

WAGNER SANCHES LOPES

**A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS
REPRESENTAÇÕES NO DESENVOLVIMENTO DO
CONCEITO DE FUNÇÃO:
UMA PROPOSTA DE ENSINO**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2003**

WAGNER SANCHES LOPES

**A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS
REPRESENTAÇÕES NO DESENVOLVIMENTO DO
CONCEITO DE FUNÇÃO:
UMA PROPOSTA DE ENSINO**

*Dissertação apresentada à Banca
Examinadora da Pontifícia Universidade
Católica de São Paulo, como exigência parcial
para obtenção do título de **MESTRE EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação
do(a) **Prof(a). Dr(a). Anna Franchi**.*

**PUC/SP
São Paulo
2003**

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e Data: _____

DEDICATÓRIA

**À minha amada esposa Valéria,
por seu amor, incentivo e
conselhos sempre bem-vindos.**

AGRADECIMENTOS

À Profa. Dra. Anna Franchi, por sua competente orientação, disponibilidade, incentivo e dedicação para a realização deste trabalho.

À Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura e ao Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva, pela participação na banca examinadora e por suas valiosas sugestões, que muito contribuíram para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Ao Prof. Gilberto Padovese, por seu incentivo, colaboração e exemplo de vida.

À minha irmã Waldirene e à minha sobrinha Bruna, pela colaboração espontânea, carinhosa e alegre.

À minha Mãe e à minha Avó, pelo carinho e paciência que têm tido comigo durante toda a minha vida.

Aos queridos alunos da 8^a A (ano 2002), da Escola Estadual Therezinha Aranha Mantelli, pela participação e pelo aprendizado que me proporcionaram.

Aos meus amados filhos, Érica, Rafael e Débora, simplesmente por existirem.

À CAPES, que me proporcionou condições para o encerramento deste trabalho, concedendo-me bolsa de estudos.

RESUMO

Esta pesquisa constituiu-se em uma proposta de avaliação de uma seqüência didática visando a introdução ao conceito de função em particular da função afim. Fundamenta-se em elementos teóricos propostos R. Duval e B.J. Caraça. De modo mais específico pretende-se avaliar os fenômenos didáticos ocorridos na resolução de problemas envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim para o algébrico e vice-versa. A proposta foi desenvolvida em uma classe de 8^a série do ensino fundamental de uma escola pública na zona leste da cidade de São Paulo. Esta pesquisa revelou a importância da utilização de múltiplas representações no processo de conceitualização de função; favorecendo a coordenação entre as variáveis visuais pertinentes, no registro gráfico, e os correspondentes valores categoriais no registro algébrico.

Palavras-chave: registros de representação, conversão de registros, função afim, registro gráfico, registro o algébrico.

ABSTRACT

This research proposes an evaluation of a didactic sequence introducing the concept of function, in particular the linear functions. It is based on the elements proposed by R. Duval and B.J. Caraça. It specifically intends to evaluate the didactic phenomena which happens during the process of problem solving that involves the conversion of the graphic register of a linear function into the algebraic and vice-versa. This research was developed in an 8th grade class of an elementary public school on the east side of São Paulo. It demonstrates the importance of making use of multiple representations in the process of developing the conceptualization of function, in order to facilitate the coordination of the various pertinent visuals, in the graphic register, and the correspondent category values in the algebraic register.

Key words: representation registers, registers conversion, linear functions, graphic register, algebraic register

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	10
Capítulo I – PROBLEMÁTICA	
1.1 – Objetivos e Relevância do Estudo.....	13
1.2 – Pressupostos Teóricos.....	18
1.3 – Sobre o Conceito de Função.....	26
Capítulo II – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	29
2.1 – A Escola	30
2.2 – A Sala de Aula	31
2.3 - Técnicas Utilizadas.....	32
2.4 - As Atividades	
2.4.1 – Primeira Aplicação.....	34
2.4.2 – Atividade 01.....	37
2.4.3 – Atividade 02.....	40
2.4.4 – Atividade 03.....	42
2.4.5 – Atividade 04.....	45
2.4.6 – Atividade 05.....	47
2.4.7 – Atividade 06.....	49
2.4.8 – Atividade 07.....	51
2.4.9 – Atividade 08.....	53
2.4.10 – Atividade 09.....	55
2.4.11 – Atividade 10.....	57
2.4.12 – Atividade 11.....	59
2.4.13 – Atividade 12.....	61

Capítulo III – ANÁLISE

3.1 – Introdução.....	65
3.2 – Atividade 01.....	68
3.3 - Atividade 02.....	70
3.4 – Atividade 03.....	72
3.5 - Atividade 04.....	74
3.6 – Atividade 05.....	76
3.7 - Atividade 06.....	77
3.8 – Atividades 07, 08 e 09.....	79
3.9 - Atividades 10 e 11.....	86
3.10 – Atividade 12.....	88
Capítulo IV – CONCLUSÕES.....	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94
ANEXO 01 – Atividades da Primeira Aplicação.....	96

APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa estuda aspectos relativos ao ensino e aprendizagem do conceito de função, particularmente da função afim, em uma situação concreta de sala de aula de uma escola pública, na zona leste da cidade de São Paulo. Teve como lócus da investigação uma classe de 8ª série do ensino fundamental, na qual foram desenvolvidas atividades sobre o tema mencionado (12 atividades).

O conceito de função é fundamental para o domínio do conhecimento matemático, pelas conexões que se estabelecem entre este e outros conceitos da área. Nele encontramos uma importante ferramenta para o estudo das regularidades dos fenômenos, em diferentes domínios, tais como Física, Química, Biologia, Economia.

A pesquisa fundamenta-se em elementos teóricos propostos por R. Duval e B.J. Caraça.

Considerando que os objetos matemáticos não são acessíveis pela percepção ou por uma experiência intuitiva imediata, Duval (1992, 1995, 1999) pontua, como condição de acesso a esses objetos, a utilização de vários registros de representação e a coordenação entre esses registros. Nessa perspectiva, as atividades propostas enfatizam as representações algébrica e gráfica da função. Ressalte-se que a construção de instrumentos teóricos, possibilitando a representação gráfica da expressão analítica, que representa uma função, significou um salto qualitativo, importante na constituição do conceito de função, obtendo “*assim uma unificação dos dois campos – geométrico e analítico – que, durante perto de vinte séculos, se tinham considerado separados em compartimentos estanques*”.(Caraça, 1951, p. 139).

Nas atividades de conversão, procurei provocar, simultaneamente, a exploração de todas as variações possíveis de uma representação, em um, registro fazendo observação ou previsão das variações concomitantes, em outro registro, e atuando sempre nas duas direções possíveis entre eles.

O presente estudo visa a compreensão dos procedimentos, utilizados pelos alunos, no processo inicial de apreensão do conceito de função.

Empregamos, nesta pesquisa, uma metodologia qualitativa, em que há a preocupação de captar os fenômenos didáticos, ocorridos durante o processo de ensino e aprendizagem, nas condições em que esse processo se desenvolveu.

Captar as manifestações dos alunos exige a proposição de atividades, que os envolvam em um processo de busca de soluções, em um ambiente dialogal e participativo. Exige, também, que o professor esteja atento às razões dos alunos (Schön 1992). e que, na organização e condução das atividades propostas, assegure as indispensáveis conexões entre as concepções e procedimentos dos alunos e os objetos do saber escolar.

De modo coerente com essas exigências e propósitos, minha intervenção, no processo de desenvolvimento das atividades deu-se sempre que necessário, quer na condução das discussões decorridas e resolução e propostas pelos grupos de alunos, quer pelo grupo classe.

Esse trabalho está inserido na linha de pesquisa da Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores, do Programa de Estudos Pós Graduação em Educação Matemática da PUC/SP.

A análise das produções dos alunos e dos fenômenos didático-pedagógicos, observados em sala de aula, possibilitou avaliar em que medida uma proposta do ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros de representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representação requeridos para a formação do conceito de função.

Este estudo está dividido em 4 capítulos, conforme segue:

No Capítulo I, é discutida a problemática, apresentado o objetivo e relevância do estudo e são abordados os referenciais teóricos.

No Capítulo II, são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa, com uma descrição da escola e algumas informações sobre os alunos. Esse capítulo contém também uma descrição de cada uma das atividades aplicada aos alunos, com o objetivo e uma análise preliminar.

O capítulo III é dedicado à análise dos fenômenos ocorridos durante o desenvolvimento das atividades. Essa análise baseia-se nas produções dos alunos e nas observações em classe.

No quarto e último capítulo, são feitas considerações finais sobre o trabalho e é apresentada uma síntese das conclusões obtidas de forma pontual na análise. Trata-se de um trabalho no qual apresento apenas mais uma proposta de ensino, que não pretende ser única e sequer é acabada.

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA

1.1 OBJETIVOS E RELEVÂNCIA DO ESTUDO

Em minha prática como professor do ensino médio e superior, pude constatar a dificuldade dos alunos em conteúdos que têm como pré-requisito o conceito de função, cuja formação dá-se em um processo longo e demorado, e que inclui limites, derivadas e integrais no ensino superior, e funções quadráticas, trigonométricas e logarítmicas, no ensino médio.

Os alunos têm o primeiro contato com o conceito de função, no ensino fundamental, e esse lhes tem sido apresentado como *“uma definição de caráter estático direta e formal, que se opõe à idéia intuitiva de função como uma transformação, uma dependência, uma variação”* (Pelho, 2003, p.11).

Atualmente, é consenso entre os pesquisadores que o conceito de função não pode ser afastado dos aspectos de variação e dependência. *“Nosso mundo não é um sistema relacional calcificado mas um reino de mudanças, um reino de objetos variáveis dependendo uns dos outros; as funções são um tipo especial de dependência, isto é, entre variáveis que são distinguidas entre dependentes e independentes”*(Freudenthal, 1982, apud Kieran 1992, p.408). Deve-se enfatizar a existência de uma regra, que estabelece a correspondência entre as variáveis dependente e independente, tomadas em um determinado domínio.

Conforme tem sido apontado por vários pesquisadores, a noção de função é importante por suas diversas aplicações, em diferentes domínios, tais como os da Física, Química, Biologia, Economia, entre outros, além de ser um tema central dentro da própria área de conhecimento.

Do ponto de vista da utilidade prática da função, como técnica de modelagem da realidade que nos cerca, podemos identificar um grande número de exemplos, desde o entendimento do mecanismo de uma simples fechadura, que tem, no número de voltas da chave, o correspondente à variável

independente, e no comprimento da lingüeta que tranca a porta, a variável dependente; de uma bicicleta, que percorre uma distância, e permite calcular essa distância em função do número de pedaladas dadas; do forno, que avalia a temperatura, a cada instante, para fazer o controle da chama e mantê-lo aquecido à temperatura desejada pelo usuário; os computadores com suas inúmeras utilizações, que a uma análise poderíamos resumir à entrada, processamento e saída de informações, ou à correspondência de uma entrada com a saída, que será de acordo com a forma de processamento aplicada a essa entrada.

Pesquisas, apontadas por Sierpinska(1992), sobre o ensino e aprendizagem desse tema, tais como Bergeron & Herscovics, 1982; Freudenthal, 1973; Janvier, 1978; Herscovics, 1982, 1989; Vinner, 1989; Even, 1990, têm largamente constatado as dificuldades dos alunos com essa noção. Por exemplo, Sierpinska (1992) afirma que estudantes têm encontrado dificuldades em fazer a ligação entre diferentes representações de função: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais das relações, na interpretação dos gráficos, na manipulação de símbolos relativos a funções tais com $f(x)$, $x \rightarrow y$, $\sin(x+t)$, etc.

Segundo a autora, a linguagem " $f(x)$ ", usada no trabalho com funções, expressa, ao mesmo tempo, o nome e o valor da função f . Em situações espontâneas, os alunos usam diferentes simbolismos e diferentes linguagens. Para dizer que o valor da função em 2 é 3, eles escrevem " $x(2) = 3$ ". Que pode ser lido : *"ponha 2 no lugar do x na fórmula da função e você terá 3"*. O conceito de valor da função fica restrito à computação do valor, se a fórmula é dada. Para expressar " $f(x)$ ", dizem: *"Você põe 2, na fórmula da função a calcular. Você obterá um número"*.

Dificuldades análogas têm sido observadas por diferentes pesquisadores, tais como Markovits, Eylon e Bruckheimer (1983, 1986, apud Kieran 1992), que constataam que a passagem da forma gráfica para a forma algébrica tem sido mais difícil do que vice-versa, Yerushalmy (1988), Kaput (1988), Kerslake (1981) concluem que os estudantes apresentam dificuldades nas tarefas de interpretação de informações contidas em representações gráficas.

Encontramos, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, entre os objetivos de matemática para o quarto ciclo (7^a em 8^a séries), quando trata do ensino da Álgebra, a ênfase dada:

- o à observação de regularidades e o estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis;
- o ao pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- o ao raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a representar, em um sistema de coordenadas cartesianas, a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação;
- o à representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica.

Em síntese, habilidades que levem à formação de conceitos como o de variável e de função.

Tendo em vista as considerações anteriores, sobre as dificuldades dos alunos na interpretação da representação gráfica e da conversão desta para uma linguagem algébrica, desenvolvi e avaliei uma proposta de ensino, constituída de atividades introdutórias à noção de função, ou seja, de atividades que envolvam implicitamente conceitos e propriedades relativas a essa noção. Optei por trabalhar com diversos registros de representação e por ter, como foco central, as representações gráfica e algébrica de função. O gráfico cartesiano é um instrumento privilegiado para representar e caracterizar regularidades possíveis de serem descritas em linguagem simbólica. A descoberta e a generalização dessas regularidades constituem um desafio para os alunos. Tais regularidades, quando representadas graficamente, apresentam aspectos visuais mais facilmente percebidos do que quando essas mesmas regularidades são apresentadas na forma de uma expressão algébrica ou de uma tabela de pares ordenados.

Outro fator, que me impulsionou a esse enfoque, foi o contato com a teoria de Raymond Duval, pela ênfase dada à utilização de diferentes registros de representação e à importância da coordenação desses registros para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Silva, et al (2002) propõem, a alunos do primeiro ano do curso de cálculo, que reconheçam características das funções a partir de suas representações gráficas. Embora enfoquem a questão sob a ótica do contrato didático, estes autores consideram aspectos importantes envolvidos na atividade de conversão entre as representações gráfica e algébrica de funções. Há, por parte dos autores, a preocupação na escolha de gráficos que favoreçam a visualização dos aspectos visuais pertinentes. A constante integração entre as representações gráfica e algébrica sem, no entanto, perder o foco principal, dado à função e suas características, reforça a importância atribuída por Duval ao fato de não se confundir o objeto matemático com nenhuma de suas representações e à necessidade de coordenação entre os diversos registros de representação.

Aspectos visuais são considerados por Duval, e, no caso das funções afim, como variáveis visuais pertinentes, sendo elas: sentido de inclinação, ângulo formado com o eixo das abscissas e posição sobre o eixo y. Conforme o autor, *“Todo olhar sobre um gráfico implica em uma discriminação entre valores visuais pertinentes e não pertinentes.”*. Uma modificação, em um valor de variáveis visuais pertinentes, *“no registro gráfico provoca uma modificação do valor categorial na escrita simbólica da relação”* Duval (1999 p.24).

Esta pesquisa estuda aspectos relativos ao ensino e aprendizagem quando é trabalhado o conceito de função, em uma situação concreta de sala de aula de uma escola da periferia da cidade de São Paulo. Selecionei, para esse estudo, uma classe de 8ª série do ensino fundamental, série em que essa noção é introduzida.

Essa proposta de ensino desenvolveu-se em um ambiente no qual os alunos discutiram suas escolhas e decisões sobre suas ações, buscaram a validação através de debates coletivos, e, por fim, viram suas conclusões institucionalizadas com o estatuto de saber matemático. Um ambiente assim criado não visa apenas à aquisição desse ou daquele conhecimento matemático mas *“através dele, o desenvolvimento da capacidade de pensamento da criança e*

do pré-adolescente. O desenvolvimento dessa capacidade depende das aquisições funcionais dos diferentes sistemas requeridos para a compreensão de todos os conhecimentos que devem adquirir não somente na escola, mas depois dela” (Duval, 1999, p.20). Esse ambiente permite que se capte os fenômenos didáticos caracterizadores dos processos ocorridos no desenvolvimento das atividades propostas.

Minha preocupação está principalmente voltada para as seguintes questões:

- que fenômenos didáticos ocorrem, quando o aluno faz o tratamento, dentro de um mesmo registro, ou uma conversão entre diferentes registros, nas condições institucionais e de ensino em que se deu a pesquisa? Que dificuldades eles encontram e de que procedimentos se utilizam nessa tarefa?; e,
- em que medida uma proposta de ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros de representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representação requeridos para a formação do conceito de função?

Não pretendo esgotar o tema e nem mesmo propor solução para todas as dificuldades dos alunos, mas encontrar pistas de como essa abordagem, feita a partir da conversão e tratamento de registros de representação, pode contribuir para o desenvolvimento do conceito de função, junto aos alunos.

A correspondência entre as representações algébrica e gráfica de função faz com que alunos e professores se aproximem mais do processo histórico de unificação dos dois campos: o geométrico e o analítico. “... o fato de se obter assim uma unificação dos dois campos – geométrico e analítico – que, durante perto de vinte séculos, se tinham considerado separados em compartimentos estanques. Nesta unificação, realizada de há três séculos para cá, reside um dos fatos mais dramáticos, mais importantes e mais profundos da história do conhecimento” (Caraça, 1951, p. 139).

1.2 – PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

O quadro teórico, escolhido por nós, foi proposto por Raymond Duval, sobre o qual discorreremos, agora, em seus pontos de interesse para essa pesquisa. Complementado com aspectos teóricos relativos ao conceito de função, no entender de Bento de Jesus Caraça, sobre o qual apresentamos um resumo no próximo item.

O autor atenta, inicialmente, para a impossibilidade de determinar a natureza de uma atividade de conhecimento, sem considerar os objetos sobre os quais ela incide e os meios pelos quais se pode ter acesso a esses objetos. *“São os meios de acesso possíveis aos objetos que determinam o que uma atividade de conhecimento pode ter de específico. A questão da descrição da atividade matemática, e portanto, de analisar os conhecimentos matemáticos pode ser colocada da seguinte maneira: como ter acesso aos objetos matemáticos, quer dizer aos objetos que são os números, as funções, os vetores?”* (Duval 1999 p.8)

Para responder a essa questão, podemos assumir dois pontos de vista diferentes. De um lado, o ponto de vista matemático, que incide sobre os procedimentos, métodos, para descobrir e estabelecer os resultados, considerando sua validade e sua “potência”. De outro, o ponto de vista cognitivo, que verifica se os meios instrumentalmente requeridos, para que o indivíduo possa ter acesso ao objeto do conhecimento matemático, são diferentes, ou não, dos meios necessários para acessar outros objetos do conhecimento.

Se desejarmos compreender os processos fundamentais da aprendizagem da matemática, o ponto de vista cognitivo, que representa um desvio em relação ao ponto de vista matemático, deve ser obviamente considerado. Nessa perspectiva, Duval enfoca prioritariamente o funcionamento cognitivo envolvido em toda forma de atividade matemática e nas aquisições funcionais.

A análise do conhecimento impõe o recurso à noção de representação. Assim sendo, o desenvolvimento das questões, que dizem respeito ao conhecimento científico, exige uma reflexão mais aprofundada e sistemática sobre as representações e sua natureza.

Colocando a noção de representação no centro de sua teoria, Duval analisa-a sob diferentes aspectos.

Quanto ao modo de produção, considera três possibilidades para o termo representação:

1º) as representações mentais que, segundo Piaget, são “crenças, convicções, idéias, explicações e concepções das pessoas sobre fenômenos naturais e físicos”. Essas representações são internas e conscientes e ocorrem ao nível do pensamento.

2º) as representações computacionais, que também são internas, porém, não são conscientes. Com essas representações, o sujeito faz tratamentos automáticos e quase instantâneos, executando certas tarefas sem pensar em cada passo, a ser dado para isso, como quando uma palavra é pronunciada e não se identifica cada letra.

3º) As representações semióticas não são nem mentais nem materiais, mas esta oposição não se aplica a um sistema de signos. As representações semióticas “...são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação que tem especificidade próprias de significância e de funcionamento”, tais como linguagem natural, linguagem formal, escrita algébrica, gráficos cartesianos, figuras geométricas. Os sistemas semióticos, instrumentos fundamentais para o desenvolvimento das capacidades de pensamento, são conquistas culturais e, portanto, devem ser apreendidos.

