

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

Alexandre de Paula Silva

**Conceito de função: atividades introdutórias propostas no
material de Matemática do ensino fundamental da rede pública
estadual de São Paulo**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Alexandre de Paula Silva

**Conceito de função: atividades introdutórias propostas no
material de Matemática do ensino fundamental da rede pública
estadual de São Paulo**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como
exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE
PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a
orientação da **Profª Drª Barbara Lutaif Bianchini**.*

São Paulo

2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

*Dedico este trabalho à Leticia e Luisa,
razões de minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Ao casal Antônio e Marília, meus pais, por me ensinarem a procurar sempre o caminho dos estudos.

À Alessandra, minha esposa, pela colaboração fiel e compreensão infinita.

À Aparecido Roberto Tonellotti (*In memoriam*), diretor, amigo, pai e entusiasta deste trabalho. Consegui Tio Bob!

À Valmir Almeida Passos, irmão de luta, que segurou as pontas enquanto eu estava ocupado.

À professora Dr^a Barbara Lutaif Bianchini, mais que orientadora, uma mãe.

À professora Gláucia Braun Tonellotti, pelo apoio e revisão ortográfica.

Ao professor Tarciso Paula Leite Filho, pela colaboração no abstract.

Ao professor Dr Benedito Antonio da Silva, pelas aulas de Cálculo e orientações fundamentais.

À professora Dr^a Adair Mendes Nacarato, pelas orientações valiosas.

Aos professores do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC/SP.

À Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, pela bolsa de estudos.

À comunidade da Escola Estadual Prof^o Rogério Levorin, onde estou aprendendo a ser educador e uma pessoa melhor.

*“Livros não mudam o mundo, quem
muda o mundo são as pessoas. Os
livros só mudam as pessoas”*

Mário Quintana

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo investigar o conceito de função nas atividades de matemática do material do Ensino Fundamental da rede pública estadual de São Paulo, utilizado no início do ano letivo de 2008. Foi realizada uma pesquisa documental de caráter qualitativo investigando se o conceito de função apresentava-se de forma implícita ou explícita, se as atividades proporcionam favorecimento em sua apreensão futura e quais os tipos de registros de representação semiótica que figuram em tais atividades, bem como se há tratamento ou conversão nas possíveis estratégias de solução. A pesquisa fundamenta-se nos conceitos sobre função apresentados por Bento de Jesus Caraça e na teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval. Os resultados obtidos revelam que o conceito de função está presente nas atividades de forma implícita e favorecem o seu estudo futuro, pois tratam de conceitos introdutórios daquele objeto matemático como: proporcionalidade direta e indireta, razão, relação entre grandezas e observação e generalização de padrões. Revela-se haver transformações de registros do tipo tratamento e conversões tanto congruentes como não-congruentes; não havendo nenhuma atividade que possibilitasse a conversão nos dois sentidos. Um aspecto interessante observado foi o fato de que as atividades não apresentam definições diretas e formais e possibilitam o trabalho dos conceitos de forma contextualizada, numa linguagem acessível, constituindo um material que percebemos estar em consonância com as orientações metodológicas atuais constantes dos documentos oficiais da educação.

Palavras-Chave: Conceito de função, registros de representação semiótica, material da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.

ABSTRACT

This research has the objective of investigating the function concept in the mathematics activities of the elementary teaching material in the public school system used in São Paulo during the beginning of the 2008 school year. A documentary research with qualitative character was developed by investigating if the function concept was implicit or explicit, if the activities favour its grasp and which kinds of registers of semiotic representation are in such activities, as well as if there is any treatment or conversion in the possible solution strategies. The research is based on the concepts about function presented by Bento de Jesus Caraça and on Raymond Duval's registers of semiotic representation. The results obtained reveal that the concept of function is implicitly present in the activities and favour its future study, therefore they deal with introductory concepts from that mathematical object like: direct and indirect proportionality, reason, the relation between the widths and the standards observation and generalization. They also reveal register transformations like treatment and conversions either congruent or non-congruents, however with no activities that could allow the conversion toward both sides. An interesting observed point was the fact that the activities don't show direct and formal definitions, and they give us the possibility of working with the concepts in a contextualized way and with an accessible language, consisting of a material we notice that matches with the current methodological orientations that are part of the official education documents.

Keywords: function concept, registers of semiotic representation, material in the public school system used in São Paulo.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Distribuição das fichas de Matemática no Jornal do Aluno de 7 ^a /8 ^a séries	51
Quadro 2 – Distribuição do número de aulas por disciplina do Jornal do Aluno no Ensino Fundamental	53
Quadro 3 – Divisão das disciplinas relacionadas às habilidades privilegiadas	54
Quadro 4 – Resumo dos registros de representação semiótica observados nas atividades do Bloco 2, Ficha 7	85
Quadro 5 – Resumo dos registros de representação semiótica observados nas atividades do Bloco 3, Ficha 9	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Solução esperada no item *a* da Atividade I do Bloco 3, Ficha 976

Figura 2 – Solução esperada no item *b* da Atividade I do Bloco 3, Ficha 977

Figura 3 – Solução esperada no item *c* da Atividade I do Bloco 3, Ficha 978

Figura 4 – Solução esperada no item *a* da Atividade II do Bloco 3, Ficha 980

Figura 5 – Solução esperada no item *b* da Atividade II do Bloco 3, Ficha 980

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO 1 – PROPOSTA DA PESQUISA.....	17
1.1 Problemática.....	18
1.2 Justificativa.....	22
1.3 Questão de pesquisa.....	26
CAPÍTULO 2 – BREVE HISTÓRICO DO ENSINO DE FUNÇÃO NO BRASIL	28
CAPÍTULO 3 – REFERENCIAL TEÓRICO.....	34
3.1 O Conceito de função.....	34
3.2 Registros de Representação Semiótica.....	42
CAPÍTULO 4 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	48
4.1 Metodologia de trabalho.....	48
4.2 O material a ser analisado.....	51
4.3 Seleção das Atividades.....	55
4.3.1 Atividades I, II, III e IV, bloco 2, ficha 7.....	59
4.3.2 Atividades I, II e III, bloco 3, ficha 9.....	60
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....	62
5.1 Atividades do bloco 2, ficha 7.....	62
5.1.1 Atividade I.....	64
5.1.2 Atividade II.....	70
5.1.3 Atividade III.....	72
5.2 Atividades do bloco 3 ficha 9.....	73
5.2.1 Atividade I.....	75
5.2.2 Atividade II.....	79
5.2.3 Atividade III.....	83

5.3 Resumo das análises.....	85
CAPÍTULO 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
REFERÊNCIAS.....	91

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é uma pesquisa documental qualitativa, em que investigou-se a apresentação do conceito de função no material da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, intitulado “Jornal do aluno”, implementado no início do ano letivo de 2008, com a finalidade de consolidar habilidades matemáticas e de escrita e leitura na aprendizagem dos alunos. O material selecionado refere-se à 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental.

No ensino de matemática, percebe-se que muitos alunos apresentam dificuldades sobre o conceito de função. Outras pesquisas realizadas, das quais algumas constam nas referências deste trabalho, confirmam as dificuldades apontadas, inclusive em diferentes níveis de ensino. Índices verificados em avaliações externas às escolas, como o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), também confirmam a situação. O fato é que o conceito de função não é satisfatoriamente apreendido pelos alunos.

Tendo como pressuposto os pontos acima elencados, o presente trabalho pretende verificar a abordagem do referido conceito no material analisado, inclusive as possibilidades que oferece para essa abordagem, considerando os conceitos introdutórios ao seu estudo.

A escolha da investigação do ensino do conceito de função é proveniente das observações verificadas na prática docente em Matemática do autor, que atua há 11 anos com os níveis de ensino Fundamental e Médio das redes pública e particular do estado de São Paulo. Não se pode deixar de registrar, como motivação, a importância do ente matemático função para a Ciência em geral e para a Matemática em especial, sobretudo como conceito articulador entre os demais temas. Além de sua relevância social na medida em que contribui para a inserção do aluno no mundo contemporâneo, possibilitando sua emancipação e capacitando-o para o exercício da cidadania.

Como apontado acima, há outras pesquisas realizadas sobre o tema função. Algumas cujo público alvo é o aluno, outras o professor, focadas na aprendizagem,

ou no ensino, realizadas nas séries iniciais ou finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e no Ensino Superior.

O que pode-se apontar como resultados em termos gerais é que seu ensino (do objeto função) constitui um problema a ser investigado; que o trabalho com diferentes formas de representação deste ente, bem como sua abordagem em situações contextualizadas, favorecem sua apreensão e que a utilização de definições muito formais e o uso de linguagem excessivamente técnica aumentam as dificuldades de aprendizagem dos alunos.

Nesta pesquisa utiliza-se como metodologia a análise de conteúdo. O referencial teórico utilizado constitui-se dos conceitos sobre função de BENTO DE JESUS CARAÇA e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de RAYMOND DUVAL.

No capítulo 1 intitulado “PROPOSTA DA PESQUISA”, elenca-se os elementos da problemática, justificativa e apresenta-se a questão de pesquisa.

No capítulo 2, “BREVE HISTÓRICO DO ENSINO DE FUNÇÃO NO BRASIL”, ilustra-se o trabalho com uma sucinta narração da trajetória histórica do ensino de função desde a criação da disciplina Matemática, com a Reforma Francisco Campos em 1931, até a elaboração da Proposta Curricular de Matemática que vigora atualmente no estado de São Paulo.

O capítulo 3 destina-se à explanação sobre o referencial teórico utilizado. Apresentam-se seus principais conceitos, a fim de embasar afirmações futuras.

No capítulo 4 “PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS”, faz-se menção à metodologia utilizada, apresentam-se os passos realizados na pesquisa, justificam-se as escolhas e apresenta-se a descrição dos documentos em que debruçou-se para os estudos.

As análises realizadas apresentam-se no capítulo 5 “ANÁLISE DAS QUESTÕES”. Neste capítulo registram-se as análises de cada atividade e apresenta-se ao seu final um quadro resumo para melhor visualização do leitor.

As considerações finais apresentam-se no capítulo 6, onde são registradas as interpretações das análises e o parecer crítico sobre as mesmas, isto é, os resultados da pesquisa e as respostas que buscava-se para as questões.

Foi um trabalho muito gratificante em que pôde-se amadurecer como pesquisador e confirmar as expectativas na pesquisa como fonte de conhecimento e contribuição para a construção de um mundo melhor.

CAPÍTULO 1

PROPOSTA DA PESQUISA

Esta pesquisa está inserida no projeto maior “Qual a álgebra a ser ensinada na formação de professores?”, do GPEA (Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica), constituindo o ramo “Concepções acerca de relações”, do Programa de Estudos Pós-graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

O projeto do GPEA investiga o ensino da Álgebra nos níveis de educação: infantil, básica, universitária e pós-universitária. O ramo “Concepções acerca de relações” contribui com o projeto maior investigando concepções de estudantes e professores de matemática sobre relações algébricas. O ramo constitui-se em um dos eixos de estudo do projeto “O que se entende por álgebra?”, que focaliza concepções de professores e estudantes em temas centrais da álgebra do ensino básico.

O trabalho do grupo é realizado no sentido de investigar sobre o ensino de álgebra nos diferentes níveis de escolaridade, tomando como base sua importância na formação matemática dos estudantes e na perda de espaço que vem sofrendo desde a década de 60, verificando as possíveis transformações necessárias na formação de professores, a fim de atender a demanda das novas tendências do ensino.

O projeto do grupo é subdividido em vários ramos relativos à álgebra:

- O que se entende por álgebra do ponto de vista epistemológico e didático?
- O que se entende por álgebra do ponto de vista curricular e didático?
- Observação e generalização de padrões: uma atividade matemática transversal;
- A teoria elementar dos números no ensino básico e licenciatura;

- Expressões, equações e inequações – pesquisa, ensino e aprendizagem;
- Concepções acerca de relações;
- Em busca de situações propícias para a aprendizagem de conceitos básicos de álgebra linear.

Este trabalho, por investigar as atividades introdutórias ao conceito de função em documentos oficiais da rede pública estadual paulista, contribui com os objetivos do grupo na medida em que verifica tendências sobre o ensino deste tópico da álgebra. Contribui, dessa forma, para chegar a apontamentos sobre as concepções acerca de relações, especialmente as funções, nos documentos curriculares oficiais da referida rede de ensino.

Neste capítulo, serão evidenciados os caminhos percorridos até que se constituísse a presente pesquisa, dentre eles, os anseios, as indagações trazidas da prática profissional e o esclarecimento sobre o objeto a ser investigado.

1.1 PROBLEMÁTICA

É fato verificável a dificuldade dos estudantes em Matemática. Seu ensino é marcado por uma busca incessante de procedimentos que possam minimizar tal problema. As tentativas de pesquisadores e professores são inúmeras. Seu caráter desafiador, do ponto de vista da apreensão, persiste.

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. (BRASIL, 2000a, p.15)

Sou professor de Matemática na rede pública estadual de São Paulo desde 1997, tornei-me titular de cargo efetivo em 2000; também atuo na rede particular de ensino; fui coordenador pedagógico do Ensino Médio de 2002 a 2004, quando

passsei a ocupar a função de vice-diretor em que me encontro até o momento. Em todos esses anos sempre atuei com alunos de Ensino Fundamental e Médio.

Em minha prática docente percebo que muitos alunos chegam ao Ensino Médio com dificuldades sobre a noção de relação de dependência entre grandezas e que o concluem sem o domínio do conceito de função.

O ensino de função constitui parte importante da formação matemática de um estudante. Trata-se de um objeto intimamente ligado a outros campos do conhecimento além de estruturar parte considerável dos demais conhecimentos da área. A formação geral de um indivíduo também se refere a seus conhecimentos matemáticos.

Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações- problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000b, p.44)

Portanto, a importância do ensino do conceito de função é justificada. Inclusive em séries do Ensino Fundamental pois *é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de função, tanto melhor para sua formação matemática* (EVES, 2004, p.661).

Não é somente por que os alunos apresentam dificuldades quanto ao conceito de domínio, imagem, contradomínio e outras questões mais técnicas, mas por não atribuírem qualquer significado às expressões algébricas que as representam e/ou não relacionarem com as mesmas, sua representação gráfica. Os alunos também apresentam muita dificuldade na generalização do comportamento de funções de mesmo tipo, gerando a necessidade de, a cada função nova, começar o seu estudo como se não conhecesse tal ente matemático.

A interpretação de uma situação apresentada aos alunos, como passível de representação por função matemática, é muito custosa. A incapacidade de generalização de tal situação é notória nos alunos e sua dificuldade para representá-la algebricamente é muito grande.

Dados do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP), cuja avaliação foi aplicada em 2005, revelam que, das nove questões envolvendo o conteúdo álgebra: números e funções, aplicadas nas terceiras séries do ensino médio do período da manhã, apenas uma obteve índice de acerto maior que cinquenta por cento (52,5%). Nas turmas dos demais períodos, nenhuma questão referente ao conteúdo citado atingiu índice igual ou superior a cinquenta por cento.

Na mesma avaliação, das cinco questões sobre grandezas e medidas, aplicadas nas oitavas séries do ensino fundamental, nenhuma, em nenhum período, atingiu índice de acerto igual ou superior a 50%. Das dezesseis questões de álgebra, envolvendo números e funções, apenas três tiveram média de acerto acima de 50%, por alunos da 1ª série do Ensino Médio e apenas uma, por alunos da 2ª e 3ª séries, sendo no caso desta última, num total de nove questões do mesmo tipo. Para ser mais específico, o SARESP/2005 também revelou, que na 3ª série do Ensino Médio noturno, numa questão cuja habilidade exigida, segundo relatório da Secretaria, era *determinar a lei de uma função exponencial que expressa o montante numa situação de juros compostos*, a média de acertos foi de 18,2%:

Certo investimento rende 1% ao mês. Aplicando 100 reais hoje, em um ano o valor deste investimento será:

(A) $100.(0,1)^{12}$

(B) $100.(0,01)^{12}$

(C) $100.(1,1)^{12}$

(D) $100.(1,01)^{12}$

(SARESP, 2005, p.16)

Neste caso, cabe ressaltar que, com tão poucos dados, é mesmo difícil de se conseguir a lei de formação. Além do mais, não se trata de função exponencial, porque o expoente não varia.

O Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (INAF)¹ de 2004, aponta que apenas 23% da população jovem e adulta brasileira, é capaz de resolver problemas que envolvam cálculo proporcional e demonstram certa familiaridade com representações gráficas como mapas, tabelas e gráficos. O quadro que se verifica,

¹ Trata-se de pesquisa coordenada pelo Instituto Paulo Montenegro, encomendada ao IBOPE, em que, segundo parâmetros da UNESCO, pretende-se verificar a situação dos brasileiros quanto aos conhecimentos de Matemática (em anos pares) e Português (em anos ímpares).

parece deixar claro que a situação do ensino de Matemática, de forma geral, e do conceito de função de forma específica, está longe de ser satisfatória. Podemos afirmar que temos muitos problemas a serem investigados.

