PUC-SP

CRISTIANE BONETO DE ALMEIDA

A COMUNICAÇÃO E A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA PRESENTES NO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO.

SÃO PAULO
2024

CRISTIANE BONETO DE ALMEIDA

A COMUNICAÇÃO E A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA PRESENTES NO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO.

Doutorado em Educação Matemática

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique e a coorientação da Profa. Dra. Maria Helena Martinho.

SÃO PAULO
2024

CRISTIANE BONETO DE ALMEIDA

A COMUNICAÇÃO E A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA PRESENTES NO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO.

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática sob a orientação da Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique e a coorientação da Profa. Dra. Maria Helena Martinho.

São Paulo, __ de _____ de ____

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Dr. Wagner Barbosa de Lima Palanch
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

_____

Profa. Dra. Laurizete Ferragut Passos
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

_____

Prof. Dr. Edvonete Souza de Alencar
Universidade de Brasília

_____

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti.
Universidade Federal de Ouro Preto

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) — Código de Financiamento 001. Processo n° 88887.473888/2020-00. This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) — Finance Code 001 Process n° 88887.473888/2020-00.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à minha família que, pacientemente, esteve junto a mim em todos os momentos, me apoiou e compreendeu períodos de ausência e dedicação tão necessários à realização do sonho de me tornar doutora.

Não posso deixar de mencionar minha eterna gratidão à minha mãe que se enche de orgulho e faz questão de dizer para todos que sua filha está se tornando doutora em Educação Matemática. Agradecer ao meu pai que sempre me perguntava como estava a escola e me abençoava.

Preciso agradecer ao meu esposo Dimi, que várias noites adormeceu na cadeira para me fazer companhia, e tantas outras madrugadas que me presentou com um chá quentinho para que eu me mantivesse acordada e aquecida durante as noites de leitura e escrita.

E, claro, nada disso seria possível sem a minha tão querida e acolhedora orientadora Ana Lúcia que, desde o mestrado, esteve comigo em todos os momentos. Impossível esquecer nossos encontros tão preciosos e ricos, nossas trocas e conversas, inclusive sobre os filhos, nossos congressos e cursos. Ana sempre com a palavra certa no momento certo, a bronca necessária que, ao invés de paralisar, sempre nos fazia caminhar e crescer.

Agradeço à minha coorientadora Maria Helena que me fez conhecer nossos ares e ampliar o meu olhar e o desejo em conhecer sempre mais. Nossas trocas sempre tão gostosas e respeitosas me enchiam de energia.

À CAPES e à Fundação São Paulo – PUC - SP, que apoiaram essa tese através da bolsa de estudos.

Por fim, gostaria de agradecer a cada um dos colegas que desde o mestrado e dos encontros do OBEDUC (Observatório da Educação) me fizeram acreditar que estávamos no caminho certo e que, juntos, poderíamos fazer a diferença.

RESUMO

A partir de alterações dos documentos legais que regem as escolas brasileiras, que passam a indicar o ensino de álgebra a partir dos anos iniciais, e dos baixos índices apresentados nas avaliações de larga escala que mensuram as habilidades matemáticas dos estudantes brasileiros, percebemos ser de grande relevância propor investigações que se debruçam a tentar compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Nesta pesquisa, de cunho qualitativo, temos como principal objetivo investigar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora polivalente que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais (EFAI). Assim, buscamos responder ao questionamento: qual a presença e utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, especialmente em uma proposta envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra? Adotamos como aporte teórico a Teoria da Objetivação (TO), uma teoria educacional histórico-cultural desenvolvida por Luis Radford. Para a produção de dados foram utilizados diferentes métodos de coleta e como base para a análise dos dados, utilizamos o método multissemiótico. Foram observados os diferentes meios semióticos mobilizados pelos estudantes e professora durante a atividade e os dados foram organizados e estruturados em quatro categorias: 1: a comunicação enquanto afeto; 2: o professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica; 3: a comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico; 4: pergunte e escute para se certificar antes de afirmar. A partir das análises de cada categoria, pudemos evidenciar as relações entre a linguagem e a comunicação utilizada pela pesquisadora, com destaque para os processos vividos dentro da escola. Inferimos, também, que a formação da professora e os cursos de formação por ela realizados ainda não permitiram o desenvolvimento e aprimoramento do pensamento algébrico dela e, consequentemente, suas explorações e ações realizadas conjuntamente com os estudantes não permitiram muitos avanços no desenvolvimento do pensamento algébrico. A partir das interações entre a pesquisadora e a professora também pudemos pensar em possibilidades formativas existentes em investigações dentro da escola que tenham a TO como norteadora dos processos investigativos. Observamos que, muitas vezes, professora e estudantes utilizaram do pensamento aritmético para resolver o desafio de álgebra proposto e percebemos que não houve explorações que os levassem a ampliações. Apontamos, então, que a temática da comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, principalmente abordando as noções de igualdade e equivalência, podem ser potentes e necessários para outras pesquisas e investigações.

Palavras-chave: comunicação matemática; álgebra; anos iniciais; Teoria da objetivação.

ABSTRACT

Based on changes to the legal documents governing Brazilian schools, which now mandate the teaching of algebra from the early years, and the low scores presented in large-scale assessments that measure the mathematical skills of Brazilian students, we realize it is highly relevant to propose investigations aimed at understanding the development of algebraic thinking in the early years. In this qualitative research, our main objective is to investigate the presence and use of mathematical communication in the math classes of a generalist teacher who teaches a 5th-grade class in elementary education (EFAI). We seek to answer the question: what is the presence and use of mathematical communication in the math classes of a teacher who teaches a 5th-grade class, especially in a proposal involving the teaching and learning of algebra? We adopt the Theory of Objectification (TO), a historical-cultural educational theory developed by Luis Radford, as our theoretical framework. For data production, different data collection methods were used, and we based our data analysis on the multisemiotic method. The various semiotic means mobilized by the students and the teacher during the activity were observed, and the data were organized and structured into four categories: 1: Communication as affection; 2: The reflective teacher and their views on an algebraic activity; 3: Mathematical communication in the classroom: joint labor and algebraic thinking; 4: Ask and listen to ensure before asserting. From the analysis of each category, we were able to highlight the relationships between the language and communication used by the researcher, with emphasis on the processes experienced within the school. We also inferred that the teacher's training and professional development courses she attended have not yet allowed for the development and enhancement of her own algebraic thinking and, consequently, her explorations and actions carried out jointly with the students did not permit many advances in the development of algebraic thinking. From the interactions between the researcher and the teacher, we also identified potential formative opportunities within school-based investigations that use TO as a guiding framework for investigative processes. We observed that, often, the teacher and students used arithmetic thinking to solve the proposed algebra challenge and noticed that there were no explorations leading to broader understandings. We suggest that the theme of mathematical communication and the development of algebraic thinking in the early years, especially addressing the notions of equality and equivalence, can be potent and necessary for further research and investigations.

Keywords: mathematical communication; algebra; early years; Theory of Objectification.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Dimensões da Álgebra de acordo com os PCNs 38
Quadro 2: Objetivos indicados nos PCNs para o ensino de álgebra.....39
Quadro 3: Competências Específicas para o componente curricular de matemática - BNCC (2017).....42
Quadro 4: Habilidades específicas voltadas para o ensino de álgebra nos anos iniciais - BNCC.....44
Quadro 5: O ensino de Álgebra - PCNs e BNCC - algumas comparações.....47
Quadro 6: Tarefa Investigativa e Problema.....55
Quadro 7: Instrumentos de coleta de dados.....65
Quadro 8: Guia de análise de entrevista semiestruturada com base em Trivinos (1987) e Duarte (2002) 67
Quadro 9: Ações com a Comunidade Escolar - parte I.....83
Quadro 10: Ações com a Comunidade Escolar - parte II.....87

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Matriz de Saberes - SME - SP 50
Figura 2: Ideias fundamentais da Matemática.....53
Figura 3: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil – cor ou raça 72
Figura 4: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil - com quem mora 74
Figura 5: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil - Escolaridade da mãe.....74
Figura 6: Rendimento escolar 76
Figura 7: Ideb da escola X no ano de 2021.....77
Figura 8: Ideb da escola X no ano de 2021 – cálculos.....78
Figura 9: Evolução do Ideb da Escola X 79
Figura 10: Evolução Aprendizado _ Brasil - Estado de SP 80
Figura 11: Evolução Aprendizado _ Escola X 80
Figura 12: Exercício da prova elaborada pelas professoras 121
Figura 13: Representação numérica 135
Figura 14: Marcação 1_lousa da professora 147
Figura 15: Lousa professora_2.....150
Figura 16: Lousa professora_3.....155
Figura 17: Representação da professora – parte I 159
Figura 18: Representação da professora – parte II 159
Figura 19: Registros da educadora_final.....162

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEE: Atendimento Educacional Especializado
APM: Associação de Pais e Mestres
BNCC: Base Nacional Comum Curricular
CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEI: Centro de Educação Infantil
CERME: Comunicação e Educação em Recursos para o Mercado de Energia
CNE: Conselho Nacional de Educação
COVID: Coronavirus Disease
DRE: Diretoria Regional de Educação
EDS: Educação para o Desenvolvimento Sustentável
EFAF: Ensino Fundamental Anos Finais
EFAI: Ensino Fundamental Anos Iniciais
EJA: Educação de Jovens e Adultos
EM: Ensino Médio
EMEF: Escola Municipal de Ensino Fundamental
ENEM: Exame Nacional do Ensino Médio
HTPC: Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo
IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INSE: Índice de Nível Socioeconômico
MEC: Ministério da Educação
NCTM: National Council of Teachers of Mathematics
NSE: Nível Socioeconômico
OBEDUC: Observatório da Educação
ODS: Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID: Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PNAIC: Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE: Plano Nacional de Educação
PNLD: Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PUC-SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

SAEB: Sistema de Avaliação da Educação Básica

SERAp: Sistema Educacional de Registro da Aprendizagem

SEE: Secretaria de Estado da Educação

SEF: Secretaria de Educação Fundamental

SEMED: Secretaria Municipal de Educação

SME: Secretaria Municipal de Educação

SP: São Paulo

SSA: Sistema Semiótico Algébrico

SSC: Sistema Semiótico Concreto

SSE: Sistema Semiótico Elementar

TIC: Tecnologias da Informação e Comunicação

TO: Teoria da Objetivação

UFMG: Universidade Federal de Minas Gerais

UFRJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro

USP: Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1. PROJEÇÕES INICIAIS.....13
1.1 Primeiros movimentos..... 13
1.2 Problemática..... 17
1.2.1Questão de Pesquisa..... 17
1.2.2 Objetivo..... 18
1.2.3 Hipóteses iniciais..... 18
1.2.4 Relevância da pesquisa..... 19
1.2.5 Descrição da pesquisa..... 23
2. REFERENCIAL TEÓRICO..... 25
2.1 A teoria da Objetivação (TO)..... 27
2.2 O Ensino de Álgebra nos PCNs e na BNCC..... 32
2.3 Currículo da cidade..... 49
2.4 A comunicação na sala de aula..... 59
3.ESCOLHAS E PERCURSOS.....64
3.1 Escolhas metodológicas..... 64
3.2 Percursos da pesquisa..... 70
3.2.1 A escola..... 70
3.2.2 A comunidade escolar e nossos trajetos..... 81
4. CONTEXTOS E PROCESSOS..... 86
4.1 Nossos “parceiros” de pesquisa..... 92
4.1.1 A direção..... 92
4.1.2 A coordenação..... 97
4.1.3 Os professores – aproximações com a pesquisa (materiais curriculares).... 100
4.2 Recalculando rotas a partir dos contextos..... 105
4.2.1 Professores – criação conjunta (matemoteca)..... 106
4.2.2 Professores e a álgebra..... 108
4.2.3 A professora Julia (5º ano)..... 110
5. NOSSAS CATEGORIAS E ANÁLISES..... 122
5.1 A comunicação enquanto afeto..... 124
5.2 O professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica..... 132
5.3 A comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico..... 142
5.4 Pergunte e escute para se certificar antes de afirmar..... 164
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 178
REFERÊNCIAS..... 187

1. PROJEÇÕES INICIAIS

1.1 Primeiros movimentos[1]

> As questões de Pesquisa não vêm do nada. Em muitos casos originam-se na bibliografia pessoal do Pesquisador e em seu contexto social. A decisão acerca de uma questão específica depende essencialmente dos interesses práticos do Pesquisador e do seu envolvimento em certos contextos históricos e sociais (FLICK, 2004, p. 64)

Quando surgiram as primeiras ideias e desejos de construir um projeto de pesquisa a ser desenvolvido no doutorado, estabeleci a premissa de que deveria contemplar minhas inquietações relacionadas ao ensino-aprendizagem[2] de matemática. A partir dessa perspectiva, acredito ser importante compartilhar movimentos que fizeram parte da minha trajetória acadêmica e profissional para que possamos, juntos, perceber que, como Flick (2004) dizia, as questões de pesquisa não surgem do nada, elas emergem da bibliografia do Pesquisador, nesse caso, pesquisadora.

Considero-me professora desde os 16 anos de idade, quando me formei no antigo magistério[3], na verdade, o desejo de me tornar professora já se fazia presente desde a primeira infância, quando “lecionava” para as minhas bonecas e ursos de pelúcia. Conclui a graduação no curso de Pedagogia na Universidade de São Paulo (USP-SP) e, durante o curso, tive a oportunidade de participar de iniciações científicas e grupos de pesquisa. Acredito que essas vivências impulsionaram um grande desejo e paixão pelo universo da pesquisa. Ainda durante a graduação, pude acompanhar e assessorar professores que lecionavam para grupos de alunos de diferentes faixas etárias e, ao concluir o curso, ministrar aulas para estudantes da educação infantil e anos iniciais (antigo 1ª a 5ª série) do ensino básico.

Acredito que o interesse pela disciplina de matemática se deu, inicialmente, a partir da observação e acompanhamento de inúmeras dificuldades apresentadas

---

[1] Neste texto inicial, utilizamos a primeira pessoa do singular por tratar-se da apresentação da trajetória profissional e acadêmica da pesquisadora.

[2] Admitiremos, nesta pesquisa, que o ensino e a aprendizagem não estão dissociados e, portanto, não são vistos como atividades separadas.

[3] Curso técnico profissionalizante de nível médio que formava professores para atuarem na educação básica (anos iniciais, ensino fundamental e médio).

pelos estudantes da 4ª e 5ª séries, (atuais 4º e 5º anos) nas aulas dessa disciplina (matemática). É importante salientar que, enquanto professora polivalente[4], ministrei todas as disciplinas básicas, inclusive a matemática.

Na época, a quantidade de estudantes que demonstravam dificuldades nos mais diversos conteúdos da matemática era considerável, mas o mais intrigante, era o desapreço e, muitas vezes, a aversão demonstrada por essas crianças pela disciplina de matemática. Tamanho era o sentimento de desprezo e desespero que, por vezes, levava-os a um bloqueio emocional que impedia qualquer movimento. Não era raro encontrar alguns deles chorando durante a prova de matemática.

Incomodada com tal situação, decidi buscar auxílio em livros que traziam debates e informações sobre o assunto. Meu objetivo era tentar compreender os possíveis motivos dessa incidência e, quem sabe, a partir de uma melhor compreensão, elaborar estratégias que pudessem ser desenvolvidas na sala de aula para minimizar tais acontecimentos que acabei de mencionar.

Durante minha longa busca, deparei-me com uma obra intitulada *Matemática Emocional - os Afetos na Aprendizagem Matemática*, da educadora Inés Maria Gomes Chacón (CHACÓN, 2003). A leitura dessa obra despertou ainda mais o meu interesse pelo assunto e permitiu inúmeras reflexões que, posteriormente, transformaram-se em ações na sala de aula.

A matemática já havia se tornado a minha “menina dos olhos”[5] e, a cada novo acontecimento vivenciado nas aulas, crescia o desejo de aprofundar meus conhecimentos acerca dessa encantadora e desafiadora área do conhecimento, de saber um pouco mais sobre sua história (evolução da matemática e do ensino e aprendizagem da matemática) e de tentar compreender suas intrigantes peculiaridades.

Como pedagoga[6], desconhecia o grandioso universo da matemática e, por isso, decidi cursar uma pós-graduação nessa área. Procurava por uma especialização que oferecesse, além do conteúdo matemático e metodológico, estudos sobre os processos de aprendizagem e, após um ano de busca, encontrei a equipe do

[4]Professor polivalente é o professor que leciona as disciplinas básicas nos anos iniciais, como português, matemática, história, geografia e ciências.
[5] Terminologia popular utilizada para indicar o apreço de uma pessoa por algo.
[6] Na época, o currículo da graduação em Pedagogia inexistia uma disciplina voltada para a história da matemática. Durante os quatro anos de graduação, apenas uma disciplina trazia estudos sobre metodologia do ensino de matemática.

Mathema[7] que, em parceria com a Unifran[8], ministrou a especialização “Fundamentos do Ensino da Matemática”.

Não posso deixar de mencionar que o curso permitiu inúmeras reflexões e me fez perceber o quanto ainda tinha a aprender, mas, mesmo sabendo que havia um longo caminho a percorrer, estava determinada de que esse era o caminho a ser seguido. Meu trabalho de conclusão de curso teve como principal referencial teórico as ideias difundidas por Chacón, envolvendo as relações afetivas dos alunos pela matemática e pelo ensino da matemática.

Nesse mesmo período, tornei-me assessora pedagógica e passei a desenvolver projetos para a formação de professores da Educação Infantil e anos iniciais (1º ao 5º anos) e, dessa forma, pude acompanhar e orientar o trabalho de professores nas mais diferentes regiões do Brasil. Apesar de, durante as assessorias, desenvolver reflexões e atividades sobre todas as áreas do conhecimento, minha maior ênfase esteve no ensino-aprendizagem da matemática, haja vista que, assim como eu, a grande maioria dos professores pedagogos não tinha conhecimentos aprofundados sobre essa área do conhecimento.

Sempre sensível às questões emocionais e defensora da aprendizagem social, durante as assessorias procurava permitir que as diferentes vozes se pronunciassem e fossem acolhidas. Nesse momento, após intenso trabalho de reconhecimento e confiança, pude coletar preciosas informações que confirmavam indícios já levantados por pesquisadores de que, igualmente aos meus alunos do Ensino Fundamental (anos iniciais), esses professores, em sua maioria formados no antigo magistério e nos cursos de pedagogia, também apresentavam dificuldades com a matemática e, muitas delas, esbarravam nas questões emocionais. Palavras como "medo", "horror", "desespero", "incapacidade", dentre outras, eram muito frequentes nas falas desses professores que ensinavam matemática. Cada vez mais me convencia de que, além de possibilitar as aprendizagens de conteúdo e forma (essenciais para a docência), se fazia necessário o trabalho com as questões emocionais. Talvez fosse necessário um trabalho que permitisse que cada professor, de alguma forma, pudesse manifestar suas concepções e crenças acerca da matemática e tivesse a oportunidade de refletir sobre elas, perceber o processo de constituição de sua identidade de professor que

[7]Mathema é uma instituição privada que pesquisa e desenvolve materiais pedagógicos na área da Matemática.
[8]UNIFRAN - Universidade de Franca - SP

ensina matemática e ainda perceber as possíveis interferências das representações sociais da matemática em sua forma de pensar e agir.