A partir desses elementos, entre outros, Duval define a noção de registro de representação semiótica, diferenciando-a da noção de código.

“Para que um sistema semiótico possa funcionar como registro de representação deve exercer outras funções além da de comunicação. As duas funções importantes do ponto de vista cognitivo são as de objetivação e as de tratamento.” (Duval, 1999, p.21)

Para o autor, apenas os sistemas, que preenchem essas duas funções, são registros; os outros são códigos.

Os objetos matemáticos não são acessíveis pela percepção ou em uma experiência intuitiva imediata. É preciso, então, dar-lhes representantes que permitam efetuar seu tratamento. O custo, ou seja, o grau de complexidade desse tratamento, depende do tipo de sistema semiótico utilizado para representá-lo. Duval afirma que, na caminhada para o acesso ao objeto representado, são necessários vários registros de representação de um mesmo objeto. Entretanto, não é suficiente que haja o desenvolvimento de cada registro, isoladamente. É preciso, igualmente, que os diferentes registros de que o aluno dispõe ou que o professor lhe ensina, se coordenem. Esta coordenação é a condição para o domínio da compreensão, na medida em que é essa a condição para a diferenciação entre os objetos matemáticos e suas representações; ela se manifesta pela capacidade de reconhecimento, em duas representações diferentes de um mesmo objeto. Duval salienta, ainda, a importância da conversão, ou seja, a passagem, de forma natural, de um para outro registro de representação de um mesmo objeto, “...esse recurso a diversos registros parece ser uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que eles possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações possíveis.” (Duval, 1993,p.40).

Os registros podem ser classificados em discursivos e não discursivos, dividindo-se, cada grupo, em duas categorias: plurifuncionais e monofuncionais.

A língua natural é um registro discursivo e plurifuncional. Ao referir-se a língua natural, Duval (1995) considera a existência de uma grande divergência entre seus diferentes empregos: comum, no discurso cotidiano; o especializado, em cada domínio de conhecimento: o emprego literário, entre outros. Considera, ainda, que essa divergência cria uma situação nova para o estudo da linguagem, tanto no plano teórico como no plano didático.

A utilização espontânea dos registros plurifuncionais pelos alunos dá-se antes do ensino da matemática e fora da matemática. Os alunos aprendem os registros monofuncionais em matemática, mas há, no seu ensino, a ocorrência concomitante de registros plurifuncionais, os quais assumem formas totalmente diferentes daquela a que os alunos estão habituados.

As representações semióticas permitem satisfazer certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano.

Sob essa ótica, Duval define *sèmiosis* como a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e *noésis*, como a apreensão conceitual de um objeto no funcionamento cognitivo do pensamento humano. Há uma forte ligação entre “*sèmiosis*” e “*noésis*”. “*Noésis é inseparável da sèmiosis*” (Duval, 1993, p. 40).

É essencial, à atividade matemática, poder utilizar-se de muitos registros de representação semiótica. Essa necessidade justifica-se pela economia de tratamento, que é específica para cada registro de representação; pela possibilidade de comparação entre diferentes registros, deixando visível a complementaridade dos registros de representação; e, pela coordenação de diferentes registros, para permitir a necessária diferenciação entre representante e representado, condição fundamental para a conceitualização.

É devido a essas possibilidades que um registro funciona verdadeiramente como representação, ou seja, que ele dá acesso ao objeto representado.

Para que um conjunto de signos possa se tornar um registro de representação, três atividades cognitivas fundamentais, ligadas à *sèmiosis*, são necessárias:

(1) A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado. *“Essa formação implica em uma seleção de traços e de dados do conteúdo a ser representado. Essa seleção se faz em função de unidades e regras de formação que são próprias do registro semiótico em que a representação é produzida. A formação de uma representação poderia ser comparada à realização de uma tarefa de descrição. Essa formação deve respeitar regras (gramaticais para língua natural, regras de formação de um sistema formal, restrições de construção de figuras,...). A função das regras é de assegurar, em primeiro lugar, as condições de identificação e de reconhecimento da representação, em segundo lugar, a possibilidade de sua utilização para os tratamentos. São regras de conformidade, não são regras de produção efetiva por um sujeito. Isto quer dizer que o conhecimento das regras de conformidade não implica na competência para*

formar representações, mas somente na competência para reconhecê-las. (Duval, 1993, p.41).

Qualquer forma de representação escolhida deve respeito às regras de formação, que são próprias do sistema semiótico em que a representação foi produzida;

(2) “Tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada. É pois uma transformação interna a um registro. O cálculo é uma forma de tratamento próprio às estruturas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional, ...) Há, naturalmente, regras de tratamento próprias a cada registro, sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro ” (Duval, 1993, p.41-42); e,

(3) “A Conversão de uma representação é a transformação dessa representação em uma representação de um outro registro, conservando a totalidade ou uma pequena parte somente do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de partida (o registro da representação a ser convertida). A ilustração é a conversão de uma representação lingüística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação lingüística numa língua dada em uma representação lingüística em uma outra língua ou de um outro tipo de linguagem. A descrição é a conversão de uma representação não-verbal, esquemas, figura, gráfico, em uma representação lingüística. É importante a esse propósito não confundir essa situação com o desenho de um objeto ou de uma situação que não está ainda semioticamente representada.” (Duval, 1993, p.42).

A representação gráfica de uma reta pode ser considerada uma ilustração da representação algébrica de uma função.

A conversão independe da atividade de tratamento. Por exemplo: um aluno pode identificar o ponto de cruzamento de uma reta com o eixo das ordenadas, observando um gráfico ou analisando a equação de uma reta dada na forma $y = ax + b$; mas pode fracassar se tentar escrever a representação algébrica de uma função afim, que ele esteja observando em sua representação geométrica.

As considerações sobre as atividades cognitivas ligadas a sêmiosis permitem-nos enriquecer as considerações, anteriormente feitas, sobre a coordenação de registros como condição para a compreensão:

A conceitualização se dá pela coordenação entre diversos registros de representação. A ausência de coordenação entre os registros de representação não impede toda compreensão, mas essa compreensão mono-registro favorece pouco as transferências e as aprendizagens posteriores, que tiverem, como pré-requisito, esse conhecimento que, assim, se encontra pouco ou nada mobilizável.

“Se a conceitualização implica uma coordenação de registros de representação, o início de aprendizagem de base em matemática não pode ser somente a automatização de certos tratamentos ou a compreensão de noções, mas deve ser também a coordenação de diferentes registros de representação necessariamente mobilizados por esses tratamentos ou por essa compreensão” (Duval, 1993, p.54).

A importância da “sêmiosis” na “nóesis” sugere-nos que a *“língua natural é um registro de representação que deve ser considerado simultaneamente de partida e de chegada”*, no que concerne ao raciocínio (Duval 1993, p. 63). Porém, essa conversão interna não é feita diretamente e sim por meio de outras representações não-discursivas. *“A explicitação de representações intermediárias não discursivas se manifesta como condição necessária no aprendizado do raciocínio dedutivo e no controle de uma argumentação”* (Duval, 1993, p. 63).

Nas considerações anteriores, referimo-nos a diferentes registros de representação, freqüentemente utilizados em matemática. Consideraremos, a seguir, os registros de representações utilizados em nossa pesquisa para a introdução do conceito de função afim, evidenciando algumas das especificidades desses registros. São eles linguagem natural, tabela de pares ordenados, gráfico cartesiano e linguagem algébrica. Para os pares ordenados, optamos por trabalhar preferencialmente com os números inteiros com o intuito de evitar erros nos cálculos, por não ser esse o nosso foco de análise.

Como exemplos de registros discursivos e plurifuncionais, que usamos em nossa pesquisa, temos as descrições das atividades feitas em língua natural e as

discussões, feitas com os alunos, sobre suas escolhas em suas produções. Os registros do tipo discursivo e monofuncional foram utilizados em enunciados de atividades tais como “y é o dobro de x”, “y é o x mais dois” e em registros simbólicos em linguagem formal. Registros não discursivos e monofuncionais foram utilizados nas representações geométricas das funções afim.

Procurei enfatizar, nessa pesquisa, a importância das variáveis visuais pertinentes descritas por Duval quando faz a análise de uma conversão, de uma representação gráfica para uma escrita simbólica de relações, considerando o caso particular de $y = ax + b$. São elas:

- Sentido de inclinação, tomando como referência o sentido linear de escrita, da esquerda para a direita, podendo assumir os valores *ascendente* ou *descendente*;
- Ângulo formado entre a reta e eixo das abscissas (eixo x), considerando-se a divisão angular do quadrante, os valores dessa variável podem ser: *simétrico* (divisão do quadrante em ângulos idênticos); *menor* (o ângulo junto ao eixo das abscissas é menor que 45°) ou *maior* (o ângulo junto ao eixo das abscissas é maior que 45°); e,
- Ponto de cruzamento da reta com o eixo das ordenadas (eixo y), que pode ser *na origem*, *acima* ou *abaixo* dela.

Considerando-se a equação da reta $y = ax + b$, os valores categoriais dessa escrita e sua correspondência com os valores das variáveis visuais pertinentes temos:

- Quando o sinal do coeficiente a é positivo, a reta é ascendente; se negativo, é descendente; o correspondente simbólico para o valor negativo é o sinal $-$, para o valor positivo pode ser $+$ ou nenhum;

- se o valor numérico do coeficiente a for igual a 1, o valor da divisão angular é *simétrico*; se menor que 1 a divisão angular é *menor*, e se maior que 1, a divisão angular é *maior* ;
- no coeficiente b , caso seja igual a 0, podendo não aparecer, o ponto de cruzamento será a *origem*; se b for maior que zero (valor simbólico $+b$), o ponto de cruzamento será *acima* da origem e, se b for menor que zero (valor simbólico $-b$), o ponto de cruzamento será *abaixo* da origem.

Os valores visuais são colocados em correspondência com os valores categoriais da escrita simbólica da relação; o caráter, pertinente ou não, de uma variável visual, é determinado pelo fato de que a modificação de um valor desta variável, no registro gráfico, causa uma modificação do valor categorial, na escrita simbólica da relação.

Nas tarefas de conversão de representação, devemos considerar a discriminação das unidades significantes. Essas são descritas, por Duval, como os valores relevantes das variáveis visuais pertinentes; no caso da representação da reta em um sistema cartesiano, são 8 valores significantes para 3 variáveis visuais pertinentes.

Segundo Duval (1999), quando esses diferentes valores pertinentes não são discriminados, as confusões, clássicas na interpretação dos gráficos, tornam-se inevitáveis. A não discriminação desses diferentes valores torna a representação das retas, em plano cartesiano, totalmente inutilizáveis para o aluno poder prever a forma das equações correspondentes, ou apenas para poder controlar a veracidade de seus resultados, quando escreve a equação.

1.3 SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO

Nesse tópico são apresentadas considerações gerais em relação ao livro “Conceitos Fundamentais da Matemática”, de Bento de Jesus Caraça, sobre o entendimento do conceito de função.

Uma tarefa importante, no estudo dos mecanismos mais profundos de tudo o que ocorre na natureza, é a procura de regularidades dos fenômenos naturais, pois essa regularidade permite, ao homem, repetir um fenômeno tantas vezes quanto julgue necessário e prever resultados. Assim, tudo o que ocorre na natureza, isto é, qualquer acontecimento, tal como a queda de um corpo, a colisão entre dois automóveis, o movimento da máquina de lavar roupas, um relâmpago, o voo de um pássaro, etc, é considerado fenômeno físico.

O autor considerar a queda de um corpo no vácuo e observa a seguinte tabela de valores:

Tempos (em segundos):	0	1	2	3	4	5	...
Espaços (em metros):	0	4,9	19,6	44,1	78,4	122,5	...

Essa tabela é composta de dois conjuntos numéricos postos em correspondência um com o outro, ou seja, a cada elemento do conjunto dos tempos corresponde um elemento do conjunto dos espaços, uma correspondência unívoca no sentido do tempo para o espaço.

É utilizada uma representação simbólica para os conjuntos numéricos e seus elementos. Seja T o conjunto dos tempos e t o representante de cada um de seus elementos, sem, no entanto, estar representando nenhum especificamente, e, seja S o conjunto dos espaços e s o representante de cada um dos seus elementos, também sem estar representando nenhum especificamente. Portanto, temos que t é uma variável e que o conjunto T , de todos os valores possíveis para t , corresponde ao domínio de t e o conjunto S , de todos os valores correspondentes de s , é o domínio dessa variável.

Existe uma lei de correspondência entre t e s , que sabemos que é unívoca no sentido $t \rightarrow s$; dizemos que a variável s é *função* da variável t e escrevemos simbolicamente $s = f(t)$. Dessa forma, o conceito de função aparece-nos como instrumento próprio para o estudo das leis de correspondência entre conjuntos numéricos. É importante observar que, quando escrevemos $s = f(t)$,

estamos dizendo que para qualquer valor de t existe um valor correspondente s , e que este é único.

O que foi dito até aqui, Caraça define:

“ – Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos numéricos; diz-se que y é função de x e escreve-se

$$y = f(x)$$

se entre duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente.” (Caraça, 1951, p.129)

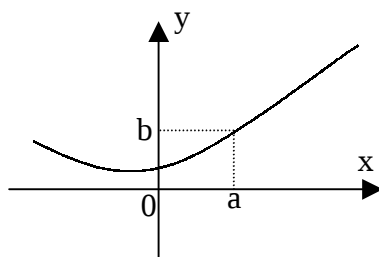
Outra forma de se indicar, que y é função de x , é escrevendo-se simplesmente $y(x)$.

Como fazer corresponder, a cada valor a de x , um valor b de y , para cada função? Vamos estudar, nesse trabalho, duas maneiras de fazê-lo. A primeira é a definição analítica, que corresponde a um conjunto de operações sobre uma variável e, dessa maneira, de se chegar ao valor da variável correspondente. Observemos a equação

$$y = 4,9 x^2$$

Cada valor atribuído a x faz corresponder um valor de y ; portanto, a expressão analítica do segundo membro define a função $y(x)$. Conforme vimos, na teoria de Duval, a importância de não se confundir a representação com o objeto representado, também é reforçada por Caraça: “o conceito de função não se confunde com o de expressão analítica; esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência entre duas variáveis.” (Caraça, 1951, p.131)

A definição geométrica de uma função é dada considerando-se um sistema cartesiano de referência e uma curva com a seguinte característica: essa curva não pode ser cortada, em mais de um ponto, por nenhuma paralela ao eixo Oy . A seguir, um exemplo de curva com essa característica:



Cada ponto dessa curva tem correspondência com um par de números (a,b) , sendo a um representante do domínio de x , e b do domínio de y . A condição imposta, de que essa curva não seja cortada, em mais de um ponto, por nenhuma paralela a Oy , faz com que a correspondência seja unívoca no sentido $x \rightarrow y$. Vemos que, assim, está definida uma função e, agora, como uma curva. Vale lembrar, a função não deve ser confundida com o instrumento que serviu para defini-la.

Ainda no sistema de coordenadas cartesianas, Caraça nos convida a ver essa questão da definição de função sob outro ponto de vista; Cada ponto P do plano cartesiano corresponde a um par de números (a,b) , e há uma correspondência unívoca no sentido $(a,b) \rightarrow P$. A função $y(x)$ faz corresponder, a cada valor a de x , um valor b de y , e o par de números reais (a,b) corresponde a um ponto P no plano cartesiano.

Como, para cada par de valores das variáveis, temos um ponto no plano, ao conjunto desses pontos chamamos de *imagem* ou *representação geométrica* da função $y(x)$, “assim, de toda função, seja qual for o modo como é definida, nós podemos sempre construir uma imagem geométrica, e essa imagem é um conjunto de pontos do plano”(Caraça, 1951, p.135).

“Quer dizer, o conceito de função permite estabelecer uma correspondência entre as leis matemáticas e as leis geométricas, entre expressões analíticas e os lugares geométricos (conjunto de todos os pontos que gozam de uma mesma propriedade). Para estabelecer essa correspondência não há mais que, a cada expressão analítica, fazer corresponder aquele lugar que define a mesma função que ela. A expressão analítica, ou, melhor, a igualdade $y =$ expressão analítica chama-se equação do lugar que lhe corresponde” (Caraça, 1951, p.139).

A função é um instrumento no estudo das correspondências e serve como elemento definidor da correspondência entre os campos geométrico e analítico.

CAPÍTULO II

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma pesquisa qualitativa e parte de premissas, como as que Chizzotti resume nas seguintes proposições:

“1º) O conhecimento conduz a uma ação, e a pesquisa pode ser uma oportunidade de formar os pesquisados a fim de que transformem os problemas que enfrentam;

2º) Os pesquisados têm uma capacidade potencial de identificar suas necessidades, formular seus problemas e organizar a ação;

3º) A eficácia desse processo de decisão depende da participação ativa dos envolvidos na descoberta de suas necessidades e na organização adequada dos meios para modificar as situações consideradas insatisfatórias.

Há diferentes possibilidades de programar a execução da pesquisa. Vale muito o trabalho criativo do pesquisador e dos pesquisados. O resultado converge para um conjunto de microdecisões sistematizadas para validar um conhecimento coletivamente criado, a fim de se eleger as estratégias de ação mais adequadas à solução dos problemas”.(Chizzotti, 1991, p. 104 e 105).

Esta pesquisa constitui-se no desenvolvimento de uma seqüência didática em sala de aula. Por sua natureza participativa, essa é uma pesquisa interventiva.

2.1- A ESCOLA

A Escola Estadual Therezinha Aranha Mantelli, na qual fiz a coleta de dados para essa pesquisa, é de porte médio e localizada no bairro de Ermelino Matarazzo, periferia da cidade de São Paulo. Funciona nos períodos da manhã, tarde e noite, sendo que, de manhã, com todas as séries do ensino fundamental mais a primeira série do ensino médio; à tarde, com classes de quinta e sexta séries do ensino fundamental; e, à noite, com suplência do ensino médio.

Tem diretora, vice-diretora e duas coordenadoras;, seu corpo docente é predominantemente feminino e constituído por professoras formadas, em sua maioria, nas faculdades da região. O pessoal técnico-administrativo é composto de uma secretária e três auxiliares de secretaria, 3 inspetores de alunos, um funcionário para manutenção e três copeiras. Possui uma sala com computadores, para utilização pelos alunos, além de um retroprojeto, disponibilizado para os professores. Com uma APM atuante, encontra-se em boas condições de conservação e é considerada, pela comunidade, como uma das melhores escolas estaduais da região.

A quase totalidade dos alunos é oriunda do mesmo bairro, pertencendo a uma população de classe operaria, média baixa.

Meu primeiro contato com a escola deu-se em setembro de 2002, por meio de uma sua professora, que leciona matemática nas oitavas séries e na suplência. A vice-diretora, com quem conversei sobre a pesquisa, demonstrou estar muito interessada e disposta a colaborar.

2.2 A SALA DE AULA

Em acordo com a coordenação da escola, a classe escolhida foi a oitava série A do período matutino. Uma classe com 40 alunos, sendo 21 com 14 anos e 19 com 15 anos de idade, 22 meninas e 18 meninos., Não há repetentes nessa turma e, segundo a coordenação, não há ocorrências graves de indisciplina, envolvendo esses alunos.

Pude constatar, em conversa com a professora de matemática dessa turma, e observando o diário de classe, que esses alunos ainda não haviam estudado funções, fato, esse, que viabilizou a classe para minha pesquisa.

Com intuito de não ser um “estranho” na sala de aula, quando comesse meu trabalho, passei a freqüentar, em outubro, as aulas de matemática, colocando-me numa postura semelhante a de estagiário, que eles já conheciam. Com a professora, não tive problemas de adaptação aparente, pois havia a vantagem de já nos conhecermos.

Essas horas de observação das aulas de matemática, em sala, mostraram-me que a estratégia, utilizada pela professora, era a tradicional, ou seja, seguia o livro didático (Bongiovanni; Vissoto; e, Laureana. *Matemática e Vida*.SP: Editora Ática, s/d), apresentava o conteúdo aos alunos e, em seguida, passava uma lista de exercícios, para casa ou para classe, que depois eram resolvidos por ela na lousa. Observei, também, um certo desinteresse da classe, constatado pela desatenção que os alunos demonstravam com conversas paralelas e por freqüentes saídas da sala de aula sob vários pretextos.