No SARESP realizado no ano de 2007, nas oitavas séries, 49,8% dos alunos apresentaram nível de proficiência abaixo do básico² e 44,8% nível básico³, em matemática. Nas terceiras séries do ensino médio, 71% dos alunos estão no nível abaixo do básico e 24,7% no nível básico.

Diante dos dados apresentados, verificou-se uma questão no ensino de matemática, na rede pública estadual de São Paulo. Especialmente no que se refere ao ensino do conceito de função. Desta forma, os pontos acima elencados, constituem a problemática que demandam a presente pesquisa.

A problemática é o conjunto dos fatores que fazem com que o pesquisador conscientize-se de um determinado problema, veja-o de um modo ou de outro, imaginando tal ou tal eventual solução. (LAVILLE & DIONNE, 1999, p.98)

Assim, estabelece-se aqui o campo de investigação no qual trabalharemos: a abordagem do conceito de função nas séries finais do Ensino Fundamental, mais especificamente na 8ª série.

² Os alunos classificados no nível abaixo do básico demonstram domínio insuficiente dos conteúdos, competências e habilidades desejáveis para a série em que se encontram. (Disponível em: http://saresp.edunet.sp.gov.br/2007/Arquivos/Boletim/038349_2.pdf, acesso em 10/03/2008).

³ Os alunos classificados no nível básico demonstram desenvolvimento parcial dos conteúdos, competências e habilidades requeridas para a série escolar em que se encontram. (Disponível em: http://saresp.edunet.sp.gov.br/2007/Arquivos/Boletim/038349_2.pdf, acesso em 10/03/2008).

1.2 JUSTIFICATIVA

Muitos estudos têm sido realizados envolvendo o conceito de função, com finalidades diferentes. Alguns voltados para o ensino superior e outros para a educação básica. Há os que pesquisam o conceito e os que pesquisam seu ensino. No caso do ensino, o conceito de função é objeto de diversos trabalhos científicos. Tais trabalhos constituem um rol de contribuições relevantes e significativas.

Abaixo, são citadas algumas pesquisas e seu contexto:

OLIVEIRA (1997), com alunos do 1º ano de um curso de engenharia, elaborou uma seqüência didática para o ensino-aprendizagem do conceito de função, utilizando noções de correspondência, dependência e variação, jogo de quadros e mudanças de registros de representação semiótica. Verificou que a metodologia aplicada apresentou sucesso na maior parte dos alunos participantes da pesquisa.

Verificou-se, na dissertação de PELHO (2003), o objetivo de estabelecer uma seqüência de ensino de conceito de função para alunos da 2ª série do ensino médio explorando a compreensão deles sobre variáveis dependente e independente. A autora constatou uma evolução por parte dos alunos, na apreensão do conceito de função, por meio da compreensão das variáveis e articulações entre os diferentes tipos de registros de representação semiótica do referido objeto.

Na pesquisa de LOPES (2003), o objetivo era propor uma avaliação de uma seqüência didática com alunos da 8ª série do ensino fundamental, visando a introdução do conceito de função afim, avaliando os fenômenos didáticos na resolução de problemas envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim, para o registro algébrico e vice-versa. Sua contribuição é a reafirmação da importância da utilização de múltiplas representações no processo de conceituação de função.

LOPES JR (2006) teve como objetivo de sua dissertação, investigar e compreender o funcionamento cognitivo dos alunos da 1ª série do ensino médio, na

construção do conceito de função de 1º grau, levando em conta aspectos epistemológicos deste conceito e as transformações de registros de representação semiótica numa seqüência didática. Sua pesquisa contribuiu para a compreensão do modo como processos matemáticos são mobilizados pelos alunos nas conversões entre diferentes registros de representação semiótica.

No trabalho de BASSOI (2006), verificou-se o objetivo de identificar e analisar os registros de representação semiótica usados por uma professora de matemática e seus alunos de 8ª série do ensino fundamental sobre funções. A autora registrou que, devido à diversidade de representações do mesmo objeto matemático, o uso de diferentes tipos de registros de representação semiótica, não só para tratamento de mesmo objeto, mas principalmente na conversão, auxiliou na caracterização do objeto matemático e teve um papel relevante na compreensão dos alunos.

ROSSINI (2006), em sua tese, investigou as concepções e dificuldades de um grupo de professores sobre o conceito de função e a superação destas ao longo de um processo de formação continuada. Percebeu-se que à medida em que os docentes constroem as organizações didáticas, ao prepararem uma seqüência didática para o ensino e aprendizagem de função para uma classe de 8ª série, eles (re)constroem os seus saberes sobre o assunto.

Verificou-se na tese de MARIANI (2006), a investigação de como a coordenação de registros de representação semiótica contribui para a explicitação dos conhecimentos mobilizados por alunos ingressantes no curso de cálculo diferencial e integral, frente às tarefas organizadas com base no conceito de função. A autora constatou que nem sempre o inter-relacionamento entre as variáveis foi percebido de modo claro para alguns alunos, em distintos registros. Percebeu-se uma busca da validação nos registros algébrico e numérico de resultados obtidos graficamente.

SILVA (2007) teve em seu trabalho o objetivo de investigar a abordagem de função presente em livros didáticos atuais da educação básica, verificando-se quais as estratégias utilizadas pelos autores para apresentar a noção de função, se a relação discreto/contínuo fica evidente na construção de gráficos e se a conversão entre os registros gráfico e algébrico ocorre nos dois sentidos. Seus resultados

mostram que, a maioria dos livros analisados, adota como ponto de partida para a construção do conceito de função, a exploração da relação de dependência entre grandezas por meio da resolução de problemas, e que a relação discreto/contínuo não é explicitada satisfatoriamente e também que a conversão entre os registros gráfico e algébrico não ocorre nos dois sentidos.

ARDENGHI (2008) realizou pesquisa de estado da arte para compreender dificuldades de alunos sobre o conceito de função observadas nas experiências de ensino de matemática em pesquisas que tratam do tema. Investigou 46 trabalhos de pesquisa. Constatou que os professores de matemática de modo geral, e os livros didáticos apresentam a noção de função numa linguagem técnica e distante da realidade do aluno, que os resultados das pesquisas não são incorporados nos livros e que obstáculos de aprendizagem podem ser gerados se as abordagens de ensino não favorecerem as conversões de representação.

Diante do quadro brevemente exposto, fica difícil conseguir imaginar o que levaria um pesquisador iniciante a tomar como objeto de seu trabalho, o ensino do conceito de função, pois, sendo uma área amplamente explorada, corre-se o risco de não se fazer contribuições inéditas.

Em muitas pesquisas, verificou-se as dificuldades envolvendo o conceito de função. Inclusive em diversos níveis de ensino.

Segundo CHAVES e CARVALHO (2004, p.6) o modo como os professores de matemática vêm trabalhando o conceito de função tem gerado nos alunos a ausência de significado do mesmo e os conceitos de variável, domínio, imagem e contradomínio são apontados por pesquisadores como conteúdos de difícil assimilação, tanto para alunos de ensino médio, quanto para universitários.

Conforme afirma OLIVEIRA (1997, p.59), os alunos ingressantes no ensino superior apresentam dificuldades em relação à função, que vão desde seu conceito, passando pela classificação quanto ao crescimento/decrescimento, paridade, determinação do domínio e contradomínio, até sua representação gráfica. A autora afirma ainda que muitas das dificuldades dos alunos nos cursos superiores que

envolvem cálculo diferencial e integral, se devem a defasagem de conhecimento sobre funções reais.

As dificuldades constatadas no ensino de função são apontadas também no trabalho de SILVA (2007). Ele afirma haver constatado em sua prática docente *que muitos alunos apresentam dificuldades em Matemática, e particularmente na compreensão do conceito de função que é de fundamental importância para essa disciplina* (SILVA, 2007, p.7).

Na pesquisa de LOPES JR (2006, p.124) verificamos a preocupação com os diferentes tipos de registros de representação semiótica e da necessidade de coordená-los, constituindo-se como dificuldades para os alunos do Ensino Médio, em torno do conceito de função de 1º grau. Observa-se uma necessidade no sentido da investigação dos diferentes registros de representação semiótica e suas implicações para o ensino de função.

A dificuldade de os alunos apreenderem o conceito de função, desde as séries do Ensino Fundamental, é uma constante afirmação nas pesquisas da área, bem como sua influência negativa em outras disciplinas.

Constatamos em nossa prática docente que os alunos chegam ao Ensino Médio sem compreenderem o conceito de função, apesar deste começar a ser trabalhado a partir da 6ª série do Ensino Fundamental. Decorrente disso, surgem dificuldades no estudo das funções: exponencial, logarítmica, trigonométricas e também na aplicação deste conceito em outras disciplinas em que se faz necessária sua utilização. (PELHO, 2003, p.10)

Percebe-se, inclusive, dificuldades em alunos também do ensino superior, conforme constata BIANCHINI e PUGA (2006, p.5-6):

Notamos que a maior parte dos alunos apresentou dificuldade em definir função, outros em reconhecer se o gráfico representava ou não uma função. A análise das justificativas e dos resultados nos indica que é necessário desenvolver um trabalho que permita a construção do significado do conceito de função.

O conceito de função é apontado como imprescindível para o estudo de Cálculo Diferencial e Integral, e a dificuldade dos alunos em relação ao mesmo causa problemas no ensino daquele conteúdo. Nos cursos em que o Cálculo Diferencial e Integral compõe a grade curricular, o número de desistências e

reprovações é muito grande. SILVA (2002, p.9) aponta, de acordo com sua prática docente, aliada a resultados de pesquisas, que o motivo é o desconhecimento que os alunos apresentam de certos conceitos fundamentais, dentre eles o de função.

Conclui-se, a partir do exposto, que o ensino do conceito de função na educação básica, se apresenta como campo propício para que se dedique a investigá-lo.

1.3 QUESTÃO DE PESQUISA

No ano de 2008, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, com base nos resultados do SARESP 2005, elaborou o projeto São Paulo faz escola, a ser realizado no período de 18 de fevereiro a 30 de março, com o objetivo de consolidação de habilidades instrumentais de leitura/produção de textos e matemáticas, para que os alunos pudessem dar continuidade aos estudos. (SÃO PAULO, 2008b, p.6)

Espera-se que, com essa ação, se possa recuperar ou consolidar parte das habilidades básicas requeridas para a continuidade dos estudos dos alunos e subsidiar a escola e os professores na promoção de novas propostas dessa natureza.(SÃO PAULO, 2008b, p.7)

Para sua efetivação, a Secretaria elaborou um material constituído de uma revista do professor para cada área de conhecimento e nível de ensino, e quatro jornais do aluno (5^a/6^a e 7^a/8^a séries do ensino fundamental, e 1^a e 2^a/3^a séries do ensino médio) com atividades propostas para trabalho no período citado.

Após o referido período, a Secretaria realizou em toda a rede uma avaliação, cujo objetivo era verificar a situação dos alunos quanto às atividades desenvolvidas. Tal avaliação ocorreu nos dias 15 e 16 de abril do ano de 2008. No primeiro dia, as questões foram voltadas para leitura e escrita e no segundo, para cálculo e interpretação de gráficos.

Concomitante a tais medidas, a Secretaria também lançou uma proposta curricular com o objetivo de uniformizar o conteúdo a ser ensinado na rede. Cada professor recebeu um encarte com a proposta curricular de sua disciplina, referente ao primeiro bimestre, para o Ensino Fundamental e Médio.

Tendo em vista a problemática observada e a proposta da Secretaria para o ano de 2008, esta pesquisa se propõe a investigar como são apresentadas atividades introdutórias para estudo do conceito de função no jornal do aluno de 7^a/8^a séries do ensino fundamental da referida rede, considerando:

- O conceito de função está presente explícita ou implicitamente?
- Que tipo de registros de representação semiótica⁴ são apresentados no enunciado de questões envolvendo tais atividades?
- Nas questões há transformações de registros de representação semiótica do tipo tratamento? Há transformações do tipo conversão? Congruentes ou não-congruentes? Se há conversão, é nos dois sentidos?
- Que implicações há nas questões, quanto ao favorecimento na apreensão futura do conceito de função?

A partir destas questões, nos próximos capítulos, será realizado um trabalho de investigação sobre o conceito de função no material de Matemática para a 7^a e 8^a séries (8^o e 9^o ano) do Ensino Fundamental da Secretaria Estadual da Educação de São Paulo, bem como algumas considerações históricas sobre o seu ensino.

⁴ Será trabalhado mais este tema no capítulo 3 destinado ao referencial teórico.

CAPÍTULO 2

BREVE HISTÓRICO DO ENSINO DE FUNÇÃO NO BRASIL

No desenvolvimento de um trabalho sobre função, é importante discorrer, sobre o histórico de seu ensino, ao menos no âmbito nacional de forma geral e no estado de São Paulo de forma específica.

Tal registro se faz importante para que se possa situar a pesquisa no tempo, explicitando as transformações ocorridas no ensino de função ao longo de sua implementação e possibilitando a constatação das tendências do ensino, no momento de realização da pesquisa; além de evidenciar a importância histórica do conceito de função no ensino brasileiro.

No Brasil, segundo BRAGA (2006), em 1929 o ensino da Ciência Matemática era dividido em três grandes áreas: aritmética, álgebra e geometria. Cada uma com sua especificidade e limites devidamente estabelecidos. O conceito de função não ocupava lugar destacado, nem era trabalhado de forma mais elaborada como hoje. Seu ensino se resumia a um “compartimento” no campo da álgebra, isolado de qualquer relação mais profunda com outros temas, abordado somente em alguns manuais.

No colégio Pedro II, do Rio de Janeiro, ocorreu a criação da disciplina chamada Matemática, com a unificação das três áreas em que era dividida. Conforme BRAGA (2006), o mentor de tal realização é Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, catedrático do referido colégio e na ocasião diretor de seu externato. Influenciado pelo Movimento Internacional de Modernização da Matemática, idealizado por Félix Klein na Alemanha, Euclides Roxo implementa então uma mudança que movimentou o ensino de matemática em nosso país.

O colégio Pedro II possuía autonomia em relação à sua gestão pedagógica e gozava de grande prestígio no país, servindo de modelo às demais escolas. Em 1931, com a participação de Euclides Roxo em sua realização, ocorre no país a Reforma Francisco Campos que institucionaliza, dentre outras coisas, a criação da disciplina Matemática e, acompanhando o movimento com as idéias de Félix Klein, trazia o conceito de função como idéia central de seu ensino.

Com o objetivo de introduzir o Cálculo Diferencial Integral no curso secundário da Alemanha, Klein usa como principal argumento, o desenvolvimento do pensamento funcional, sustentando que o conceito de função deveria constituir a base do ensino, afirma BRAGA (2006). Com esse ideário, Roxo elabora seus princípios na defesa do conceito de função como centralizador do ensino de Matemática. Tratava-se, não de eleger tal conceito como aquele a ser estudado de forma isolada, mas de que o pensamento funcional pudesse ser utilizado como “pano de fundo” no estudo de outros objetos matemáticos, com preocupações em privilegiar mais os processos e conceitos do que o treino de resolução de exercícios. Na reforma, havia duas concepções modernizadoras:

Sempre que possível, dever-se-iam fazer entrelaçamentos e paralelos entre a aritmética, a álgebra e a geometria. A segunda concepção, delegava à noção de função com suas representações algébrica, geométrica e tabular o papel de coordenadora dos diversos assuntos da matemática do secundário. (BRAGA, 2006, p.69).

Além do mais, trazia orientações metodológicas aos professores, caracterizando uma inovação importante para além de uma mera listagem de conteúdos.

Tal transformação não foi imediata, tampouco de aceitação universal. Houve manifestações contrárias por opositores de Roxo. Duras críticas foram manifestadas. O impasse sobre as alterações continuou por muito tempo, mesmo após a reforma Gustavo Capanema em 1942. O aspecto da reforma Francisco Campos que efetivamente prevaleceu, foi a criação da disciplina matemática.

Oficialmente, de acordo com os documentos acima citados, o tema função constava do programa do então ensino secundário, além de figurar como conteúdo importante na estrutura matemática. Porém, por não haver consenso sobre sua implementação, sua efetivação não se deu de forma satisfatória. O impasse perdurou por longo tempo. De 1931 até o final da década de 1970, os autores de livros didáticos procuravam atender às especificações, não de forma plena, mas reservando os últimos capítulos para o tema - o que possibilitava aos professores o não cumprimento do assunto, e muitas vezes, sequer a abordagem.

