituições de ensino superior possuem infra-estrutura para a utilização de um laboratório de informática adequado. Além disso, outro professor entrevistado que também analisou o material da pesquisa afirmou que a gestão da aula num ambiente tecnológico não é simples, pois necessita de adaptação e aprendizagem das novas ferramentas utilizadas para a realização das atividades.

Finalizando, a pesquisa indica que o uso dos recursos da informática para o ensino e aprendizagem de cálculo, em especial de limite e a aplicabilidade desse conhecimento em outras áreas afins, é totalmente viável e de grande aceitação tanto pelo corpo docente como discente, pois facilita o entendimento da matéria pelos alunos e agiliza o trabalho dos professores.

3.1.13 – Título: Argumentação e prova na Matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia

Fichamento da dissertação

Autor: Paulo Rogério SALOMÃO

Ano de defesa: 2007

Orientadora: Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Vinte alunos de primeira série do Ensino Médio do período noturno de uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo.

Palavras-chave: Argumentação e Prova na Matemática Escolar; Padrões e Progressões; Educação Básica; Tecnologia na Educação Matemática

Objetivo: Essa pesquisa faz parte do projeto *AProvaME*, cujos objetivos são: investigar concepções sobre argumentação e prova de alunos adolescentes em escolas do Estado de São Paulo, formar grupos compostos por professores e

pesquisadores para elaboração de atividades envolvendo alunos em processos de construção de conhecimento, argumentos e provas em Matemática e o uso de tecnologia e investigar o papel do professor como mediador neste processo.

Questões de pesquisa: Em que medida, por meio da mediação do professor e das atividades propostas, é possível engajar os alunos em situações de argumentar, justificar e provar conjecturas sobre progressões aritméticas (PA)? O uso de tecnologias pode favorecer a construção de argumentos, justificativas e provas em PA pelos alunos?

Tecnologia: Microsoft Excel e Cabri-Géomètre.

Metodologia: Experimento de ensino ou *design research*.

Foram elaboradas algumas atividades que exigiam pouco uso do software Cabri-Géomètre e mais uso de argumentações e provas para se trabalhar com PA algébrica e geometricamente. As atividades foram desenvolvidas juntamente com os estudantes em cinco encontros, sendo que no primeiro houve a apresentação do software e das ferramentas básicas e necessárias para a realização das atividades propostas nesse trabalho. Houve uma análise antes da aplicação das atividades para direcionar a sequência de atividades que seriam elaboradas e uma análise após a aplicação das atividades para avaliar o progresso dos estudantes.

Resultado: Percebeu-se a necessidade da mediação do professor a cada término de atividade ou a cada término de um grupo de atividades, fazendo um fechamento, ou seja, propondo que os alunos confrontassem e discutissem, argumentando e justificando suas respostas, para que todos pudessem prosseguir as atividades seguintes sem comprometimento de suas conjecturas. O uso de tecnologia é um incentivo para a realização de atividades em qualquer área do conhecimento, pois os alunos sentem-se motivados por construir figuras geométricas no computador para a resolução de exercícios de Matemática.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_paulo_rogerio_salomao.pdf

Investigações sobre a dissertação

Essa dissertação dispõe de um tópico apenas para a apresentação, funcionamento e finalidade do software *Cabri-Géomètre* nos processos de ensino e de aprendizagem. Contudo não fornece informações de como encontrá-lo e se é um software livre ou não.

Segundo o autor, no geral, os alunos não apresentaram dificuldades quanto à utilização do *Cabri-Géomètre* para as atividades envolvidas, portanto ele conclui que os encontros foram suficientes para o aprendizado das ferramentas necessárias para as atividades. Além disso, também não há indícios das limitações que o software apresentava para a execução das mesmas.

A autora da pesquisa destaca o uso de tecnologia como motivadora para o aluno no sentido de utilizar uma ferramenta computacional para realização de suas atividades Matemáticas. No entanto, seu uso foi pontual, pois se limitou a poucas ferramentas.

O autor constata que houve a necessidade de mais uma ferramenta computacional para a validação das respostas dos alunos além do *Cabri-Géomètre*. O software *Microsoft Excel* cumpriria este papel, pois o professor poderia simplesmente fornecer pelo software a fórmula da PA e o aluno faria a verificação dos resultados com o *Microsoft Excel*. Ademais, além da oficina do *Cabri-Géomètre* poderia ser dada uma oficina do *Microsoft Excel* para que o próprio aluno desenvolvesse a fórmula da PA pela generalização de suas conjecturas, calculando seus resultados com muitos valores e também com valores elevados em uma rapidez que só o computador pode oferecer.

3.1.14 – Título: Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento

Fichamento da dissertação

Autor: Antonio dos SANTOS

Ano de defesa: 2005

Orientador: Dr. Vincenzo Bongiovanni

Linha de pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: dez duplas de alunos de primeiro, segundo e terceiro ano do Ensino Médio da ETE (Escola Técnica Estadual) Carlos de Campos, localizada na Rua Oriente, bairro do Brás na cidade de São Paulo.

Palavras-chave: função do 1º (primeiro) grau, função do 2º (segundo) grau, software, teoria, gráficos.

Objetivo: uma proposta para a revisão e recuperação dos alunos do Ensino Médio no estudo das funções de primeiro e segundo graus, que devem estar associadas a problemas ou mesmo a situações que tenham significado para o aluno, o qual deve ter sua compreensão facilitada por meios visuais (por exemplo, achar a área máxima de um retângulo). Para tanto a escolha e a utilização de um software educacional com imagens, sons e textos como ferramenta auxiliar para esta compreensão é fundamental para complementar o propósito da dissertação, fora do ambiente escolar, em horário e disponibilidade à escolha do aprendiz.

Questões de pesquisa: em que medida uma proposta de resolução de situações que envolvem problemas de funções, num software no estudo de funções, para aluno do ensino médio, apresentada num ambiente informatizado, contribui na aprendizagem e/ou recuperação desses alunos?

Tecnologia: um CD constituído de um software que além de apresentar atividades exploradas por meio de situações que envolvem problemas de funções de primeiro e segundo graus engloba ajudas específicas nas atividades, teorias sobre diversos conteúdos envolvidos nas funções e aulas-filme sobre funções e gráficos.

Metodologia: definição da teoria da aprendizagem; análise dos requisitos do sistema; análise dos requisitos do software; planejamento preliminar; planejamento detalhado; codificação e correção; testes; operação e manutenção.

Foram levados em conta dois aspectos fundamentais e relevantes para a confecção do CD: trabalhar as funções com atividades envolvidas em exercícios mais estimulantes para o aluno, dentro de situações-problema, ou seja, não trabalhar com a resolução de exercícios repetitivos retirados dos livros didáticos; o aluno poder consultar o software sem muitas complicações, sem a ajuda do professor de Matemática.

Resultado: o uso do *software* foi significativo para os alunos, pois contribuiu para estimular o estudo e revisão das funções. O autor percebeu que o envolvimento dos alunos foi muito bom, pois, com exceção de uma das duplas, todas as demais se mantiveram durante todo o tempo na sala para responder às atividades, mesmo sabendo que essas não os ajudariam em suas notas na escola.

Na aplicação das atividades no ambiente papel e lápis os alunos conseguiram resolver muitos exercícios sem a aplicação de conceitos ou fórmulas matemáticas prontas.

Além disso, ao usar o *software* houve uma aceitação e até melhoria nas resoluções, pois enquanto os alunos não acertavam a atividade proposta buscavam novas formas de resolvê-las baseadas nas ajudas disponíveis e nos conhecimentos adquiridos anteriormente em sala de aula ou em outro momento de sua vida escolar (chamado conhecimento disponível).

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao_antonio_santos.pdf

Investigações sobre a dissertação

A dissertação faz uma análise dos ambientes informatizados e a concepção geral do CD-ROM, aborda o *software* utilizado trazendo informações dos conteúdos disponíveis, além de mostrar como o usuário pode utilizar o CD.

Os alunos precisaram mostrar seus conhecimentos em dois ambientes diferentes, os quais foram comparados da seguinte forma:

- Ambiente papel e lápis: embora os aprendizes tivessem ajuda de livros didáticos e calculadoras, eles não sabiam exatamente se os resultados conseguidos ao término de cada atividade estavam realmente corretos. Na resolução das atividades sobre funções de primeiro grau muitos alunos não se lembravam da forma reduzida de uma função linear, mas ao usarem a proporcionalidade saíram-se muito bem, pois resolveram facilmente essas questões. A maior incidência de erros ocorreu exatamente nas atividades sobre funções do segundo grau, e nesse caso os

educandos não tinham como verificar onde estavam errando, pois nenhuma ajuda específica lhes foi fornecida.