Devido ao meu interesse ser a investigação do processo de ensino-aprendizagem de um conteúdo específico da matemática, o meu primeiro desafio seria reduzir bastante aquele nível de desinteresse e, se possível, eliminá-lo.

Assim, o principal sujeito de minha pesquisa era o grupo de alunos da 8ª A e, de forma indireta, a professora de matemática, da turma, e um professor de matemática, de uma outra turma, que me foi indicado pela direção, para que participasse das observações em sala de aula.

2.3 TÉCNICAS UTILIZADAS

A aplicação das atividades, em sala de aula, deu-se durante o mês de novembro de 2002. Eu fazia a regência da aula, enquanto a professora da classe e o professor convidado me auxiliavam, na observação e no registro dos acontecimentos, durante o desenvolvimento das atividades. Ao final de cada encontro, fazíamos uma reunião rápida, com o intuito de registrar os fatos relevantes ocorridos durante aquela sessão.

As atividades foram trabalhadas em 17 aulas, de 55 minutos cada uma. Durante o desenvolvimento das mesmas, segui o quadro teórico escolhido e procurei privilegiar a mudança de registro de representação. Os registros selecionados foram o verbal, geométrico, aritmético, algébrico e o tabular, da função afim.

Em cada encontro, os alunos formavam grupos de dois, três ou quatro componentes, recebiam folhas que eu distribuía, com a atividade daquele dia; eles liam e, então, eram esclarecidas possíveis dúvidas sobre a interpretação do texto. Conforme a tarefa a executar e seu objetivo, eram colocadas restrições durante sua execução. Por exemplo, na atividade 01, os alunos deveriam encontrar pontos alinhados em um plano cartesiano, que já lhes havia sido entregue quadriculado. Todos os grupos marcaram pontos da diagonal de um quadrado; então, coloquei a restrição, para que fossem encontrados outros pontos que não os da diagonal de um quadrado.

Levei uma transparência, para cada atividade entregue aos alunos, e assim, projetava, na lousa, o mesmo conteúdo que tinham no papel; o que me dava apoio para as discussões, que promovíamos a cada instante que se fizesse necessário. Levei também, régua, borracha e papel sulfite, em cada encontro, em que esse material se fizesse necessário, pois, dessa maneira, pretendia que nenhum aluno deixasse de fazer a atividade por falta de material.

Durante o desenvolvimento das atividades, os alunos podiam vir à lousa e explicar seu ponto de vista para os colegas, enquanto eu procurava mediar a

discussão, evitando, sempre que possível, uma interferência direta. Enquanto circulava pela sala, pude perceber a dificuldade, que os alunos sentiam, em validar as respostas que encontravam, por exemplo, quando atribuíam valores a x e encontravam y para a função $y = 2x - 3$; ao marcar, no plano cartesiano, os pontos encontrados, incomodava-os o fato de os pontos não estarem alinhados, mas, não duvidavam de terem acertado o cálculo, só refazendo-o quando “provocados” por mim.

Com intuito de compreender os fenômenos ocorridos no processo ensino-aprendizagem da função afim, fiz minha coleta de dados a partir das observações em sala de aula, de entrevistas informais com os alunos durante o desenvolvimento das atividades, no exame das suas produções, que recolhi e xerocopiei, para uma análise mais detalhada, a posteriori, e da apreensão das comunicações docentes, ocorridas nas rápidas reuniões que fazíamos, eu e os professores observadores.

Os registros privilegiaram formas narrativas, buscando captar os diálogos estabelecidos entre professor e aluno, entre componentes dos sub-grupos de alunos e entre componentes do grupo-classe, principalmente nos momentos de discussão coletiva.

Fiz uma observação participativa, pois tinha a oportunidade de conversar, com os alunos, a respeito de suas dificuldades, enquanto realizavam a tarefa do dia. A observação feita pelos dois professores foi não interveniente, pois, limitaram-se, apenas, a registrar os diálogos dos alunos, sem lhes fazer qualquer comentário.

2.4 AS ATIVIDADES

2.4.1 PRIMEIRA APLICAÇÃO

Depois de elaborar uma seqüência didática, com nove atividades (anexo 01), optei por fazer uma aplicação, em uma escola estadual com características semelhantes àquela que desejava para a aplicação definitiva. O objetivo dessa aplicação era verificar alguns pontos que discutimos, eu e minha orientadora, na orientação, principalmente o da descoberta de regularidades, que poderia ajudar, o aluno, a fazer o reconhecimento das variáveis visuais pertinentes (segundo Duval) para a representação geométrica em uma representação algébrica. Também pudemos analisar as escolhas, das variáveis didáticas, que havia feito.

A aplicação foi feita na Escola Estadual Shinguichi Agari, na zona leste da cidade de São Paulo, no mês de maio de 2002, no período de uma semana, em 6 aulas de 50 minutos cada uma.

De um modo geral, observei o interesse, por parte dos alunos, principalmente quando as questões eram abertas para discussão com o grupo. Posso exemplificar, narrando um episódio ocorrido em uma das sessões, quando observei que os alunos não davam muita importância para a construção do plano cartesiano e o faziam sem uma escala uniforme, ou seja, a unidade no eixo x era 1 cm, enquanto no eixo y era 1,5 cm ou 0,5 cm, porém, quando lhes foi solicitado que desenhassem um quadrado e que marcassem as coordenadas dos vértices, pude perceber a sobreposição, da representação gráfica, sobre os valores numéricos das coordenadas do plano cartesiano; os alunos desenharam um quadrado e deram as coordenadas dos vértices, porém, essas coordenadas indicavam um retângulo. Ao serem questionados sobre o desenho, foram enfáticos em afirmar que se tratava de um quadrado, pois os quatro lados “*eram iguais*”; mas quando questionados sobre as coordenadas dos vértices, embaraçavam-se e não conseguiam justificar seus

valores. Fizemos (eu e a classe) uma discussão sobre o assunto e decidimos, primeiramente, marcar os pontos dos vértices e calcular a distância entre eles, observando suas coordenadas, para determinarmos as medidas dos lados do quadrado, para, só então, fazermos os traços que os uniam.

Fazendo uma análise sobre a eficiência do desenvolvimento da proposta em um curto período de tempo, e com a intervenção do pesquisador limitada aos esclarecimentos sobre o que está sendo solicitado em cada atividade, pudemos refletir, em orientação, sobre a importância da mediação do pesquisador diante de questões, que podem surgir durante o desenvolvimento das tarefas pelos alunos, e o quanto o tempo para cada atividade não pode ser dimensionado apenas pela consideração da resolução, com acerto ou erro, e sim das discussões que podem, ou não, ocorrer em cada uma delas.

Para a obtenção de elementos mais substanciais para avaliação da seqüência didática, realizei uma entrevista com uma aluna, fiz questões abertas com o objetivo de ouvir suas impressões sobre as aulas, o tempo de aplicação das tarefas e a metodologia utilizada. Apesar de dizer que gostara de participar das aulas, embora tenha achado o tempo curto, a aluna demonstrou que não conseguia relacionar uma expressão algébrica ou uma equação do tipo $y = ax + b$ com o gráfico de uma reta.

Um novo olhar sobre a produção dos alunos, na primeira aplicação, fez com que fosse reforçado, na análise da segunda aplicação, *“que os valores visuais estão para serem colocados em correspondência não com valores numéricos, mas com valores categoriais da escrita simbólica de uma equação. É neste nível de correspondência entre valores visuais pertinentes do gráfico e os valores categoriais da equação que a coordenação de registros pode ser efetuada, e não a de um trabalho sobre valores numéricos e sua correspondência com pontos no gráfico”* (Duval, 1999, p.23).

As reflexões sobre a metodologia, o tempo de aplicação e as variáveis didáticas utilizadas nas atividades, nos fizeram rever esses aspectos e passamos a considerar um tempo maior de trabalho com os alunos, em cada atividade.

Mudamos da postura de observador para uma postura que possibilitasse a intervenção, como mediador, em discussões abertas e participativas entre os alunos. Deste modo, pudemos avaliar a eficiência das atividades propostas e captar as concepções e dificuldades dos alunos na resolução dos problemas propostos.

Descrevo, a seguir, as atividades utilizadas na aplicação definitiva da seqüência, ressaltando os aspectos, que a análise da primeira aplicação influenciou, para a tomada de decisões sobre a nova seqüência. Há, também, uma análise preliminar, na qual explico as variáveis didáticas escolhidas.

Essas atividades foram inspiradas em minha prática como professor e em livros didáticos, tais como:

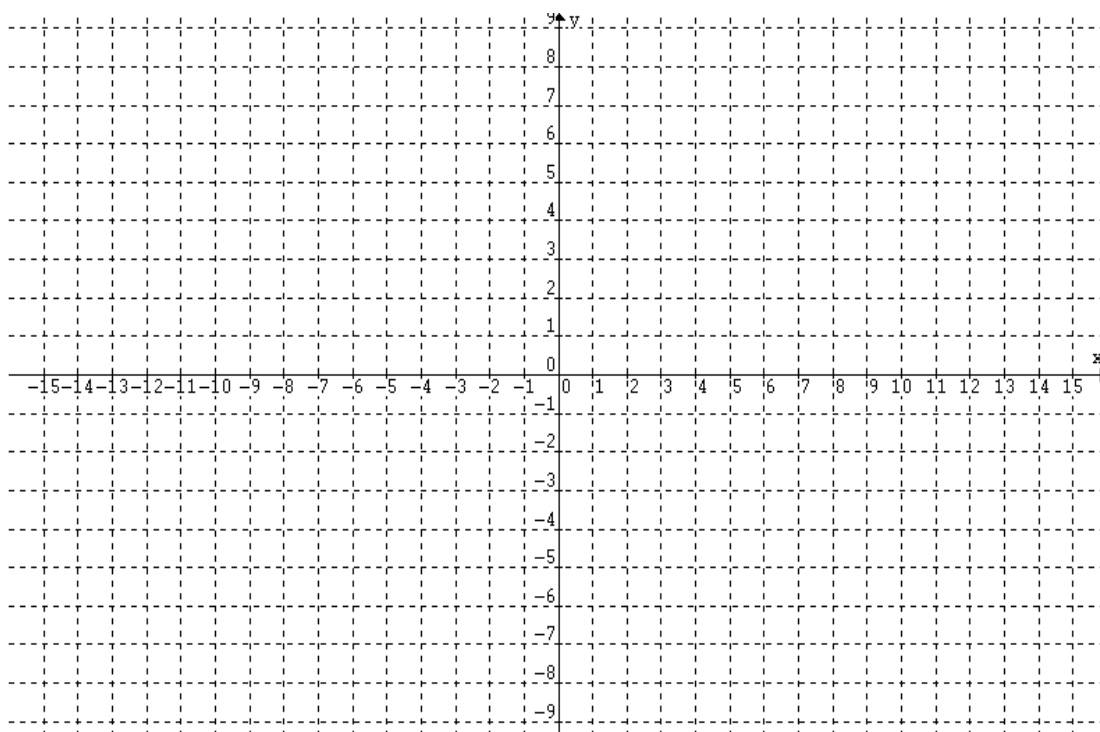
IESSI, G, e outros. *Matemática*. SP: Ed. Saraiva;

BONJORNO, J.R. *Coleção Matemática*. SP: Ed. STD;

BONGIOVANNI ;VISSOTO ;LAURENA. *Matemática e Vida*. SP: Ed. Ática.

2.4.2 ATIVIDADE 01

- Marcar no plano 3 pontos que estejam alinhados, sem uso de régua.
- Um aluno virá à lousa e marcará, num plano projetado pelo professor, os 3 pontos escolhidos por seu grupo.
- O aluno deverá descrever qual critério que eles (ele e seu grupo) escolheram para marcar os pontos.



Objetivo

Esta atividade foi elaborada com o objetivo de criar condições para que os alunos percebam e descrevam regularidades visuais ao marcarem pontos alinhados em um plano cartesiano; essas regularidades darão significado às regras de formação dos pares ordenados de pontos alinhados, ou seja, à existência de uma relação entre a ordenada e a abscissa desses pontos, relação, essa, que se mantém entre pontos alinhados.

Análise Preliminar

Os pontos alinhados serão marcados sem a utilização de régua, e o plano cartesiano será apresentado em papel quadriculado.

A apresentação do plano cartesiano em papel quadriculado, com escala já marcada e sem a utilização de régua, deve favorecer a escolha de dois pontos que são vértices opostos de um quadrado. Neste caso, os pontos estarão sobre o segmento de reta, que representa uma das diagonais desse quadrado. Para os pontos que satisfazem essa condição, a diferença entre o valor numérico das abscissas será igual à diferença entre os valores das ordenadas (coeficiente angular igual a 1). Caso ocorra esse caso particular, será necessária a colocação de uma restrição à marcação dos pontos, qual seja: os pontos marcados não poderão mais, quando unidos, estar sobre a diagonal de um quadrado. Deste modo, buscamos ampliar os critérios de determinação de pontos alinhados, com a procura de outras regularidades determinadas pela sua posição relativa na reta.

Uma outra restrição que poderá ser feita, dependendo do andamento da atividade, é a de que a distância entre os pontos não deve ser a mesma; restrição que favorece a percepção da extensão da regularidade para valores diferentes, como, por exemplo:

Percebida a regularidade do tipo “andar 2 à direita e subir 3”, quanto devemos subir quando andamos 4 à direita? E esse ponto estará alinhado?

Na atividade 01, do teste preliminar, apresentei, aos alunos, 12 pontos já assinalados em um plano cartesiano; pedi que unissem dois desses pontos, que estivessem alinhados com a origem dos eixos; e essa tarefa deveria ser feita com o auxílio de uma régua. Em seguida, deveriam escrever as coordenadas desses dois pontos e tentariam encontrar “alguma coisa em comum entre os números dos pares”. O espaço reservado para a escrita dos pares levava-os a seguinte situação, por exemplo:

..A.. (-4, 4.) ..E.. (.2, -2)
--

Observamos, então, dois problemas:

Primeiro – com o uso da régua, para encontrar a linearidade entre os pontos já marcados, o trabalho no plano seria mais de habilidade, com a régua, do que com o pensamento sobre a regularidade, que começaria, então, na análise dos números encontrados para representar os pares ordenados.

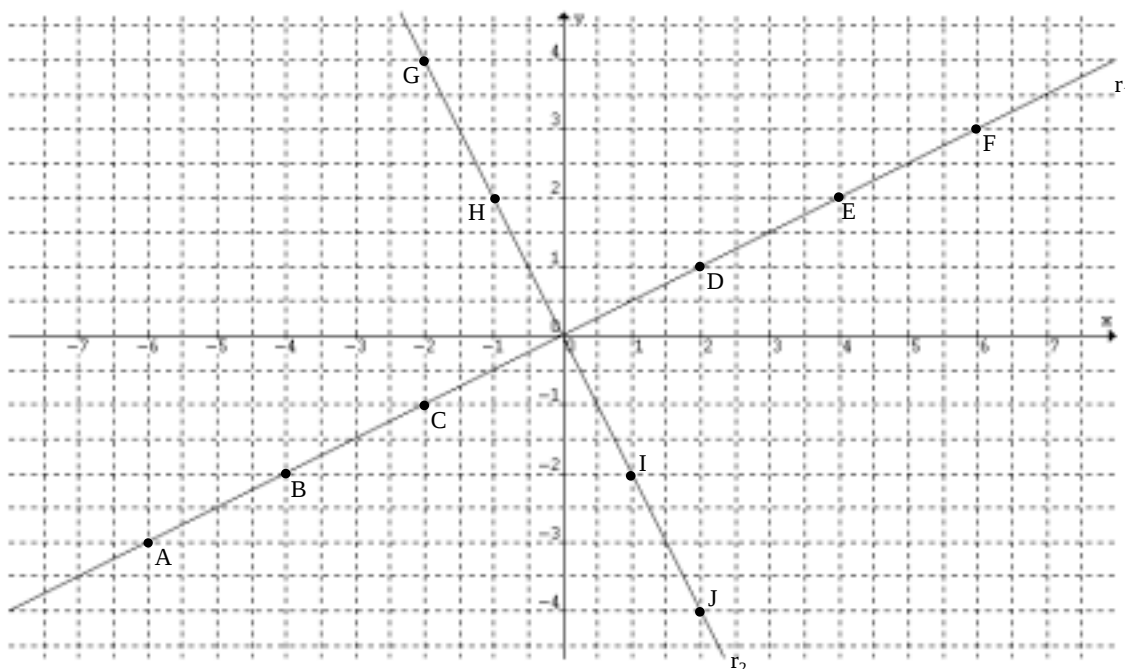
Segundo – A forma como foi disposto o espaço, para colocação dos valores das coordenadas do ponto, facilitou que tentassem encontrar uma regularidade entre o x de um ponto e o x de outro, quando eu desejava que analisassem o x e o y de cada ponto. Constatei que, uma vez escrita as coordenadas dos pontos, os alunos não mais atentavam para o gráfico e ficavam em uma atividade quase que de adivinhação.

Em vista desses dois problemas, optei por deixar a escolha dos pontos a critério dos alunos e, se necessário, colocar restrições à escolha, permitindo que eles descrevessem as regularidades que haviam encontrado.

2.4.3 ATIVIDADE 02

Questão 01

Escreva as coordenadas dos pontos marcados nas retas r_1 e r_2



Pontos em r_1

Pontos	A	B	C	D	E	F
x						
y						

Pontos em r_2

Pontos	G	H	I	J
x				
y				

Questão 02

Qual a relação entre x e y para cada ponto marcado em r_1 ?

R:

Questão 03

Qual a relação entre x e y para cada ponto marcado em r_2 ?

R:

Questão 04

Entre o x e o y de cada par a relação é a mesma para todos os pares?

R:

Objetivo

Facilitar, pela utilização da tabela de valores e das retas traçadas, a percepção de que pontos de uma mesma reta apresentam a mesma relação entre suas variáveis.

Análise Preliminar

Os pontos estão marcados em um plano cartesiano quadriculado e as tabelas, em branco, fornecidas, de modo a favorecer a observação das regularidades pedidas nas atividades posteriores.

Esta atividade está dividida em 4 questões.

Na primeira questão, o aluno deve reconhecer as coordenadas cartesianas e fazer o registro, dos valores de x e y , em uma tabela. Com os pontos marcados e as tabelas pré-preparadas, espero que os alunos não apresentem dificuldades em realizar a tarefa.

Na segunda questão, a resposta desejada é “*o valor de y é a metade do valor de x* ” e que isso seja observado também no gráfico, fazendo uma relação com a atividade 01 por meio de alguma manifestação do tipo “*sobe a metade do que anda para a direita*”.

Outra resposta possível, que deve aparecer, é a seguinte afirmação: “*o x é o dobro do y* ”, que sabemos também estar correta, restando estabelecer, com os alunos, regra que estipule a forma de expressão, que deve ser y em função de x , ou seja, de uma correspondência entre x e y no sentido $x \rightarrow y$.

Na questão 3, as coordenadas dos pontos apresentam sinais diferentes, o que deve causar uma dificuldade adicional, pois a minha experiência tem mostrado as dificuldades dos alunos em trabalhar com números negativos.

2.4.4 ATIVIDADE 03

O professor escreve, na lousa, a seguinte sentença:

ESCOLHA UM NÚMERO, MULTIPLIQUE-O POR 3 E SUBTRAIA 2.

Cada aluno deve escolher um número, executar as operações descritas na sentença e anotar o resultado em um papel; no verso do papel, deve escrever a sentença matemática que usou para chegar àquele resultado.

O professor pergunta para um aluno qual foi o seu resultado e ele deve responder de forma a que todos ouçam. Os demais tentarão encontrar o número que está no verso da folha, quando alguém disser o número correto, será convidado a vir à lousa e escrever de que forma encontrou o resultado.

Objetivo

Analisar os elementos constituintes da relação estabelecida entre os pares (x,y) com $x \in R$, $y \in R$, ou seja : identificar variáveis e constantes e estabelecer uma relação de dependência entre as variáveis x e y .

Análise Preliminar

Durante o desenvolvimento da atividade, o professor faz a coleta e a organização das informações, na lousa, para uma posterior análise e busca de generalização e escrita algébrica, junto com os alunos. O que espero dos alunos é que escrevam, nos papeis que devem usar na comunicação dos resultados, por exemplo:

De um lado

$$10$$

Do outro lado

$$10 = 3.4 - 2$$

ou

$$3.4 - 2 = 10$$

Nas primeiras comunicações, caso apareça apenas assim:

De um lado

$$10$$

Do outro lado

$$4$$

como sendo o resultado e o número escolhido, pedirei ao aluno que mostre as operações matemáticas que realizou para obter o número 10 a partir do 4.