Entre as décadas de 60/70, o ensino de matemática sofre mais mudanças estruturais. O movimento internacional da Matemática Moderna, vem estabelecer o uso da linguagem da teoria dos conjuntos, caracterizada por uma excessiva preocupação com o formalismo em detrimento de questões ligadas ao cotidiano, afirma LOPES JR (2006).

No estado de São Paulo, em 1976, são elaborados os chamados Guias Curriculares. Trata-se de documentos oficiais que pretendem nortear o ensino no estado. Sua elaboração é feita com base nos princípios trazidos pelo Movimento da Matemática Moderna, discutidos no Brasil desde 1955.

Os guias curriculares para o ensino de matemática no 1º grau apresentam o conceito de relação e especificamente o de função, como temas fundamentais para o ensino de matemática. O primeiro tema de que trata o documento é o de “relações e funções” em que o conteúdo relações aparece indicado para ensino da 1ª à 5ª série e o de aplicações ou funções na 5ª, 6ª e 8ª séries. Inclusive, em 1977, a Secretaria da Educação de São Paulo, publicou um encarte intitulado “SUBSÍDIOS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO GUIA CURRICULAR DE MATEMÁTICA – ÁLGEBRA PARA O 1º GRAU – 5ª A 8ª SÉRIES” com orientações para os professores.

Talvez seja possível afirmar que o esforço realizado por Roxo em 1931 constitui as raízes do que verifica-se a partir da década de 1970.

Com muitas discussões sobre o Movimento da Matemática Moderna, e também sob as tensões acerca do fim da ditadura militar dentre outros fatores, em 1985 a rede pública estadual de São Paulo começa o processo de elaboração da Proposta Curricular para o ensino de 1º grau (PIRES, 2007, p.16).

No documento, que teve sua primeira edição em 1986 e foi reeditado em 1988, 1991 e 1997, não há nenhuma orientação quanto ao ensino de função. O referido conteúdo aparece apenas nos documentos destinados ao 2º grau. Apenas nas orientações sobre o conteúdo da 7ª série há conceitos que estão relacionados, como proporcionalidade entre grandezas e representação gráfica de uma equação a duas incógnitas. Ainda assim, sem nenhuma menção à função ou mesmo relação. Apenas como conteúdo preparatório ao estudo de sistemas de equações lineares.

Acredita-se que o debate acerca da influência da Matemática Moderna no ensino brasileiro influenciou de forma decisiva para que o conceito de função não figurasse entre os conteúdos ensinados no então 1º grau.

Do final da década de 1990 até os dias atuais, o ensino da Matemática tem recebido importantes contribuições no Brasil. A visão de seu estudo começa a ganhar contornos mais humanísticos e suas idéias são mais valorizadas pelo público fora do círculo de matemáticos, sobretudo pelo reconhecimento de suas aplicações cotidianas, e sua importância na formação geral do indivíduo. Começam a surgir documentos oficiais que apontam para o reconhecimento do ensino de álgebra:

À partir da década de 1990, tendências modernas expressas em vários documentos, dentre eles os PCN [Parâmetros Curriculares Nacionais], consideram a Álgebra 'um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização'. Assim, sugerem a exploração de situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades: em tabelas, gráficos e outros registros de representação; estabelecendo relações que sejam mais significativas e não apenas um trabalho de 'manipulações' com expressões e equações como acontece na maioria das vezes. (LOPES JR, 2006, p.30).

O incentivo ao ensino da Matemática, como algo essencial na formação básica da sociedade, passa a ser objeto de trabalho de órgãos governamentais brasileiros que regulamentam a educação:

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento. (BRASIL, 2002, p.111).

Nesses documentos, alega-se a necessidade de exploração dos conteúdos relativos aos temas números, álgebra, medidas, geometria e noções de estatística e probabilidade como forma de envolver diferentes formas do pensar em Matemática (BRASIL, 2002).

O dinamismo na comunicação e no dia-a-dia do indivíduo moderno, gera demanda de formação mais abrangente e que atenda às necessidades da sociedade contemporânea. A linguagem científica torna-se uma necessidade no conhecimento também do indivíduo comum. *Alunos que não falam sobre matemática e não têm a oportunidade de produzir seus próprios textos nessa linguagem dificilmente serão autônomos para se comunicarem nessa área* (BRASIL, 2002, p.120).

Nesse quadro, o ensino de funções parece se firmar como uma necessidade na formação básica do cidadão. As pretensões de Roxo, no passado, se constituem como as raízes dessa transformação, no presente. Essa consolidação do ensino de função como articulador da formação matemática dos alunos e, mais ainda, como conceito fundamental na articulação das diversas áreas do conhecimento, é verificada hoje:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p. 121)

E ainda:

[...] o ensino de função precisa garantir que os alunos trabalhem com problemas e que os mesmos possam dar significado à linguagem e às idéias matemáticas, promovendo assim, uma maior integração das ciências que fazem uso desse objeto matemático. (LOPES JR, 2006, p.31)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, na parte que trata das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, estabelecem competências a serem atingidas no ensino. Tais competências, com relevância científica e cultural, são desenvolvidas, nos conteúdos matemáticos, a partir de temas estruturadores, dentre eles, álgebra: números e funções (BRASIL, 2002).

O reconhecimento do conceito de função como eixo principal do ensino da Matemática não se refere somente ao que tange às séries em que é formalizado e estudado sistematicamente. Também se verifica o reconhecimento quando do apontamento de tal conceito mesmo de forma indireta:

As idéias sobre funções percorrem o conhecimento escolar desde as primeiras noções de proporcionalidade nas séries iniciais até o ensino de Cálculo Integral e Diferencial na Universidade. (BASSOI, 2006, p.1)

A nova proposta curricular do estado de São Paulo, produzida no início de 2008, ano em que foi implementada, traz o conteúdo funções na 8ª série do Ensino Fundamental sob os tópicos: Noções básicas sobre função, A idéia de variação e Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus. Retomando assim um caminho que teve seu início em 1931 entrando em conformidade com os documentos oficiais nacionais.

Considerando os argumentos citados e a importância do conceito de função nas diferentes etapas da educação básica e no ensino superior, acredita-se ser fundamental verificar também os conceitos que contribuem para sua formação, ou seja, verificar o período que antecede o trabalho formal com funções; período este que se refere a 8ª série do Ensino Fundamental.

Tão importante quanto as atividades que introduzirão o conceito de função nas discussões escolares, também serão aquelas em que os conceitos relacionados estarão envolvidos, como proporcionalidade, relação entre grandezas, variação de grandezas e generalização de padrões.

CAPÍTULO 3

REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 O CONCEITO DE FUNÇÃO

Por tratarmos de um objeto matemático, precisamos de um embasamento teórico que dê conta de nos auxiliar na análise do ponto de vista da matemática.

Para nos referirmos ao conceito de função, isto é, o conceito matemático de nome função, precisamos nos valer de algumas considerações iniciais. Segundo CARAÇA (2005), em sua busca pela compreensão dos fenômenos da natureza, o homem procurou acumular e sistematizar suas observações e estudos sobre os mesmos, o que, ao longo dos tempos, resultou no que designamos hoje por Ciência. Dessa forma, diferencia o conhecimento científico do conhecimento vulgar, afirmando que *este satisfaz-se com o resultado imediato do fenômeno [...], aquele faz a pergunta porquê? e procura uma resposta que dê uma explicação aceitável pelo nosso entendimento* (CARAÇA, 2005, p.101).

O conhecimento científico avança segundo certos preceitos de interdependência e fluência, afirma CARAÇA (2005). Ele justifica a interdependência pelo fato de que todas as “coisas” estão relacionadas umas às outras, e a fluência pela permanente evolução em que o mundo está. Assim, na observação de um determinado fenômeno, necessita-se minimizar o “problema” gerado pela interdependência. Já que todas as “coisas” estão relacionadas, há que se “isolar” um conjunto de elementos diretamente incidentes sobre o fenômeno que se quer observar. O autor utiliza o termo “isolado” para denominar tal conjunto, e define: *isolado é uma seção da realidade, nela recortada arbitrariamente* (CARAÇA, 2005, p.105).

Nesse contexto, para observação de um dado fenômeno, precisamos considerar o aspecto qualitativo do que se observa.

Sejam A e B dois componentes de um isolado; entre eles existem relações de interdependência. Consideremos uma dessas relações; nela podemos distinguir dois sentidos: um de A para B, e outro de B para A; diremos, do primeiro sentido, que tem antecedente A e conseqüente B, do segundo, que tem antecedente B e conseqüente A; distingui-los-emos respectivamente pelas notações: sentido de relação $A \rightarrow B$ e sentido de relação $B \rightarrow A$. (CARAÇA, 2005, p.106)

Os sentidos diferentes para os mesmos elementos podem ou não implicar em significados diferentes. Ao conjunto de relações que um componente possui com outros num mesmo isolado, chama-se qualidades desse componente. Pode-se citar:

Sejam A, B, ..., L componentes dum isolado; Ao conjunto de todas as relações $A \rightarrow B$, ..., $A \rightarrow L$ dá-se o nome de qualidades de A em relação a B, ..., L. (CARAÇA, 2005, p.107)

Por exemplo, considera-se os componentes cobra, sapo e inseto, num determinado isolado. O conjunto de qualidades do sapo em relação aos demais é presa e predador, respectivamente em relação à cobra e ao inseto. Logo, fica definida a questão do aspecto qualitativo.

Também se faz necessário considerar o aspecto quantitativo, pois há qualidades que podem ser quantificadas a fim de verificar sua intensidade. CARAÇA (2005) esclarece que há qualidades que podem ser comparadas sob o aspecto quantitativo, apesar de não se poder traduzir tal comparação em números. Ele aponta um exemplo em que se comparam duas pessoas em relação à qualidade coragem. No exemplo, ele afirma que pode-se dizer que um indivíduo A é mais corajoso que um indivíduo B, porém, não se pode afirmar que A tem o dobro ou o triplo da coragem de B. O autor também aponta o fato de que a capacidade de medir uma dada grandeza depende do estado de avanço das Ciências da Natureza.

A quantificação de que foi tratada aqui não é, necessariamente, sob o aspecto medir. Mas sim, quando se é possível comparar em termos de maior que ou menor que, independentemente da possibilidade de representação por números.

Consideramos a quantidade como um atributo da qualidade e não como um objeto; nem sequer exigimos que haja possibilidade de medir para falarmos em quantidade.(CARAÇA, 2005, p.109)

Num determinado isolado, uma quantidade pode se tornar qualidade. A quantidade, maior ou menor, de uma determinada qualidade, pode determinar o fim de uma qualidade e/ou início de outra. Uma panela com água, no fogão, constitui um isolado em que incidem as qualidades calor e estado físico da água. Com o aumento da temperatura, isto é, uma elevação de quantidade de calor, o estado físico da água sofre alteração.

Na procura da explicação de um fenômeno, a Ciência tenta verificar regularidades em sua ocorrência. Procura estabelecer quais as principais alterações no isolado em que o mesmo se deu, que qualidades foram alteradas, ou ainda quais novas surgiram a partir de determinado estímulo. Tais observações e seu sistemático registro permitem que se possa reproduzir um fenômeno com relativo controle e verificar as variações ocorridas mediante alterações propositais em seus elementos.

As observações apontam que determinados fenômenos apresentam regularidades. Essas regularidades são indícios importantes no estudo dos fenômenos, pois permitem afirmações a seu respeito; Sendo essas afirmações chamadas de leis naturais.

Daqui resulta que uma das tarefas mais importantes no trabalho de investigação da Natureza é a procura de regularidades dos fenômenos naturais. [...] Chamaremos lei natural a toda a regularidade dum isolado. (CARAÇA, 2005, p.112)

Nesse contexto, em que se procura estabelecer as leis naturais observando os fenômenos, CARAÇA (2005) aponta dois tipos de lei: a lei qualitativa e a lei quantitativa, observando ao longo da evolução das ciências, certa “disputa” preferencial entre uma e outra. O teor de tal intento não é objeto deste texto. Assim nos limitaremos a apontar uma tendência muito grande das Ciências para o quantitativo.

Por toda a parte, em todos os ramos do conhecimento, há esta tendência para o quantitativo, para a medida, de modo tal que pode afirmar-se que o estado propriamente científico de cada ramo só começa quando nele se introduz a medida e o estudo da variação quantitativa como explicação da evolução qualitativa. (CARAÇA, 2005, p.116)

A tendência das Ciências para o quantitativo, como forma de obter explicações qualitativas, gerou demanda por um instrumento de estudo das leis quantitativas produzidas. Como confirmar as leis quantitativas de um determinado isolado?

No estudo da evolução demográfica da população de determinado tipo de bactéria numa cultura, por exemplo, fazem-se medições ao longo do tempo, escolhido criteriosamente em horas. Anotam-se as contagens de indivíduos numa tabela, obedecendo ao intervalo de 2 horas entre uma contagem e outra, durante 24 horas.

Na situação citada, verificar-se-á uma correspondência entre o número de horas, desde o início da cultura, e o número de indivíduos na colônia de bactérias. Por razões lógicas, não haverá duas quantidades diferentes de indivíduos, para um mesmo tempo de cultura. Não se pode afirmar que os dados oferecem toda a lei quantitativa a que se pretende chegar com tal experimento. Mas se pode afirmar que seus dados oferecem informações suficientes para enunciarmos a que taxa de crescimento a população daquele tipo de bactéria se multiplica sob as mesmas condições do experimento.

Percebe-se que o cerne da questão está na relação entre as quantidades envolvidas, mesmo que de naturezas diferentes. E que o artifício, através do qual chega-se às leis, será aquele que possibilita a análise de tal relação:

Se, por conseqüência, queremos estudar leis quantitativas, temos que criar um instrumento matemático cuja essência seja a correspondência de dois conjuntos. (CARAÇA, 2005, p. 119)

No estudo da relação entre os conjuntos, no caso, numéricos, para que não haja problemas de interpretação, e nem que as observações sejam consideradas apenas para casos particulares, uma vez que a observação não gera todos os dados possíveis, haverá a necessidade de se adotar uma representação simbólica dos conjuntos envolvidos, surgindo então a noção de variável.

Sobre o tema variável, QUEIROZ (2008, p.20) afirma *que uma das mais importantes idéias da álgebra repousa em seu simbolismo, ou seja, na noção de variável.*

A variável será normalmente uma letra, que representará qualquer número dentro de um conjunto pré-definido. Ela será um símbolo que representará um valor, sem que seja confundida com o mesmo. É um valor determinado, não no sentido de unicidade, mas sim no sentido de que o campo que alcança possui características restritas. CARAÇA (2005, p.120) afirma: *Uma variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua substância, o seu domínio [...].*

O conceito de variável desenvolveu-se ao longo da história, à medida que o uso das letras difundiu-se e generalizou-se. Especialistas categorizavam as variáveis em diferentes formas, mas existe um consenso geral que o uso particular da variável é determinado pelo contexto matemático. Em décadas recentes, pesquisadores da educação matemática têm iniciado investigações com relação aos significados atribuídos à variável. (QUEIROZ, 2008, p.29)

CARAÇA (1957, p.1), define variável *como o símbolo que representa os elementos de um conjunto qualquer de números reais ou complexo.* E apresenta suas classificações, dentre as quais a variável real contínua ou simplesmente variável real, que define como:

[...] variável cujo domínio é o conjunto dos números reais compreendidos entre dois números reais dados a e b , podendo ser, isolada ou conjuntamente, $a = -\infty$, $b = +\infty$. (CARAÇA, 1957, p.2)

O desenvolvimento da representação de valores através de letras, isto é, o registro algébrico, foi um processo que passou por estágios de evolução ao longo do tempo. O primeiro estágio deste processo foi a representação de equações por meio da escrita em língua natural, chamado retórico. O segundo estágio, considerado de

transição, em que se utilizavam abreviações no registro, é chamado sincopado. E o terceiro e último que culminou na escrita algébrica moderna, utilizada até os dias atuais, é chamado simbólico.

Ressalta-se, de fato, a imensurável contribuição que a escrita algébrica moderna trouxe à Matemática. Há autores que atribuem à notação literal, um *status* de “libertação”, em que a contribuição vai além do favorecimento ocasionado pela simplificação da escrita.

