

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**Sandra Regina Correa Amorim**

**NÚMEROS INTEIROS:  
Panorama de Pesquisas Produzidas de 2001 a 2010**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**SÃO PAULO  
2012**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO PUC/SP

**Sandra Regina Correa Amorim**

**NÚMEROS INTEIROS:**

**Panorama de Pesquisas Produzidas de 2001 a 2010**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação da Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva.*

**SÃO PAULO**

**2012**

*Banca Examinadora*

---

---

---

*Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.*

*Assinatura* \_\_\_\_\_ *Local e Data* \_\_\_\_\_

---

*Ao Eriko Alexandre Amorim, pelo carinho,  
apoio, dedicação, incentivo e companheirismo.*

## AGRADECIMENTOS

---

*A **Deus**, que me proporcionou saúde e força em todos os momentos.*

*À Professora Doutora **Maria José Ferreira da Silva**, pela amizade, paciência, confiança, entusiasmo e orientação segura na concretização deste trabalho.*

*Ao Professor Doutor **Saddo Ag Almouloud**, pela atenção, sugestões e intervenções que contribuíram não só para o enriquecimento desta pesquisa, como também para o meu crescimento pessoal e profissional.*

*Ao Professor Doutor **Adilson de Moraes**, que prontamente aceitou o convite para participação e contribuição nesta pesquisa.*

*A minha **família**, pelo apoio e compreensão durante minhas ausências na elaboração desta pesquisa.*

*À amiga **Tatiana Platzer do Amaral**, pelo incentivo, carinho e amizade.*

*Aos **colegas** de curso, Antonia, Edson, Sérgio, Valdirene e, em especial, Gilberto Paulo pelas horas de trabalho em conjunto e auxílio nos momentos de dificuldades e insanidade.*

*Aos **professores** do Programa de Estudo Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, Dra. Barbara Lutaif Bianchini, Dr. Fumikazu Saito, Dr. Gerson Pastre de Oliveira, Dra. Ana Lúcia Manrique, Dr. Antonio Carlos Brolezzi, com os quais cursei as disciplinas do programa.*

*À **CAPES**, pelo auxílio com a bolsa de estudo, que permitiu uma maior dedicação aos estudos desta pesquisa.*

*Ao secretário **Francisco Olímpio da Silva**, que colaborou e forneceu toda ajuda necessária.*

*Enfim, a todos os que contribuíram direta ou indiretamente para concretização deste estudo.*

*A Autora*

## RESUMO

---

O objetivo deste estudo foi realizar um levantamento das dissertações e teses em Educação Matemática e Ensino de Matemática elaboradas entre 2001 e 2010, produzidas em quatro universidades: PUC-SP; UNESP, UNICAMP e USP, cujo enfoque fosse o conteúdo números inteiros no processo de ensino e aprendizagem. Tratou-se de um estudo documental, denominado estado da arte. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), esse tipo de pesquisa busca inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica em uma determinada área de conhecimento, buscando identificar e descrever o estado de conhecimento de uma área ou de um tema de estudo. Desse modo, foram analisados 12 trabalhos (quatro teses, quatro mestrados acadêmicos e quatro mestrados profissionais). Foram usados três eixos de análise que nortearam a pesquisa e auxiliaram a identificação de tendências e convergências. Após os fichamentos e a realização das resenhas dos trabalhos, foi possível verificar que dos trabalhos dez destinaram-se a alunos, seis valeram-se da pesquisa qualitativa e seus procedimentos metodológicos, contemplando a aplicação de testes iniciais, intervenção de ensino e pós-testes; oito trabalhos mostraram convergências entre objetivos, quando se buscou evidenciar a eficiência de diferentes estratégias no processo de ensino e aprendizagem. Algumas ideias de Jean Piaget e Raymond Duval representaram a metade do embasamento teórico empregado nas pesquisas. Oito dos recursos utilizados na aprendizagem de números inteiros referiram-se a jogos, materiais manipulativos e tecnologias de informação e comunicação.

**Palavras-chave:** Números inteiros; Estado da Arte; Ensino e Aprendizagem; Matemática.



## ABSTRACT

---

The purpose of this study was to make an assessment of dissertations and thesis in Mathematics Education and Mathematics prepared between 2001 and 2010, produced in four universities: PUC-SP; UNESP; UNICAMP and USP, which focus was the content of whole numbers in the teaching and learning process. It is about a document study named state-of-the-art. In accordance with Fiorentini and Lorenzato (2006), this type of research aims at make an inventory, systematize and evaluate the scientific production in a certain area of knowledge, aiming at identifying and describing the state of the knowledge of an area or theme of study. Therefore, 12 works (four theses, four academic master degree theses and four professionalizing master degree theses) were analyzed. Therefore, three analysis axes guiding the research were used and aided in the identification of trends and convergences. After the index card system and review of works, it was possible to verify that from these works, ten were destined to students, six were based on qualitative research and methodological procedures, comprising application of initial theses, teaching intervention and post-testing; eight works showed convergences among purposes, when searching to evidence the efficiency of different strategies in the teaching and learning process. Some ideas of Jean Piaget and Raymond Duval represented half of the theoretical grounds employed in the researches. Eight of resources used in learning of whole numbers referred to games, manipulative materials and information and communication technology.

**Keywords:** Whole Numbers; State-of-the-art; Teaching and Learning; Mathematics.

## SUMÁRIO

---

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>16</b>
<b>PROBLEMÁTICA .....</b>	<b>16</b>
1.1 Justificativa .....	16
1.2 Alguns estudos Preliminares .....	22
1.3 A Questão de Pesquisa e Objetivos .....	37
1.4 Metodologia e Procedimentos .....	38
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>44</b>
<b>PANORAMA DAS TESES E DISSERTAÇÕES .....</b>	<b>44</b>
2.1 Organização dos Dados .....	44
2.2 Fichamento das Teses e Dissertações .....	48
2.3 Análise Geral dos Dados .....	88
2.4 Eixos de Análise .....	98
2.4.1 Primeiro Eixo – Análise .....	99
2.4.2 Segundo Eixo – Análise .....	102
2.4.3 Terceiro Eixo – Análise .....	106
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>112</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>118</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>124</b>
Produto para Aplicação .....	124

## **LISTA DE FIGURAS**

---

Figura 1: Tela Banco de Teses da CAPES .....	41
--	----

## LISTA DE QUADROS

---

Quadro 1: Pesquisas Doutorado, Mestrado Acadêmico e Mestrado Profissionalizante .....	45
Quadro 2: Pesquisas Doutorado .....	46
Quadro 3: Pesquisas Mestrado Acadêmico .....	47
Quadro 4: Pesquisas Mestrado Profissional .....	47
Quadro 5: Objetivos Visados – Atingidos ou Não .....	89
Quadro 6: Síntese dos objetivos .....	93
Quadro 7: Sujeitos, Metodologia e Referencial Teórico .....	94
Quadro 8: Recursos Utilizados .....	96
Quadro 9: Eixo 1 - Objetivos Visados .....	98
Quadro 10: Eixo 1: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico .....	99
Quadro 11: Eixo 2 – Objetivos Visados .....	100
Quadro 12: Eixo 2 – Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico .....	102
Quadro 13: Eixo 3 – Objetivos Visados .....	104
Quadro 14: Eixo 3: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico .....	107
Quadro 15: Eixo 3: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico .....	108
Quadro 16: Eixo 3 – Objetivos Visados .....	109
Quadro 17: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico .....	109

## INTRODUÇÃO

---

Avaliações externas como SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio, ENADE – Exame Nacional de Desempenho de Estudantes PROVA BRASIL, PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos, entre outras, disponibilizam índices que nos revelam um baixo aproveitamento nas provas de Matemática. Esta é considerada por muitas pessoas como a disciplina mais difícil de ser compreendida e, por consequência, ser ensinada. Diante desse fato, um dos grandes desafios dos professores que ministram esta disciplina é fazer com que seus alunos construam e ampliem conhecimentos relativos aos objetos matemáticos estudados.

Desde 1996, atuo como professora na Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo, ministrando aulas nos Ensinos Fundamental e Médio, e há 5 anos leciono no Ensino Superior nos cursos de Pedagogia, Administração, Ciências Contábeis, Tecnologia em Gestão de Recursos Humanos e Tecnologia em Gestão de Processos Gerenciais e venho percebendo a dificuldade apresentada por muitos alunos, em diferentes níveis, para resolver atividades relacionadas a Números Inteiros.

Em 2008, ingressei no curso de Especialização em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos, promovido pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP e diante de minha inquietação sobre o ensino e a aprendizagem de números inteiros, expus o assunto em grupo para discussão.

Constatei que meus colegas de turma também sentiam dificuldades para trabalhar as operações com números inteiros. Trocávamos experiências e sempre chegávamos a uma mesma conclusão. Enquanto as operações estavam limitadas

aos inteiros positivos, assemelhando-se às operações com os naturais, os alunos, de modo geral, conseguiam resolver as atividades propostas. O problema era trabalhar com inteiros negativos.

Em nossas discussões, integrantes do grupo expunham como aprenderam a operar com números inteiros e verifiquei que não divergiam da forma em que aprendi. Bastava memorizar um conjunto de “regras de sinais” e resolver as atividades propostas pelo professor.

Assistindo às aulas no curso de especialização, sobretudo, os módulos de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Uso de Jogos e de Material Manipulativo no Ensino e Aprendizagem de Matemática e Fundamentos Teóricos e Problemas de Ensino e Aprendizagem de Números e Medidas, ambos ministrados pela professora Maria José Ferreira da Silva, comecei a me interessar por novas estratégias para trabalhar conteúdos matemáticos.

A professora mostrou-nos que tais estratégias podem beneficiar a aprendizagem de certos conteúdos e que estas proporcionam dinamismo às aulas e permitem sair do convencional sem perder o foco: ensinar Matemática.

O interesse por novas estratégias, despertado nas aulas do curso de especialização, e a busca de respostas para os problemas enfrentados por esta pesquisadora e por outros docentes (colegas de curso, professores da escola onde leciono) ao trabalhar com o conteúdo matemático Números Inteiros nos incentivaram a pesquisar sobre a temática.

Pensando em aulas que despertassem o interesse dos alunos, promovessem a socialização entre eles e atenuassem os obstáculos na aprendizagem das operações no conjunto dos números inteiros, iniciei a revisão bibliográfica sobre o tema.

Com esta revisão bibliográfica, percebi a necessidade de organização dos dados observados, que poderia beneficiar os professores, que buscam novas estratégias e metodologias para o ensino do conteúdo, e também os novos pesquisadores que podem se debruçar em outros fatores, ainda não analisados, relevantes ao ensino e à aprendizagem de números inteiros.

Sendo assim, decidi iniciar uma pesquisa que apontasse os trabalhos produzidos nos cursos de Pós-Graduação do Estado de São Paulo que se referissem ao tema Números Inteiros.

Seria muita pretensão analisar todos os trabalhos produzidos nos programas de Pós-Graduação do Estado de São Paulo, então, resolvi fazer um levantamento da produção dos alunos no período entre 2001 e 2010, visto que o ano de 2011 não está disponível no site da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Perante tantas dissertações e teses disponíveis no banco de dados da CAPES, escolhi quatro universidades que possuísem o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática ou Matemática do Estado de São Paulo, que foram a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP e a Universidade de São Paulo – USP.

Sendo assim, decidimos adotar como objetivo da pesquisa, fazer um levantamento das dissertações e teses em Educação Matemática e Ensino de Matemática, elaboradas entre 2001 e 2010, pela PUC-SP, UNESP, UNICAMP e USP que tivessem como enfoque a temática “Números Inteiros”. Tal levantamento de dados pretendeu relatar estratégias utilizadas por outros pesquisadores ao apresentarem o conteúdo “números inteiros”, verificar se tais estratégias contribuíram para a aquisição e/ou ampliação do conhecimento do objeto matemático e com base nos dados, levantar possíveis sugestões de futuras pesquisas, contribuindo assim para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

No primeiro capítulo da pesquisa, denominado “Problemática” apresentamos a justificativa deste estudo, estudos preliminares, a questão de pesquisa e a metodologia adotada.

Já no segundo capítulo, intitulado: “Panorama das Teses e Dissertações”, expomos como os dados foram organizados, os fichamentos e as resenhas dos trabalhos, a análise geral dos dados e, finalmente, a análise das dissertações por eixos.

Por fim, as considerações finais, nas quais faremos uma síntese dos resultados encontrados e apresentaremos possíveis respostas às questões de pesquisa levantadas.



# **CAPÍTULO 1**

---

## **PROBLEMÁTICA**

Neste capítulo, apresentaremos a justificativa do trabalho, alguns estudos preliminares, a questão de pesquisa e a metodologia adotada.

### **1.1 Justificativa**

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) e o Currículo do Estado de São Paulo de Matemática (SÃO PAULO, 2010) o ensino do conteúdo matemático números inteiros é iniciado no 7º ano do Ensino Fundamental. Daí por diante tais números estarão presentes nos conteúdos trabalhados nos oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, em todo o Ensino Médio e no Superior.

Mesmo sendo indicado o ensino deste conteúdo matemático para o 7º ano, algumas situações informais como a anotação dos pontos perdidos e pontos ganhos em um jogo, saldo bancário comentado pelos pais, variação de temperatura que são constantemente noticiadas pelos meios de comunicação, entre outras, mostram o início do contato da criança com os números inteiros negativos muito antes do 7º ano.

Esses contatos nos encaminham ao fato de que as ideias baseadas no senso comum constituem o início do ensino de tal conceito. Mas, faz-se

necessário que o discente despenda-se dessas ideias “informais” para dar lugar a um conhecimento formal que será utilizado no decorrer da vida escolar.

De acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas (BRASIL, 1998, p. 100).

Sendo assim, inferimos que somente as ideias advindas do senso comum e as atividades desenvolvidas por meio de situações concretas não são suficientes para a compreensão de algumas operações matemáticas, como por exemplo, a multiplicação de números inteiros negativos.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998, p. 97), na escola, o estudo dos números inteiros costuma ser cercado de dificuldades, e os resultados, no que se referem à sua aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental têm sido bastante insatisfatórios.

Silva (2006) em sua dissertação ressaltou que estas dificuldades são enfrentadas tanto por aqueles que ensinam o conteúdo Números Inteiros como pelos que aprendem.

Com relação ao ensino, o autor ressaltou que o tema Números Inteiros é frequentemente debatido pelos docentes em reuniões pedagógicas, cursos de extensão e em conversas informais na sala dos professores.

Comentários extraídos da pesquisa de Silva (2006) revelam algumas inquietudes dos professores com relação ao ensino das “regras de sinais”: “Como um aluno do Ensino Médio não sabe resolver uma situação em que está presente a regra de sinais?” “É obrigação deles saberem utilizar as regras!”, ou “Não vou fazer revisão, uma vez que este assunto já foi abordado na sexta série e eles já estão no Ensino Médio”.

Perante os comentários, verificamos que o tema vem sendo discutido pelos professores, porém parece-nos que estas discussões não estão surtindo efeito,

visto que os alunos continuam chegando ao Ensino Médio sem ter assimilado os conteúdos relacionados a Números Inteiros.

Na busca de estratégias que atenuassem as dificuldades na compreensão deste conteúdo, Kimura (2005), em sua tese, desenvolveu um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias para auxiliar a orientação do aprendizado de números negativos.

Em sua pesquisa, ressaltou que a construção do conceito de números negativos pode ser uma ampliação do conjunto dos números naturais, porém, para seu aprendizado, não basta entender as propriedades, mas, sim, aplicá-las a outro contexto com novos significados.

Concordamos com a pesquisadora, quando se refere à aplicação dos conhecimentos em outro contexto com novos significados, pois entendemos que somente poderá existir aprendizagem, quando o discente for capaz de mobilizar os conhecimentos adquiridos anteriormente na resolução de uma nova situação, um novo problema.

Por meio dos trabalhos de Silva (2006) e Kimura (2005), verificamos que o processo de ensino dos números inteiros torna-se um desafio para o professor.

Em relação aos alunos, entendemos que a aprendizagem deste conteúdo torna-se um desafio ainda maior. Inicialmente, o conteúdo é apresentado de forma concreta, por meio de situações do cotidiano. Já as operações multiplicação e divisão são mostradas por meio de “regras de sinais”. O que antes era trabalhado pelas situações concretas, passa a ser tratado como “regras da Matemática”, cabendo ao aluno o desafio de compreendê-las e relacioná-las.

Em sua pesquisa, Jahn (1994) mostrou que ao introduzir os números inteiros de uma forma contextualizada dá, em um primeiro momento, a ilusão de que o conceito foi adquirido, mas, quando do trabalho com as operações formais a descontextualização não ocorre.

Dentre os problemas encontrados, a autora ressaltou que as crianças, muitas vezes, estendem as regras das operações multiplicativas (as regras de sinais) para as operações aditivas.

A pesquisadora também pontuou que:

O trabalho com números inteiros por sua vez, tem sido identificado por vários pesquisadores (Bell, 1986; Murray, 1985; e Nunes, 1991) como uma questão que apresenta sérias dificuldades no ensino-aprendizagem da Matemática. (JAHN, 1994, p. 12)

Diante da afirmação da pesquisadora e do discurso dos professores apontados na pesquisa de Silva (2006), quando se referem ao aluno que cursa o Ensino Médio e não sabe resolver uma situação em que está presente a regra de sinais, percebemos que a falta de conhecimento de operações com números inteiros acarreta problemas no ensino e na aprendizagem da Matemática e que estes impedem os educandos de avançarem nos estudos.

A autora salientou que, enquanto os números naturais podem ser representados por objetos ou modelos empíricos, os números negativos não existem, no mesmo sentido, na vida cotidiana. Assim, é preciso, no processo de aprendizagem escolar, supor a passagem das noções concretas às noções abstratas.

Também Rama em sua dissertação ressalta que:

O entendimento matemático não é apenas uma questão de fundar conceitos em experiências familiares do dia-a-dia, ele também exige desenvolver fundamentos conceituais para fazer distinções abstratas gerais e claras (RAMA, 2005, p. 22).

As afirmações de Jahn (1994) e Rama (2005) vão ao encontro das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas. É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros (BRASIL, 1998, p. 100).

Entendemos que não basta trabalhar somente situações matemáticas que tenham sentido no mundo concreto. A aprendizagem da Matemática vai além do concreto, referindo-se a um processo de abstração e justificação.

Ainda com relação à aprendizagem dos Números Inteiros, Baldino (1990, p. 29) afirma que as dificuldades de compreensão dos números inteiros são históricas, o que também foi apontado na pesquisa de Jahn (1994), constatando que as dificuldades verificadas no decorrer da história, repetiram-se em sala de aula.

Outro fator sobre o ensino dos números inteiros que também merece destaque é o uso do livro didático. Muitos professores tomam o livro didático, adotado pela escola, como material essencial no preparo das aulas, esquecendo que é apenas um norteador para os conteúdos que serão abordados no ano letivo. Cabe ao professor analisar os conteúdos, as atividades e exercícios que são propostos nas obras e complementá-las quando julgar necessário.

A pesquisa de Silva (2006) teve a preocupação de discutir aspectos relativos à compreensão das operações de números inteiros dentro da prática do professor da Educação de Jovens e Adultos – EJA. Especificamente, o autor procurou compreender melhor como o professor, está entendendo este livro didático, como ele está ouvindo e repassando este discurso a seus alunos e de que modo ele propõe estas regras que estão nos livros a seus alunos.

Em sua pesquisa, Rama (2005) verificou a forma como os autores abordam os números inteiros, em particular, a divisibilidade. O autor deu maior atenção a dois aspectos: as estratégias adotadas para demonstrações referentes ao assunto e ao uso de situações-problema desafiadoras. Ele também considerou dois outros aspectos: a articulação entre os números inteiros e as demais áreas da Matemática, em particular, a álgebra e a geometria: articulação entre conteúdos novos e já conhecidos, e as consequentes retomadas de temas, nas quais se esperava que o suposto amadurecimento dos estudantes fosse considerado.

Muitas vezes pensamos que os docentes acreditam ser mais fácil ensinar e incentivar seus alunos a utilizarem as “regras de sinais”, também contempladas

nos livros didáticos, porém, verificamos que estas regras não se aplicam em determinadas situações.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais:

Ao desenvolver um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números inteiros, corre-se o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido. (BRASIL, 1998, p. 100)

Com relação às dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão do conteúdo números inteiros, verificamos que o desconhecimento ou conhecimento equivocado das operações provoca problemas nos anos posteriores.

De acordo com as leituras de diversas pesquisas sobre o tema e com os relatos de experiências em sala de aula, concordamos com a introdução de números inteiros com nas estratégias que tenham significado para o aluno, porém, deve-se ter bem claro que somente estas não garantem a compreensão do objeto matemático.

Então, faz-se necessário ir além do trabalho com expressões como “perder/dever e ganhar/ter dando um tratamento formal no trabalho com números inteiros possibilitando, assim, por meio dos conhecimentos já construídos para os números naturais, compreender e justificar algumas propriedades dos números inteiros.

Diante do exposto, verificamos a importância do ensino e da aprendizagem do conteúdo, Números Inteiros, visando à construção e/ou ampliação de novos conhecimentos matemáticos e decidimos como objetivo de nossa pesquisa organizar os trabalhos que se referem a esta temática e expô-los de modo sistematizado, facilitando o acesso a essas obras.

## **1.2 Alguns estudos Preliminares**

Buscando entender melhor as dificuldades pontuadas na justificativa deste trabalho relacionadas ao ensino e à aprendizagem do conteúdo Números Inteiros e também apontar possíveis caminhos para novos pesquisadores e professores no tratamento deste objeto matemático tão importante, traremos neste item alguns estudos que julgamos necessários para sua compreensão.

Os subitens abaixo foram escolhidos por entendermos que existe a necessidade de se compreender o objeto matemático em sua totalidade para depois pensarmos em estratégias que efetivamente contribuirão para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo.

Iniciaremos por um breve resumo da história dos Números Inteiros, seguidos dos obstáculos epistemológicos enfrentados em sua origem e formação, o objeto matemático e as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

### **HISTÓRIA DOS NÚMEROS INTEIROS**

Por acreditarmos que voltar ao passado nos faz compreender melhor nosso presente, neste subitem traremos um breve resumo da origem dos Números Inteiros e o porquê de sua existência.

Conforme Guelli (2002), quantificar grandezas discretas e contínuas possibilitou ao homem conceber os números naturais e racionais, porém não foram suficientes, para que os números inteiros surgissem com a mesma aceitação e coerência. A ideia de número que vigorou por muito tempo entre os povos foi a de número natural e número racional positivo, pois não havia porque pensar em quantidades negativas.

O autor ressalta que, na passagem da Idade Média para a Idade Moderna (séculos XIV a XVI), os países da Europa Ocidental sofreram profundas transformações. Era grande o desenvolvimento do comércio e as cidades cresciam muito. Paralelamente às mudanças econômicas, políticas e sociais,

houve o florescimento da arte, da cultura e das ciências, o Renascimento. Em meio a essas grandes mudanças, a Matemática e, em geral, as Ciências Naturais também se desenvolveram.

De acordo com Guelli (2002, p. 56), a partir do Renascimento o conceito de número evoluiu muito. O desenvolvimento científico da época do Renascimento exigia uma linguagem matemática que pudesse expressar também fenômenos naturais que estavam sendo estudados.

O autor ainda salienta que cada vez mais era sentida a necessidade de um novo número para enfrentar os problemas colocados pelo desenvolvimento científico do Renascimento. Esse número era tão difícil de se enquadrar nos números já conhecidos que os matemáticos chamavam-no de “número absurdo”.

Na antiga China, a ideia de números negativos parece não ter causado muitas dificuldades, pois os chineses estavam acostumados a calcular, com o ábaco, com duas coleções de barras – vermelhas para os coeficientes positivos ou números e uma preta para os negativos. Conforme Boyer (1996), os chineses não aceitavam a ideia de um número negativo ser solução de uma equação.

Por volta de 250 d.C, Diofanto obteve um resultado que Garbi (2006) considera uma pequena pérola. Diofanto demonstrou, por meio de um diagrama geométrico, que no desenvolvimento do produto  $(a - b).(c - d)$ , o produto  $(-b).(-d)$  é igual a  $+bd$ , ou seja, a famosa regra do produto de *menos vezes menos dá mais*.

Garbi (2006) chama a atenção para o fato de alguns livros de Matemática trazerem que a regra dos sinais é uma convenção, não um teorema. Ele diz que isso precisa ser recebido com cuidado e ser bem entendido, pois se trata de uma convenção que somos obrigados a estabelecer se quisermos que a propriedade distributiva do produto em relação à soma valha também para números negativos e essa é a essência da prova de Diofanto. Glaeser (1981) chama a atenção de que Diofanto não trabalhava com quantidades negativas isoladas.