- Ambiente computacional: os alunos tiveram mais facilidade, visto que entre quatro atividades consultadas três foram feitas por terem as ajudas disponíveis. Esse fato foi relevante no trabalho proposto porque os alunos conseguiram chegar ao resultado não por verem resoluções de um exercício semelhante, como ocorre muitas vezes com uma consulta a um livro didático na sala de aula, mas sim porque foram dadas algumas pistas fundamentais para que seu raciocínio fosse concretizado de maneira satisfatória, permitindo-lhe chegar à solução correta da atividade.

Assim o autor apresenta as vantagens que o software proporcionou para a aprendizagem em comparação com o ambiente lápis-papel. Contudo não especifica desvantagens do uso da tecnologia, apenas aponta que os alunos não tiveram dificuldades para aprender a manusear o software e que eles foram bem sucedidos nesse processo de aprendizagem.

3.1.15 – Título: Função Afim $y = ax + b$: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo

Fichamento da dissertação

Autor: Edivaldo Pinto dos SANTOS

Ano de defesa: 2002

Orientador: Dr. Benedito Antonio da Silva

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Cinco duplas de alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola particular na cidade de São Paulo.

Palavras-Chave: No conteúdo da dissertação não está explícito as palavras-chave do trabalho.

Objetivo: Estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$ pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim com o auxílio de um software construído especialmente para esta finalidade e elaborar uma sequência didática baseada em alguns princípios da informática na educação e na teoria de Raymond Duval (1999). Os participantes da pesquisa tinham por objetivo encontrar a equação da reta correspondente à que aparecia na tela do computador.

Questões de pesquisa: Elaborando atividades que trabalhem, com o auxílio da informática, as relações entre as representações gráficas e algébricas da função afim é possível proporcionar ao aluno uma melhor compreensão da conversão do registro gráfico para o algébrico?

Tecnologia: Um software do tipo jogo construído pelo autor, chamado *Funcplus*, cuja construção foi baseada no *Functuse*, software utilizado na tese de Antonie Dagher, defendida na França em 1993.

Metodologia: Foi aplicado um pré-teste e um pós-teste somente com papel e lápis. No intervalo entre esses foram realizadas duas sessões de ensino utilizando o software com o objetivo de proporcionar ao aluno uma melhor compreensão dos coeficientes da equação associada a uma reta na articulação visada. Além disso, em todas as fases da experimentação a função trabalhada pelos alunos foi a afim. Assim, propôs-se ao aluno tratar a questão da associação reta-equação utilizando as ações do programa: fixar coordenadas, traçar uma reta, entre outras. Eventualmente o aluno poderia também abdicar de ações de cálculo matemático usando papel e lápis (obter uma equação, escrever um sistema de equações, resolver um sistema de equações) e também de ações matemáticas de leitura e de estimativas (ler as coordenadas, ler um coeficiente, estimar um coeficiente).

Resultado: Houve uma evolução em relação à construção de significados dos coeficientes da representação algébrica da função afim associados à sua representação gráfica, isto é, a reta correspondente. A investigação evidencia que o ambiente informático estabelecido possibilitou uma nova forma de trabalhar com os alunos, de avaliar seus desempenhos, enfim, de desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da função afim, mais especificamente da conversão do registro gráfico para o algébrico.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_edivaldo_santos.pdf

Investigações sobre a dissertação

Essa dissertação fornece detalhes a respeito do funcionamento do *software* e expõe os seguintes limites da contribuição da ferramenta informática na aprendizagem:

- A dificuldade de entrar no jogo durante a sessão reflete a necessidade de um tempo maior com o objeto estudo, bem como a familiarização com o programa antes do jogo.
- Em alguns casos os saberes manifestados com estabilidade na sessão jogo não foram utilizados no ambiente tradicional, logo essa transferência de saberes nos ambientes diferentes não foi efetiva.

Referente aos pontos positivos da utilização do *software* o autor coloca:

- As experimentações tendem a comprovar que a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$ por meio da articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, em geral resistente ao ensino usual, é suscetível a saltos qualitativos via a interação aluno/*software*, ainda que de curta duração, com um ambiente informático.
- Esse ambiente deu acesso a dados que permitiram identificar os fenômenos difficilmente perceptíveis nos ambientes usuais.
- Os alunos puderam realizar o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração através das atividades de resolução de problemas no computador e assim puderam articular saberes e estratégias já conhecidas e ainda buscar novos saberes.
- A visualização e a experimentação tiveram um importante papel na compreensão de alguns saberes ligados aos coeficientes da função afim.
- O jogo permitiu que os problemas fossem apresentados de modo atrativo e favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.

- No ambiente papel e lápis as aprendizagens obtidas no trabalho poderiam se concretizar, contudo o ambiente informático permitiu ao aluno de forma autônoma aprofundar certas aprendizagens.

- As familiaridades construídas via ambiente computacional podem conduzir a uma melhora na capacidade de precisar e estimar os coeficientes do registro algébrico de uma função afim.

Isto posto, esse *software* propiciou mais precisamente o estudo dos processos de aprendizagem ligados à construção de significados dos coeficientes da equação associados a uma reta num referencial dado.

3.1.16 – Título: Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função

Fichamento da dissertação

Autor: Ronaldo Penna SARAIVA

Ano de defesa: 2000

Orientador: Dra. Sonia Barbosa Camargo Igliori

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Dez alunos do curso de Licenciatura em Matemática do terceiro ano, divididos em cinco duplas.

Palavras-Chave: No conteúdo da dissertação não está explícito as palavras-chave do trabalho.

Objetivo: avaliar os ganhos pedagógicos que se podem obter no ensino de limite quando se utilizam meios tecnológicos (computadores e/ou calculadoras gráficas), introduzindo o conceito de limite através de atividades relacionadas com a evolução histórica desse conceito.

Questões de pesquisa: No conteúdo da dissertação não está explícito as questões de pesquisa do trabalho.

Tecnologias:

- Atividade inicial: *Derive*, *Microsoft Excel* ou calculadora TI-92.
- Atividade 1: MPP (Mathematics Plotting Programs);
- Atividade 2: *Derive*, *Microsoft Excel* ou calculadora TI-92.
- Atividade 3: *Derive*, *Microsoft Excel* ou calculadora TI-92.

Metodologia: Foi aplicado um pré-teste, uma sequência didática utilizando recursos informáticos e um pós-teste aos alunos.

Resultado: A utilização de ferramentas informatizadas aliada a procedimentos históricos relacionados com os conceitos de integral e derivada, e consequentemente com o de limite, possibilitou a organização da seqüência didática de modo a explorar idéias relacionadas às noções de proximidade e estas noções auxiliam na conceituação de limite. A sequência proposta nessa pesquisa permitiu a evolução do conhecimento dos alunos no que diz respeito à interpretação gráfica de limite e deu subsídios para que antes de se calcular o limite algebricamente o aprendiz saiba qual é o limite em questão.

Resumo disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/SARAIVA_ronaldo.html

Investigações sobre a dissertação

A dissertação traz a seguinte análise das potencialidades dos softwares de Matemática e a calculadora TI-92 no processo de ensino-aprendizagem em pauta:

- a) Permitem uma construção de situações nas quais as variáveis podem ser controladas, pois os softwares têm um tratamento não só numérico como também algébrico.
- b) Permitem a identificação e a interpretação dos erros e das condições de seu aparecimento, pois os softwares não apagam as linhas de resolução, permitindo que todos os passos seguidos pelos alunos sejam identificados e interpretados.
- c) Permitem a construção de um modelo previsor de processos errôneos de sintaxe.

- d) Os softwares e as calculadoras impõem ao usuário alguns entraves, como por exemplo a língua em que os softwares foram desenvolvidos e as linguagens de programação dos mesmos requerem um tempo para adaptação, mas são facilmente superáveis, pois as notações e representações que os softwares utilizam são quase as mesmas utilizadas por professores em sala de aula.
- e) Os softwares e as calculadoras induzem alguns comportamentos, como por exemplo o tratamento numérico de alguns tópicos, mas permitem um tratamento algébrico em outros tópicos. O ensino e a aprendizagem não dependem única e exclusivamente da utilização de um software, mas de um conjunto de atividades no qual o software é utilizado; ou seja, o software é apenas uma ferramenta, como a régua e o compasso.
- f) Os efeitos da transposição informática do saber matemático sobre o conhecimento construído pelo aluno na interação com o dispositivo informático são relevantes e não podem ser deixados de lado ao analisarmos um software. Uma das saídas que se encontrou foi desenvolver algumas notações simbólicas iguais às que os softwares usam.
- g) As influências das características específicas dos softwares são de grande ajuda, pois além de serem os primeiros a utilizarem números reais e não apenas aproximações decimais, como os demais, deixam à disposição do professor um maior número de variáveis didáticas para a construção de uma ou mais situações que envolvem problemas matemáticos.
- h) Os softwares permitem ao professor uma troca de objeto e ferramenta de ensino que não se pode fazer sem a utilização dos mesmos. Por exemplo, em algumas aulas o limite é utilizado como ferramenta para a construção de gráficos de algumas funções, como as funções do tipo $f(x) = (ax + b) \div (cx + d)$. Com o uso do computador ou de uma calculadora gráfica podemos utilizar o gráfico de uma função como ferramenta para a determinação de um limite, como por exemplo calcular o limite da função $f(x) = (\operatorname{sen} x) \div x$ quando x tende a zero usando o gráfico da função $f(x) = (\operatorname{sen} x) \div x$, o que é praticamente impossível fazer em sala de aula sem a utilização de um software ou sem uma calculadora gráfica, pois o gráfico de uma função pode não ser algo fácil de construir.

i) O professor tem o papel fundamental na organização da classe. Ele deve prever o tempo necessário para desenvolver as situações que envolvem problemas matemáticos, o número de computadores, trabalho individual ou em grupo e outras variáveis que podem mudar de uma atividade para outra.