O uso da letra alfabética para designar um parâmetro ou uma incógnita liberou definitivamente a álgebra da escravidão do verbo. Antes da descoberta da notação literal, qualquer proposição geral não passava de palavreiro e continuava prisioneira das ambigüidades que comportam as línguas humanas: qualquer afirmação levava ao domínio das interpretações sujeitas a todo tipo de variação. Ao contrário, este simbolismo criou uma espécie de “língua internacional” compreendida sem equívoco pelos matemáticos do mundo inteiro. (IFRAH, 1998, p.338)

A utilização da escrita algébrica moderna e sua contribuição no desenvolvimento do conceito de variável podem ser caracterizadas pelo favorecimento que ela possibilitou à sistematização da álgebra. Seus efeitos facilitaram a abstração:

[...] o “x” e o “y” não mais representaram simplesmente números, mas tornaram-se totalmente independentes dos objetos ou das grandezas que deveriam figurar. Desta forma, o símbolo adquiriu uma significação que ultrapassava o objeto representado, tornando-se a partir de então um ser matemático completo, submetido às regras do cálculo ordinário. [...] Foi justamente este poder que conferiu à ciência algébrica um estatuto muito superior ao de uma simples estenografia apropriada: “Este método” – afirmava Leibniz – “poupa o espírito e a imaginação, cujo uso é preciso economizar. Ele nos permite raciocinar sem muito esforço, ao colocar os caracteres no lugar das coisas para desimpedir a imaginação”. (IFRAH, 1998, p.338)

No exemplo da cultura de bactérias citado à página 37, tomemos o tempo de cultura em horas pela variável t e o número de indivíduos na população pela variável n . A lei a ser estabelecida no experimento se fará pela correspondência entre o antecedente t e conseqüente n , denotada pela simbologia $t \rightarrow n$, sentido no qual, como vimos acima, a correspondência é unívoca. Dessa forma, podemos dizer então que a variável n é função da variável t , em que chamaremos t de variável

independente e n de variável dependente. Simbolicamente, escrevemos $n = f(t)$.

Assim define-se:

Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se
 $y = f(x)$,
 se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente. (CARAÇA, 2005, p.121)

Constituiu-se desta forma, o instrumento para a análise dos aspectos quantitativos de um dado fenômeno: a função matemática.

O conceito de função passou por evoluções ao longo dos séculos. O termo função foi empregado com diferentes definições:

A palavra *função*, na sua forma latina equivalente, parece ter sido introduzida por Leibniz em 1694, inicialmente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva. Por volta de 1718, Johann Bernoulli havia chegado a considerar uma função como uma expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; (EVES, 2004, p.660)

Historicamente o conceito de função foi sendo “aperfeiçoado”, à medida que lhe atribuíam significado. Segundo EVES (2004, p.661), Euler considerava função como uma equação ou fórmula, até que Joseph Fourier, em suas pesquisas de propagação de calor, considerou as chamadas séries trigonométricas que envolvem uma relação mais geral entre variáveis.

No século XIX, Lejeune Dirichlet chegou à seguinte formulação:

Uma *variável* é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x , corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y , então se diz que y é uma *função* (unívoca) de x . A variável x , à qual se atribuem valores à vontade, é chamada *variável independente* e a variável y , cujos valores dependem dos valores de x , é chamada *variável dependente*. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o *campo de definição* da função e os valores assumidos por y constituem o *campo de valores* da função. (EVES, 2004, p.661)

Tal definição, apesar de bastante abrangente, se limitava à relação entre números. Mais tarde, com a Teoria dos Conjuntos foi possível ampliar tal conceito para relações entre conjuntos de elementos quaisquer, de natureza diferente da numérica. Com a contribuição da Teoria dos Conjuntos, veio também a estruturação e formalização simbólica do conceito de função, bem como a inserção dos termos *produto cartesiano*, *domínio* e *imagem* de uma função. Tal formalização, conseqüentemente deixou os alunos muito presos ao diagrama de Venn para sua representação.

O conceito de função, atualmente, norteia parte considerável do conhecimento matemático. É como a “espinha dorsal” de muitos objetos matemáticos, atuando como pano de fundo na estrutura das ciências matemáticas. Por isso, seu caráter unificador tem sido defendido na organização do ensino:

O conceito de função permeia grande parte da matemática e, desde as primeiras décadas do século presente, muitos matemáticos vêm advogando seu uso como princípio central e unificador na organização dos cursos elementares de matemática. (EVES, 2004, p.661)

Diante do exposto, aponta-se o campo matemático do estudo de funções como um importante ramo no ensino básico, em que a pesquisa se faz necessária.

Nessa pesquisa, será analisada a apresentação das atividades introdutórias ao conceito de função no material da Secretaria do Estado de São Paulo: os conceitos subjacentes ao seu estudo, a forma de apresentação das atividades e também as possibilidades de abordagem para o professor trabalhar.

3.2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Por se tratar de uma pesquisa em Educação, cujo objeto de estudo é a formação de um conceito (o de função) em jovens da oitava série do Ensino Fundamental (portanto, com no mínimo 13 anos), faz-se importante lançar mão de uma teoria que aborde a aprendizagem, não somente de crianças em idade pré-escolar, ou nas primeiras séries escolares, mas de jovens que já tenham anos de escolaridade.

A teoria sobre os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval dá embasamento para verificar se as atividades do material analisado permitem ou propõem ao aluno “transitar” entre diferentes tipos de registros.

Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. (BRASIL, 1998, p.116)

DUVAL considera que a representação de um mesmo objeto em diferentes tipos de registros, e a transformação entre eles, constituem atividades importantes para a apreensão do objeto representado.

Um dos objetivos de estudo da pesquisa é investigar a forma de apresentação, explícita ou não, do conceito matemático denominado função. Portanto, uma questão de registro. E, por se tratar do campo matemático, a representação se faz por mais de um tipo de registro, ainda, pela importância do domínio dos diferentes tipos de registros na compreensão de um conceito.

A Matemática é a Ciência que usa representações para ser compreendida e desenvolvida [...] a única maneira de se acessarem os objetos matemáticos é utilizando suas representações. (MARIANI, 2006, p.8)

Considera-se de suma importância lançar mão da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

[...] a noção de função é independente da maneira pela qual se estabelece a correspondência. Isto faz prever a possibilidade de definir uma mesma função, analítica e geometricamente. (CARAÇA, 1957, p.62)

O pesquisador francês Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Desenvolveu estudos importantes na área de psicologia cognitiva. Na educação matemática, sua principal contribuição diz respeito à importância dos registros de representação semiótica na aprendizagem dos conceitos matemáticos. Seus trabalhos têm contribuído muito nas pesquisas em Educação Matemática.

DUVAL aponta que, no domínio de conhecimentos matemáticos, diferentemente de outros domínios científicos, há uma necessidade muito grande de registros de representação semiótica. Tal fato se deve, segundo o autor, ao caráter abstrato dos objetos matemáticos. Tais entes não existem no mundo físico e, portanto não são passíveis de observação e experimentação.

Os números por exemplo, como afirma DUVAL (2003, p.14), não são observáveis com ajuda de instrumentos ou diretamente perceptíveis, são acessíveis apenas por um sistema de representação.

[...] na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. (DUVAL, 2003, p.21)

Historicamente, a principal forma de linguagem é a língua, ao passo que a linguagem se transformou no conjunto de todas as formas sociais de comunicação, significação e produção de sentido (MARIANI, 2006, p.7). A semiótica se propõe a estudar os processos de registros na representação de um objeto.

O termo semiótica vem do grego *Semeion* traduzido como signo no sentido de linguagem. Embora as representações ofereçam a possibilidade de se conhecer vários pontos de vista sobre o mesmo objeto representado, o uso de signos reflete apenas uma visão parcial do objeto. (MARIANI, 2006, p.8)

DUVAL sugere uma abordagem cognitiva para estudar a importância dos registros em matemática. Essa abordagem, deve-se ao fato de que o objetivo do ensino de matemática na formação inicial, é o de desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2003, p.11).

O autor considera as variáveis cognitivas que afirma serem importantes na aprendizagem em matemática. Ele considera que a diferença entre a atividade cognitiva necessária em matemática e a necessária em outras áreas do conhecimento, não está nos conceitos, mas nas seguintes características: as representações semióticas e a variedade delas utilizadas em matemática (DUVAL, 2003, p.13).

Para tanto, DUVAL aponta quatro tipos de registros: língua natural e sistemas de escritas, pertencentes à categoria de representação discursiva; figuras geométricas planas ou em perspectivas e gráficos cartesianos, pertencentes à categoria de representação não-discursiva. E afirma:

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação. (DUVAL, 2003, p.14)

Cabe salientar que um registro de representação semiótica não é o mesmo que uma codificação, havendo nele a possibilidade de tratamento.

Em um sistema semiótico, o registro de representação tem as funções de comunicação, de objetivação e de tratamento enquanto um código não apresenta a possibilidade de tratamento. (MARIANI, 2006, p.10)

Considerando os quatro tipos de registros, a importância da mobilização de dois ou mais e a troca de um a outro, DUVAL apresenta dois tipos de transformação de representações semióticas: o tratamento e a conversão. No tratamento há transformação do registro sem mudança do mesmo, isto é, altera-se a configuração da informação, sem alteração de seu sentido, mas ainda no mesmo registro. Na conversão, altera-se o tipo de registro para representar um mesmo objeto. A conversão é uma espécie de “tradução”, pois mantém o sentido do que está registrado, porém em outro registro.

Há que se observar algumas questões interessantes sobre as transformações de representações semióticas em matemática. No campo matemático, há uma importância muito grande atribuída ao tratamento, visto que, no processo de justificação de passagens e encadeamento de raciocínios, este tipo de transformação é suficiente para dar conta da atividade. A conversão é tomada apenas como fator auxiliar na hora da escolha do melhor tipo de registro para tratamento de um determinado objeto.

Do ponto de vista cognitivo, é na conversão que reside a riqueza de elementos fundamentais para a compreensão da aprendizagem em matemática. Pois, o objeto estudado é muitas vezes confundido com o registro que o representa. *As expressões analíticas não são as funções, mas apenas meios de as definir, maneiras técnicas de estabelecer a correspondência $x \rightarrow y$* (CARAÇA, 1957, p.58). É o que leva, por exemplo, um aluno a afirmar que álgebra é o estudo da utilização de letras para resolver equações. Basta verificar que:

Numerosas observações nos permitiram colocar em evidência que os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida. (DUVAL, 2003, p.21)

Tal situação colocada por DUVAL (2003) permite verificar que, se o aluno não reconhece o mesmo objeto em outra forma de registro de representação semiótica, que não aquela em que está acostumado, há um forte indício de que não conhece

aquele objeto, atribuindo suas propriedades ao registro que costuma utilizar para representá-lo. Por isso, o autor afirma:

[...] passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo conteúdo. (DUVAL, 2003, p.22).

Alguns dos aspectos diferentes de um mesmo objeto são privilegiados num tipo de registro, ao passo que outros desses aspectos somente o serão em outra representação. Isso se deve ao fato de que dois registros de representação semiótica diferentes possuem conteúdos diferentes, mesmo que representem o mesmo objeto. Por exemplo:

[...] a conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos, etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1, etc.)[...]. (DUVAL, 2003, p.17).

O autor aponta, e há consenso, que infelizmente em muitos casos, o ensino de matemática parece ser organizado muito mais para o estudo dos conteúdos de um registro de representação semiótica de um objeto, do que propriamente o objeto.

Para analisar os processos de conversão de registros de representação semiótica, Duval os separa em dois grupos: os congruentes, em que a conversão está próxima de uma codificação e a representação de chegada transparece na de saída e os não-congruentes em que não há a referida transparência (DUVAL, 2003, p.19).

Mas, segundo o autor, a conversão tem que ser considerada nos dois sentidos pois se o aluno conseguir fazer a conversão do registro R_1 para o registro R_2 e não souber fazer o caminho inverso, não houve possibilidade de apreensão do objeto matemático em questão.

Ele afirma ainda, que um mesmo objeto matemático possui várias representações semióticas.

Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência. (DUVAL, 2003, p.23)

Então, considerando a dificuldade de se distinguir um objeto matemático e suas propriedades dos conteúdos dos registros de representação semiótica que os denotam, considerando a riqueza de variáveis cognitivas existente no processo de conversão e sua importância dos registros de representação semiótica para o estudo dos objetos matemáticos, DUVAL considera que *é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão matemática, e não o inverso[...]*(DUVAL, 2003, p.22).

Para a presente pesquisa, é preciso lançar mão dos tipos de registros de representação semiótica e suas implicações no processo de ensino. Espera-se poder classificar as questões propostas aos alunos no instrumento objeto deste estudo, bem como aferir suas potencialidades e contribuições no que se refere à apreensão do conceito de função.

Para tanto, verifica-se os casos de tratamento e conversões congruentes ou não, fazendo uma análise das questões propostas e o que favorecem na preparação do caminho do aluno na aprendizagem do conceito de função.

CAPÍTULO 4

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, pretende-se expor a forma de trabalho, a coleta de informações e o tratamento que se dará às mesmas. Pretende-se também, apresentar com maiores detalhes o material a ser analisado nesta pesquisa.

4.1 METODOLOGIA DE TRABALHO

O presente trabalho é uma pesquisa qualitativa de caráter documental em que, na análise dos dados coletados, há uma prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos. Os aspectos qualitativos referem-se a características dos dados coletados, segundo as questões que se pretende responder com a pesquisa. As informações serão separadas ou agrupadas, obedecendo a uma classificação conceitual com base no referencial teórico. Geralmente, não há o estabelecimento de critérios prévios.

Na pesquisa qualitativa é menos comum o uso de categorias prévias, pois é grande a probabilidade de surgirem, na pesquisa de campo, dados ou informações ainda não contempladas pela literatura ou por outras pesquisas. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.135)

A pesquisa documental se baseia nos dados coletados em documentos que tratam do tema investigado. Documento “é toda base de conhecimento fixado

materialmente e suscetível de ser utilizado para *consulta, estudo ou prova [...]*" (PÁDUA, 2000, p.65).

Pesquisa documental – É aquela realizada a partir de documentos, contemporâneos ou retrospectivos, considerados cientificamente autênticos (não-fraudados) [...]. (PÁDUA, 2000, p.65)

A diferença entre pesquisa documental e pesquisa bibliográfica, segundo GIL (2008, p.51), é que, enquanto esta se utiliza da contribuição de diversos autores sobre um determinado assunto, aquela lança mão de materiais que não receberam tratamento analítico, portanto, ainda em estado bruto.

Um procedimento do qual se lançará mão na pesquisa é a análise de conteúdo, conjunto de técnicas de análise das comunicações, segundo BARDIN (2006, p.33).

Os procedimentos da análise de conteúdo são, segundo BARDIN (2006, p.121), três: pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados; inferência e interpretação.

A pré-análise:

É a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuições, mas, tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as idéias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise. (BARDIN, 2006, p.121)

A exploração do material, de acordo com BARDIN (2006, p.127) é a etapa em que se realiza a codificação das informações e sua organização.

No tratamento dos resultados, BARDIN (2006, p.128) afirma que ocorre a síntese e seleção dos resultados para confronto com o referencial teórico, síntese e interpretações.

Na realização deste trabalho procedeu-se em primeiro lugar, na leitura de todo o jornal do aluno. Verificou-se o tipo de estrutura do material, a linguagem

apresentada, os recursos textuais e não textuais, os temas abordados e contextos de aplicação dos conteúdos propostos. Também foi consultada a revista do professor que orienta sobre a aplicação das atividades do jornal, mas apenas os fundamentos da proposta para não se influenciar com os encaminhamentos das atividades antes de tentar apresentar as soluções.

Após esta familiarização com o material, pôde-se verificar, no jornal, a parte destinada às aulas de matemática. Verificou-se os conteúdos envolvidos nas atividades propostas e elencou-se aquelas que atendiam os propósitos conforme serão esclarecidos adiante.

O próximo passo foi a resolução das atividades selecionadas, apresentando também outras possíveis estratégias que acredita-se poderem ser utilizadas pelos alunos. Depois, verificou-se no material de apoio ao professor quais os encaminhamentos propostos, analisando se as soluções estavam de acordo com as intenções do material.

Então, passou-se às análises sobre o conceito de função estar implícito ou explícito; se os conceitos envolvidos são relacionados ao conceito de função como introdutórios ao mesmo; que tipos de registros de representação semiótica são apresentados e quais são utilizados nas soluções previstas. Além de verificar os tipos de transformações desses registros, se tratamento ou conversão, apontando as potencialidades das atividades selecionadas.

4.2 O MATERIAL A SER ANALISADO

Conforme citado no capítulo 1, o material a ser analisado foi elaborado pela Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo, com o objetivo de consolidar habilidades de leitura e escrita, e também matemáticas, no período inicial do ano letivo de 2008.

O projeto intitulado São Paulo Faz Escola, contou, inicialmente, com uma encadernação de atividades, o Jornal do Aluno, destinado ao mesmo, e uma revista com orientações aos professores, para cada segmento de ensino (Fundamental e Médio) por disciplina, com o objetivo de dar subsídios para que as atividades tivessem aproveitamento otimizado.

O Jornal do Aluno não tem este nome por acaso, trata-se de um documento com editorial como o de um jornal. Seu tamanho e distribuição das páginas são idênticos aos de um jornal comum de circulação popular.