Conforme Garbi (1997), na segunda metade do século VIII, Al-Khowarizmi escrevia com a preocupação em tornar-se compreensível por seus leitores. Procurando simplificar a simbologia, trouxe da Índia o sistema de numeração



decimal (algarismos fundamentais de zero a nove e seu valor em função da posição que ocupa) utilizado até hoje.

De acordo com Garbi (1997), “a obra de Al- Khowarizmi é considerada a que maior influência exerceu no Mundo da Matemática durante a Idade Média”. A partir do nome do livro *Al-jabr Wa'l muqabalah*, ele nos deu uma palavra familiar: álgebra. Nele há resoluções de equações, inclusive quadráticas, tudo inteiramente escrito com palavras.

Boyer (1996) relata que, nesse livro, quando aparece uma solução negativa de uma equação, ela não é levada em conta, como também não é reconhecida a raiz nula. Embora os árabes rejeitassem as raízes negativas e as grandezas negativas, conheciam as regras que governam, o que chamamos números com sinal.

A primeira metade do século XVI viu surgir muitos trabalhos sobre álgebra na Alemanha e conforme Boyer (1996) o mais importante desse período é *Arithmetica integra*, de Michael Stifel. Nessa obra, encontra-se o tratamento dos números negativos, radicais e potências. Usando coeficientes negativos em equações, Stifel pôde reduzir a multiplicidade de casos de equações quadráticas, ao que aparecia como uma única forma, mas teve de explicar, por uma regra especial, quando usar + e quando usar -. Ainda mais, Stifel recusou admitir números negativos, como raízes de uma equação, assim, foi um dos autores a difundir os símbolos + e - e conhecia muito bem as propriedades dos números negativos, apesar de chamá-los “*numeri absurd*”.

Garbi (1997) refere-se à resolução de equações dos 3º e do 4º graus na obra *Ars Magna*, do italiano Gerônimo Cardano (1501-1576) causou um impacto notável. O autor ainda ressalta que a publicação dessa obra deu um importante impulso à pesquisa em álgebra. Cardano usou os números negativos e chamou-os de “*numeri ficti*”. Se um algebrista desejava negar a existência de números irracionais ou negativos, dizia simplesmente que as equações  $x^2 = 2$  e  $x + 2 = 0$  não eram resolúveis.

Para Garbi (1997), a segunda metade do século XVI produziu um admirável matemático, o maior da França, naquele século e um dos melhores do

mundo em sua época: François Viète (1540-1603). A álgebra de Viète merece atenção especial pela generalidade de sua expressão. Ele sugeriu um novo modo de resolução das cúbicas. Percebia algumas relações entre coeficientes e raízes, embora fosse prejudicado por sua recusa em aceitar coeficientes ou raízes negativas.

O matemático Simon Stevin (1540-1620), que trabalhou com números decimais, trata os números negativos como artifícios de cálculo. Além disso, conforme Glaeser (1981), ele se embaraça na hora de interpretar as raízes negativas de uma equação e evita confrontar-se com elas: *“se  $-2$  é uma raiz de uma equação do tipo  $x^2 + px = q$ , isto significa que  $+2$  é raiz da equação  $x^2 - px = q$ ”*.

Glaeser (1981) afirma que, a partir do século XVII, os números negativos aparecem em trabalhos científicos, e são aceitos por conta de sua eficácia nos cálculos, o que conforta os matemáticos. Mas, nos escritos de caráter pedagógico manifesta-se um certo mal-estar, pois os eruditos não sabiam como dar explicações satisfatórias sobre os números negativos.

No Tratado de Álgebra de Colin Mac Laurin, de 1748, os números negativos são apresentados da seguinte maneira:

São chamadas quantidades positivas ou afirmativas aquelas que são precedidas do sinal de + e negativas aquelas que são precedidas do sinal de -. Para ter uma ideia precisa destas duas espécies de quantidades, deve-se observar que toda quantidade que entra em um cálculo algébrico, como adicionar ou como subtração, ou seja, como aumento ou como diminuição; ou a oposição que se encontra entre o aumento e a diminuição tem lugar na comparação de quantidades: por exemplo, entre o valor do dinheiro dado a um homem ou o dinheiro que ele deve; entre uma linha desenhada à direita e uma linha desenhada à esquerda; entre a elevação no horizonte e o abaixamento. Então, a quantidade negativa, longe de ser rigorosamente menor que nada, não é menos real que sua espécie em quantidade positiva, ela é tomada em um sentido oposto [...] (MAC LAURIN, 1748, apud GLAESER, 1981, p. 316-317).

Glaeser (1981) comenta que nos artigos científicos de Leonard Euler (1707-1783), este manejava os números inteiros e os complexos com

desenvoltura, mas não se debruçava sobre a legitimidade de seus cálculos. Quando Euler escreveu uma obra destinada aos principiantes, em 1790, tentou justificar a regra de sinais da seguinte forma:

- ✓ a multiplicação de uma dívida por um número positivo não oferece dificuldades: três dívidas de valor  $a$  cada uma faz uma dívida de  $3a$ ; portanto,  $b \times (-a) = -ab$ ;
- ✓ por comutatividade, deduz-se que  $(-a) \times b = -ab$ . Desses dois argumentos, conclui que o produto de uma quantidade positiva por uma quantidade negativa e vice-versa é uma quantidade negativa;
- ✓ para determinar o que é o produto  $(-a)$  por  $(-b)$ , Euler afirma que o valor absoluto é  $ab$ . Para decidir entre  $+ab$  e  $-ab$ , explica que só podia ser  $+ab$  uma vez que  $-ab$  era o resultado de  $(-a) \times b$ .

Percebemos, assim, que a argumentação utilizada por Euler para justificar a regra de sinais do produto de dois números negativos não é suficiente.

Até o século XVIII, o homem comum tinha poucas ocasiões de trabalhar com números negativos em seu dia a dia. Conforme Guelli (2002), os comerciantes, em sua prática contábil, colocavam débito e crédito em seus registros, o que favorecia um modelo de duas semirretas opostas, funcionando separadamente, salvo na hora de fazer o balanço contábil.

Também não se dispunham de escalas termométricas. Somente em 1730, Réaumur construiu os primeiros termômetros científicos e propôs sua escala termométrica de temperatura. De qualquer forma, foi preciso esperar um século, para que o público se habituasse à expressão “temperatura abaixo de zero”. Glaeser (1981) destaca que a escala Fahrenheit, de 1713, evita os números negativos para as temperaturas usuais.

A ciência europeia começou a refletir sobre a natureza dos números, quando foi confrontada com equações que tinham soluções negativas ou complexas. Mas, foi somente na metade do século XIX, que os números negativos adquiriram um estatuto de igualdade com os positivos, em particular, nos trabalhos de Hermann Hankel (1839-1873).

Glaeser (1981) afirma que todos os obstáculos sobre números negativos foram ultrapassados com o livro publicado por Hankel, em 1867, intitulado *Theorie der Komplexen Zahlensysteme*, em que observava que a “condição para construir uma aritmética universal é construir uma Matemática puramente intelectual, desligada de toda percepção”.

Ainda conforme Glaeser (1981), nessa obra, Hankel expõe a teoria formal dos números complexos e na introdução trata o problema dos números relativos. De um modo revolucionário, Hankel abordou o problema dos números negativos sob uma nova perspectiva. Não se trata de descobrir na natureza exemplos práticos que expliquem os números relativos. Estes números não são descobertos, mas, sim, inventados, imaginados. Sob essa linha de raciocínio, Hankel abandonou o ponto de vista “concreto” baseado em exemplos práticos, passando a adotar uma perspectiva totalmente diversa e mais “formal”.

Glaeser (1981), enfatiza que Hankel propõe estender a multiplicação de  $\mathbb{N}_+$  a  $\mathbb{Z}$ , respeitando um princípio de permanência. A existência e a unicidade dessa extensão resultam do seguinte teorema: a única multiplicação em  $\mathbb{N}$ , que estende a multiplicação usual em  $\mathbb{Z}$ , respeitando a distributividade (à esquerda e à direita), está de acordo com a regra dos sinais.

Depois deste enunciado, Hankel apresenta a primeira demonstração matematicamente correta do produto de números negativos:

$$\begin{aligned} 0 &= a \times 0 = a \times (b + opp\ b) = a \times b + a \times (opp\ b) \\ 0 &= 0 \times (opp\ b) = (opp\ a) \times (opp\ b) + a \times (opp\ b) \end{aligned}$$

Daí:  $(opp\ a) \times (opp\ b) = a \times b$ . Hoje, esta demonstração seria escrita assim:

$$\begin{aligned} 0 &= a \times 0 = a \times [b + (-b)] = a \times b + a \times (-b) \\ 0 &= 0 \times (-b) = [a + (-a)] \cdot (-b) = a \times (-b) + (-a) \times (-b) \end{aligned}$$

De  $a \times b + a \times (-b) = a \times (-b) + (-a) \times (-b)$ , temos que  $a \times b = (-a) \times (-b)$ .

Ressaltamos que esta demonstração não é original e pode ser encontrada em muitos textos anteriores, como aqueles escritos por Mac Laurin e Laplace. A diferença essencial é que Laplace acreditava na existência, *a priori*, de uma

multiplicação de números relativos na natureza, só faltava descobri-la. O teorema acima desmente este ponto de vista.

Glaeser (1981) afirma que a revolução feita por Hankel inscreve-se na ruptura de uma ideologia que impregnou o pensamento matemático até o fim do século XIX. Essa ideologia guiava aquilo que se pensava a respeito das relações entre Matemática e realidade física.

Por meio do breve relato da origem dos Números Inteiros, verificamos que sua aceitação não foi algo fácil. Se para grandes matemáticos a aceitação desses números, sobretudo o produto de números negativos, foi complicada e, muitas vezes, chamada de absurda, não seria diferente seu ensino em sala de aula.

## **OBSTÁCULO EPISTEMOLÓGICO**

De acordo com a abordagem histórica feita anteriormente, verificamos que a construção formal dos números inteiros levou vários séculos, ou seja, desde a Antiguidade, em que aparecem, até o século XIX. Verificamos ainda a grande dificuldade apresentada por matemáticos famosos em aceitar esses números.

Conforme Teixeira (1993) a construção do conceito de números inteiros, do ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, sendo nesta perspectiva necessário demonstrar que as leis do sistema de numeração seguem sendo cumpridas. Entretanto, se, do ponto de vista formal e lógico, esse raciocínio nos é apresentado atualmente como coerente e organizado, sabemos que, na perspectiva histórica ou da evolução do pensamento matemático, tal ampliação encontrou muitas dificuldades e obstáculos.

O historiador Georges Glaeser (1981), por meio do estudo de textos antigos e da obra de matemáticos clássicos no desenrolar da compreensão dos números inteiros, identificou obstáculos no percurso da construção formal desses números.

- 1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas** – esse obstáculo demonstra a rejeição à quantidade negativa;

**2. dificuldade em dar um sentido a quantidades negativas isoladas –**

Apesar de muitos matemáticos do passado utilizarem os números negativos em seus cálculos, como elementos intermediários destes, demoraram muito, para que as quantidades negativas adquirissem o *status* de números;

**3. dificuldade em unificar a reta numérica –** esse obstáculo manifesta-se

quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais heterogêneos, ou quando não se considera simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números. A ideia da unificação da reta numerada impôs-se muito lentamente. Comenta que muitos eruditos persistiam em uma visão de mundo aristotélica: o calor e o frio, a umidade e a secura, o bem e o mal, a alma e o corpo. O positivo e o negativo pareciam ser heterogêneos, como o sal e o açúcar. Podiam se neutralizar, mas tinham naturezas distintas;

**4. ambiguidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem –**

durante séculos, os matemáticos interpretaram o zero como zero absoluto, isto é, abaixo do qual nada se poderia conceber. Com isso, os números negativos eram considerados “absurdos”. Contrapondo essa ideia, pode-se imaginar o zero como origem, que é apenas um referencial sobre um eixo ordenado. No caso da reta numerada, o zero não foi a única barreira que teve de ser ultrapassada. De um lado, concebe-se um zero absoluto, abaixo do qual nada é concebível. Parece que não se pode ser mais pobre que o pobre absoluto, aquele que não tem nenhum recurso. Com essas ideias, o número negativo é um absurdo. Por outro lado, há pessoas arruinadas, mas, que ainda têm crédito no banco. Então, aparece a ideia de um zero – origem, uma convenção, que chama a invenção dos números negativos. O obstáculo provém da confusão entre estas duas situações, que não se adaptam a um mesmo modelo. Esse obstáculo será ultrapassado com a introdução, *da orientação*;

- 5. estagnações no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais)** – define esse obstáculo com a dificuldade de afastar-se de um sentido “concreto” atribuído aos seres numéricos. Ou seja, de querer sempre justificar as operações matemáticas com experiências do mundo real; e
- 6. desejo de um modelo unificador** – utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica.

Com relação aos obstáculos pontuados por Glaeser (1981), Baldino (1990) ressalta que, dos seis obstáculos listados, Brousseau (1983) descarta dois, como sendo dificuldades. São eles “inaptidão de manipular quantidades isoladas” e “dificuldades em dar sentido a quantidades negativas isoladas”. Salientou ainda que dos quatro obstáculos restantes, o último, “desejo de um modelo unificador” provém de uma concepção empírico-intuitiva do conhecimento matemático, de acordo com o qual as verdades matemáticas são descobertas e seu conjunto forma uma descrição do mundo. O obstáculo número 5 “estagnações no estágio das operações concretas” ressalta que embora formulado erradamente em termos negativos, traduz-se em uma insistência em atribuir aos operadores multiplicativos, o mesmo sentido que os estados aos quais se aplicam: “multiplicando-se dívida por dívida, como é possível que se obtenha uma fortuna?”. Já em relação aos dois obstáculos restantes: “dificuldades em unificar a reta numérica” e “ambiguidade dos dois zeros”, ao ver de Baldino (1990), reduzem-se a um único.

Igliori (2008) ressalta que Guy Brousseau foi um dos precursores na abordagem da noção de obstáculo epistemológico, como meio de assimilação de causas de dificuldades na aprendizagem da Matemática.

Conforme Almouloud (2007), Brousseau introduz a noção de obstáculo epistemológico com o intuito de ter um outro olhar sobre os erros dos alunos, buscando compreender e explicitar o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem. O erro para ele significa a expressão ou a manifestação explícita de um conjunto de concepções espontâneas (desenvolvidas pelos alunos, antes que ela seja oficialmente objeto de aprendizagem), ou reconstruídas que

integradas em uma rede coerente de representações cognitivas tornam-se obstáculos à aquisição e ao domínio de novos conceitos.

Para Igliori (2008, p. 123) "Um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento, é aquele do qual não se pode escapar e que se pode, em princípio, encontrar na história do conceito".

Conforme Almouloud (2007, p. 139): "Os obstáculos epistemológicos são aqueles que tiveram um papel importante no desenvolvimento histórico dos conhecimentos e têm sua rejeição integrada explicitamente no saber ensinado/aprendido."

Almouloud (2007) ressalta ainda que os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados nas dificuldades que os matemáticos encontraram, na compreensão e utilização desses conceitos. O autor acrescenta que a noção de obstáculo epistemológico aparece para Brousseau como um conhecimento, e não como uma dificuldade ou falta de conhecimento, produzindo respostas adaptadas em um determinado contexto, mas, quando usado fora dele, revela-se falso, ineficaz, gerando respostas incorretas.

De acordo com Almouloud (2007), na visão de Brousseau, os obstáculos manifestam-se pela incapacidade de compreender certos problemas, de resolvê-los com eficácia ou pelos erros que, para serem superados, deveriam conduzir à instalação de um novo conhecimento.

Entendemos assim que a revelação dos obstáculos está intimamente relacionada ao aparecimento dos erros repetidos e não eventuais cometidos pelos alunos na construção de um novo conhecimento. Neste caso, o erro é tido como algo indispensável e integrante do processo de ensino e de aprendizagem.



## OBJETO MATEMÁTICO

A noção de números naturais desenvolveu-se gradualmente baseada na experiência cotidiana. No conjunto dos números naturais ( $\mathbb{N}$ ), a diferença  $a - b$  entre dois números  $a$  e  $b$  só está definida quando  $a \geq b$ . Assim, para todas as questões envolvendo números naturais e que levam a ideia de subtração, cumprir dar sentido a todas as expressões  $a - b$ , em que  $a, b \in \mathbb{N}$ .

Caraça (1951) ressalta que, quando  $a \geq b$ , isto é, o minuendo é maior ou igual ao subtraendo, as situações são facilmente resolvidas. O problema existe quando  $a < b$ . Para se libertar da impossibilidade da subtração, o autor enfatiza a necessidade da criação de um novo campo numérico.

Com relação ao conceito de número relativo, Caraça (1951, p. 97) oferece-nos a seguinte definição: “Sejam  $a$  e  $b$  dois números quaisquer: à diferença  $a - b$  chamaremos número relativo, que diremos positivo, nulo ou negativo, conforme for  $a > b$ ,  $a = b$ ,  $a < b$ ”.

Temos, então, que quando  $a > b$ , o número relativo (positivo) coincidirá com o resultado determinado em campos numéricos anteriores. Se  $a < b$ , o número relativo (negativo) tornar-se-á como igual à diferença  $b - a$ , precedida do sinal  $-$  (menos).

Percebemos, assim, que os elementos novos que aparecem no campo relativo são os números negativos, visto que os números positivos são os números anteriormente conhecidos, incorporados em um novo campo numérico.

Milies e Coelho (2000) salientam que os novos números, correspondentes às diferenças  $a - b$  ( $a < b$ ) são interpretados intuitivamente como débitos e agregados ao conjunto dos números naturais.

Caraça (1951) ressalta que as qualidades de um ser dependem do meio em que ele se considera imerso. Toma como exemplo o número 2 que tem qualidades no campo racional, outras no campo real e também como membro do campo relativo.

O autor ainda escreve sobre a necessidade de especificar que um número real  $a$  é considerado independente de suas qualidades no campo relativo, logo, o número  $a$  será dito, então, um número absoluto.

Para distinguir o número absoluto  $a$  do número positivo, representa-se este por  $+a$ ;  $a$  diz-se, então, o valor absoluto ou o módulo de  $+a$ ; analogamente, o número absoluto  $a$  diz-se o módulo ou o valor absoluto do número negativo  $-a$ . Indica-se por  $|+a| = |-a| = a$ .

Conforme Milies e Coelho (2000), do resultado da união dos números naturais com esses novos números ( $a - b$  ( $a < b$ )) surge o conjunto dos Números Inteiros. Indicado por  $Z = \{..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$ .

Com relação às operações, Caraça (1951) nos orienta que estas se definem por extensão imediata das operações com o mesmo nome no campo real.

O autor exemplifica as operações, adição e subtração de inteiros da seguinte maneira:

- $(p - q) + (r - s) = p - q + r - s$   
 $= p + r - q - s$   
 $= (p + r) - (q + s)$
- $(p - q) - (r - s) = p - q - r + s$   
 $= p + s - q - r$   
 $= (p + s) - (q + r)$

Sabendo que dado um número negativo  $p - q$ , qualquer, pode-se escrever, chamando  $r$  à diferença  $q - p$ :  $p - q = 0 - r = -r$ , portanto, todo o número negativo pode ser considerado, como uma diferença em que o aditivo é zero e o subtrativo é o número real igual a seu módulo.

Temos assim:

- $a + (-b) = a + (0 - b)$   
 $= a + 0 - b$   
 $= a - b$

- $a - (-b) = a - (0 - b)$   
 $= a + b - 0$   
 $= a + b$

Isto significa dizer que somar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo módulo, e subtrair um número negativo equivale a somar o número positivo com o mesmo módulo.

Quanto à multiplicação, temos:

- $(p - q).(r - s) = p.(r - s) - q.(r - s)$   
 $= pr - ps - (qr - qs)$   
 $= pr - ps - qr + qs$   
 $= pr + qs - ps - qr$   
 $= (pr + qs) - (ps + qr)$

Em particular, temos:

- $(+a).(+b) = (a - 0).(b - 0) = +a.b$
- $(+a).(-b) = (a - 0).(0 - b) = -a.b$
- $(-a).(+b) = (0 - a).(b - 0) = -a.b$
- $(-a).(-b) = (0 - a).(0 - b) = +a.b$

A divisão é definida pelo autor, como a inversa da multiplicação, valendo para ela uma regra dos sinais semelhante à multiplicação.

Milies e Coelho (2000, p. 14) destacam algumas propriedades da adição e da multiplicação de inteiros.

Para a Adição em  $Z$ , temos:

- Associativa: para toda terna  $a, b, c$  de inteiros tem-se que  
 $a + (b + c) = (a + b) + c$ .

- Existência do elemento neutro: existe um único elemento, denominado neutro aditivo ou zero, que é indicado por 0, tal que  $a + 0 = a$ , para todo  $a \in \mathbb{Z}$ .
- Existência do oposto (simétrico aditivo): para cada inteiro  $a$  existe um único elemento que chamaremos oposto de  $a$  e indicaremos por  $-a$ , tal que  $a + (-a) = 0$ .
- Comutativa: para todo par  $m, n$  de inteiros temos que  $m + n = n + m$ .

Para a Multiplicação em  $\mathbb{Z}$ , destacam-se as seguintes propriedades:

- Associativa:  $m(nr) = (mn)r$  para quaisquer  $m, n, r \in \mathbb{Z}$ ;
- Comutativa: para todo par  $a, b$  de inteiros, temos que  $ab = ba$ ;
- Elemento neutro: existe um único elemento, diferente de zero, denominado neutro multiplicativo, que é indicado por 1, tal que  $1.a = a$ , para todo  $a \in \mathbb{Z}$ ;
- Cancelativa: para toda terna  $a, b, c$  de inteiros, com  $a \neq 0$ , temos que, se  $ab = ac$ , então,  $b = c$ .
- Distributiva: para toda terna  $m, n, r \in \mathbb{Z}$ , temos que  $m.(n + r) = mn + mr$ .

A explanação acima tem como objetivo mostrar a necessidade de conhecermos mais sobre o objeto matemático Números Inteiros. Somente após conhecermos o objeto trabalhado, poderemos estruturar e organizar nossas ideias referentes a diferentes estratégias de aprendizagem.

## PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – PCN

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) tem como objetivo auxiliar os professores e educadores na execução de seu trabalho. É um instrumento útil no apoio as discussões pedagógicas, na elaboração de projetos educativos, no planejamento das aulas, na reflexão sobre a prática educativa e na análise de materiais didáticos.

Para esta pesquisa, recorreremos aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), sendo mais específicos, aos Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Os conteúdos selecionados para este ciclo que correspondem às antigas 5ª e 6ª séries ou 6º e 7º anos, são organizados em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento de Informação.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Essas situações podem ser apoiadas nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre os números por vivenciarem situações de perdas e ganhos em um jogo, débito e créditos bancários ou em outras situações.

Verificamos ainda nos PCN que o estudo dos números inteiros não pode restringir-se somente às opiniões que os alunos têm sobre números, mas incorporar situações que permitam a concepção das regras do cálculo com os inteiros, observando regularidades e aplicando propriedades das operações com os números naturais.

Alguns obstáculos que os alunos enfrentam ao entrar em contato com os números inteiros, como são pontuados nos PCN (1998): dar significado às quantidades negativas; reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero (para os naturais, a sucessão acontece em um único sentido); diferentes papéis do zero; perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais.

Os PCN apontam a ênfase dada à memorização de regras para efetuar cálculos, predominante na abordagem dos números inteiros. Orientam ainda que, muitas vezes, a simples memorização de regras leva o aluno a não reconhecer os inteiros como extensão dos naturais. As regras são memorizadas, porém os alunos não conseguem aplicá-las em situações-problema.

Um recurso como a representação geométrica dos inteiros em uma reta orientada (eixo vertical e horizontal) possibilita ao aluno visualizar o ponto de referência (origem), a partir da qual se definem os dois sentidos, identificar um

número e seu oposto (números que se situam à mesma distância do zero) e ordenação dos inteiros e deduzir regras para operar com a adição e a subtração.

O contato dos alunos com os significados dos números podem surgir da análise de situações-problema do campo aditivo. Situações em que esses números indicam falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica (BRASIL, 1998, p. 98).

Verificamos ainda nas orientações dos PCN que, para se trabalhar com números inteiros, não podemos nos prender somente a situações concretas, visto que nem sempre essas situações explicam o significado das noções envolvidas. Muitas vezes, recorremos a conhecimentos construídos com os números naturais para justificar e compreender algumas propriedades dos números inteiros.