Para prosseguir em minha caminhada, me inscrevi no mestrado acadêmico em Educação Matemática oferecido pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Uma audaciosa decisão para uma pedagoga que, como mencionado anteriormente, não detinha os conhecimentos formais da disciplina, mas possuía a plena convicção da importância desse estudo. Durante a entrevista na Universidade, pude explicitar meus projetos e interesses e, após criteriosa análise por parte da equipe docente, me tornei orientanda da professora Dra. Ana Lúcia Manrique.

Em nossas primeiras conversas, depois de conhecer minha trajetória e interesse de pesquisa, a orientadora Dra. Ana Lucia me apresentou os dois projetos aprovados no Programa OBEDUC (Observatório de Educação) da Capes[9], e propôs meu ingresso no projeto "Rede Colaborativa de práticas na formação de professores que ensinam matemática: múltiplos olhares, diálogos e contextos".

Como descrito anteriormente, as questões afetivas relacionadas à matemática e seu ensino-aprendizagem sempre despertaram interesse e fascínio desta pesquisadora. Com o ingresso no projeto do Observatório da Educação da PUC-SP, percebemos (eu e minha orientadora) a oportunidade de observar e tentar compreender como as questões afetivas se apresentariam dentro de um grupo de formação docente que discute o ensino-aprendizagem da matemática.

Os encontros eram gravados e, portanto, tornou-se possível analisar as falas dos integrantes do projeto, que denominamos Observatório e, juntamente com as anotações pessoais, obter um vasto acervo de dados. Passamos, então, a analisar o discurso dos participantes do Observatório acerca da matemática e do ensino de matemática. Utilizamos um *software (DSC software)* que nos ajudou a elaborar o Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) e localizar indícios de representações sociais acerca da matemática.

Durante esse período, tive a oportunidade de elaborar projetos para diferentes grupos editoriais e me aproximei dos livros didáticos, não apenas como educadora, mas como elaboradora de conteúdos.

[9] Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, vinculada ao Ministério da Educação, é uma agência de fomento que concede várias modalidades de bolsas e auxílios.

Recebi, então, o desafio de elaborar obras didáticas (língua portuguesa e matemática) e ministrar cursos de formação de professores. Algumas obras foram escritas tendo em vista a participação em editais do governo como o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e, desta forma, minhas aproximações e estudos com as diretrizes apresentadas nestes editais ficaram mais intensas e frequentes.

Além disso, busquei conhecer e analisar um vasto acervo de obras didáticas de matemática brasileiras e de outros países como Chile, Singapura e Estados Unidos para perceber, principalmente, as escolhas teóricas e metodológicas e, também, a forma de se comunicar com o professor (manuais do educador) e com os alunos. Algumas indagações me acompanharem por anos: qual linguagem pode ser mais promissora ao dialogar com os alunos através dos enunciados apresentados no livro? E com o professor? Quais estratégias utilizar para criar aproximações com o professor/leitor? E muitas outras.

Logo após a conclusão do mestrado, recebi o convite para participar do processo seletivo do doutorado, também em educação matemática, e percebi a possibilidade de ampliar ainda mais os estudos envolvendo comunicação e o uso de diferentes ferramentas como os manuais do professor e livros didáticos.

Vale salientar que durante as formações realizadas com os professores, acompanhamento dos documentos legais que regem a educação brasileira como, por exemplo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e estudos dos livros didáticos, percebi que a área da Álgebra precisava ser observada com mais atenção, pois apenas aparecia de forma periférica nas propostas dos professores e, da mesma forma, nos livros didáticos.

Acredito que, a partir deste breve descritivo, seja possível perceber o interesse e motivação pelos temas “comunicação matemática” e “ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais”.

1.2 Problemática

1.2.1 Questão de Pesquisa

Qual a presença e utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, especialmente em uma proposta envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra?

1.2.2 Objetivo

Esta pesquisa teve como principal objetivo investigar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora polivalente que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais (EFAI[10]), especialmente em uma proposta envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra.

1.2.3 Hipóteses iniciais

Tratando-se de uma situação de ensino-aprendizagem que envolve professores polivalentes, normalmente formados em Pedagogia e não especialistas na área da Matemática, nossa hipótese inicial foi a presença de uma comunicação matemática menos aprofundada ou até mesmo limitada, levando em consideração a falta de especialização em matemática dos professores graduados em Pedagogia. Nos referimos especificamente ao currículo dos cursos de Pedagogia e, também, por perceber que a Comunicação matemática é uma área relativamente nova de pesquisa no Brasil.

Outra hipótese foi uma possível insegurança da professora ao tratar de uma exploração envolvendo álgebra diante da recente inclusão do ensino sistemático de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, também, a percepção desta professora acerca da importância e relevância da álgebra no currículo dos anos iniciais.

Nossa terceira hipótese foi a de que uma comunicação matemática eficaz, utilizando linguagem visual e exemplos do cotidiano no ensino, pode ser identificada no mapeamento dos currículos de Pedagogia que engrandecem a utilização da ludicidade nos anos iniciais.

[10] Ensino Fundamental Anos Iniciais

A última hipótese se deu na perspectiva da possível formação continuada da professora como um elemento potencializador da comunicação matemática nas aulas e explorações, principalmente, relacionadas ao ensino-aprendizagem da álgebra.

1.2.4 Relevância da pesquisa

Uma das principais funções do ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais é o desenvolvimento do pensamento algébrico, essencial na resolução de problemas que envolvem padrões, relações e generalizações. O pensamento algébrico estimula o raciocínio lógico e a capacidade de pensar de forma abstrata, habilidades que não se limitam à matemática, portanto, essenciais para a formação do sujeito. Dada a recente explicitação da Álgebra nos anos iniciais (BRASIL, 2017) é comum encontrar professores que não se sentem preparados e seguros para propor explorações envolvendo habilidades algébricas.

Outra possível contribuição da pesquisa refere-se à utilização da comunicação matemática na sala de aula e às percepções acerca da importância de seu aprofundamento e aprimoramento, tanto por professores quanto por alunos.

Para que pudéssemos avançar em nossos estudos, foram realizados inúmeros mapeamentos para identificar as pesquisas já desenvolvidas envolvendo comunicação matemática nos anos iniciais e o ensino-aprendizagem de álgebra nos anos iniciais. Além disso, houve um extenso caminho para localizar uma escola da rede municipal de ensino que acolhesse, não apenas a pesquisadora, mas, também, nossa questão de investigação. Por conta da pandemia da COVID-19 foi preciso recalcular nossa rota inúmeras vezes, pois as escolas permaneceram fechadas por um longo período e, quando retomaram às atividades presenciais, contavam com restrições que impediam a presença de pesquisadores no ambiente escolar.

Durante os estudos e mapeamentos, deparamo-nos com as pesquisas e teorias de Luis Radford, pesquisador canadense que busca compreender os processos cognitivos subjacentes ao aprendizado matemático, particularmente em contextos de álgebra e geometria. Em muitos de seus estudos, ele investigou como a linguagem, as representações visuais e as interações sociais na sala de aula são importantes no processo de ensino-aprendizagem e, também, a influência da cultura e do contexto

na aprendizagem matemática, reconhecendo que as práticas matemáticas são moldadas por fatores socioculturais.

No contexto das pesquisas de Radford (2011), a linguagem matemática não é apenas uma forma de comunicação, mas também um meio pelo qual os alunos constroem significados matemáticos a partir das interações sociais.

Acreditamos que as investigações e escritas de Radford nos forneceram arcabouço teórico essencial para nossas investigações e, portanto, foi nosso principal referencial teórico nesta pesquisa.

Como dissemos, além do interesse pela temática, seria imprescindível conhecer as pesquisas já desenvolvidas, suas principais contribuições e desafios identificados. Optamos então, por realizar um mapeamento utilizando o portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e, inicialmente, observamos as pesquisas já realizadas tendo como temática central “Comunicação matemática” e localizamos o artigo publicado no ano de 2019, intitulado “Mapeamento e reflexões sobre pesquisas brasileiras com o tema comunicação matemática”, dos autores Angélica Francisca de Araújo e Antônio Manuel Águas Borralho (ARAÚJO; BORRALHO, 2019). O artigo tinha por objetivo divulgar as pesquisas (dissertações e teses) desenvolvidas com o tema Comunicação matemática, produzidas em programas de pós-graduação no Brasil.

Tal pesquisa permitiu que visualizássemos o cenário de forma mais ampla e, a partir da leitura das pesquisas indicadas, realizar uma curadoria para identificar as que poderiam colaborar, de forma mais próxima, com nossas investigações e mapeamentos. Selecionamos, inicialmente, as pesquisas que consideravam a interação social como elemento essencial para os processos de construção e desenvolvimento do pensamento matemático.

A partir desse primeiro filtro, as pesquisas de Abujamra (2005), Neves (2011), Peixoto (2015), Vieira (2016), Berlanda (2017) e Bullmann (2018), que também abordavam a Comunicação matemática, mas se "distanciavam da comunicação matemática numa perspectiva de interação social entre professores e alunos" (ARAUJO; BORRALHO, 2019, p. 103), deixaram de fazer parte do acervo de investigação e releitura.

Nas demais pesquisas apresentadas por Araújo e Borralho (2019), algumas nos chamaram atenção por enfatizar as trocas estabelecidas entre os estudantes nos

momentos de discussão, em pequenos e grandes grupos, e ainda, o papel primordial do professor nesses momentos a partir das mediações por ele realizadas (NOTARE, 2009; ALMEIDA, 2010; FERREIRA, 2017).

Hoffman (2012), salienta a importância da utilização de diferentes gêneros do discurso durante as ações com os estudantes e, essa estratégia permitiu aos estudantes maior organização do pensamento, melhor compreensão e resolução das propostas com maior tranquilidade.

Já a pesquisadora Luvison (2017) investiga as narrativas pessoais (orais e escritas) no processo de apropriação da linguagem matemática, mas salienta que o ambiente pode influenciar nas aprendizagens dos estudantes. Segundo a pesquisadora, as tarefas com caráter investigativo e problematizador permitiram o aumento do sentimento de pertencimento e fortalecimento da identidade individual e coletiva.

Essas pesquisas nos permitiram perceber que, para além das escolhas metodológicas e recursos utilizados na sala de aula, as interações e trocas estabelecidas entre os estudantes, mediadas pelo professor, são determinantes para o desenvolvimento do pensamento matemático. Dessa forma, tornou-se essencial, em nossa pesquisa, acompanhar os estudantes em momentos de trocas e interações, tendo o professor como mediador do processo.

A partir do estudo mais aprofundando de Araújo e Borralho (2019) foi possível perceber o crescente número de publicações e pesquisas que tem como tema central a comunicação matemática, constatamos, também, que a maioria dos trabalhos havia abordado temáticas envolvendo ambientes virtuais de aprendizagem e fóruns de discussão e narrativas orais, escritas e linguagem como foco de investigação. Dentre as pesquisas apresentadas pelas autoras, não foi possível identificar uma investigação que trouxesse a álgebra nos anos iniciais como foco principal de observação.

Para ampliar o panorama de pesquisa, decidimos buscar outras publicações (artigos) que nos permitissem uma ampliação de reflexões sobre a comunicação matemática em situações de ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais. Identificamos dois artigos relevantes no Portal de Periódicos da Capes. Teres e Grando (2021) investigaram os conhecimentos profissionais docentes do professor que ensina matemática, e Silva e Mamede (2015) realizaram a pesquisa antes da

deliberação e homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e, portanto, salientavam a importância do desenvolvimento de experiências que objetivam o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais.

Ampliamos a nossa pesquisa, buscando publicações nos acervos de outros periódicos e revistas, e localizamos o artigo de Goma, Manrique e Martinho (2020). As pesquisadoras apresentam reflexões acerca da comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais em atividades envolvendo o pensamento algébrico e, na pesquisa, reiteram a importância da inclusão da Álgebra na BNCC e nos currículos escolares desde os anos iniciais.

Segundo as autoras:

> trabalhar o pensamento algébrico desde os anos iniciais permite uma nova compreensão do papel da Álgebra no contexto escolar. Esta estrutura curricular favorece a apropriação da linguagem algébrica pelos alunos como um meio de representar ideias, e não apenas como um conjunto de regras (GOMA, MANRIQUE; MARTINHO, 2020, p. 49).

As autoras também salientam que “as futuras professoras apresentaram dificuldades, de um modo geral, em expressar com precisão construções algébricas para explicar determinadas situações” (GOMA; MANRIQUE; MARTINHO, 2020, p. 64).

Diante desse panorama, percebemos que as pesquisas envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais apontam para a necessidade de proporcionar ações, com professores e estudantes, que permitam o aprofundamento dos conhecimentos envolvendo os conceitos algébricos e que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Goma, Manrique e Martinho (2020) ressaltam ainda, a importância do professor enquanto mediador das proposições e a necessidade das trocas entre estudantes e estudantes e entre estudantes e professor. Tais levantamentos e indicações permitiram reflexões acerca dos caminhos a serem percorridos nesta pesquisa como propor momentos de troca e estudo entre a educadora e a pesquisadora e, também, observações na sala de aula.

Vimos, então, que apesar do crescente número de publicações envolvendo a comunicação matemática e, também, a álgebra nos anos iniciais, há uma escassez em investigações que abordem a comunicação matemática na sala de aula dos anos iniciais durante atividades que buscam desenvolver o pensamento algébrico. Desta

forma, acreditamos que nossa pesquisa pode contribuir trazendo novos olhares e reflexões acerca do assunto.

1.2.5 Descrição da pesquisa

Nesta pesquisa, após os estudos envolvendo, principalmente, as reflexões de Radford (2021) e a Teoria da Objetivação, percebemos a importância de coletar dados em um ambiente escolar e não apenas nos documentos legais e livros didáticos, pois se tornava fundamental buscar compreender os processos ocorridos dentro da escola e, mais especificamente, dentro da sala de aula.

Como mencionado anteriormente, não foi um percurso simples e rápido dado o contexto pandêmico da época e suas restrições relacionadas aos ambientes coletivos e convívio social. Foram necessárias várias buscas e ações personalizadas para que pudéssemos, efetivamente, ingressar no ambiente escolar.

Após a identificação da escola municipal e a permissão de ingresso para a realização da pesquisa, iniciou-se uma coleta de dados acerca dos contextos escolares, por exemplo, dados relacionados ao público-alvo atendido pela escola, a constituição histórica da unidade escolar, algumas informações relevantes acerca da comunidade local e, também, dados envolvendo resultados em avaliações externas, principalmente voltados para a aprendizagem da matemática.

Após esta primeira etapa, iniciou-se um movimento dentro da unidade escolar que contou com diferentes métodos de coleta e produção de dados: entrevistas (abertas e semiestruturadas) gravadas, participação nas reuniões de planejamento dos professores do turno da tarde (HTPC – Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo) e observação de aula.

Após alguns encontros com os professores que lecionavam no turno da tarde (período de maior concentração de estudantes dos anos iniciais – 1º ao 5º anos), pudemos identificar e contar com a colaboração de uma professora que lecionava na referida escola em 2 grupos, sendo estes, o 1º ano (período da manhã) e 5º ano (período da tarde).

Além das entrevistas realizadas com a professora do 5º ano, central em nossas investigações, foram realizadas entrevistas com a equipe gestora (diretora e

coordenadoras). Para o registro de dados, utilizamos o diário de campo e, também, gravações.

Após algumas entrevistas com a professora do 5º ano, que nos permitiram conhecer momentos por ela considerados importantes para sua constituição enquanto professora, foram estruturadas algumas ações como a análise dos resultados de uma avaliação elaborada pelas professoras do 5º ano a partir das determinações da Secretaria Municipal de Educação – SP e, também, uma atividade (mediada pela professora) a realizada com os alunos a partir das reflexões realizadas com a pesquisadora. A atividade, que durou 2 aulas, foi observada pela pesquisadora e os dados coletados foram essenciais para compor as análises e investigações.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Após o mapeamento e análise das pesquisas em diferentes portais voltados para pesquisas acadêmicas como o Portal de Teses e Dissertações da Capes, observamos um certo crescimento no número de investigações envolvendo a temática da comunicação matemática nas aulas de matemática, mas, ainda, uma certa escassez de estudos abordando a comunicação matemática e o ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais.

Nacarato (2012, p. 10) afirma que:

> A temática da comunicação nas aulas de matemática é bastante recente, podendo ser identificada nas primeiras discussões a partir das reformas curriculares mundiais da década de 1980. No contexto brasileiro ela começou a se inserir, com maior ênfase, a partir do início da década de 2000, quando novas propostas metodológicas passaram a ser divulgadas e compartilhadas em eventos e publicações.

No início da década de 1980, no cenário internacional, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)[11] começa a publicar pesquisas que tem como ênfase a comunicação matemática na sala de aula. Dentre elas, podemos encontrar as normas Professional standards for teaching Mathematics, de 1991, traduzidas pela Associação de Professores de Matemática (APM) em 1994 (Normas profissionais para o ensino da Matemática), e, mais tarde, os Principles for action: Ensuring mathematical sucess for all, em 2014, também traduzido pela APM em 2017 (Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em Matemática). Tais publicações se tornaram referência para professores e permitiram inúmeras reflexões acerca dos fazeres na sala de aula de matemática.

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos:

> um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações

[11] Fundado em 1920, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) é a maior organização de educação matemática do mundo. O NCTM é a voz pública da educação matemática nos Estados Unidos da América, que apoia os professores para garantir a aprendizagem da matemática equitativa da mais alta qualidade para todos os alunos.

> gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (BRASIL, 1997, p. 19).

A partir dos mapeamentos realizados, vimos a relevância de pesquisas que buscam observar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, tendo como foco de observação a mobilização e a utilização da comunicação matemática.

Como apresentado anteriormente, nesta pesquisa, temos como principal objetivo investigar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do ensino fundamental, especialmente em propostas envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra.

É importante ressaltar que assumimos a comunicação como uma interação social que envolve um processo de compartilhamento e reconstrução de significados pelos indivíduos e que permite que o sujeito se identifique com o outro e, ao mesmo tempo, expresse e afirme sua singularidade. O propósito da comunicação, portanto, é alcançar o entendimento entre os participantes por meio da partilha e reconstrução de significados (GODINO; LLINARES, 2000), é “um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente” (MARTINHO, 2007, p. 15).

Também é importante ressaltar nosso entendimento acerca da escola e da sala de aula enquanto espaços de transformação social no qual os indivíduos são vistos como entidades relacionais que “produzem saberes coletivamente” (RADFORD, 2021, p. 39).

Partindo destes pressupostos para a estruturação e realização da tese, fizeram-se necessários vários alinhamentos durante todo o percurso, desde a seleção dos teóricos que nos ajudariam a acompanhar e compreender cada etapa da pesquisa, até a elaboração cuidadosa de caminhos a serem percorridos na e com a escola, não apenas observando a professora do 5º ano com seus estudantes mas, também, desenhando cada encontro da pesquisadora com a professora e com os demais atores escolares, neste caso, os professores que lecionavam no mesmo turno, a diretora e as coordenadoras.

Assim, neste capítulo, buscamos apresentar as pesquisas, reflexões e teorias de Luis Radford, nosso principal referencial teórico. Dentre suas inúmeras contribuições, trazemos de forma mais aprofundada a Teoria da Objetivação (TO) e seus princípios fundamentais e, também, seus estudos voltados para o

desenvolvimento do pensamento algébrico. Vale salientar que outros teóricos foram utilizados no Capítulo IV desta pesquisa, voltado para a apresentação e compreensão dos dados coletados, percebendo seus desdobramentos e enredamentos.