Na lousa, após algumas comunicações, deverá estar anotado o seguinte:

$10 = 3 \cdot 4 - 2$
$13 = 3 \cdot 5 - 2$
$1 = 3 \cdot 1 - 2$
$4 = 3 \cdot 2 - 2$

Caso a ordem de escrita das expressões não seja essa, procurarei intervir para que seja, com o intuito de facilitar a visualização da generalização.

Nesse momento, considerando-se os diferentes valores atribuídos ao “número pensado” e os diferentes valores encontrados pela aplicação da regra, o professor identifica constantes, variáveis dependentes e independentes. Uma vez discutido o papel das variáveis e das constantes envolvidas, o professor introduz a representação algébrica, $y = 3x - 2$.

2.4.5 ATIVIDADE 04

Questão 01

Nesta tabela, o valor de y será o valor do x vezes 2, mais 2. Com essas informações complete a tabela abaixo:

x	-2		2		x
y	-2	2		8	

Questão 02

Para cada valor de x , obtemos um outro valor para y conforme a tabela abaixo:

x	-2		2	3	x
y	2	3		7	

- 1 – Complete os espaços da tabela.
- 2 – Para $x = 8$, qual será o valor de y ?
- 3 – Para $y = 10$, qual o valor do x ?

Questão 03

Monte uma tabela na qual valor de y é o valor do x vezes 3, menos 2.

Questão 04

Em qual das três questões anteriores, o y será maior quando o x for igual a dez?

Objetivo

Construir, com os alunos, uma representação algébrica das leis de correspondências entre os valores de x e y .

Análise Preliminar

As tarefas, desenvolvidas nessa atividade, devem facilitar a passagem das representações verbal para a de tabela de valores, e desta para a representação algébrica de uma lei de formação de pares de números.

Por terem trabalhado, anteriormente, com tabelas (atividade 02) e descrições verbais de leis de correspondência (atividade 03), minha expectativa é de que os alunos não encontrem muitas dificuldades nas questões 01 e 02. Poderei confirmar, ou não, essa expectativa, verificando o número de acertos nas respostas dadas às questões propostas. Por isso, recolherei a produção dos alunos para uma análise mais detalhada a posteriori.

A construção, pelos alunos, da representação algébrica das relações propostas deve ser tema principal de uma discussão, que será feita com a classe na aula seguinte.

2.4.6 ATIVIDADE 05

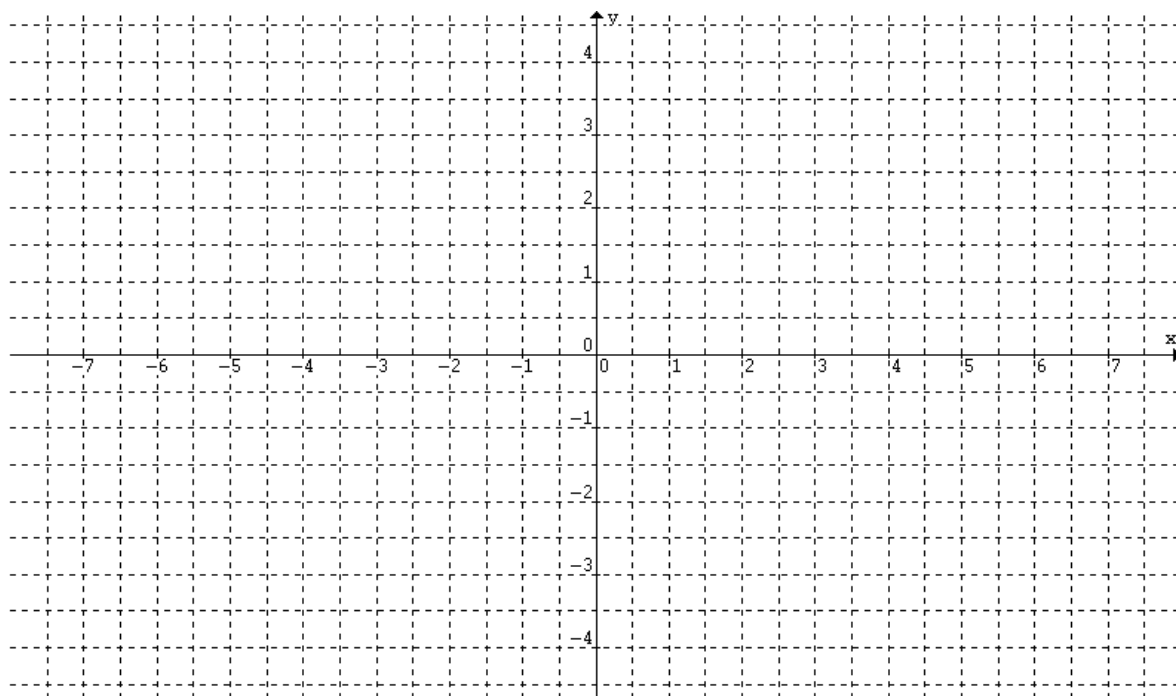
Atendendo a cada uma das leis dadas abaixo, marque três pontos no plano e, com uma régua, tente unir esses pontos.

1ª Lei: O y é o dobro do x .

2ª Lei: O y é o x menos 3.

3ª Lei: O y é o dobro do x , dividido por 3.

4ª Lei: O y é o triplo do x , mais 2.



Objetivo

Representar, graficamente, a lei descrita verbalmente, reconhecendo que os pontos correspondentes aos pares de números (x,y) , que satisfazem essa lei, estão alinhados.

Análise Preliminar

Nesta atividade, desejo reforçar a conversão da representação verbal para a representação algébrica e dessas representações para a representação gráfica.

Nas discussões, em classe, sobre os resultados encontrados, o professor iniciará a introdução dos conceitos de domínio, como sendo os valores atribuídos a x e de imagem, os valores obtidos para y . Com a reta traçada pelos alunos, será importante apresentar, no plano cartesiano, o domínio e a imagem das variáveis que, nesse caso, estão representados pelos eixos coordenados.

Apesar de sugerir que escolham três valores para a variável x , em cada sentença, acredito que os alunos escolham mais e possam, com isso, perceber que o conjunto dos valores que se pode atribuir à variável x é infinito. Caso cometam algum erro de cálculo, isso deve levá-los a refletir sobre a linearidade e, assim, a voltarem para conferir os cálculos efetuados.

2.4.7 ATIVIDADE 06

Questão 01

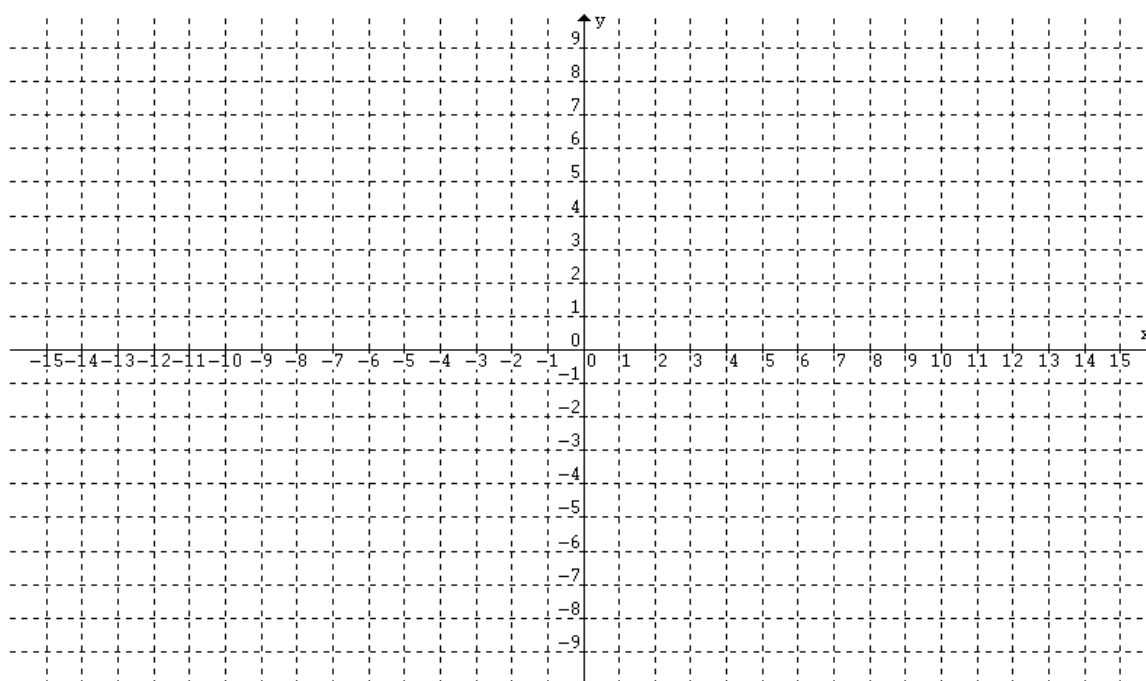
Preencha os dados das tabelas abaixo:

x	$y = 2x + 3$	y	(x,y)
-1			
0			
1			
2			

x	$y = -3x - 2$	y	(x,y)
-1			
0			
1			
2			

Questão 02

Com os dados das tabela acima, marque os pontos no plano e trace o gráfico.



Objetivo

Chamar a atenção para a influência que o sinal do número, que multiplica a variável independente, exerce sobre a representação geométrica da função.

Organizar as informações, separando variável dependente e independente, lei de formação e a representação pelo par ordenado, e assim facilitar a passagem da representação algébrica para a representação geométrica da função.

Análise Preliminar

A escolha das duas equações foi feita com o objetivo de facilitar a percepção do sentido de inclinação das retas que elas representam.

O fato de uma reta ter sentido ascendente e, a outra, descendente, traçadas sobre um mesmo plano cartesiano, deve facilitar, para o aluno, a percepção da correspondência entre o valor dessa variável visual e o sinal do coeficiente a na representação algébrica.

O valor numérico do coeficiente a , embora diferente em cada equação, não deve chamar a atenção para outra variável visual relacionada a esse valor, que é o ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas, mas pode servir para a discussão dessa variável visual, com a classe. A outra variável visual pertinente, o ponto de cruzamento da reta com o eixo das ordenadas, também tem valores diferentes, nessa atividade, e essa diferença também deve estar, na discussão com a classe, sobre os resultados que eles apresentarem.

2.4.8 ATIVIDADE 07

Fazer o gráfico relativo às equações:

$$y = 2x$$

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2x - 2$$

-Analisar os gráficos (semelhanças e diferenças);

-Determinar a equação e fazer o gráfico de uma reta paralela às já feitas.

Objetivo

Chamar a atenção para o ponto de cruzamento da reta com o eixo das ordenadas e para a correspondência desse ponto com a equação da reta, ou seja, identificar o termo independente b na representação geométrica da função afim.

Análise Preliminar

A construção dos eixos do plano cartesiano, no papel quadriculado, não deve causar dificuldades aos alunos.

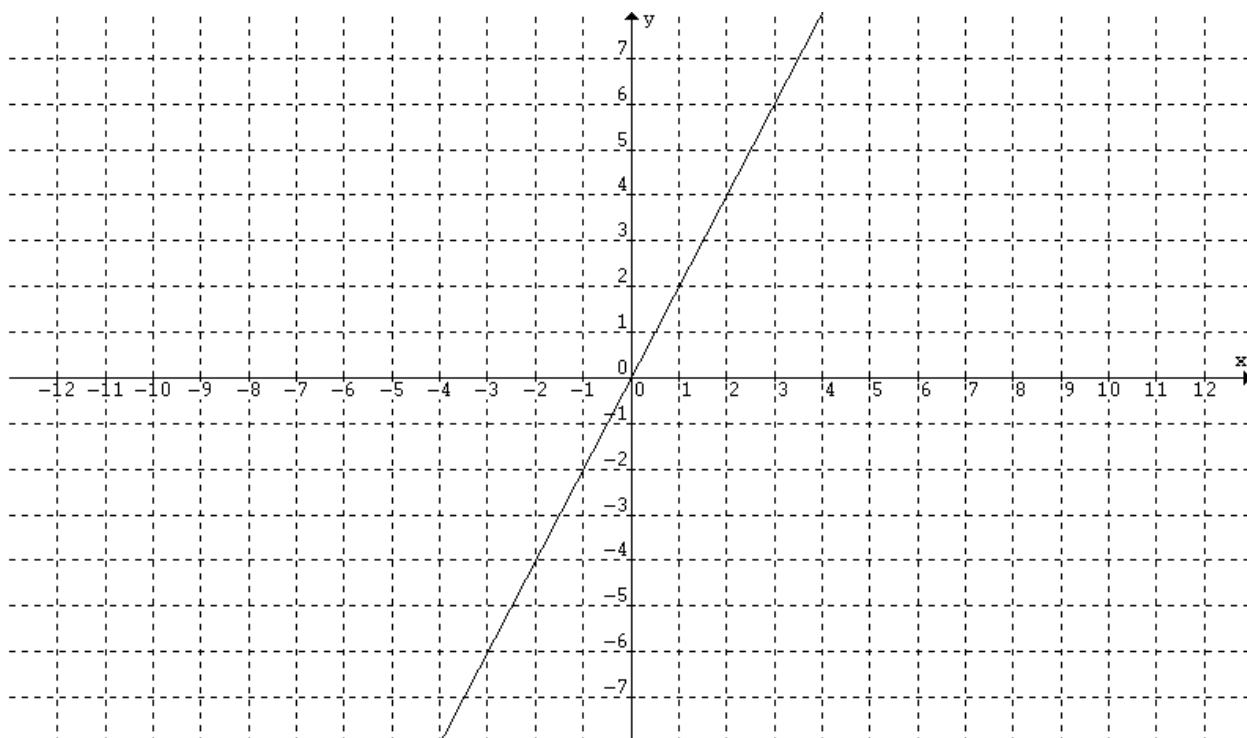
A organização das informações, proposta na atividade anterior, deve ser usada nesta atividade e, com isso, tornar, a construção dos gráficos, uma tarefa com menor número de erros.

As três equações apresentam, em cada uma, um valor para a variável visual, ponto de cruzamento da reta com o eixo das ordenadas, que são: cruzamento na origem, acima e abaixo dela.

Nas três representações mantive as outras variáveis visuais pertinentes, pois pretendo facilitar, para o aluno, a percepção da correspondência desta variável com o valor do termo independente b , na equação da reta.

2.4.9 ATIVIDADE 08

Observe o gráfico abaixo:



Escreva a expressão algébrica que representa essa reta.

Y = _____

Objetivo

Fazer a conversão da representação geométrica para a representação algébrica de uma função afim.

Análise Preliminar

Esta atividade promove a passagem da representação geométrica para a algébrica da função $y(x)$, cujo gráfico é uma reta de equação $y = 2x$. Por ser uma função já vista pelos alunos na atividade 5, acredito que não devam encontrar muitas dificuldades. Após terem feito a passagem solicitada, colocarei, na lousa, outras equações cujos gráficos sejam retas paralelas ao dessa equação, possibilitando observar, então, as estratégias usadas para essa conversão de registros.

Espero que os alunos observem que, para retas paralelas, o termo independente de x é que varia, e, seu valor numérico é a ordenada do ponto de cruzamento com o eixo y .

2.4.10 ATIVIDADE 09

Atribua valores a x para encontrar y , marque os pontos no gráfico e ligue esses pontos para cada uma das equações abaixo.

$$y = x$$

$$y = 2x$$

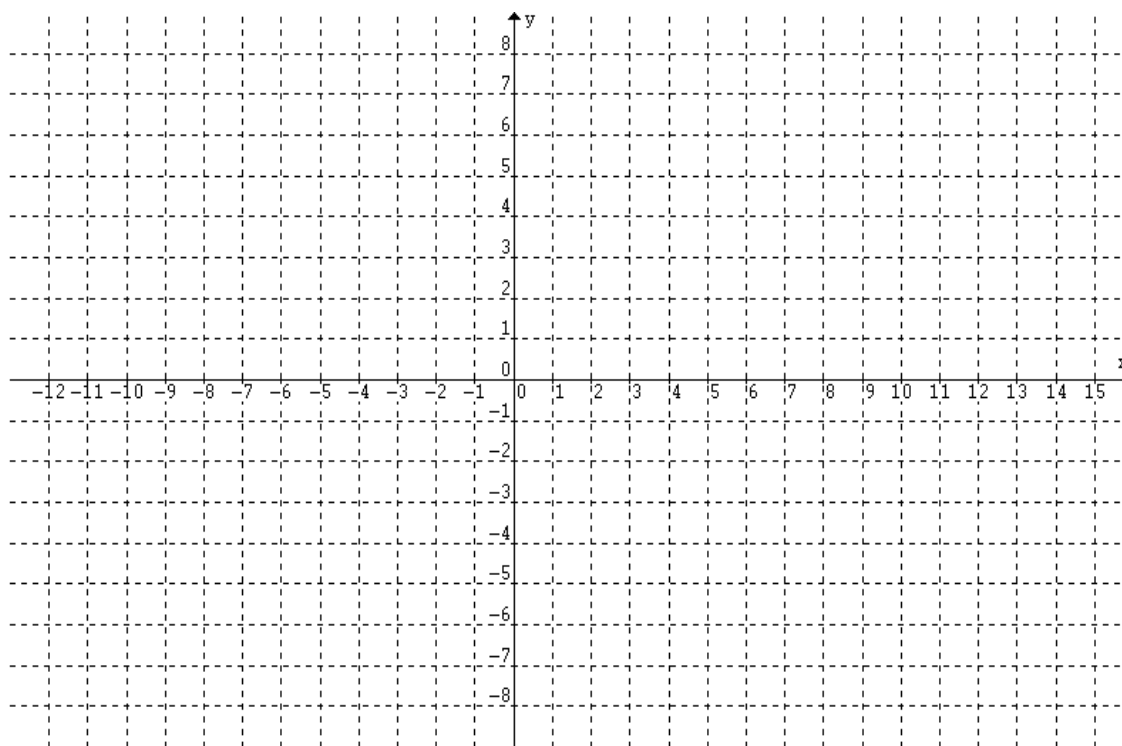
$$y = 3x$$

$$y = -x$$

$$y = -2x$$

$$y = -3x$$

Escreva quais as semelhanças e quais as diferenças encontradas nos gráficos:



Como a variação do número que multiplica o x afeta os gráficos?

R:

Objetivo

Fixar os procedimentos pertinentes à conversão da representação algébrica para a representação geométrica da função afim, e reconhecer duas variáveis visuais pertinentes: sentido de inclinação e ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas.

Análise Preliminar

Deve surgir uma discussão sobre a inclinação das retas, se ascendente ou descendente, a qual dará oportunidade para a institucionalização dos termos ascendente, quando o coeficiente de x for positivo, e descendente, quando o coeficiente de x for negativo.

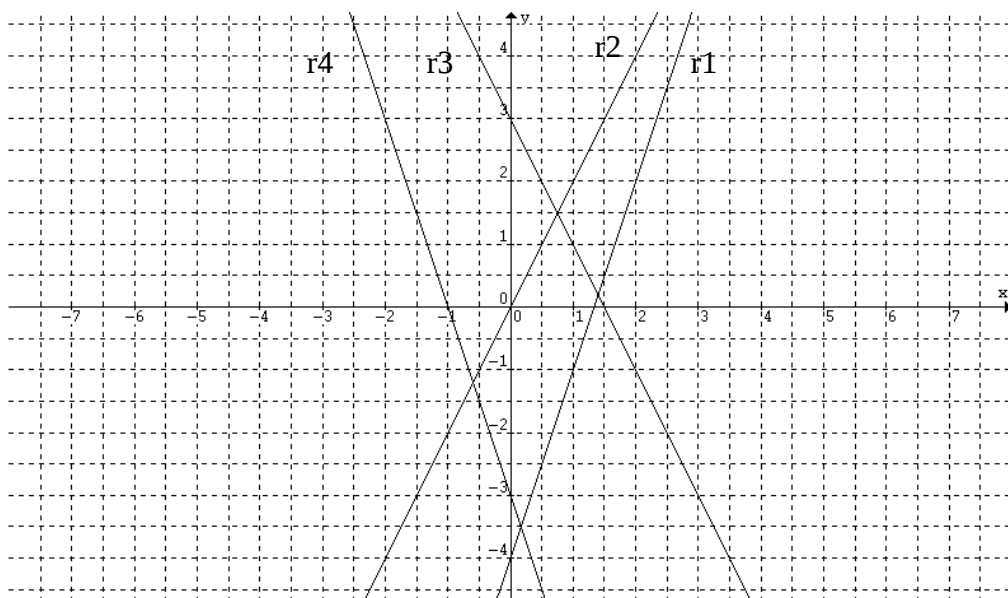
Durante o desenvolvimento dessa atividade, será possível observar, também, se, nessa conversão, os alunos utilizarão, de forma explícita, as representações feitas por pares ordenados e por tabelas de valores, vistas nas atividades anteriores. Outra observação possível será a da representação verbal que deve ser utilizada, pois o desenvolvimento da atividade será em grupo.