Em cada uma das atividades aplicadas ao aluno, o autor retrata como se deram as aulas e coloca quais vantagens e desvantagens em se utilizar um ambiente informático, as quais foram resumidas nos itens supracitados.

3.1.17 – Título: Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real: design e análise

Fichamento da Dissertação

Autora: Shirley Ferreira SIGNORELLI

Ano de defesa: 2007

Orientador: Profa. Dra. Janete Bolite Frant

Linha de Pesquisa: Tecnologias da Informação e Educação Matemática

Participantes da pesquisa: Estudantes dos cursos de Bacharelado em Ciência da Computação e Sistemas de Informação de uma instituição particular na cidade de São Paulo; dez alunos no primeiro semestre e sete alunos no segundo semestre.

Palavras-Chave: EaD, funções de uma variável real, ensino terceiro grau, estratégia argumentativa.

Objetivo: A elaboração e implementação de um ambiente virtual para um curso semipresencial onde os estudantes são dependentes na disciplina que aborda tópicos de pré-cálculo. O foco da dissertação recaiu na análise do ambiente, da viabilidade das ferramentas e das interações que ocorreram à distância no que tange as funções de uma variável real.

Questões de pesquisa: Que aspectos sobre a compreensão de funções de uma variável real foram ou não privilegiados nos diferentes espaços interativos –

fórum, chat, e-mail e diário? Que ferramentas se mostraram eficazes, ou não, neste processo? Que mudanças podem ser sugeridas?

Tecnologia: Plataforma *BlackBoard*, que é uma plataforma que assim como outras pode propiciar a autonomia de professores e tutores no desenvolvimento, gerenciamento e oferecimento de cursos ou disciplinas *online*. O docente tem autonomia para publicar e editar seus cursos utilizando diferentes tipos de arquivos (documentos, vídeos, áudio ou qualquer material digitalizado); além disso, possui acesso total ao gerenciamento das atividades e participação dos alunos

Metodologia: A autora da dissertação lecionou no primeiro e segundo bimestres de 2006 para duas turmas diferentes uma disciplina que abordava tópicos de pré-cálculo com foco principal em funções de uma variável real, sendo que todos os alunos já haviam cursado tal disciplina pelo menos uma vez presencialmente e foram reprovados.

O desenvolvimento das atividades se deu através do ambiente virtual *BlackBoard*. A disciplina foi estruturada da seguinte forma:

- Encontro presencial realizado no inicio do período letivo para sanar dúvidas sobre ferramenta e problemas de *login*. Todo e qualquer problema com a ferramenta deveria ser encaminhado pelo aluno ao suporte.
- Publicação semanal (toda terça-feira) do material didático elaborado para cada tópico, conforme programação disponível no ambiente.
- Publicação semanal (toda terça-feira) da atividade (lista de exercícios, exercício programa ou projeto) a ser entregue por meio de ferramentas do próprio ambiente na data definida pelo docente (entre sete e quinze dias).
- Publicação semanal (toda terça-feira) do resultado/correção da atividade entregue pelo aluno.
- Publicação do material complementar para apoio aos estudos e desenvolvimento das atividades.
- Duas avaliações presenciais conforme calendário.
- Atendimento virtual por meio de *chat*, mensagem ou fórum.
- Atendimento presencial sob demanda agendado com o docente.

A supervisão da disciplina, da postagem de material, do desempenho dos alunos e da infra-estrutura foi feita pela coordenação do curso assistida pela autora da dissertação.

No total, houve doze aulas na modalidade presencial e sessenta na modalidade não presencial, no ambiente *BlackBoard*. Entretanto, devido à facilidade de acesso ao docente, algumas dúvidas foram tiradas pessoalmente em encontros rápidos não oficiais.

Resultado: A plataforma *BlackBoard* e as ferramentas foram analisadas segundo critérios definidos por CHAVES (2000) e se mostraram eficazes como ambiente virtual de aprendizagem atendendo, para o curso, os critérios necessários. A análise dos discursos dos alunos e docente baseada no Modelo de Estratégia Argumentativa (CASTRO et. al., 2004) permitiu levantar alguns aspectos sobre compreensão de funções de uma variável real que foram privilegiados nos diferentes espaços interativos como fórum, *chat*, *e-mail* e diário de bordo, tais como o fato de que a produção de significados em Matemática pode estar apoiada na autoridade do professor ou em alunos bem vistos pela classe, na linguagem cotidiana e no aspecto cultural. Observou-se ainda que além da falta de pré-requisitos de Matemática básica, ainda há falta de cultura de trabalhos *on-line*.

Trabalho disponível em:

http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_shirley_ferreira_signorelli.pdf

Investigações sobre a dissertação

A plataforma utilizada para o desenvolvimento do curso à distância foi a *BlackBoard*, que propiciou a autonomia dos responsáveis pelo desenvolvimento, oferecimento e gerenciamento da disciplina *on-line*.

A autora dessa dissertação explica detalhadamente sobre o funcionamento dessa plataforma. Contudo ela expõe que a criação das áreas em que este ambiente foi desenvolvido, inserção/remoção dos alunos e docentes e equipe de suporte técnico ficou sob a responsabilidade da unidade de ensino à distância da universidade que a autora atuou. Logo ela não pôde analisar se há facilidade ou não nestas ações.

Porém a autora apresentou os seguintes problemas com relação às ferramentas e à plataforma utilizada para o desenvolvimento da disciplina:

- O Glossário Individual apresentou problemas técnicos sempre que eram acrescentados sinais matemáticos, como símbolos de desigualdade. Em consequência, no segundo semestre tal ferramenta não foi utilizada, sendo que atividades desenvolvidas nela deveriam ser feitas no próprio diário.

- O Diário de Bordo não foi bem aceito pelos alunos no primeiro semestre. No segundo semestre ele foi substituído pelo Diário de Rotina e seu preenchimento passou a ser obrigatório para os estudantes. Entretanto ele não permitia mais ter a opção privado e sim somente público. Não foi anexada nenhuma imagem nas mensagens.

- O Fórum não foi muito utilizado pelos estudantes no primeiro semestre pois os alunos optavam por pequenos encontros presenciais. No segundo semestre ele foi substituído por um Fórum Geral, para assuntos administrativos, e um Fórum para cada tópico da disciplina. Contudo os *e-mails* foram utilizados apenas para assuntos individuais. Segundo os alunos, as mensagens dos fóruns poderiam ser direcionadas para o *e-mail* particular de cada um, facilitando o acesso diário.

- O *Chat* e a Sala Virtual também não foram utilizados pois os alunos não tinham disponibilidade de horário para se conectar ao mesmo tempo. Além disso era mais fácil eles se encontrarem na instituição pessoalmente.

- Os alunos tiveram dificuldades para utilizar a *WebEQ Equation Editor*, mas após a disponibilização de um manual não houve mais reclamações.

- Houve um aumento no número de questões não respondidas quando se tratavam de questões onde o aluno deveria enviar um arquivo como resposta.

- O professor, além de assumir o papel de tutor, também exerceu o papel de administrador e desenvolvedor do ambiente, sobrecregendo-o e afetando a condução e elaboração do curso.

- O *GradeBook*, além de ser difícil de visualizar, não permite a ordenação dos alunos pelo primeiro nome, somente pelo último, acarretando bastante trabalho para os professores gerenciarem as atividades propostas.

Apresento agora os pontos positivos que a dissertação traz com relação à utilização do ambiente virtual:

- A possibilidade de inclusão de outras ferramentas na plataforma em pauta, como por exemplo o Diário.
- A plataforma *BlackBoard* se mostrou eficaz como ambiente virtual de aprendizagem atendendo, para o curso, os critérios necessários.
- Não houve nenhuma evasão na disciplina, ao contrário do que geralmente acontece nos cursos à distância, com cerca de 60% (sessenta por cento) de abandono.

Finalizando, o trabalho traz que com o estabelecimento da nova LDB (Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) nas instituições de ensino médio e superior são utilizados cada vez mais cursos na modalidade EaD (educação à distância), os quais são atribuídos a professores não preparados para essa nova metodologia. Por consequência a aprendizagem não atinge os objetivos de maneira satisfatória.