É importante ressaltar e justificar algumas escolhas relativas à construção do texto e tecituras desta pesquisa. Muitas vezes, uma tese de doutorado, por conta dos recursos de linguagem utilizados e de alguns pressupostos como o de acreditar que todos os leitores estarão, de certa forma, familiarizados com os teóricos apresentados e conhecem os fundamentos centrais de suas teorias, torna-se inacessível a um público que, a princípio, deveria ser favorecido com tais pesquisas, por exemplo, gestores e educadores escolares que não se encontram imersos no meio acadêmico, e por que não ousar dizer, estudantes da educação básica que se interessam por nossas temáticas de investigação.

Para que pudéssemos promover aproximações sem perder o rigor necessário e exigido para uma tese de doutoramento, utilizamos algumas estratégias, tais quais apresentar as informações básicas dos principais teóricos citados e, ainda, a tentativa de utilizar uma linguagem clara e objetiva. Afinal, a interpretação é fortemente influenciada pela linguagem usada para descrevê-las (RADFORD, 2011).

2.1 A teoria da Objetivação (TO)

Luis Radford é um pesquisador na área de educação matemática e seus estudos têm como foco central a compreensão dos processos pelos quais os alunos constroem conceitos matemáticos. Ele busca examinar como a linguagem, as representações visuais e as interações sociais na sala de aula desempenham papéis cruciais nesse processo. Um aspecto fundamental das pesquisas de Radford (2011) é como os alunos interagem com a matemática, não apenas como um conjunto de regras, mas como uma linguagem viva e significativa.

No contexto de suas pesquisas, o autor salienta que a linguagem matemática não é apenas uma forma de comunicação, mas também um meio pelo qual os alunos constroem significados matemáticos. Ele ressalta que os símbolos e termos matemáticos não são meramente transmissores de informações prontas, mas são elementos que os alunos usam para construir seus próprios entendimentos. Radford

(2011) argumenta que a linguagem matemática é um veículo pelo qual os alunos exploram e expressam relações conceituais complexas.

O autor também estuda o papel das representações matemáticas (como gráficos, diagramas e equações) e analisa como os alunos interpretam e atribuem significados a essas representações; para ele, a interpretação é fortemente influenciada pela linguagem usada para descrevê-las e acredita que o ato de representar é um ato de comunicar (RADFORD, 2011). Isso significa que as representações matemáticas não são neutras, mas estão interligadas com a linguagem que as acompanha, afetando a forma como os alunos as compreendem.

Radford (2021) também destacou a importância das interações sociais na sala de aula para a construção de conceitos matemáticos. O pesquisador investiga como a discussão entre os alunos, as argumentações colaborativas matemáticas e as atividades produtivas influenciam o desenvolvimento do entendimento matemático. Enfatiza que, por meio dessas interações, os alunos não apenas entendem e adquirem conhecimento, mas também constroem conjuntamente significados matemáticos. Para o autor, torna-se fundamental no ensino de matemática entender como o aluno se apropria da linguagem matemática na interação com os outros.

Por conta das investigações elencadas anteriormente, acreditamos que as reflexões e teorias elaboradas por Radford (1998, 1999, 2002, 2011, 2021) nos fornecerão arcabouço suficiente para iniciar nossas reflexões acerca da presença e utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática.

A perspectiva Semiótica Antropológica, defendida por Radford (1998, 1999, 2002, 2011, 2021), deriva da escola sócio-histórica de pensamento desenvolvida por Vygotsky, da Teoria da Atividade de Leont´ev e das epistemologias de Wartofsky e Ilyenkov. Inúmeros estudiosos contemporâneos como Bardin (1977), D'Ambrosio (1996), Restivo (1992, 1993), Hoyrup (1996, 2002), dentre outros, também comungam da mesma perspectiva. Para tais pesquisadores, a matemática é considerada uma produção humana e há três elementos chaves: o conceito de atividade (como uma unidade de análise); uma reconceituação do conhecimento e uma definição cultural de pensamento.

Nesta perspectiva, a atividade não se refere somente ao que os matemáticos estavam fazendo em um certo momento histórico ou como o estavam fazendo; há a inserção sociocultural e, portanto, é enfatizada a investigação que constitui as

particularidades do pensamento matemático em determinado cenário e período histórico.

A partir desta ideia, trazemos o segundo elemento: a reconceituação do conhecimento. Como mencionado anteriormente, o conhecimento não é considerado por Radford (2011) como uma descoberta de algo já existente que precede à atividade humana e, também, não é imutável. O conhecimento e os objetos do conhecimento são produtos do pensamento humano, gerados pelas atividades socioculturais. Estes estão intimamente relacionados às formas sensíveis destas atividades e as crenças incorporadas.

Para falar a respeito do terceiro elemento (definição cultural de pensamento), trazemos a definição de pensamento apresentada por Radford (2011). Para ele, “pensamento é uma reflexão cognitiva do mundo na forma das atividades culturalmente moldadas do indivíduo” (RADFORD, 2011, p.197) e, desta forma, as formações conceituais, econômicas e culturais que servem de base para as atividades geradoras de conhecimento, deixam suas marcas nos conceitos teóricos produzidos no curso destas atividades. Os conceitos teóricos, portanto, são “reflexões que mostram o mundo em conformidade aos processos sociais de produção de sentido e categorias conceituais culturais disponíveis aos indivíduos” (RADFORD, 2011, p.197).

A Teoria da Objetivação (TO) considera a educação como “um evento ético e estético inevitavelmente imerso em um espaço político” (RADFORD, 2021, p. 36). Ao se referir à estética da educação, o autor menciona a transformação contínua dos indivíduos a partir de experiências que são, ao mesmo tempo, sociais e individuais e que sempre abrem possibilidades para algo novo, até então desconhecido, e estas experiências estão enraizadas nas condições culturais e históricas.

Ao trazer a ética em suas discussões, o autor retoma a ideia da aprendizagem a partir da interação e relação com o outro e, neste caso, não se trata de uma relação meramente pautada na conveniência, mas como parte do nosso substrato como seres humanos. Por fim, traz as ideias defendidas por Paulo Freire (2016) de que a educação nunca foi e nem será neutra.

Como podemos ver, as pesquisas que utilizam dos pressupostos fundamentais da TO precisam levar em consideração que todos os movimentos e aprendizagens existentes na sala de aula e na escola estão interrelacionados com os movimentos sociais, econômicos e políticos e devem considerar a escola como um espaço de

transformação social. E se atentarem para o fato de que os indivíduos são entidades relacionais (RADFORD, 2021) que se afetam mutuamente, aprendem uns com os outros e produzem saberes coletivamente.

O projeto educacional na TO distancia-se da ideia simplista que reduz o processo de ensino e aprendizagem à mera transferência e aquisição de técnicas e conceitos matemáticos e, como já dissemos anteriormente, se dá a partir da interação e trocas entre os estudantes e os professores.

Na perspectiva da TO, a educação matemática assume uma dimensão política, social, histórica e cultural e busca contribuir com o desenvolvimento de indivíduos reflexivos e éticos, capacitados a adotar uma postura crítica diante das práticas matemáticas que foram histórica e culturalmente construídas.

Portanto, na TO, o objetivo da educação matemática transcende a mera transmissão de conhecimento técnico. Ele se concentra na formação de indivíduos que não apenas compreendem a matemática, mas também são capazes de contextualizá-la em um cenário mais amplo, contribuindo para uma sociedade mais crítica, reflexiva e ética.

O saber na TO é definido como um “sistema histórico e culturalmente constituído de processos de ação e reflexão encarnados, sensíveis e materiais” (RADFORD, 2021, p. 39). O saber, portanto, muda ao longo do tempo e, também, muda de cultura para cultura. É, de acordo com o autor, altamente político e simbólico. Quando nascemos, esses sistemas já existem em nossa cultura na forma de saberes que, como dissemos, estão em permanente mudança.

Já o conhecimento é “a materialização, atualização ou incorporação do saber” (RADFORD, 2021, p. 41) e, embora sejam pertencentes a naturezas distintas, o saber de ordem mais geral e o conhecimento mais singular, estão relacionados e esta relação que ocorre a partir da atividade.

Assim, a atividade permite que o saber “ganhe vida”, apareça e seja atualizado. E é nesse processo/momento, intitulado por Radford (2021) de momento dialético, que pode ocorrer uma conversão ou transformação de um no outro (saber em conhecimento). A partir do acompanhamento de atividades propostas pela professora e mediações por ela realizadas em momentos de interação com os estudantes, pudemos identificar possíveis conhecimentos mobilizados, sempre inacabados e em permanente transformação, tanto pela professora quanto pelos estudantes.

É nítida a importância dada por Radford (2021) à atividade em sala de aula pois, além de permitir o aparecimento do saber que, como já mencionado, é produzido pelo ser humano no curso da tarefa concreta, é a partir dela que podemos nos encontrar com esse sistema de pensamento cultural e historicamente constituído como os sistemas matemáticos, científicos, estéticos, jurídicos dentre outros. O autor nomeia esse encontro de objetivação.

A objetivação, para Radford (2021), é a tentativa de compreender o saber, pois, não é possível desvendá-lo totalmente, uma vez que está em permanente transformação. A objetivação “é sempre um esforço parcial de tomar consciência ou dar-se conta dele” (RADFORD, 2021, p. 44). Além desse conceito, é importante apresentar o termo processos de objetivação. Tal expressão será utilizada para ilustrar a ideia de que durante a aprendizagem não se torna possível objetivar o conhecimento e sim dizer que os estudantes estão envolvidos em processos de objetivação.

Durante os processos de objetivação, os indivíduos tomam consciência, sempre de forma progressiva, gradual e parcial dos saberes e essa tomada de consciência não é passiva, ou seja, não se revela à consciência passivamente, mas através da atividade que envolve o corpo, a criatividade, a sensibilidade, a interpretação dos signos (semiótica), os afetos e as emoções.

Vemos, então, que as emoções e os afetos são partes constituintes do ensino-aprendizagem e eles não apenas nos tocam e nos afetam como nos moldam profundamente. Desta forma, a sala de aula não produz apenas conhecimentos, mas também subjetividades, a partir da rede de relações sociais, professores e estudantes se produzem mutuamente. Novamente, utilizaremos o termo processos ao tratar das subjetividades, neste caso, processos de subjetivação.

Nesta produção, que se dá na atividade e a partir da interação, o estudante ocupa e assume um espaço no mundo, se torna presença. “Ser presença é um movimento dialético entre a cultura e o indivíduo” (RADFORD, 2021, p. 46). Os indivíduos encontram em sua cultura a matéria prima de sua própria existência. Professores e alunos são considerados como subjetividades em formação, projetos de vida inacabados em contínua mudança que, juntos, se esforçam, sofrem, lutam, realizam e se realizam.

Mas, nem toda atividade permite essa coprodução, muitas vezes, ela pode ser alienante quando, por exemplo, o estudante não tem espaço para se expressar ou, ainda, quando a expressão está restrita a si mesmo (monólogo), neste caso, o estudante não está em conversa com o mundo, com um universo genuinamente compartilhado.

É possível perceber que o papel assumido pelo educador na TO não é o de possuidor e transmissor de conhecimentos ou um mero guia e, consequentemente, os estudantes não são vistos como sujeitos que recebem passivamente os conhecimentos e, também, não são autores exclusivos de sua própria aprendizagem.

A partir desta constatação, inferimos que o ensino e a aprendizagem não são vistos como atividades separadas, como já apresentado nas considerações iniciais desta pesquisa. Na TO, ensinar não é exclusividade do professor e nem aprender é tarefa básica dos estudantes, ensinar e aprender são conceituados como uma e mesma atividade tanto para os professores quanto para os estudantes. É importante salientar que não é desprezada a divisão de trabalho e o compromisso de estudantes e educadores nos fazeres da sala de aula, no entanto, ambos trabalham juntos.

Na TO, a atividade é concebida a partir de quatro dimensões: a constitutiva (se refere à produção de tecitura e aparece como uma energia sensível e sensorial, discursiva e gestual); a ontológica (uma forma de vida na qual os indivíduos se realizam como seres vivos), a epistemológica (aparece como um corpo cinestésico) e a relacional (na qual os indivíduos trabalham coletivamente e têm compromisso e cuidado com o outro). Ao se referir a última dimensão da atividade, Radford nos traz o conceito de labor conjunto.

> O labor conjunto sensível e material é considerado o último campo da experiência estética, da subjetividade e da cognição. Afirma o papel ontológico e epistemológico fundamental da matéria, do corpo, do movimento, da ação, do ritmo, da paixão e da sensação no ser humano (RADFORD, 2021, p.48).

A partir dos pressupostos adotados nesta pesquisa e em nossa questão de investigação, o conceito de labor conjunto permeará em nossas observações e análise de dados.

2.2 O Ensino de Álgebra nos PCNs e na BNCC

Como mencionamos no capítulo 1 desta pesquisa, focamos o nosso olhar para o ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais e buscamos investigar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do ensino fundamental, especialmente em propostas envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra. A escolha pela álgebra se deu por conta de inúmeros fatores. O primeiro deles foi a recente inclusão do ensino da álgebra no ensino fundamental, anos iniciais do da Educação Básica - EFAI (BNCC, 2017), até então, indicada de forma sistemática para o atual ensino fundamental, anos finais (EFAF).

Além da recente inclusão, conforme Lins e Gimenez (2001), identifica-se um certo pavor nos estudantes quando se trata da álgebra, ocasionando muitas vezes em fracasso na escola, pois seu ensino se restringe frequentemente ao uso de mecanismos memorizados sem que haja preocupação com sua significação.

Aguiar (2014) afirma que

> [...] algumas deficiências do ensino de álgebra são resultado de um processo histórico desse ensino e que, atualmente, existem outras concepções de ensino na literatura que apontam para o desenvolvimento de um pensar algébrico como marca dessa concepção (AGUIAR, 2014, p. 36).

Desse modo, a álgebra é uma parte fundamental da matemática que desempenha papel significativo no desenvolvimento do raciocínio lógico e na resolução de problemas. No contexto do currículo educacional brasileiro, a abordagem da álgebra sofreu várias transformações ao longo do tempo, refletindo mudanças nas práticas pedagógicas, nas orientações curriculares e na compreensão da importância dessa disciplina.

Radford (2011) em suas pesquisas sobre o simbolismo algébrico, enfatiza a importância das abordagens históricas. Ele argumenta que os conceitos teóricos são reflexos da maneira como o mundo é percebido de acordo com os processos sociais de construção e as categorias culturais disponíveis para os indivíduos. Para Radford (2011), o simbolismo algébrico é uma forma de linguagem que reflete o mundo em que vivemos, um mundo em que máquinas e novas formas de trabalho transformam a experiência humana.

Nesse contexto, o simbolismo algébrico assume uma dimensão sistêmica que se tornou uma metáfora de eficiência. Essa metáfora não se estende apenas aos domínios matemáticos e técnicos, mas também se estende a outras esferas da vida.

Em outras palavras, o simbolismo algébrico não é apenas uma ferramenta matemática, mas também uma representação simbólica de como percebemos e interagimos com o mundo ao nosso redor. O autor destaca a importância de compreender essa dimensão cultural e simbólica do simbolismo algébrico.

Em suas pesquisas sobre simbolismo algébrico, Radford (2011) destaca dois conceitos-chave que são essenciais para começar a compreender o tema: tempo e valor.

As informações históricas sobre a relação entre a medição do trabalho e o valor atribuído a ele podem ser relacionadas ao simbolismo algébrico, especialmente no contexto de estudos socioculturais e históricos da álgebra.

O simbolismo algébrico, como já mencionado, é uma forma de linguagem matemática que utiliza símbolos, letras e equações para representar relações matemáticas. A forma como essa linguagem se desenvolveu e se manteve ao longo da história, segundo Radford (2011), está ligada ao contexto sociocultural. A relação do tempo como parâmetro matemático de medição do trabalho e a atribuição de valor (de uso e de troca) tiveram um impacto significativo nas práticas matemáticas, incluindo na álgebra e na própria natureza do pensamento matemático.

Para o Radford (2011), o valor foi o elemento central que permitiu aos indivíduos, neste caso no período da renascença, estabelecer um novo tipo de relação abstrata entre coisas diferentes. Em termos de representação, o valor os possibilitou ver que uma coisa (moeda, dinheiro etc) poderia substituir outra, ou ainda, poderia ser utilizada para representar outra e este é o conceito chave de representação algébrica.

O valor mostrou que representação é arbitrária no sentido de que o valor de uma coisa não reside nesta própria coisa, mas em uma série de valores contextuais de uso, ou seja, estamos falando da arbitrariedade do significante, outra ideia chave da representação algébrica.

Radford (2011) diz que o ensino-aprendizagem da álgebra era feito, muito provavelmente, oralmente e os registros (manuscritos dos abacistas) mostram, de certa forma, os possíveis diálogos do professor com o aluno; tais textos serviriam de apoio à atividade matemática auditiva (incluindo-se a perceptiva e cinestésica), chamada de álgebra oral.

Segundo o autor, em vários manuscritos é possível perceber a dimensão auditiva e tátil da experiência do aprendizado daquele tempo e o simbolismo algébrico, apesar de aparecerem, não eram o foco da atividade matemática.

Novamente, Radford (2011) traz os avanços tecnológicos como impulsionadores de transformações significativas como, por exemplo, o surgimento da imprensa, no final do século XV. A partir desta criação, novas formas de representação do conhecimento surgiram e, consequentemente, mudaram a prática de álgebra e, também, o status do simbolismo.

Com a chegada do livro impresso, surgem novas necessidades cognitivas e outros recursos da linguagem oral como a flexão vocal, os gestos e a empatia acabaram se perdendo. Segundo Radford (2011), o leitor foi deixado na companhia de uma fria sequência de palavras impressas e o discurso foi transformado em escrita. Além disso, o leitor passou a enfrentar a experiência matemática organizada de forma linear e a lidar com uma terminologia que procurava ser cada vez mais breve e repleta de abreviaturas. O autor do livro teve que desenvolver novos códigos e símbolos capazes de traduzir, por exemplo, as pausas que organizavam frases em um discurso oral. Como podemos ver, o livro impresso levou a uma especialização do simbolismo algébrico e conferiu aos símbolos uma certa autonomia que não havia antes.

Mas Radford (2011) salienta que não foi apenas a imprensa que alterou os modos de representação, mas, também, o desenvolvimento de uma tecnologia que mudou a experiência humana. Para ele, a emergência do simbolismo algébrico parece estar relacionada a uma mudança profunda em torno da ideia de método, uma mudança de objeto para método; o foco mudou do objeto a ser reconhecido para o processo de conhecê-lo.

O uso de letras na álgebra, para ele, se relaciona à ideia de tornar o método algébrico eficiente, ou seja, claro e sistemático. O que se tem agora é uma série de sinais que podem ser manipulados, como uma máquina, de modo eficiente, como mercadorias. Assim como não é preciso saber quem fez a mercadoria, não é preciso saber a que objetos os sinais se referem.

Vimos, então, que as pesquisas históricas nos fornecem subsídios para tentar compreender algumas ideias atuais acerca da matemática e, neste caso, do ensino da álgebra. Não é raro encontrar estudantes e educadores estabelecendo uma relação quase imediata e instantânea da álgebra ao uso de letras, aplicação de

fórmulas e técnicas sem que haja, necessariamente, a necessidade de compreender o que se está executando.

Radford (2021) defende a ideia de que para que essa formação do indivíduo aconteça, desde os anos iniciais, é necessário que o educador desse segmento escolar tenha consciência do seu objeto de ensino, neste caso a álgebra, e do processo de seu desenvolvimento. Para ele, a compreensão da história da álgebra é de suma importância para o professor e, portanto, deve fazer parte de sua formação.