O jornal é constituído de atividades para as disciplinas: Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna (Inglês), Educação Artística, Educação Física, História, Geografia, Ciências e Matemática, distribuídas em 40 páginas. É organizado em fichas, sendo, no caso do jornal de 7ª/8ª série, 12 fichas para matemática. Distribuídas em 3 blocos, conforme quadro a seguir:

BLOCO 1	Ficha 1 - Usando a matemática para compreender informações
	Ficha 2 - Analisando pontuação de jogos
	Ficha 3 - Uma tabela interessante
	Ficha 4 - Números racionais e seus usos no dia-a-dia
	Ficha 5 - Diferentes tipos de cálculos
BLOCO 2	Ficha 6 - Usando razões para entender uma situação do cotidiano
	Ficha 7 - Variação de grandezas e situações do cotidiano

	Ficha 8 - Calculando porcentagens
BLOCO 3	Ficha 9 - A álgebra para generalizar padrões
	ficha 10 - Álgebra para generalizar propriedades
	Ficha 11 - Álgebra e adivinhações
	Ficha 12 - Resolvendo equações

Quadro 1: Distribuição das fichas de Matemática no Jornal do Aluno de 7^a/8^a séries.

No início da parte destinada à Matemática, há um texto de esclarecimento aos estudantes sobre o uso do jornal e seus objetivos. Todas as atividades se propõem a buscar contextualização em situações do cotidiano. Não se verificam, ao longo das atividades de matemática, uso excessivo de linguagem algébrica ou formalizações e definições em que figure simbologia formal. A linguagem apresentada é de fácil compreensão.

O jornal do aluno de 7^a/8^a séries oferece textos de diferentes gêneros em todas as disciplinas, visando o desenvolvimento de leitura e interpretação. Apresenta temas importantes como dengue, Internet, atividades físicas, teatro, pinturas, identidade nacional, índice de desenvolvimento humano, concentração de renda e crescimento populacional. Coloca em questão assuntos científicos de relevância social como, por exemplo, o uso de energia alternativa.

É importante ressaltar que o jornal apresenta as informações sob diferentes formas de linguagem. Nele figuram muitas gravuras, fotografias, tabelas, gráficos e textos. Além do fato da escolha do formato editorial (jornal) ter sido bastante interessante, pois se trata de um meio de comunicação bastante popular e de reconhecimento geral.

Na revista do professor (no caso, 5^a a 8^a séries do Ensino Fundamental), constam orientações para o trabalho com o jornal do aluno, justificando sua organização com base nos critérios estabelecidos no SARESP.

O Jornal do Aluno apresenta atividades (situações-problema com a técnica da disciplina e o desenvolvimento das habilidades do Saresp) de acordo com o número de aulas previstas para cada disciplina no período. (SÃO PAULO, 2008b, p.8)

A revista do professor traz orientações para a aplicação das atividades, grade de avaliação, considerações finais com uma síntese da proposta e bibliografia, apresenta, logo no início, uma carta da coordenadora geral do projeto, Maria Inês Fini, dirigida aos professores, em que coloca as intenções do projeto. No texto há referências quanto à metodologia mencionando o “movimento *ação-reflexão-ação*” (SÃO PAULO, 2008b, p.4).

É apontado o resultado do Saresp/2005 como sendo o norteador do planejamento e ao final do texto o professor é solicitado a assumir o seu trabalho com a frase: *Agora é a sua vez* (SÃO PAULO, 2008b, p.5).

Logo a seguir, há um texto sobre os fundamentos da proposta, que pretende levar ao conhecimento do professor as ações sugeridas pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo para a implementação do projeto. Aqui se manifesta mais detalhadamente a questão do conjunto de habilidades do Saresp/2005 como referência para o trabalho. São habilidades *instrumentais de leitura/produção de textos e matemáticas, vistas como linguagens fundamentais, aplicadas nas diferentes disciplinas* (SÃO PAULO, 2008b, p.6).

Também traz informações sobre a distribuição da quantidade de aulas para o trabalho com o jornal, em cada disciplina, de acordo com a grade curricular, tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio. A distribuição de aulas do Ensino Fundamental ficou da seguinte forma:

Ensino Fundamental	
Disciplinas	Número de aulas previstas no período de 6 semanas
L. Portuguesa	30 aulas
Matemática	30 aulas
História	12 aulas
Geografia	12 aulas
Ciências	12 aulas
Arte	12 aulas
Ed. Física	12 aulas
LEM (Inglês)	12 aulas

Quadro 2: Distribuição do número de aulas por disciplina do Jornal do Aluno no Ensino Fundamental.
Fonte: SÃO PAULO (2008b, p.7)

A revista apresenta as matrizes de referência de trabalho para as disciplinas do currículo, conforme quadro a seguir:

Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries)	Ensino Médio (1ª a 3ª séries)
Grupo I: As habilidades de leitura e produção de textos serão privilegiadas nas disciplinas Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte, Educação Física e História.	Grupo III: As habilidades de leitura e produção de textos serão privilegiadas nas disciplinas Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Arte, Educação Física, História e Filosofia.
Grupo II: As habilidades de Matemática serão privilegiadas nas disciplinas Geografia, Ciências e Matemática.	Grupo IV: As habilidades de Matemática serão privilegiadas nas disciplinas Geografia, Biologia, Física, Química e Matemática.

Quadro 3: Divisão das disciplinas relacionadas às habilidades privilegiadas. Fonte: SÃO PAULO (2008b, p.8)

Também apresenta a quantidade de jornais diferentes. No Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries) são dois jornais, um para 5ª/6ª séries e outro para 7ª/8ª séries. No Ensino Médio são dois jornais também, um para 1ª série e outro para 2ª/3ª séries. Esclarece ainda, a divisão seqüencial das disciplinas, no jornal do aluno, por áreas de conhecimento. No Ensino Fundamental: área Linguagens e Códigos e suas Tecnologias (Língua Portuguesa, LEM, Arte e Educação Física); área Ciências Humanas e suas Tecnologias (História e Geografia); área Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Ciências); área Matemática e suas Tecnologias (Matemática).

No Ensino Médio: área Linguagens e Códigos e suas Tecnologias (Língua Portuguesa, LEM, Arte e Educação Física); área de Ciências Humanas e suas Tecnologias (História, Geografia e Filosofia); área Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Física, Química e Biologia); área Matemática e suas Tecnologias (Matemática).

Depois a revista do professor apresenta sua própria formatação editorial para todas as demais disciplinas e faz observações sobre as habilidades em Matemática, de acordo com o Saresp/2005, manifestando orientações metodológicas e objetivos

para cada atividade dos jornais do aluno para os quais oferece suporte (no caso, 5ª a 8ª séries do E.F.).

4.3 SELEÇÃO DAS ATIVIDADES

Tendo em vista que o intento é o de investigar a abordagem, explícita ou não, das atividades introdutórias ao conceito de função no material em questão, fez-se necessária uma seleção das atividades que envolvem tal conceito.

Não se trata de procurar apenas atividades que pretendam abordar tal conceito como objeto de ensino, mas também, aquelas que, mesmo abordando outro conceito para ensino, tragam-no em seu desenvolvimento, de forma subjacente.

Busca-se também por atividades em que, mesmo não sendo seu objeto de estudo, figure o conceito de função em seu “estado” mais simples, como relação entre grandezas ou valores em que sua dependência está traduzida numa situação em que não se possa dissociá-los; uma situação em que o aluno perceba essa dependência e consiga compreender os limites dos valores envolvidos, numa indução, ainda tímida, porém presente, do que seriam o Domínio e a Imagem de uma função; atividades em que a generalização ou formalização algébrica de um padrão esteja presente, apontando ao aluno o caminho da representação de uma função por uma expressão algébrica, mas também, em que o conceito de função figure como instrumento para resolver um problema, sem a formalização excessiva e definições vazias de significado para o aluno.

As atividades devem ser aquelas em que esteja presente a idéia de dependência, variação e correspondência, que, segundo CARAÇA (1957) estão na base da definição de função.

Cabe salientar que, se para que um conceito matemático seja adquirido pelo aluno, como afirma Duval, é necessário, apesar de não ser suficiente, que haja articulação entre, no mínimo, dois de seus registros de representação, então, havendo nas atividades, registros que representam o conceito de função, mesmo não sendo seu principal objeto de ensino, tais atividades contribuem, de alguma forma, na formação de tal conceito.

As atividades selecionadas possibilitam trabalhar conteúdos importantes para a formação do conceito de função no aluno. Percebe-se em suas propostas, o trabalho com grandezas, proporcionalidade, razão, variação, correspondência e representação algébrica. Todos, elementos importantes para se desenvolver o conceito de função.

As idéias fundamentais que estão na base da definição de função são a de variável e a de correspondência entre duas variáveis, isto é, entre dois conjuntos. [...] Toda idéia de correspondência, mesmo na sua forma mais abstracta, implica a idéia de dependência, e o conceito de função tem, precisamente, por objectivo a tradução, em termos de rigor matemático, desse conceito de dependência, de lei, que domina o esforço construtivo das ciências da natureza. (CARAÇA, 1957, p.56)

É importante a forma como as situações são propostas, em que o conceito de função é subjacente, o aluno o manipula, porém não havendo a linguagem formal excessiva constante na definição de funções apresentadas por livros didáticos. Podendo se apropriar dele sem que haja interferência da dificuldade de dominar uma linguagem mais técnica.

O uso correto da linguagem e desses símbolos matemáticos podem criar um tipo de obstáculo, chamado **obstáculo ontogênico**, que aparece nas limitações do aluno no momento do desenvolvimento do conceito de função.(OLIVEIRA, 1997, p.33)

Observações importantes devem ser feitas quanto a obstáculos epistemológicos inerentes a aprendizagem, quando do estudo do conceito de função. As questões analisadas apresentam a proporcionalidade como um elemento

integrante numa relação de dependência, o que contribui para a superação do obstáculo da proporcionalidade.

Entre os gregos, e até a idade média, as relações entre grandezas ou entre quantidades eram expressas por meio de proporções.[...]Esta forma de proceder dissimulava a relação de funcionalidade que podia existir entre as duas variáveis em jogo.(OLIVEIRA, 1997, p.23)

Também constatou-se a superação da separação entre números e grandezas, pois nas atividades aparecem relacionadas grandezas diferentes entre si e com números.

Fizeram-se então (na escola pitagórica) teoremas para os números e outros para as grandezas, e a função necessita da unificação destes dois elementos a fim de exprimir claramente a relação entre dois elementos variáveis. A função não apenas necessita saber que um elemento varia de acordo com outro, mas também é preciso saber os termos destas dependências, para estabelecer precisamente o que se passa e poder dizer. (OLIVEIRA, 1997, p.25)

A variação é um fator muito presente que contribui consideravelmente para a formação do conceito de função no aluno. Quando são propostas situações em que se percebe claramente a variação de uma grandeza em relação a outra e que esta variação está relacionada a um valor, o sentido de taxa de variação surge mesmo que tal termo não seja mencionado em nenhum momento. Há clareza de noção de dependência.

Pode-se afirmar, seguramente, que tal tipo de atividade pode contribuir muito na preparação do aluno para ser apresentado de forma direta ao conceito de função.

Nas questões analisadas, a maioria das relações se dá apenas entre números naturais, podendo gerar uma deficiência no aluno quanto a relacionar números de outra natureza. Há também o prejuízo quanto a questão de continuidade que não aparece nas questões analisadas.

As atividades selecionadas foram as do bloco 2, ficha 7 e do bloco 3, ficha 9.

Portanto, diante dos argumentos apresentados, passa-se agora à exposição das atividades selecionadas e os aspectos que justificam sua seleção, segundo os objetivos.

4.3.1 Atividades I, II III e IV, do bloco 2, ficha 7

Cabe lembrar que, as atividades foram selecionadas por envolverem noções que são importantes na formação do conceito de função.

Analise as tabelas, discuta com o colega e resolva as questões no caderno.

I – Promoção: Eu só quero chocolate

A loja de doces **Eu só quero chocolate** fez uma promoção de preços de bombons por tempo limitado. O folheto de propaganda da promoção apresentava uma tabela indicando alguns preços de diferentes quantidades de bombons.

Promoção: Eu só Quero Chocolate Válida durante o Carnaval

Número de bombons	4	8	12	16	20
Preço	R\$ 6,00	R\$ 12,00	R\$ 18,00	R\$ 24,00	R\$ 30,00

- O que acontece com o preço quando aumenta a quantidade de bombons?
- Durante essa promoção, qual é o preço de 24 bombons? E de 36?
- E com R\$ 60,00, quantos bombons é possível comprar durante a promoção?
- Quais as grandezas envolvidas?
- Qual é a razão entre essas grandezas?

II – Testando um motor de automóvel

Uma fábrica testou o motor de um novo tipo de automóvel analisando a velocidade e o tempo gasto durante o mesmo percurso. Os resultados estão na tabela abaixo.

Velocidade (km/h)	30	60	90	120
Tempo (h)	6	3		

- Descubra o tempo gasto pelo automóvel com a velocidade de 90 km por hora e com 120 km por hora e anote os resultados em seu caderno. Justifique sua resposta.
- O que acontece com o tempo gasto quando se modifica a velocidade?
- Qual o tempo gasto, se o automóvel corresse à velocidade de 150 km por hora?
- E se o automóvel levasse 12 horas nesse percurso, qual seria sua velocidade?
- Quais são as grandezas envolvidas nesse problema?

III – Uma compra vantajosa

Um filme para máquina fotográfica com 12 poses custa R\$ 6,00 e outro com 36 poses custa R\$ 15,00.

- As grandezas número de poses e preço são diretamente proporcionais (GDP) ou inversamente proporcionais (GIP)? Explique.
- Qual seria o preço do filme de 24 poses, se fosse proporcional ao de 12 poses?

IV – Identificando grandezas direta ou inversamente proporcionais

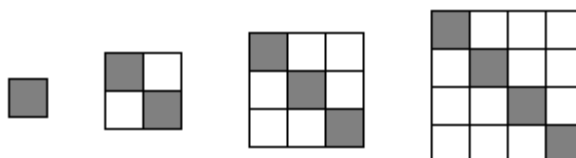
Discuta o texto com o(a) professor(a), seus colegas e anote suas conclusões.

Na primeira parte da ficha 7, você pôde perceber que, se 4 bombons custam R\$ 6,00, para saber o preço de 8 bombons, basta multiplicar R\$ 6,00 por 2. Assim, a quantidade de bombons é diretamente proporcional ao preço deles, ou seja, as **grandezas são diretamente proporcionais – GDP**. Na segunda parte, você percebeu que, se a velocidade do automóvel é de 30 km por hora, o tempo gasto é de 6 horas, mas, quando a velocidade passa a 60 Km por hora, o tempo gasto é de 3 horas. Dizemos então que o tempo gasto é inversamente proporcional à velocidade do automóvel, ou seja, as **grandezas são inversamente proporcionais – GIP**. Mas há grandezas relacionadas que não são nem GDP nem GIP e que, nesse caso, chamam-se **Grandezas Não Proporcionais – GNP**. (SÃO PAULO, 2008a, p.38)

4.3.2 Atividades I, II e III, do bloco 3, ficha 9

I – O painel construído por Camila

Observe o painel feito por Camila.



- Siga a mesma regra e construa em seu caderno mais três figuras desse painel.

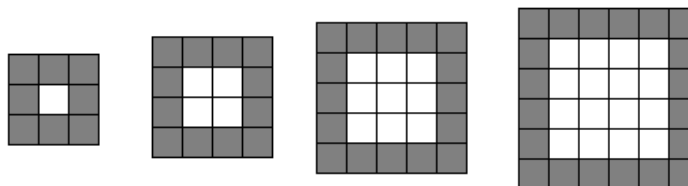
b) Analise os elementos do painel e complete o quadro em seu caderno.

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Nº de quadradinhos pretos	1	2	3				
Nº de quadradinhos brancos	0	2	6				

c) Se o painel fosse ampliado, quantos quadradinhos brancos e pretos teriam as figuras que ocupassem a 8ª posição, a 9ª posição e a 12ª posição?

II – O painel construído por Carla

Carla fez um painel, composto de quadrados brancos com bordas escuras.



a) Siga a mesma regra e construa em seu caderno mais três figuras desse painel.

b) Analise os elementos do painel e complete o quadro em seu caderno.

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Número de quadradinhos escuros	1	4	9				
Números de quadradinhos brancos	8	12	16				

c) Se Carla ampliar o painel, quantos quadradinhos brancos teriam as figuras da 6ª posição? E da 7ª posição? E da 12ª?