3.2 – Categorizações das Dissertações com relação às Dimensões Algébricas (PCN, 1998)

Categorizamos as dissertações quanto à dimensão da Álgebra, segundo a definição descrita no tópico 2.2, Quadro 1 (Álgebra no Ensino Fundamental, PCN, Brasil, 1998, p. 116).

Algumas dissertações se enquadram em mais de uma Dimensão da Álgebra, portanto essas pertencerão a mais de um dos quadros que apresentaremos nos sub-tópicos a seguir.

3.2.1 – Aritmética Generalizada

As dissertações que se enquadram em Aritmética Generalizada, com relação à dimensão da Álgebra, segundo os PCN, Brasil (1998) são:

Quadro 4. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Aritmética Generalizada.

Autor	Título	Ano de defesa	Dimensão da álgebra	Mestrado
FORSTER S. R. L.	Ensino à Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real	2007	Aritmética Generalizada	Profissional
MELO, J. M. R.	Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem	2002	Aritmética generalizada	Acadêmico
NETO, J. P. S.	Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações	2006	Aritmética generalizada	Profissional
SALOMÃO P. R.	Argumentação e prova na matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia	2007	Aritmética generalizada	Profissional
SARAIVA, R. P.	Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função	2000	Aritmética generalizada	Acadêmico

Segundo Silva (2006, p. 106), a Aritmética Generalizada é vista nos PCN como uma possibilidade de identificar e generalizar sucessões numéricas e representações geométricas utilizando propriedades das operações aritméticas em que o aluno pode construir uma linguagem algébrica ao identificar e ao descrever simbolicamente as estruturas. Assim, o aprendiz deve praticar as seguintes ações com relação à aprendizagem algébrica: ampliar, construir, interpretar, resolver e utilizar. Logo, é exigido um esforço do aluno nesta dimensão algébrica para que haja uma construção de significados dos números naturais, inteiros e racionais e das operações aritméticas (SILVA, 2006, p. 104).

Nas dissertações de Forster (2007), Melo (2002), Neto (2006) e Saraiva, (2000), mencionadas acima, o assunto trabalhado foi referente ao ensino e aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, de cursos de Graduação em Matemática. A ementa dessa disciplina abordou os seguintes conteúdos algébricos nas dissertações: Funções de IR em IR; Limites e Continuidades de uma Variável Real e Aplicações; Conceitos de Integral. Em todos esses conteúdos algébricos é necessário que o aprendiz tenha conhecimento das operações aritméticas bem como dos números naturais, inteiros e racionais para

compreender as generalizações de padrões de funções e assim construir significado para a linguagem algébrica estudada.

A dissertação de Salomão (2007) aborda o conteúdo de Progressão Aritmética no Ensino Médio. Nesse assunto trabalha-se a generalização de sucessões numéricas em que o aluno deve utilizar propriedades das operações aritméticas, identificando e descrevendo simbolicamente as estruturas construídas.

Pode-se visualizar que em todos os trabalhos citados no Quadro IV há a necessidade de o aluno, ao participar da aprendizagem algébrica, praticar as seguintes ações, conforme Silva (2006): ampliar, construir, interpretar, resolver e utilizar. Identificamos assim as características da Aritmética Generalizada vista nos PCN e contidas nas dissertações pertencentes ao Quadro IV, referente à dimensão algébrica.

3.2.2 – Equações

As dissertações que se enquadram em Equações, com relação à dimensão da Álgebra, segundo os PCN, Brasil (1998) são:

Quadro 5. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a de Equações.

Autor	Título	Ano de defesa	Dimensão da álgebra	Mestrado
CHRISTO, D.	Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica	2006	Equações	Acadêmico
DANIEL, J. A.	Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX	2007	Equações	Profissional
SANTOS, A.	Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento	2005	Equações	Profissional

Nesta dimensão da Álgebra a letra é vista como incógnita para expressar relações, por isso não existe a preocupação em se trabalhar as funções. Nas dissertações de Christo (2006) e Daniel (2007) o tema de trabalho foi também sobre Equações Algébricas do Primeiro Grau. Na dissertação de Santos (2005) abordou-

se o conteúdo algébrico de funções do primeiro e segundo graus; contudo as atividades propostas continham equações algébricas de primeiro e segundo graus para os aprendizes desenvolverem. Pelo exposto essas três dissertações tratam de equações, que corresponde a esta dimensão algébrica.

3.2.3 – Estrutural

As dissertações que se enquadram na dimensão da Álgebra Estrutural, segundo os PCN, Brasil (1998), são:

Quadro 6. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Estrutural.

Autor	Título	Ano de defesa	Dimensão da álgebra	Mestrado
CHRISTO, D.	Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica	2006	Estrutural	Acadêmico
DANIEL, J. A.	Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX	2007	Estrutural	Profissional
FRANÇA, M. V. D.	Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica	2007	Estrutural	Acadêmico
SALOMÃO, P. R.	Argumentação e prova na matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia	2007	Estrutural	Profissional

Esta dimensão da Álgebra se caracteriza como estudo da estrutura da Aritmética e, ocasionalmente, de expressões em letras simbólicas sem considerar o significado dos símbolos. Pode também ser vista como uma linguagem que expressa pensamentos algébricos e registra expressões algébricas (Silva, 2006, p. 107). Além disso, uma estrutura algébrica consiste num conjunto associado a uma ou mais operações sobre o conjunto que satisfazem certos axiomas¹⁴.

¹⁴ Um axioma é uma sentença ou proposição que não é provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial necessário para a construção ou aceitação de uma teoria. Por esta razão é aceito como verdade e serve como ponto inicial para dedução e inferências de outras verdades (dependentes de teoria).

As dissertações de Christo (2006) e Daniel (2007) pertencentes ao Quadro IV trabalham com expressões algébricas, expressando assim pensamentos algébricos. A dissertação de França (2007) abrange o conteúdo de Álgebra Linear, ou seja, estruturas algébricas. Salomão (2007) aborda o conteúdo de Progressões Aritméticas (PA), onde as expressões algébricas são utilizadas para o registro de fórmulas de uma PA.

3.2.4 – Funcional

As dissertações que se enquadram em Funcional, com relação à dimensão da Álgebra, segundo os PCN, Brasil (1998), são:

Quadro 7. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Funcional.

Autor	Título	Ano de defesa	Dimensão da álgebra	Mestrado
ARAÚJO, E.	A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas	2005	Funcional	Profissional
COSTA, N. M. L.	Funções seno e cosseno: Uma sequência de ensino a partir dos contextos do "Mundo experimental" e do Computador	1997	Funcional	Acadêmico
FARIA, R.	Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica	2007	Funcional	Acadêmico
FORSTES R. L.	Ensino à Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real	2007	Funcional	Profissional
FORTES, R. M.	Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico	2007	Funcional	Acadêmico
KARRER, M.	Logaritmos: Proposta de uma sequência de ensino utilizando a calculadora	1999	Funcional	Acadêmico

Quadro 7. Dissertações em que a Dimensão Algébrica é a Funcional.

(Continua)

MAIA, D.	Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional	2007	Funcional	Acadêmico
MELO, J. M. R.	Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem	2002	Funcional	Acadêmico
NETO, J. P. S.	Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações	2006	Funcional	Profissional
SALOMÃO, P. R.	Argumentação e prova na matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia	2007	Funcional	Profissional
SANTOS, A.	Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento	2005	Funcional	Profissional
SANTOS, E. P.	Função Afim $y = ax + b$: a articulação entre os registros gráficos e algébricos com o auxílio de um software educativo	2002	Funcional	Acadêmico
SARAIVA, R. P.	Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função	2000	Funcional	Acadêmico
SIGNORELLI, S. F.	Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real	2007	Funcional	Acadêmico

Nesta dimensão algébrica trabalham-se os problemas, identificando o significado da letra enquanto incógnita, variável e parâmetro e o conhecimento das regras de uma equação, bem como sua resolução (SILVA, 2006, p. 105).

Todas as dissertações pertencentes ao Quadro VII abordaram o tópico de funções. Podemos identificar nessas dissertações: função afim, limite da função, funções de primeiro e de segundo graus, função logarítmica, funções seno e cosseno, função contínua, função exponencial, integral de uma função bem como os gráficos destas funções.

Percebemos das análises realizadas em relação à dimensão algébrica que as dissertações abrangeram todas as dimensões e buscaram com os recursos

tecnológicos atingir diferentes conteúdos, sendo que apenas três trabalhos não abrangeram a dimensão funcional. Tal fato pode ser explicado por ser considerada a dimensão que possibilita trabalhar a variável, pertinente às funções, assunto que permite o uso de recursos tecnológicos para facilitar e auxiliar a aprendizagem.

Concluímos assim a categorização das dissertações com relação à dimensão algébrica (PCN, Brasil, 1998) que cada trabalho se enquadra devido ao conteúdo algébrico que o(a) autor(a) abrangeu.