> Se apropriar de um conceito significa então compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuíram a ele, o que pode ser realizado em atividade, sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio deles (PANOSSIAM; MORETTI, SOUSA, 2017).

Quando olhamos para o ensino-aprendizagem de álgebra desde os anos iniciais, torna-se necessária a discussão acerca da alfabetização algébrica, pois as crianças neste segmento estão sendo alfabetizadas também na língua materna e, neste caso, as atividades pedagógicas realizadas com o objetivo de alfabetizar devem considerar o desenvolvimento lógico-histórico do objeto da atividade alfabetizadora.

Para Radford (2021), é importante compreender que a alfabetização é um ato que ao mesmo tempo em que nos dá o elemento da representação do pensamento, nos dá o modo geral de apropriação deste objeto. O autor defende a ideia de que a alfabetização algébrica requer que coloquemos os estudantes em atividades nas quais a comunicação se faça necessária e, também, em ações em que o sujeito esteja por inteiro desenvolvendo o seu pensamento como um resolvedor do problema que lhe foi colocado; resumidamente, é experienciar a forma humana de produzi-lo.

Um ponto de atenção, durante o processo de aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, é a dificuldade de muitos estudantes na transição da aritmética para a Álgebra, ponto que tem sido discutido por inúmeros autores (PONTE, 2005). De acordo com o autor, em diferentes situações, os estudantes não são capazes de perceber a letra como representação de um número desconhecido e, portanto, não percebem o sentido de uma expressão algébrica. Além desta percepção, muitos estudantes não foram capazes de converter uma informação da linguagem materna para a linguagem algébrica e, também, não conseguiram compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, de símbolos como o de adicionar (+) e da igualdade (=). Estas dificuldades apresentadas pelos estudantes são, para Ponte (2005) e Radford (2021), compreensíveis quando levamos em consideração a

complexidade dos conceitos que estão em jogo e, também, as sutilezas que envolvem o uso da linguagem que acabamos de exemplificar.

Se por um lado, os símbolos possuem um valor substancial e a notação algébrica tem a capacidade de sintetizar conceitos operacionais em representações compactas, tornando assim a informação mais acessível para compreensão e manipulação, por outro, o uso exagerado de símbolos sem uma compreensão prévia do que representam pode se transformar em um desafio significativo no processo de ensino-aprendizagem.

> Se perdermos de vista o significado do que os símbolos representam e apenas dermos atenção ao modo de os manipular, caímos no formalismo sem sentido. A solução não está em atrasar ou antecipar o simbolismo algébrico e sim por uma estratégia de ir introduzindo os símbolos e o seu uso em contextos significativos, nos quadros de atividades que mostrem de forma natural aos alunos o poder matemático da simbolização e da formalização (DAVIS; HERSH, 1995 *apud* PONTE, 2005, p. 11).

Conforme demonstrado pelos autores, o risco reside em perdermos de vista o significado subjacente dos símbolos, focando apenas na manipulação formal, o que pode resultar em um vazio conceitual. A solução não se encontra em eliminar o simbolismo ou adiá-lo até um estágio posterior como, por exemplo, iniciá-los apenas no final da educação básica ou na universidade. De forma similar, não é apropriado importar o mesmo uso dos símbolos desde cedo, forçando os estudantes a aprender a manipulá-los quando ainda não têm compreensão adequada.

Percebemos que há pontos centrais que envolvem o desenvolvimento do pensamento algébrico e outros que evidenciam o cuidado durante a alfabetização algébrica mas é inevitável trazer à tona dados históricos acerca do ensino e aprendizagem da álgebra desde o início do século XX, época na qual a álgebra ainda era ensinada de maneira mecânica, com foco em regras e procedimentos, e os estudantes eram frequentemente ensinados a resolver equações e sistemas de equações reproduzindo procedimentos, muitas vezes, sem compreender os conceitos subjacentes. Essa abordagem acabava por enfatizar a resolução de problemas isolados, sem conexões com outros campos da matemática.

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) reafirmam essa indicação, salientando que a inclusão da álgebra no currículo educacional do Brasil até 1960 foi caracterizada por um enfoque predominantemente reprodutivo, muito focado na resolução de problemas descontextualizados.

No ano de 1997, no Brasil, houve a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento orientador que deveria fornecer diretrizes para o desenvolvimento dos currículos escolares das escolas brasileiras. No contexto dos PCNs, o ensino da álgebra era indicado para as séries finais do Ensino Fundamental, hoje intitulado de EFAF (ensino fundamental anos finais) e, também, no ensino médio.

Na época da elaboração do documento, a organização escolar era seriada e o Ensino Fundamental estava dividido em quatro ciclos, com séries bianuais (1º Ciclo: 1ª e 2ª séries, 2º Ciclo: 3ª e 4ª séries, 3º Ciclo: 5ª e 6ª séries, 4º Ciclo: 7ª e 8ª séries).

De acordo com os PCNs, os currículos brasileiros para o ensino fundamental deveriam contemplar no ensino de matemática: o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e a Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria), o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento), e um quarto bloco denominado Tratamento da Informação, com conteúdos que permitissem aos estudantes ler, compreender e tratar as informações do dia-a-dia (BRASIL, 1997).

Com relação à Álgebra, os PCNs destacavam que seu estudo constituía “um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1997, p. 115), conforme ilustrado no Quadro 1:

Quadro 1: Dimensões da Álgebra de acordo com os PCNs

Dimensões da álgebra	Aritmética generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso de letras.	Letras como generalizações do modelo aritmético.	Letras como variáveis para expressar relações e funções.	Letras como incógnitas.	Letras como símbolo abstrato.

Dimensões da álgebra	Aritmética generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Conteúdos (conceitos e procedimentos).	Propriedades das operações, generalizações de padrões aritméticos.	Variação de grandezas.	Resolução de Equações.	Cálculo algébrico, Obtenção de expressões equivalentes.

Fonte: PCNs (1997, p. 116).

Como podemos ver, a álgebra nos PCNs era tratada no bloco temático de Números e Operações e objetivava favorecer a prática da abstração e generalização de forma a capacitar os estudantes para a resolução de problemas (BRASIL, 1997). O ensino de álgebra, como já mencionado anteriormente, aparecia nos PCNs indicado a partir do 3º ciclo, como ilustrado no Quadro 2.

Quadro 2: Objetivos indicados nos PCNs para o ensino de álgebra

3º ciclo - 4º ciclo
Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; produzir e interpretar diferentes escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
Traduzir informações, contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressam a relação de dependência entre variáveis.

Fonte: PCNs (1997, p. 4, p. 81).

Os PCNs indicaram para o 3º Ciclo uma abordagem que enfatizava o uso de símbolos e da linguagem matemática para representar números (BRASIL, 1997) e buscava proporcionar aos estudantes condições para que pudessem utilizar e

valorizar as diferentes formas de representação dos números e suas interrelações, estimular o uso de generalizações e favorecer compreensões acerca da natureza das representações algébricas. Essas generalizações representariam os primeiros passos em direção à compreensão da álgebra (BRASIL, 1997).

Não era esperado que nesse ciclo (3º ciclo) os estudantes explorassem expressões algébricas e equações, haja vista que eram considerados conceitos complexos para a faixa etária dos estudantes que cursavam o referido ciclo. O objetivo, de acordo com o documento (PCNs), era que os estudantes compreendessem a ideia de variável e percebessem a "expressão algébrica como uma maneira de traduzir a relação entre a variação de duas grandezas" (BRASIL, 1997, p. 68).

Já a Álgebra para o ciclo posterior (4º ciclo) deveria considerar a pré-álgebra desenvolvida anteriormente e as noções algébricas deveriam ser “exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas[...], e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações” (BRASIL, 1997, p.84). Não localizamos no documento indicações para o ensino da álgebra antes do 3º ciclo.

É importante salientar que, muitos educadores que hoje atuam nos anos iniciais, durante a sua trajetória, tanto como estudantes do ensino básico quanto educadores que ensinam matemática, acompanharam as diretrizes e indicações dos PCNs e, portanto, reconheciam o ensino da álgebra, de forma sistemática, a partir do 3º ciclo, ou atual, 6º ano (anos finais).

Após a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), para promover capacitações aos educadores, principalmente na área da matemática, o Governo Federal lançou dois programas intitulados "Pró-letramento em Matemática e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC” (CIRÍACO, 2020).

O Pró-Letramento, implementado de 2005 a 2012, foi concebido pelo Ministério da Educação (MEC) em colaboração com universidades e destinava-se aos educadores das séries/anos iniciais do ensino fundamental. As formações aconteciam no formato híbrido (semipresencial) e o principal objetivo era melhorar a qualidade do ensino e aprendizado da leitura, escrita e matemática nas séries iniciais das escolas públicas.

Outro programa, também concebido pelo MEC em colaboração com os governos (Federal, Estadual e municipal), foi o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC. Assim como o Pró-Letramento, era destinado aos educadores dos anos iniciais e esteve em vigor de 2012 a 2018. O principal objetivo era atender à Meta 5 estabelecida no Plano Nacional de Educação (PNE) de garantir a alfabetização de todas as crianças, tanto em Língua Portuguesa quanto em Matemática, até o 3º ano do ensino fundamental.

Na Lei n.13.005 de 25 de junho de 2014, lei que regulamenta o Plano Nacional de Educação (PNE), no Artigo 26, havia a indicação de metas para a criação de uma base nacional comum curricular à Educação Básica no Brasil (BRASIL, 1996) e, após inúmeras revisões e redações, no mês de abril de 2017, o Ministério da Educação entrega a versão final da BNCC para apreciação do Conselho Nacional de Educação (CNE) e, em meados de dezembro do mesmo ano (2017) a BNCC é homologada pelo então ministro da Educação, Mendonça Filho (BRASIL, 2017).

A BNCC é um documento orientador que estabelece os conhecimentos, competências e habilidades que todos os estudantes da educação básica brasileira devem desenvolver no decorrer de sua trajetória escolar e, de acordo com a BNCC, ao longo da Educação Básica – Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio – os alunos devem desenvolver competências que assegurem uma formação humana integral para a construção de uma sociedade justa democrática e inclusiva (BRASIL, 2017).

O Ensino Fundamental, como indicado na BNCC, é organizado em cinco áreas do conhecimento (Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso) e cada uma delas é composta por componentes curriculares. Na área de Matemática, o componente curricular é a própria disciplina de matemática. Cada componente curricular tem como principal objetivo o desenvolvimento de competências específicas que devem ser alcançadas a partir do desenvolvimento de habilidades.

De acordo com a BNCC, o componente curricular de Matemática deve garantir o desenvolvimento das competências específicas ilustradas no quadro abaixo.

Quadro 3: Competências Específicas para o componente curricular de matemática - BNCC (2017)

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: BNCC (1997, p. 267).

Além das competências específicas para a Matemática, a BNCC "propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental" (BNCC, 2017, p. 268) e, para o componente de Matemática, são indicadas as unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Assim, a Álgebra ganha uma certa "independência" e não aparece mais dentro do bloco temático de números e operações, como indicado nos PCNs.

E, de acordo com o documento (BNCC, 2017, p. 270):

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Outro dado, de bastante relevância para a nossa pesquisa, é a indicação do ensino da Álgebra desde os anos iniciais

> é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (BNCC, 2017, p. 270).

Salientamos, anteriormente, que muitos educadores que ensinam matemática nos anos iniciais tiveram os PCNs como referência e, a partir do ano de 2017, passam a ter a BNCC como documento orientador.

Por conta dessa recente inclusão, não apenas da unidade temática "álgebra", mas a partir da indicação de habilidades a serem desenvolvidas desde os anos iniciais voltadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, os educadores que lecionavam para esse segmento precisavam ressignificar, não apenas as possíveis concepções acerca do ensino e aprendizagem da álgebra mas, também, seus planejamentos e ações na sala de aula.

No quadro 4, podemos visualizar as habilidades a serem desenvolvidas, desde os anos iniciais, no ensino da Álgebra, de acordo com a BNCC (2017).

Quadro 4: Habilidades específicas voltadas para o ensino de álgebra nos anos iniciais - BNCC

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
1º ANO	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências; Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. (EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º ANO	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ANO	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas Relação de igualdade	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
		(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º ANO	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão Propriedades da igualdade	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. (EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades. (EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
5º ANO	Propriedades da igualdade e noção de equivalência Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é

UNIDADE TEMÁTICA – ÁLGEBRA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
		desconhecido. (EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: BNCC (2017, p. 278-295).

Vimos, então, que a BNCC traz mudanças significativas ao ensino da Matemática, especialmente ao tratar da álgebra, promovendo a inclusão de conceitos algébricos desde os anos iniciais da educação básica e, consequentemente, a obrigatoriedade de um planejamento e desenvolvimento mais sistemático por parte do educador. De acordo com a BNCC, o ensino de álgebra deve ser introduzido de maneira contextualizada e progressiva, a partir dos anos iniciais, o que representa uma alteração importante em relação à abordagem anterior, principalmente para os educadores dos anos iniciais.

Para que pudéssemos visualizar melhor as indicações apresentadas em cada documento (BNCC e PCNs), trouxemos um quadro comparativo elaborado pelas pesquisadoras Scremin e Righi (2020).

Quadro 5: O ensino de Álgebra - PCNs e BNCC - algumas comparações

PCNs	BNCC
Bloco temático: números e operações	Unidade temática: Álgebra
Objetivo: Desenvolver e exercitar a capacidade de abstração e generalização para resolução de problemas	Objetivo: Desenvolver o pensamento algébrico
Noções fundamentais: Generalização; Linguagem algébrica Relação entre duas grandezas.	Noções fundamentais: Equivalência; variação; interdependência; proporcionalidade.
Indicação do ciclo: a partir do 3º ciclo	Indicação do ano: 1º ano - anos iniciais

Fonte: Scremin e Righi (2020, p. 428).

A partir do Quadro 5, percebemos que nos PCNs há uma tendência de orientar a Álgebra como sendo uma Aritmética Generalizada e, a partir desse pressuposto, o foco da aprendizagem se concentra na utilização de atividades de traduzir e generalizar; já na BNCC, o grande foco da Álgebra se torna o desenvolvimento do pensamento algébrico e, consequentemente, a utilização de atividades que possam favorecer esse desenvolvimento.

Blanton e Kaput (2005), pesquisadores percursores na área da abordagem *Early* Álgebra, reconhecem não apenas a importância de iniciar explorações envolvendo álgebra desde os anos iniciais, como indicam a correlação existente entre o desenvolvimento do pensamento algébrico e a habilidade dos estudantes em generalizar conceitos matemáticos a partir de situações específicas.

De acordo com eles, essa capacidade de generalização frequentemente se manifesta, inicialmente, na forma de linguagem oral, através da articulação e argumentação de ideias pessoais, evoluindo gradualmente para expressões mais formalizadas no decorrer do processo de aprendizado.

Essa perspectiva é reforçada por outros pesquisadores como Radford (2006) e Canavarro (2009) que, igualmente, enfatizam que a habilidade de generalizar é um aspecto central no desenvolvimento do pensamento algébrico. Para eles, à medida que os estudantes, a partir de contextos particulares, identificam relações entre estruturas, termos e procedimentos, ampliam suas capacidades de raciocínio e comunicação.

A BNCC também enfatiza que os conteúdos relacionados à unidade temática álgebra devem ser abordados sob a ótica da apresentação de ideias de generalização, utilizando uma variedade de formas para expressar essas regularidades, sem necessariamente recorrer ao uso de símbolos alfabéticos (letras) como representações. Essa abordagem procura promover uma compreensão profunda e significativa do pensamento algébrico desde os anos iniciais possibilitando que os estudantes construam uma base sólida para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas ao longo da trajetória escolar.

De acordo com a BNCC, como indicado no quadro comparativo, o ensino da álgebra tem como principal objetivo desenvolver o pensamento algébrico, fundamental para a compreensão e análise de relações quantitativas e estruturas matemáticas. E, conforme o documento, no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, os alunos começam a trabalhar com regularidades, generalizações de padrões e propriedades da igualdade, mas ainda não utilizam letras para expressar essas regularidades. Não podemos deixar de mencionar que a relação entre a unidade temática Álgebra e a unidade temática Números é evidente, especialmente ao lidar com sequências, completar sequências e construir sequências com base em regras.

De acordo com o NCTM (2000, p. 37), o pensamento algébrico

> diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação: Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas); Representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos (Simbolização); Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (Modelação); Analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação).

Savioli (2009, p. 7-8) em seus estudos salienta que:

> A álgebra deve ser entendida de uma forma muito mais ampla, profunda e rica do que acontece tradicionalmente [...]. Mas, como “algebrizar” a atividade matemática na escola? Promovendo hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização, sempre que possível, tratando os números e as operações algebricamente - prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objetos formais para o pensamento algébrico.

Diversos autores adotam uma divisão a respeito das vertentes do Pensamento Algébrico (Blantom e Kaput, 2005; Chimoni, Pitta-Pantazi e Christou, 2021). Blanton e Kaput (2005) subdividem o Pensamento Algébrico em duas vertentes: Aritmética Generalizada e Pensamento Funcional. Por sua vez, Chimoni, Pitta-Pantazi e Christou

(2021) acrescentam a Modelagem de Linguagens como uma terceira vertente, além das duas já mencionadas.

A Aritmética Generalizada aborda o trabalho com números e propriedades das operações, enquanto o Pensamento Funcional se concentra na compreensão da variação numérica. A Modelagem de Linguagens abrange a aplicação de técnicas matemáticas e não matemáticas para modelar problemas, que buscam alicerçar os processos inerentes ao Pensamento Algébrico, como percepção, generalização, representação e justificação.

2.3 Currículo da cidade

Como a nossa pesquisa ocorreu em uma escola municipal do Estado de São Paulo, além da BNCC, analisamos o Currículo da Cidade (2019). Vale relembrar que a BNCC apresenta as aprendizagens essenciais de cada etapa escolar e é uma referência obrigatória para todas as escolas brasileiras, tanto públicas quanto privadas, mas, ela não deve ser compreendida como currículo, uma vez que estes devem contemplar as realidades e demandas locais, portanto, nem tudo que está nos currículos está na BNCC, mas, as indicações apresentadas na BNCC devem estar nos currículos.

O Currículo da Cidade passou por um processo de discussão e elaboração ao longo do ano de 2017, envolvendo a participação de diversos profissionais. Foi disponibilizado aos professores da rede municipal para que pudessem contribuir com suas sugestões e observações e esse processo foi conduzido com o apoio da equipe técnica da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

Para garantir que todas as partes interessadas se sentissem representadas nas propostas do documento, o Currículo da Cidade foi desenvolvido de maneira colaborativa, com ênfase em princípios de continuidade, relevância, colaboração e contemporaneidade. O objetivo era garantir que o currículo atendesse a todos os estudantes da rede municipal e estivesse alinhado com as diretrizes da BNCC, que foi homologada com pouco tempo após a publicação do Currículo da Cidade.

O Currículo da Cidade foi concebido como um documento que segue uma abordagem não linear. Ele define os conteúdos a serem ensinados, mas não exige a necessidade de pré-requisitos rígidos na elaboração desses conteúdos. Isso significa

que as disciplinas podem e devem ser abordadas de maneira que os alunos se envolvam na descoberta ativa do conhecimento.

Na Figura 1, podemos visualizar a Matriz de Saberes elaborada pela Secretaria Municipal de São Paulo (SME-SP).

Figura 1: Matriz de Saberes - SME - SP

Fonte: São Paulo (2019, p. 33).