Pautados nessas ideias, percebemos que, ao dar tratamento exclusivamente formal ao trabalho com números inteiros, corremos o risco de reduzir seu estudo a um conjunto de regras sem significados.

Sendo assim, faz-se necessário buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números inteiros por meio de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais.

### **1.3 A Questão de Pesquisa e Objetivos**

Das leituras feitas no decorrer do curso de especialização em Educação Matemática e do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, sobre a importância de novas estratégias para promover um ensino de qualidade, de minha experiência como professora do Ensino Fundamental II ao Ensino Superior e de reflexões pessoais sobre o ensino e aprendizagem de Números Inteiros, optamos por fazer uma pesquisa que inventariasse a temática abordada.

Acreditamos que, de acordo com Ardenghi (2008), a compilação de trabalhos de pesquisa é fundamental, tanto para pesquisadores e estudantes de pós-graduação como para professores em seu dia a dia na sala de aula, à medida

em que favorece o conhecimento da produção já realizada como de sua continuidade.

Sendo assim, o objetivo desta pesquisa é fazer um levantamento da produção acadêmica que consta no Banco de Teses da Capes (BTC), referente aos trabalhos de Dissertações e Teses em Educação Matemática e Ensino de Matemática, que se relacionem com a problemática do ensino e da aprendizagem de Números Inteiros, no período entre 2001 e 2010, produzidas pela PUC-SP, UNESP, UNICAMP e USP. A partir desse levantamento, analisar e categorizar esses trabalhos contribuindo para fomentar a discussão a respeito do ensino deste objeto matemático.

Com as leituras das dissertações e teses que abordam o tema números inteiros, pretendemos encontrar respostas para algumas inquietações pessoais. Visto que, como expusemos anteriormente, existem vários problemas no processo de ensino e aprendizagem de números inteiros. Na busca de trabalhos que norteiam o ensino e a aprendizagem deste conteúdo matemático, listamos nossa questão de pesquisa: ***“Quais são as perspectivas e enfoques sobre o ensino e a aprendizagem dos números inteiros?”***

Para responder a esta questão, citamos ainda questões estruturantes deste trabalho: ***“Quais são os objetivos visados? Há alguma convergência entre esses objetivos? Quais são os referenciais teóricos utilizados nas pesquisas? Quais são as metodologias e procedimentos usados nas pesquisas? Há alguma convergência entre esses referenciais teóricos e as metodologias de pesquisa? Quais são os recursos empregados para a aprendizagem de números inteiros?”***

Após listarmos as questões que orientam nosso trabalho, apresentaremos a metodologia e os procedimentos empregados.

## **1.4 Metodologia e Procedimentos**

Nossa inquietação em saber em que situação encontrava-se a produção acadêmica sobre o ensino e a aprendizagem no conjunto dos números inteiros, e

quais eram as principais questões que orientavam estas pesquisas, nos impulsionou a fazer um levantamento de trabalhos que, em sua extensão, trouxessem essa temática.

A busca nos expôs a uma parcela significativa de trabalhos que foram produzidos sobre a temática no Estado de São Paulo no período entre 2000 e 2010. Mas, estamos cientes da possibilidade da existência de trabalhos que discutam essa temática, que não foram citados em nosso levantamento. É possível que trabalhos que discutam essa temática, mas, que apresentam títulos ou se relacionem a palavras-chave distintas daquelas pelas quais optamos ao realizar nossa busca, tenham nos escapado.

Buscando atingir nosso objetivo e responder às questões de pesquisa levantadas, expomos neste item os procedimentos e a metodologia utilizada.

Nossa pesquisa caracteriza-se como qualitativa que, segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder:

[...] a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição “compreensiva” ou interpretativa. Isto significa que, essas pesquisas partem do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisando ser desvelado. (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 1999, p. 131)

Assume um caráter bibliográfico, uma vez que está sendo executada em banco de dados público e virtual e não envolve contato com seres humanos.

O trabalho trata-se de uma pesquisa (histórico) bibliográfica ou de revisão que, conforme Fiorentini, Lorenzato (2007), é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos, tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados com base em arquivos e acervos. Neste tipo de pesquisa, a coleta de informações é feita apoiada no fichamento das leituras.



Esse tipo de pesquisa é também chamado de estudo documental. Os documentos que serão estudados, apresentam-se estáveis no tempo e ricos, como fonte de informação, pois incluem: filmes, autobiografias, revistas, jornais, planejamentos, dissertações ou teses acadêmicas, entre outros.

Conforme Fiorentini, Lorenzato (2007), as pesquisas de estudo documental, recebem várias críticas de que, geralmente, a amostra não é representativa e de que toda análise é sempre subjetiva. Entretanto, entendemos que examinar documentos pode ser uma técnica útil de investigação e depende muito das categorias de análise que forem exploradas pelo pesquisador.

Dentre os vários tipos de estudos bibliográficos ou de documentos, escolhemos o estudo denominado estado da arte que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato:

[...] a pesquisa do tipo estado da arte busca inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 71)

Outros autores, como Ferreira (2002) expõe que a pesquisa do tipo estado da arte ocupa-se da problemática que está interessada no levantamento, organização e apresentação sistemática da produção científico-acadêmica sobre uma área de conhecimento em um determinado período. Ainda ressalta que tais pesquisas têm como propósito mapear e discutir certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento na busca de encontrar respostas sobre como estão distribuídos os trabalhos, quais assuntos mais debatidos, anos e locais e em que condições foram produzidas.

Com base nas leituras relacionadas às pesquisas bibliográficas, em destaque as do tipo estado da arte, entendemos que estas têm como objetivo alinhar todos os trabalhos acadêmicos produzidos no período específico de tempo e olhá-los nessa totalidade, sem desconsiderar suas particularidades, procurando convergências e divergências, de modo que seja possível produzir uma leitura única de um campo do conhecimento.

Nosso esforço na elaboração desta pesquisa tem como propósito apontar caminhos para pesquisadores e professores, possibilitando-lhes redirecionar o estudo da problemática, números inteiros, na busca de um processo de ensino e aprendizagem de qualidade.

A seguir, explicitaremos os procedimentos de coleta de dados de nossa pesquisa.

Primeiramente, acessamos o banco de teses da Capes, por meio do endereço eletrônico <http://capesdw.capes.gov.br/capesdw/>, no dia 28 de fevereiro de 2012, às 14h30, o que nos colocou frente a dissertações e teses defendidas a partir de 1987 e cujas informações são fornecidas diretamente à Capes pelos programas de pós-graduação.

Sendo ainda mais precisos, localizamos a ferramenta “Resumo” que permite a pesquisa por autor, título e palavras-chave. Ressaltamos que os resumos são disponibilizados pelos programas de pós-graduação, sendo estes responsáveis pelos textos.

A Figura 1 refere-se à tela “PESQUISA” copiada do site da Capes, a fim de explicarmos os procedimentos que nos levaram a encontrar as obras que serão expostas e analisadas nesta pesquisa.

**Figura 1:** Tela Banco de Teses da CAPES

Ministério da Educação

**Banco de Teses**

**PESQUISA**

**AUTOR**  
Digite um ou mais nomes do autor

☒ todas as palavras ☐ qualquer uma das palavras ☐ expressão exata

**ASSUNTO**  
Digite uma ou mais palavras do assunto

☒ todas as palavras ☐ qualquer uma das palavras ☐ expressão exata

**INSTITUIÇÃO**  
Digite um ou mais nome da instituição

☒ todas as palavras ☐ qualquer uma das palavras ☐ expressão exata

**NÍVEL/ANO BASE (Opcional)**  
Escolha um nível para a pesquisa  
Selecione...  
Escolha um ano base para a pesquisa  
2000

Pesquisar Exemplo Limpar

Para nossa pesquisa, deixamos o campo AUTOR sem preenchimento, pois não nos interessávamos por um autor, em especial. Nosso campo de interesse referiu-se às pesquisas com temática determinada.

No campo ASSUNTO digitamos as palavras “números inteiros” e clicamos na opção “todas as palavras”.

No item INSTITUIÇÃO, escrevemos o nome de cada universidade preestabelecida e clicamos também na opção “qualquer uma das palavras”.

Com a escolha da opção “todas as palavras”, os documentos recuperados devem conter todas as palavras-chave informadas. Esta opção é utilizada para obter resultados mais precisos.

No campo “NÍVEL/ANO BASE (OPCIONAL), escolhemos os itens doutorado, mestrado e profissionalizante separadamente. Também selecionamos, o ano de acordo com o período delimitado da pesquisa (2000 e 2010).

Dentre os trabalhos encontrados, fizemos uma nova seleção com a intenção de trabalhar somente com as pesquisas que englobassem a temática “Números Inteiros” em uma perspectiva do ensino e aprendizagem.



## **CAPÍTULO 2**

---

### **PANORAMA DAS TESES E DISSERTAÇÕES**

Neste capítulo, expomos a organização dos dados coletados, os fichamentos e as resenhas de cada um dos trabalhos pesquisados, a análise geral dos dados e a análise dos trabalhos por eixos.

#### **2.1 Organização dos Dados**

Os dados obtidos por meio da pesquisa no banco de teses da CAPES levaram-nos a confeccionar o Quadro 1. Neste quadro, agrupamos os níveis pesquisados (doutorado, mestrado acadêmico e mestrado profissionalizante) por instituição de ensino e o número de trabalhos encontrados em cada ano. As abreviações D, M e MP referem-se, respectivamente, aos níveis Doutorado, Mestrado Acadêmico e Mestrado Profissional.

**Quadro 1:** Pesquisas Doutorado, Mestrado Acadêmico e Mestrado Profissionalizante

Ano	Instituição											
	PUC-SP			UNESP			UNICAMP			USP		
	D	M	MP	D	M	MP	D	M	MP	D	M	MP
2001	0	0	0	4	10	0	0	4	0	5	10	0
2002	0	1	0	3	7	0	1	1	0	4	6	0
2003	0	0	0	4	14	0	4	3	1	7	4	0
2004	0	0	0	6	11	0	7	1	0	6	3	0
2005	0	4	0	9	9	0	4	2	0	6	7	0
2006	0	0	2	10	6	0	3	6	0	5	4	0
2007	2	0	1	4	11	0	4	1	0	4	6	0
2008	0	2	1	9	13	0	4	2	0	5	10	0
2009	0	2	1	4	9	0	3	1	3	4	10	0
2010	0	1	0	3	10	0	3	3	0	10	9	0
<b>Total</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>56</b>	<b>100</b>	<b>0</b>	<b>33</b>	<b>24</b>	<b>4</b>	<b>56</b>	<b>69</b>	<b>0</b>

Com a pesquisa ao banco de teses, encontramos um total de 359 trabalhos que possuíam em sua extensão as palavras “números inteiros”. Mas, não examinaremos todos, visto que o foco de nossa pesquisa é relatar as estratégias utilizadas por outros pesquisadores ao apresentarem o conteúdo “números inteiros” e verificar se tais estratégias contribuíram para a aquisição e/ou ampliação do conhecimento do objeto matemático e nem todos se encaixavam nesta especificação.

Sendo assim, fizemos uma nova seleção que contemplasse somente os trabalhos que se referissem ao ensino e à aprendizagem de números inteiros.

Nos dados do Quadro 1, verificamos que a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP obteve 17 trabalhos relacionados à temática “Números Inteiros”. Mas, como nem todos estão relacionados ao ensino e à aprendizagem de números inteiros, faremos a análise de uma tese e sete dissertações, sendo três mestrados acadêmico e quatro mestrados profissionalizante.

A Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP obteve 156 trabalhos relacionados à temática “Números Inteiros”, porém só uma dissertação está relacionada ao ensino e à aprendizagem de números inteiros.

Em relação à Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, obtivemos 61 trabalhos relacionados à temática “Números Inteiros”, porém nem todos estão relacionados ao ensino e à aprendizagem de números inteiros. Sendo assim, faremos a análise três teses que se encaixaram na especificação.

A Universidade de São Paulo – USP obteve um número de 125 trabalhos relacionados à temática “Números Inteiros”, porém nenhum dos trabalhos está relacionado ao ensino e à aprendizagem de números inteiros. Logo, não será possível analisar as pesquisas desta instituição.

Para melhor visualização e entendimentos dos dados coletados, elaboramos alguns quadros. No Quadro 2, temos a organização por ano e referimo-nos às pesquisas de nível doutorado. Neste quadro, também expomos a instituição, o autor e o título da pesquisa.

**Quadro 2:** Pesquisas Doutorado

Ano	Instituição	Autor – Título da pesquisa
2003	UNICAMP	<b>Lair de Queiroz Costa</b> – Um Jogo em Grupos Cooperativos. Alternativa para construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas.
2005	UNICAMP	<b>Marcos Antonio Santos de Jesus</b> – As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa.
2005	PUC-SP	<b>Cecília Fukiko Kamei Kimura</b> – O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget.
2008	UNICAMP	<b>Esther Pacheco de Almeida Prado</b> – Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em Matemática.

Nos Quadros 3 e 4, os dados também foram organizados por ano e referimo-nos às pesquisas de nível mestrado acadêmico e mestrado profissionalizante. Nos quadros, expomos também a instituição, o autor e o título da pesquisa.

**Quadro 3:** Pesquisas Mestrado Acadêmico

<b>Ano</b>	<b>Instituição</b>	<b>Autor – Título da pesquisa</b>
2002	PUC-SP	<b>João Carlos Passoni</b> – (Pré-)Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos.
2005	PUC-SP	<b>Aguinaldo José Rama</b> – Números Inteiros nos ensinos Fundamental e Médio.
2009	UNESP	<b>Renata Viviane Raffa Rodrigues</b> – A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através de uma perspectiva lógico-histórica na formação do conceito de números inteiros.
2010	PUC-SP	<b>Maurício de Souza Machado</b> – Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais.

**Quadro 4:** Pesquisas Mestrado Profissional

<b>Ano</b>	<b>Instituição</b>	<b>Autor – Título da pesquisa</b>
2006	PUC-SP	<b>Alessandro Rosa Silva</b> – O Livro Didático e o Discurso do Professor no Ensino das Operações com Números Inteiros para Alunos do Ensino de Jovens e Adultos.
2006	PUC-SP	<b>Humberto Todesco</b> – Um Estudo com os Números Inteiros nas séries iniciais: Re-aplicação da Pesquisa de Passoni.
2007	PUC-SP	<b>Renata Siano Gonçalves</b> – Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental.
2008	PUC-SP	<b>Pércio José Soares</b> – O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso.

Vale ressaltar que fizemos um levantamento dos trabalhos no banco de Teses da Capes, utilizando as seguintes instruções: no campo AUTOR deixamos sem preenchimento, no campo ASSUNTO digitamos as palavras “números inteiros” e clicamos na opção “todas as palavras”, no item INSTITUIÇÃO escrevemos o nome de cada universidade preestabelecida e clicamos também na opção “qualquer uma das palavras”, no campo “NÍVEL/ANO BASE (OPCIONAL), escolhemos os itens doutorado, mestrado e profissionalizante separadamente e selecionamos o ano.



Como encontramos muitos trabalhos com as especificações acima, fizemos uma nova seleção com a intenção de trabalhar somente com as pesquisas que englobassem a temática “Números Inteiros” em uma perspectiva de ensino e aprendizagem. Tal seleção foi elaborada por meio do título do trabalho, das palavras chave e dos resumos disponíveis no site da CAPES.

Inicialmente, contávamos com 20 trabalhos para análise, porém, após a leitura, fichamento e resenha, constatamos que somente 12 encaixavam-se nas especificações de nossa pesquisa. Os demais, embora possuíssem em sua extensão os termos “números inteiros” não eram voltados ao ensino e à aprendizagem desse conteúdo.

No próximo item, traremos os fichamentos e as resenhas das pesquisas listadas.

## **2.2 Fichamento das Teses e Dissertações**

De acordo com Fiorentini, Lorenzato (2007), o exame dos documentos pode ser uma técnica útil de investigação se o pesquisador conseguir construir categorias de análise, constituídas pelos itens principais, mais frequentes e diferentes que surgem nos dados.

Ainda, conforme os autores citados, em uma pesquisa bibliográfica ou histórico-bibliográfica a coleta de informações é feita baseada em fichamentos das leituras. Ressaltam ainda que a ficha de anotações ajuda a organizar de modo sistemático os registros relativos às informações.

Ao pensar em uma pesquisa que possa apontar caminhos para pesquisadores e professores, possibilitando-lhes redirecionar o estudo da problemática, Números Inteiros, elaboramos uma ficha que contemplasse os seguintes itens: Autor, Título do Trabalho, Orientador, Programa de Pós-Graduação, Ano da Defesa, Número de Páginas, Sujeitos Pesquisados, Metodologia, Referencial Teórico, Recursos como Jogos e Materiais Manipulativos, Tecnologias de Informação e Comunicação, Livros Didáticos e

Palavras-chave. Salientamos que a ficha surgiu apoiada nas questões investigativas estabelecidas previamente.

## Fichamento da Tese

- **Autor:** Lair de Queiroz Costa
- **Título do Trabalho:** Um Jogo em Grupos Co-operativos. Alternativa para construção do conceito de Números Inteiros e para a abordagem dos conteúdos: Procedimentos, Condutas e Normas.
- **Orientador:** Prof<sup>a</sup>. Dra. Lucila Dihel Tolaine Fini
- **Programa de Pós-Graduação:** Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
- **Ano da Defesa:** 2003
- **Número de Páginas:** 198
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com alunos que já haviam passado pelo processo de ensino e aprendizagem de Números Inteiros, sem a utilização do jogo “Maluco por inteiro” (três turmas de sétima série e três de oitava) e alunos que iniciaram a aprendizagem do tema com o jogo (cinco turmas de sexta série).
- **Metodologia:** Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, na forma de investigação participativa (ou cooperativa).
- **Referencial Teórico:** Ideias de Jean Piaget (1976, 1977, 1982, 1984, 1990 e 1995) sobre a construção do conhecimento.
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** A pesquisa contou como o jogo “Maluco por Inteiro”, que nasceu da análise ocorrida durante os estudos dos textos “Experiências Matemáticas”, nas aulas de Prática de Ensino de Matemática e no desenvolvimento de uma disciplina do curso de especialização no ensino de Ciências e Matemática, na Faculdade de Ciências da UNESP, Campus de Bauru.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas na pesquisa.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados na pesquisa.

- **Palavras-chave:** Jogos, Números Inteiros, Grupos Co-operativos, Condutas, Normas, Teoria de Piaget.

### **Resenha Crítica**

A pesquisa de Costa (2003) teve como objetivo verificar a eficiência do jogo, denominado “Maluco por Inteiro”, para o ensino e aprendizagem dos Números Inteiros.

A autora propôs uma questão que orientou seu trabalho: O jogo Maluco por Inteiro, empregado em sala de aula, através de grupos co-operativos é adequado para a construção do conceito de Números inteiros e suas operações e, ainda, para abordar os conteúdos: procedimentos, condutas e normas, tidos pelos PCN como indispensáveis para a convivência social e o exercício da cidadania?.

Como aporte teórico, valeu-se da ideia de Jean Piaget (1976, 1977, 1982, 1984, 1990 e 1995) sobre a construção do conhecimento. Ressaltou que, conforme Piaget, a gênese de todo conhecimento está na ação do sujeito e este, por sua vez, é essencialmente ativo no processo de acesso ao saber e está continuamente respondendo a desafios do meio. Enfatizou que, para Piaget, o ser humano está constantemente envolvido na construção de conhecimentos por meio de mecanismos de assimilação e acomodação. Salientou ainda que, de acordo com Piaget, a aprendizagem só ocorre diante de um desequilíbrio ou conflito cognitivo. Tal conflito acontece no processo de assimilação e acomodação de novos fatos ou conhecimentos que entram em choque com os conhecimentos incompletos ou errôneos, anteriormente adquiridos ou, posteriormente, quando os dois conhecimentos são casuais ou propositadamente confrontados.

Sua pesquisa foi de cunho qualitativo, na forma de investigação participativa (ou cooperativa) e teve origem nas inquietações e preocupações, com a aprendizagem nas aulas de Matemática, que englobavam, além da Matemática, os conteúdos procedimentais e atitudinais.

Além dos alunos, participaram da pesquisa três professoras de Matemática e cinco estagiários que estavam cursando Licenciatura em Matemática da UNESP/Bauru.

Inicialmente, foi aplicado um pré-teste para 192 alunos. Este consistia na resolução de exercícios envolvendo operações com números inteiros, seguidos da intervenção por meio do jogo “Maluco por Inteiro” que, conforme a autora, nasceu da análise ocorrida durante os estudos dos textos “Experiências Matemáticas” nas aulas de Prática de Ensino de Matemática e no desenvolvimento de uma disciplina do curso de especialização no ensino de Ciências e Matemática, UNESP/Bauru. Este jogo é a adaptação da atividade “Vai e Vem” apresentada no texto Experiências Matemáticas – 6ª série. O jogo é composto de tabuleiros, pinos para marcar a posição do jogador e dados com diferentes marcações, cores e modelos, sendo organizado em cinco fases, e cada uma tem um objetivo de aprendizagem. Após a intervenção foi aplicado um pós-teste que também foi composto por questões relacionadas às operações com números inteiros.

Comparando os resultados dos testes, foi possível verificar um acréscimo de acertos em praticamente todas as questões, excluindo duas que exigiam melhor compreensão do significado das potências.

A autora verificou que, no decorrer da aplicação do jogo, houve mudança na opinião dos professores a respeito do jogo. O que antes era visto com certo receio passou a ter lugar de destaque entre os professores. Muitas vezes, os professores mostraram-se preocupados com a aprendizagem do objeto matemático, pois não conseguiam identificá-los nas primeiras fases da atividade, o que foi sanado no decorrer da pesquisa. Pontuou também três mudanças de concepções: 1ª – os jogos passaram a ser bem-vindos para integrar o processo educativo e não só como atividades para final do dia, quando nada mais está programado para o dia, 2ª – passaram a entender que o trabalho em grupos cooperativos não é a mesma coisa que um agrupamento de alunos, desenvolvendo uma atividade qualquer, esperando o sinal do fim da aula e a 3ª – começaram a aceitar que o conteúdo escolar não se restringe aos específicos de sua disciplina.

Em relação à aprendizagem de Números Inteiros, a autora afirmou que o jogo foi um grande encadeador de ideias e que foram inúmeros os benefícios verificados no processo educativo com a introdução do jogo em grupos co-

operativos, porém ressaltou que um dos maiores foi a mudança do conceito de avaliação do professor de Matemática.

Diante do trabalho de Costa (2003), verificamos que, muitas vezes, temos receio em tentar algo novo, por ser diferente e, até mesmo, por dar mais trabalho no preparo, e restringimo-nos a fazer o convencional. No entanto, este convencional não tem dado conta da aprendizagem de Matemática em sala de aula, como podemos verificar nos índices do SARESP, SAEB, PROVA BRASIL, entre outros. Então, cabe a nós investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos e buscarmos possíveis soluções.

### **Fichamento da Tese**

- **Autor:** Cecília Fukiko Kamei Kimura
- **Título do Trabalho:** O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget.
- **Orientador:** Prof. Dr. Michael Otte e co-orientação da Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina.
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2005
- **Número de Páginas:** 253
- **Sujeitos Pesquisados:** Dez professores que ministravam aulas em 6<sup>as</sup> séries (7<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental da rede estadual do município de Rondonópolis – MT.
- **Metodologia:** Pesquisa qualitativa.
- **Referencial Teórico:** Epistemologia genética de Jean Piaget (1961, 1973, 1975, 1978, 1981, 1983, 1987, 1990, 1995, 1996, 1998).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Jogo Tabuleiro de Xadrez.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.

- **Palavras-chave:** Teoria do conhecimento, Construtivismo piagetiano, Estruturalismo, Jogos, Semiótica, números negativos, Educação Matemática.

### **Resenha Crítica**

O trabalho de Kimura (2005) teve como objetivo desenvolver um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias, para auxiliar a orientação do aprendizado de números negativos. Neste sentido, a autora abordou os números inteiros, destacando a construção de diferentes processos algorítmicos, a reflexão sobre o zero, a compreensão da adição envolvendo números positivos e negativos, a compreensão das regras de sinais e das propriedades dos números positivos e negativos.

Para nortear sua tese a autora formulou a questão: Como poderemos desenvolver as estruturas dos números inteiros, sejam eles positivos, sejam negativos, se o empirismo continua sendo um dos maiores obstáculos em seu processo de ensino-aprendizagem?