III – Refletindo sobre a construção dos painéis

Agora responda às seguintes perguntas:

- No painel feito por Camila, o que você percebeu?
 - O que é possível afirmar sobre o número de quadradinhos pretos e brancos do painel de Camila na n ésima posição?
 - E no painel de Carla, o que você observou?
 - Que expressão você usaria para identificar o número de quadradinhos brancos do painel de Carla?
- (SÃO PAULO, 2008a, p.38-39)

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Este capítulo, registra as análises a respeito das questões, com base no referencial teórico tomado como parâmetro. Conforme a análise feita, pode-se afirmar que as atividades foram esmiuçadas a ponto de evidenciar argumentos no caminho que foi tomado desde o início do trabalho.

Apresenta-se aqui, as análises de cada atividade com base nos questionamentos levantados no capítulo 1, bem como as interpretações.

5.1 ATIVIDADES DO BLOCO 2, FICHA 7

Nas atividades do bloco 2 o objetivo é o *estudo de noções de razão e proporção com destaque para variação de grandezas e cálculo de porcentagem* (SÃO PAULO, 2008a, p.37).

A ficha 7 se refere ao estudo de variação de grandezas e situações do cotidiano. São apresentadas situações contextualizadas em que há uma relação entre duas grandezas. Neste grupo de atividades, a intenção é desenvolver no aluno o conceito de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Aqui, aponta-se a vantagem no trabalho com proporcionalidade, não somente para o estudo de funções, mas também para a formação matemática geral do aluno.

A proporcionalidade, por exemplo, está presente na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real. (BRASIL, 2000a, p.54)

O ente matemático função não aparece explicitamente e não há evidência de interesse na formalização de tal conceito ou de seus elementos de forma direta ou indireta.

O conceito de função é tema subjacente e o foco principal de ensino é a proporcionalidade entre grandezas. Tanto é assim, que na última atividade da ficha em questão, a atividade IV, é proposta uma discussão sobre grandezas inversa e diretamente proporcionais ou não proporcionais.

Na Atividade I, em que as grandezas são diretamente proporcionais, o conceito subjacente é o de função linear. Na Atividade II, em que as grandezas são inversamente proporcionais, o conceito subjacente é o de função recíproca. Apenas na Atividade III não há uma regularidade a ser observada, porém é essa questão que chama a atenção do aluno para a regularidade das demais, pois ao propor uma situação em que não se verifica uma razão constante entre os valores apresentados, pode gerar no aluno a reflexão sobre a “lei” que rege as anteriores. Enfim, não se pode deixar de observar que em todas elas há uma relação entre duas grandezas em que, a todo valor de uma, há apenas um valor correspondente na outra, o que caracteriza uma função.

Os conceitos relacionados à função inseridos neste grupo de atividades são: a variação quantitativa, a interdependência entre quantidades de naturezas diferentes, a regularidade na relação entre os valores, a noção de variável, a noção de razão e proporção e o conceito de uma variável em função de outra. Estes conceitos são de muita importância para o desenvolvimento do estudo de funções.

Neste mesmo grupo a Atividade IV não foi selecionada para análise por ser uma atividade em que figura um texto que resume as noções estudadas, cuja proposta é de tentar garantir no aluno sua apreensão. Verificou-se tratar de um texto em que não há possibilidade de construção do conhecimento pelo aluno, por meio

da manipulação de conceitos numa situação proposta, mas que apresenta os conceitos de uma forma direta, como definição.

5.1.1 ATIVIDADE I

I – Promoção: Eu só quero chocolate

A loja de doces **Eu só quero chocolate** fez uma promoção de preços de bombons por tempo limitado. O folheto de propaganda da promoção apresentava uma tabela indicando alguns preços de diferentes quantidades de bombons.

Promoção: Eu só Quero Chocolate Válida durante o Carnaval

Número de bombons	4	8	12	16	20
Preço	R\$ 6,00	R\$ 12,00	R\$ 18,00	R\$ 24,00	R\$ 30,00

- O que acontece com o preço quando aumenta a quantidade de bombons?
 - Durante essa promoção, qual é o preço de 24 bombons? E de 36?
 - E com R\$ 60,00, quantos bombons é possível comprar durante a promoção?
 - Quais as grandezas envolvidas?
 - Qual é a razão entre essas grandezas?
- (SÃO PAULO, 2008a, p.38)

Quanto aos tipos de registros de representação semiótica, verificou-se que a questão apresenta: um relativo à representação discursiva de escrita numérica e outro relativo à representação não-discursiva por tabela - as escritas numéricas para representar os valores das grandezas em questão e a representação em tabela para identificar a relação entre os valores.

Nesta Atividade, verificou-se que todo questionamento feito ao aluno se manifesta empregando-se o registro de representação discursivo em língua natural e escrita numérica.

Entende-se que, para que o aluno possa realizar as atividades, ele deverá interpretar a disposição gráfica dos valores na tabela, isto é, verificar que relação há entre os valores das duas grandezas representadas na tabela, a partir de sua distribuição na mesma, no que se refere, por exemplo, a correspondência entre os valores e ordem estabelecida na constituição da tabela, ou seja, o aluno deverá interpretar que característica relacional, do ponto de vista algébrico estrutural, a tabela confere aos valores nela dispostos.

A resposta esperada no item *a* é:

Aumenta de 6 em 6 reais.

Como outra possibilidade de resposta que os alunos podem registrar, elencou-se as seguintes:

- A cada coluna nova aumentam 4 bombons e por isso aumenta 6 reais.

Observa-se que o aluno precisará apenas recorrer à função cognitiva de identificação, pois uma consulta rápida à tabela permitirá encontrar a solução, portanto, não havendo solicitação de tratamento. O registro de partida é a tabela e o de chegada a língua natural, isto é, há uma conversão de registros. Mas, por ser uma conversão que não oferece maiores dificuldades ao aluno, que necessita apenas a observação da tabela para encontrar a resposta, pode-se classificar tal conversão como congruente.

No item *b* a solução esperada é:

O preço de 24 bombons é R\$ 36,00 e de 36 bombons é R\$ 54,00.

Neste caso, observa-se que o aluno pode chegar à resposta por alguns caminhos diferentes. Talvez o aluno utilize um raciocínio elementar em que, sendo 24 o dobro de 12, logo seu preço será o dobro de R\$ 18,00 que é o preço de 12 bombons. E sendo 36 o triplo de 12, logo seu preço será o triplo de R\$ 18,00. Esta forma de resolução revelaria que o aluno possui noção de proporcionalidade direta. Nesta situação verifica-se haver um tratamento, pois o aluno parte do registro numérico que há na tabela e chega ao mesmo tipo de registro, por meio da interpretação da informação que a tabela traz. Ele recorre a um raciocínio,

analisando a tabela em seu conjunto e comparando dados, realizando operações para concluir a variação ali presente, portanto, colocando em prática a função cognitiva de tratamento. Para tal operação, o aluno passará de uma leitura pontual da tabela a uma leitura global, o que caracteriza uma apreensão global, logo, um salto qualitativo do ponto de vista cognitivo.

Outra solução possível para o item *b* é aquela em que o aluno resolve por regra de três simples montando as equações abaixo em que *x* e *y* representam o preço de 24 e 36 bombons respectivamente.

$$\frac{x}{18} = \frac{24}{12} \Rightarrow x = 36 \quad \text{e} \quad \frac{y}{18} = \frac{36}{18} \Rightarrow y = 54$$

Nesta forma de resolução percebe-se a capacidade de reconhecer na situação a possibilidade do uso de regra de três simples e que domina razoavelmente o conceito de incógnita e de equação. Não se pode, porém, afirmar que domina o conceito de proporcionalidade direta subjacente a tal método. Talvez ele realize o procedimento como uma técnica totalmente mecânica sem conhecer seu significado. Mas, não se pode deixar de observar que o aluno interpretou a situação e aplicou tal processo sem que houvesse qualquer indicação para tanto. Observa-se haver aqui uma transformação de registros do tipo conversão, em que o registro de partida é a tabela e o de chegada é em escrita algébrica. É uma conversão congruente, uma vez que, para a “montagem” das equações o aluno foi influenciado pela disposição da tabela. Também não se pode deixar de registrar o tratamento ocorrido na resolução da equação.

Pode-se considerar ainda a solução em que o aluno amplie a tabela, dando continuidade à regularidade observada no item *a*, chegando às quantidades de bombons citadas e conseqüentemente aos seus respectivos preços. Esse processo não seria tão custoso, pois necessitaria apenas de mais três colunas na referida tabela. Revelaria que o aluno não adquiriu noções de proporcionalidade direta,

porém apresenta indícios de percepção da relação biunívoca entre os valores da tabela, já que acredita nela para encontrar os valores solicitados. Quanto ao registro, é mantido o mesmo (tabela), caracterizando um tratamento.

Não se deve deixar de considerar a solução em que o aluno dividirá algum dos preços pelo número correspondente de bombons para encontrar o preço unitário (R\$ 1,50) e depois multiplicar por 24 e 36 para chegar à resposta. Tal raciocínio também revela a noção de proporcionalidade. Talvez não tão elaborada quanto aquela em que se utilizam múltiplos (dobro, triplo, etc), mas lança mão do valor unitário que permite calcular o preço de qualquer quantidade, já que todo natural é múltiplo de 1. Neste caso, verifica-se que o aluno mantém o registro, portanto, realizando uma transformação do tipo tratamento.

A resposta esperada no item c é:

40 bombons.

Uma possível forma de solução é o raciocínio em que o aluno refletiria: se com R\$ 6,00 compro 4 bombons, então com dez vezes mais dinheiro, compraria dez vezes mais bombons. Esta forma de solução revela o domínio do raciocínio por proporcionalidade, objeto de trabalho nesta atividade. A transformação de registros ocorrida neste caso seria do tipo tratamento, pois o aluno não muda o registro apresentado.

Outra possibilidade que ocorre é aquela em que, conhecendo o valor unitário do bombom, o aluno verificaria quantos poderia comprar com R\$60,00 dividindo-o por aquele valor. Mais uma atividade envolvendo tratamento.

O aluno também poderá chegar à solução ampliando a tabela. Com mais cinco colunas chegaria ao resultado. Como não alteraria o registro, verifica-se uma transformação do tipo tratamento.

Ele também poderia resolver usando regra de três simples em que escreveria a seguinte equação em que x representa a quantidade de bombons que se pode comprar com R\$ 60,00:

$$\frac{x}{4} = \frac{60}{6} \Rightarrow x = 40$$

Neste caso, observa-se que o registro de partida é a tabela, e o aluno chegou num registro de escrita algébrica, procedendo, portanto numa conversão, classificada como congruente, a disposição da tabela auxilia na escrita da equação.

No item *d* a resposta esperada é:

Número de bombons e preço.

Aqui não foram verificadas outras possibilidades além daquela em que o aluno observa na 1ª coluna da tabela à que se referem os valores das linhas. Percebe-se, no entanto, que talvez possa haver dificuldades caso o aluno não tenha clareza quanto ao conceito de grandeza. O tipo de transformação de registros neste caso é o de tratamento, basta o aluno observar a tabela para verificar a resposta.

No item *e* a resposta esperada é:

R\$ 1,50 /bombom ou $\frac{2}{3}$ de bombom/real.

Se o aluno pensar proporcionalmente, vai tentar calcular o preço de um bombom. Isso o levará à razão preço por bombom. Mas talvez ele possa interpretar simplesmente como razão entre dois valores, de forma destacada do contexto, e calcular bombons por real. Acredita-se que a própria organização da tabela dada contribui com isso.

Em outras palavras, o aluno deverá proceder a uma conversão, do registro não-discursivo gráfico (a relação entre os valores na tabela), para o registro discursivo numérico (a razão entre os valores). Trata-se de compreender que a relação solicitada já está na tabela, oculta pela forma implícita que tal registro lhe confere, porém ao fazer a interpretação dos dados e proceder na montagem de uma operação entre valores correspondentes, o aluno converte a relação em registro numérico.

Para constituir um argumento que embasa a interpretação, elencou-se uma dúvida que comumente ocorre aos alunos no momento da resolução de questões que requeiram uma interpretação para serem equacionadas: “Que conta eu faço?”

A conversão apontada aqui é uma conversão não-congruente, já que a relação entre os valores na tabela, não apresenta uma correspondência termo a termo com a equação a ser estabelecida para que se responda às questões.

5.1.2 ATIVIDADE II

II – Testando um motor de automóvel

Uma fábrica testou o motor de um novo tipo de automóvel analisando a velocidade e o tempo gasto durante o mesmo percurso. Os resultados estão na tabela abaixo.

Velocidade (km/h)	30	60	90	120
Tempo (h)	6	3		

- Descubra o tempo gasto pelo automóvel com a velocidade de 90 km por hora e com 120 km por hora e anote os resultados em seu caderno. Justifique sua resposta.
 - O que acontece com o tempo gasto quando se modifica a velocidade?
 - Qual o tempo gasto, se o automóvel corresse à velocidade de 150 km por hora?
 - E se o automóvel levasse 12 horas nesse percurso, qual seria sua velocidade?
 - Quais são as grandezas envolvidas nesse problema?
- (SÃO PAULO, 2008a, p.38)

Quanto aos tipos de registros de representação semiótica, assim como a questão analisada anteriormente, esta também apresenta dois tipos de registro: representação discursiva em escrita numérica e representação não-discursiva por tabela. Com escrita numérica para representar os valores das grandezas envolvidas e a tabela para estabelecer a correspondência entre eles.

Todos os itens de questionamento aos alunos são apresentados em registro de representação discursivo de escrita em língua natural e escrita numérica.

No item *a*, a resposta esperada é:

2h e 1,5h.

Uma forma de solução que pode ser apresentada é aquela em que o aluno verifica a distância percorrida. Percebe que, se gastou 6h a uma velocidade de 30 km/h, então a distância percorrida deve ser 180 km. Assim, como a distância é a mesma em cada resultado, saberá que para velocidades de 90 km/h e 120 Km/h, gastará 2h e 1,5h respectivamente. Neste caso, o aluno procederá a uma transformação de registros do tipo tratamento, pois não mudaria o registro. Cabe

salientar a necessidade de interpretação global da tabela em que o aluno deverá verificar o que está além dos dados explícitos na mesma.

Uma outra forma de solução é aquela em que o aluno pensaria na proporcionalidade inversa. Sabendo que uma velocidade maior implica em tempo menor, ele perceberia que, para uma velocidade 3 vezes maior do que 30 km/h, o tempo gasto haveria de ser 3 vezes menor, portanto 2h. E raciocinaria de forma análoga para a velocidade de 120 km/h. Assim, sem mudar o registro, procederia numa transformação do tipo tratamento.

O aluno também poderia resolver por regra de três, mas aqui demonstraria também o domínio da noção de proporcionalidade inversa, escrevendo as seguintes operações:

$$\frac{x}{6} = \frac{30}{90} \Rightarrow x = 2 \quad \text{e} \quad \frac{y}{6} = \frac{30}{120} \Rightarrow y = 1,5$$

Em que x e y são os tempos, em horas, gastos a velocidade de 90 km/h e 120 km/h, respectivamente. Aqui, percebe-se que o aluno parte de um registro de escrita numérica e chega a um registro de escrita algébrica, procedendo numa conversão do tipo congruente, porque a disposição dos valores na tabela auxilia no equacionamento do problema.

No item *b* a resposta esperada é:

O tempo diminui à medida que a velocidade aumenta.

Neste caso, aponta-se apenas a possibilidade em que o aluno não relacione o decréscimo do tempo ao crescimento da velocidade, observando apenas os valores que representam o tempo. A transformação de registro envolvida aqui é o tratamento.

No item *c* a resposta esperada é:

1,2h ou 1h:12min.

No item *d* a resposta esperada é:

15 km/h.

Verifica-se que nestes itens o aluno poderia recorrer aos mesmos recursos elencados para o item *a* procedendo, portanto, nos mesmos tipos de transformação de registros ali elencados.

No item *e* a resposta esperada é:

Velocidade e tempo.

Para este item não foi verificado nenhuma outra forma de chegar à resposta que não fosse pela simples observação da tabela.

5.1.3 ATIVIDADE III

III – Uma compra vantajosa

Um filme para máquina fotográfica com 12 poses custa R\$ 6,00 e outro com 36 poses custa R\$ 15,00.

- a) As grandezas número de poses e preço são diretamente proporcionais (GDP) ou inversamente proporcionais (GIP)? Explique.
 - b) Qual seria o preço do filme de 24 poses, se fosse proporcional ao de 12 poses?
- (SÃO PAULO, 2008a, p.38)

A referida questão, em relação ao tipo de registros de representação, apresenta apenas registro de representação discursiva de escrita em língua natural e escrita numérica.

A resposta esperada no item *a* é:

Nem uma nem outra.