O fato de termos três funções cuja representação geométrica são retas ascendentes e três outras cuja representação são retas descendente, pode facilitar a discussão sobre a variável visual pertinente, que é o ângulo que essas retas formam com o eixo das abscissas.

2.4.11 ATIVIDADE 10

Assinale com X as retas que satisfaçam às afirmações abaixo:

		r1	r2	r3	r4
1	Passa pela origem dos eixos				
2	Quanto maior o x, maior o y				
3	Quanto maior o x, menor o y				
4	Cruza o eixo y em valor positivo				
5	Cruza o eixo y em valor negativo				
6	Cruza o eixo x em valor positivo				
7	Cruza o eixo x em valor negativo				



Objetivo

Reconhecimento das variáveis visuais pertinentes.

Análise Preliminar

Procuro, nesta atividade, reforçar a característica de variável dependente e independente, ao escrever “quanto maior o x menor o y ”, dando, assim, a idéia de que o valor de y depende do valor de x .

Ao final dessa atividade, farei a institucionalização de representação algébrica de função afim.

As funções que, estudadas até agora, são representadas pela expressão $ax + b$ com $a \in \mathbb{R}^*$, têm seu gráfico como uma reta não paralela aos eixos, cuja equação é $y = ax + b$. Minha opção de não tratar, nessas atividades, da reta paralela ao eixo da abscissa, deve-se ao fato de que pretendo uma abordagem inicial do conceito de função, e uma função, representada por tal reta, tem a característica especial de ter o valor de y independente do valor de x , ou seja, y é uma constante.

Essa institucionalização será acompanhada de discussão com os alunos e de uma revisão das atividades anteriores, para reconhecimento dos coeficientes a e b , agora institucionalizados, e da correspondência dos valores desses coeficientes com os valores das variáveis visuais pertinentes.

2.4.12 ATIVIDADE 11

Considere as equações:

$$y = x; \quad y = -2x + 1; \quad y = -\frac{x}{2} + 3; \quad y = 3x - 4 \quad \text{e} \quad y = -\frac{x}{3}$$

Questão 01

Faça o gráfico de cada uma dessas equações.

Questão 02

Preencha a tabela

$y = ax + b$	a	b	Cruza y
$y = x$			
$y = -2x + 1$			
$y = -\frac{x}{2} + 3$			
$y = 3x - 4$			
$y = -\frac{x}{3}$			

Questão 03

Observando a tabela e o gráfico, o que podemos concluir sobre o coeficiente **b**?

Objetivo

Verificar se os alunos fazem a associação entre o valor da variável visual, correspondente ao cruzamento da reta com o eixo das ordenadas, e o valor do termo independente na equação da reta.

Análise Preliminar

Pretendo salientar, nesta atividade, o reconhecimento, pelos alunos, da relação entre a posição da reta sobre o eixo vertical e o coeficiente b . Por esse motivo, a questão 3 desta atividade chama a atenção para essa característica.

Acredito, com base em experiência com os alunos, que o trabalho com números, escritos na forma fracionária, pode representar um obstáculo à conversão da representação algébrica para a representação gráfica, não pelas dificuldades dessa conversão, mas pela dificuldade dos alunos em trabalhar com números racionais.

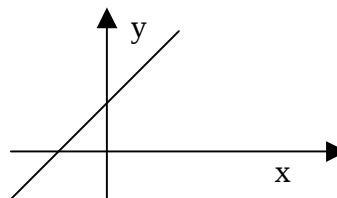
2.4.13 ATIVIDADE 12

Questão 01

Relacione as retas com suas possíveis expressões, justifique sua resposta:

a) $y = -2x + 3$

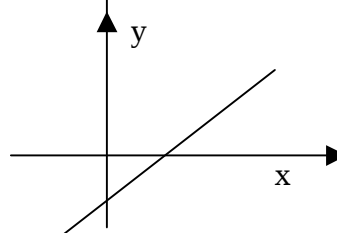
()



Justificativa:

a) $y = 2x + 3$

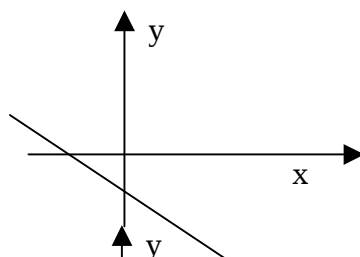
()



Justificativa:

b) $y = 2x - 3$

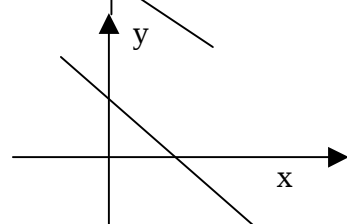
()



Justificativa:

c) $y = -2x - 3$

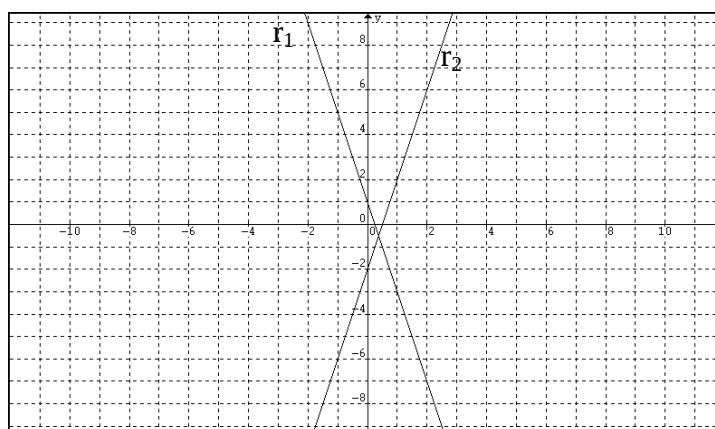
()



Justificativa:

Questão 02

Observe os gráficos e escreva a equação correspondente:



$r_1: y = \underline{\hspace{2cm}}$

$r_2: y = \underline{\hspace{2cm}}$

Questão 03*Expressões Algébricas, Gráficos, Tabelas e Situações*

São dadas três expressões algébricas. Encontre ao menos uma tabela, situação e gráfico que se relacione com cada expressão.

AS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS:

$$y = 2x + 3$$

$$y = x(x-3)$$

$$y = 25 - 2x$$

Gráfico _____

Gráfico _____

Gráfico _____

Tabela _____

Tabela _____

Tabela _____

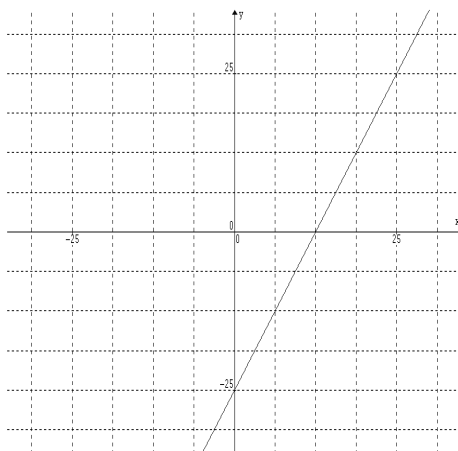
Situação _____

Situação _____

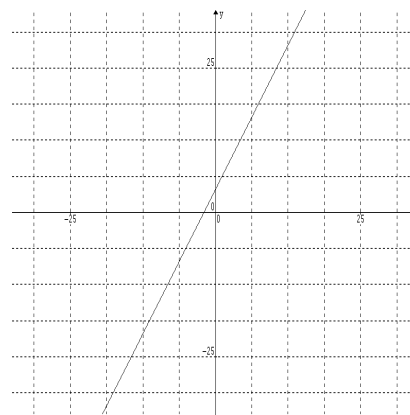
Situação _____

OS GRÁFICOS

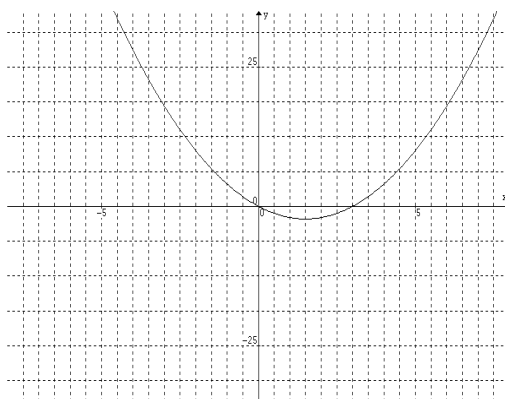
(1)



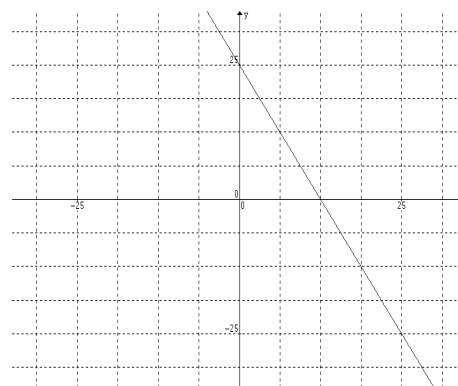
(2)



(3)



(4)



AS TABELAS

Tabela 1

x	y
7	11
2,5	20
-5	35
300	-575

Tabela 2

x	y
-15	55
60	-95
11	3
1	23

Tabela 3

x	y
7	17
-10	-17
200	403
5,5	14

Tabela 4

x	y
7	28
-10	130
25	550
1	-2

AS SITUAÇÕES

(1) A área de um retângulo é função de sua altura e largura.

A altura de um retângulo é 3 m menor que sua largura.

A área é calculada pela multiplicação da altura por sua largura

(2) Jeremias trabalha cuidando dos jardins de seus vizinhos. Ele cobra 2 reais por cada jardim que deve cuidar mais 3 reais por hora de trabalho no jardim. O valor que cada vizinho paga a ele é função das horas que trabalha.

(3) A altura de água em um poço é de 25 m. A água é drenada para fora à razão de 2 m por hora. A altura da água no poço é função do tempo.

(4) Os pais de Mei Ling vivem na China. Mei Ling adora telefonar para eles, mas espera até a meia noite para ligar, pois o custo da ligação é função do tempo de conversa e a partir da meia noite a tarifa é de 3 reais mais 2 reais por minuto de conversa.

Objetivo

Identificar o reconhecimento de duas variáveis visuais: cruzamento com o eixo das ordenadas e sentido de inclinação da reta.

Colher justificativa verbal, dos alunos, sobre a correspondência entre as representações geométricas e analíticas da função afim.

Verificar se os alunos relacionam situações, do dia-a-dia, nas quais é empregada a palavra *função*, com gráficos e tabela de valores.

Análise Preliminar

Essa é a única atividade em que peço aos alunos que as façam individualmente. Espero que apresentem dificuldades e solicitem ajuda, pois nessa oportunidade e nas produções recolhidas, poderei obter dados que me permitam analisar o entendimento, deles, sobre o conceito de função.

Nos gráficos da questão 01, não apresento valores numéricos, pois estes não interferem no reconhecimento das variáveis visuais pertinentes.

Na questão 02, o aluno deve fazer a conversão do registro gráfico para o algébrico de duas funções representadas por retas. Duas variáveis visuais pertinentes são diferentes, nessas retas; são elas: o sentido de inclinação e o ponto de cruzamento com o eixo das y .

A questão 03 foi traduzida de um artigo escrito por Carolyn Kieran e Anna Sfard intitulado “*Seeing Throug Symbols: The case of Equivalent Expressions*” publicado em 1999. Mantive o gráfico de uma parábola, por julgar que esse seria um bom mote para início de uma discussão sobre outros tipos de funções.

CAPÍTULO III

ANÁLISE

3.1 – INTRODUÇÃO

Na análise dos resultados obtidos pela aplicação da seqüência didática descrita no capítulo II, e dos fenômenos observados durante a execução dessas atividades, enfatizo os aspectos relativos às operações realizadas no processo de conversão de registro de representação semiótica, principalmente entre as representações geométrica e algébrica.

Ressalto, inicialmente, a importância do papel do professor, evidenciando aspectos metodológicos que se mostraram decisivos na organização e condução das atividades propostas, assegurando as indispensáveis conexões entre as concepções e procedimentos dos alunos e os objetos do saber escolar.

Fundamentamo-nos em uma concepção de aprendizagem e de ensino que se opõe a uma simples transmissão de fatos e teorias constituintes de um saber escolar tido como certo e que, em conseqüência, ignora a importância do provisório no processo de elaboração do conhecimento. Schon(1992), Franchi (1995).

Captar as manifestações dos alunos exige a proposição de atividades que os envolvam em um processo de busca de soluções, cada um considerando o problema como seu. Brousseau (1986). Exige, além disso, que o professor esteja atento às *razões dos alunos*. Schön (1992).

Sob essa ótica, podemos afirmar que, embora as atividades propostas não se caracterizem como problemas abertos, a descoberta das possibilidades, oferecidas pelo plano cartesiano, em registrar regularidades, e em descrevê-las pela inter-relação entre elementos algébricos e geométricos, se constituiu em um desafio para os alunos.

Se a confrontação com problemas é dimensão importante da aprendizagem, não se pode esquecer do papel, igualmente essencial, exercido pela instauração do diálogo em sala de aula. Nesta perspectiva, procurei criar, na sala de aula, um ambiente participativo e de constante diálogo, quer entre aluno-aluno, quer entre professor e aluno

Os alunos trabalharam em grupos, que variavam entre 2 a 5 participantes; minha intervenção deu-se sempre que necessário, colocando questões, pedindo justificativas de suas respostas, propondo estratégias de verificação, identificação de possíveis fontes dos erros cometidos, provocando, desta forma, alterações nas soluções apresentadas pelo grupo. (*“por que a reta tem que passar pela origem?”*, *“que valores devem ser analisados?”*, *“por que não rever o cálculo?”*)

As atividades foram apresentadas no início de cada aula, e depois de um determinado tempo, variado de acordo com a aula, os alunos eram chamados a expor seus resultados, sobre os quais, fazíamos uma ampla discussão. Observe-se que o ritmo dos alunos não apresentou grande variação, tendo em vista o empenho empregado pelos grupos na execução das tarefas e a característica introdutória da atividade. Deste modo, pudemos atender ao ritmo da maioria.

Atuando nessa direção, pude obter descrições dos próprios alunos sobre seus procedimentos de resolução, em que manifestaram seu conhecimento cotidiano, pela utilização da linguagem natural em seu emprego comum.(atividades 01 e 03).

Caracterizamos com Polanyi, conforme citado em Schön (1992, p.84), *conhecimento cotidiano como conhecimento tácito, espontâneo intuitivo, experimental*. É o conhecimento de um aluno que conserta uma bicicleta, faz compras avaliando preços, faz pagamentos, localiza-se em seu bairro, descreve trajetórias,

Pudemos igualmente obter, em grande parte das atividades, descrições, em natural em seu emprego especializado ¹, das relações entre as variáveis x e y, das correlações estabelecidas nas atividades de conversão de registros. Estas

¹ Denominada daqui em diante por linguagem técnica; reservaremos a expressão linguagem natural para designar a linguagem natural na modalidade comum

descrições revelaram conhecimentos prévios dos alunos, apresentando imprecisões, ambigüidades, omissão de dados.

Na avaliação dos procedimentos de resolução, pudemos constatar que a utilização de diferentes registros de representação possibilitou uma relativa diversidade desses procedimentos: uso ou não de tabelas na mediação entre registro gráfico e geométrico, idas e vindas dos pontos do gráfico às suas coordenadas e vice-versa, diferentes maneiras de buscar a coordenação entre os registros em jogo.

Na discussão entre os grupos e, de modo mais específico, no painel final, os alunos puderam confrontar suas respostas, compreender eventuais divergências, comunicar seus procedimentos ou suas soluções, defendê-las, avaliar as respostas de seus colegas. Valorizei as contribuições dos alunos, as diferentes descrições produzidas, os diferentes procedimentos utilizados

Consideramos que a apreensão de conhecimentos não se faz de uma só vez; é preciso recomeçar, repetir, mas agindo-se de uma maneira consciente, voluntária. (Ermel, 1995). Nessa perspectiva, agimos no sentido de, no decorrer do processo, tornar as descrições e as conclusões, dos alunos, cada vez mais comunicativas e precisas, inserindo-as no contexto matemático do saber escolar em jogo. Buscávamos chegar a um consenso quanto às formulações (uma ou mais), consideradas por eles como corretas, mesmo que provisórias. Neste caso, eram retomadas e novamente discutidas e reelaboradas. Em outros momentos, procuramos enfatizar a diversidade de procedimentos de resolução empregados nas atividades de tratamento e de conversão de registros, analisando aspectos relativos à sua eficiência.

Em todos esse momentos, e parafraseando Franchi, empenhamo-nos em *"valorizar cada momento do ensino como um momento único, como fonte de reflexão, produção e de novas questões"*; consideramos igualmente *"o fazer do aluno como matéria prima a partir de que podemos diagnosticar suas dificuldades, analisar seus procedimentos, reelaborar as atividades, questionar métodos e revisar seus fundamentos"*. (Franchi, 1995, p.82).

Os painéis de discussões coletivas foram, em grande parte, de institucionalização de um determinado saber escolar em jogo. Neste caso, e

conforme considerações feitas em ERMEL (1978), a atenção do aluno deve ser focalizada sobre esse elemento do saber. A discussão deve permitir, a cada aluno, captar que conhecimento se pretende que ele adquira e quais os meios para isso. Aqui, é o pensamento convergente que determina o eixo da discussão.

Durante as aulas, utilizamos, com frequência, um retroprojektor, para projetar, na lousa, o mesmo conteúdo das folhas de atividades, que entregava aos alunos, e, freqüentemente, o plano cartesiano quadriculado. Esse recurso dinamizou a atividade e enriqueceu as discussões, na medida que pudemos reproduzir as soluções incorretas e corretas, sem desgaste de tempo. Os alunos mostraram grande interesse em participar do painel coletivo.

3.2 - ATIVIDADE 01

Solicitados a marcarem três pontos alinhados em um plano cartesiano, os alunos escolheram pontos alinhados vertical ou horizontalmente, condições de alinhamento mais freqüentemente encontradas entre objetos do mundo físico.

A esse respeito, podemos considerar, com Laborde (1990), que uma das primeiras características da geometria vem das ligações complexas que ela mantém com o espaço físico que nos envolve. No domínio do espaço físico, saberes teóricos coexistem com saberes culturais, sociais e das práticas profissionais. O processo de aquisição dos saberes teóricos é influenciado pelas práticas culturais e pelo significado dos conhecimentos nele envolvidos, privilegiando aspectos que, de certo modo, restringem o sentido dos conhecimentos.

Outra posição de alinhamento, escolhida pelos alunos, foi a de pontos que pertencem à diagonal de um quadrado. Além dos fatores acima considerados, essa escolha pode ter sido influenciada pelo fato de terem recebido o plano cartesiano já quadriculado.

Lembramos que, no desenvolvimento das atividades de verificação dos pontos alinhados, partimos das soluções particulares dos alunos, colocando

restrições sucessivas, de modo a que buscassem outras soluções. Esse procedimento permitiu que os alunos ampliassem os critérios de verificação de alinhamento dos pontos. A escolha do primeiro e segundo pontos pode ser aleatória, porém a escolha do terceiro ponto já não pode, visto que nessa escolha reside a condição necessária ao alinhamento.

Quando iniciamos (eu e a classe) uma discussão sobre a forma de se comunicar e justificar as escolhas dos pontos, os alunos começaram a falar e pude notar que os verbos *andar*, *subir*, *descer* e *virar apareceram* em quase todas as descrições das escolhas. A idéia de movimento dada por esses verbos é indissociável do conceito de função, conceito, esse, que surge na Renascença, pois, conforme Karlson, “como imagem desta vida nova e agitada cria-se o símbolo matemático do movimento, a função” (Paul Karlson, 1962, p. 376).