Com o objetivo de fornecer subsídios necessários para responder à sua questão de pesquisa, Kimura (2005) estabeleceu três questões específicas: Por que o empirismo pode ser considerado obstáculo para a aprendizagem dos números inteiros negativos? Por que o estruturalismo foi tão importante para Piaget? e Por que os jogos podem ajudar na construção da estrutura dos números inteiros?

Para responder a sua questão de pesquisa, a autora fez, inicialmente, estudos teóricos sobre a teoria do conhecimento, construtivismo piagetiano, estruturalismo, o jogo na visão piagetiana e a teoria da representação em Piaget e Pierce (1999).

Em seguida, apresentou duas pesquisas empíricas de caráter exploratório realizadas com dez professores que ministravam aula em sextas séries (7º ano) do Ensino Fundamental. Vale ressaltar que os participantes não ministravam aulas na mesma escola.

A primeira pesquisa, consistiu no levantamento de dados sobre a formação e metodologia do ensino e foi feita por meio de questionário (35 questões). Já a segunda, averiguou que tipo de estrutura matemática, em relação aos números negativos, o professor consegue perceber no ato de jogar, valendo-se do jogo “Tabuleiro de Xadrez”. Conforme a autora, o jogo “Tabuleiro de Xadrez” pode ser usado na execução das quatro operações fundamentais da aritmética.

Analizando os dados da primeira pesquisa, a autora constatou que a Matemática foi considerada por nove professores entrevistados como fácil. Três professores afirmaram ser fácil para ele, porém, difícil, porque exige raciocínio lógico. Com estas respostas, a autora concluiu que existem professores que fazem a ligação da Matemática com o raciocínio, foco de atenção de Piaget na construção do conhecimento.

Na segunda pesquisa, concluiu que, após a realização de registro de vários números, os professores tiveram a percepção de que o cálculo mental é importante para operar com o tabuleiro. Salientou que os professores comentaram que mesmo sem enunciar “as regras de sinais”, as atividades foram resolvidas e que, muitas vezes, utilizaram a propriedade do elemento simétrico de forma concreta.

Ao final de sua tese, a autora respondeu à sua questão, constatando que para desenvolver as estruturas dos números inteiros, uma boa alternativa é utilizar uma atividade estruturada e simbólica como o jogo, porque este apresenta uma estrutura com atividades que não são estáticas.

Após a realização de sua pesquisa, listou algumas sugestões para futuras pesquisas: A primeira sugestão, é o trabalho com a formação de um grupo de professores, discutindo as possibilidades do recurso do jogo do tabuleiro de xadrez no processo de ensino e aprendizagem de números inteiros (positivos e negativos). A pesquisa consistiria em verificar se, após a intervenção pedagógica em sala de aula, este jogo influencia na formação dos conceitos envolvidos nesse conteúdo e, se sim, de que forma. Uma segunda pesquisa, seria comparar entre o Tabuleiro de Xadrez e outros tipos de jogos para verificar quais conceitos matemáticos em relação aos números inteiros (positivos e negativos) podem ser construídos com o uso de jogos, tratar-se-ia de um estudo intervencionista. Outra

sugestão seria analisar a influência do jogo na formação de conceitos matemáticos do ponto de vista do aluno. Por fim, em relação à teoria do conhecimento, poder-se-ia efetuar uma investigação para ajudar a esclarecer quais as ligações existentes entre o modelo tradicional de ensino caçado no racionalismo e empirismo.

## **Fichamento da Tese**

- **Autor:** Marcos Antonio Santos de Jesus
- **Título do Trabalho:** As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa.
- **Orientador:** Profa. Dra. Lucila Diehl Tolaine Fini
- **Programa de Pós-Graduação:** UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação.
- **Ano da defesa:** 2005
- **Número de Páginas:** 224
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com 149 alunos de sexta série do Ensino Fundamental (7º ano), com idades entre 11 e 13 anos e de escolas públicas da cidade de Santos, Estado de São Paulo.
- **Metodologia:** Quantitativo explicativo correlacional e não experimental.
- **Referencial Teórico:** O trabalho apresentou elementos teóricos sobre a Psicologia, como ciência e a Psicologia Cognitiva, como área de desenvolvimento de pesquisas sobre os aspectos da cognição humana e também a Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1980).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados na pesquisa.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas na pesquisa.
- **Livros Didáticos:** Não contempladas na pesquisa.
- **Palavras-chave:** Desempenho. Atitudes. Aritmética. Psicologia da Educação. Aprendizagem Significativa.



## Resenha Crítica

A pesquisa de Jesus (2005) teve como objetivo analisar o desempenho em operações aritméticas e as atitudes em relação à Matemática do ponto de vista da aprendizagem significativa.

Como suporte teórico, valeu-se de elementos sobre a Psicologia como ciência e a Psicologia Cognitiva, como área de desenvolvimento de pesquisas sobre os aspectos da cognição humana e, como base principal, a Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1980).

Para nortear sua pesquisa, apresentou o problema: “Qual a relação entre atitude e desempenho em aritmética num processo de aprendizagem por recepção significativa”? Com base no problema proposto, o autor listou oito objetivos específicos. Verificar: a relação entre o desempenho em operações aritméticas com números naturais e atitudes em relação à Matemática; se existe diferença de pontuação na escala de atitudes, quando comparados os resultados das primeira e segunda fases de aplicação de instrumentos; a existência de diferença de desempenho em operações aritméticas com números naturais, quando comparados os resultados das primeira e segunda fases de aplicação de instrumentos; se existe a relação entre o desempenho em operações aritméticas com números inteiros e atitude em relação à Matemática. Na segunda fase de aplicação de instrumentos, se existe relação entre desempenho em operações aritméticas com números naturais e desempenho em operações aritméticas com números inteiros; na segunda fase de aplicação de instrumentos, se existe diferença de desempenho em operações aritméticas com números naturais em relação ao gênero dos sujeitos, nas primeira e segunda fases de aplicação de instrumentos; se existe diferença de pontuação na escala de atitude em relação ao gênero dos sujeitos, nas primeira e segunda fases de aplicação de instrumentos e se há diferença de desempenho em operações aritméticas com números inteiros em relação ao gênero dos sujeitos.

No estudo de Jesus (2005), não houve manipulação experimental nem tratamento diferenciado para grupos de sujeitos. O pesquisador propôs-se a analisar relações e diferenças de escores entre algumas variáveis e aceitou os sujeitos exatamente como estavam. Enfatizou que, segundo Kerlinger (1980)

tratava-se de um modelo quantitativo explicativo correlacional e não experimental, que se caracteriza por não ser possível manipular variáveis ou designar sujeitos, ou condições aleatoriamente.

Os sujeitos da pesquisa foram alunos da sexta série do Ensino Fundamental de escolas públicas de São Paulo. Estes se submeteram a duas fases de testes. Na primeira fase, os instrumentos utilizados foram uma escala de atitudes (questionário composto por 20 afirmações divididas em duas partes: os sentimentos negativos e positivos em relação à Matemática) e uma prova de Matemática para medir o desempenho em operações aritméticas. Na segunda, foram usados como instrumentos também uma escala de atitudes, duas provas de Matemática e um questionário para entrevista semiestruturada com professores.

A pesquisa apresentou os resultados: correlação entre desempenho em operações aritméticas com números naturais e atitudes em relação à Matemática, correlação entre o desempenho em operações aritméticas com números inteiros e atitudes em relação à Matemática, correlação altamente significativa entre o desempenho em operações aritméticas com números naturais e desempenho em operações aritméticas com números inteiros. Constatou-se também a não existência de diferença significativa de desempenho em operações aritméticas com números naturais e com números inteiros em relação ao gênero e verificou-se na primeira fase dos testes que havia diferença significativa de atitudes, quando comparados os gêneros.

Como sugestão para uma nova pesquisa, o autor formulou a questão: Os professores teriam formação suficiente para entender o desenvolvimento cognitivo dos alunos?

## **Fichamento da Tese**

- **Autor:** Esther Pacheco de Almeida Prado
- **Título do Trabalho:** Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática.
- **Orientador:** Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura

- **Programa de Pós-Graduação:** UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação.
- **Ano da Defesa:** 2008
- **Número de Páginas:** 155
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com 33 alunos licenciandos em Matemática, matriculados na disciplina Metodologia e Prática de Ensino em Matemática na Educação Básica, em uma Universidade pública do interior do Estado de São Paulo.
- **Metodologia:** Pesquisa qualitativa.
- **Referencial Teórico:** Olson (1997), para compreender a constituição do mundo do papel da Matemática escolar; Bohm e Peat (1989), para compreensão das infraestruturas tácitas do conhecimento e Lizcano (1993, 2006), para a compreensão dos imaginários dos números inteiros e as metáforas derivadas desses imaginários, que possibilitaram a compreensão do significado de negatividade que precede o significado do número negativo.
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Formação de Professores, Leitura e formação, Professores de Matemática, Educação Matemática, Números Inteiros – negatividade.

### **Resenha Crítica**

A pesquisa investigou como licenciandos em Matemática entendem textos impressos, de três categorias, para o ensino: textos de aprendizagem, aqueles utilizados, simultaneamente, na sala de aula por professor e alunos, como os livros didáticos e textos alternativos; os textos de apoio e aprofundamento (Glaeser (1985) e Ruiz (2005)) e de autores da História da Matemática (Boyer (1984) e outros) e textos oficiais de orientações curriculares e de formação para professores.

O problema de investigação constituiu-se na questão central “Quais as possíveis contribuições dos textos impressos na formação dos licenciandos em matemática, para as ideias iniciais do conceito números inteiros?” e de cinco subquestões: Como os licenciandos entendem as ideias iniciais do conceito de números inteiros? Como os licenciandos entendem as ideias iniciais do conceito de números inteiros ao pesquisarem um conjunto de textos que constituem o mundo do papel da Matemática escolar? Como os licenciandos entendem as ideias iniciais do conceito de números inteiros ao estudarem dois textos impressos de Matemática, para a sexta série? Como os licenciandos relacionam com suas futuras práticas de sala de aula as ideias iniciais do conceito números inteiros, a partir do estudo realizado na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática na Educação Básica? e Como a literatura discute as características dos textos impressos na abordagem das ideias iniciais do conceito?.

Como aporte teórico, valeu-se das ideias de Olson (1997), para compreender a constituição do mundo do papel da Matemática escolar, Bohm e Peat (1989), para compreensão das infraestruturas tácitas do conhecimento e Lizcano (1993, 2006), para a compreensão dos imaginários dos números inteiros e as metáforas derivadas desses imaginários, que possibilitaram a compreensão do significado de negatividade que precede o significado do número negativo.

A autora propôs aos alunos seis atividades para o desenvolvimento do conceito de números inteiros que procurou pelas manifestações dos licenciando sobre suas ideias iniciais desse conceito e como entendem as ideias dos autores dos textos indicados. Participaram das atividades 33 alunos, em grupos com cinco ou seis licenciandos. Como formas de registro foram empregados recursos escritos e em áudio.

A pesquisadora utilizou como registro escrito o diário de campo, e os licenciandos portfólios individuais, questões da classe e mapas do conceito de números inteiros (síntese das ideias discutidas nos grupos).

As atividades selecionadas para sua pesquisa tinham dois critérios: tratar diretamente do conceito de números inteiros e solicitar a elaboração da opinião dos licenciandos.

A Atividade 1 foi composta das partes A e B. Na parte A, solicitava-se que os licenciandos registrassem suas expectativas com a disciplina. A parte B, teve por objetivo entender as primeiras formas de expressões dos licenciandos sobre como iniciariam a primeira aula do conceito de números inteiros ao refletirem algumas questões propostas pela autora.

Com a Atividade 2, a autora propôs o contato com um texto impresso de apoio e aprofundamento que apontava as diferenças essenciais entre a Matemática e a Matemática escolar.

Na Atividade 3, a autora propôs uma pesquisa orientada pela questão: O que os autores entendem como ideias iniciais do conceito de números inteiros? em textos impressos. A atividade foi desenvolvida em forma de seminários.

Com a Atividade 4, solicitou aos licenciandos que elaborassem três questões que norteariam as futuras análises dos materiais didáticos e textos impressos.

Na Questão 5, sugeriu a vivência e análise orientada, por questões elaboradas anteriormente, de dois textos impressos de aprendizagem sobre o conceito de números inteiros para a Matemática escolar.

Com a Atividade 6, propôs a elaboração de uma análise comparando os dois textos de aprendizagem vivenciados na atividade anterior.

Após a análise das seis atividades, a autora salientou que o estudo de textos impressos (livro didático, paradidático, apostilas, textos diversos, projetos de formação de professores, documentos oficiais de orientação curricular e publicações diversas, como Cadernos do CAEM/IME/USP, entre outros) possibilitou aos licenciandos interagirem com diferentes autores e textos, e manifestarem entendimentos distintos de dois textos para o ensino, atribuindo a um dos textos, a perspectiva do uso em sala de aula e ao outro texto, a perspectiva de suas próprias aprendizagens. Salientou ainda a relevância das disciplinas de metodologia, prática de ensino e didática inserirem em suas atividades o estudo de textos impressos, para que os futuros professores possam buscar nos imaginários elementos que lhes possibilitem rever e ampliar suas ideias sobre conceitos da Matemática escolar.

## Fichamento da Dissertação – Mestrado Acadêmico

- **Autor:** João Carlos Passoni
- **Título do Trabalho:** (Pré-)Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos.
- **Orientador:** Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2002
- **Número de Páginas:** 227
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com 38 crianças de 9 anos de uma escola particular da cidade de São Paulo.
- **Metodologia:** Não especificada no trabalho.
- **Referencial Teórico:** Registros de Representações Semiótica de Raymond Duval (1995).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Utilizou um Kit que consistia em um pedaço de barbante, cinco fichas de uma cor, o mesmo número de fichas de outra cor (escolheram vermelhas e verdes), uma ficha branca e uma flecha feita de cartolina.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Não constam.

### Resenha crítica

O tema central do trabalho de Passoni (2002) foi o estudo da possibilidade e conveniência de ensinar estudantes de 9 anos a trabalhar com números inteiros, bem como introduzir noções de (Pré)Álgebra.

A questão que guiou sua pesquisa foi: “O “habitat natural” dos problemas aditivos não seria a confluência da compreensão da estrutura aditiva dos inteiros com manipulação (aditiva) algébrica elementar?”.

Como referencial teórico, usou a teoria dos Registros de Representações Semiótica de Raymond Duval (1995). Esta teoria esclarece que a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela Matemática e a solicitada em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas, em duas características. A primeira, refere-se à importância das representações semióticas e destaca duas razões fundamentais: o tratamento matemático, e o fato de que os objetos matemáticos não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos, já a segunda, refere-se ao registro de representação, que é um modo de designar os diferentes tipos de representação semiótica utilizados em Matemática. O autor da teoria enfatiza que a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de, pelo menos, dois registros de representação ao mesmo tempo ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.

O trabalho de Passoni consistiu na aplicação de uma sequência de atividades para alunos de terceira série do Ensino Fundamental. Foram aplicados dois instrumentos diagnósticos: o pré-teste e o pós-teste. Informou que, quando estruturou a sequência de atividades, extraiu um conjunto de questões que pretendia que os alunos fizessem a seu término (pós-teste). No entanto, resolveu aplicá-los, como um pré-teste, com pequenas alterações nos dados.

A sequência didática foi dividida em cinco partes (introdução aos números inteiros, introdução do oposto, introdução da adição de inteiros, introdução de equações e de alguns problemas aditivos e introdução da subtração) e foi constituída de 16 conjuntos de atividades.

Após analisar os protocolos dos alunos, Passoni concluiu que sua pesquisa apresentou resultados progressivos no desenvolvimento dos alunos. Ressaltou que fatores como o respeito ao ritmo individual de aprendizagem dos alunos e a forma estruturada da sequência das atividades, foram fatores para o sucesso.

Ao final de sua pesquisa, o autor listou alguns possíveis temas para as próximas pesquisas: Será esse o melhor momento para estudar esses números? Será que poderiam ser apresentados ainda mais cedo? Por exemplo, na primeira série? Ou talvez ainda na Educação Infantil? Quais seriam as vantagens e desvantagens desse procedimento? O que seria necessário, com o menor esforço

cognitivo possível, para que as passagens da linguagem natural para equações (ou descrições) resolvessem os problemas aditivos de outras categorias que fossem congruentes?

Consideramos a pesquisa de Passoni importante, visto que mostrou a possibilidade de se trabalhar um conteúdo matemático determinado para o sétimo ano do Ensino Fundamental com alunos de anos anteriores, obtendo resultados positivos. Estes nos levaram a inferir que existiu a assimilação desse conteúdo, visto que os alunos o usaram-no na resolução de novas atividades.

Entendemos que uma das características importantes da atividade Matemática é a diversidade dos registros de representação semiótica que ela mobiliza obrigatoriamente, porém essa diversidade raramente é levada em conta no ensino.

### **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Aguinaldo José Rama
- **Título do Trabalho:** Números Inteiros nos ensinos Fundamental e Médio
- **Orientador:** Profa. Dra. Sônia Pitta Coelho
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da defesa:** 2005
- **Número de Páginas:** 185
- **Sujeitos Pesquisados:** Não contemplados
- **Metodologia:** Não explícita no trabalho
- **Referencial Teórico:** Não explícito no trabalho
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** Análise de três coleções de livros didáticos para o Ensino Fundamental II e 11 coleções para o Ensino Médio.
- **Palavras-chave:** Números inteiros, divisibilidade, provas e conjecturas, situações-problema, ensino básico.



## Resenha crítica

O objetivo do trabalho de Rama (2005) foi investigar a abordagem conferida aos números inteiros nos Ensinos Fundamental e Médio, interessando-se, particularmente, pela forma como o conceito de divisibilidade é enfocado.

Visando a atender ao objetivo, o autor analisou o tratamento dado ao tema em livros didáticos referendados por guias oficiais, elaborados por iniciativa do MEC – Ministério da Educação e Cultura.

O trabalho não possui uma questão norteadora. O autor ressaltou que a investigação visa a contribuir com o projeto de pesquisa “Qual a álgebra a ser ensinada em cursos de formação de professores de Matemática?”, desenvolvido pelo Grupo G5: Educação Algébrica, do Programa de Estudo de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP.

Ressaltou ainda que seu maior objetivo foi compreender o papel específico do estudo dos inteiros na formação dos alunos nos ensinos Fundamental e Médio, por meio de uma análise desse conteúdo em alguns livros didáticos.

Sua pesquisa está dividida em seis capítulos. O primeiro intitulado, “Planos nacionais do livro didático” referiu-se à análise do Guia Nacional de Livros Didáticos de 5ª a 8ª séries: Matemática, editado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM: Matemática, nas versões de 2005. Neste capítulo, o autor fez uma breve descrição dos Guias, relatou algumas distinções entre os Ensinos Fundamental e Médio, descreveu os critérios específicos de Matemática e preliminares da análise.

No segundo capítulo, nomeado de “Critérios para escolha dos livros do Ensino Fundamental” o autor listou alguns critérios que julgou pertinente para a escolha das coleções, que foram: o uso frequente e adequado de situações-problema, inclusive para introduzir um assunto; o hábito de se trabalhar com demonstrações, respeitando os conhecimentos e experiências dos alunos e, portanto, sem o uso carregado de formalizações; boa articulação entre os campos da Matemática; boa articulação entre conteúdos novos e outros já abordados e retomadas de um mesmo assunto em momentos distintos.

O terceiro capítulo, foi destinado à análise de três coleções selecionadas. No quarto capítulo, o autor analisou de 11 coleções de livros didáticos do Ensino Médio. O quinto capítulo, foi destinado aos conjuntos numéricos no Ensino Médio. No último capítulo, o autor apresentou algumas sugestões para o trabalho com números inteiros no Ensino Médio.

Em sua pesquisa, deu maior atenção a dois aspectos: as estratégias adotadas para demonstrações referentes ao assunto e uso de situações-problema desafiadoras. Também considerou dois outros aspectos: articulações entre números inteiros e as demais áreas da Matemática, em particular, a álgebra e a geometria; articulações entre conteúdos novos e já conhecidos, e as consequentes retomadas de temas, nas quais se esperava que o suposto amadurecimento dos estudantes fosse considerado.

Com relação à análise das três coleções do Ensino Fundamental, o autor constatou que uma das coleções apresentou boas provas informais, adequadas para esse estágio de aprendizagem, usando métodos variados. Também explorou, de modo conveniente, o potencial de problemas envolvendo números inteiros. Já a segunda, coleção apresentou algumas demonstrações convincentes e outras inadequadas, e a terceira enunciou diversas propriedades sem preocupação com justificativas. Constatou ainda que nessas duas últimas coleções, poucos problemas exigiam maior sofisticação de raciocínio. Nas três coleções, o assunto era focado quase exclusivamente nas quintas e sextas séries, no âmbito dos números naturais, não sendo retomado no contexto dos inteiros, após a introdução dos negativos.

A segunda parte do trabalho foi dedicada ao Ensino Médio. O autor consultou as 11 coleções recomendadas pelo guia do Plano Nacional do Livro do Ensino Médio – PNLD e analisou a revisão dos inteiros feita no início dos primeiros livros das coleções. Constatou que, de modo geral, essa retomada é superficial e que o conceito de divisibilidade entre inteiros, incluindo os negativos, foi apreciado em escassos exercícios e que poucos problemas mais elaborados foram propostos.

Consideramos o trabalho de Rama (2005) relevante para o ensino e a aprendizagem de números inteiros, visto que os livros didáticos são os materiais mais usados pelos professores na elaboração dos planos de aula e das próprias aulas.

Por meio de sua pesquisa, podemos orientar professores na escolha deste material didático, inicialmente, tendendo para o conteúdo de números inteiros e estendendo-se para assuntos mais gerais. No momento da escolha do material, deveríamos considerar alguns critérios buscando um material que atendesse melhor à comunidade escolar e que não privasse o educando de alguns conhecimentos.

Acreditamos que, quando o ensino das operações com números inteiros é efetivo nos primeiros anos do Ensino Fundamental II, este conhecimento é utilizado em todo o Ensino Médio e, posteriormente, no Ensino Superior. Sendo assim, podemos dizer que existiu a aprendizagem, pois o educando é capaz de mobilizar esse conhecimento para resolver outra situação.

## **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Renata Viviane Raffa Rodrigues
- **Título do Trabalho:** A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito Números Inteiros.
- **Orientador:** Prof. Dr. Klaus Schlünzen Junior
- **Programa de Pós-Graduação:** UNESP – Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- **Ano da Defesa:** 2009
- **Número de Páginas:** 225
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com 29 alunos de uma sexta série (7º ano) do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Tempo Integral.
- **Metodologia:** Pesquisa Qualitativa

- **Referencial Teórico:** Teoria do conhecimento desenvolvida por Kopnim (1978); o princípio da “negação da negação” explorado por Caraça (1984); o processo histórico de criação conceitual, indicado por Lima (1998) e Lanner de Moura (2003), como fundamental para a aprendizagem em sala de aula e a perspectiva lógico-histórica, adotada por Sousa (2004) e Dias (2007).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Construção de um objeto de aprendizagem em ambiente computacional.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Objeto de Aprendizagem, Perspectiva Lógico-histórica, Números Inteiros, Aspectos Substanciais e Simbólicos.

### Resenha Crítica

A pesquisa de Rodrigues (2009) teve como objetivo geral construir um OA – Objeto de Aprendizagem, fundamentado na perspectiva lógico-histórica, de modo a analisar suas potencialidades quanto à formação do conceito números inteiros. Quatro objetivos específicos foram listados pela autora: 1º construir um objeto de aprendizagem que considere o lógico-histórico do conceito números inteiros a partir de seu próprio movimento de criação; 2º configurar em um AO – objeto de aprendizagem, os aspectos “substanciais” e “simbólicos” do conceito números inteiros, identificados no processo lógico-histórico das formas de negatividade chinesa e das práticas comerciais suscitadas pelo Renascimento na Europa; 3º tentar romper com as limitações da abordagem isolada dos aspectos simbólicos do conceito de números inteiros, através do uso da informática aplicada à complexidade e diversidade de situações relativas e 4º analisar o potencial pedagógico de cada situação-problema do AO, em termos da formação do conceito números inteiros no grupo de alunos de uma sexta série do Ensino Fundamental.

A questão de estudo que norteou a pesquisa foi: “Quais as possibilidades encontradas na construção de um objeto de aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica acerca da formação conceitual dos números inteiros?”.

Como aporte teórico, utilizou: a teoria do conhecimento desenvolvida por Kopnim (1978); o princípio da “negação da negação” explorado por Caraça (1984); o processo histórico de criação conceitual, indicado por Lima (1998) e Lanner de Moura (2003), como fundamental para a aprendizagem em sala de aula e a perspectiva lógico-histórica adotada por Sousa (2004) e Dias (2007).