O aluno poderia afirmar não se tratar de GIP (Grandezas Inversamente Proporcionais), justificando que o número de poses aumenta e o preço também; que não são GDP (Grandezas Diretamente Proporcionais), porque a quantidade de poses triplica e o preço não. Também poderia procurar o valor de uma pose e perceberia que para 36 poses o preço deveria ser outro. O tipo de transformação de registros é de tratamento, ele partiria do registro escrito numérico para chegar no mesmo tipo.

A resposta esperada no item *b* é:

R\$ 12,00.

O aluno poderia responder raciocinando proporcionalmente, em que, para o dobro de poses o preço seria o dobro também. A transformação de registro seria o tratamento.

5.2 ATIVIDADES DO BLOCO 3, FICHA 9

O bloco 3 envolve noções de Álgebra. Na ficha 9, o título é “A Álgebra para generalizar padrões”. As questões apresentam seqüências de figuras formadas por quadrados escuros e claros, cuja regularidade deve ser observada pelo aluno. Cabe salientar que na questão II item *b* a tabela apresenta um erro, que deverá ser observado pelo professor no ato do planejamento das aulas. Na referida tabela, a linha intitulada número de quadrinhos escuros, deve ser lida como número de quadrinhos claros, e vice-versa. Observa-se que na revista em que constam orientações ao professor, uma leitura atenta dos comentários auxilia na percepção do erro. Portanto, acredita-se que tal erro não compromete a realização da atividade.

Há nas questões, uma proposta implícita de relacionar a quantidade de quadrados escuros e claros com o número que representa sua posição. O aluno deve, em algum momento na resolução das atividades I e II, desenvolver um meio

de perceber a quantidade de quadrados claros ou escuros de uma figura qualquer, sem ter que recorrer ao desenho da mesma. Para tanto, deverá estabelecer algum algoritmo ou procedimento que relacione os valores procurados à posição da figura na seqüência. Mesmo que não seja em notação algébrica.

A relação de dependência entre o número de quadrados escuros ou brancos e a posição da figura, implica, de forma indireta, no conceito de função. Portanto, verifica-se que função não é objeto de estudo nessas atividades, mas está presente como conceito implícito nas situações propostas.

Trata-se de situação que deve ser traduzida através de uma lei que expresse em termos quantitativos a regularidade observada, e para CARAÇA (2005), isso se faz através de uma função.

Na atividade III observa-se que há uma intenção de que o aluno caminhe no sentido da formalização dos padrões observados nas atividades anteriores, através de uma expressão algébrica. De fato:

A intenção nesta atividade é a de chegar a uma expressão algébrica para cada uma das situações exploradas. (SÃO PAULO, 2008b, p.43)

Se a relação entre duas quantidades nas questões I e II, aponta para o conceito de função, na questão III nota-se o indício da representação da função por uma expressão algébrica, o que vem ao encontro das convicções sobre o envolvimento implícito do conceito de função nas atividades selecionadas.

Cabe salientar ainda, a importância do trabalho com generalização de padrões no ensino de Álgebra. A riqueza deste tipo de abordagem contribui de forma muito significativa para a iniciação do estudo algébrico e para a formação do conceito de função.

[...] é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver

problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 2000a, p.55)

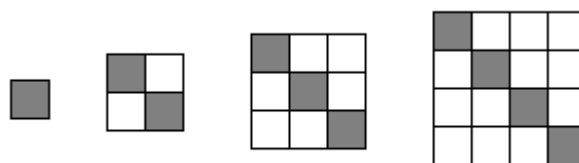
Considerando que o conceito de função não é objeto de ensino nas atividades selecionadas, que nenhum de seus elementos figuram definidos ou indicados nas questões para reflexão do aluno, que as formas características de representação semiótica, tais como tabelas e expressões algébricas estão presentes de forma auxiliar para compreensão dos conteúdos envolvidos e que as situações trazem o conceito de forma implícita, pode-se afirmar que está presente em todas as atividades selecionadas como conceito subjacente, isto é, implícito nas situações propostas.

Portanto, o conceito de função está presente e talvez as reflexões propostas aos alunos nas atividades elencadas, contribuam com o momento futuro em que o estudarão de forma mais sistematizada. Uma vez que na 8ª série, do ponto de vista algébrico, o ensino de Matemática deve visar o desenvolvimento nos alunos, dentre outros objetivos, o de observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p.81), principalmente se iniciada com o cunho da contextualização utilizado nestas atividades.

5.2.1 ATIVIDADE I

I – O painel construído por Camila

Observe o painel feito por Camila.



- a) Siga a mesma regra e construa em seu caderno mais três figuras desse painel.
b) Analise os elementos do painel e complete o quadro em seu caderno.

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Nº de quadradinhos pretos	1	2	3				
Nº de quadradinhos brancos	0	2	6				

- c) Se o painel fosse ampliado, quantos quadradinhos brancos e pretos teriam as figuras que ocupassem a 8ª posição, a 9ª posição e a 12ª posição?
(SÃO PAULO, 2008a, p.38-39)

Em relação ao tipo de registros de representação semiótica, verifica-se que a atividade apresenta três: um discursivo e dois não-discursivos, sendo respectivamente, escrita em língua natural, registro figural e registro por tabelas (no item *b*). Portanto, estes são os tipos de registros de partida, cujo principal é o figural, já que as figuras constituem o elemento imprescindível na resolução.

Na solução do item *a*, a resposta esperada é:

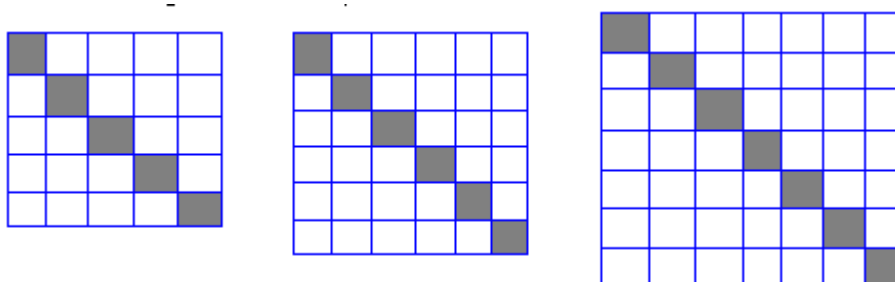


Figura 1

Logo, o registro de chegada é não-discursivo figural. Pode-se apontar assim, haver situação de tratamento no referido item - o registro de partida e de chegada são os mesmos.

Na solução do item *b*, a resposta esperada é:

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Nº de quadradinhos pretos	1	2	3	4	5	6	7
Nº de quadradinhos brancos	0	2	6	12	20	30	42

Figura 2

Aqui, se pode considerar duas possibilidades. Numa delas, o aluno poderia lançar mão do recurso da contagem dos quadradinhos nas próprias figuras, uma vez que todas às quais se refere a tabela estão disponíveis, inclusive a 5ª, 6ª e 7ª, que foram construídas pelo próprio aluno no item a. Assim, afirma-se haver na referida possibilidade uma transformação de registros do tipo conversão, pois o registro de partida é o registro figural, e o de chegada é o registro de escrita numérica. Classifica-se tal conversão como congruente, uma vez que os valores numéricos dados como resposta estão evidentes nas figuras, implicando na tarefa simples de contagem.

Na outra possibilidade, o aluno pode pensar em preencher a linha referente aos quadradinhos pretos, apenas observando a própria tabela e verificando a seqüência de números naturais (1, 2, 3, 4, ...), o que seria bastante elementar. Verifica-se, contudo, haver uma transformação do tipo tratamento, uma vez que o registro numérico da tabela se mantém.

Cabe observar neste item o surgimento de elementos novos como a tabela. Analisando-a, percebe-se o valor referente à posição das figuras na seqüência. Este tipo de registro (tabela) sugere ao leitor da atividade uma relação entre o número que representa a posição da figura e a quantidade de quadradinhos pretos e/ou brancos da mesma. Percebe-se, portanto, a sugestão de uma relação de dependência, isto é, uma função.

Na solução do item c, a resposta esperada é:

	8ª posição	9ª posição	12ª posição
Quadrinhos Pretos	8	9	12
Quadrinhos Brancos	56	72	132

Figura 3

Neste item considera-se duas possibilidades. A primeira, em que, na tentativa infrutífera de verificar um “padrão” ou “regularidade” para encontrar a quantidade de quadradinhos brancos, o aluno recorresse ao procedimento mais elementar possível, que seria desenhar as figuras e então contar os quadradinhos, possibilidade esta que caracterizaria uma transformação de registros do tipo conversão; já que o aluno partiria do registro figural para chegar ao registro numérico. Porém, trata-se de uma conversão congruente, uma vez que não há nenhuma superação em contar os elementos de um dado conjunto. Já para encontrar a quantidade de quadradinhos pretos, o aluno continuaria a lançar mão da evidente relação entre este número e a posição da figura (n° de quadradinhos pretos = n° que representa a posição da figura), o que caracterizaria uma transformação de registros do tipo tratamento.

A segunda possibilidade reflete o método cujo raciocínio é o que se pretende desenvolver no aluno nesta atividade. Tal possibilidade é a de que o aluno, para encontrar o total de quadradinhos brancos da figura, procedesse operando o quadrado do número que representa a posição, subtraído deste mesmo número, ou seja, o aluno trabalharia com a idéia de que o número de quadradinhos brancos é obtido conseguindo-se o total de quadradinhos (pretos e brancos) menos o total de pretos. Esta conclusão se dá por uma reflexão a partir da forma geométrica das figuras que, por serem quadradas, permitem verificar que o total de quadrados (pretos e brancos) é o quadrado do valor da posição e que o valor da posição é igual à quantidade de quadradinhos pretos.

O tipo de transformação de registro nesta situação é de conversão, pois o aluno parte do registro figural e chega ao registro numérico. E para tanto, necessita fazer uma consideração que vai além da simples observação, verificando propriedades da figura que não estão evidentes, bem como propriedades

operatórias entre conjuntos, além de levantar conjecturas. Logo, a conversão é não-congruente.

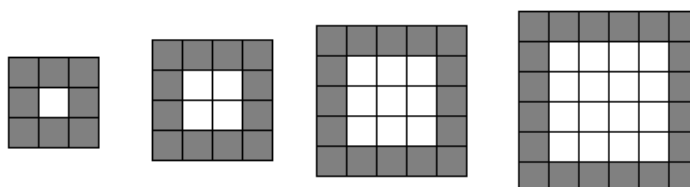
Quanto ao conceito de função verifica-se que a Atividade II o traz de forma implícita. Ela possui muito potencial para o desenvolvimento do referido conceito, podendo inclusive, ser utilizada novamente numa abordagem com aprofundamento maior, quando de sua discussão.

A atividade em questão apresenta elementos importantes na preparação para a compreensão do conceito de função, como relação de dependência entre duas grandezas, noção de variável, representação algébrica de uma relação e representação de correspondência entre valores na forma de tabela.

5.2.2 ATIVIDADE II

II – O painel construído por Carla

Carla fez um painel, composto de quadrados brancos com bordas escuras.



- a) Siga a mesma regra e construa em seu caderno mais três figuras desse painel.
b) Analise os elementos do painel e complete o quadro em seu caderno.

Posição	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a
Número de quadradinhos escuros	1	4	9				
Números de quadradinhos brancos	8	12	16				

- c) Se Carla ampliar o painel, quantos quadradinhos brancos teriam as figuras da 6^a posição? E da 7^a posição? E da 12^a?
(SÃO PAULO, 2008a, p.39)

A referida atividade apresenta também três tipos de registros de representação semiótica, sendo um discursivo e dois não-discursivos. O discursivo é o registro de representação semiótica em língua natural, os não-discursivos são o registro de representação semiótica figural e o registro por tabela (item b). Nesta atividade os registros citados acima são os registros de representação semiótica de partida.

Resposta esperada no item a:

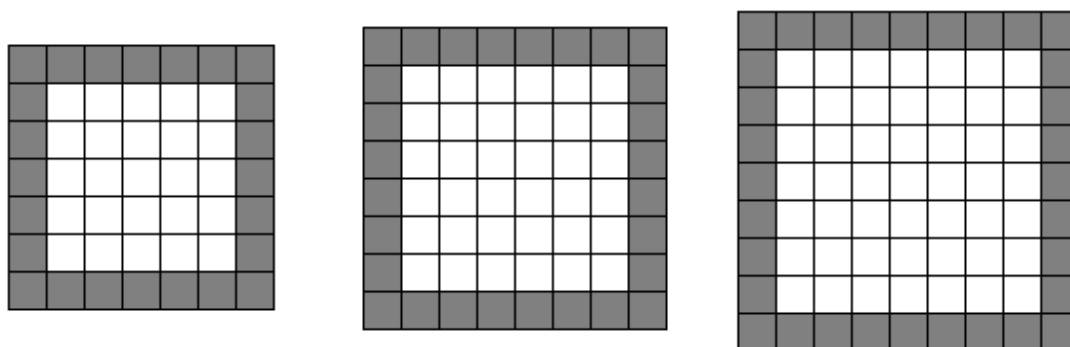


Figura 4

Como pode ser constatado, o registro de chegada no item a é não-discursivo figural. Portanto, como o registro é mantido, trata-se de uma transformação de registro do tipo tratamento.

É considerado haver a possibilidade de o aluno apresentar “certa” dificuldade na hora de construir as figuras, sobretudo se considerar os quadrinhos brancos e escuros separadamente, já que, a composição da nova figura ficaria mais complexa, e necessitaria completar o quadrado a ser formado. Entretanto, não seria grande obstáculo e não representaria maiores problemas.

Na solução do item b, a resposta esperada é:

Posição	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a
Nº de quadrinhos brancos	1	4	9	16	25	36	49
Nº de quadrinhos escuros	8	12	16	20	24	28	32

Figura 5

Cabe ressaltar que a resposta apresentada na figura 5 já está com a devida correção em relação à linha do número de quadrinhos brancos e escuros, conforme mencionado anteriormente nesta pesquisa, o jornal do aluno apresenta este erro.

No item *b* pode-se considerar as seguintes possibilidades:

Em relação ao número de quadrinhos brancos, o aluno talvez recorra à contagem dos quadros nas figuras já representadas e nas construídas por ele, pois são as mesmas as quais a tabela se refere. Outra possibilidade é a de que ele perceba que o número de quadrinhos brancos é o quadrado do número que representa a posição da figura na seqüência.

Em ambos os casos, o aluno procederá a uma transformação de registro do tipo conversão, ele partirá do registro de representação figural e chegará ao registro de representação por escrita numérica. No entanto, no primeiro caso, será de conversão congruente, porque a contagem de elementos num conjunto não requer grande esforço, já que os elementos estão evidentes. Enquanto que no segundo caso, a conversão é não-congruente, devido ao fato que, para verificar a relação explicitada, o aluno deverá manipular as propriedades da figura geométrica formada pelos quadrinhos brancos, no caso um quadrado, que requer maior esforço cognitivo.

Já em relação ao número de quadrinhos escuros, há a possibilidade do aluno contar os quadrinhos nas figuras de que dispõe. Também poderá observar uma regularidade entre os próprios valores dispostos na tabela, em que cada um é o antecessor acrescido de 4, assim poderá completar a linha sem maiores dificuldades, ou talvez possa observar a regularidade a partir das figuras, percebendo que o total de quadrinhos é obtido somando-se dois ao número da posição da figura, elevando-se o resultado ao quadrado e depois subtraindo-se desse valor o número de quadrinhos brancos.

Percebe-se que, nas três possibilidades citadas acima, a primeira e a segunda são de transformações do tipo conversão, já que o registro de partida é o registro figural e o de chegada é o registro de escrita numérica. A conversão em ambos os casos é não-congruente; o aluno deverá manipular propriedades das figuras para concluir a solução. No caso da segunda, a transformação é do tipo

tratamento. Neste, os registros de partida e de chegada são registros de escrita numérica.

No item c a resposta esperada é:

36, 49 e 144 quadrinhos brancos respectivamente.

Uma possível estratégia que os alunos podem utilizar, já que a 6^a e 7^a figuras estão construídas, supondo que o item b tenha sido concluído, seria verificar na tabela ou contar nas figuras. Apenas no caso da 12^a é que necessitaria, caso tivesse dificuldades em perceber o padrão, construir a figura para depois contar, o que seria custoso. Neste caso, contando nas figuras ou consultando a tabela, o tipo de transformação de registro é o tratamento.

Talvez o aluno percebesse, na tabela, a regularidade numérica da quantidade de quadrinhos brancos. A partir da segunda figura, o número de quadrinhos brancos daquela que ocupa a posição n é obtido somando-se o n ésimo número natural ímpar à quantidade de quadrinhos brancos da figura anterior. Por exemplo, o número de quadrinhos brancos da figura que ocupa a 6^a posição será igual a $25 + 11 = 36$, em que 25 é o número de quadrinhos brancos da figura anterior e 11 é o 6^o natural ímpar. Em tal estratégia, percebe-se haver a transformação de registro do tipo tratamento.