Quando pedi a uma aluna que descrevesse o que havia pensado, ela parou e ficou quieta, até que uma outra, Gabriela, disse: “*tem que subir a rua e virar a esquina*”. A analogia com o quarteirão, feita pela aluna, favoreceu a percepção e a descrição das referências no plano cartesiano, porém, não havia menção ao “quanto” se caminhou. Passamos, então, a um diálogo:

Eu: “*virar? Mas que esquina? Para que lado?*”.

Aluna: “*a 2ª esquina e virar à direita*”.

Eu: “*sim e andar quanto?*”.

Aluna: “*mais 5 quadradinhos*”.

Eu: “*mas não são esquinas?*”.

Aluna: “*é... são*”.

Na continuação do diálogo a aluna optou por manter a referência a “quadradinhos” em lugar de “esquinas”, promovendo um distanciamento, ainda que superficial, do mundo físico, e conseqüente aproximação dos elementos que configuram o plano cartesiano. Procurei, também, complementar, com a aluna, os dados necessários para a localização dos pontos de partida e de chegada em cada movimento.

Nosso diálogo foi ouvido atentamente por toda a classe.

Já na fala da aluna Cadiji:

“Sobe 2, vira a direita e anda 5 pra chegar no outro ponto”

Pude observar a presença dos dados relativos ao aspecto quantitativo do movimento.

Quando falam em *“são 4 para cima e 10 para a direita”* ou *“sobe 2 vira e anda 5”*, os alunos estão tentando relacionar as abscissas e as ordenadas de dois pontos. Partindo-se de um par ordenado (a,b) , a frase *“são 4 para cima e 10 para a direita”* faz corresponder ao novo par $(a+10,b+4)$, assim para um terceiro ponto, alinhado aos dois anteriores, poderíamos fazer $(a+20,b+8)$ ou ainda $(a+5,b+2)$. Dessa forma, estão buscando uma regularidade para encontrar os pontos alinhados, o que está claro na fala do aluno que, ao sintetizar as falas anteriores, diz *“sobe ou desce tanto e vira pra esquerda ou direita e anda tanto”*.

3.3 - ATIVIDADE 02

Na primeira parte dessa atividade, os alunos fizeram a codificação das coordenadas dos pontos destacados, no plano cartesiano dado, em duas tabelas de valores. Essa tarefa, segundo Duval, não é considerada de conversão, pois, para sua execução não é levada em conta a organização da representação, nem o que ela representa.

Pontos de r_1							Pontos de r_2				
Pontos	A	B	C	D	E	F	Pontos	G	H	I	J
x	-6	-4	-2	2	4	6	x	-2	-1	1	2
y	-3	-2	-1	1	2	3	y	4	2	-2	-4

Cada uma dessas tabelas de valores é composta de dois conjuntos de números; cada elemento de um conjunto é posto em correspondência com um

elemento do outro conjunto. A segunda parte da atividade, composta das questões 02 e 03, consiste em determinar a lei que rege essa correspondência em cada tabela e gerou uma demorada discussão com a classe.

Ao pedir que alunos descrevessem essa relação não estabeleci qual a direção dessa correspondência, ou seja, de x para y ou de y para x . Esse fato fez com que eles buscassem aquela que lhes parecia mais simples, colocando, assim, na questão 02, o y em função de x .

Destaco algumas produções referentes à tabela com os pontos de r_1 :

- 1 - *“o x é o dobro do y ”*
- 2 - *“ x é o dobro do y e ABC são negativos e DEF positivos”*
- 3 - *“ x é o dobro do y e o de cima menor”*
- 4 - *“em r_1 x é o dobro de y tanto negativo quanto positivo”*
- 5 - *“o de cima menos o de baixo dá o de baixo”*
- 6 - *“é que o x é maior do que o y ”*

Algumas frases estão erradas, como a frase 6; outras, parcialmente corretas, como a 3; algumas, com informações adicionais, por vezes incompletas, que são irrelevantes na descrição da relação como a 2 e 4. A frase 5 estabelece relações aditivas entre os elementos dos conjuntos.

A discussão em classe girou em torno das produções e buscamos encontrar uma frase que pudesse representar a relação entre as coordenadas dos pontos e que fosse aceita e entendida por todos, chegando, afinal, à conclusão de que era suficiente dizer que o *“ y é o dobro de x ”*. Nesse instante, fiz, com os alunos, uma institucionalização, ainda que parcial, sobre a forma de expressar a relação entre os elementos dos dois conjuntos.

Destaco, agora, algumas produções dos alunos referentes à tabela com os pontos de r_2 em que, nas relações entre as variáveis, y é colocado em função de x :

- 1 - *“que os números de x são multiplicados por -2 ”*
- 2 - *“o y é o dobro do x ”*

3 - “*é que o y é o dobro do x e cada par tem seu sinal – e +*”

4 - “*é que o y é multiplicado por -2* ”

A discussão, no caso dos pontos de r_2 , foi facilitada pelas discussões anteriores e os alunos consideraram as frases “*y é o dobro de x com o sinal trocado*” e “*o y é o x multiplicado por -2* ”, como sendo as que melhor representam a correspondência entre as coordenadas dos pontos. Uma vez que não houve consenso para escolha de apenas uma frase, mantivemos as duas.

Não faço análise dos resultados obtidos na questão 04, pois esta revelou-se ambígua: os alunos consideraram conjuntamente os pares x e y representativos de r_1 e r_2 .

3.4 - ATIVIDADE 03

Escrevi, na lousa, a sentença “*escreva um número, multiplique-o por 3 e subtraia 2*”. Essa sentença propõe um conjunto de operações sobre um número para obtenção de um outro. A atividade ganhou um dinamismo maior do que eu havia previsto, provocando uma alteração no modo de organização da atividade. Abandonamos o papel, dado no início, para marcar os resultados, e começamos, então, a seguinte dinâmica: eu escolhia um grupo, lia o resultado que eles haviam obtido e pedia que os demais encontrassem o número escolhido; quem primeiro o fizesse, deveria levantar a mão; então, eu pedia a esse aluno, que fosse à lousa e preenchesse as colunas de uma tabela que desenhei. Escolhi o formato da tabela, a seguir, de forma que a variável independente aparecesse em primeiro lugar, visando nossas próximas atividades, em que esse formato seria comum. Depois de várias escolhas, cálculos e resultados, na lousa, havia os seguintes dados:

Nº ESCOLHIDO	RESULTADO	SENTENÇA
70	208	$70.3 - 2 = 208$
666	1996	$666.3 - 2 = 1996$
6	16	$6.3 - 2 = 16$
1111	3331	$1111.3 - 2 = 3331$
1555	4663	$1555.3 - 2 = 4663$
7	19	$7.3 - 2 = 19$
25	73	$25.3 - 2 = 73$
2002	6004	$2002.3 - 2 = 6004$
1,8	-3,4	$1,8.3 - 2 = 3,4$
0,932	0,796	$0,932.3 - 2 = 0,796$
-2	-8	$-2.3 - 2 = -8$

Os números eram escolhidos de maneira a dificultar sua descoberta pelos outros grupos; entretanto, os alunos não propuseram números decimais. Provoquei o aparecimento desses números e não houve dificuldades adicionais.

O registro, dos números e das operações, feito, na lousa, em forma de uma tabela, serviu para chamar a atenção sobre a correspondência entre os valores escolhidos e aqueles obtidos a partir das operações.

Com a tabela, contendo os dados gerados pelos alunos, iniciei, com eles, uma reflexão sobre seu conteúdo, representando, pela letra x , todos os números escolhidos e, por y , todos os valores obtidos na aplicação da regra dada. Observando a tabela, os alunos chegaram rapidamente à equação $x3 - 2 = y$, que reescrevi com eles e ficou $y = 3x - 2$. Enquanto buscávamos uma equação, que pudesse ter o mesmo significado da frase inicial, ou seja, que descrevesse a correspondência entre dois números, pudemos identificar as variáveis e determinar a variável dependente e a independente. Para classificar uma variável como dependente, os alunos começaram dizendo que dependente era aquela que dependia da escolha deles. Novamente manifestou-se a interferência da linguagem natural na linguagem matemática; o termo “depende” referia-se à relação de dependência, com o significado do senso comum.

Introduzimos x como variável independente e y como variável dependente, e, no nosso caso particular, x poderia assumir qualquer valor real.

Nesse momento de institucionalização, discutimos a importância da expressão algébrica, para a definição dessa lei de correspondência, e a utilidade da tabela de valores nessa busca.

Considero relevante, nesse ponto, a discussão sobre a importância da variável, como sendo uma representação simbólica de um conjunto de valores, que pode ser infinito, e sobre a limitação da tabela de valores, que permite representar alguns pares de valores. Vale a pena lembrar que a tabela é um instrumento importante na determinação da lei de correspondência.

3.5 - ATIVIDADE 04

Essa atividade é uma sistematização da atividade anterior. Compõe-se de quatro questões, sendo que, nas duas primeiras, os alunos completaram uma tabela de valores para x e y . Nas duas tabelas, há um espaço a ser preenchido com a expressão algébrica que representa a lei de correspondência entre as variáveis. Na primeira questão, foi dada a lei de correspondência entre os valores das variáveis e , na segunda, essa lei deveria ser encontrada, pelos alunos, com base em valores pré-preenchidos da tabela. É importante realçar, também, que, na terceira questão, foram acrescentados dois itens, um em que é dado um valor para x e deve-se encontrar o valor correspondente de y , e outro, em que é dado o valor de y e pedido o de x . Dessa forma, procuro explicitar a relação de dependência entre as variáveis.

Na terceira questão, os alunos montaram uma tabela a partir de uma descrição, em linguagem técnica, da relação de dependência entre as variáveis.

Na quarta e última questão, propus um valor para x e solicitei que os alunos comparassem os valores encontrados para y nas três relações anteriores.

Não interfeiri no desenvolvimento dessa atividade, apenas observei, enquanto caminhava entre as carteiras.

A seguir, destaco a forma como considerei certo o preenchimento das tabelas para cada questão:

Questão 01

x	-2	0	2	3	x
y	-2	2	6	8	$2x + 2$

Questão 02

x	-2	-1	2	3	x
y	2	3	6	7	$x + 4$

Recolhi as folhas com as respostas e fiz um quadro, tabulando as respostas dadas às questões. Usei, aqui, apenas o critério de C – Certo e E – Errado. Os espaços em branco, na tabela, referem-se às questões não respondidas pelos grupos.

Parte numérica – relativa ao preenchimento de valores numérico das tabelas;

Parte algébrica – o registro, na tabela, da lei de correspondência na forma de uma expressão algébrica.

GRUPOS	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
QUESTÃO 01														
Parte Numérica	C	C	C	C	C	E	E	E	C	C	C	C	C	C
Parte Algébrica	C	C	E	E	E	E	E	E	E	C	C	E	C	C
QUESTÃO 02														
Parte Numérica	C	C	C	C	C			C	E	C	C	C	C	C
Parte Algébrica	C	C	C	E	E			E	E	C	C	E	C	C
Item 2		C	C	C	C					C	C	C	C	C
Item 3		C	C	C	C					C	C	C	C	C
QUESTÃO 03														
Montagem da Tabela	C	C	C	C	C	E		C	C	C	C	C	C	C
QUESTÃO 04														
Respostas	C	C	C	C						C	C	C	C	C
08 acertos possíveis	6	8	7	6	5	0	0	2	2	8	8	6	8	8

O fato de todos os grupos, que fizeram, acertarem os itens 2 e 3 da segunda questão, indicou-me que eles sabiam a lei de correspondência entre os valores, mas faltava-lhes a construção da representação algébrica dessa lei e, com isso, a compreensão da generalidade dessa representação.

A principal dificuldade dos alunos, nessa atividade, foi na passagem da representação verbal, da lei de correspondência entre os valores dados na tabela, para a representação algébrica dessa lei. Note-se que essa lei foi dada de forma explícita, na primeira questão, e de forma implícita, na segunda questão; porém, a dificuldade não foi nem em encontrar a lei nem em aplicá-la para descobrir os valores pedidos nas tabelas, mas sim em representá-la na forma de uma expressão algébrica.

Na discussão feita com os alunos, na aula seguinte, sobre os resultados obtidos na aplicação dessa atividade, procurei relevar o fato de que, tanto a descrição em língua natural, quanto na tabela de valores e na expressão algébrica, o que havia em comum era a existência de uma lei que, aplicada a um determinado valor para a variável x , possibilitava encontrar o valor correspondente para a variável y . Essa discussão permitiu que os alunos conseguissem construir as três expressões algébricas.

3.6 - ATIVIDADE 05

Relembro que o objetivo dessa atividade é proporcionar, ao aluno, a possibilidade de representar graficamente uma lei descrita verbalmente, reconhecendo que os pontos, correspondentes aos pares de números (x,y) que satisfazem essa lei, estão alinhados, independentemente dos valores que se atribui à variável x .

O enunciado em língua natural, apresentado nessa atividade, realça o fato da não obrigatoriedade da apresentação de uma expressão algébrica, para

caracterizar uma função, ou a existência de uma lei de correspondência entre dois conjuntos numéricos, deixando claro que essa é apenas uma de suas representações. A função não se confunde com nenhuma de suas representações.

Quando alunos, de diferentes grupos, foram chamados à lousa para marcarem, em um único plano cartesiano, os pontos que selecionaram com a aplicação da lei, foi possível a percepção de que esses pontos, quando marcados em um mesmo plano, estavam todos alinhados. A discussão que se seguiu facilitou a percepção de que uma reta é formada por infinitos pontos e que todos eles satisfazem a uma mesma lei de correspondência entre suas coordenadas. Essa lei pode ser, também, apresentada em forma de uma expressão algébrica, que eles encontraram sem nenhuma dificuldade aparente. Ficou institucionalizado que, tanto a expressão algébrica quanto à reta que traçaram, representam a correspondência entre os valores atribuídos a x e a y , na direção de x para y , e que essa correspondência é unívoca.

A partir dessa explicitação, observei que quando um aluno encontrava um ponto que não estivesse alinhado, ele refazia os cálculos ou procurava validar sua resposta com outros colegas.

Uma das conclusões que pude tirar da discussão da atividade com a classe, e que foi consensual, é que a representação algébrica faz uma mediação que facilita a conversão da representação em linguagem natural para a representação geométrica.

3. 7 - ATIVIDADE 06

Nessa atividade, os alunos trabalharam com três formas de representação de uma função: a algébrica, a tabela de valores e a representação geométrica. A conversão da representação algébrica para a representação geométrica foi realizada com o auxílio de uma tabela de valores, que os alunos tiveram que completar, para encontrar os pontos que deveriam ser marcados no plano cartesiano.

Completar as tabelas de valores foi uma tarefa executada com sucesso por 12 dos 17 grupos que se formaram, e os erros que ocorreram foram, em sua maior parte, devido a dificuldades em operar com números negativos.

Dificuldades maiores surgiram na marcação dos pontos no plano e no traçar as retas representantes das funções; cinco grupos marcaram corretamente os pontos, mas não os uniram, e três grupos uniram todos os pontos. Na atividade anterior, os alunos eram instados a construir a representação de uma função de cada vez; nessa atividade, eles tiveram as duas funções apresentadas ao mesmo tempo. Os alunos que não terminaram a construção de uma reta para depois iniciar a outra, ou seja, marcaram todos os pontos para, depois, traçar as retas, foram os que cometeram o erro.

A discussão, feita com a classe, sobre o resultado da atividade, permitiu que eles expressassem a estratégia que haviam utilizado para completar a tarefa, e permitiu, também, que aqueles, que haviam compreendido o significado de cada representação, também se manifestassem.

3.8 - ATIVIDADES 07, 08 e 09

As atividades seguintes (07, 08 e 09) foram organizadas de forma a possibilitar a conversão da representação algébrica, de uma função afim, para a representação geométrica dessa mesma função e vice-versa. Por isso, faço, inicialmente, considerações gerais sobre essas atividades e, a seguir, uma análise mais específica, englobando apenas as duas primeiras.

Vimos, no capítulo II, que as variáveis visuais pertinentes são aquelas determinadas pelo fato de que uma modificação de seu valor, no gráfico, faz corresponder a uma modificação de um valor categorial, na representação algébrica de uma função. Os valores das variáveis visuais pertinentes são oito, no caso da representação gráfica de retas, e Duval chama-os de unidades significantes do registro gráfico.

Foram apresentadas diferentes expressões, na atividade 07, e gráficos, nas atividades 08 e 09, em que, na representação algébrica, apenas um dos valores categoriais variava enquanto os outros permaneciam constantes; analogamente, na representação geométrica, mantiveram-se constantes duas das variáveis visuais pertinentes, enquanto uma mudava.

A direção dada a essas atividades fundamenta-se nas considerações de Duval sobre a atividade de conversão. Segundo o autor, é ingênuo crer que introduzir exercícios de conversão, sobre quaisquer casos típicos, seria suficiente para criar condições favoráveis a uma coordenação dos registros de representação, pelos alunos. Uma das razões para isso é, como vimos, que a conversão de representações requer a identificação de unidades significantes, no registro de partida e de chegada.

Conseqüentemente, é preciso provocar, simultaneamente, a exploração de todas as variações possíveis de uma representação, em um registro, fazendo previsão ou observação das variações concomitantes de representações em outro registro. Duval (1995) salienta, também, que o custo cognitivo, de uma tarefa de

conversão entre dois registros de representação, muda conforme a direção considerada.

Na atividade 07, os alunos construíram os gráficos das equações $y = 2x$, $y = 2x - 2$ e $y = 2x + 2$, com o termo independente de x assumindo os valores 0, -2 e 2. A variável visual pertinente, considerada para mudança, nesse caso, é o ponto de cruzamento da reta com o eixo das ordenadas.

A maioria dos alunos não apresentou problemas ao desenhar o plano cartesiano, porém, quando foram marcar os pontos no plano, colocaram questões, tais como:

- *“quantos pontos precisa marcar?”*;
- *“tem que fazer tabela?”*;
- *“pode ser qualquer valor?”*;
- *“tem que marcar pra cima e pra baixo?”* (referindo-se a valores positivos e negativos).

Essas perguntas podem ser compreendidas se lembrarmos que os alunos não possuíam o domínio conceitual dos elementos geométricos envolvidos na representação gráfica, nem o domínio da linguagem simbólica algébrica. No primeiro caso, como se caracteriza uma reta, quais as relações entre diferentes retas no plano; no segundo caso, a ausência de uma diferenciação clara entre as constantes e variáveis envolvidas nessa representação, ou seja, uma visão estática da expressão algébrica.

Além disso, os alunos não haviam tido contato com a correspondência entre as variáveis visuais pertinentes, do registro geométrico, e os respectivos valores categoriais do registro algébrico, envolvidos na atividade de conversão. Questões colocadas, pelos alunos, no decorrer das atividades, revelam claramente este fato, como veremos logo mais.

Um aspecto da construção dos gráficos, que me chamou a atenção, foi o fato de que eles já sabiam que cada equação correspondia a uma reta; diziam isso, e, no entanto, marcaram de três a cinco pontos para traçar essa reta.

Quando cometiam algum erro nos cálculos e os pontos não ficavam alinhados, ficavam bastante tempo tentando entender o porquê do não alinhamento, como revelam as manifestações de surpresa diante do ocorrido. No entanto, somente depois da minha sugestão, os alunos resolveram voltar e refazer os cálculos. Estas observações nos revelam, de um lado, uma preocupação com o alinhamento dos pontos; por outro, que a confiança deles era maior no valor calculado do que no ponto marcado no gráfico. Em outros termos, o erro estaria na localização do ponto, a partir das coordenadas encontradas por esse cálculo.

Como diz Duval, *“a não discriminação dos valores visuais torna a representação cartesiana das retas totalmente inutilizável pelos alunos para prever a forma das equações correspondentes, ou simplesmente para controle da aparente veracidade de seu resultado quando escreve a equação.”* (Duval, 1995, p.76).

Construir ou não uma tabela de valores, como auxílio para traçar os gráficos, ficou para que eles decidissem. Quase metade da sala fez uma tabela semelhante àquela feita na atividade 06. Alguns fizeram uma tabela mais simples, com valores de x e y e o restante não fez tabela, fez contas espalhadas pelos papéis que possuía e depois marcou os pontos. Verifiquei que a maioria dos alunos, que fez a tabela, construiu corretamente o gráfico representativo da função; já entre aqueles que não apresentaram organização nos cálculos, a quantidade de erro foi significativamente maior. Esse fato revela a importância da tabela, na mediação entre as representações algébrica e geométrica da função, em uma situação de aprendizagem.