A autora ressaltou que a perspectiva lógico-histórica não requer apenas buscar fatos na história tradicional da Matemática e transformá-los em situações de ensino e aprendizagem sobre um determinado conceito. Ela consiste em buscar as diversas formas de pensamento da humanidade ao construir o conceito estudado, distinguindo os tipos de racionalidade de cada civilização com base nas dificuldades, artifícios, perspectivas, metáforas, manipulação e compreensão do conceito em vista.

A fim de alcançar os objetivos listados a autora dividiu o estudo em duas etapas. A primeira de caráter bibliográfico/laboratorial, que se referiu ao desenvolvimento teórico-metodológico de um OA, intitulado “O Universo e seus Contrários” – ambiente computacional, envolvendo situações ligadas à história da Matemática, que abordou o “conceito Números Inteiros”, indicado para as sextas séries do Ensino Fundamental. Tal OA era composto de seis ambientes: Pólo Ártico, China-Dinastia Qin, China – Dinastia Han, Grécia (Atenas – Período Clássico), Itália (Florença – Renascença) e Laboratório Atomístico. A segunda etapa, referiu-se a prática pedagógica com o AO. Salientou que o caráter laboratorial da pesquisa deve-se ao apoio técnico-computacional dos membros da equipe de produção de objetos de aprendizagem do Núcleo de Educação Corporativa (NEC) da FCT/UNESP, integrantes da equipe multidisciplinar do programa “RIVE/Fábrica Virtual e Portal do Professor”. A segunda, referente à prática pedagógica como o OA, foi desenvolvida com alunos de uma sexta série (7º ano) do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de Tempo Integral que não tinham nenhum conhecimento de números inteiros.

No final da segunda fase, a autora pontuou que as principais contribuições das situações-problema, referindo-se à formação do conceito números inteiros, conferiu-se à fusão de dois fatores importantes: a consideração dos movimentos lógico-históricos do conceito e a exploração do potencial interativo da mídia.

Salientou que a associação desses fatores permitiu o estabelecimento de um diálogo entre o conjunto dos aspectos substanciais e simbólicos do conceito números inteiros, recuperados das práticas e abstrações matemáticas das diversas civilizações e em diferentes períodos históricos e os alunos.

Ressaltou ainda que o acúmulo das experiências proporcionadas pelo OA “O Universo e seus Contrários”, propiciou o rompimento com as concepções elementares dos alunos sobre o número.

Em seu trabalho, Rodrigues (2009) apontou como resultado a integração lógico-histórica e a tecnológica, verificou a possibilidade de expressar, problematizar e operacionalizar o conceito de números inteiros por diversas vertentes racionais e culturais. Ressaltou que o processo histórico e social das formas de negatividade chinesa e das práticas comerciais romperam com a abordagem isolada dos aspectos simbólicos extraídos diretamente de situações cotidianas com números inteiros. Salientou ainda que no contexto educacional, a prática pedagógica com o OA por uma sexta série do Ensino Fundamental, apontou a relevância de situações-problema que configuram um espaço de navegação, permitindo a interferência e a criatividade do utilizador nos critérios de resolução.

De acordo com a autora, os dilemas entre o conhecimento preexistente e a apropriação de um novo saber, propiciaram concluir que a problemática disposta de modo flexível e interativo viabilizou pensar e operar com os contrários qualitativa e quantitativamente, sem seu movimento de contradição, com as cores vermelha e preta ou sinais “+ e -”, como um estado provisório e conforme o princípio de equivalência. Salientou ainda, de modo geral, que as variedades de artifícios encontrados na perspectiva lógico-histórica resultaram na manipulação, experimentação, dedução, representação, comunicação e validação de juízos que circunscrevem o número inteiro.

Ao finalizar sua pesquisa a autora levantou duas questões para futuras pesquisas: Como seria trabalhar com estes professores, a partir da problematização que o OA propõe ao conceito números inteiros? e Quais seriam as possibilidades e implicações da prática pedagógica do professor com o OA em seu trabalho em sala de aula?.

Consideramos a pesquisa de Rodrigues (2009) relevante tanto aos professores como aos alunos. O trabalho possui uma invejável explanação do contexto histórico dos números inteiros que podem ser utilizados pelos professores na introdução desses conceitos. Verificamos que a mediação e as inferências do pesquisador foram fatores determinantes na apropriação e ampliação de novos conhecimentos.

## **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Maurício de Souza Machado
- **Título do Trabalho:** Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas “regras de sinais”.
- **Orientador:** Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2010
- **Número de Páginas:** 114
- **Sujeitos Pesquisados:** A pesquisa foi realizada com 30 alunos de uma classe de nono ano que participava do projeto de recuperação de ciclo II.
- **Metodologia:** Pesquisa Qualitativa
- **Referencial Teórico:** Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Guy Brousseau (1996).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Lápis e papel, calculadoras e o uso do *software* GeoGebra.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados
- **Palavras-chave:** Ensino de Matemática; Estratégias didáticas; regras de sinais; tecnologias de informação e comunicação.

## Resenha crítica

O trabalho de pesquisa de Machado (2010) teve como objetivo verificar em que medida uma estratégia pedagógica com o uso de tecnologias diversas, tanto as tradicionais como aquelas conhecidas como TICs (Tecnologias de Comunicação e Informação) poderiam fomentar a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas chamadas “regras de sinais”, quando utilizadas em conjunto com as operações aritméticas.

A questão de pesquisa que norteou seu trabalho foi enunciada da seguinte forma: “em que medida o desenvolvimento de uma estratégia pedagógica com o uso de TICs pode interferir na compreensão das chamadas “regras de sinais”, bem como auxiliar na superação das dificuldades de aprendizagem detectadas entre estudantes no Ensino Fundamental com extrema defasagem de conhecimentos?”.

Como referencial teórico, o autor valeu-se da Teoria das Situações Didáticas – (TSD) desenvolvida por Guy Brousseau, na França. Esta teoria tem como finalidade modelar o ensino e a aprendizagem de Matemática, possibilitando a interação entre o aluno e a Matemática (de forma simulada/disfarçada), diferentemente da forma em que o matemático apresenta. Sendo assim, está em jogo uma forma diferente de apresentar conteúdos matemáticos, contemplando o saber, que envolve professor e aluno. Esta teoria também associa o ensino e a aprendizagem com o *milieu* (o meio) no qual o aluno está inserido e apoia-se em três hipóteses: o aluno aprende adaptando-se a um *milieu*, ou seja, a aprendizagem decorre de processos de adaptação; o *milieu* que não possui intenções didáticas, não permite a aquisição do conhecimento matemático, fazendo com que o professor seja o responsável por organizar um *milieu* com situações suscetíveis que provoquem a aprendizagem e o *milieu* e a situação didática devem propiciar o conhecimento matemático.

Valeu-se dos pressupostos da Engenharia Didática, desenvolvida por Artigue, em 1998. Esta é uma das abordagens realizadas na Didática da Matemática que possui como principal característica organizar os procedimentos metodológicos de pesquisas desenvolvidas no contexto da sala de aula. A utilização da engenharia didática como abordagem metodológica no ensino da



Matemática passa por quatro fases: análises prévias, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação e análise *a posteriori* e validação.

Machado (2010) desenvolveu seu trabalho por meio da combinação de duas estratégias metodológicas, em função das características particulares dos sujeitos e da condição de extrema defasagem de conhecimentos matemáticos.

Iniciou sua pesquisa por meio de um instrumento (questões), em três etapas, que teve como principal objetivo verificar se os alunos dominavam os conceitos de oposto, inversos e as quatro operações básicas com números inteiros. Após analisar os protocolos, constatou que vários alunos não conseguiram realizar as atividades propostas, apresentando grande defasagem de compreensão no que se refere às operações aritméticas básicas.

Iniciou então a primeira fase de investigação que consistiu na aplicação de novos instrumentos (questões), porém seriam resolvidos com o uso da calculadora e sem a intervenção do professor. Em análise geral, o autor identificou que a introdução do artefato tecnológico sem a intervenção do professor mostrou resultados pouco consistentes. Em um segundo momento, foi aplicado um segundo instrumento com o uso da calculadora e com o auxílio do professor. A análise dos protocolos dos alunos mostrou aumento dos acertos do instrumento anterior. O autor atribuiu a melhoria do rendimento à estratégia pedagógica realizada, em torno da significação do conhecimento matemático em questão e do uso planejado da calculadora.

Ressaltou ainda que, apesar dos acertos terem aumentado, persistiam erros, sobretudo na operação de subtração, o que o conduziu a uma próxima etapa da pesquisa.

Na segunda fase, a finalidade da sequência foi implementar uma estratégia pedagógica com o uso de TICs, utilizando o *software* GeoGebra, de modo que os alunos compreendessem os conceitos de opostos e inversos.

Após as atividades desenvolvidas com o auxílio do *software*, o autor criou um novo instrumento que teve como finalidade verificar se os conhecimentos foram adquiridos. Tal instrumento foi composto de sete exercícios, sendo quatro sobre operações básicas e três sobre a pesquisa. Ao final das análises boa parte

dos estudantes tinha compreendido que as “regras de sinais” não eram imposições “esotéricas” em relação aos números.

Machado (2010) finalizou seu trabalho recomendando que outros pesquisadores tentem equacionar mais adequadamente os problemas evidenciados com operações específicas, como a subtração e a divisão e que o aprimoramento das estratégias envolvendo os *softwares* disponíveis também merece continuidade.

A nosso ver a pesquisa de Machado (2010) não trouxe somente contribuições para o ensino de números inteiros. A pesquisa também nos fez refletir a respeito dos aspectos que consideramos indispensáveis para um processo de ensino e aprendizagem de qualidade.

Geralmente presenciamos conversas informais em sala dos professores, reuniões pedagógicas, entre outros, afirmando que alunos que já reprovaram alguma série dificilmente conseguem aproveitar o tempo em sala de aula e aprender. Verificamos por meio do trabalho do autor que isto não procede. Provavelmente, as atividades proporcionadas para estes alunos não causem nenhum tipo de “desequilíbrio” que os leve a refletir sobre o assunto e os estimule a avançar em seus conhecimentos.

Outro fator que merece destaque é o papel do docente. O autor assumiu a postura de um professor comprometido com a aprendizagem, trabalhando com seus alunos atividades que permitiram agir, formular, validar suas conjecturas, abandonando a postura da transmissão de informações para uma atitude de orientação e favorecimento da autonomia dos aprendizes.

## **Fichamento da Dissertação – Mestrado Profissional**

- **Autor:** Alessandro Rosa Silva
- **Título do Trabalho:** O livro didático e o discurso do professor no ensino das operações com números inteiros para alunos do ensino de jovens e adultos. 2006
- **Orientador:** Prof<sup>a</sup>. Dra. Janete Bolite Frant

- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2006
- **Número de Páginas:** 131
- **Sujeitos Pesquisados:** Doze professores, dos quais sete trabalhavam somente no Ensino Estadual de São Paulo e cinco, no Ensino Municipal também de São Paulo, e dois, dentre estes cinco, trabalhavam tanto nos Ensinos Estadual e Municipal.
- **Metodologia:** Não foi explicitada.
- **Referencial Teórico:** Algumas ideias teóricas advindas da linguística, especificamente, a noção de Pragmática, em que o autor apoiou-se no Princípio da Cooperação de Grice (1975).
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** A pesquisa não foi totalmente voltada aos livros didáticos, porém em sua extensão encontramos a análise de cinco coleções e uma apostila que, posteriormente, foram utilizadas para confrontar o discurso dos professores. Logo, o autor teve a intenção de olhar o discurso oferecido pelo livro didático e o discurso do professor em sala de aula.
- **Palavras-chave:** Números Inteiros. Linguagem. Educação de Jovens e Adultos. Pragmática.

## Resenha Crítica

A pesquisa de Silva (2006) teve como objetivo discutir aspectos relativos à compreensão das operações de adição e multiplicação de números inteiros dentro da prática do professor de Educação de Jovens e Adultos – EJA. Especificamente, o aspecto da compreensão do diálogo instaurado com base no discurso do professor e no livro didático. A pesquisa recaiu em entender melhor como o professor, está entendendo esse livro didático, como ele está ouvindo e repassando esse discurso a seus alunos, e de que modo propõe as regras que estão nos livros a seus alunos. Para atender ao objetivo, o autor analisou,

conforme a perspectiva pragmática de Grice, o livro didático e a fala escrita do professor, coletada por meio de questionários.

As questões que nortearam sua pesquisa foram: Que ambiente o professor proporciona em sua aula? Tal ambiente valoriza o diálogo ou a comunicação clara dos conteúdos? Que materiais o professor escolhe e usa? Isto favorece a comunicação clara dos conteúdos a seus alunos?

Para responder a suas inquietações, Silva (2006) recorreu às ideias advindas da linguística, especificamente, a noção de Pragmática (ciência voltada ao uso da linguagem, ou seja, tem como cerne o processo de produção da linguagem e seus produtores), valendo-se do Princípio da Cooperação de Grice (1975). Ressaltou que Grice, um dos principais estudiosos da pragmática, defende a hipótese de que o princípio básico que rege a comunicação é a cooperação. Para ele, quando duas ou mais pessoas se propõem a interagir, elas irão cooperar para que a interlocução transcorra de modo adequado.

O autor explicou que, conforme Grice (1975), a pragmática repousa no entendimento, na compreensão dos sentidos expressos ou implicados, mas, fundamentalmente nas hipóteses. Isto se dá de tal forma que um dos principais esteios do pensamento pragmático é chamado de Princípio de Cooperação.

O pesquisador teve como hipótese que o diálogo claro desenvolvido em sala de aula entre professor e aluno pode contribuir para o entendimento das operações de adição e multiplicação e, tomando conhecimento das ideias de Grice (1975), acredita que este “diálogo claro”, só será estabelecido se ambos os interlocutores cooperarem. Salientou que, conforme Grice (1975), existe um conjunto de suposições ou uma espécie de princípio geral, que irá guiar a conduta dos falantes para um uso eficiente da linguagem com fins cooperativos. São as Máximas Conversacionais que especificam, como os participantes devem agir em uma conversa cooperativa. Salientou que o Princípio de Cooperação assume as máximas de Qualidade (Exemplo: Não diga o que você acredita ser falso), de Relevância (Exemplo: Seja relevante), de Modo (Exemplo: Seja claro, evite ambiguidade, obscuridade de expressão, seja breve e ordenado) e de Quantidade (Faça com que sua contribuição seja tão informativa quanto requerida para o

propósito corrente da conversação. Não faça sua contribuição mais informativa do que é requerido.).

Para sua pesquisa, elaborou dois questionários. O primeiro, enfocava o saber matemático, composto por seis questões dissertativas, interessado em saber: que tipo de material o professor utiliza para trabalhar com as operações adição e multiplicação de números inteiros, o modo como ele lida com seus alunos as regras de sinais ao trabalhar com tais operações, e além de saber qual seria sua perspectiva em estar utilizando a calculadora para se trabalhar com tais operações. Com o segundo, composto de seis questões, estava interessado em saber o perfil dos professores.

No trabalho de Silva (2006), também constou a análise de seis coleções de livros didáticos e uma apostila específica para a EJA. Os materiais foram selecionados, de acordo com as respostas dos professores no primeiro questionário. A análise teve a intenção de verificar e investigar a abordagem dada pelos autores na introdução das regras de sinais, na adição e na multiplicação no conjunto dos números inteiros, e para, então, compará-las.

O autor relatou que, na análise dos discursos, tanto dos professores como o presente nos livros didáticos ficou evidente a violação de pelo menos a máxima de modo (falta de clareza).

O material selecionado pelos professores contemplou em parte as questões que foram colocadas na introdução do trabalho, porém, em síntese, o autor ressaltou as dificuldades em manter um diálogo claro com seu leitor, visto que violam algumas, quando, não todas as máximas, que foram propostas por Grice.

Concluiu que tanto os livros como a apostila não contribuem, para que o docente crie em sala de aula um ambiente que estimule o diálogo.

Em suas considerações, apontou possíveis caminhos para o trabalho com números inteiros, sugerindo a leitura de alguns livros e artigos.

Sugeriu ainda, para futuras pesquisas, a investigação do diálogo em “sala de aula”, utilizando filmadora, para que pudesse captar não só a fala dos alunos,

mas também seus gestos e suas reações frente às operações de adição e multiplicação, bem como o desejo de olhar qual ou quais os “acordos” que são feitos entre professor e aluno ao estudar tais operações.

Em nosso entendimento, a pesquisa trouxe contribuições importantes para o ensino e a aprendizagem de números inteiros. Verificamos que os professores preparam suas aulas, tendo como base somente o livro didático e dependendo da escolha, este pode não ser cooperativo com seus leitores, dificultando ainda mais o entendimento de determinados conteúdos.

Outro fator relevante observado na pesquisa foi a formação dos professores. Muitos que lecionavam a disciplina, não eram formados em Matemática, possuíam formação em outras áreas (Ciências, Biologia, Química, entre outras). Se para os profissionais que estudam especificamente a Matemática surgem inúmeros obstáculos em determinados conteúdos, imaginamos as dificuldades enfrentadas por aqueles formados em outras áreas.

Entendemos que muito do que é executado em sala de aula é fruto de reprodução do livro didático ou, até mesmo, de ensinamentos de antigos professores. Para que este fato seja modificado, é necessário investir em formação continuada dos profissionais da educação.

## **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Humberto Todesco
- **Título do Trabalho:** Um Estudo com os Números Inteiros nas séries iniciais: Re-aplicação da Pesquisa de Passoni.
- **Orientador:** Profa. Dra. Sandra Maria Pinto Magina
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da defesa:** 2006
- **Número de Páginas:** 222
- **Sujeitos Pesquisados:** 35 alunos de duas classes de terceira série (4º ano), do Ensino Fundamental, com aproximadamente 9 anos de idade, de uma Escola Municipal da zona leste de São Paulo.

- **Metodologia:** Pesquisa de caráter intervencionista.
- **Referencial Teórico:** Valeu-se das ideias de Jean Piaget (1971, 1975, 1978, 1982, 1995) sobre representações, enfatizando que não há conhecimento sem representação e das ideias de Raymond Duval (1999, 2000), sobre registros de representações semiótica.
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Utilizou fichas vermelhas, verdes, barbante e uma flecha.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contempladas.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Intervenção de Ensino. Número Negativo. Ensino Fundamental. Formação de Conceito.

### Resenha Crítica

A pesquisa de Todesco (2006) teve como objetivo investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número inteiro negativo na terceira série do Ensino Fundamental de uma escola pública, reaplicando parte do estudo desenvolvido por Passoni (2002).

Visando a atender seu objetivo, o autor elaborou algumas questões orientadoras: Partindo de uma sequência elaborada que utilize um contexto familiar e significativo, qual a compreensão que as crianças de terceira série passam a ter sobre os números negativos? Até onde tal sequência pode ajudar na introdução deste conceito? E, por último, em que consiste o avanço?

Como aporte teórico valeu-se das ideias de Jean Piaget (1971, 1975, 1978, 1982, 1995) e de Raymond Duval (1999 e 2000) que discutem o papel da representação na formação (Piaget) e na aprendizagem de conceitos (Duval). Ambos discutem o papel da representação, porém sob pontos de vista diferentes. Piaget discute a representação na formação e enfatiza, que é a partir da representação que surge o conhecimento, ou seja, não há conhecimento sem representação. Duval discute a representação na aprendizagem de conceitos. Enfatiza que a noção de registro de representação semiótica traz como princípio a mobilização de vários registros, como um modo típico de se representar um

objeto matemático, fazendo distinção entre a Matemática e o funcionamento cognitivo dos sujeitos, que realizam essa atividade. Isto é, ao mostrar o mesmo objeto matemático em vários registros, este facilitará o entendimento.

Todesco (2006) valeu-se de uma pesquisa de caráter intervencionista, contemplando em sua metodologia, a aplicação de um pré-teste, de uma intervenção de ensino e um pós-teste. Trabalhou com alunos de duas classes de terceira série (4º ano) do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal de São Paulo. Uma das classes constituiu-se no grupo controle (GC) e a outra no grupo experimental (GE). Os alunos dos Grupos Controle e Experimental participaram da aplicação de dois instrumentos diagnósticos.

O primeiro, denominado Pré-teste, teve como objetivo diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os números inteiros e constituiu-se de nove questões dispostas em forma de um caderno e em cada folha desse caderno havia, no máximo, duas questões por página. O segundo, o pós-teste, era composto por dez questões que foram aplicadas para os mesmos alunos que responderam ao pré-teste.

Como intervenção, o autor utilizou uma sequência de ensino e material manipulativo. A sequência de ensino possuía 31 atividades que foram distribuídas e entregues aos alunos, de acordo com o planejamento de cada encontro. Como material manipulativo, o autor utilizou fichas vermelhas, verdes, barbante e uma flecha. Tal intervenção foi aplicada somente ao Grupo Experimental.

Com relação aos principais resultados apresentados em sua pesquisa, Todesco (2006) ressaltou que a análise dos desempenhos dos grupos nos dois instrumentos diagnósticos mostrou que, no pré-teste, o desempenho foi relativamente baixo. Mas, no pós-teste, observou um real crescimento, mostrando que o GE em relação ao GC teve um crescimento de 27% a mais de acerto. Observou que a evolução no desempenho dos grupos também pôde ser notada nas estratégias utilizadas para resolver as questões dos testes. No pré-teste, praticamente, não houve estratégia para a resolução das questões. Já no pós-teste, o autor evidenciou no GE os alunos utilizando barbantes, flechas e fichas (usadas na intervenção de ensino), para resolver questões do pós-teste. Verificou



ainda o bom desempenho em alguns itens específicos, tanto no GC como no GE, quando trabalhou com os números naturais.

Todesco (2006) notou ainda, que os dois grupos apresentaram uma evolução na comparação intragrupos, ou seja, tanto o GE como o GC cresceram em seus desempenhos. Mas, ao confrontar os percentuais de crescimento desses dois grupos, notou que o aumento no percentual de acerto do GE foi maior do que o do GC.

Após o término da intervenção de ensino, referindo-se ao GE, o autor ressaltou que os resultados foram positivos nas representações: de uma reta, de um prédio de apartamentos com andares para cima e para baixo do térreo, representação de direção e sentido de uma reta que pode ser horizontal, vertical, entre outras.

Com o uso do barbante e das fichas vermelhas e verdes para representar os números inteiros, foi possível verificar a conversão de registros de desigualdades, linguagem simbólica para a natural e vice-versa.

Salientou ainda que os resultados apresentados no pré-teste mostraram que precisamos buscar a coerência entre o estudo desses números na escola e sua aplicação na vida diária.

Dois questionamentos foram deixados pelo autor: “Seria possível introduzir os números negativos na primeira série do Ensino Fundamental”? e a reflexão “Investigar a evolução da aplicação de números inteiros na segunda série e quarta série do Ensino Fundamental simultaneamente para correlacionar os possíveis obstáculos da idade e do convívio social.

Em nosso entendimento a pesquisa de Todesco foi relevante, pois sugeriu a utilização de materiais manipulativos no ensino da Matemática. Consideramos, no entanto, que os avanços apresentados pelo GE eram esperados, visto que, em nosso entender, somente o fato de proporcionarem aos alunos novas estratégias em sala de aula, já ampliam a visão do assunto abordado e podem encaminhar a resultados diferentes. Não significa que todos apresentariam um crescimento, porém, somente a diferenciação da aula pode torna o ambiente mais favorável à aprendizagem.

Em seu trabalho, o autor conseguiu concluir que a associação da intervenção de ensino com o material manipulativo possibilitou o desenvolvimento de estratégias na resolução das atividades, tornando, assim, os resultados satisfatórios. Entendemos que, após a intervenção de ensino, os alunos conseguiram mobilizar os conhecimentos adquiridos na resolução de novos problemas, logo, existiu a aprendizagem.

Percebemos que situações, como a apresentada pelo autor, causam nos alunos uma sensação de descoberta, pois exigem novas ações, hipóteses e conjecturas a respeito do problema a ser resolvido. Tais situações foram pertinentes à faixa etária e, provavelmente, poderão desencadear uma melhor base para os anos seguintes.