4 – CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DAS DISSERTAÇÕES ANALISADAS E RECOMENDAÇÕES

4.1 – Síntese dos comportamentos referentes à utilização de tecnologias nas dissertações

Apresentaremos o comportamento geral das dissertações referentes às questões propostas por Almouloud (2007, p. 9-10), as quais já foram apresentadas no tópico 1.3 e que foram ponderadas nas análises do item 3.1 desta dissertação.

As respostas que apresentaremos às questões propostas por Almouloud (2007, pp. 9-10) têm a finalidade de apontar relações entre o uso dessas tecnologias e a impulsão do ensino algébrico e, assim, verificar como a tecnologia influencia no resultado da aprendizagem em pauta.

O quadro a seguir apresentará como as dissertações que analisamos responderam à primeira pergunta, citada abaixo, a partir das nossas considerações expressas no item 3.1 desta dissertação. Responderemos à primeira questão de uma forma geral, categorizando-as resumidamente no Quadro 8:

1. Quais são as limitações (ou entraves, exigências) que o *software* impõe ao usuário? ALMOULLOUD (2007, p. 9-10)

Quadro 8. Limitações que a Tecnologia Impõe ao Usuário.

	Dissertação	Apontou onde encontrar ou reproduzir a tecnologia?	A tecnologia é livre	Limitações da tecnologia	Dificuldade de familiarização com a tecnologia
1	ARAÚJO, E. 2005	NÃO			
2	CHRISTO, D. 2006	NÃO, mas informa que é de fácil aquisição	NÃO		
3	COSTA, N. M. L. 1997	NÃO			SIM
4	DANIEL, J. A. 2007	SIM	SIM (versão demonstração)	- Não ensina regras e métodos	NÃO
5	FARIA, R. 2007	NÃO			
6	FORSTER, S. R. L. 2007	NÃO		- Não permite registro de fórmulas matemáticas	SIM
7	FORTES, R. M. 2007	NÃO			NÃO
8	FRANÇA, M. V. D. 2007	NÃO			SIM
9	KARRER. M. 1999	NÃO, mas informa que é de fácil aquisição			
10	MAIA, D. 2007	SIM	SIM	- Aplicativos com sintaxe mais complexa	SIM
11	MELO, J. M. R. 2002	NÃO			SIM

Quadro 8. Limitações que a Tecnologia Impõe ao Usuário.

(Continua)

12	NETO, J. P. S. 2006	SIM			
13	SALOMÃO, P. R. 2007	NÃO			NÃO
14	SANTOS, A. 2005	NÃO			NÃO
15	SANTOS, E. P. 2002	NÃO		- Dificuldade de acessar a tecnologia	SIM
16	SARAIVA, R. P. 2000	NÃO		- Adaptação da linguagem de programação da tecnologia	SIM
17	SIGNORELL I, S. F. 2007	NÃO		- Problemas com: Diário de bordo, <i>chat</i> , fórum, entre outros.	SIM

As dissertações que analisamos utilizaram *software* ou objetos robóticos já confeccionados ou produziram seu próprio instrumento tecnológico. Podemos verificar que o conteúdo de quatro das dezessete dissertações que analisamos esclareceram onde encontrar tal instrumento tecnológico, fornecendo *links* de internet. Por isso, na terceira coluna do Quadro 8, respondemos com um SIM ou com um NÃO para as dissertações que apontaram ou não, onde se pode encontrar, ou reproduzir, o *software* ou a tecnologia utilizada.

Alguns softwares utilizados são livres, contudo apenas três dissertações forneceram esta informação, sendo que apenas duas destas são livres. Logo colocamos NÃO para as dissertações que os autores esclareceram que as tecnologias utilizadas não são livres, SIM para as dissertações em que os autores explicaram que as tecnologias utilizadas são gratuitas e o campo ficou em branco quando os conteúdos das dissertações não aclararam se o instrumento tecnológico utilizado é livre ou não, conforme especificado na quarta coluna do Quadro 8.

Na quinta coluna informamos algumas limitações que o autor de cada dissertação analisada apontou a respeito da tecnologia por ele utilizada. Seis

autores das dissertações analisadas colocaram as limitações que a tecnologia utilizada impõe ao usuário. Assim, este campo ficou em branco para as dissertações que não expuseram claramente as limitações que o *software* ou outro instrumento tecnológico utilizado atribui aos participantes da pesquisa ou mesmo a qualquer usuário que desejasse utilizar a mesma tecnologia em pauta.

Na última coluna marcamos com um SIM para as dissertações que mencionaram que os participantes da pesquisa tiveram dificuldades de familiarização com o *software*, calculadora ou objetos robóticos. Indicamos com NÃO, neste campo, as dissertações que informaram que os participantes da pesquisa não tiveram dificuldades de familiarização com a tecnologia utilizada e ficou em branco quando a dissertação não forneceu nenhuma informação nesse aspecto. O conteúdo de cinco dissertações não comentou sobre se houve ou não dificuldades de familiarização com a tecnologia, enquanto oito autores colocaram que existiram imprevistos com a aprendizagem do uso do instrumento tecnológico e quatro autores expuseram que não houve tal dificuldade.

Podemos perceber a pouca preocupação da maioria dos autores de informar onde encontrar ou reproduzir a tecnologia, se ela é livre e suas limitações, já que segundo o Quadro VIII esta não fornece tais dados. Contudo com relação à dificuldade de familiarização doze autores expõem se houve ou não tal obstáculo.

No Quadro 9 apresentamos de forma resumida como as dissertações que analisamos responderam à segunda pergunta, citada abaixo, a partir das nossas considerações expressas no tópico 3.1 desta dissertação:

2. Quais comportamentos ele induz e qual ensino e aprendizagem ele permite efetivamente? ALMOULLOUD (2007, p. 9-10)

Quadro 9. Comportamentos, Ensino e Aprendizagem.

	Dissertação	Comportamentos induzidos pela tecnologia	Ensino e aprendizagem permitidos
1	ARAÚJO, E. 2005	Atitude positiva dos participantes da pesquisa em relação ao desenvolvimento das questões propostas.	Funções de primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas.
2	CHRISTO, D. 2006	Alunos sentiram prazer em ganhar as calculadoras.	Resolução, bem como compreensão de problemas que envolviam expressões algébricas.
3	COSTA, N. M. L. 1997	Estimulou os estudantes a investigarem propriedades das funções trigonométricas.	Funções Seno e Cosseno e Razões Trigonométricas.
4	DANIEL, J. A. 2007	Alunos mais motivados e mais seguros na resolução das atividades propostas.	Equações Algébricas de Primeiro Grau.
5	FARIA, R. 2007	Interesse dos alunos no funcionamento da tecnologia. Intereração e dinamismo entre os alunos maiores que em sala de aula.	Gráfico Cartesiano de uma Função.
6	FORSTER, S. R. L. 2007	Alunos interagiram com a tecnologia. Os diferentes tipos de representações semióticas provocaram questionamentos por parte dos aprendizes.	Limites e Continuidade de Funções de uma Variável Real.
7	FORTES, R. M. 2007	Os alunos foram estimulados a criarem relacionamentos entre as representações gráficas referentes ao deslocamento dos robôs.	Gráficos de Funções de Velocidade.
8	FRANÇA, M. V. D. 2007	Aprendizes foram confrontados com seus falsos invariantes, questionando-os e apurando conhecimentos relacionados com o assunto abordado.	Álgebra Linear: vetores e coordenadas, dependência linear, base e transformações lineares.
9	KARRER. M. 1999	Os alunos deixaram de cometer erros na resolução de exercícios do assunto abordado.	Construção do conceito inicial de logarítmos.

Quadro 9. Comportamentos, Ensino e Aprendizagem.

(Continua)

10	MAIA, D. 2007	Maior motivação e interação dos alunos com a tecnologia e com a aprendizagem em pauta. Discussões entre os aprendizes e reflexões sobre o assunto abordado.	Gráficos, Interpretações, Domínios e Intervalos de Funções Quadráticas.
11	MELO, J. M. R. 2002	Ensino e aprendizagem em pauta mais significativos, contextualizados e motivantes para alunos e professores.	Construção do Conceito de Integral.
12	NETO, J. P. S. 2006	Motivação e incentivo da curiosidade do aluno.	Importância e Aplicação do Conceito de Limite em outras áreas do conhecimento.
13	SALOMÃO, P. R. 2007	Motivação dos alunos em construir figuras geométricas no computador para a resolução de exercícios do assunto abordado.	Argumentar, justificar e provar conjecturas sobre Progressões Aritméticas.
14	SANTOS, A. 2005	Estimulou os alunos ao estudo e à revisão do assunto abordado.	Resolução de Problemas que envolvem Funções de Primeiro e Segundo Grau
15	SANTOS, E. P. 2002	Proporcionou o estudo dos processos de aprendizagem ligados à construção de significados dos coeficientes da equação associados a uma reta, num referencial dado.	Relações entre as representações gráficas e algébricas da Função Afim.
16	SARAIVA, R. P. 2000	A tecnologia induz o tratamento numérico de alguns tópicos, mas permite um tratamento algébrico em outros tópicos do assunto abordado. O software é utilizado apenas como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem.	Conceitos de Limite, Integral e Derivada de uma Função, interpretação gráfica e relações com a evolução histórica destes conceitos.
17	SIGNORELLI, S. F. 2007	Propiciou a autonomia dos responsáveis pelo ensino em pauta, o desenvolvimento, gerenciamento e oferecimento do curso <i>on-line</i> , a publicação e edição em diferentes arquivos e total acesso ao gerenciamento das atividades e participação dos alunos.	Funções de uma Variável Real.