Ao realizar a conversão entre a representação algébrica e a geométrica, os alunos não reconhecem os valores categoriais da representação algébrica e sua função na determinação das variáveis visuais pertinentes. Uma manifestação consistente desse fato é que, depois de terem traçado a reta da equação $y = 2x$, ao realizar a tarefa de fazer o gráfico relativo às equações $y = 2x + 2$ e $y = 2x - 2$, houve a insistência, de um grupo, em que as retas deveriam passar pela origem e perguntei:

- *“Por que você acha que a reta deve passar pela origem?”;*
- Ele responde: *“porque a outra passou. Essa não tem que passar também?”.*

E importante salientar uma conclusão a que chegaram, após traçarem as três retas propostas nessa atividade, foi a de que “elas são retas paralelas”, não dando muita atenção ao seu ponto de cruzamento com o eixo y e, conseqüentemente, não relacionando o valor da constante b com esse ponto de cruzamento. Ou seja, na conversão da representação algébrica para a geométrica, as variáveis visuais, mantidas constantes, foram implicitamente percebidas, quando da observação do paralelismo das retas, em detrimento da observação da variável que assumiu diferentes valores.

Percorrendo o caminho inverso – do gráfico para o algébrico – pedi que observassem outras duas retas paralelas entre si, continuando com a alteração de apenas uma das variáveis visuais pertinentes, o ponto de cruzamento com o eixo y . Solicitei que escrevessem a equação dessas retas. Desenhei essas retas paralelas em um plano cartesiano projetado na lousa. Nessa conversão do registro geométrico para o algébrico, alguns alunos observaram que a constante b representa o valor de y no cruzamento da reta com esse eixo, reconhecendo, assim, uma das variáveis visuais pertinentes, na representação geométrica, e o valor categorial correspondente, na representação algébrica da função afim.

Essa mudança de sentido, na conversão de registros, favoreceu a percepção do papel da constante b na representação gráfica. Esse fato pode ser compreendido à luz das considerações teóricas de Duval (1995), sobre as unidades significantes do registro geométrico e do registro algébrico. No registro gráfico, as variáveis visuais pertinentes são percebidas de forma integrada enquanto que, em uma linguagem formal como a álgebra, as unidades categoriais são discretas.

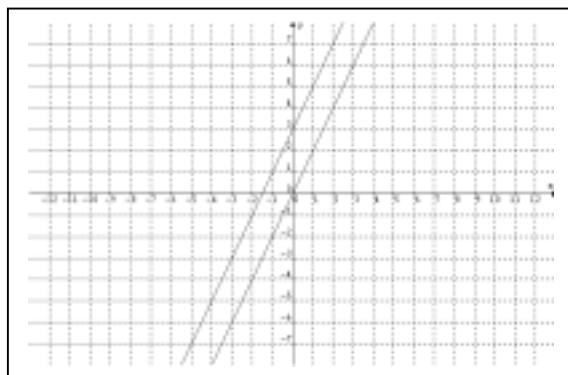
Na atividade 08, é apresentada, aos alunos, uma reta traçada sobre um plano cartesiano e lhes é pedida a equação algébrica correspondente àquela reta.

Trata-se de uma atividade de conversão do registro geométrico para o algébrico da representação de uma função linear.

Observando o gráfico, o aluno Renan me chama e diz:

“Já sei que $y = 2x$; quando x é 2 o y é 4, quando o x é 3 o y é 6, o y é sempre o dobro do x ”.

Ele encontrou a lei de correspondência entre os valores de x e y sem fazer referência às unidades significantes nem aos valores das variáveis visuais pertinentes. Houve, portanto, uma leitura do gráfico, considerando-se alguns pontos específicos, e o trabalho de encontrar a relação entre as coordenadas desses pontos e não uma interpretação, ou seja, a verificação do sentido de inclinação da reta, o ângulo formado com o eixo das abscissas e o ponto de cruzamento com o eixo y . Essa foi a atitude predominante dos alunos, nessa atividade. A partir desse diagnóstico, resolvi complementar a atividade e desenhei, no plano, que estava projetado na lousa, uma outra reta, ficando a transparência assim:



Solicitei que os alunos encontrassem a equação que representasse essa nova reta. As alunas Kadiji e Katherin trabalhavam juntas e tinham escrito a equação $y = 2x + 3$ para a nova reta. Perguntei como haviam obtido aquela equação. Disse, Kadiji:

“Como as linhas eram paralelas, eu deduzi que também era $2x$ e coloquei $+3$, por causa do primeiro ponto”.

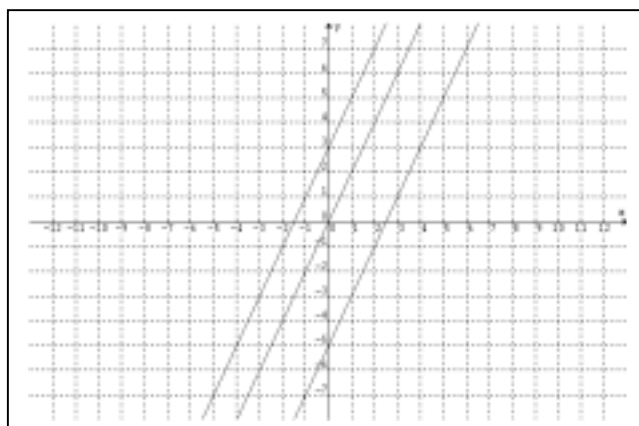
Apesar de ter feito uma tabela com os pares $(0, 3)$, $(1, 5)$ e $(2, 7)$, a aluna não buscou uma correspondência entre os valores das coordenadas, utilizou apenas o par $(0, 3)$ para o termo independente da equação. O paralelismo entre as retas foi posto em correspondência com os valores categoriais representados por $2x$, que são: o sinal positivo (ou a ausência de sinal) e o valor 2.

O aluno Renan justificou a escrita da equação $y = 2x + 3$, feita por seu grupo, desta forma:

“A gente pegou o 1º ponto e multiplicou por 2 e somou 3. Observando os quadradinhos no gráfico, conferimos os outros pontos”.

Nesse caso, os alunos não estão fazendo, ainda, a distinção das variáveis visuais pertinentes e mantêm a estratégia de buscar a lei de correspondência entre as coordenadas dos pontos específicos.

Tracei mais uma reta, no plano que estava na lousa, e solicitei que encontrassem a equação. O plano, na lousa, ficou assim:



Do grupo das alunas Gabriela, Érica e Ana, ouvi a seguinte explicação:

“A 1ª Expressão foi $2x$ e passa no meio, a outra passou mais pra cima então passou + e era $2x + 3$. Como essa está pra baixo e eu passava no 5, então, era -5 ”.

Como vimos, na análise da atividade anterior, a importância da discriminação das variáveis visuais pertinentes e sua correspondência com os valores categoriais são destacadas por Duval: *“A não discriminação dos diferentes valores visuais pertinentes conduz não apenas à confusão na interpretação de gráficos, mas faz também com que a maior parte dos tratamentos feitos no registro algébrico percam o sentido”* (Duval, 1995, p.77).

Dadas, na atividade 09, as equações $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -x$, $y = -2x$ e $y = -3x$, representativas de seis retas que são imagens geométricas de funções lineares, nota-se que, nas três primeiras, o sinal do coeficiente de x é positivo e o valor numérico do coeficiente varia; nas três seguintes, o sinal é negativo e o valor numérico desse coeficiente também varia. No registro gráfico, há a variação do ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas e a mudança do sentido da inclinação das retas.

Na construção dos gráficos, os alunos utilizaram os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, encontrando, apenas, algumas dificuldades em operações aritméticas simples com o conjunto Z .

Colocada a questão:

“Como o número que multiplica o x afeta o gráfico?”

A discussão, sobre a resposta a essa questão, foi feita para chamar a atenção dos alunos sobre duas variáveis visuais pertinentes: o sentido da inclinação e o ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas. Os alunos perceberam que o sinal do coeficiente, que multiplica o x , determina o sentido da inclinação da reta, porém, faltou uma ancoragem para expressar se essa reta estava na posição ascendente ou descendente, ou seja, se a função que ela representa é crescente ou decrescente. Eles buscaram várias formas para essa expressão. Sugeri, somente

depois de muita discussão, que a reta fosse observada no sentido da escrita, da esquerda para a direita; se estivesse “indo para cima”, então estaria no sentido ascendente e estaria representando uma função crescente; se “fosse para baixo”, estaria no sentido descendente e a função representada seria decrescente.

O significado do sinal do coeficiente foi percebido pelos alunos e alguns falaram:

“Devido à influência do sinal do número, se ele é positivo, vai ser crescente, se é negativo, vai ser decrescente”.

A variação do sinal, positivos ou negativos, observados na equação da reta, causa uma variação qualitativa, ascendente ou descendente, da variável visual pertinente, referente ao sentido de inclinação da reta.

3.9 - Atividades 10 e 11

Antes do início dessa atividade, fiz uma síntese do que havíamos estudado até aquele momento. No final, institucionalizei que $y=ax+b$, com $a \neq 0$, é a representação algébrica de uma reta não paralela aos eixos.

Levei a produção dos alunos comigo e verifiquei-as. Abaixo, está o resultado dessa verificação:

Afirmações	Correta	Parcial	Errada
01	17	1	0
02	2	13	3
03	1	13	4
04	10	4	3
05	7	8	3
06	8	10	0
07	9	6	3
	54	55	19

Considereei “Parcial” quando o aluno marcou a resposta correta e alguma opção errada ou quando marcou, parcialmente, as afirmações corretas.

A quantidade de erros observados me fez concluir que os alunos tinham conseguido fazer as observações, no gráfico, indispensáveis para estabelecer a correspondência entre as variáveis visuais pertinentes e os valores categoriais na expressão algébrica.

Na atividade 11, a dificuldade dos alunos estava, principalmente, em operar com números escritos na forma de fração e nas operações em $\mathbb{Z}$, conforme já havia observado em outra atividade. Na questão 03 dessa atividade, em que devem fazer a relação entre o coeficiente b e alguma característica observada nas retas traçadas, fizeram as seguintes afirmações:

“O coeficiente b é 0, a reta corta o eixo y no 0”;

“Que o b sempre cruza o eixo y , seja qual for a expressão”;

“O coeficiente b é o ponto de y em que a reta é traçada”;

“O coeficiente b é onde passa a reta no eixo y ”;

As afirmações feitas pelos alunos mostram que não apresentam dúvidas quanto à relação do coeficiente b da equação da reta com o eixo das ordenadas, embora o digam sem o rigor da linguagem matemática.

3.10 Atividade 12

Essa atividade foi dividida em três questões. Na primeira, os alunos fizeram o relacionamento entre equações e retas traçadas em um plano cartesiano, sem nenhuma graduação. Na segunda questão, são apresentadas duas retas traçadas em um plano cartesiano e lhes é pedida a equação dessas retas. Finalmente, na terceira, são apresentadas três equações, quatro gráficos, quatro tabelas de valores e quatro situações descritas em língua natural e lhes é pedido que relacionem cada equação a um gráfico, a uma tabela e a uma situação.

Essa atividade foi desenvolvida individualmente e sem a minha interferência. Depois de feitas as tarefas, recolhi a produção dos alunos e levei para uma tabulação dos resultados e sua análise.

Com relação à questão 01, o total de atividades recolhidas foi 27, fiz a contagem dos acertos e erros e montei uma tabela.

Questão 01

Respostas dadas nos itens *a*, *b*, *c* e *d*.

Respostas dadas					Justificativas		
	A	B	C	D	Corte Y (coef. b)	Inclinação (sinal de a)	S/ justif.
a)	10	<u>9</u>	6	1	19	15	1
b)	6	2	<u>15</u>	3	18	17	6
c)	1	1	3	<u>21</u>	24	22	1
d)	<u>9</u>	2	14	1	11	10	1

Os números sublinhados correspondem às respostas corretas.

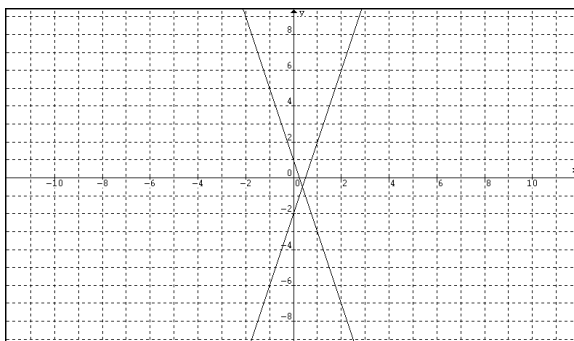
A maioria dos alunos relacionou o coeficiente b com o ponto em que a reta cruza o eixo das ordenadas, ou seja, fizeram o relacionamento entre a variável visual

pertinente e o valor categorial correspondente. Mesmo não estando graduados os eixos coordenados, alguns escreveram, em sua justificativa, as coordenadas do ponto de cruzamento com o eixo y.

O sentido da inclinação (ascendente ou descendente) foi relacionado com o sinal do coeficiente a , porém, não com a mesma frequência de acertos do relacionamento feito no parágrafo anterior. Observa-se que, nos itens a e d, a maioria das respostas considerou corretamente o ponto de cruzamento das retas, porém errou o sentido de inclinação.

Questão 02

As retas foram apresentadas, aos alunos, conforme segue:



As equações corretas são $y = -4x + 1$ para r_1 e $y = 4x - 2$ para r_2 . Nove alunos escreveram corretamente a equação da reta r_2 da segunda questão, representando um terço dos que entregaram a atividade resolvida. Seis escreveram corretamente a equação da reta r_1 . A maioria dos erros aconteceu devido à confusão com o sinal do coeficiente a , o que indica que há, ainda, dificuldades em relacionar esse sinal com o sentido de inclinação da reta, conforme observado na questão anterior.

Questão 03

As três situações podem ser representadas por y em função de x , ou $y(x)$. Recolhi, para análise, a produção de 25 alunos, fiz a correção e montei a seguinte tabela:

Quantidade de respostas certas por equação :

	$y=2x+3$	$y=x(x-3)$	$y=25-2x$
Gráfico	12	15	12
Tabela	15	14	8
Situação	6	19	22

A primeira equação apresentou um baixo número de acertos quando relacionadas com a situação correspondente, devido à confusão que fizeram com a segunda situação apresentada, em que a equação correspondente era $y = 3x + 2$. Na terceira equação, pude observar que muitos erraram os cálculos que fizeram para identificar a tabela de valores correspondente.

Conversei com alguns alunos após o término da atividade e me disseram ter achado fácil a segunda equação, porque haviam estudado recentemente área de figuras geométricas e o gráfico *“só podia ser o que era diferente de reta”*.

Os gráficos de retas, dados nessa atividade, apresentaram poucos elementos para que os alunos pudessem marcar dois pontos e buscar, a partir de suas coordenadas, a lei que rege esse relacionamento.

CAPÍTULO IV

CONCLUSÕES

Nesta pesquisa, estudei os procedimentos adotados para resolução de um conjunto de 12 atividades, visando à introdução do conceito de função, focando a função afim. Esse trabalho foi realizado com alunos de 8ª série de uma escola estadual da cidade de São Paulo.

Os alunos trabalharam em grupos de 2 a 4, escolhidos por eles mesmos, exceto na última atividade, em que solicitei que trabalhassem individualmente. O nível de envolvimento deles foi aumentando a cada dia, a cada discussão que fazíamos ao final de uma tarefa, quando analisávamos as produções dos grupos. Em um dos dias, quando terminamos os trabalhos, uma aluna me abordou na saída da classe e disse: *“professor, estou com muitas dúvidas”*. Acredito que essa inquietação e a espontaneidade de sua expressão são pré-requisitos importantes para o sucesso no processo de aprendizagem.

Uma situação dialogal participativa e recursos, como o retroprojektor e as folhas com as atividades já impressas, que utilizei no trabalho com a classe, favoreceram a que eu pudesse extrair, a cada momento, as diretrizes necessárias para o prosseguimento do trabalho em sala de aula. Considero muito importante o que é dito por Franchi *“... o professor precisa empenhar-se em valorizar cada momento do ensino como um momento único, sempre capaz de instalar inquietação e de instaurar uma nova questão; e o fazer do aluno é a matéria prima sobre a qual deve refletir, reelaborando métodos e questionando seus fundamentos. Tais métodos, vias de múltiplas encruzilhadas e sentidos, revisam as formas de apreender do aluno em um movimento dinâmico.”* (Franchi, 1995, p.82).

A procura de regularidades, a compreensão e a forma de comunicação dessas regularidades são tarefas importantes no estudo dos mecanismos que ocorrem na natureza. É essa compreensão que permite, ao homem, repetir um fenômeno, tantas vezes quanto julgue necessário, e prever resultados. A

fundamentação teórica, que sustentou o desenvolvimento desta pesquisa, permitiu abranger a complexidade envolvida nessas tarefas.

A primeira forma de expressão das regularidades, feita pelos alunos, foi verbal em linguagem natural. Na seqüência das atividades, trabalhamos com uma linguagem ainda natural, mas em modalidade técnica, com uma representação analítica na forma algébrica e simbólica com os gráficos cartesianos, além da forma aritmética com a tabela de valores. Essa diversidade de representações e a conversão entre elas é que procuramos enfatizar, com Duval, como elemento fundamental para a apreensão de um objeto matemático.

Procuro ressaltar a conversão entre as representações algébrica e gráfica nos dois sentidos, embora mediada por outras representações. No trabalho com as variáveis visuais pertinentes, pude perceber que o ponto de cruzamento da reta com o eixo y, o sentido de inclinação da reta e o ângulo formado com o eixo das abscissas foram percebidos, com maior frequência, nessa ordem. A percepção dessas variáveis, no registro gráfico, tornou-se evidente quando de sua correspondência com os valores categoriais no registro algébrico.

Apesar de apresentar, durante a análise dos resultados, duas tabelas contendo quantidades de acertos e erros, quero destacar que procurei avaliar a eficiência dos trabalhos *“pela modificação da qualidade de produção”* (Duval, 1995, p.6). Essa mudança de qualidade significando uma melhora nas iniciativas, nos procedimentos dos alunos para efetuar os tratamentos matemáticos, no interesse na execução das atividades. Nessa perspectiva, conclui que a pesquisa atingiu seus objetivos.

Entendo que as contribuições desta investigação para o ensino consistem em oferecer subsídios para orientar uma aprendizagem que considere a criatividade dos alunos; que se contraponha a uma institucionalização apressada e pronta e, pelo contrário, valorize a riqueza das produções individuais e permita institucionalizações parciais, pois, não foi assim construído o conhecimento?

Considero algumas limitações deste trabalho, especialmente quanto ao estudo da variável visual pertinente relativa à inclinação da reta. Entendo que essa foi prejudicada, no decorrer das atividades, em função das outras duas variáveis;

julgo oportuno estender a consideração mais sistemática dessa variável, em futuros trabalhos de investigação do conceito de função.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental e Tecnologia do Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília: SEFT/MEC. 1999.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. 1986.p. 33-115.

CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática. 1951.p. 107-152.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. São Paulo: Editora Cortês, 1991.

DUVAL, R. **Aprendizagens Intelectuais**. Caderno do curso ministrado na PUC-SP, fevereiro/1999.

DUVAL, R. Graphiques et Équations: L' Articulation de deux registres. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5**. IREM de Strasbourg. 1988.

DUVAL, R. Registres de Representation Sémiotique et Fonctionnement Cognitif de la Pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5**. IREM de Strasbourg. 1993.

E.R.M.E.L. **Apprentissages Numeriques**. CE2 Paris: 1995. Hatier.

FRANCHI, A. Compreensão das situações multiplicativas elementares. Tese de Doutorado. PUC-São Paulo, 1995.

HERSCOVICS, N. Constructing Meaning for Linear Equations: A Problem of Representation. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. V. 1. 1988.

KARLSON, P.A. As Funções e Seu Mundo. In: **A Magia dos Números**. Porto Alegre: Editora Globo. 1961.p. 373-424.

KIERAN, C. The Learning and Teaching of School Algebra. **Handbook of Research on Mathematics, Teaching and Learning**, cap. XVII. Ed. NCTM – MacMillan Publishing Co.-NY; U.S.A. 1992.