### **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Renata Siano Gonçalves
- **Título do Trabalho:** Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental.
- **Orientador:** Profª. Dra. Barbara Lutaif Bianchini
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2007
- **Número de Páginas:** 90
- **Sujeitos Pesquisados:** Oito alunos da sexta série (7º ano) do Ensino Fundamental, idade média aproximada de 12 anos, de uma escola da Rede Estadual.
- **Metodologia:** Não explicitada.
- **Referencial Teórico:** A teoria dos Registros de Representações Semiótica de Raymond Duval.
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Não contemplados.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Programa Educativo de Álgebra Aplusix. Este programa apresenta diferentes funções no processo de ensino e aprendizagem, disponibilizando opções para resolver exercícios

formais, problemas de modelagem, testes ou situações-problema. O programa permite que o professor crie arquivos de exercícios, bem como gerencie as classes por meio de um servidor, podendo assim verificar o processo percorrido pelo aluno no desenvolvimento de cada exercício ou problema.

- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Números Inteiros. Problemas Aditivos. Ensino Fundamental. Programa Aplusix.

### Resenha Crítica

A pesquisa de Gonçalves (2007) foi centrada no estudo das resoluções de problemas, envolvendo Números Inteiros, por meio da ferramenta computacional o programa Aplusix, norteadas pela teoria dos registros de representações semiótica de Raymond Duval.

A questão “Como alunos de 6ª série resolvem problemas de adição e subtração envolvendo Números Inteiros na língua natural por meio de uma ferramenta computacional?” norteou seu trabalho.

Como aporte teórico, o autor citado utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003) e ressaltou, conforme Almouloud (2003), que falar de registro de representação semiótica, da conversão e da coordenação de registros significa colocar em jogo o problema da aprendizagem e disponibilizar ao professor instrumentos que deverão ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da Matemática.

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola estadual de ensino, localizada na periferia da zona oeste de São Paulo, que dispunha de um laboratório de informática equipado, com número suficiente de computadores. Para sua realização, autora contou com a participação de oito alunos, que se dispuseram a ficar na escola, após o horário das aulas. Vale ressaltar que estes alunos já haviam tido o conteúdo números inteiros, porém não apresentavam aproveitamento satisfatório (relatado pela professora da classe).

Na primeira etapa do trabalho, a autora apresentou as principais ferramentas do *Aplusix* a todos os alunos da classe. Nesta etapa, proporcionou aos alunos vários exercícios do próprio *Aplusix* com a intenção de familiarizá-los com as principais ferramentas do programa e verificar como resolvem operações envolvendo Números Inteiros. Em um segundo momento, propôs-se a analisar, como esses alunos resolvem situações-problema representadas na língua natural, envolvendo números inteiros. Para isso, preparou dois problemas, envolvendo operações de adição e subtração com números inteiros e editou no programa *Aplusix*. Com estes, teve a intenção de verificar as conversões (transformações de representações que consistem em mudar de registro, conservando os mesmos objetos denotados) e os tratamentos (transformações de representações dentro de um mesmo registro) embasados na teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval.

Observando e analisando os protocolos do primeiro problema, Gonçalves (2007) ressaltou que mesmo a professora da classe não tendo abordado o assunto envolvendo situações-problema, mais de 50 % dos alunos fizeram a conversão do enunciado do problema do registro de representação na língua natural para o registro simbólico numérico. Com relação ao tratamento realizado no registro simbólico numérico, os resultados não foram os mesmos (menos de 50% acertaram).

Com os resultados dos protocolos do segundo problema, a autora salientou que os alunos apresentaram dificuldades em relacionar os andares do prédio com os números inteiros. Ressaltou ainda que a maior parte dos alunos respondeu ao problema por meio do registro de representação na língua natural. Sendo assim, não foi possível fazer uma análise como a do primeiro problema.

Em sua pesquisa, a autora percebeu a motivação e o interesse dos alunos em realizarem as atividades em um ambiente computacional, não apresentando dificuldades no manuseio das ferramentas apresentadas pelo programa. Mas, após a análise dos protocolos dos alunos, foi possível detectar que a maior parte não sabia operar com números inteiros.

Na pesquisa, foi considerado como ponto positivo, o trabalho coletivo entre a professora e a pesquisadora que indiretamente permitiu que a professora da turma percebesse as dificuldades que seus alunos apresentavam e possibilitou que ela mudasse sua estratégia de ensino viabilizando uma aprendizagem mais significativa, favorecendo um avanço na aprendizagem dos alunos.

Ao final de seu trabalho, Gonçalves (2007) listou uma sugestão de pesquisa: Se os Números Inteiros estão tão presentes na vida dos alunos, então por que muitos alunos têm dificuldades em trabalhar com esses números?

A nosso ver, a pesquisa de Gonçalves (2007) remeteu-nos a uma reflexão sobre os trabalhos, utilizando as tecnologias. Embora os alunos tenham mostrado-se interessados e motivados em realizar atividades em um ambiente computacional e não tendo dificuldades no manuseio, a análise dos protocolos mostrou a não evolução no que se refere ao conteúdo matemático.

Assim, verificamos que as tecnologias podem auxiliar na aquisição de novos conhecimentos, visto que o aspecto experimental da Matemática desenvolve a capacidade investigativa do aluno, possibilita a interação, a aprendizagem coletiva e a ampliação de conhecimentos, mesmo listando tantos benefícios não substitui o papel do professor e também não garante “sozinho” a aprendizagem.

## **Fichamento da Dissertação**

- **Autor:** Pércio José Soares
- **Título do Trabalho:** O Jogo como recurso didático na apropriação dos Números Inteiros: uma experiência de sucesso
- **Orientador:** Prof<sup>a</sup>. Dra. Sandra Maria Pinto Magina
- **Programa de Pós-Graduação:** PUC-SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- **Ano da Defesa:** 2008
- **Número de Páginas:** 157
- **Sujeitos Pesquisados:** Alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, idade aproximada de 12 anos e de escola particular. O autor trabalhou com 84

alunos distribuídos em dois grupos: GC – Grupo Controle – 56 alunos e GE – Grupo Experimental – 28 alunos.

- **Metodologia:** Estudo quase-experimental, intervencionista. Quase-experimental significa, conforme o autor, explorar situações sociais na qual o pesquisador pode introduzir algo similar à pesquisa experimental em seus procedimentos para a coleta de dados, ainda que careça do controle total sobre a programação de estímulos experimentais, que permitam realizar um autêntico experimento intervencionista.
- **Referencial Teórico:** Essencialmente as ideias de Jean Piaget (1975, 1978, 1979, 1987, 1988) sobre jogos e aquisição do conhecimento, o estudo de Kimura (2005) com suas contribuições a respeito do jogo como ferramenta no trabalho com números negativos sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget, as contribuições de Borin (1995), Lara (2003), Lino de Macedo (2005), Murcia (2005) e Silva Júnior e Acioly-Regnier (2008) sobre jogos.
- **Jogos ou Materiais Manipulativos:** Jogos Perdas e Ganhos e Jogo das Argolas Surpresa.
- **Tecnologias de Informação e Comunicação:** Não contemplados.
- **Livros Didáticos:** Não contemplados.
- **Palavras-chave:** Números Inteiros. Formação de conceitos. Jogos no ensino de Matemática. Intervenção de Ensino. Ensino Fundamental.

### Resenha Crítica

A pesquisa de Soares (2008) teve como objetivo investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, baseados em uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e também verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair), com números inteiros positivos e negativos, pautada no trabalho realizado com o livro didático adotado na escola onde a pesquisa foi realizada.

A questão de pesquisa que norteou o trabalho foi: “Qual a contribuição do jogo para uma aprendizagem significativa da adição e subtração dos números inteiros positivos e negativos, na perspectiva de resolução de problemas?”.

Ao buscar responder à questão, o autor iniciou seu trabalho com o estudo dos números inteiros sob três pontos de vista: da Matemática (surgimento e o desenvolvimento desse conjunto numérico e sua definição matemática atual), da escola (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e Livros Didáticos) e da pesquisa, apoiando-se em estudos já realizados sobre a temática que envolveram alguns pesquisadores, como: Ana Paula Jahn (1994), João Carlos Passoni (2002), Cecília Fukiko Kamei Kimura(2005) e Humberto Todesco (2006).

Como suporte teórico, Soares (2008) valeu-se das ideias de Jean Piaget (1975, 1978, 1979, 1987, 1988) sobre jogos e aquisição de conhecimento, o estudo de Kimura (2005) com suas contribuições a respeito do jogo, como ferramenta no trabalho com números negativos sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget e contribuições sobre jogos dos autores Borin (1995), Lara (2003), Lino de Macedo (2005), Murcia (2005) e Silva Júnior e Acioly-Regnier (2008).

Em seguida, o autor citado expôs a metodologia utilizada que se tratou de um estudo quase-experimental, intervencionista, que contou com alunos de três classes de sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular de São Paulo: duas turmas constituíram o grupo experimental (GE) e uma o grupo controle (GC). A metodologia utilizada contemplou a aplicação de um pré-teste, de uma intervenção de ensino e um pós-teste. A pesquisa de campo foi dividida em duas etapas: aplicação dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes), tanto no GE como no GC e a aplicação da intervenção de ensino, utilizando o Jogo *Perdas e Ganhos* e o das *Argolas Surpresas*, apenas no GE.

Após a aplicação dos instrumentos diagnósticos e da intervenção de ensino, Soares (2008) analisou os resultados, dividindo o capítulo em dois blocos: quantitativo (analisou os dados obtidos com base na aplicação dos dois instrumentos diagnósticos – pré e pós-testes, dos grupos GE e GC –, comparou os acertos dos grupos no pré-teste e depois no pós-teste e também fez uma análise da evolução, ou não, dos resultados do pré-teste para o pós-teste) e

qualitativo (discutiu cada um dos encontros realizados com os alunos do GE, o grupo no qual aplicou a intervenção de ensino por meio dos jogos).

Diante dos resultados, o autor verificou que no pré-teste os alunos realmente possuíam algum conhecimento sobre os números inteiros negativos e que o desempenho em relação aos pré e pós-testes mostrou uma diferença nos resultados. Estes indicaram avanços e evolução no GE e GC em relação ao pré-teste. O autor complementou que, embora a diferença tenha sido pequena, existiu uma evolução das operações com números inteiros e que a interação entre alunos, professor e Matemática foi melhorada.

Por meio dos resultados, Soares (2008) conseguiu responder à sua questão de pesquisa e salientou que o jogo pode, sim, contribuir, para que os alunos aprendam operar com números inteiros de uma forma significativa. Ressaltou, ainda, que os jogos possibilitam a compreensão das ideias das operações de forma concreta, por meio de inúmeras relações que se estabelecem entre o aluno e o jogo, entre o aluno e seus colegas e entre o aluno e o pesquisador.

Ao finalizar seu trabalho, o autor destacou a necessidade de se continuar a realizar estudos com jogos, como um recurso para o ensino da Matemática, ampliando esta pesquisa não só às outras operações com números inteiros como também a outros conceitos. Ainda deixou algumas sugestões para novas investigações: a realização de um número maior de jogos que favoreça o processo de ensino e aprendizagem em Matemática; a realização de um estudo específico que verifique a possibilidade de iniciar o estudo dos números inteiros negativos, por meio de jogos, objetivando a construção mais significativa de tal conceito; investigar a aprendizagem dos alunos por meio de uma intervenção de ensino que iniciasse o trabalho com os inteiros negativos no sétimo ano apenas por meio de jogos e, só depois das diversas explorações e registros sobre estes jogos, abordar a sistematização desse conceito, usando o livro didático; a necessidade efetiva de implementar novas pesquisas que utilizem diferentes tipos de registros (oralidade, escrita e pictórica) nas aulas de Matemática, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem, inclusive, contribuindo para desmistificar a ideia de que para aprender Matemática precisamos apenas de sua linguagem



simbólica e pensar em replicar o presente estudo em outro contexto, por exemplo, em uma escola pública.

Com relação à pesquisa de Soares (2008), também acreditamos que o trabalho com jogos promove uma melhor interação entre os alunos/professores, propõe dinamismo as aulas e também contribui no processo de ensino e aprendizagem. No entanto, entendemos que somente a aplicação de um jogo não é suficiente para inferirmos se os alunos compreenderam determinado conteúdo matemático.

Fator que nos chamou a atenção na pesquisa, referiu-se aos jogos possibilitarem a compreensão das ideias das operações de forma concreta. Entendemos que, para a adição de números inteiros, os jogos contribuem para a aquisição desse conhecimento, porém, quando passamos para a estrutura multiplicativa o mesmo não ocorre. O que pode acontecer, posteriormente, é a extensão das regras aditivas para as multiplicativas e vice-versa.

Na pesquisa de Soares (2008), verificamos que o grupo participante da intervenção de ensino (GE) apresentou um crescimento de 21,3%, e o grupo que não participou (GC) obteve uma evolução de 20,3 % em relação ao pré-teste. Constatamos, assim, uma diferença mínima entre os grupos o que nos levou a refletir se a intervenção de ensino foi realmente o motivo dos acertos das questões ou se estas foram decorrentes de ensinamentos anteriores.

Após resenharmos e ficharmos todos os trabalhos listados em nossa pesquisa, faremos no próximo item uma análise geral dos dados coletados.

## **2.3 Análise Geral dos Dados**

Ao buscar responder nossa questão inicial, *“Quais são as perspectivas e enfoques sobre o ensino e a aprendizagem dos números inteiros?”* e as questões estruturantes deste trabalho, *“Quais são os objetivos visados? Há alguma convergência entre esses objetivos? Quais são os referenciais teóricos utilizados nas pesquisas? Quais são as metodologias e procedimentos usados nas pesquisas? Há alguma convergência entre esses referenciais teóricos e as*

*metodologias de pesquisa? Quais são os recursos empregados para a aprendizagem de números inteiros?*” elaboramos quadros com a intenção de organizar os dados coletados, visando a um panorama geral dos trabalhos.

Com o objetivo de organizar informações relativas aos objetivos visados de cada pesquisa e também verificar se estes foram ou não atingidos, elaboramos o Quadro 5.

**Quadro 5:** Objetivos Visados – Atingidos ou Não

<b>Autor</b>	<b>Objetivos visados</b>	<b>Recortes dos textos que mostram se os objetivos foram ou não atingidos</b>
<b>COSTA</b>	“verificar a eficiência do jogo, denominado “Maluco por Inteiro”, para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros.”	<p><i>“Em relação à aprendizagem de Números Inteiros, pode-se afirmar que o jogo foi um grande encadeador de ideias.” e “Muitas das falhas de aprendizagem verificadas no desenrolar do Jogo puderam ser prontamente sanadas.” (p. 147)</i></p> <p><i>“Foram inúmeros os benefícios verificados no processo educativo com a introdução do jogo em grupos co-operativos, porém um dos maiores foi, sem dúvida, a mudança do conceito de avaliação do professor de Matemática.” (p. 148)</i></p>
<b>KIMURA</b>	“desenvolver um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias, para auxiliar a orientação do aprendizado de números negativos.”	<i>“Constatamos que para desenvolver as estruturas dos números inteiros, uma boa alternativa é utilizar uma atividade estruturada e simbólica como o jogo, porque este apresenta uma estrutura com atividades que não são estáticas.” (p. 246)</i>
<b>JESUS</b>	“analisar o desempenho em operações aritméticas e as atitudes em relação à matemática do ponto de vista da aprendizagem significativa.”	<i>“Os resultados mostraram que existe uma forte relação entre o desempenho nas operações com números naturais e o desempenho nas operações com números inteiros. Esse resultado indicou que o processo de ancoragem de um novo conceito dependente de um conceito anterior já estabelecido na estrutura cognitiva foi influenciado pelo que os sujeitos já tinham retido. Assim, os professores devem estar atentos à sequência lógica de conteúdos de uma disciplina escolar que pode favorecer o processo de aprendizagem significativa.” (p. 149-150)</i>

SILVA	<p>“discutir aspectos relativos à compreensão das operações de adição e multiplicação de números inteiros dentro da prática do professor de Educação de Jovens e Adultos – EJA”</p>	<p><i>“Como vimos nas análises dos discursos, ficou evidente a violação de pelo menos a máxima modo, pois encontramos falta de clareza tanto na fala do professor quanto no discurso do livro didático. O olhar que direcionamos aos materiais (livros didáticos e a apostila da EJA), selecionados pelos professores, contemplou em parte as questões que colocamos na introdução deste trabalho, buscamos olhar o discurso contido nestes materiais sobre a introdução do novo conjunto numérico, bem como sobre as operações de adição e multiplicação. Em síntese, podemos colocar que nestes materiais pudemos destacar as dificuldades em manter um diálogo claro com o seu leitor, já que violaram algumas, quando não todas máximas propostas por Grice (1975).” (p. 115)</i></p>
TODESCO	<p>“investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número inteiro negativo na 3ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública, reaplicando parte do estudo desenvolvido por Passoni (2002).”</p>	<p><i>“Olhando os resultados da intervenção de ensino e do pós-teste, acreditamos que as crianças obtiveram uma significativa compreensão dos números inteiros negativos.” (p. 180)</i></p>
GONÇALVES	<p>“estudar resoluções de problemas, envolvendo Números Inteiros, por meio da ferramenta computacional, o programa Aplusix, norteada pela teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.”</p>	<p><i>“Diante dos resultados gerais dos protocolos das resoluções dos problemas podemos dizer que mesmo o índice de acertos do problema do “prédio” ser maior que o índice de acertos do problema do “jogo das cartas” podemos ressaltar que 56,5% dos alunos souberam fazer a conversão corretamente, relacionando os pontos perdidos pelo sinal (-) e pontos ganhos pelo sinal (+). O que não ocorreu com o problema do prédio, em que nenhum aluno relacionou os andares do prédio com os Números Inteiros.”(p. 83)</i></p>
SOARES	<p>“investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático adotado na escola.”</p>	<p><i>“O desempenho dos grupos em relação aos pré-testes mostrou que houve uma diferença nos resultados e esta diferença indicou avanços com uma evolução de 13,9 pontos percentuais no GE, representando um crescimento de 21,3% em relação ao pré-teste. OGC mostrou uma evolução de 13,7 pontos percentuais, o que representa um crescimento de 20,3% em relação ao pré-teste. Assim, verificamos que, embora pequeno, o crescimento do GE foi maior que o do GC.” (p. 137)</i></p>

PASSONI	“estudar a possibilidade e conveniência de ensinar estudantes de nove anos a trabalhar com números inteiros, bem como introduzir noções de (pré)Álgebra.”	“Pelos resultados progressivos, no desenvolvimento da sequência, e pelos resultados do pós-teste, acreditamos ter mostrado, efetivamente, como essa possibilidade pode ser realizada.” (p. 203)
RAMA	“investigar a abordagem conferida aos números inteiros nos ensinos Fundamental e Médio, interessando-se, particularmente, pela a forma como é focado o conceito de divisibilidade.”	Constatou que das três coleções do Ensino Fundamental, uma apresentou boas provas informais, usando métodos variados, outra apresentou demonstrações convincentes, e outras inadequadas e a terceira coleção enunciou diversas propriedades sem preocupação com justificativas. Constatou ainda que nessas duas últimas coleções, poucos problemas exigiam maior sofisticação de raciocínio. Nas três coleções o assunto era focado quase exclusivamente na 5ª e na 6ª série, no âmbito dos números naturais, não sendo retomado no contexto dos inteiros, após a introdução dos negativos. Com relação ao Ensino Médio o autor consultou as onze coleções recomendadas pelo PNLD e analisou a revisão dos inteiros feita no início dos primeiros livros dessas coleções, constatando que de modo geral, essa retomada é superficial e que o conceito de divisibilidade entre inteiros, incluindo os negativos, foi apreciado em escassos exercícios. (p. 142)
RODRIGUES	“construir um OA - Objeto de Aprendizagem fundamentado na perspectiva lógico-histórica, de modo a analisar as suas potencialidades quanto à formação do conceito números inteiros.”	<p>“deve insistir-se que o caráter subjetivo dos dados construídos a partir da dinâmica de uso do OA, junto à abrangência do conceito abordado, não permitem, como um ato de inferência lógica, concluir quanto à efetiva formação do conceito números inteiros, tampouco que todos os alunos da 6ªY chegaram ao mesmo nível de abstração frente ao novo referencial de número. Mas pode-se verificar como algumas situações-problema do OA tornaram-se um espaço de ação que gerou um processo de dilemas externos e internos, individual e em grupo, entre os aspectos substanciais e simbólicos do conceito números inteiros.” (p. 215)</p> <p>“O caráter específico deste estudo de caso, cujos conceitos abordados referem-se, em particular, aos números inteiros, não permite responder quanto às possibilidades encontradas na perspectiva lógico-histórica na construção de objetos de aprendizagem focados em outros conceitos matemáticos.” (p. 217)</p>

MACHADO	<p>“verificar em que medida uma estratégia pedagógica com o uso de tecnologias diversas, tanto as tradicionais como aquelas conhecidas como TICs (Tecnologias de Comunicação e Informação), poderia fomentar a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas chamadas “regras de sinais” quando utilizadas em conjunto com as operações aritméticas.”</p>	<p><i>“Não se trata de uma receita, mas sim de motivação para que professores de Matemática possam desenvolver atividades em suas aulas utilizando uma proposta de ensino e aprendizagem fundamentada na Teoria das Situações Didáticas e escorada em estratégias pedagógicas que deveriam criar para desenvolver os conceitos em sala de aula. Não é possível prevêê-las aqui, pois o professor precisará levar em conta uma série de elementos: as condições de seus alunos, o ambiente, a infraestrutura tecnológica, o conteúdo matemático a ser trabalhado, entre outros intenc. O uso de tecnologias envolve, assim, aquelas que sejam adequadas ao processo.” (p. 107)</i></p>
PRADO	<p>“investigar como licenciandos em matemática entendem textos impressos, de três categorias, para o ensino: textos de aprendizagem, textos alternativos e os textos oficiais de orientações curriculares e de formação para professores.”</p>	<p><i>“ao tentarmos “perceber “aquilo que eles experimentam, o modo como interpretam as suas experiências” e como essa sua experiência com os textos impressos contribuiu para a formação desses licenciandos, pudemos considerar que as experiências desse grupo de licenciandos, com os textos impressos da Matemática escolar, possibilitaram refletir a sua formação geral e específica do conceito números inteiros e também sobre como aprender a ensinar esse conceito.” (p. 144)</i></p>

Diante dos dados, verificamos que todos os pesquisadores conseguiram alcançar os objetivos propostos nos estudos.

Com relação aos objetivos visados, elaboramos o Quadro 6.

**Quadro 6:** Síntese dos objetivos

<b>Autor</b>	<b>Eficiência de um jogo ou material manipulativo no ensino e na aprendizagem</b>	<b>Eficiência da utilização de TICs no ensino e na aprendizagem</b>	<b>Analisar livros didáticos e textos de orientação</b>	<b>Analisar o desempenho em provas</b>
COSTA	X			
KIMURA	X			
JESUS				X
SILVA			X	
TODESCO	X			
GONÇALVES		X		
SOARES	X			
PASSONI	X			
RAMA			X	
RODRIGUES		X		
MACHADO		X		
PRADO			X	

No que se refere aos objetivos visados, constatamos que cinco trabalhos tiveram como objetivo principal evidenciar a eficiência de jogos ou materiais manipulativos no processo de ensino e aprendizagem, três verificaram a eficácia do trabalho com tecnologias de informação e comunicação, três analisaram livros didáticos, textos orientadores (PCN, História da Matemática, entre outros) e confrontaram diferentes discursos (livro didático x professor, aluno x textos orientadores) e um analisou o desempenho de alunos em provas de matemática correlacionando com uma lista de atitudes (questões voltadas para o gosto sobre a Matemática).

Com relação à existência ou não de convergências entre os objetivos, verificamos que oito trabalhos mostraram convergências entre objetivos quando nos referimos a evidenciar a eficiência de diferentes estratégias no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo Números Inteiros.

Entendemos, assim, que existe uma grande preocupação por parte dos pesquisadores em contribuir para um processo de ensino e aprendizagem de qualidade. Pelo fato da Matemática ser considerada uma disciplina de difícil compreensão, talvez tais estratégias possam contribuir para uma melhor aquisição ou ampliação de novos conhecimentos.

Nos dados do Quadro 7, alocamos informações relacionadas aos sujeitos das pesquisas, à metodologia (tipos de pesquisas e procedimentos metodológicos) empregada e ao aporte teórico.