Procuramos apontar na terceira coluna do Quadro 9 os comportamentos que a utilização da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem de cada dissertação que analisamos induziu os participantes da pesquisa e, em alguns casos, também os responsáveis pelo ensino, como professores.

Na última coluna desse quadro apresentamos uma análise do ensino e aprendizagem referente ao conteúdo matemático que a utilização da tecnologia em união à seqüência didática estabelecida pela pesquisa permitiu nas respectivas dissertações.

Podemos perceber que os conteúdos de nove dissertações apontaram que o uso de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem são motivadores, ou estimulantes para os alunos, e, algumas vezes, para o professor também. Assim os alunos se interessam pelo ensino que está sendo abordado, facilitando obtenção do aprimoramento e avanço da aprendizagem promovida.

Finalizando a síntese do comportamento que as dissertações apresentaram por meio de nossas análises apresentaremos no Quadro 10 as respostas destes trabalhos referentes à terceira questão, citada abaixo, também de forma resumida, a partir da nossa verificação esclarecida no item 3.1 desta dissertação:

3. Quais são os efeitos do ensino-aprendizagem com um software educativo sobre os conhecimentos construídos em sala de aula? ALMOLOUD (2007, p. 9-10)

Quadro 10. Efeitos sobre Ensino e Aprendizagem.

	Dissertação	Efeitos do ensino e aprendizagem com a tecnologia sobre conhecimentos construídos
1	ARAÚJO, E. 2005	Permitiu a interdisciplinaridade, o recebimento de informações não estáticas, memorização de imagens que podem ser acessadas a qualquer momento.
2	CHRISTO, D. 2006	Relação de conhecimentos da linguagem algébrica e inter-relação das dependências entre as variáveis envolvidas em funções.
3	COSTA, N. M. L. 1997	Exploração do ciclo trigonométrico e os gráficos das funções. O domínio, a imagem e o período das funções puderam ser observados e a ligação entre as representações gráficas e algébricas estabelecidas.
4	DANIEL, J. A. 2007	Aplicação correta da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e ao mínimo múltiplo comum, a adição de números relativos, entre outros avanços importantes que os alunos alcançaram.
5	FARIA, R. 2007	Compreensão de referencial, origem, tempo, repouso e velocidade em um gráfico.
6	FORSTER, S. R. L. 2007	O material tecnológico elaborado para o ensino e aprendizagem não foi suficiente para a construção de conhecimentos do assunto abordado.
7	FORTES, R. M. 2007	Interpretação e construção de gráficos de velocidade e implementação de outras funções, juntamente com a construção de um radar para medir velocidade.
8	FRANÇA, M. V. D. 2007	Efeitos positivos nas estratégias de resolução dos estudantes e de representações gráficas, algébricas e geométricas, realizando conversões em ambos os sentidos e assim repercutindo num domínio mais amplo do assunto estudado.
9	KARRER. M. 1999	Permitiu que o grupo que a utilizou alcançasse um nível superior de aprendizagem em comparação ao grupo que teve um aprendizado no ambiente lápis e papel.
10	MAIA, D. 2007	Crescimento na compreensão de construção e análise de gráficos de função quadrática.
11	MELO, J. M. R. 2002	Permitiu o surgimento do processo de visualização, a simulação, o aprofundamento do pensamento matemático, as conjecturas, as refutações e validações.
12	NETO, J. P. S. 2006	A aprendizagem do assunto abordado mais rápida e facilitou o entendimento dos alunos.

Quadro 10. Efeitos sobre Ensino e Aprendizagem.

(Continua)

13	SALOMÃO, P. R. 2007	Construção de figuras geométricas por meio da tecnologia utilizada.
14	SANTOS, A. 2005	Resolução de muitos exercícios sem a aplicação de conceitos ou fórmulas matemáticas; evolução nas resoluções dos exercícios propostos.
15	SANTOS, E. P. 2002	Aprofundamento na aprendizagem de forma autônoma, bem como evoluírem qualitativamente na aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da função afim.
16	SARAIVA, R. P. 2000	Evolução na interpretação gráfica de limite e deu subsídios para que antes de se calcular o limite algebricamente, o aprendiz tivesse conhecimento de qual seria o limite em questão.
17	SIGNORELLI, S. F. 2007	Aprendizagem eficaz, atendendo os critérios necessários para tornar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina instruída bem sucedida.

A maioria das dissertações que analisamos fez comparações do ambiente tradicional com o ambiente informático que foi trabalhado na pesquisa e apontaram os efeitos que a tecnologia trouxe no processo de ensino e aprendizagem que estava sendo abordado. No Quadro 10 apresentamos esses efeitos do ensino e aprendizagem com a utilização de uma tecnologia sobre os conhecimentos construídos em sala de aula, ou seja, no ambiente tradicional do papel e lápis.

Pudemos então expressar nos Quadros 8, 9 e 10, de forma resumida, como as dissertações que analisamos se comportaram no que diz respeito às questões propostas por Almouloud (2007, p. 9-10) e assim aprimoramos nossa compreensão concernente à influência que a tecnologia exerce no resultado do processo de ensino e aprendizagem, abordados nas respectivas dissertações.

Além disso, utilizar recursos informáticos para contribuir com o processo de ensino e aprendizagem comprehende características diferentes do ensino no ambiente tradicional, por isso procuramos responder às perguntas propostas por Almouloud (2007), fazendo uma análise didática para verificar quais conhecimentos os participantes da pesquisa aprenderam no respectivo ambiente informático que

cada trabalho expõe, colaborando também para que respondêssemos à questão de pesquisa desta dissertação no próximo tópico desta dissertação.

Assim, a partir das análises expostas nos quadros deste item, o professor que pretende utilizar uma tecnologia para o auxílio na aprendizagem algébrica pode ter um embasamento maior para refletir sobre quais conhecimentos um ambiente informático permitiria ao trazer tal recurso de ensino para sua realidade educativa.

4.2 – Conclusão

Concordamos com Katz (2007, p. 18) no fato de que pesquisas realmente mostram que calculadoras gráficas podem aumentar a aprendizagem e computadores podem prover prática útil, conforme verificamos no tópico anterior a partir da nossa síntese das dissertações que analisamos.

Contudo, esta dissertação tem por objetivo indicar quais vantagens e desvantagens a utilização de novas tecnologias (computador, calculadoras e objetos robóticos) traz para o ensino e aprendizagem de Álgebra sob a perspectiva de dissertações do Programa de Estudos de Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP do ano de 1994 até o ano de 2007.

Segue, no próximo quadro, um resumo do que cada dissertação que analisamos no tópico 3.1 apresentou com relação a este objeto de pesquisa:

Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias.

	Dissertação	Vantagens	Desvantagens
1	ARAÚJO, E. 2005	Acesso às diversas formas da apresentação de uma teoria, agilidade na procura de informações, reflexão/depuração constante da informação recebida após a introdução de dados, otimização do tempo de estudo, o aluno como elemento ativo no processo de aprendizagem.	Não informa.
2	CHRISTO, D. 2006	O uso de calculadora facilitou a resolução de algumas atividades; o aspecto dinâmico da calculadora utilizada para o ensino do conceito de variável foi apropriadamente enfatizado em situações contextualizadas.	Não informa.
3	COSTA, N. M. L. 1997	O <i>Graphmatica</i> permitiu a construção de gráficos e foi de manipulação simples para o aluno. O <i>Cabri-Géomètre</i> ofereceu muitas possibilidades de uso em trigonometria.	Não informa.
4	DANIEL, J. A. 2007	A tecnologia contribuiu para os educadores identificarem os erros que os alunos cometiam na aprendizagem em pauta. Além disso, o software também apontava os erros para os aprendizes.	Não informa.
5	FARIA, R. 2007	A tecnologia possibilitou a busca de respostas pela interação com o aparelho, sem a ajuda do professor. A atividade corporal trouxe aos alunos uma familiaridade cognitiva maior do que no ambiente lápis e papel.	Não informa.

Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias.