O Currículo da Cidade também incorporou em suas diretrizes os ODS (Objetivos de Desenvolvimento Sustentável) indicados na Agenda 2030, que deveriam servir de inspiração para o trabalho a ser desenvolvido nas escolas, sempre de forma articulada com os objetivos de aprendizagem de cada componente curricular.

No documento é explicitado que:

> A implementação da aprendizagem para os ODS por meio da EDS vai além da incorporação de objetivos de aprendizagem e desenvolvimento no currículo escolar, com contornos precisos para cada ciclo de aprendizagem,

> idade e componente curricular, incluindo, também, a integração dos ODS em políticas, estratégias e programas educacionais; em materiais didáticos; na formação dos professores; na sala de aula e em outros ambientes de aprendizagem (SÃO PAULO, 2019, p. 38).

No Currículo da Cidade, o Ensino Fundamental é composto por 9 anos subdivididos em três ciclos.

1. O Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º).
2. O Ciclo Interdisciplinar (4º, 5º e 6º).
3. O Ciclo Autoral (7º, 8º e 9º).

De acordo com o documento, essa divisão em ciclos tem como principal objetivo proporcionar um período mais extenso de aprendizagem para os estudantes e, consequentemente, maior tempo de observação e acompanhamento por parte dos educadores que passam a visualizar os avanços e processos vividos por cada estudante dentro de cada ciclo.

Em nossa pesquisa, focamos o olhar no ciclo interdisciplinar, pois acompanhamos uma educadora que leciona para um 5º ano do Ensino Fundamental.

O Ciclo Interdisciplinar (4º ao 6º ano), de acordo com o Currículo da Cidade, busca uma maior integração entre os saberes básicos desenvolvidos no Ciclo de Alfabetização e, também, objetiva diminuir a distância existente entre os processos desenvolvidos no 5 º ano e os que serão desenvolvidos no 6º ano, tradicionalmente, muito distintos. Além dessas aproximações, estimula e valoriza a docência compartilhada e a interdisciplinaridade, ao contemplar ações desenvolvidas coletivamente por educadores dos anos iniciais (5º ano) e finais (6º ano).

O Currículo da Cidade está organizado por Áreas do Conhecimento e Componentes Curriculares e, de forma inédita no Brasil, traz em sua configuração o componente curricular intitulado Tecnologias para Aprendizagem. Esse componente busca fazer com que os estudantes atuem com discernimento e responsabilidade, apliquem seus conhecimentos para resolver problemas, tenham autonomia para tomar decisões, sejam proativos e capazes de identificar dados de uma situação e buscar soluções.

No Currículo da Cidade é utilizada a terminologia Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento para designar o conjunto de saberes que os estudantes da Rede Municipal de Ensino devem desenvolver ao longo do Ensino Fundamental. O

documento valoriza o diálogo permanente entre os diversos atores escolares, incluindo as Diretorias Regionais de Educação (DREs) e a Secretaria Municipal de Educação (SME) e salienta que o Currículo deve ser implementado por meio de um conjunto de ações estratégicas que estimulem, por exemplo, a elaboração e revisitação aos Projetos Políticos Pedagógicos (PPPs) das escolas, a formação de educadores, a seleção e uso dos Materiais didáticos e os processos avaliativos.

No documento há, ainda, a indicação de que o currículo é um

> documento vivo e flexível no qual as ações de planejamento e organização didática estarão em constante reflexão por parte dos professores permitindo sua construção e ressignificação de sentidos frente aos contextos em que são produzidos (SÃO PAULO, 2019, p. 59).

Ao tratar especificamente da área de Matemática, o documento indica que a nova proposta curricular da Cidade de São Paulo não apenas incorporou as perspectivas e interesses dos envolvidos na Rede Municipal de Ensino, mas também integrou os resultados de pesquisas tanto a nível internacional quanto brasileiro na área de Educação Matemática, produzidas ao longo dos últimos anos. O objetivo principal foi aprimorar o processo de construção do conhecimento matemático. Nesse sentido, foram consideradas diversas abordagens de pesquisa, incluindo aquelas com foco no contexto histórico-social, aspectos culturais, avanços tecnológicos e contribuições dos campos de formação de professores e organização curricular, entre outras áreas relevantes. Além disso, foram debatidas diversas metodologias possíveis para aprimorar o ensino da Matemática, tais como a resolução de problemas, a modelagem, a incorporação de tecnologias digitais, tarefas investigativas, jogos e brincadeiras, abordagens etnomatemáticas, entre outras.

O documento indica, ainda, que a Matemática envolve três dimensões que se articulam e se complementam: a social (que engloba a reflexão sobre a criação e o uso da Matemática em diferentes contextos sociais), a cultural (que considera a Matemática como fruto de diferentes culturas e etnias) e a formal (que envolve as ideias matemáticas fundamentais com a utilização de uma simbologia própria e universal, desenvolvidas ao longo da Educação Básica).

O desenvolvimento do conhecimento matemático abrange um conjunto de ideias fundamentais, como podemos visualizar na Figura 2.

Figura 2: Ideias fundamentais da Matemática

Fonte: São Paulo (2019, p. 65).

Essas ideias devem estar articuladas de modo a possibilitar maior integração entre os objetos de conhecimento.

Ao abordar os diversos tipos de raciocínio, que incluem o raciocínio dedutivo, indutivo, abdutivo e relacional, destaca a importância de uma seleção criteriosa, pelos educadores, das tarefas para os estudantes de cada ciclo. Essas tarefas devem ser matematicamente ricas e projetadas para promover o debate, a participação ativa dos alunos, a apresentação de justificativas e a reflexão. Os contraexemplos também desempenham um papel crucial nesse processo de ensino-aprendizagem. Eles oferecem oportunidades valiosas para os estudantes identificarem casos específicos que podem desafiar ou testar a validade das generalizações matemáticas. Isso ajuda os alunos a desenvolverem uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, uma vez que são incentivados a questionar, analisar e verificar as proposições matemáticas por meio de exemplos práticos.

Até recentemente, a comunicação nas aulas de Matemática era predominantemente unidirecional, com o professor fazendo perguntas e fornecendo respostas, sem dar oportunidade aos estudantes de se expressarem. No entanto, essa dinâmica tem passado por mudanças nos últimos anos. Quando se fala em comunicação, atualmente, leva-se em consideração o fato de os estudantes terem a oportunidade de comunicar suas próprias ideias matemáticas, seja de forma oral, escrita ou por outros meios, além de compreenderem as ideias matemáticas apresentadas por seus colegas e pelo professor.

O desenvolvimento da comunicação dos estudantes, nas aulas de Matemática, está intrinsecamente ligado aos objetivos que o professor estabelece para suas aulas. As formas de comunicação oral e escrita complementam-se nesse contexto educacional. A comunicação oral pode oferecer valiosas oportunidades de interações entre os estudantes e, também, entre os estudantes e o professor. Ela pode permitir um diálogo mais fluente e imediato, favorecendo a troca de ideias e a negociação de significados matemáticos. Por outro lado, a comunicação escrita pode favorecer a organização e sistematização das ideias.

Além da comunicação oral e escrita na língua materna, a Matemática necessita de representações especiais simbólicas e gráficas reconhecidas mundialmente. O conjunto de símbolos, gráficos e regras que representam uma estrutura matemática deve responder ao caráter sistêmico dessa área. “O uso dessa simbologia, de caráter universal, possibilita socializar o conhecimento matemático” (São Paulo, 2019, p. 70).

É importante destacar que é por meio da comunicação oral que ocorre o processo de negociação ativa de significados matemáticos entre o professor e os estudantes, entre os próprios estudantes e entre os estudantes e a comunidade escolar. Essa interação verbal é fundamental na construção do conhecimento matemático e no desenvolvimento das habilidades de comunicação dos alunos.

Essa forma de comunicação pressupõe a representação dos modos de pensamento matemático em uma linguagem coerente, facilitando a troca de informações e conceitos entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, a resolução de problemas e as tarefas investigativas no Currículo da Cidade para Matemática assumem papel fundamental em todos os ciclos. Elas podem contemplar quatro grandes momentos (reconhecimento, formulação de conjecturas,

realização de testes e argumentação) que devem ser considerados pelo professor no momento do planejamento e desenvolvimento das ações.

> Uma tarefa investigativa se diferencia de um problema por ser um processo mais aberto e mais longo com uma formulação inicial menos fechada do que a formulação de um problema (SÃO PAULO, 2019, p. 73).

No Quadro 6 é possível visualizar algumas diferenças entre um problema e uma tarefa investigativa:

Quadro 6 — Tarefa Investigativa e Problema

PROBLEMA	TAREFA INVESTIGATIVA
Compreender a formulação	Explorar preliminarmente a tarefa e formular questões problematizadoras
Definir uma estratégia	Formular hipóteses
Desenvolver uma estratégia para solucionar o problema	Testar e reformular as hipóteses
Avaliar os resultados e responder o problema	Validar as hipóteses, elaborar argumentos e relatar o processo

Fonte: São Paulo (2019, p. 73).

Outro ponto apresentado no Currículo da Cidade é o uso da modelagem nas aulas de matemática. A modelagem, de acordo com o documento, pode favorecer a criação de um ambiente de aprendizagem problematizador que estimula o protagonismo dos estudantes, já que as perguntas e os procedimentos para encontrar a solução dos problemas serão feitos pelos próprios estudantes e, nesse caso, devem pensar em estratégias que não são oferecidas previamente pelo educador, mas mediadas por ele.

Nesse sentido,

> a modelagem se diferencia das tarefas investigativas, pois estas se relacionam a contextos intramatemáticos e a modelagem se refere a contextos extramatemáticos (SÃO PAULO, 2019, p. 75).

Na elaboração da estrutura curricular de Matemática foram levados em consideração os Direitos de Aprendizagem, os Objetos de Conhecimento e Objetivos de Aprendizagem, e os ODS, os Eixos Estruturantes (Números, Geometria,

Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, Álgebra) e os Eixos Articuladores (Jogos e Brincadeiras, Processos Matemáticos e Conexões).

No Currículo da Cidade, os jogos são concebidos tanto como um objeto de conhecimento quanto uma estratégia de aprendizagem e são reconhecidos e valorizados como favorecedores do desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da argumentação.

Ao apresentar o ensino de matemática em cada ciclo, o documento indica que no Ciclo Interdisciplinar,

> os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento evoluem e envolvem a descrição de processos matemáticos e relações entre a língua materna e a linguagem matemática e vice-versa, ampliando as formas de representação matemática e o rigor que elas exigem, expandindo a alfabetização matemática para um letramento matemático (SÃO PAULO, 2019, p.97).

O Currículo da Cidade apresenta uma parte intitulada Orientações para o trabalho do professor e, neste momento, salienta que a aprendizagem da Matemática decorre do trabalho realizado pelo estudante a partir das tarefas que são propostas pelo professor e, a partir deste apontamento, reitera o papel fundamental do educador em suas escolhas e ações.

Ainda, enfatiza a necessidade de oportunizar momentos de discussão nos quais o estudante possa confrontar os resultados por ele obtidos com os dos colegas e, nesse caso, não apenas apresentar seus percursos, mas, também ouvir os dos colegas, possa argumentar sobre os caminhos de resolução utilizados e construir, a partir desse percurso, conceitos e representações, fundamentais para a aprendizagem da Matemática.

Indica, também, que a capacidade de resolver problemas é central e, portanto, deve estar presente no trabalho do educador, pois promove o raciocínio e a comunicação matemática. Outro aspecto fundamental da resolução de problemas é a atenção dedicada aos raciocínios dos estudantes. É importante valorizá-los e incentivar os estudantes a expressá-los, tanto oralmente quanto por escrito, ajudando o próprio estudante a rever e organizar seus percursos, ajuda o professor a compreendê-los e, também, permite que os colegas de turma tenham acesso a esses raciocínios. Todo esse processo pode contribuir para o desenvolvimento da linguagem matemática com maior rigor e clareza.

O Currículo da Cidade traz apontamentos sobre a importância da alternância de estratégias como a realização de pequenas investigações em duplas ou pequenos grupos e outras realizadas coletivamente.

Como pudemos ver, os documentos por nós analisados (BNCC e Currículo da Cidade) elucidam, além dos pressupostos envolvendo a Matemática e a Educação Matemática, o papel primordial do educador, tanto na possível participação durante a elaboração dos Currículos quanto no desenvolvimento das ações para alcançar os objetivos apresentados nos currículos e, também, da comunicação como elemento central na construção dos conhecimentos e processos.

Abreu Silva (2022), utilizando o estudo sobre a trajetória e desafios no desenvolvimento curricular em Matemática no Brasil de Pires (2008), considera que:

> [...] uma das marcas das políticas públicas brasileiras, no que se refere a questões curriculares, é a falta de ações de implementação curricular, como se novas ideias se transformassem em prática, num passe de mágica. Além da ausência de ações de implementação, outra marca é a falta de acompanhamento/avaliação das inovações propostas, o que não permite fazer uma avaliação adequada, contabilizando acertos e erros (PIRES, 2008 *apud* SILVA, 2022, p. 52).

De acordo com Ubiratan D´Ambrósio (2002, *apud* SILVA, 2022, p. 36), "[...] a educação tem a estratégia-chave no currículo[...]", ou seja, o currículo educacional deve trazer reflexos da sociedade, pois a essência da escola está no educar, formar e avançar diante dos problemas e saberes do contexto.

Sacristán (2017) destacou a importância de entender o papel do professor no processo de desenvolvimento curricular, indo além do currículo prescrito (que é especificado anteriormente em relação ao seu conteúdo e organização). De acordo com o autor, para levar o currículo à prática e alcançar o currículo realizado (que oferece condições reais de aprendizagem aos alunos, desenvolvendo habilidades e competências), é fundamental conceber o professor como:

> [...] um mediador decisivo entre o currículo estabelecido e os alunos, um agente ativo no desenvolvimento curricular, um modelador dos conteúdos que se distribuem e dos códigos que estruturam esses conteúdos, condicionando, com isso, toda gama de aprendizagem dos alunos (SACRISTÁN, 2000, p.166).

O conceito de currículo moldado, conforme Sacristán (2000), refere-se ao momento em que ocorre o planejamento do professor, seja de forma coletiva ou individual. Isso envolve o estudo dos materiais curriculares e a compreensão do que o currículo prescrito e apresentado inicialmente propunha. Nesse estágio, o professor

molda o currículo de acordo com as necessidades específicas de sua sala de aula e de seus alunos.

Por outro lado, o currículo em ação é quando o professor, munido do conhecimento essencial da proposta curricular, começa a implementar as atividades e conteúdos do currículo prescrito e apresentado. Durante esse processo, o professor avalia continuamente a adequação desses elementos às demandas de sua turma e ao nível de desenvolvimento de seus alunos, fazendo os ajustes necessários.

O currículo realizado, por sua vez, surge da prática cotidiana. Ele representa uma etapa em que a interação entre professor e aluno é fortalecida, e os efeitos da aprendizagem são avaliados de forma aprofundada. Nesse estágio, o professor não apenas ensina, mas também reflete sobre sua prática docente, examinando como os conteúdos e atividades planejadas estão impactando o processo de aprendizagem dos alunos.

Em suma, o currículo moldado envolve a adaptação do currículo às necessidades da sala de aula, o currículo em ação é a implementação desse currículo ajustado, e o currículo realizado é o resultado prático da interação entre professor e aluno, onde a aprendizagem é elaborada e refinada com base na experiência de ensino. Essa abordagem ajuda a garantir que o currículo seja eficaz e atenda às demandas específicas do contexto educacional.

Sacristán (2000) reafirma, então, que o professor desempenha um papel central na concretização do currículo, transformando-o em uma experiência educacional rica e significativa para os estudantes. Ele não apenas segue um roteiro pré-determinado, mas também interpreta, adapta e molda o currículo para atender às necessidades e realidades de sua sala de aula, tornando-se um agente fundamental no desenvolvimento curricular.

Como podemos ver, a abordagem pedagógica e a organização pedagógica envolvem muito mais do que selecionar um tipo específico de tarefa ou, ainda, realizar a seleção de um livro didático ou material complementar, refere-se principalmente a adoção de conceitos e posturas relativas ao que se compreende por criança, infância, saber, conhecimento, ensino e aprendizagem, matemática, álgebra e comunicação matemática. Os materiais que utiliza, o planejamento que realiza, suas condutas e postura, as problematizações, a interação, a colaboração entre os sujeitos, os recursos e os instrumentos dentre outros inúmeros elementos utilizados

cotidianamente devem ser considerados se quisermos compreender processos de ensino-aprendizagem, no nosso caso, da álgebra nos anos iniciais e da comunicação matemática nesse contexto.

2.4 A comunicação na sala de aula

Nesta pesquisa assumimos a comunicação como uma interação social que envolve um processo de compartilhamento e reconstrução de significados pelos indivíduos, e que permite que o sujeito se identifique com o outro e, ao mesmo tempo, expresse e afirme sua singularidade. O propósito da comunicação, portanto, é alcançar o entendimento entre os participantes por meio da partilha e reconstrução de significados (Godino & Llinares, 2000). Ao focar o nosso olhar para o contexto escolar não podemos deixar de observar o papel do educador, pois,

> O professor assume usualmente um papel de forte intervenção. A planificação, a necessidade de tomar decisões, a coordenação do desenrolar da aula, a escolha das metodologias seguidas e da própria forma como a turma se organiza, são responsabilidades assumidas, na generalidade das aulas, pelo professor (MARTINHO, 2007, p. 17).

Nessa perspectiva, a interação com os outros, nesse caso, com o educador e estudante, possibilita que o sujeito construa sua identidade como pessoa, por meio da participação na ação do outro, promovendo uma troca de papéis e aprendendo a enxergar-se através dos olhos do outro, o que favorece a complementaridade e o reconhecimento mútuo. Esse processo comunicativo caracteriza-se por uma ação em que o sujeito age para compartilhar com o outro seu modo de vida e compreendê-lo mutuamente. Vale ressaltar que a compreensão mútua não se restringe apenas à compreensão das mensagens em si, mas decorre também do processo de interação entre os sujeitos, que possuem capacidade de reflexão e compreensão do outro (HABERMAS, 2004, 2006). Martinho (2007) chama atenção, inclusive, para a constituição da turma que permanece junta no decorrer do ano escolar e, segundo a autora, "a turma tem um crescimento próprio, hábitos adquiridos, relações estabelecidas e aprendizagens conjuntas, pelo que deve ser olhada como uma unidade a ter em conta quando se analisa a comunicação na sala de aula" (p.18).

No contexto da comunicação como interação social, o conhecimento não é apenas algo pronto para ser transmitido, neste caso, pelo professor ao aluno, mas

nasce das interações e discursos desenvolvidos na sala de aula, a partir de ações e construções coletivas de comunicação e de interação. Assim, a aprendizagem matemática ocorrerá a partir das interações entre o professor e os alunos, envolvendo discussões sobre a matemática. O discurso, nesse contexto, não se restringe apenas a signos ou representações, mas compreende o uso das palavras, frases, símbolos e linguagem em ação, sendo um meio de atingir fins cognitivos, sociais e outros (GODINO; LLINARES, 2000; SIERPINSKA, 1998).

É por meio da comunicação que os conhecimentos, neste caso, matemáticos, são compartilhados pelos alunos e pelo professor e compreendidos por cada um dos envolvidos. Esse conhecimento matemático pode ser considerado, tanto como algo pronto, preexistente e imutável quanto como algo derivado da construção social e resultante das permanentes negociações de significados ocorridas durante as trocas entre os alunos, o professor e o conhecimento matemático (Bishop & Goffree, 1986), em busca de um entendimento comum.