KIERAN, C.; SFARD, A. Seeing Thought Symbols: The Case of Equivalent Expressions. Focus on Learning Problems in Mathematics. Winter Edition, **Center for Teaching/Learning of Mathematics**, 1999. v. 21, n. 1.

MUNIGLIA, M. **Les Droites D'Équation $y = ax$** . IREM de Lorraine. 1995.

PELHO, E.B.B. **Introdução ao Conceito de Função:** A importância da Compreensão das Variáveis.2003.123p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica - São Paulo.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos In: A. NOVOA (Coord.) **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote Instituto de Inovação.1992 p.77-93.

SIERPINSKA, A, On understanding the notion of function. In: **"MAA Notes and Report Series"** (G. Harel e E. Dubinsky, eds.), 1992.

SILVA, B.A. et all. Uma Ruptura do Contrato Didático no Estudo de Comportamentos de Funções.**Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, Ano 9, n.º 11, p. 73-77, abr. 2002.

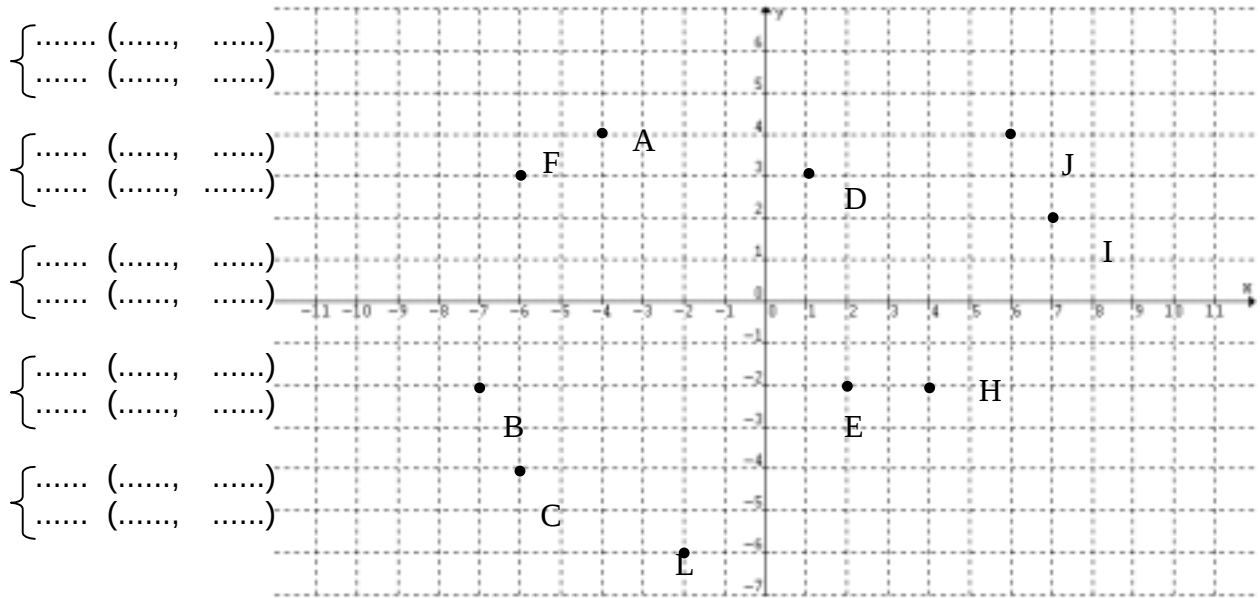
ANEXO 01

Atividades da Primeira Aplicação

ATIVIDADE 01

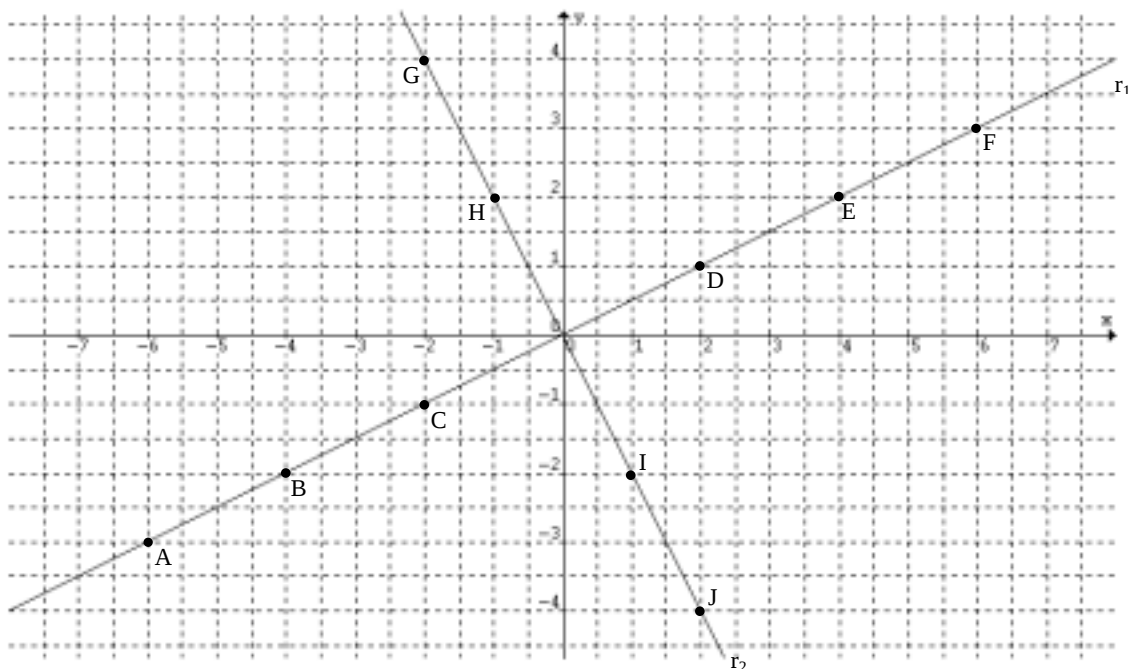
Considere dois pontos que se alinhem com a origem (0;0) e escreva suas coordenadas.

Ponto Coordenadas



ATIVIDADE 02

Escreva as coordenadas dos pontos marcados nas retas r_1 e r_2



Pontos em r_1

A (..... ,) B (..... ,) C (..... ,) D (..... ,) E (..... ,) F (..... ,)

Pontos em r_2

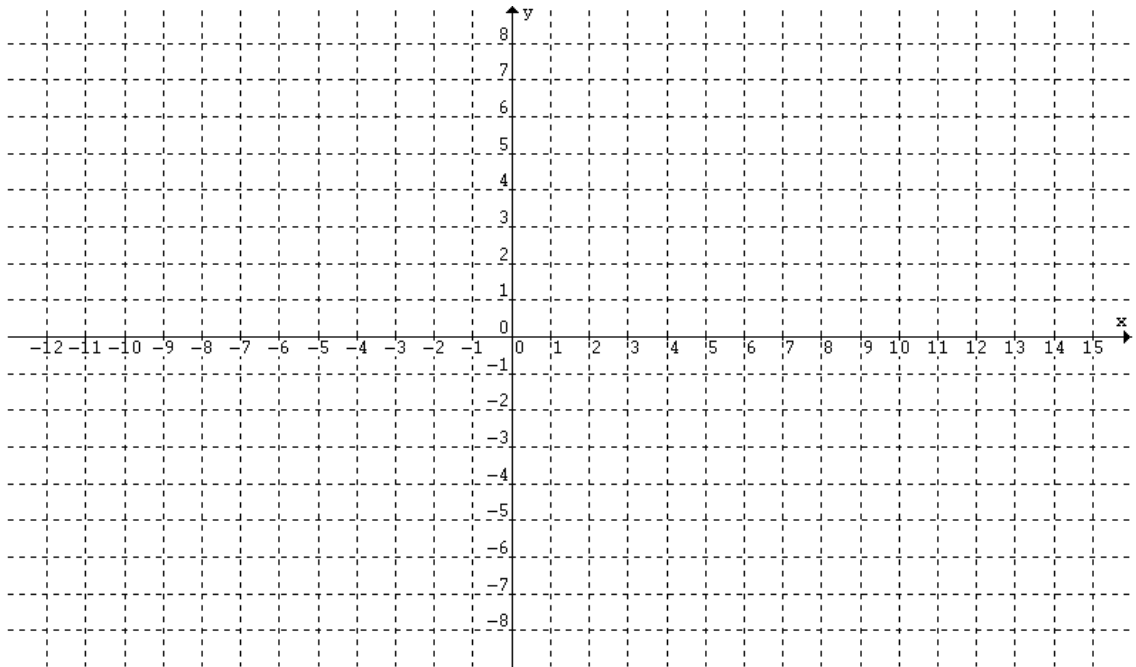
G (..... ,) H (..... ,) I (..... ,) J (..... ,)

Dê as coordenadas de 2 pontos em r_1 e 2 pontos em r_2 que sejam diferentes das que estão marcadas.

ATIVIDADE 03

Escreva quais as semelhanças e quais as diferenças encontradas nos gráficos das equações:

$$y = x \quad y = 2x \quad y = 3x \quad y = -x \quad y = -2x \quad y = -3x$$

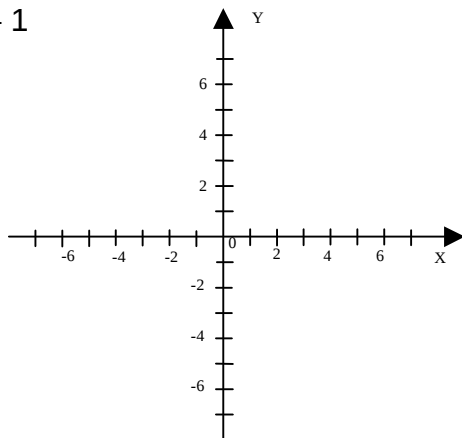


Como o número que multiplica o x afeta o gráfico?

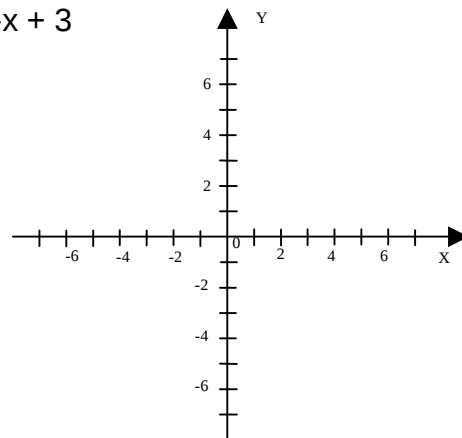
ATIVIDADE 04

Considerando as equações abaixo, marque 3 pontos no plano cartesiano e ligue-os com uma régua, se possível.

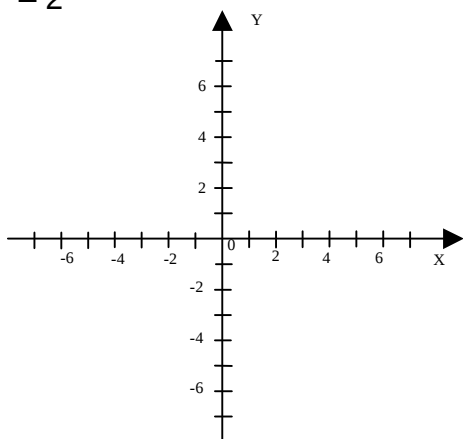
a) $y = 2x - 1$



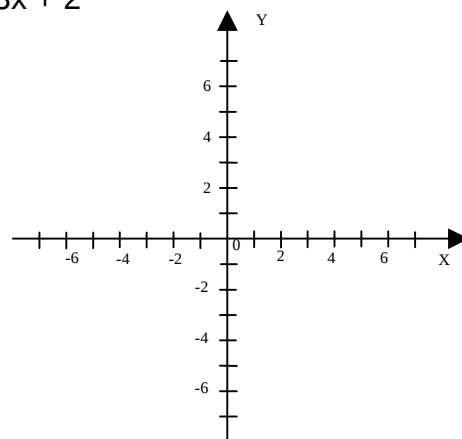
b) $y = -x + 3$



c) $y = x^2 - 2$



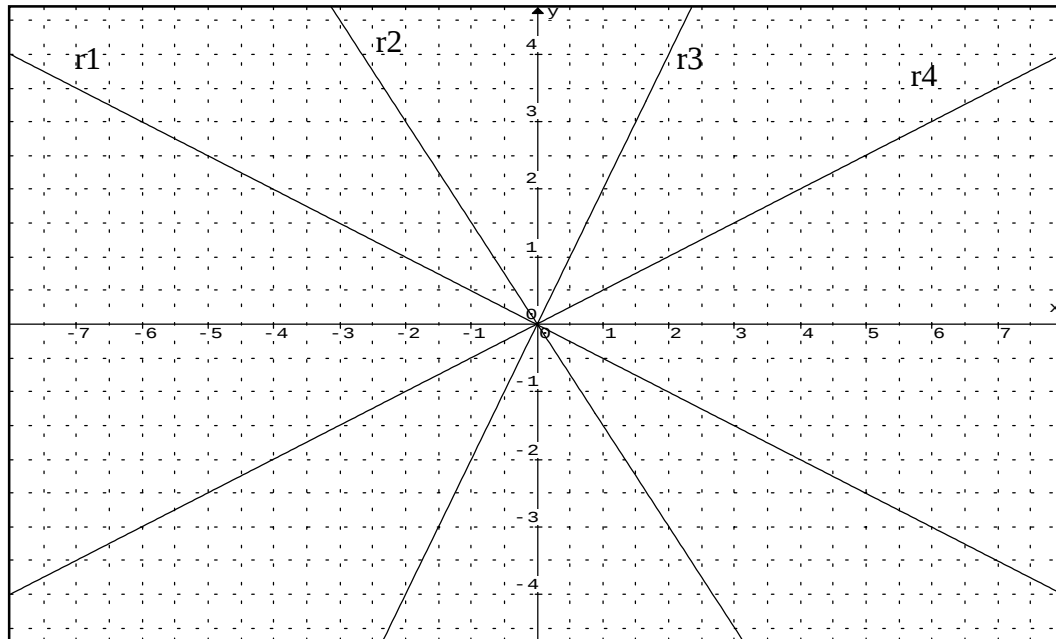
d) $y = -3x + 2$



ATIVIDADE 05

Foram traçadas 4 retas r_1 , r_2 , r_3 e r_4 , entre os pontos abaixo (dados por suas coordenadas) indique a reta da qual eles fazem parte.

$(-2, 3)$ _____	$(-2, -4)$ _____	$(12, 6)$ _____	$(20, -10)$ _____
$(8, 16)$ _____	$(-4, -2)$ _____	$(4, -2)$ _____	$(3, -4, 5)$ _____
$(6, 3)$ _____	$(1, 5, 3)$ _____	$(-7, 3, 5)$ _____	$(5, -7, 5)$ _____



ATIVIDADE 06

Relacione as tabelas de valores com suas possíveis equações, justifique a resposta:

a) $y = -2x + 3$

()

x	y
- 1	- 1
0	- 3
1	- 5
2	- 7

b) $y = 2x + 3$

()

x	y
- 1	5
0	3
1	1
2	- 1

c) $y = 2x - 3$

()

x	y
- 1	1
0	3
1	5
2	7

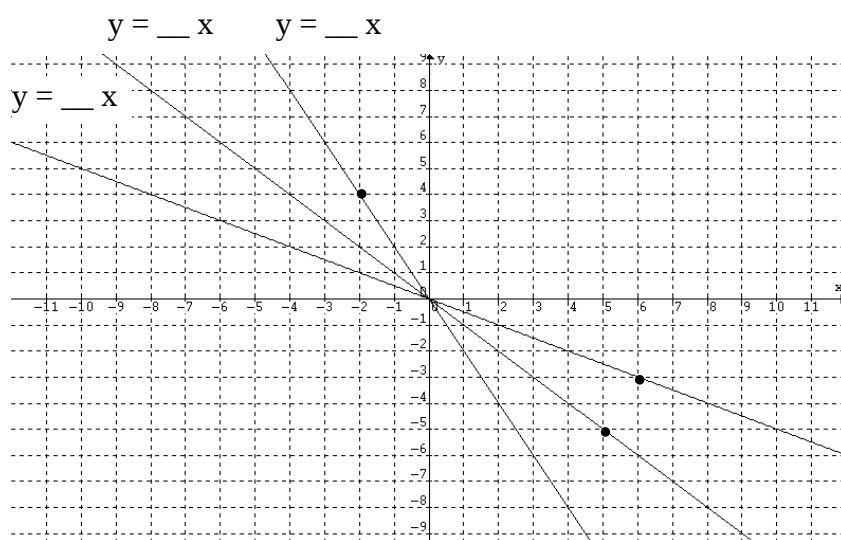
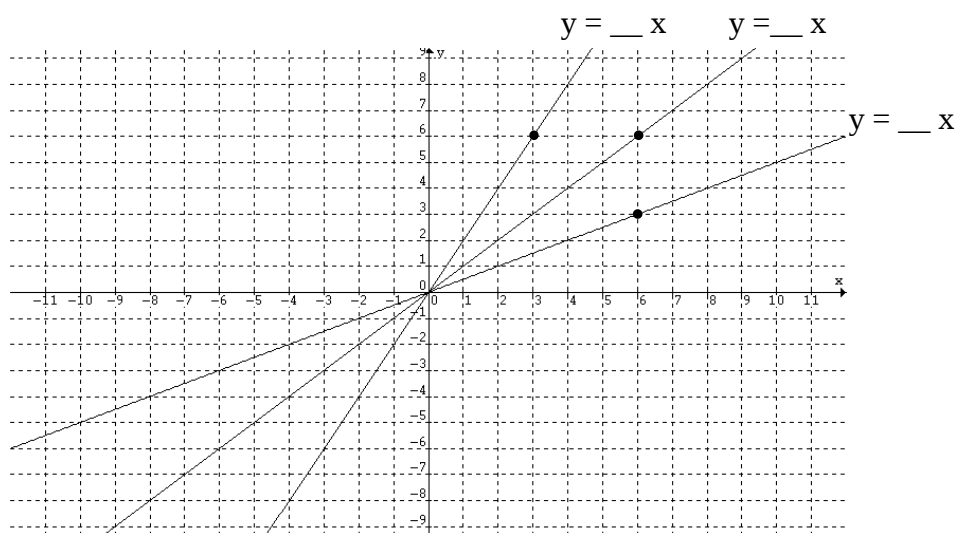
d) $y = -2x - 3$

()

x	y
- 1	- 5
0	- 3
1	- 1
2	1

ATIVIDADE 07

Observe o gráfico e preencha os espaços com o valor adequado para cada reta.

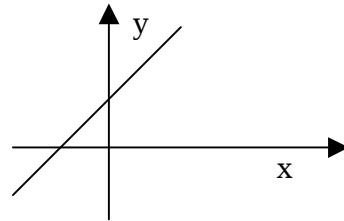


ATIVIDADE 08

Relacione as retas com suas possíveis equações, justifique a resposta:

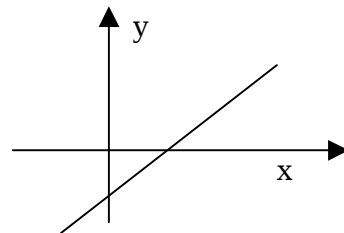
a) $y = -2x + 3$

()



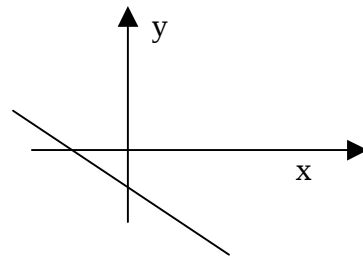
b) $y = 2x + 3$

()



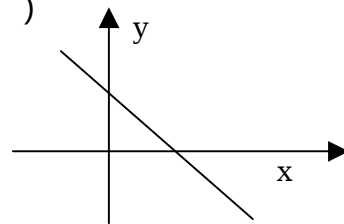
c) $y = 2x - 3$

()



d) $y = -2x - 3$

()



ATIVIDADE 09

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
Passa pela origem dos eixos							
Quanto maior o x, maior o y							
Quanto maior o x, menor o y							
O y é sempre constante							
O x é sempre constante							
Cruza com y em valor positivo							
Cruza com y em valor negativo							
Não cruza com eixo y							
Cruza com x em valor positivo							
Cruza com x em valor negativo							
Não cruza com eixo x							
A reta é crescente							
A reta é decrescente							
A reta é constante							