(Continua)

6	FORSTES S. R. L. 2007	Os alunos que interagiram com a tecnologia com freqüência obtiveram melhores resultados na aprendizagem.	A tecnologia não permite o registro de fórmulas matemáticas. Preferência pela presença do professor para ensinar. Indisponibilidade de tempo e de recursos adequados para acessar a internet por parte dos alunos.
7	FORTES, R. M. 2007	Os estudantes relacionaram rapidamente o gráfico do deslocamento do robô, criando conexões entre diversas representações e superando dificuldades com relação a este objeto de ensino.	Os alunos desenhavam o trajeto percorrido pelo robô associando, por exemplo, as inclinações das retas com os deslocamentos dos robôs numa subida e nem sempre a representação gráfica correta.
8	FRANÇA, M. V. D. 2007	Algumas tarefas, como a determinação das coordenadas de um vetor, seriam mais custosas e demoradas no ambiente tradicional. O desenvolvimento das atividades no ambiente dinâmico proporcionou o trabalho com diferentes registros de representação semiótica na tela, oferecendo uma melhor articulação entre os mesmos.	Não informa.
9	KARRER. M. 1999	A calculadora representou um instrumento extremamente eficaz por possibilitar centrar a atenção no conceito e não nas técnicas de cálculo.	Não informa.
10	MAIA, D. 2007	A dinâmica do software propiciou aos alunos maior interação com os gráficos e suas respectivas fórmulas, pois, eles colocavam cores diferentes para cada uma das representações e conseguiam observar o que estava acontecendo com os gráficos quando modificavam a escrita algébrica.	Os alunos teriam que se familiarizar com uma nova escrita, pois as funções quadráticas digitadas no programa têm uma nova forma de se escrever.

Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias.

(Continua)

11	MELO, J. M. R. 2002	Facilidade de manipulação do software, visualização de conceitos matemáticos, perpetração de reflexões e depurações algébricas e visuais.	O ambiente lápis e papel são melhores para teoria, cálculos e raciocínios.
12	NETO, J. P. S. 2006	Capacidade de animação e facilidade de simular fenômenos, que contribuem para ser facilmente usado na condição de meio didático. Inúmeros recursos que oferecem como ferramenta de aprendizagem em pauta.	Nem todas as instituições de ensino superior possuem infraestrutura para a utilização de um laboratório de informática adequado. A gestão da aula num ambiente tecnológico não é simples, pois necessita de adaptação e aprendizagem das novas ferramentas utilizadas para a realização das atividades.
13	SALOMÃO, P. R. 2007	O autor não informa as vantagens em se utilizar a tecnologia na aprendizagem algébrica, apenas explana que houve a necessidade de mais uma ferramenta computacional para a validação das respostas dos alunos além do <i>Cabri</i> .	Não informa.
14	SANTOS, A. 2005	Os alunos tiveram maior facilidade na resolução de exercícios, pois eles conseguiam raciocinar com a ajuda da tecnologia, de forma obter o resultado correto.	Não informa.
15	SANTOS, E. P. 2002	Acesso a dados permitiram os alunos identificarem fenômenos dificilmente perceptíveis nos ambientes usuais, como precisar e estimar os coeficientes do registro algébrico de uma função afim. Realização do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração e da visualização e a experimentação da aprendizagem em pauta. A tecnologia tornou o ambiente educacional atrativo para os alunos.	Dificuldades dos alunos em acessarem a tecnologia e ao adquirirem saberes pelo uso da tecnologia, estes não foram transferidos para o ambiente tradicional.

Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias.

(Continua)

16	SARAIVA, R. P. 2000	<p>Permitiu ao aluno: uma construção de situações nas quais as variáveis pudessem ser controladas e de um modelo previsor de processos errôneos de sintaxe; a identificação e a interpretação dos erros e das condições de seu aparecimento.</p> <p>Os softwares deixam à disposição do professor um maior número de variáveis didáticas para a construção de uma ou mais situações que envolvem problemas matemáticos e permitem uma troca de objeto e ferramenta de ensino que não se pode fazer sem a utilização dos mesmos.</p>	O idioma em que os softwares foram desenvolvidos e as linguagens de programação dos mesmos requerem um tempo para adaptação.
-----------	------------------------	---	--

Quadro 11. Vantagens e Desvantagens do Uso de Tecnologias.

(Continua)

			<ul style="list-style-type: none"> - O Chat, a Sala Virtual e o Fórum não foram muito utilizados. - Os alunos tiveram dificuldades para utilizar a WebEQ Equation Editor. - Houve um aumento de questões não respondidas quando se tratava de questões onde o aluno deveria enviar um arquivo como resposta. - O professor além de assumir o papel de tutor, também exerceu o papel de administrador e desenvolvedor do ambiente. - O GradeBook, além de ser difícil de visualizar, não permite a ordenação dos alunos pelo primeiro nome, somente pelo último. - O Diário de Bordo não foi bem aceito pelos alunos. - Não foi anexada nenhuma imagem nas mensagens do Diário de Rotina. - Glossário Individual apresentou problemas técnicos sempre que eram acrescentados sinais matemáticos como símbolos de desigualdade.
17	SIGNORELLI, S. F. 2007		<ul style="list-style-type: none"> - A possibilidade de inclusão de outras ferramentas na plataforma em pauta, como por exemplo, o Diário. - A plataforma Blackboard se mostrou eficaz como ambiente virtual de aprendizagem atendendo, para o curso, os critérios necessários. - Não houve nenhuma evasão na disciplina, ao contrário do que geralmente acontece nos cursos à distância com cerca de 60% (sessenta por cento) de abandono.

Podemos notar no Quadro 11 que oito dissertações (de Forstes (2007), Fortes (2007), Maia (2007), Melo (2002), Neto (2006), Santos (2002), Saraiva (2000), Signorelli (2007)) além de apresentar as vantagens expuseram também as desvantagens que a utilização da tecnologia trouxe para o processo de ensino e

para a aprendizagem abordados. Oito dissertações que analisamos indicaram apenas as vantagens que o uso do instrumento tecnológico utilizado trouxe para este processo. Apenas uma dissertação, Salomão (2007), não informou claramente em seu conteúdo as vantagens e as desvantagens que a utilização da tecnologia inferiu na aprendizagem algébrica em pauta. Portanto quase metade das dissertações analisadas pontuou as vantagens e desvantagens que o uso de tecnologia traz.

Muitas dissertações que analisamos mostraram também a evolução dos participantes da pesquisa que primeiramente passaram por um processo de ensino e aprendizagem tradicional e em seguida usufruíram de uma seqüência de atividades com a ajuda de tecnologia, fazendo comparações entre os dois ambientes, conforme expresso com maiores esclarecimentos no capítulo 3 desta dissertação.

Contudo apenas KARRER (1999) realizou a pesquisa em dois ambientes: um com o subsídio de um instrumento tecnológico e o outro no ambiente tradicional de lápis e papel de forma a comparar os resultados obtidos nos diferentes ambientes de ensino. Isto pode se justificar pelo fato da autora poder ter concluído sua dissertação em quatro anos, enquanto a maioria dos outros autores (as) teve no máximo trinta meses (ou dois anos e meio) para finalizar seus respectivos trabalhos de pesquisa.

Segundo KARRER (1999), os alunos que realizaram todas as atividades apenas no ambiente tradicional continuaram cometendo todos os erros categorizados na aprendizagem em pauta, enquanto os outros aprendizes evoluíram no mesmo processo. Assim, essa é a única dissertação que nos esclarece o que acontece quando não se usa uma determinada tecnologia para auxiliar a aprendizagem algébrica em condições semelhantes de estudo.

Deste modo todas as dissertações analisadas mostraram de fato quão eficazes são os usos de tecnologias para acelerar ou colaborar com o processo de ensino e aprendizagem ao qual se referiam, pois pudemos pontuar no Quadro 8, no Quadro 9, no Quadro 10 e no Quadro 11 diversas indicações favoráveis em se usar tecnologias para impulsionar o ensino algébrico.

4.3 – Considerações Finais

Para a seleção das dissertações que analisamos fizemos um levantamento das dissertações do Programa de Estudos de Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP desde o ano de 1994 até o ano de 2007, como está explicado detalhadamente no tópico 2.4 desta dissertação.

Selecionamos 17 (dezessete) dissertações que tinham como objeto de pesquisa o ensino e aprendizagem dentro de um contexto algébrico com o auxílio de tecnologias. Podemos perceber nesta seleção que a maioria das dissertações que apresentavam este perfil era trabalhos que foram publicados nos últimos anos. De 17 dissertações que analisamos oito foram publicadas em 2007, duas em 2006, duas em 2005, duas em 2002, uma em 2000, uma em 1999 e uma em 1997. Vemos então uma progressão no decorrer dos anos nas dissertações que abordaram esse tema de pesquisa. Acreditamos que isto se dá pelo fato de professores e alunos estarem cada vez mais interessadas no uso de tecnologias no ensino e aprendizagem, repercutindo no aumento de pesquisas que visam a estudar o efeito deste recurso tecnológico na Educação Matemática.

Assim, visto que atualmente existe tanto interesse em saber como tecnologias podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, esperamos que o estado da arte que abordamos nesta dissertação seja útil para trazer o conhecimento do que outras dissertações já trabalharam a respeito deste assunto. Em consequência, um pesquisador poderá ter um embasamento maior para poder fazer uma nova pesquisa em áreas ainda não exploradas dentro do contexto que abordamos, ou mesmo em áreas já exploradas, mas abrangendo o assunto de forma mais profunda.