De acordo com Martinho (2007, p. 35), a comunicação nas aulas de matemática

> pode ser vista de duas formas. Por um lado, como objectivo curricular, ou seja, como conjunto de aprendizagens a desenvolver – aprender a comunicar – e, por outro lado, como meio, ou seja, como elemento constituinte das metodologias de ensino – comunicar para aprender.

Para a autora, as duas perspectivas (aprender a comunicar matematicamente e aprender Matemática comunicando) são indissociáveis e, portanto, são e devem ser trabalhadas na sala de aula. Nas aulas de matemática temos, portanto, a Matemática como uma forma de linguagem e a linguagem como instrumento de comunicação. Os conhecimentos e concepções do educador acerca da comunicação e da aprendizagem da matemática acabam por interferir diretamente nas escolhas e ações do professor.

Como pudemos ver, as ações na sala de aula podem traduzir diferentes concepções; podemos ter práticas que refletem um discurso centrado no professor - unidirecional e contributiva - ou ações pautadas pelo diálogo entre os alunos e o professor - reflexiva e instrutiva -, refletindo a valorização das interações sociais na comunidade de aprendizagem (BRENDEFUR; FRYKHOLM, 2000).

O termo discurso

> pode ser entendido tanto como o resultado de múltiplos actos de fala no interior de um determinado contexto, como, numa perspectiva mais dinâmica,

> não raro fragmentária, de um suporte linguístico que o traduz (MARTINHO, 2007, p. 18).

O National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 1994) inclui no discurso da aula todas as “formas de representar, falar, pensar, concordar ou discordar” usados por educadores e estudantes, “englobando tanto a forma como as ideias são trocadas como aquilo que elas veiculam” (p. 36). Martinho (2007) salienta, inclusive, a importância da produção escrita e não apenas oral.

Ao nos referirmos ao discurso matemático, não podemos observá-lo de forma dissociada da pessoa que o profere e, também, é preciso cuidar para não atribuir certas capacidades matemáticas a indivíduos que podem ter, por exemplo, dominado um particular discurso matemático; a capacidade de falar sobre Matemática não revela, necessariamente, a compreensão matemática de uma pessoa.

Para Martinho (2007), um indivíduo pode descrever conceitos, mas não ser capaz de relacioná-los ou, ainda, descrever ações sem ser capaz de demonstrar compreensões instrumentais, ou seja, o indivíduo pode não ser capaz de justificar uma afirmação e fundamentar o seu raciocínio.

Martinho (2007) salienta, ainda, que é importante perceber e compreender que cada turma tem um discurso matemático particular que é composto por vários discursos individuais e fruto das interações promovidas.

As interações entre os educadores e os estudantes, além de promover o desenvolvimento de capacidades (intrapessoal e interpessoal) e geração de discuros, acabam por gerar, também, padrões de interação (GODINO & LLINARES, 2000; MENEZES, 2004, 2005; WOOD, 1994, 1998). Voigt (1995) define padrões de interação como regularidades constituídas nas interações entre os educadores e os estudantes.

De acordo com Godino e Llinares (2000) pode haver distintos padrões de interação:

- Padrão extrativo, no qual o professor apresenta uma tarefa e permite que os estudantes explorem espontaneamente para que, em seguida, possa promover discussões que permitam a extração de fragmentos de conhecimentos identificados a partir dos passos percorridos pelos estudantes;

- Padrão de discussão onde o professor, após solicitar a resolução de uma tarefa em pequenos grupos, pede que um estudante compartilhe as discussões e percursos do grupo e, após tal explanação, o professor contribui fazendo perguntas

complementares, promovendo observações e reformulações para estimular e favorecer a construção coletiva de uma solução tomada como válida. Para finalizar, o professor faz outras provocações que levem a possíveis novas soluções para iniciar, novamente, o ciclo de discussão;

- Padrão do funil, onde o professor, ao perceber que os estudantes não estão sendo capazes de resolver um determinado desafio, propõe novas questões que considera mais fáceis e cujas respostas possam conduzir a resolução do desafio anterior (mais complexo);

- Padrão de focalização, é uma variação do padrão anterior e, nesse caso, o professor propõe perguntas que objetivam focar a atenção dos estudantes para um determinado aspecto do problema para, a partir desse ponto, fazê-los avançar ou ultrapassar possíveis dificuldades. Quando há essa ultrapassagem, os estudantes devem prosseguir de forma autônoma;

- Padrão de matematização direta e, nesse caso, o professor propõe aos estudantes a execução de uma tarefa aberta que pode permitir diferentes interpretações e abordagens matemáticas para, em seguida, conduzir reflexões para enfatizar um determinado modo de interpretar a tarefa e, a partir daí, os estudantes devem seguir, de forma independente, suas próprias abordagens;

- Padrões afirmativo e interrogativo no qual o professor primeiro valida a solução ou afirmação do estudante dizendo que está correto ou não e, em seguida, estimula o aluno a verificar a sua própria solução ou afirmação;

- Padrão de recitação, normalmente identificado nas tarefas mais rotineiras e, nesse caso, o professor explica a matéria e os alunos respondem as perguntas, para finalizar, o professor avalia as respostas dadas.

Como podemos ver, é possível caracterizar o ensino de diferentes formas como, por exemplo, baseado na memorização, no questionamento e na reprodução, fundamentado no conhecimento matemático do professor - padrões de recitação, funil e focalização - ou podem ser embasados em uma contribuição pessoal dos alunos, permitindo uma avaliação e reflexão sobre as atividades matemáticas e o conhecimento matemático construído em sala de aula - padrões de extração e discussão.

Além dos padrões de interação, Martinho (2007) destaca em seus estudos, o papel das perguntas do professor e os tipos de perguntas (perguntas de focalização,

de confirmação e de inquirição) utilizados durante as aulas e, segundo a autora, cada tipo de pergunta tem um determinado objetivo. Para a autora, ao utilizar as perguntas de focalização, como o próprio nome sugere, o educador tem a intenção de focar a atenção do estudante para um determinado conteúdo; ao utilizar as perguntas de confirmação, tem como objetivo principal averiguar ou "testar" os conhecimentos adquiridos pelos estudantes, buscando uma certificação e, normalmente, essas perguntas tendem a obter respostas mais diretas e objetivas e, portanto, o professor já tem uma certa previsibilidade das respostas que espera receber e, ao utilizar as perguntas de inquirição ou como nomeado pela autora, as "verdadeiras perguntas", o educador busca revelar os conhecimentos dos estudantes. Para Martinho (2007) tais perguntas ainda são pouco frequentes ou até ausentes dos movimentos realizados pelos educadores no contexto escolar e, segundo ela, tais perguntas (inquirição) e padrões (discussão e extração) são fundamentais para a construção das comunidades matemáticas; nestas comunidades

> as ideias que vão sendo produzidas pelos alunos vão fazendo sentido numa construção coletiva, com a atenção cuidada do professor. O envolvimento de todos os alunos nas discussões, fazendo com que se sintam membros da comunidade (MARTINHO, 2015, p. 72)

3 ESCOLHAS E PERCURSOS

3.1 Escolhas metodológicas

Para a realização da pesquisa, foram desenhados roteiros de ações que objetivavam identificar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas desse componente curricular, mais especificamente em atividades envolvendo relações de igualdade (álgebra), de uma professora polivalente que leciona para os anos iniciais, desta forma, se fazia necessária a observação e acompanhamento de ações da referida professora no contexto da sala de aula.

De acordo com Mendonça (2014, p. 11) “Se o pesquisador lança um problema de pesquisa, se deseja investigar um determinado fenômeno, precisa, antes de tudo, determinar o caminho a ser seguido para encontrar respostas para o seu problema”. Desta forma, tornava-se essencial selecionar o método de pesquisa; optamos por seguir com o método fenomenológico.

“A fenomenologia toma como base a ideia de que é possível chegar à essência do objeto da pesquisa (do ser pesquisado) a partir da observação e do exame do fenômeno como algo que aparece à consciência” (MENDONÇA, 2014, p.18). De acordo com a autora, “o método fenomenológico é aquele que busca compreender o ser humano e suas experiências vividas” (MENDONÇA, 2014, p. 18). Assim, nesta pesquisa, temos como pano de fundo o cotidiano na escola e na sala de aula.

E, como dissemos incialmente, partimos do princípio de que a escola é um ambiente socialmente e historicamente construído, no qual as pessoas trazem seus pontos de vista, e na interação com outros reconstroem significados. A partir desse pressuposto, nossa pesquisa é qualitativa, como classificada por Chizzoti (2005, p.79), por ser um

> processo que comporta uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relação que sujeitos concretos criam em suas ações.

O nosso olhar estará focado na análise processual dos dados e se concentra na observação dos participantes em seus ambientes naturais, nesse caso, no ambiente escolar. Conforme Creswell (2007, p. 186), "a pesquisa qualitativa usa métodos múltiplos que são interativos e humanísticos".

Durante a pesquisa, buscamos promover a interação entre a pesquisadora e a comunidade escolar ao longo de todo o processo de coleta de dados. Cada momento de troca foi cuidadosamente estruturado pela pesquisadora para tentar minimizar qualquer interferência desnecessária no ambiente de pesquisa.

Utilizamos diferentes instrumentos de coleta de dados, incluindo-se as entrevistas, muitas delas gravadas, conforme quadro 7.

Quadro 7 — Instrumentos de coleta de dados

Instrumento de coleta de dados	Mês/ano	Qde	Quantidade/ Descrição	Código alfanumérico
e-mails	Março/ 2023	04	Troca de e-mail com a escola Troca de e-mail com a direção Troca de e-mail com a coordenação	EM-E EM-D EM-C
Mensagens via whatsapp	Março – setembro/ 2023	15	Troca de mensagens com a direção Troca de mensagens com a coordenação	WH-D WH-C
Entrevistas	Março – setembro/ 2023	05	Entrevista com a direção Entrevista com a coordenação Entrevistas com a professora	ET-D ET-C ET-P01 ET-P02 ET-P03
Encontros com professores	Maio – agosto/ 2023	03	Encontros com professores	EM-P
Observação em sala de aula	Agosto/ 2023	03	Observações em sala de aula	OB-01 OB-02 0B-03

Fonte: elaborado pela autora.

Ao nos referirmos ao uso das entrevistas as entendemos como uma

> [...] ferramenta ou como técnica que auxilia o informante a expressar uma informação a ser recolhida pelo entrevistador numa determinada interação pressupõe um papel atribuído à entrevista de facilitador da revelação daquilo que o informante sabe e que o entrevistador precisa saber. Essa revelação funcionaria como uma verdade que, após ser recolhida, responderia às indagações do analista (ROCHA *et al.,* 2004, p.4)

A partir dessa perspectiva, as entrevistas são vistas como um gênero do discurso, não como um gênero primário, haja vista que para além de um roteiro a ser seguido, tomam como base os diferentes discursos que circulam. São compreendidas, portanto, como um diálogo entre entrevistado e entrevistador (dialógica e interacional) e "trata-se de uma interação entre pesquisa e pesquisados" (SEVERINO, 2016, p. 133).

Nesta pesquisa, buscamos manter uma escuta atenta do entrevistado e o mínimo de intervenção durante as entrevistas e isso não significa que não se tinha uma intenção ou objetivo, pois "todas as entrevistas se dirigem para algum lugar, pois antes da realização da coleta temos um objetivo de pesquisa que dirige nossa busca" (MANZINI, 2004, p.2).

Dentre os diferentes tipos de entrevista, optamos pela entrevista semiestruturada que, de acordo com Manzini (2004, p. 21),

> [...] possui um roteiro de perguntas básicas previamente estabelecidas e que fariam referência aos interesses da pesquisa. Ela difere da estruturada pela sua flexibilidade quanto às atitudes e compreensão do pesquisador, podendo ou não alterar as perguntas no decorrer das respostas dadas.

A pesquisadora apresentou para a professora do 5º ano um roteiro contendo as principais questões[12], mas levou em consideração, durante todas as entrevistas, questões momentâneas derivadas da fala e interações geradas durante o diálogo o que, em nosso ponto de vista, enriquece a investigação.

Vale salientar alguns cuidados tomados pela pesquisadora como, por exemplo, a postura do pesquisador durante a entrevista e nos momentos de análise dos materiais coletados. O grau de informalidade e proximidade entre os participantes pode afetar a geração de dados e, da mesma forma, interferir na interpretação dos dados já que os observe e analisa sob sua própria ótica e subjetividade.

[12] Anexo 1

Duarte (2002) apresenta algumas estratégias que podem minimizar tais problemas. De acordo com a autora:

> Vencida a etapa de organização/classificação do material coletado, cabe proceder a um mergulho analítico profundo em textos densos e complexos, de modo a produzir interpretações e explicações que procurem dar conta, em alguma medida, do problema e das questões que motivaram a investigação. As muitas leituras do material de que se dispõe, cruzando informações aparentemente desconexas, interpretando respostas, notas e textos integrais que são codificados em “caixas simbólicas”, categorias teóricas ou “nativas” ajudam a classificar, com um certo grau de objetividade, o que se depreende da leitura/interpretação daqueles diferentes textos (DUARTE, 2002, p. 151).

Dessa maneira, o papel do entrevistador e seu compromisso com o objetivo de pesquisa são essenciais e se processam a partir de suas escolhas e preparação de todos os materiais de investigação no decorrer de todas as etapas da entrevista. Para minimizar possíveis problemas, utilizamos do quadro elaborado Castro e Oliveira (2022), demonstrado a seguir:

Quadro 8: Guia de análise de entrevista semiestruturada com base em Trivinos (1987) e Duarte (2002)

		Pré-análise	Descrição analítica	Interpretação inferencial
Análise de fatores internos	coerência	As perguntas são coerentes?	As respostas são coerentes?	Há coerência nas inferências do pesquisador?
	consistência	As perguntas são consistentes?	As respostas são consistentes? Há consistência no padrão analítico?	As inferências do pesquisador são consistentes com os objetivos delineados?
	originalidade	Há originalidade nas perguntas? Elas propõem algo novo?	As análises realizadas são originais?	As inferências do pesquisador são originais ou repetem pesquisas anteriores?

	objetivação	O objetivo das perguntas condiz com o objetivo da pesquisa?	As respostas são prolixas ou objetivas? São condizentes com o(s) objetivo(s) da pesquisa?	As inferências do pesquisador respondem os objetivos da pesquisa?
Análise de fatores externos		Houve interferência de fatores externos na elaboração e condução do questionário? Quais?	Há ou não fatores externos incidentes à análise dos questionários? Quais? Como afetam os resultados?	Há ou não fatores externos incidentes à análise inferencial do pesquisador? Quais? Como afetam os resultados?
Análise do pesquisador-entrevistador	postura	As perguntas elaboradas proporcionam uma postura interativa e reflexiva do pesquisador mediante ao entrevistado?	A análise dos dados é afetada pela subjetividade do pesquisador?	As inferências realizadas revelam viés do pesquisador? Qual(is)? Como afetam os resultados?
	domínio teórico metodológico	Os objetivos da pesquisa foram respeitados?		

Fonte: adaptado de Castro e Oliveira (2002, p. 38-39)

A partir do Quadro 7, percebemos que os fatores internos e externos e a postura do pesquisador-entrevistador podem ser avaliados e monitorados em cada uma das etapas de análise.

Além das entrevistas, utilizamos outros instrumentos para a coleta de dados como observação da sala de aula, gravações de áudio ao realizar entrevistas mas,

também, gravações que buscavam perceber os diferentes ruídos existentes no ambiente no momento da coleta de dados, comunicações com a equipe escolar que ultrapassam alguns instrumentos formais como ofícios e *e-mails* contemplando, por exemplo, trocas de mensagens por *WhatsApp* e telefonemas, coleções de falas captadas nos momentos de observação e outras formas emergentes de material que nos permitissem um olhar mais sensível e amplo do contexto no qual a pesquisa se deu.

Acreditamos que durante um estudo qualitativo, diversos aspectos podem surgir organicamente. As próprias questões de pesquisa podem se transformar e aprimorar à medida que o pesquisador adquire *insights* que podem redirecionar o rumo dos questionamentos e observações. O processo de coleta de dados também pode ser reconduzido à medida que novas oportunidades se apresentam e outras perdem sentido, desta forma, o pesquisador pode perceber os locais mais adequados para aprofundar sua compreensão sobre o fenômeno central de interesse.

Como mencionamos anteriormente, nesta pesquisa não há a intenção de criar um produto educacional específico e, além de qualitativa, será pautada pela perspectiva interpretativista, seguindo as abordagens de Schwandt (2006) e Creswell (2013). A perspectiva interpretativista é uma abordagem que se concentra na compreensão profunda e na interpretação dos significados e das experiências dos participantes.

Em contraste com abordagens positivistas que buscam leis gerais e objetividade, a perspectiva interpretativista assume que a realidade é construída socialmente e que os significados são construídos através das interações humanas. Nesta abordagem, o contexto em que os dados foram coletados é enfatizado e o pesquisador reflete sobre seu próprio papel e perspectivas na pesquisa. Isso também significa que

> o pesquisador filtra os dados através de uma lente pessoal situada em um momento sociopolítico e histórico específico. Não é possível evitar as interpretações pessoais, na análise de dados qualitativos (CRESWELL, 2007, p. 186-187)

Portanto, a abordagem qualitativa na construção dos dados, conforme delineada em nossa pesquisa, coloca o foco no sujeito e valoriza os aspectos subjetivos do comportamento humano, bem como as experiências vivenciadas e os significados a elas atribuídos.

Como dissemos, nossa abordagem se concentra na atividade humana como uma experiência social e na atribuição de significados a esses problemas e, portanto, a realidade será explorada a partir da perspectiva dos principais coadjuvantes e protagonistas deste estudo, neste caso, gestores e professores da escola e, principalmente, da professora do 5º ano.

Durante a pesquisa, a professora em parceria com a pesquisadora, elaborou uma atividade a ser realizada com os estudantes. Tal atividade foi observada pela pesquisadora e analisada conjuntamente com a professora.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as diversas interpretações das experiências são acessíveis aos pesquisadores por meio da interação com os participantes, à medida que buscam compreender o pensamento subjetivo desses indivíduos.

Nossa abordagem visa, portanto, descrever o processo de construção de significado em relação aos conceitos algébricos (noção de equivalência) a partir da utilização, pela professora, da comunicação matemática em uma atividade realizada em um grupo do 5º ano após a análise conjunta com a pesquisadora dos resultados obtidos em uma avaliação realizada pelos estudantes.

3.2 Percursos da pesquisa

3.2.1 A escola

Como já pontuado, acreditamos que a escola é um ambiente social e historicamente construído e, portanto, torna-se relevante conhecer a história da escola onde se dará a pesquisa, do local em que está inserida e, também, de sua constituição a partir do mapeamento da comunidade por ela atendida. Acreditamos que estas informações poderão nos auxiliar no momento da interpretação dos dados e farão parte do acervo de informações da pesquisadora.

Para que possamos compreender o contexto no qual a unidade escolar está inserida, realizamos inúmeras pesquisas no site do SAEB/INEP (2019) que fornece os Microdados sobre as diferentes unidades de ensino. Os dados são coletados a partir de questionários realizados com pais e responsáveis, neste caso, buscamos os dados relativos aos pais dos estudantes do 5º ano do EFAI, por conta de nosso

interesse em conhecer um pouco mais sobre a realidade das famílias dos estudantes da professora entrevistada.

Antes de iniciar a apresentação da unidade escolar que acolheu a nossa pesquisa, é importante salientar que foram utilizados codinomes, tanto para referenciar a escola, quanto os indivíduos que se fizeram presentes durante a investigação.