Outra estratégia que pode ser utilizada pelos alunos é aquela em que observariam nas figuras que os quadrinhos brancos formam um quadrado cujo lado é o valor de sua posição na seqüência, portanto, concluiriam que o número de quadrinhos brancos é igual ao quadrado do número da posição. Tal verificação também poderia ser feita não a partir das figuras, mas da observação da tabela. Constata-se em ambos os casos, haver a transformação de registros do tipo tratamento.

A atividade II apresenta as mesmas possibilidades quanto ao conceito de função, que a atividade I.

5.2.3 ATIVIDADE III

III – Refletindo sobre a construção dos painéis

Agora responda às seguintes perguntas:

- a) No painel feito por Camila, o que você percebeu?
 - b) O que é possível afirmar sobre o número de quadradinhos pretos e brancos do painel de Camila na n ésima posição?
 - c) E no painel de Carla, o que você observou?
 - d) Que expressão você usaria para identificar o número de quadradinhos brancos do painel de Carla?
- (SÃO PAULO, 2008a, p.39)

Esta atividade apresenta apenas registros de representação semiótica em língua natural. Por sua vez, como as questões referem-se as figuras das atividades I e II, há possibilidade de que o registro de partida seja outro diferente do observado aqui.

No item *a*, a solução esperada é:

Percebi que o número de quadrados pretos é igual ao número da posição da figura na seqüência e que o número de brancos é o número que representa a posição da figura ao quadrado subtraído do mesmo número.

Observa-se uma transformação de registro do tipo tratamento, pois o registro de partida e de chegada é o mesmo.

No item *b*, a resposta esperada é:

$$N^{\circ} \text{ de Quadrinhos Pretos} = n \quad N^{\circ} \text{ de Quadrinhos Brancos} = n^2 - n$$

Então, como o item *b* pretende que o aluno expresse de forma algébrica aquilo que respondeu no item *a*, pode-se apontar uma transformação de registro do tipo conversão, porém uma conversão congruente, uma vez que percebe-se uma relação termo a termo entre ambos os registros.

No item *c*, apesar de não constar no jornal do aluno a solicitação da regularidade observada na obtenção do número de quadradinhos escuros, consultando

a revista do professor é fácil perceber que há esta intenção, portanto a resposta esperada é:

Percebi que o número de quadrinhos brancos é o quadrado do número que representa a posição da figura na seqüência, e que o número de quadrinhos pretos é o quádruplo do número que representa a posição, subtraído de 4.

Trata-se de transformação de registro do tipo tratamento, pois na solução os registros são mantidos.

No item *d*, a solução esperada é:

$$N^{\circ}\text{Quadrinhos Brancos} = n^2 \quad N^{\circ}\text{Quadrinhos Pretos} = 4n-4$$

Aqui aponta-se para uma transformação de registro do tipo conversão; percebe-se que a intenção é que o aluno parta do registro do item *c*, registro de representação em língua natural e chegue ao registro de representação de escrita algébrica. A conversão, neste caso, é congruente; há uma correspondência termo a termo entre ambos os registros.

5.3 RESUMO DAS ANÁLISES

A seguir são apresentados dois quadros que constituem o resumo das análises quanto ao tipo de registros de representação semiótica, verificados nas atividades.

		Quanto ao conceito de função	Conceitos relacionados à função	Tipos de Registros de Representação Semiótica		Transformação de Registros**
				Partida	Chegada*	
BLOCO 2 FICHA 7	Atividade I	Aparece implicitamente (função linear)	Variação quantitativa; Interdependência entre quantidades de naturezas diferentes; Regularidade na relação; Noção de variável; Razão; Proporcionalidade direta; Uma variável em função de outra.	Discursivo de escrita em língua natural e numérica e não-discursivo por tabela.	Discursivo de escrita em língua natural, escrita numérica e escrita algébrica; Não discursivo em tabela.	Tratamento, conversão congruente e conversão não-congruente.
	Atividade II	Aparece implicitamente (função recíproca)	Variação quantitativa; Interdependência entre quantidades de naturezas diferentes; Regularidade na relação; Noção de variável; Razão; Proporcionalidade inversa; Uma variável em função de outra.	Discursivo de escrita em língua natural e numérica e não-discursivo por tabela.	Discursivo de escrita numérica e escrita algébrica.	Tratamento e conversão congruente.
	Atividade III	Não há regularidade a ser observada. Causa questionamentos para evidenciar a proporcionalidade direta ou inversa das Atividades I e II	Variação quantitativa; Interdependência entre quantidades de naturezas diferentes; Noção de variável; uma variável em função de outra.	Discursivo de escrita em língua natural e numérica.	Discursivo de escrita numérica.	Tratamento.

Quad

ro 4: Resumo dos registros de representação semiótica observados nas atividades do Bloco2, Ficha7.

		Quanto ao conceito de função	Conceitos relacionados à função	Tipos de Registros de Representação Semiótica		Transformação de Registros**
				Partida	Chegada*	
BLOCO 3 FICHA 9	Atividade I	Aparece implicitamente (generalização de padrões)	Relação entre quantidades, Regularidade na relação, conceito de variável.	Discursivo em língua natural e não-discursivo figural e tabela.	Discursivo de escrita numérica e não-discursivo figural.	Tratamento, conversão congruente e conversão não-congruente.
	Atividade II	Aparece implicitamente (generalização de padrões)	Relação entre quantidades, Regularidade na relação, conceito de variável.	Discursivo em língua natural e não-discursivo figural e tabela.	Discursivo de escrita numérica e não-discursivo figural.	Tratamento e conversão não-congruente.
	Atividade III	Aparece implicitamente (generalização de padrões)	Relação entre quantidades, Regularidade na relação, conceito de variável.	Discursivo em língua natural.	Discursivo em língua natural e escrita algébrica.	Tratamento e conversão congruente.

Quad

ro 5: Resumo dos registros de representação semiótica observados nas atividades do Bloco3, Ficha9.

Algumas observações quanto aos quadros: os registros de chegada, bem como as transformações de registros, são vários, uma vez que verificou-se mais de uma estratégia de resolução, o que gerou a possibilidade de mais de um tipo de registro, e também diferentes transformações de registros para a mesma atividade.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa objetivou-se analisar de que forma o material implementado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, no ano de 2008, propôs as atividades introdutórias ao conceito de função para alunos da 8ª série do Ensino Fundamental.

O primeiro aspecto da análise foi o de verificar se o conceito de função figurava nas atividades selecionadas como objeto de ensino ou não, o conceito estava nas atividades de forma explícita ou implícita e ainda, no caso da função não ser objeto de ensino, investigar se os conteúdos envolvidos possuíam relação com função, como conceitos introdutórios ao seu estudo.

Outro aspecto da análise foi o de investigar que tipos de registros de representação semiótica as atividades apresentavam, verificando também os possíveis registros que seriam utilizados pelos alunos no ato da resolução das mesmas, apontando ainda as transformações de registro que haveria na resolução.

A importância do conceito de função para a formação matemática do aluno da 8ª série do Ensino Fundamental, e conseqüentemente para o aluno do Ensino Médio, foi esclarecida por ocasião de sua constatação nos documentos oficiais que regulamentam o ensino de Matemática no estado de São Paulo e no Brasil, além das considerações de outros autores/pesquisadores da área de Educação Matemática consultados na bibliografia deste trabalho.

A motivação para a pesquisa do ensino deste objeto matemático é proveniente não somente da prática docente do autor, como relatado no capítulo 1, mas também dos indicadores gerados a partir de avaliações como o SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), em que o

domínio do conceito de função dos alunos avaliados se revelou insatisfatório. Durante praticamente toda a 1ª série do Ensino Médio, o aluno estudará diferentes tipos de funções, necessitando assim chegar à referida etapa com um razoável domínio da noção daquele conteúdo. Além do mais, para sua inserção no mundo da informação científica, seja em Química, Biologia ou Física, é imprescindível a utilização do conceito de função para interpretação e estudo de fenômenos e suas propriedades.

O material que serviu de base para a pesquisa foi uma publicação da própria Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, intitulada “Jornal do aluno”. Cabe aqui ressaltar a observação que foi feita sobre a escolha do formato do referido material, que, com diagramação semelhante à de um jornal, possa ter possibilitado maior interesse por parte dos alunos, que o viam de forma diferente em relação a um livro didático. Além de que um jornal é sem dúvida um veículo de informação com circulação maior do que um livro, sobretudo nas camadas da sociedade com menor poder aquisitivo.

Houve apontamento do fato inovador da contextualização apresentada pelo material. Os conteúdos programáticos foram relacionados com temas da atualidade e de relevância social. A informação é apresentada em diferentes formas, tais como textos jornalísticos, poesia, figuras, gráficos e tabelas. Lamentamos apenas por não ser colorido, o que enriqueceria ainda mais o material.

A implementação do referido material contou com o envio, para cada professor da rede, de uma revista de apoio pedagógico intitulada “Revista do professor”, com observações e orientações para que pudesse realizar o trabalho com o jornal.

As observações acerca do material, no que se refere à idéia de uma atividade diferenciada, cuja proposta seria a de um período de recuperação dos alunos no início do ano letivo de 2008, são positivas. Considera-se uma iniciativa importante no caminho de tentar aproximar o aluno do conhecimento que é tão importante para sua emancipação e conseqüente avanço da sociedade.

Quanto às análises mais profundas, sobre as atividades de Matemática do jornal de 7ª/8ª séries, especificamente daquelas selecionadas segundo o critério de

que possuem relação com o conceito de função, passa-se agora a registrar os resultados constatados.

O conceito de função não é objeto de ensino nas atividades. Não se verifica a intenção da formalização de tal conceito ou da formação conceitual de algum de seus elementos. Nem mesmo verifica-se a intenção do trabalho com noção de relação entre dois conjuntos numéricos. O que se verifica é que o conceito de função está presente de forma implícita.

Os conceitos matemáticos que as atividades apresentam são introdutórios ao estudo de função. São conceitos fundamentais para o trabalho com funções. As atividades objetivam proporcionar ao aluno, a noção de razão e proporcionalidade direta ou inversa entre grandezas e também a observação e generalização de padrões. Todos, conceitos importantes para o estudo de funções. O que se observa, portanto, é que, apesar do conceito de função estar presente como conteúdo subjacente e das atividades contribuírem com a formação de conceitos introdutórios em seu estudo, ele não está presente nos objetivos de trabalho das atividades, pois não é o objetivo do material.

Para esclarecer melhor a relação dos conceitos envolvidos nas atividades selecionadas com o conceito de função, elencou-se aqui os conhecimentos importantes que elas apresentam: variação quantitativa, interdependência entre quantidades de naturezas diferentes, regularidade na relação, noção de variável, de razão e proporcionalidade direta e inversa, uma variável em função de outra e representação da relação entre variáveis na forma algébrica.

Dos conceitos elencados acima, os fundamentais para a noção de função, são o de variação e interdependência, como afirmou-se anteriormente segundo CARAÇA (1957). Todos esses conceitos estão envolvidos nas atividades selecionadas, permitindo confirmar sua presença implícita.

Os registros de representação semiótica observados nas atividades são: escrita em língua natural, escrita numérica, tabela e figuras geométricas. Estes são os registros de partida, isto é, os registros em que as atividades são apresentadas.

Para alguns itens das atividades analisadas observou-se haver mais de uma possibilidade de estratégia de resolução pelo aluno. Foi considerado por isso, diferentes tipos de registros de chegada para os mesmos itens. Então, constatou-se haver transformações do tipo tratamento e também conversão. No caso das conversões, verificou-se mais do tipo congruente do que não-congruente e em nenhum caso percebeu-se propiciar conversões nos dois sentidos.

É importante destacar que, como são atividades que favorecem o estudo posterior do conceito de função e são contextualizadas, elas podem perfeitamente ser utilizadas no momento em que tal conceito for trabalhado.

Outro ponto positivo é o fato de que o material apresenta os conceitos de forma contextualizada, livre de definições técnicas e numa linguagem bastante acessível. Não foi verificado, em toda parte de matemática do jornal, nenhum uso excessivo de fórmulas, expressões algébricas sem significado num contexto ou qualquer representação excessivamente formal dos objetos estudados. O que observou-se de negativo foi a falta de duplo sentido nas conversões de registros de representação semiótica.

Seria necessário que o aluno fosse estimulado a representar o mesmo objeto matemático em mais de um tipo de registro e que “transitasse” por eles para que percebesse as suas propriedades e não o confundisse com suas representações.

Para pesquisas futuras, sugere-se a análise das avaliações que as escolas aplicaram nos alunos, a fim de verificar os resultados quanto ao trabalho com o jornal, ou ainda, a aplicação das atividades aqui analisadas com o objetivo de constatar se as estratégias elencadas serão mesmo utilizadas pelos alunos ou se apresentarão outras e verificar os tipos de transformações de registros que utilizarão.

A realização desta pesquisa contribuiu muito para o amadurecimento do autor como pesquisador. Os desafios, as descobertas e principalmente, o diálogo com as pessoas do meio acadêmico, certamente são as maiores marcas positivas deste processo.

REFERÊNCIAS

ARDENGHI, Marcos José. *Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. 2008. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70 Ltda. 2006, 281p.

BASSOI, Tânia Stella. *Uma professora, seus alunos e as representações do objeto matemático funções em aulas do ensino fundamental*. 2006.176f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

BIANCHINI, Barbara Lutaif; PUGA, Leila Zardo. *Função: diagnosticando registros de representação semiótica*. REREMAT – Revista eletrônica de republicação em Educação Matemática. UFSC. 2006, p. 5-16.

BOYER, Carl B. *A idade de Euler*. In: _____. *História da Matemática*. Tradução por Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996, 303-321.

BRAGA, Ciro. *Função: a alma do ensino da matemática*. São Paulo: Annablume, 2006. 174p.

BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental*. 2 ed. v 3. Rio de Janeiro: DP&A, 2000a.142p.

_____, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

_____. Ministério da Educação e do Desporto / Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.144p.

_____. Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*/Ministério da Educação – Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000b.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. 6.ed. Lisboa: Gradiva, 2005.295p.

_____. *Lições de álgebra e análise*. Vol.II. Lisboa: Tipografia matemática Ltda, 1957. 274p.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; CARVALHO, Hamilton Cunha de. *Formalização do conceito de função no Ensino Médio: uma seqüência de ensino-*

aprendizagem. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, Brasil: 15 a 18 de julho de 2004. UFPE. 18p.

DUVAL, Raymond. *Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. In: MACHADO, Silvia D.A. (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003. P.11-33.

EVES, Howard. *No século XX*. In: _____. *Introdução à história da matemática*. Tradução por Higyno H. Domingues. 3 ed. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004. p. 659-661.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Processo de sistematização e análise das informações*. In: _____. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p.133-146. (Coleção formação de professores).

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008. 200p.

IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande invenção*. Tradução por Stella Maria de Freitas Senna. 9ed. São Paulo: Globo, 1998. 367p.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Tradução por Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda, 1999. ? p.

LOPES JR, Dejahyr. *Função do 1º grau: Um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do Ensino Médio*. 2006. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

LOPES, Wagner Sanches. *A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino*. 2003. 106 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MARIANI, Rita de C. P. *Transição da educação básica para o ensino superior: A coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo*. 2006. 214f. Tese (doutorado em educação matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, Nanci de. *Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. 1997. 135f. Dissertação (mestrado em ensino de matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.

PÁDUA, Elisabete M. Marchesini. *Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática*. 6 ed. Campinas, SP: Papirus. 2000. 120p. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

PELHO, Edelweiss Benez Brandão. *Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis*. 2003. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Implementações de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado*. Revista iberoamericana de educación matemática, n.12, p.5-26, dez.2007.

QUEIROZ, Paulo César Galvão. *Conhecimentos relativos à variável, mobilizados por professores de educação básica*. 2008. 134p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.

ROSSINI, Renata. *Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias*. 2006. 384 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de estudos e normas pedagógicas. *Subsídios para implementação do guia curricular de matemática – álgebra para o 1º grau: 5ª a 8ª séries*. Coord. Almerindo Marques Bastos. São Paulo, SE/CENP, 1977. 144 p.

_____.Secretaria de Estado da Educação. *Jornal do Aluno: São Paulo faz escola (Ensino Fundamental 7ª/8ª série)*. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado de São Paulo, fev/2008a.40p.

_____.Secretaria de Estado da Educação. *Revista São Paulo faz escola: números, formas e fórmulas (matemática Ensino Fundamental)*. São Paulo: FDE, 2008b. 47p.

SILVA, Benedito Antonio da. et al. *Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional*. São Paulo: Iglu, 2002. 122p.

SILVA, Umberto Almeida. *Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica*. 2007. 99p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.