Além disso, a partir das nossas análises um professor que deseja trabalhar com o auxílio de uma tecnologia no ensino algébrico pode verificar qual instrumento tecnológico julga mais apropriado, refletindo sobre os pontos positivos e negativos que tal metodologia de ensino pode acarretar.

Outras considerações que podemos fazer são referentes aos participantes das pesquisas analisadas. Notamos que em seis trabalhos (Forster (2007), França (2007), Melo (2002), Neto (2006), Saraiva (2000) e Signorelli (2007)) os participantes das respectivas pesquisas eram alunos do Ensino Superior, sendo que dentre estes

apenas na dissertação de Signorelli (2007) eles eram do curso de Engenharia de Computação e do de Sistemas de Informação, enquanto nas outras cinco dissertações os participantes eram do curso de Matemática. Com relação a alunos de Ensino Médio os participantes da pesquisa de oito dissertações estavam neste perfil, enquanto que do Ensino Fundamental duas pesquisas trabalharam com alunos de oitava série e uma dissertação com estudantes de sexta série.

Outro fato que pôde ser constatado nas análises é que apenas em cinco dissertações (Christo (2006), Forster (2007), França (2007), Melo (2002) e Signorelli (2007)) as pesquisas ocorreram em situações normais de sala de aula, ou seja, os participantes das pesquisas estavam participando das investigações como alunos, onde as informações eram coletadas durante as aulas. Além disso, somente a dissertação de Christo (2006) trabalhou com alunos do Ensino Fundamental pois nas outras quatro dissertações os participantes da pesquisa eram alunos de Ensino Superior.

A partir das constatações descritas acima notamos que na maioria das dissertações os participantes das pesquisas eram alunos que tinham um nível maior de escolaridade. Talvez este fato se deva aos estudantes com maior escolaridade terem tido mais contato e, logo, maior conhecimento de instrumentos tecnológicos. Assim o processo de ensino e aprendizagem em ambientes informáticos pode se tornar mais viável e consequentemente facilita o trabalho do docente e do pesquisador da dissertação.

Após este trabalho eu particularmente tenho maior conhecimento de como posso lecionar utilizando tecnologia no ensino algébrico. Em consequência, para minha formação profissional todo este estudo repercutiu no meu aprimoramento como educadora, pois fez com que eu explorasse várias metodologias de ensino que podem facilitar o trabalho docente e torná-lo bem sucedido, logo acredito ser uma profissional melhor qualificada para o trabalho docente por ter progredido nos meus conhecimentos em como tornar o aprendizado melhor sucedido e mais interessante para o aluno.

Esperamos que nossas discussões deste trabalho possam construir relevantes contribuições para a Educação Matemática e em particular para o ensino e aprendizagem com o auxílio de instrumentos tecnológicos, da mesma forma que contribuiu para o meu crescimento profissional e acadêmico.

4.4 – Futuras Pesquisas

Para este trabalho ser aperfeiçoado, sugerimos a realização de um levantamento de dissertações de outras Instituições de Ensino que possuem também um programa de estudos de Mestrado em Educação Matemática.

Podem-se analisar dissertações que utilizaram tecnologias para contribuir com o ensino e aprendizagem em um contexto algébrico, assim como fizemos nesta dissertação. Isto faria com a amostra¹⁵ de dissertações que analisaríamos abrangesse uma quantidade mais significativa e assim poderíamos chegar a conclusões mais exatas a respeito de como as dissertações estão trabalhando o ensino e aprendizagem com o auxílio de tecnologias no contexto da Álgebra.

Uma quantidade maior de pesquisas analisadas poderia interferir nas conclusões do nosso trabalho, por isso acreditamos que se fizéssemos esta mesma dissertação analisando também dissertações de diferentes Instituições de Ensino poderíamos obter conclusões mais precisas a respeito das vantagens e desvantagens que uso de tecnologias em um contexto algébrico traz para o ensino e aprendizagem, apontadas por dissertações que trataram deste tema de estudo.

¹⁵ Porção ou unidade de um todo para prova ou exame de sua qualidade ou tipo. (FERREIRA, 1993)

5 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMOULOUD, S. A. **Informática e Educação Matemática**. São Paulo, SP: PUC-SP, 2007.
- ARAÚJO, E. A. **Influências das Habilidades e das Atitudes em Relação à Matemática e a Escolha Profissional**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 1999.
- BALACHEFF, N. *La transposition informatique*. In: Artigue, M. et al. (eds) **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**, 1994.
- BLANTON, M. et al.: Early Algebra. In: Katz, V.J. (ed.) **Gateway to a Technological Future**. The Mathematical Association of America, 2007. (Tradução nossa)
- BORBA, M. C.; Penteado. M. G. **Informática e Educação Matemática**. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORGES, O. e FROTA, M. C. R. **Perfis de Entendimento sobre o uso de Tecnologias na Educação Matemática**. Gt. Educação Matemática, n. 19. 2007.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 3. Ed. Campinas, SP: UNICAMP, 2002. (Tradução: Domingues, H. H.;)
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda / Minidicionário da língua portuguesa; coordenação Marina Baird Ferreira, Margarida dos Anjos; equipe Elza Tavares Ferreira... [et al]. 3. ed. – Rio de Janeiro : Nova Fronteira, 1993.
- HOYLES, C. **Microworlds/Schoolworlds: The Transformation of an Innovation**. In C. Keitel & K Ruthven (eds) *Learning From Computers: Mathematics Education and Technology*, 1-17. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 1993, pp. 1-17.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.** 2. Vol. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. (Tradução: Muñoz, A.; Katinsky, A. B.)

IFRAH, G. **Os números: história de uma grande invenção.** 10. Ed. São Paulo: Globo, 2001. (Tradução: Senra, S. M. F. Revisão técnica: Lopes, A. J.; Oliveira, J. J.)

KATZ, V. J. **Executive Summary.** In: Katz, V.J. (ed.) *Gateway to a Technological Future. The Mathematical Association of America*, 2007. (Tradução nossa)

LOPES, J. A. **Livro Didático de Matemática: Concepção, Seleção e Possibilidades frente a Descritores de Análise e Tendências em Educação Matemática.** 2000. Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP, Campinas, 2000.

MIORIM, M. A. MIGUEL, A.; FIORENTINI, D. **Contribuições para um repensar da educação algébrica elementar.** vol.4. Campinas, 1993.

ROMBERG, T. A. **Perspectives on scholarship and research methods.** In: Grouws, D. A. (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. University of Wisconsin, 1992, pp. 49-64. (Tradução: Machado, S. D. A.; Junho, B. A. P.)

ROSALVES, M. Y. **Relações entre os pólos do visto e do sabido no cabri 3D: uma experiência com alunos do ensino médio.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2006.

SANTOS, L. M. **Concepções do professor de matemática sobre o ensino da Álgebra.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2005.

SILVA, M. H. **Estudos das Visões sobre Álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental em relação a Números e Operações.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2006.

6 – ANEXOS

Dissertações Selecionadas:

ARAÚJO, E. A concepção de um software de Matemática para auxiliar na aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino médio no estudo das funções exponenciais e logarítmicas. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2005.

CHRISTO, D. Introdução da noção de variável em expressões algébricas por meio da resolução de problemas: uma abordagem dinâmica. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2006.

COSTA, N. M. L. Funções seno e cosseno: Uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "Mundo experimental" e do Computador. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 1997.

DANIEL, J. A. Um estudo de Equações Algébricas de 1º grau com o auxílio do software APLUSIX. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.

FARIA, R. Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.

FORSTER, S. R. L. Ensino a Distância: uma análise do design de um curso de Cálculo com um olhar no conteúdo de limites e continuidade de uma variável real. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.

FORTES, R. M. Interpretação de gráficos de velocidade em um ambiente robótico. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.

FRANÇA, M. V. D. Conceitos fundamentais de Álgebra Linear: uma abordagem integrando Geometria Dinâmica. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.

- KARRER, M. **Logaritmos:** Proposta de uma seqüência de ensino utilizando a calculadora.1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 1999.
- MAIA, D. **Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.
- MELO, J. M. R. **Conceitos de Integral: uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem.** 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2002.
- NETO, J. P. S. **Um estudo sobre o ensino de limite: um tratamento computacional com aplicações.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2006.
- SALOMÃO, P. R **Argumentação e prova na matemática do Ensino Médio: progressões aritméticas e o uso de tecnologia.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.
- SANTOS, A. **Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2005.
- SANTOS, E. P. **Função Afim $y = ax + b$:** a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2002.
- SARAIVA, R. P. **Novas tecnologias no ensino do conceito de limite de Função.** 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2000.
- SIGNORELLI, S. F. **Um ambiente virtual para o ensino semipresencial de funções de uma variável real:** design e análise. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2007.