Chamaremos a unidade escolar de *Escola X. Ela* está localizada na região Sul de SP, em uma área que conta com uma estação de metrô e um *shopping center* bem próximos da unidade escolar.

Ela atende atualmente o Ensino Regular e a EJA (Educação de jovens e adultos) e tem, de acordo com o Censo Escolar[13] de 2022, 1152 alunos matriculados e 54 professores. Das matrículas, 493 alunos estão matriculados nos anos iniciais, 483 alunos matriculados nos anos finais, 126 alunos na EJA e 50 alunos na Educação Especial.

Além destas informações iniciais, buscamos coletar dados acerca dos índices desta escola como os resultados do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), pois as notas deste sistema de avaliação são muito valorizadas pelas Secretarias de Educação e, também, pela comunidade escolar.

O SAEB é um programa de avaliação educacional no Brasil, que foi criado para medir o desempenho dos estudantes em várias disciplinas, bem como para coletar informações sobre outros aspectos da educação básica no país. O SAEB é uma iniciativa do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), que é vinculada ao Ministério da Educação (MEC).

O SAEB inclui avaliações padronizadas que são aplicadas regularmente a estudantes de escolas públicas e privadas em diferentes níveis de ensino, abrangendo o ensino fundamental e o ensino médio. No dia das provas, estudantes, professores e gestores respondem a questionários socioeconômicos. Cada prova do SAEB é constituída por dois blocos de língua portuguesa e dois de matemática.

Como vimos, além da avaliação do desempenho dos alunos, o SAEB também coleta informações contextuais, como dados demográficos, socioeconômicos e

[13]O Censo Escolar é aplicado anualmente em todo o Brasil, coletando informações sobre diversos aspectos das escolas brasileiras, em especial sobre as matrículas e a infraestrutura.

informações sobre a escola, o que permite uma análise mais abrangente dos fatores que afetam o desempenho dos alunos.

A partir desta coleta, as escolas municipais recebem uma classificação intitulada INSE (Índice de Nível Socioeconômico) e, como o próprio nome diz, relaciona-se a uma medida específica ou ferramenta usada para avaliar o nível socioeconômico (NSE). A *Escola X* recebeu, de acordo com o INSE do ano de 2021, a classificação 5.

> Neste nível, os estudantes estão até meio desvio-padrão acima da média nacional do INSE. Considerando a maioria dos estudantes, a mãe/responsável tem o ensino médio completo ou ensino superior completo, o pai/responsável tem o ensino fundamental completo até o ensino superior completo. A maioria possui geladeira, um ou dois quartos, um banheiro, wi-fi, máquina de lavar roupas, freezer, um carro, garagem, forno de micro-ondas. Parte dos estudantes deste nível passa a ter também dois banheiros (Microdados SAEB/INEP - 2019).

A classificação do INSE foi embasada nas respostas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2019, a partir dos questionários realizados com pais e responsáveis do 5º e 9º ano do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio. Então, os estudantes atendidos por esta escola têm, em sua maioria, pais e responsáveis com um grau de instrução considerado acima da média brasileira tendo, inclusive, uma parcela significativa de mães que tem o ensino médio e superior completo. Outro dado que julgamos relevante nesta classificação é a informação referente a presença de wi-fi nas residências.

Além da classificação do INSE, buscamos coletar outros dados para compor o acervo da pesquisa, neste caso, a autodeclaração de cor ou raça e a constituição de moradia, ou seja, com quem os estudantes moram.

Nas figuras apresentadas a seguir, podemos visualizar alguns questionamentos realizados no SAEB 2019 e respostas da comunidade escolar diretamente envolvida com o 5º ano do Ensino Básico da *Escola X*.

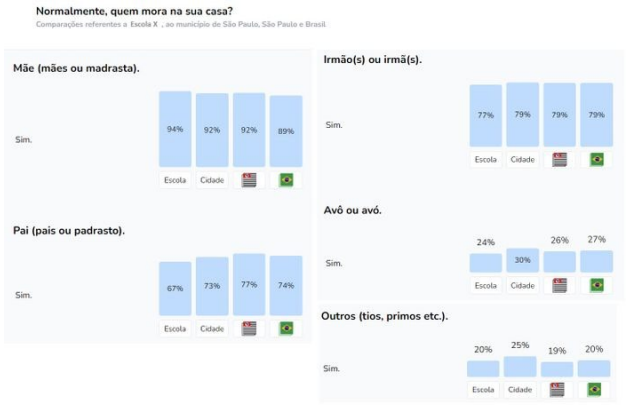
Figura 3: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil – cor ou raça

Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

A partir dos dados, notamos que apenas 2% dos respondentes se declaram pretos, uma porcentagem bem abaixo dos índices da cidade e do estado. Outro dado que pode nos mostrar um pouco sobre o contexto da comunidade escolar é a quantidade de respondentes que se declara da cor/raça amarela, o dobro da média da cidade e do estado e, ainda, 23% não quis declarar sua cor ou raça, mais do que o dobro da média da cidade e quase o dobro da média nacional. Neste momento, não nos debruçaremos na interpretação dos dados, pois de forma isolada não nos permitem possíveis interrelações. Eles serão utilizados posteriormente, no momento de nossas análises.

Na figura 4 podemos observar as respostas ao questionamento “Normalmente, quem mora na sua casa?”.

Figura 4: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil - com quem mora



Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

A partir desses dados, identificamos a presença marcante das mães no ambiente familiar, acima das médias da cidade e do estado. Para compreender um pouco mais sobre esta situação, buscamos informações sobre o grau de escolaridade das mães.

Figura 5: Comparações referentes a Escola X, município de São Paulo, São Paulo e Brasil - Escolaridade da mãe

Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

Além da forte presença das mães, percebemos que mais de 35% possuem o ensino médio completo (ensino médio completo + ensino superior completo) e metade desta porcentagem também tem uma graduação, superando novamente os índices da cidade e nacional.

Com relação ao rendimento escolar, de acordo com o portal de dados educacionais QEdu[14],

> ao final de um ano letivo, alunos matriculados em escolas públicas brasileiras podem ser aprovados, reprovados ou abandonar os estudos. A soma da quantidade de alunos que se encontram em cada uma destas situações constitui a Taxas de Rendimento: Aprovação + Reprovação + Abandono = 100% (SAEB/INEP 2019, disponível no link https://qedu.org.br/brasil/taxas-rendimento acesso em 08 de nov. de 2023)

O Indicador de Rendimento, também conhecido como “Fluxo” no QEdu, desempenha um papel de grande importância no sistema educacional brasileiro. Primeiramente, ele fornece informações cruciais sobre a retenção e o progresso dos alunos ao longo dos anos escolares. Além disso, ele é um dos componentes essenciais para calcular o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).

O termo “movimento escolar” refere-se às mudanças no vínculo escolar de cada aluno durante o período compreendido entre os dados de referência do Censo Escolar e o encerramento do ano letivo. Existem três situações possíveis relacionadas ao movimento escolar de um aluno:

Transferido: isso ocorre quando um aluno sai formalmente de uma escola e se matricula em outra.

Deixou de frequentar: indica que um aluno abandonou a escola antes do término do ano letivo, sem uma transferência formal. Nesse caso, sua matrícula não registra o rendimento acadêmico.

Falecido: refere-se a alunos que, infelizmente, faleceram antes da final do ano letivo.

O rendimento escolar refere-se ao sucesso ou ao insucesso de um aluno na sua matrícula ao final do ano letivo. Existem três situações possíveis relacionadas ao rendimento escolar de cada aluno:

Aprovado: quando um aluno conclui o ano escolar com sucesso, o que significa que está apto para se matricular na próxima etapa no ano seguinte.

---

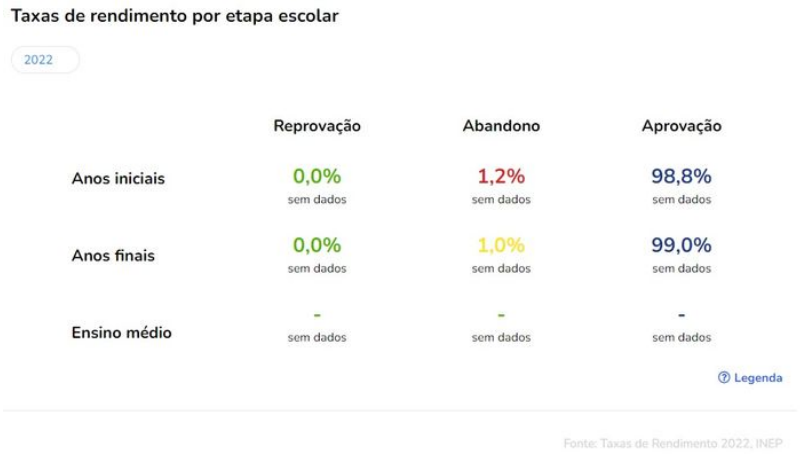
[14] O *QEdu* é uma ferramenta que utiliza tecnologia e dados para auxiliar professores e gestores públicos a tomarem melhores decisões baseadas em evidências.

Reprovado: acontece quando um aluno não atinge os requisitos para concluir com sucesso o ano letivo, portanto, não está apto para avançar para a próxima etapa no ano seguinte.

Abandono: ocorre quando um aluno deixa de frequentar as aulas no referido ano.

Na Figura 6, podemos visualizar as taxas de rendimento por etapa escolar e a proporção de alunos com aprovação, reprovação ou abandono na *Escola X*, segundo indicadores do INEP.

Figura 6: Rendimento escolar



Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

O que nos chama bastante atenção é a ausência de alunos reprovados, tanto nos anos iniciais, quanto nos anos finais, mas, reiteramos que as análises destas informações se darão juntamente com as demais no capítulo destinado a elas.

E, para completar esta primeira construção do cenário envolvendo a unidade escolar que fará parte da pesquisa, trazemos os dados do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica).

O IDEB é uma medida usada no Brasil para avaliar a qualidade da educação nas escolas públicas de ensino fundamental e médio. Este índice foi criado em 2007 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) em colaboração com o Ministério da Educação (MEC).

O IDEB é calculado com base em dois componentes principais:

Taxa de Rendimento Escolar: avalia a taxa de aprovação dos estudantes ao longo dos anos. Quanto maior a taxa de aprovação, melhor a pontuação neste componente.

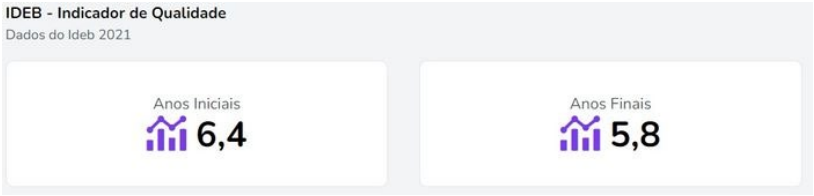
Desempenho dos Alunos em Avaliações: os resultados dos alunos em exames padronizados, como a Prova Brasil para o ensino fundamental e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) para o ensino médio, são usados para avaliar o desempenho acadêmico. Quanto melhor o desempenho dos alunos, maior será a pontuação neste componente.

O IDEB é calculado para escolas, municípios, estados e para o país como um todo. Ele varia em uma escala de 0 a 10, e o objetivo é que as escolas e sistemas de ensino alcancem os mais altos índices ao longo do tempo. O índice é utilizado para monitorar e melhorar a qualidade da educação no Brasil, identificando áreas que requerem atenção e intervenção.

O IDEB é uma ferramenta importante para acompanhar o progresso e a eficácia do sistema educacional brasileiro e, também, para definir metas e diretrizes para o aprimoramento da educação no país. Ele é amplamente utilizado como um indicador-chave para políticas públicas na área da educação.

O IDEB do ano de 2021 da *Escola X* foi de 6,4 para os anos iniciais e 5,8 para os anos finais, como pode ser visualizado na figura 7.

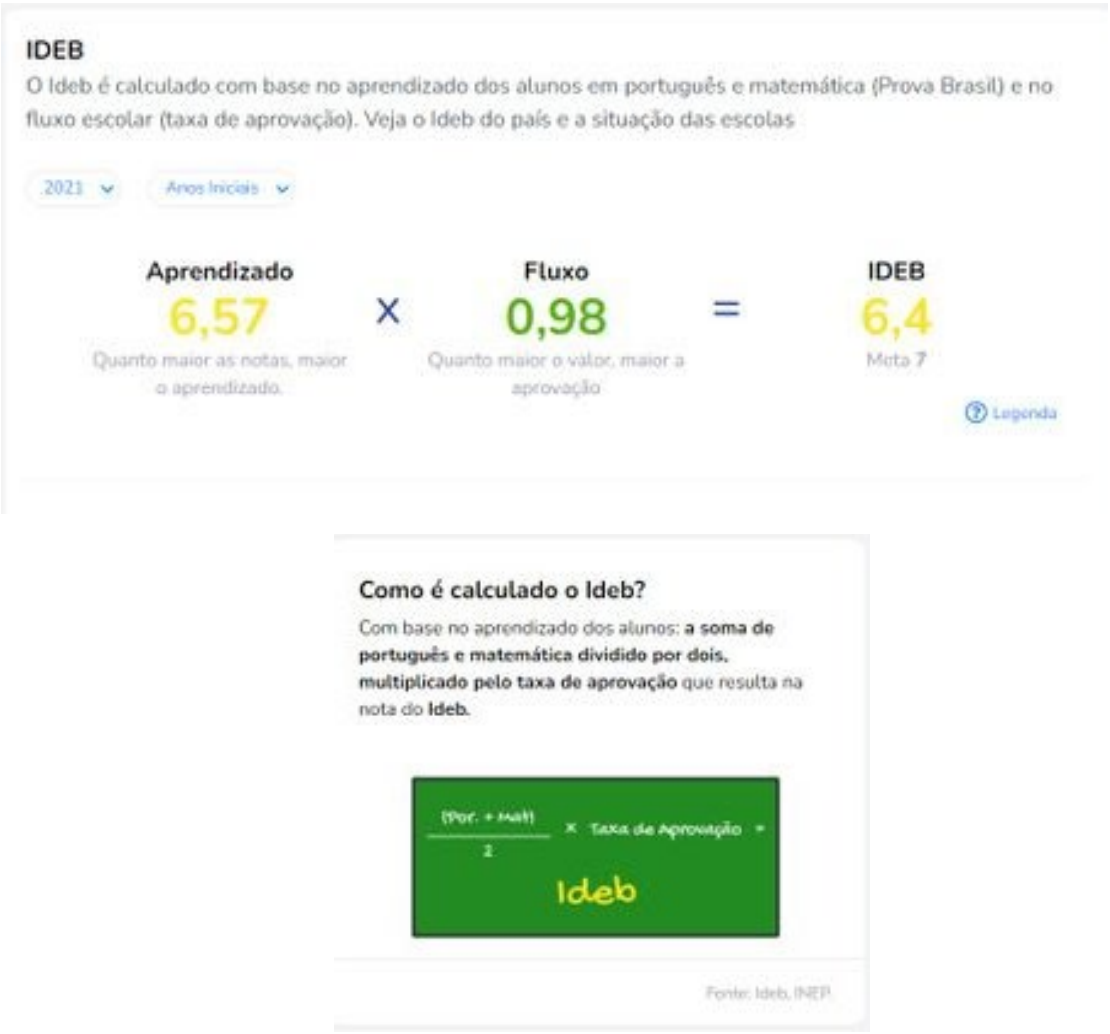
Figura 7: Ideb da escola X no ano de 2021



Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

Para que possamos compreender melhor a composição do IDEB, apresentamos na Figura 8 os cálculos que mostram o resultado obtido pela *Escola X*.

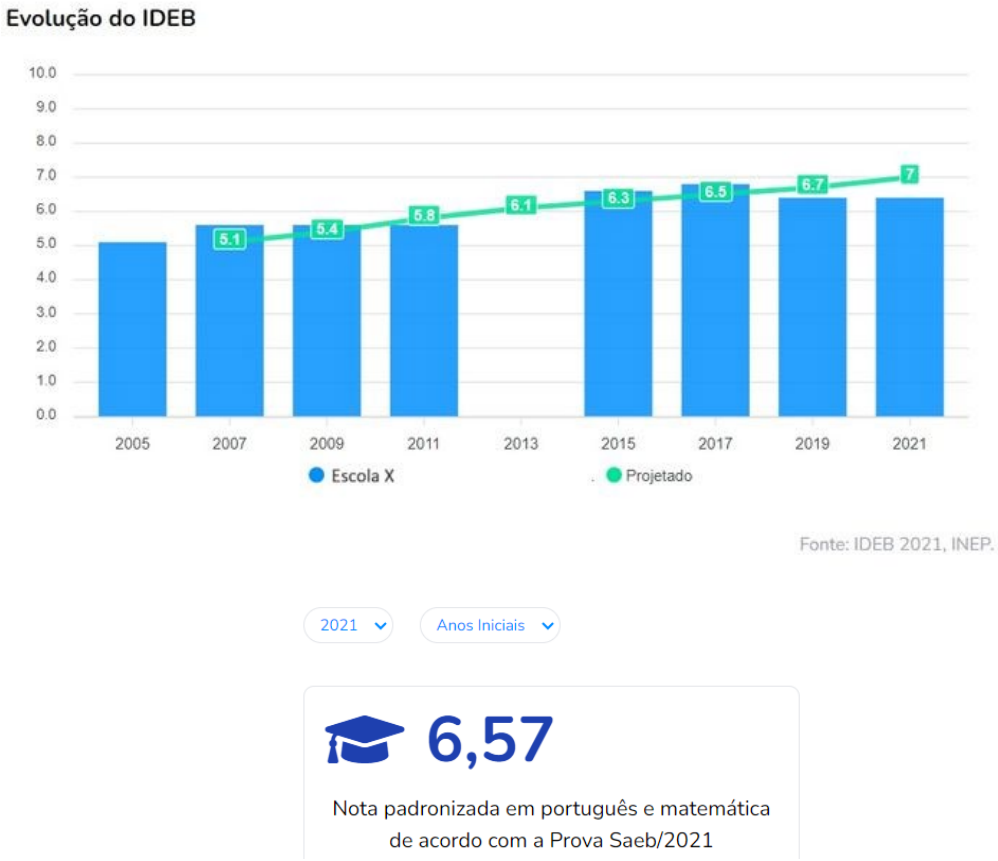
Figura 8: Ideb da escola X no ano de 2021 – cálculos



Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

Aqui é possível perceber a importância da taxa de reprovação na composição do índice. As escolas buscam uma permanente melhoria nos resultados do IDEB e os resultados podem causar inúmeros impactados na vida escolar. Vejamos, abaixo, um gráfico que mostra os índices da *Escola X* de 2005 até o ano de 2021 e, também, os índices projetados para o mesmo período.

Figura 9: Evolução do Ideb da Escola X



Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

Na Figura 9, observamos a escala do aprendizado, chamada de Escala SAEB. Para a *Escola X* temos uma nota 6,57 no ano de 2021 (data mais atual disponibilizada pelo sistema).

Então, a escola teve uma queda nos índices no ano de 2018 e se manteve estagnada até o ano de 2021 permanecendo abaixo do projetado. Este dado nos leva a pensar que, provavelmente, a comunidade escolar estivesse engajada em aumentar os índices, não apenas para tentar se aproximar do projetado, mas para sair da média que se mantinha há mais de 4 anos.

Para ampliar o nosso olhar, principalmente para a área de matemática, apresentamos na Figura 10 a evolução do aprendizado dos estudantes da rede municipal de São Paulo.