**Quadro 7:** Sujeitos, Metodologia e Referencial Teórico

Autor	Sujeito	Metodologia		Referencial Teórico
		Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos/ Instrumentos	
COSTA	Aluno	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção (jogo), Pós-teste	Jean Piaget
KIMURA	Professor	Qualitativa	Questionário e Questionário (com jogo),	Jean Piaget
JESUS	Aluno	Quantitativo	Questionário, Prova de Matemática, Questionário, Duas provas de Matemática, Entrevista semiestruturada (professor)	Ausubel
SILVA	Professor	Não especificada	Dois questionários e análise de coleções de livros didáticos	Grice
TODESCO	Aluno	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção (sequência de ensino e material manipulativo), Pós-teste	Jean Piaget e Raymond Duval
GONÇALVES	Aluno	Não especificada	Programa Aplusix, Resoluções de duas situações-problema	Raymond Duval
SOARES	Aluno	Quase - experimental	Pré-teste, Intervenção (Jogos e sequência de ensino), Pós-teste	Jean Piaget
PASSONI	Aluno	Não especificada	Pré-teste, Intervenção (Material Manipulativo e sequência de atividades), Pós-teste	Raymond Duval
RAMA		Bibliográfica	Análise de: Guia Nacional do Livro Didático, Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio e Livros Didáticos.	Não possui
RODRIGUES	Aluno	Qualitativa	Elaboração e aplicação do Objeto de Aprendizagem	Kopnim , Caraça, outros
MACHADO	Aluno	Qualitativa	Análises prévias, concepção e análise <i>a priori</i> das situações didáticas, experimentação e análise <i>a posteriori</i> e validação.	Guy Brousseau
PRADO	Aluno	Qualitativa	Análise de respostas dos alunos/ textos impressos/ relação entre os textos e as respostas dos alunos.	Olson, Bohm e Peat e Lizcano

Com relação aos sujeitos, verificamos que dos trabalhos analisados dois eram voltados a alunos do Ensino Fundamental I, seis a alunos do Ensino Fundamental II, um a alunos de um curso de Licenciatura em Matemática e dois a professores. Salientamos que um trabalho não possuía sujeitos, visto se tratar de uma pesquisa de análise de documentos oficiais e livros didáticos. Por meio desses dados, foi possível inferir que, entre 2001 e 2010, aproximadamente, 82% dos trabalhos produzidos pelas quatro universidades pesquisadas destinavam-se a alunos.

Verificamos que, dos trabalhos inventariados, seis utilizaram como metodologia a pesquisa qualitativa, um a quantitativa, três não explicitaram o tipo de metodologia empregada, um a metodologia quase-experimental e uma pesquisa bibliográfica.

Com relação aos procedimentos metodológicos e instrumentos de pesquisa, verificamos que quatro trabalhos valeram-se de Pré-teste (Resolução de questões matemáticas), Intervenção de Ensino (Jogos, Materiais manipulativos e Sequência de Atividades) e Pós-testes (Resolução de questões parecidas com os pré-testes), quatro iniciaram suas pesquisas por meio de questionários (contemplando testes matemáticos, formação matemática e sentimentos relacionados à Matemática), um propôs a análise de duas situações problema (utilizando o computador – Programa Aplusix), um analisou documentos relacionados ao livro didático, um iniciou seu trabalho com a construção de um objeto de aprendizagem e depois o aplicou (computador) para alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental e um utilizou as fases da Engenharia Didática, análises prévias, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação (calculadora e computador) e análise *a posteriori* e validação.

A respeito do aporte teórico empregado nas pesquisas, verificamos que três trabalhos apoiaram-se nas ideias de Jean Piaget, dois na teoria de Raymond Duval, sobre registros de representação semiótica, um valeu-se das ideias de Jean Piaget e Raymond Duval, um na Teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (1980), um no Princípio da Cooperação de H. P. Grice, um na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, um no conhecimento desenvolvido por Kopnim (1978), o princípio da “negação da negação”, explorado por Caraça



(1984), o processo histórico de criação conceitual, indicado por Lima (1998) e Lanner de Moura (2003), como fundamental para a aprendizagem em sala de aula e a perspectiva lógico-histórica, adotada por Sousa (2004) e Dias (2007) e um recorreu às ideias de Olson (1997), para compreender a constituição do mundo do papel da Matemática escolar, Bohm e Peat (1989) para a compreensão das infraestruturas tácitas do conhecimento e Lizcano (1993, 2006) para a compreensão do imaginário dos números inteiros e as metáforas derivadas desses imaginários.

Na busca de convergências entre os referenciais teóricos e as metodologias empregadas nas pesquisas, elaboramos o Quadro 8.

**Quadro 8:** Referencial Teórico e Metodologia

Autor	Metodologia		Referencial Teórico
	Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos	
COSTA	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
KIMURA	Qualitativa	Questionário e Questionário	Jean Piaget
JESUS	Quantitativo	Questionários e Prova de matemática	Ausubel
SILVA	Não especificada	Dois questionários e análise de coleções de livros didáticos	Grice
TODESCO	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget e Raymond Duval
GONÇALVES	Não especificada	Resoluções de situações-problema (Aplusix)	Raymond Duval
SOARES	Quase - experimental	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
PASSONI	Não especificada	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Raymond Duval
RAMA	Bibliográfica	Análise de: Guia Nacional do Livro Didático, Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio e Livros Didáticos.	Não possui
RODRIGUES	Qualitativa	Elaboração e aplicação do Objeto de Aprendizagem	Kopnim , Caraça, outros
MACHADO	Qualitativa	Análises prévias, análise <i>a priori</i> , experimentação, análise <i>a posteriori</i> e validação.	Guy Brousseau
PRADO	Qualitativa	Análise de respostas dos alunos/ textos impressos/ relação entre os textos e as respostas dos alunos.	Olson, Bohm e Peat e Lizcano

A respeito do referencial teórico utilizado nas pesquisas constatamos que três pesquisadores valeram-se da ideias de Jean Piaget, sobre a construção do conhecimento e jogos, dois usaram a teoria de Raymond Duval, sobre os diferentes registros de representações semiótica e um utilizou tanto a ideia de Jean Piaget quanto a de Raymond Duval. Sendo assim, inferimos que, 50% dos trabalhos inventariados, valeram-se das teorias de Jean Piaget e Raymond Duval. Os demais trabalhos utilizaram aportes teóricos diversificados, conforme constatamos no quadro7.

Com relação à metodologia, verificamos que seis trabalhos utilizaram a pesquisa qualitativa, três não especificaram o tipo de pesquisa adotada e os demais empregaram metodologias diferenciadas (quase-experimental, bibliográfica e quantitativa).

Constatamos assim que três dos trabalhos inventariados utilizaram simultaneamente a pesquisa qualitativa e o embasamento teórico de Jean Piaget sobre o conhecimento.

Verificamos ainda, que, das pesquisas denominadas qualitativas (50% do total pesquisado), 10 trabalhos adotaram como procedimentos metodológicos a aplicação de um teste (revelar conhecimentos a respeito da temática), seguidos de uma intervenção de ensino (jogos, materiais manipulativos, calculadora, computador) e um pós-teste (verificar a eficiência ou não da intervenção).

Diante do exposto constatamos a existência de convergências entre o referencial teórico e a metodologia de pesquisa, adotados nos trabalhos inventariados.

Os dados do Quadro 9 apresentam as informações referentes aos tipos de recursos utilizados pelos autores em suas pesquisas para a aprendizagem de números inteiros.

**Quadro 9:** Recursos Utilizados

<b>Autor</b>	<b>Jogos e Materiais Manipulativos</b>	<b>Tecnologias</b>	<b>Livros / Textos de Orientação</b>	<b>Outros</b>
COSTA	X			
KIMURA	X			
JESUS				X
SILVA			X	
TODESCO	X			
GONÇALVES		X		
SOARES	X			
PASSONI	X			
RAMA			X	
RODRIGUES		X		
MACHADO		X		
PRADO			X	

De acordo com os dados organizados no Quadro 9, constatamos que três trabalhos utilizaram jogos como recursos didáticos, três fizeram a análise de livros didáticos e textos orientadores, três recorreram a calculadora e programas de computador, dois utilizaram materiais manipulativos e um valeu-se da análise de provas de matemática e de escalas de atitudes.

Diante dos dados, verificamos a existência de diferente recursos didáticos utilizados pelos pesquisadores em suas pesquisas, visando à aprendizagem do conteúdo números inteiros.

Após o levantamento dos dados, constantes nos Quadros 5, 6, 7, 8 e 9 e visando a alcançar os objetivos de nossa pesquisa, criamos três eixos temáticos, que foram empregados na análise dos trabalhos.

## **2.4 Eixos de Análise**

Nossa pesquisa contemplou três eixos de análise.

No primeiro eixo, denominado **“Jogos e Materiais Manipulativos na construção do conhecimento do objeto matemático Números Inteiros”**,

destacaram-se os trabalhos relacionados à utilização de Jogos e Materiais Manipulativos no processo de ensino e aprendizagem de números inteiros.

O segundo intitulado, “**A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação – TICs no processo de ensino e aprendizagem de Números Inteiros**”, destacaram-se os trabalhos em que a questão de pesquisa relacionava a utilização das TICs no ensino de números inteiros e as implicações dessa associação na prática escolar.

No último eixo, “**Livro Didático e Materiais Impressos**” destacaram-se as pesquisas relacionadas à análise de livros didáticos e análise de textos impressos, com foco no conteúdo matemático Números Inteiros.

#### 2.4.1 Primeiro Eixo – Análise

Neste eixo destacaram-se as pesquisas que se valeram de Jogos e Materiais Manipulativos no processo de ensino e aprendizagem de números inteiros.

Ao buscar convergências e divergências nos objetivos visados, neste eixo, foi possível elaborar o Quadro 10.

**Quadro 10:** Eixo 1 - Objetivos Visados

<b>Autor</b>	<b>Objetivos das Pesquisas</b>
COSTA	“verificar a eficiência do jogo, denominado “Maluco por Inteiro”, para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros.”
KIMURA	“desenvolver um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias, para auxiliar a orientação do aprendizado de números negativos.”
TODESCO	“investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número inteiro negativo na 3ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública, reaplicando parte do estudo desenvolvido por Passoni (2002).”
SOARES	“investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também verificar a compreensão dos alunos sobre as operações com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático adotado na escola.”
PASSONI	“estudar a possibilidade e conveniência de ensinar estudantes de nove anos a trabalhar com números inteiros, bem como introduzir noções de (pré)Álgebra.”

Os trabalhos de Passoni (2002) e Todesco (2006) mostraram objetivos similares, visto que a pesquisa de Todesco tratou da reaplicação parcial do estudo desenvolvido por Passoni. Os pesquisadores verificaram a possibilidade da introdução dos números inteiros negativos em anos anteriores ao recomendado pelo currículo escolar.

As pesquisas de Costa (2003) e Soares (2008) também apresentaram objetivos similares. Nos dois trabalhos, os alunos (sujeitos) já tinham conhecimento do conteúdo matemático números inteiros, sendo assim o foco foi verificar a eficiência da aplicação de um jogo visando à ampliação/construção do conhecimento.

Nos dados do Quadro 11, mostramos informações referentes aos sujeitos dos trabalhos, à metodologia e aos procedimentos utilizados e o referencial teórico abordado nas pesquisas.

**Quadro 11:** Eixo 1: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico

Autor	Sujeito	Metodologia		Referencial Teórico
		Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos	
COSTA	Aluno	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
KIMURA	Professor	Qualitativa	Questionário (sem e com instrumento)	Jean Piaget
TODESCO	Aluno	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget e Raymond Duval
SOARES	Aluno	Quase - experimental	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
PASSONI	Aluno	Não especificada	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Raymond Duval

De acordo com os dados coletados e expostos no Quadro 11, verificamos que 80% dos sujeitos das pesquisas constituíram-se de alunos. Logo, deduzimos a preocupação dos pesquisadores/professores em proporcionar a seus alunos situações diferenciadas que pudessem provocar a construção e/ou ampliação de conhecimentos relativos a números inteiros.

Para Grando, a inserção do jogo no contexto de ensino de Matemática representa:

[...] uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar (GRANDO, 2000, p. 32)

No contexto de ensino e aprendizagem com jogos, o objetivo do professor deve valorizar seu papel pedagógico, desencadeando um trabalho de exploração e/ou aplicação de conceitos matemáticos. Um jogo bem orientado tem papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio, como a organização, atenção e concentração que são tão necessárias à resolução de situações matemáticas.

Outro dado que também merece destaque é a insuficiência de trabalhos com jogos e materiais manipulativos voltados aos professores.

Partindo do pressuposto que, muito do que os professores executam em sala de aula, é fruto de ensinamentos anteriores, inferimos que existe a necessidade de se proporcionar aos docentes cursos de formação continuada que explorem distintas maneiras de se trabalhar um conteúdo, visando à aprendizagem.

Verificamos também que 80% das pesquisas são qualitativas, com a aplicação de um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste.

Com relação aos aportes teóricos, constatamos que 60% valeram-se das ideias de Jean Piaget, 20% da teoria de Raymond Duval e 20% utilizaram os dois: Jean Piaget e Raymond Duval. Inferimos que ambos discutem o papel das representações, porém, um do ponto de vista da formação (Piaget) e outro da aprendizagem (Duval).

Conforme Kimura (2005), para Piaget, representação é a capacidade de trazer evocar algo (objeto, signo ou imagem) que está perceptualmente ausente. Neste contexto, a capacidade representativa ou função simbólica (ou semiótica) apresenta-se de forma variada (imitação, desenho, imagem mental, jogo simbólico, linguagem, sonhos de devaneios).

Conforme Almouloud (2007), falar de registro de representação semiótica, da conversão e da coordenação de registros significa colocar em jogo o problema da aprendizagem e disponibilizar ao professor instrumentos que deverão ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da Matemática.

Entendemos que, para Piaget é com base na representação que surge o conhecimento, ou seja, não há conhecimento sem representação. Já Duval discute a representação na aprendizagem de conceitos, destacando a noção de registros de representação semiótica. Traz como princípio a mobilização de vários registros, como um modo típico de se representar um objeto matemático, fazendo distinção entre Matemática e funcionamento cognitivo dos sujeitos que realizam essa atividade. Isto é, mostrando o mesmo objeto matemático em vários registros para facilitar o entendimento.

#### 2.4.2 Segundo Eixo – Análise

No segundo eixo de análise, **“A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação – TICs no processo de ensino e aprendizagem de Números Inteiros”** destacam-se os trabalhos em que a questão de pesquisa relacionava a utilização das TICs no ensino de números inteiros e as implicações dessa associação na prática escolar.

Na intenção de organizar os objetivos visados em cada uma das pesquisas e se estes foram atingidos, elaboramos o Quadro 12.

**Quadro 12:** Eixo 2 – Objetivos Visados

<b>Autor</b>	<b>Objetivos das Pesquisas</b>
GONÇALVES	“estudar resoluções de problemas, envolvendo Números Inteiros, por meio da ferramenta computacional, o programa Aplusix”.
RODRIGUES	“construir um OA - Objeto de Aprendizagem fundamentado na perspectiva lógico-histórica, de modo a analisar as suas potencialidades quanto à formação do conceito números inteiros.”
MACHADO	“verificar em que medida uma estratégia pedagógica com o uso de tecnologias diversas, tanto as tradicionais como aquelas conhecidas como TICs (Tecnologias de Comunicação e Informação), poderiam fomentar a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas chamadas “regras de sinais” quando utilizadas em conjunto com as operações aritméticas.”

Os trabalhos de Gonçalves (2007), Rodrigues (2009) e Machado (2010) apresentaram objetivos similares, visto que ambos têm como objetivo verificar a eficácia de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de números inteiros.

De acordo com Oliveira (2009), as tecnologias permitem a ampliação do aspecto experimental da Matemática, desenvolvendo entre os alunos um impulso investigativo. Nesse sentido, acreditamos que o impacto da tecnologia sobre a sociedade atual é essencial para o aprendizado de Matemática e suas aplicações em situações cotidianas.

Nos trabalhos de Gonçalves (2007) e Machado (2010), identificamos que os alunos já haviam tido contato com o objeto números inteiros. Mas, ressaltaram que mesmo o conteúdo tendo sido explorado em situações anteriores, os alunos apresentaram dificuldades consideráveis.

Diante desse fato, entendemos que ensinar Matemática nos dias de hoje não tem sido uma tarefa fácil. Poucos são os alunos que se identificam com a disciplina e a associam a fatores essenciais de sua vida. Talvez um dos motivos consista no modo em que os conteúdos vêm sendo apresentados em toda sua vida escolar.

De acordo com nossa experiência em sala de aula, verificamos que, geralmente, as aulas de Matemática são apresentadas tradicionalmente, com um pequeno texto teórico, seguidas de exemplos resolvidos pelo professor (como modelos) e uma infinita lista de exercícios que requer, quase sempre, as mesmas tarefas (calcule, resolva, efetue). Por sua vez, os professores alegam que, alguns fatores adversos, como: o número de alunos em sala de aula, a indisciplina, a falta de material, o número de aulas entre outros os impedem de modificar sua forma de lecionar.

No quadro 13, organizamos as informações referentes aos sujeitos dos trabalhos, à metodologia e aos procedimentos utilizados e o referencial teórico abordado nas pesquisas.



**Quadro 13:** Eixo 2 - Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico

Autor	Sujeito	Metodologia		Referencial Teórico
		Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos	
GONÇALVES	Aluno	Não especificada	Resoluções de duas situações-problema com Programa Aplusix.	Raymond Duval
RODRIGUES	Aluno	Qualitativa	Elaboração e aplicação do Objeto de Aprendizagem	Kopnim, Caraça, outros
MACHADO	Aluno	Qualitativa	Análises prévias, concepção e análise <i>a priori</i> das situações didáticas, experimentação e análise <i>a posteriori</i> e validação.	Guy Brousseau

De acordo com os dados expostos no Quadro 13, verificamos que 100% dos trabalhos relacionados a números inteiros, tendo como recursos as tecnologias de informação e comunicação, forma destinados aos alunos.

Diante de tal fato, apontamos a necessidade de novas pesquisas que tenham como foco o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo números inteiros para docentes.

Conforme Borba (2010), muitos professores sentiam-se ameaçados com a inserção de tecnologias (computador) em sala de aula. Mas, a ameaça de serem substituídos pela máquina cedeu lugar ao desconforto gerado pela percepção de que assumir esse papel de destaque significava ter de lidar com mudanças. Assim, começamos a perceber que a prática docente, como tradicionalmente vinha sendo desenvolvida, não poderia ficar imune à presença da tecnologia.

O reflexo da falta de compreensão de conteúdos mínimos relacionados à Matemática que, frequentemente, são noticiados nos meios de comunicação (jornais, telejornais, revistas, entre outros) e os resultados de avaliações externas, como SARESP e Prova Brasil, indicam que a matemática continua sendo a disciplina com menor índice de acertos. Talvez se existissem programas de formações para professores, envolvendo novas estratégias de ensino por meio de tecnologias, pudéssemos contribuir para a melhor compreensão e aprendizagem da Matemática.

Ao pensar em estratégias que promovam a aprendizagem, o emprego de tecnologias no ensino de Matemática é visto por alguns pesquisadores como uma importante estratégia didático-pedagógica. Lembrando que, quando falamos em tecnologia, não só nos referimos aos computadores, mas também aos celulares, calculadoras, entre outros.

As tecnologias podem auxiliar muito na aquisição de novos conhecimentos, visto que o aspecto experimental da matemática desenvolve a capacidade investigativa do aluno, possibilita a interação, a aprendizagem coletiva e a ampliação de conhecimentos.

Oliveira (2009) salienta que as novas dinâmicas de ensinar e aprender Matemática com o uso intensivo de tecnologias digitais possibilita interações, trocas, colaboração em projetos coletivos, em tempo e em lugares diferentes, porém não substituem o papel do professor.

O uso das tecnologias não se destina somente a “facilitar” os cálculos ou as medidas, pois permitem transformar os processos de pensamento e os processos de construção do conhecimento.

Conforme Kenski (2010), as tecnologias não representam saídas para os problemas apontados no ensino de Matemática. Estas possibilitam um ambiente de interações que representam, para alunos e professores uma interface importante na comunicação do saber a ser ensinado e nas trajetórias, desde a formulação do problema até as propostas para sua compreensão.

Com relação à metodologia e os procedimentos metodológicos utilizados pelos pesquisadores, constatamos que 67% dos trabalhos eram pesquisas qualitativas e que os procedimentos constituíam-se na aplicação de situações-problema e sequências de ensino, para serem resolvidas em grande parte com o auxílio da tecnologia.

Neste eixo, constatamos diferentes aportes teóricos.

Gonçalves (2007) utilizou a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval que, conforme a autora permitiu realizar o estudo da conversão do enunciado do problema no registro da língua natural para o registro

simbólico numérico, e os tratamentos apresentados pelos alunos por meio dos protocolos.

A pesquisadora Rodrigues (2009) valeu-se da teoria do conhecimento desenvolvida por Kopnim (1978), do princípio da “negação da negação” explorado por Caraça (1984), do processo histórico de criação conceitual, indicado por Lima (1998) e Lanner de Moura (2003), como fundamental para a aprendizagem em sala de aula e a perspectiva lógico-histórica, adotada por Sousa (2004) e Dias (2007). Da leitura feita da pesquisa da autora, verificamos a frequente utilização do referencial teórico na análise dos protocolos dos alunos.

Machado (2010) usou a Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Guy Brousseau. Enfatizou que tal teoria propõe que o aluno passe por um processo de desequilíbrio, para que possa reorganizar seu pensamento na construção do saber. Com relação ao papel do professor nesta teoria, ressaltou que, ao pensar, planejar, desenvolver as atividades, este assume uma grande responsabilidade no processo de ensino e aprendizagem, visto que é responsável por propor aos alunos situações que lhe permitam agir, formular e validar suas conjecturas rumo à consolidação do conhecimento.

### **2.4.3 Terceiro Eixo – Análise**

No terceiro eixo intitulado “**Livro Didático e Materiais Impressos**”, destacamos as pesquisas relacionadas à análise de livros didáticos e à análise de textos impressos, com foco no conteúdo matemático Números Inteiros.

Com a finalidade de organizar os objetivos visados e verificar a existência ou não de convergências, elaboramos o Quadro 14.

**Quadro 14:** Eixo 3 – Objetivos Visados

<b>Autor</b>	<b>Objetivos das Pesquisas</b>
SILVA	“discutir aspectos relativos à compreensão das operações de adição e multiplicação de números inteiros dentro da prática do professor de Educação de Jovens e Adultos – EJA”
RAMA	“investigar a abordagem conferida aos números inteiros nos Ensinos Fundamental e Médio, interessando, particularmente, a forma como é enfocado o conceito de divisibilidade.”
PRADO	“investigar como licenciandos em Matemática entendem textos impressos, de três categorias, para o ensino: textos de aprendizagem, textos alternativos e os textos oficiais de orientações curriculares e de formação para professores.”

Constatamos que os trabalhos relacionados no Quadro 14 possuem objetivos diferentes.

A pesquisa de Silva (2006) não é totalmente voltada à análise de livros didáticos, consiste no confronto do discurso encontrado nos livros didáticos (cinco coleções) e uma apostila e o discurso dos professores em sala de aula.

Já a pesquisa de Rama (2005) é totalmente voltada a análise de livros didáticos aprovados pelo PNLD, nos ensinos Fundamental e Médio, visando à abordagem de números inteiros, em particular, o conceito de divisibilidade.

O trabalho de Prado (2008) consistiu na análise de protocolos e de áudios produzidos por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, utilizando textos impressos (livro didático, paradidático, apostilas, textos diversos, projetos de formação de professores, documentos oficiais de orientação curricular e publicações diversas, como Cadernos do CAEM/IME/USP, entre outros).

Verificamos que, apesar das pesquisas de Silva (2006) e Prado (2008) não serem totalmente voltadas a livros didáticos, ambas possuem em sua extensão a análise de exemplares. Acreditamos que a relevância de se analisar livros didáticos, assim como os livros das demais áreas do conhecimento, os da disciplina Matemática exercem grande influência sobre o processo de ensino e aprendizagem.

Conforme o PNLD (2005, p. 196), “O livro didático exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna frequentemente à única ferramenta disponível para o seu trabalho”.

Em sua tese, Kimura (2005) constatou que os professores têm a consciência de que apenas o livro didático adotado não é suficiente para o ensino e a aprendizagem de números negativos, porém não conseguem avanços em seu trabalho, porque têm como fonte de pesquisa somente outros livros didáticos.

Frente ao exposto e de acordo com nossa convivência na realidade escolar, inferimos que os livros didáticos constituem um recurso extremamente utilizado pelos professores e que, muitas vezes, tratam-se do único referencial para a preparação das aulas e da elaboração do planejamento escolar.

Diante de um material tão utilizado pelos educadores no ensino dos conteúdos matemáticos, julgamos pertinentes os trabalhos que relatam a situação do livro didático em sala de aula (utilização do professor e aluno), tendo como foco o ensino e a aprendizagem de Números Inteiros.

O Quadro 15 destina-se a organização de dados referentes aos sujeitos, à metodologia e procedimentos adotados na pesquisa e no referencial teórico.

**Quadro 15:** Eixo 3: Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico

Autor	Sujeito	Metodologia		Referencial Teórico
		Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos	
SILVA	Professor	Não especificada	Dois questionários e análise de coleções de livros didáticos	Grice
RAMA		Bibliográfica	Análise do Guia Nacional do Livro Didático, Catálogo do PNLD para o Ensino Médio e Livros Didáticos.	
PRADO	Aluno	Qualitativa	Análise de respostas dos alunos/textos impressos/relação entre os textos e as respostas dos alunos.	Olson, Bohm e Peat e Lizcano

Dos trabalhos que possuem sujeitos de pesquisa, verificamos que um foi destinado a alunos e um a professores.

Com relação à metodologia, constatamos que um trabalho não especificou a metodologia adotada, um trabalho era de pesquisa bibliográfica e um trabalho utilizou a pesquisa qualitativa.

Os referenciais teóricos empregados não possuem convergência. O trabalho de Silva (2006) recorreu às ideias advindas da linguística,

especificamente, a noção de Pragmática, valendo-se do Princípio da Cooperação de Grice (1975). Ressaltou que, conforme Grice (1975), a pragmática repousa no entendimento, na compreensão dos sentidos expressos ou implicados, mas, fundamentalmente nas hipóteses. Já a pesquisa de Prado (2008) utilizou as ideias de Olson (1997), para compreender a constituição do mundo do papel da Matemática escolar, Bohm e Peat (1989) para compreensão das infraestruturas tácitas do conhecimento e Lizcano (1993, 2006) para a compreensão dos imaginários dos números inteiros e as metáforas derivadas desses imaginários, que possibilitaram a compreensão do significado de negatividade que precede o significado do número negativo.

Como o trabalho de Jesus (2005) não se encaixou em nenhum dos eixos, fizemos a análise individual.

**Quadro 16:** Eixo 3 – Objetivos Visados

<b>Autor</b>	<b>Objetivos das Pesquisas</b>
JESUS	“analisar o desempenho em operações aritméticas e as atitudes em relação à matemática do ponto de vista da aprendizagem significativa.”

O objetivo do trabalho de Jesus (2005) não teve convergência com os objetivos das demais pesquisas relatadas.

**Quadro 17:** Sujeito, Metodologia e Referencial Teórico

<b>Autor</b>	<b>Sujeito</b>	<b>Metodologia</b>		<b>Referencial Teórico</b>
		<b>Tipo de Pesquisa</b>	<b>Procedimentos Metodológicos</b>	
JESUS	Aluno	Quantitativo	Questionário, Prova de Matemática, Questionário, duas provas de Matemática, Entrevista semiestruturada (professor)	Ausubel

No estudo de Jesus (2005), não houve manipulação experimental nem tratamento diferenciado para grupos de sujeitos. Os sujeitos das pesquisas foram alunos. O autor ressaltou que sua proposta foi analisar relações e diferenças de escores entre algumas variáveis e aceitou os sujeitos exatamente como estavam. Conforme o autor, sua pesquisa trata de um modelo quantitativo explicativo

correlacional e não experimental, que se caracteriza por não ser possível manipular variáveis ou designar sujeitos ou condições aleatoriamente.

Como referencial teórico, apoiou nas ideias de Ausubel (1980) sobre a Teoria da aprendizagem significativa.

Os resultados de sua pesquisa decorreram da análise de duas fases de testes, sendo na primeira, os instrumentos utilizados foram uma escala de atitudes (questionário composto por 20 afirmações, dividida em duas partes: os sentimentos negativos e positivos em relação à Matemática) e uma prova de Matemática para medir o desempenho em operações aritméticas. Na segunda, foram usados como instrumentos também uma escala de atitudes, duas provas de Matemática e um questionário para entrevista semiestruturada com professores.





## CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Esta pesquisa teve por objetivo realizar um levantamento das dissertações e teses em Educação Matemática e Ensino de Matemática, elaboradas entre 2001 e 2010, produzidas em quatro universidades, PUC-SP, UNESP, UNICAMP e USP e que tivessem como enfoque o conteúdo Números Inteiros no processo de ensino e aprendizagem.

Para nortear nossa pesquisa, formulamos a seguinte questão: ***“Quais são as perspectivas e enfoques sobre o ensino e a aprendizagem dos números inteiros?”***.

Buscando responder a nossa questão de pesquisa, iniciamos o levantamento de dados por meio dos fichamentos e resenhas, constantes no segundo capítulo. Com o levantamento de dados, delineamos o panorama dos trabalhos produzidos por outros pesquisadores, ao apresentar o conteúdo “Números Inteiros”. Verificamos também se os objetivos foram atingidos, se havia convergências entre esses objetivos, quais sujeitos fizeram parte destas pesquisas, que tipo de metodologias e procedimentos foram empregados, quais embasamentos teóricos foram usados, a existência de convergência entre a metodologia e o aporte teórico e quais recursos/estratégias foram adotados pelos pesquisadores, visando à aquisição e/ou ampliação do objeto matemático.

Em síntese, relatamos que, dos trabalhos inventariados, dez destinaram-se a alunos; seis valeram-se da pesquisa qualitativa e seus procedimentos metodológicos, contemplando a aplicação de testes iniciais, intervenção de ensino e pós-teste; oito trabalhos possuíam convergências entre objetivos quando nos referimos a evidenciar a eficiência de diferentes estratégias no processo de

ensino e aprendizagem; as ideias de Jean Piaget e Raymond Duval representaram metade do embasamento teórico empregados nas pesquisas, e oito dos recursos utilizados para a aprendizagem de números inteiros referiram-se a jogos, materiais manipulativos e tecnologias de informação e comunicação.

Após, evidenciarmos perspectivas e enfoques sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros relatadas nos estudos, faremos algumas considerações que consideramos pertinentes.

O trabalho com recursos diversificados, como computador, materiais manipulativos, jogos, entre outros, presentes nos trabalhos listados, parece-nos uma boa opção para tornar as aulas mais atrativas, dinâmicas e até mesmo proveitosas. Nessas situações, entendemos que o aluno deixa o lugar de mero aprendiz para fazer parte de um mundo onde ele também pode ensinar algo. A cada manipulação no computador, a cada jogada realizada, o que está em jogo é fruto de seu conhecimento ou de conhecimentos compartilhados com colegas de classe. Entendemos que situações assim proporcionam aos alunos novas experiências, novos modos de pensamento e diferentes pontos de vista de um mesmo objeto.

Avaliamos extremamente relevante a utilização de diferentes recursos em sala de aula. Conforme relatado nos estudos inventariados, verificamos um interesse natural por parte dos alunos, até mesmo, reações de alegria e prazer em resolver as atividades propostas, porém entendemos que só esses estímulos pela proposta de jogar, manipular, conferir não garantem a aprendizagem. É necessário o processo de intervenção pedagógica, a fim de que o recurso utilizado seja útil à aprendizagem.

Tais recursos devem ser desencadeadores de desafios, desestruturando os indivíduos e possibilitando que estes desenvolvam a postura de analisar situações e criar estratégias de resolução, desenvolvendo habilidades de tomada de decisão, trabalho em grupo, entre outras.

Deve-se ter bem claro que não são os recursos que trabalham a Matemática, mas, sim, a intervenção pedagógica que se faz. A mediação e a orientação do professor ao questionar os movimentos (de um jogo, de materiais

manipulativos, da calculadora, do computador, entre outros) e estratégias utilizadas para a resolução de uma situação fazem-se necessárias, para que não se torne um ambiente apenas de reprodução mecânica do conceito.

Ao propor situações com diferentes estratégias, os erros e acertos dos alunos ocorrem de modo dinâmico e efetivo, proporcionando a reflexão e a (re) criação de conceitos matemáticos que estão sendo estudados. Cabe ao professor sistematizar estes conhecimentos, visando à aprendizagem formal do conteúdo abordado e promover novas situações em que seja necessária a mobilização desse conhecimento, identificando, assim, se existiu ou não a ampliação ou aquisição do conteúdo abordado.

Entendemos ainda que atividades matemáticas abordadas por meio de diversos recursos, bem orientadas pelo professor podem propiciar grande desenvolvimento do raciocínio dedutivo, da linguagem, da criatividade, da coordenação e das conclusões de determinados conteúdos.

Com relação aos sujeitos das pesquisas, pensamos que, tratando o conteúdo “Números Inteiros” de grande importância para prosseguir em anos posteriores e de acordo com os relatos de outros pesquisadores/professores sobre a difícil compreensão deste conteúdo, estimamos necessária a ampliação de pesquisas destinadas a professores. Tais estudos poderiam ser voltado à história e evolução deste campo numérico, voltado aos obstáculos enfrentados por matemáticos famosos na aceitação desse novo número e sobre as principais dificuldades apresentadas pelos alunos, na compreensão de tal conceito.

Sabemos que, muito da prática dos professores, tem origem nas aulas que estes um dia presenciaram em seus dias de estudante. Por isso, avaliamos importante investir e incentivar a formação continuada dos professores, visando à melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Sendo assim, apresentamos algumas sugestões para programas de formação de professores na intenção de contribuir com a aprendizagem da Matemática. Investigar obstáculos epistemológicos e didáticos no ensino e na aprendizagem das operações fundamentais no conjunto dos números inteiros; A formação de professores que ensinam Matemática nos sétimos anos do Ensino

Fundamental e estudar os erros e dificuldades dos alunos na resolução de problemas que envolvam Números Inteiros.

Quanto à aplicação de testes iniciais, intervenção de ensino e pós-testes, salientamos que somente um pesquisador institucionalizou o conhecimento, isto, quer dizer, formalizou os conhecimentos que estavam envolvidos nas intervenções e testes. Acreditamos que tais intervenções resultem em novos conhecimentos, porém, cabe ao professor transformar os conhecimentos assimilados por meio do senso comum em conhecimento matemático sistematizado.

Em nossa pesquisa, realizamos um breve estudo sobre os “Obstáculos Epistemológicos”, do ponto de vista de Glaeser (1981) e de Brousseau (apud Almouloud, 2007), visto que consideramos este tópico importante para a compreensão de números inteiros, porém não detectamos nos estudos inventariados preocupação com o assunto.

Sendo assim, listamos duas sugestões para possíveis pesquisas. A primeira, seria analisar os erros cometidos pelos alunos na resolução de operações com números inteiros, do ponto de vista dos obstáculos epistemológicos e a segunda, aplicar situações envolvendo operações com números inteiros a alunos, e depois solicitar aos professores a análise dos protocolos, e com base nestas análises, evidenciar como estes professores entendem o erro cometido pelos alunos, usando o ponto de vista de Brousseau a respeito dos obstáculos epistemológicos.

Vale ressaltar que nossa pesquisa difere-se de outros trabalhos, relacionados à metodologia do Estado da Arte, por não nos atermos somente ao fichamento e a organização dos dados. Após o levantamento dos dados, verificamos tendências relacionadas aos objetivos, metodologias, recursos, procedimentos metodológicos e aporte teórico que nos levaram a construção de três eixos de análise. Tais eixos nortearam as análises, revelando tendências nos trabalhos relativos à temática “Números Inteiros”, direcionando, assim, professores e futuros pesquisadores nas diferentes abordagens conferidas ao conteúdo.

Sendo assim, acreditamos ter contribuído com o ensino e a aprendizagem desse conteúdo, visto que organizamos e sistematizamos diferentes estratégias, pontos de vista, metodologias e aportes teóricos que poderão ser utilizados por professores do Ensino Fundamental, como ensino do conteúdo Números Inteiros.

A nosso ver, conseguimos alcançar o objetivo desta pesquisa, revelando e relatando estratégias utilizadas por outros pesquisadores ao apresentar o conteúdo “números inteiros” e verificando se tais estratégias contribuíram para a aquisição e/ou ampliação do conhecimento do objeto matemático e também responder às questões levantadas previamente.

Quando iniciamos este trabalho, tínhamos algumas inquietações e por que não dizer “perturbações”, agora, a seu final, quando achávamos que encontraríamos respostas para nossos questionamentos, listamos novos questionamentos que poderão nortear futuras pesquisas.

Sugestões para futuras pesquisas: Seria possível preparar uma sequência didática, visando à aprendizagem da operação Multiplicação de Números Inteiros? Os jogos realmente auxiliam no processo de ensino e aprendizagem das operações (adição e multiplicação) de números inteiros? Como seria introduzir o conceito de números inteiros por meio de atividades que envolvessem reta numérica? As tecnologias, realmente, contribuem para a aquisição dos conceitos relativos a Números Inteiros? Como seria trabalhar com as operações adição e multiplicação de números inteiros, utilizando conhecimentos adquiridos por meio da reta numérica?



## REFERÊNCIAS

---

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. - Curitiba: ED. UFPR, 2007, 218p.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. e GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2ª ed. São Paulo: Pioneira. 1999.

ARDENGHI, Marcos José. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisa realizada no período 1970 a 2005 no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, PUC-SP, São Paulo, 2008.

BALDINO, Roberto Ribeiro. **Metodologia de Jogos para os Números Inteiros**. Texto Mimeografado, 2ª versão, 1990.

BOYER. Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. – 4. Ed.-Belo Horizonte: Autêntica, 2010. 103p.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série), Matemática**, v. 3, Brasília, 1998.

\_\_\_\_\_. **Plano Nacional do Livro Didático, PNLD**. Brasília: MEC/SEF, 2005.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Brás Monteirol, 1951.

COSTA, Lair de Queiroz; **Um jogo em grupos co-operativos. Alternativa para a construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas**. Tese de Doutorado. Campinas, SP, Faculdade de Educação, UNICAMP, 2003.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. **As pesquisas denominadas “estado da arte”**. Educação & Sociedade, Campinas, ano 23, n.79, p.257-272, ago.2002.

Disponível em: <[HTTP://www.fe.unicamp.br/alle/textos/NSAF-AsPesquisasDenominadasEstadodaArte.pdf](http://www.fe.unicamp.br/alle/textos/NSAF-AsPesquisasDenominadasEstadodaArte.pdf)>. Acesso em: 10 fev. 2012.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: SP: Autores Associados, 2007.

GARBI, Gilberto. **O Romance das Equações Algébricas**. São Paulo: Makron Books, 1997.

GARBI, Gilberto. **A Rainha das Ciências**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

GLAESER, Georges: **Epistemologie des nombres relatifs**. In: Recherche en Didactique des Mathematiques, vol. 2, N. 3, p. 303-346, 1981.

\_\_\_\_\_. **Epistemologia dos números relativos**. Trad. Laura Tinoco. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, 17: 29-124, 1985.

GUELLI, Oscar. **Contando a história da Matemática – A invenção dos números**. 9ª Ed. Editora Ática, 2002.

GRANDO, Regina Célia. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas, SP, Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

GONÇALVES, Renata Siano. **Um estudo com os Números Inteiros usando o Programa Aplusix com alunos de 6ª Série do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC-SP, 2007.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. **A noção de “Obstáculo Epistemológico” e a Educação Matemática**. In: MACHADO, S. D. (org). Educação Matemática, Uma (nova) Introdução, São Paulo: EDUC, 2008. 247p.

JAHN, Ana Paula. **Números Relativos: Construção e Estudo do Funcionamento de um Processo de Ensino sobre o Caso Aditivo**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 1994.

JESUS, Marcos Antonio Santos de. **As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa**. Tese de Doutorado. São Paulo: UNICAMP, 2005.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias. O novo ritmo da informação**. Campinas: Papirus, 2010. 141p.

KIMURA, Cecília Fukiko Kamei. **O jogo como Ferramenta no trabalho com Números Negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget**. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC-SP, 2005.



MACHADO, Maurício de Souza. **Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas “regras de sinais”**. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC-SP, 2010.

MILIES, Francisco C. P.; COELHO, Sônia P. **Números: Uma Introdução à Matemática**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.

OLIVEIRA, Gerson Pastre. **Estratégias didáticas em Educação Matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras**. Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília: SBEM, 2009, 1 CD-ROM.

PASSONI, João. **(Pré)Álgebra: Introduzindo os Números Inteiros Negativos**. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2002.

PRADO, Esther Pacheco de Almeida. **Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática**. Tese de Doutorado. São Paulo: UNICAMP, 2008.

RAMA, José Aguinaldo: **Números Inteiros nos Ensino Fundamental e Médio**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2005.

RODRIGUES, Renta Viviane Raffa. **A Construção e Utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito Números Inteiros**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: UNESP – Campus de Presidente Prudente, 2009.

SILVA, Alessandro Rosa. **O livro didático e o discurso do professor no ensino das operações com números inteiros para alunos do ensino de jovens e adultos**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2006.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática**, (Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio). São Paulo: 2010.

SOARES, Pércio José. **O Jogo como Recurso didático na Apropriação dos Números Inteiros: Uma Experiência de Sucesso**. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2008.

SITE CAPES disponível em: <http://capesdw.capes.gov.br/capesdw/>. Acesso 28/02/2012 às 14h30.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades**. In: Pro-posições. Campinas: UNICAMP e Cortez Editora. V. 4, n. 1 (10), março – 1993, p. 60-72.

TODESCO, Humberto. **Um Estudo com os Números Inteiros nas Séries Iniciais: Re-Aplicação da Pesquisa de Passoni**. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2006.



## ANEXO A

---

### Produto para Aplicação

**Produto Final da Dissertação apresentada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo em outubro de 2012, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática: NÚMEROS INTEIROS: Panorama de pesquisas produzidas de 2001 a 2010.**

O objetivo deste estudo foi realizar um levantamento das dissertações e teses em Educação Matemática e Ensino de Matemática elaboradas entre 2001 e 2010, produzidas em quatro universidades: PUC-SP, UNESP, UNICAMP e USP, cujo enfoque fosse o conteúdo números inteiros no processo de ensino e aprendizagem.

No Quadro 1, mostramos informações referentes aos trabalhos inventariados.

**Quadro1:** Trabalhos inventariados

Nível	Ano	Instituição	Autor - Título da pesquisa
Mestrado	2002	PUC-SP	<b>João Carlos Passoni</b> – (Pré-)Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos.
Tese	2003	UNICAMP	<b>Lair de Queiroz Costa</b> – Um Jogo em Grupos Cooperativos. Alternativa para construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas.
Tese	2005	UNICAMP	<b>Marcos Antonio Santos de Jesus</b> – As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa.
Tese	2005	PUC-SP	<b>Cecília Fukiko Kamei Kimura</b> – O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget.
Tese	2008	UNICAMP	<b>Esther Pacheco de Almeida Prado</b> – Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em Matemática.
Mestrado	2005	PUC-SP	<b>Aguinaldo José Rama</b> – Números Inteiros nos ensinos Fundamental e Médio.
Mestrado	2006	PUC-SP	<b>Alessandro Rosa Silva</b> – O Livro Didático e o Discurso do Professor no Ensino das Operações com Números Inteiros para Alunos do Ensino de Jovens e Adultos.
Mestrado	2006	PUC-SP	<b>Humberto Todesco</b> – Um Estudo com os Números Inteiros nas séries iniciais: Re-aplicação da Pesquisa de Passoni.
Mestrado	2007	PUC-SP	<b>Renata Siano Gonçalves</b> – Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do Ensino Fundamental.
Mestrado	2008	PUC-SP	<b>Pércio José Soares</b> – O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso.
Mestrado	2009	UNESP	<b>Renata Viviane Raffa Rodrigues</b> – A construção e utilização de um objeto de aprendizagem através de uma perspectiva lógico-histórica na formação do conceito de números inteiros.
Mestrado	2010	PUC-SP	<b>Maurício de Souza Machado</b> – Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais.

Após a organização dos dados, coletados por meio dos fichamentos e das resenhas, reunimos condições de delinear o panorama dos trabalhos produzidos por outros pesquisadores, ao apresentar o conteúdo “Números Inteiros”.

Tal panorama tem como propósito apontar caminhos para pesquisadores e professores, possibilitando-lhes redirecionar o estudo da problemática, números inteiros, na busca de um processo de ensino e aprendizagem de qualidade. Com relação aos objetivos visados, elaboramos o Quadro 2.

**Quadro 2:** Síntese de objetivos.

<b>Autor</b>	<b>Eficiência de um jogo ou material manipulativo no ensino e na aprendizagem</b>	<b>Eficiência da utilização de TICs no ensino e na aprendizagem</b>	<b>Analisar livros didáticos e textos de orientação</b>	<b>Analisar o desempenho em provas</b>
COSTA	X			
KIMURA	X			
JESUS				X
SILVA			X	
TODESCO	X			
GONÇALVES		X		
SOARES	X			
PASSONI	X			
RAMA			X	
RODRIGUES		X		
MACHADO		X		
PRADO			X	

O Quadro 2, teve como finalidade organizar e sistematizar os dados referentes aos objetivos visados. Dos trabalhos listados, cinco tiveram como objetivo evidenciar a eficiência de jogos ou materiais manipulativos, três verificaram a eficácia do trabalho com TICs, três analisaram livros didáticos, textos orientadores (PCN, História da Matemática, entre outros) e confrontaram diferentes discursos e um analisou o desempenho de alunos em provas de matemática correlacionando com uma lista de atitudes.

No Quadro 3, elaboramos informações referentes ao aporte teórico, à metodologia e os procedimentos metodológicos empregados nas pesquisas selecionadas.

**Quadro 3:** Referencial Teórico, Metodologia e Procedimentos.

Autor	Metodologia		Referencial Teórico
	Tipo de Pesquisa	Procedimentos Metodológicos	
COSTA	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
KIMURA	Qualitativa	Questionário e Questionário	Jean Piaget
JESUS	Quantitativo	Questionários e Prova de matemática	Ausubel
SILVA	Não especificada	Dois questionários e análise de coleções de livros didáticos	Grice
TODESCO	Qualitativa	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget e Raymond Duval
GONÇALVES	Não especificada	Resoluções de situações-problema (Aplusix)	Raymond Duval
SOARES	Quase - experimental	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Jean Piaget
PASSONI	Não especificada	Pré-teste, Intervenção, Pós-teste	Raymond Duval
RAMA	Bibliográfica	Análise de: Guia Nacional do Livro Didático, Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio e Livros Didáticos.	Não possui
RODRIGUES	Qualitativa	Elaboração e aplicação do Objeto de Aprendizagem	Kopnim, Caraça, outros
MACHADO	Qualitativa	Análises prévias, análise <i>a priori</i> , experimentação, análise <i>a posteriori</i> e validação.	Guy Brousseau
PRADO	Qualitativa	Análise de respostas dos alunos/ textos impressos/ relação entre os textos e as respostas dos alunos.	Olson, Bohm e Peat e Lizcano

Com relação à metodologia, verificamos que seis trabalhos utilizaram a pesquisa qualitativa e seus procedimentos metodológicos contemplaram a aplicação de testes iniciais, intervenção de ensino e pós-testes. Referindo-nos ao referencial teórico constatamos que as ideias de Jean Piaget e Raymond Duval, representam metade do embasamento teórico empregados nas pesquisas. No Quadro 4, elencamos os recursos utilizados nos estudos.

**Quadro 4:** Recursos Utilizados.

<b>Autor</b>	<b>Recursos Utilizados</b>
COSTA	Jogo “Maluco por Inteiros”
KIMURA	Jogo Tabuleiro de Xadrez
JESUS	Questionário “Escala de Atitudes” e Provas de Matemática
SILVA	Livros Didáticos e Apostila
TODESCO	Utilizou fichas vermelhas, verdes, barbante e uma flecha
GONÇALVES	Construção de um Objeto de Aprendizagem – “O Universo e seus Contrários”
SOARES	Jogo “Perdas e Ganhos” e das “Argolas Surpresa”.
PASSONI	Barbante, cinco fichas de uma cor, o mesmo número de fichas de outra cor, uma ficha branca e uma flecha feita de cartolina
RAMA	Análise de Livros didáticos
RODRIGUES	Programa Educativo de Álgebra Aplusix
MACHADO	Lápis e papel, calculadoras e o uso do <i>software</i> GeoGebra
PRADO	Livros Didáticos e Textos Diversificados

De acordo com os dados organizados no Quadro 4, constatamos que três trabalhos utilizaram jogos diversificados, três valeram-se das análises de livros didáticos e textos orientadores, três usaram as tecnologias de comunicação e informação, dois utilizaram materiais manipulativos e um recorreu a provas de matemática e de questionário (escala de atitudes).

Após, evidenciarmos as perspectivas e enfoques sobre o ensino e aprendizagem de números inteiros, relatados nos estudos, acreditamos ter contribuído com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.