Figura 10: Evolução Aprendizado _ Brasil - Estado de SP

Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

É notória a diferença nas porcentagens quando comparamos as duas áreas do conhecimento avaliadas (Português e Matemática). O aprendizado na área de Matemática, na maioria dos anos apresentados, equivale a metade do aprendizado de Português e mais de 75% dos estudantes está abaixo do nível considerado adequado na área de Matemática.

Já na Figura 11, podemos visualizar os percentuais referentes à quantidade de alunos com aprendizado adequado na *Escola X* nos anos de 2017, 2019 e 2021, tanto em Língua Portuguesa, quanto em Matemática.

Figura 11: Evolução Aprendizado _ Escola X

Fonte: Microdados SAEB/INEP (2019).

Novamente, é perceptível a fragilidade na área de matemática e, assim como identificado nos dados nacionais, mais de 80% dos estudantes não conseguiram atingir o nível considerado adequado.

Dessa forma, os desafios na área de Matemática continuam crescendo e, como dissemos anteriormente, os dados aqui apresentados impactam diretamente os fazeres escolares, principalmente quando conversamos com os gestores da escola

que recebem permanentemente uma pressão para que os resultados obtidos no SAEB sejam melhorados.

Buscar os dados nos permitiu maior visualização do panorama geral da *Escola X* e favoreceu compreensões nos momentos de interação com as equipes gestoras e, também, com os educadores, momentos que serão detalhados durante nossas análises.

3.2.2 A comunidade escolar e nossos trajetos

Durante o movimento de busca e identificação da unidade escolar (rede pública) que permitiu a entrada da pesquisadora e, consequentemente, de suas investigações e pesquisa, ocorreram inúmeras trocas de *e-mails* e telefonemas. É importante salientar que a pesquisadora já conhecia a referida unidade escolar pois estudou nesta escola nos primeiros anos de sua escolaridade.

Foram inúmeras trocas de mensagens, visitas e conversas presenciais com a direção e, em seguida, com a coordenação. Após esse primeiro movimento, a equipe gestora e a pesquisadora elaboraram um cronograma de visitas que incluíam a participação nas reuniões pedagógicas, não apenas para estreitar o relacionamento, como, também, para apresentar a pesquisa aos professores e averiguar o possível interesse de algum deles em participar das investigações.

Nas reuniões de planejamento, contávamos com professores não apenas dos anos iniciais, mas também outros professores que lecionavam para os anos finais no turno da tarde. Nessa escola, os anos iniciais e algumas turmas de anos finais estudavam no período vespertino.

Após várias conversas com os professores, algumas pequenas formações e trocas durante os HTPC[15]s, convidamos para participar mais ativamente da pesquisa uma professora que lecionava para o 5º ano da educação básica e ela concordou e se mostrou bastante interessada e disponível.

Foram realizadas, inicialmente, três entrevistas com a professora que, nesta pesquisa, recebeu o nome de Julia. Em cada uma delas conhecemos um pouco mais sobre as identidades da Julia, pois, segundo ela, não temos apenas uma identidade,

[15] Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo é o tempo estabelecido na escola para a realização de encontros com e coordenadores para planejamento de aulas, discussões e elaboração de projetos que possam atender as necessidades educacionais.

bem como sua constituição enquanto professora, as relações com a unidade e comunidade escolar, seus fazeres cotidianos enquanto educadora, seus processos de formação continuada, sua relação com a matemática e os processos que iam desde o planejamento até os momentos de avaliação.

Durante a segunda entrevista, a professora se mostrou bastante incomodada com o resultado de uma avaliação externa realizada na semana anterior à conversa e comentou que uma atividade envolvendo igualdade foi a que teve maior índice de erro. Nesse instante, a pesquisadora e a professora decidiram estudar juntas a questão e, principalmente, as respostas dos estudantes.

A partir desses estudos, foi desenhada uma intervenção na sala de aula para que os estudantes pudessem revisitar a avaliação e, principalmente, a questão envolvendo álgebra (relação de igualdade).

A pesquisadora pode acompanhar toda a intervenção realizada na sala de aula e fazer suas anotações escritas e registros fotográficos. Todo esse material foi compartilhado com a professora na última entrevista, que se deu após a realização da intervenção.

Para favorecer a visualização das ações por nós realizadas na Escola X, organizamos as nossas atividades em um quadro (Quadro 8). Cada ação será detalhada e apresentada em formato de um encontro[16]. Cada um dos encontros recebeu um título e vale salientar que utilizamos da "licença poética"[17] para criar o título de cada um deles.

Quadro 9 — Ações com a Comunidade Escolar I

Encontros ou “cenas”	Data	Nomeação	Descrição
Cena 1	março_2023	A 1ª impressão é a que fica...	O (re)encontro com a escola - troca de e-mails
Cena 2	março_2023	Ver para crer	Encontro presencial com a diretora

[16]Etimologia (origem da palavra encontro). Forma regressiva de encontrar, do latim incontrare, ir na direção, ao encontro de.

[17]De acordo com o dicionário Houaiss, o termo “Licença Poética” é definido como a “liberdade de o escritor utilizar construções, prosódias, ortografias, sintaxes não conformes às regras, ao uso habitual, para atingir seus objetivos de expressão”

Encontros ou “cenas”	Data	Nomeação	Descrição
Cena 1	março_2023	A 1ª impressão é a que fica...	O (re)encontro com a escola - troca de e-mails
Cena 3	março_2023	Tem visita na casa...	Participação em encontro formativo com toda a comunidade escolar
Cena 4	abril_2023	Conhecendo a casa - parte I	Entrevista com a direção
Cena 5	maio_2023	Conhecendo a casa - parte II	Entrevista com a coordenação
Cena 6	maio_2023	Apresentando a visita aos donos da casa	Encontro de apresentação para os professores
Cena 7	Junho_2023	Conhecendo a casa - parte III	Encontro com os professores
Cena 8	Junho_2023	Chega que a casa é sua...	Encontro com os professores
Cena 9	agosto_2023	Olha quem acabou de chegar...	Encontro com a professora do 5º ano
Cena 10	agosto_2023	Quem é a visita?	Participação em sala de aula[18]
Cena 11	setembro_2023	Como é bom falar...	Entrevista com a professora
Cena 12	setembro_2023	Compartilhando ações e olhares	Conversa com a professora
Cena 13	Setembro_2023	Aprendizagens	Entrevista com a professora

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Antes de começar a descrever todos os encontros, gostaríamos de compartilhar alguns acontecimentos que nos fizeram mudar de rota e traçar novos percursos durante a pesquisa. Como informado anteriormente, no final do ano de 2019, fomos impactados pela pandemia de COVID-19[19] e muitas restrições se fizeram necessárias. Dentre estas, o isolamento e medidas de distanciamento social. Nossa pesquisa se

[18] A partir dos encaminhamentos realizados pela pesquisadora juntamente com a professora, optou-se pela utilização de 3 aulas seguidas para que não houvesse interrupção no desenvolvimento da atividade delineada anteriormente.

[19]A COVID-19, que significa "Coronavirus Disease 2019" (Doença por Coronavírus 2019), é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus SARS-CoV-2. Ela foi identificada pela primeira vez em dezembro de 2019 na cidade de Wuhan, na província de Hubei, na China, e desde então se espalhou globalmente, tornando-se uma pandemia.

iniciou neste contexto e, portanto, não havia condições imediatas de coletar dados presencialmente. Aproveitamos para iniciar nossos estudos teóricos e acreditávamos que a pandemia e as restrições se limitariam a alguns poucos meses e, se assim fosse, muito em breve seria possível visitar as escolas para identificar alguma parceria que nos permitisse a coleta de dados juntamente aos professores e crianças, pois, nossas temáticas de investigações e pressupostos teóricos indicavam a necessidade e importância deste movimento.

Infelizmente, a pandemia se estendeu por mais de 2 anos e, neste período, ocorreram muitas oscilações entre o isolamento total e parcial causando grandes impactos não apenas no rumo das pesquisas acadêmicas, mas também nas condições físicas e emocionais dos pesquisadores. Em meados do ano de 2021, decidimos alterar a rota e focar nossas observações nos livros didáticos e na utilização da comunicação matemática a partir da análise dos enunciados e orientações para o professor e, quem sabe, realizar algumas entrevistas e questionários virtuais com professores que utilizavam os mesmos livros didáticos analisados.

No primeiro semestre do ano de 2022, começamos a nossa coleta de dados nos livros didáticos e mapeamento de possíveis professores para participar de nossa pesquisa, mesmo que de forma virtual. Mas, com o avanço de nossas discussões teóricas envolvendo, principalmente, a TO, percebemos que essas análises não seriam suficientes, pois o discurso do professor era fundamental e ele deveria ser coletado nos momentos das atividades em sala de aula. Decidimos, neste momento, retomar a ideia de acompanhar os professores durante suas aulas e, também, optamos por tentar observar atividades envolvendo álgebra em turmas do 4º ou 5º anos da educação básica, por conta da comunicação escrita mais consolidada e processos de generalização.

Iniciou-se um novo movimento de buscas para identificar possíveis escolas e professores. A rotina das escolas ainda não havia se normalizado completamente, muitas questões envolvendo a quantidade de alunos na sala de aula e procedimentos de higiene e proteção ainda se faziam presentes sem contar as questões pedagógicas e metodológicas por conta da ausência de aulas durante um período ou possíveis deficiências derivadas das aulas virtuais e defasagens, tanto relacionadas a conteúdos quanto a procedimentos e atitudes. Demoramos alguns meses para conseguir autorização de uma escola da rede municipal de ensino, inclusive, escola

essa frequentada pela pesquisadora nas séries iniciais do ensino básico. Acreditamos que esse ponto foi importante para a liberação e acolhimento da pesquisadora na unidade escolar. Agora sim chegamos ao nosso primeiro encontro.

4. CONTEXTOS E PROCESSOS

A partir do contexto (macro) que apresentamos, delineamos etapas que pudessem nos permitir avançar nos movimentos em busca de dados que ajudassem a responder a nossa questão de investigação e, juntamente com nossos pares (comunidade escolar), estabelecer algumas ações.

Optamos por subdividir nossas visitas na *Escola X* em três grandes "atos". Utilizamos para essa subdivisão alguns objetivos traçados para cada uma das "cenas" ou encontros. O ato 1 é marcado pela essência da chegada e do estabelecimento de conexões. O ato 2 já traz elementos de troca, interação e construção coletiva. Já no último ato (3), há a união de atores para que, juntos, pudessem atuar.

Quadro 10 — Ações com a Comunidade Escolar II

Encontros ou "cenas"[20]	Nomeação	Descrição
Cena 1	A 1ª impressão é a que fica...	O (re)encontro com a escola - troca de e-mails
Cena 2	Ver para crer	Encontro presencial com a diretora
Cena 3	Tem visita na casa...	Participação em encontro formativo com toda a comunidade escolar
Cena 4	Conhecendo a casa - parte I	Entrevista com a direção
Cena 5	Conhecendo a casa - parte II	Entrevista com a coordenação
Cena 6	Apresentando a visita aos donos da casa	Encontro de apresentação para os professores
Cena 7	Conhecendo a casa - parte III	Encontro com os professores
Cena 8	Chega que a casa é sua...	Encontro com os professores
Cena 9	Olha quem acabou de chegar...	Encontro com a professora do 5º ano
Cena 10	Quem é a visita?	Participação em sala de aula

[20] Legenda: Cenas 1,2 e 3 – Ato 1 / Cenas 4,5,6 e 7 – Ato 2 / Cenas 8,9,10,11, 12 e 13 – Ato 3

Encontros ou “cenas”[20]	Nomeação	Descrição
Cena 11	Como é bom falar...	Entrevista com a professora
Cena 12	Compartilhando ações e olhares	Conversa com a professora
Cena 13	Aprendizagens	Entrevista com a professora

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Como mencionado, cada ato tem em sua essência várias cenas que, juntas, podem permitir algumas construções e percepções. O ato 1 é marcado pelos momentos de aproximação e primeiras conversas e visitas. Como os nomes de cada cena deste ato podem indicar, houve um cuidado muito grande para “causar uma boa impressão”, na verdade, é uma expressão que busca demonstrar a criteriosa seleção feita pela pesquisadora de falas e processos.

Como já explicitado anteriormente, acreditamos que a forma como nos portamos e comportamos podem ser lidas e interpretadas pelo outro, independentemente da linguagem falada; além desta linguagem corporal e comportamental, as palavras e a forma como as palavras são ditas podem interferir na criação ou na ausência do estabelecimento de possíveis vínculos. Não estamos aqui nos referindo a falas planejadas e decoradas ou, ainda, de monólogos, estamos mencionando os cuidados com a escuta e com a fala sensível e legítima e, para isso, é necessário clareza no que se quer transmitir, conhecimento dos objetivos que se quer alcançar e estar aberto e flexível para a construção de um diálogo.

Nestes encontros ou cenas iniciais, houve um cuidado com a forma de se dirigir às pessoas, de ouvi-las, de se comportar diante do desconhecido, de se colocar à disposição e de se mostrar "despida" de possíveis interpretações e julgamentos. Além de "pesquisadora", era muito importante ser reconhecida como ex-aluna e professora para criar aproximações afetivas e estabelecer elos de confiança e respeito. A chegada de uma pessoa "estranha" no ambiente da escola pode ser interpretada de diferentes formas e gerar movimentos que acabam por interferir na forma de se comportar e agir de toda a comunidade escolar, principalmente dos professores e gestores, por isso, foram realizados vários encontros e momentos de troca, inicialmente, com a direção e coordenação e, em seguida, com os professores.

Ressaltamos que os encontros do Ato 1 não foram gravados intencionalmente, a coleta de dados se deu a partir das conversas e anotações da pesquisadora realizadas antes, durante e imediatamente após os encontros com a direção e coordenação, descritos no 1º Ato.

A partir do 2º Ato, alguns encontros foram gravados, pois houve um consenso (pesquisadora e professores) de que seria importante ter esses registros para que pudessem ser revisitados e, também, para manter a fidelidade dos dados.

Como já elucidado, nenhuma pesquisa é neutra e isenta de interpretações, haja vista que o simples fato de escolher os momentos de observação e participação, a seleção dos professores a serem entrevistados e, ainda, o ato de ingressar nos ambientes da escola sem ser um membro integrante daquela unidade escolar, já pressupõe uma intencionalidade e interpretação inicial, mas ao nosso ver, não desqualifica a potência e legitimidade dos dados coletados.

A seguir, iniciaremos a descrição de cada cena (encontro) fazendo algumas correlações que julgamos interessantes e pertinentes.

Na cena 1, após inúmeras tentativas para conseguir autorização para a realização da pesquisa em escolas municipais localizadas em diversas regiões do estado de São Paulo, estado de residência da pesquisadora, decidimos encaminhar um e-mail para a direção da *Escola X*, pois, como dito anteriormente, a pesquisadora havia cursado os dois primeiros anos do ensino fundamental na referida escola e, aproveitando o vínculo afetivo construído nos anos em que esteve lá, elaborou um texto que evidenciasse seu desejo em se reaproximar da escola e, além de aprender com a comunidade escolar, compartilhar saberes e, quem sabe, contribuir de alguma forma.

Como dissemos, a linguagem é uma poderosa ferramenta de aproximação e, muitas vezes, o uso inadequado de determinadas expressões pode gerar entendimentos que nos afastem do objetivo que buscávamos alcançar, demonstrar para uma pessoa "desconhecida" o desejo de estabelecer uma parceria. Alguns recursos de linguagem foram utilizados na tentativa de elucidar, mesmo que de forma virtual, sentimentos e sensações como a utilização de termos que demonstram cordialidade e afeto como "querido(a)”, "muita alegria", "esperança", "agradeço demais", "aguardo ansiosamente" e, além de trazer um "tom" mais afetuoso, acreditávamos ser importante, já nesse primeiro momento, apresentar nossos

objetivos, o que gostaríamos de realizar na escola e formas de contato, para além do *e-mail* e, nesse caso, já foi informado o celular da pesquisadora, novamente, na tentativa de demonstrar abertura e proximidade, afinal, o gestor escolar tem inúmeras demandas e a escassez de tempo para "dar conta" de todas elas é recorrente.

Outro ponto cuidadosamente estruturado foi a mensagem a ser inserida no assunto do e-mail, afinal, a pessoa que a estava encaminhando era, até então, uma desconhecida. Qual tom e informações deveriam ser utilizados para despertar o interesse e chamar a atenção do gestor escolar? Seguindo a mesma lógica, a pesquisadora utilizou as palavras "ex-aluna" para demonstrar proximidade e uma certa afetividade e, também, "doutoranda em educação matemática", para indicar o foco central da mensagem. Antes mesmo de encaminhá-la, como apresentado no capítulo desta tese, a pesquisadora já havia consultado dados públicos oficiais, como o índice do SAEB e, portanto, já sabia que o ensino-aprendizagem de matemática era um ponto frágil da escola que, certamente, estaria na "mira" dos gestores. Fato que depois se confirmou durante as entrevistas realizadas com a equipe de direção e coordenação (descritos mais àfrente).

A resposta chegou no dia seguinte, logo pela manhã e, felizmente, as estratégias utilizadas, provavelmente, tenham despertado na diretora da escola os sentimentos que buscávamos despertar, pois no texto é possível perceber o interesse e afeto ao observar o uso de palavras como "prezada", "muita satisfação", "memória e carinho", "quero muito conhecer" e, mesmo dizendo das dificuldades com a equipe pedagógica, coloca-se à disposição para receber a pesquisadora nas semanas seguintes.

Assim, assumimos, nesta pesquisa, a perspectiva de que a aprendizagem se dá a partir da interação com o outro e não estamos nos restringindo à dupla professores-alunos, acreditamos que a aprendizagem se dá de maneira mais ampla abarcando todos os envolvidos em um determinado contexto, neste caso, nos referimos às trocas entre a pesquisadora e a diretora levando-se em consideração de que a comunicação é, por nós, considerada “um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente” (Martinho, 2007, p.15).

Para agradecer o retorno da diretora e manter o tom afetuoso, inicialmente estabelecido, a pesquisadora, novamente, recorrendo à linguagem como ferramenta

de aproximação, seleciona palavras e signos que pudessem "dar a mensagem" como, por exemplo, as palavras e termos "gratidão enorme", "muito prazer" e o uso do ponto de exclamação para demonstrar a intensidade do sentimento. Novamente, para não perder o foco da mensagem, já sugere algumas opções de dias. A resposta chega minutos depois e, no e-mail, a diretora já informa duas opções de dia e horário. Ao perceber a rapidez no retorno da mensagem, a pesquisadora, a partir de uma leitura prévia das possíveis expectativas da diretora, responde imediatamente, na tentativa de corresponder a essas expectativas, já deixando agendado e, novamente, reitera a satisfação utilizando adjetivos que aumentassem ainda mais a intensidade do afeto e estreitasse a relação entre ela e a diretora: "perfeito!!!", "super obrigada", "abraços", "obaaa".

Acreditamos ser relevante salientar que o conhecimento da rotina escolar e, talvez, a experiência enquanto mantenedora de uma escola, possa ter dado à pesquisadora elementos importantes para realizar a leitura das mensagens e interpretação das possíveis expectativas da diretora mas, a nosso ver, isso não é o suficiente para estabelecer conexões, pois, se o uso da linguagem não tivesse sido estudado e cuidadosamente planejado, tendo-se como princípio o respeito e afetividade, talvez não tivéssemos os resultados obtidos.

Após a troca de e-mails, no dia e horário combinado, houve o primeiro encontro presencial (cena 2) e, na ocasião, a pesquisadora foi recebida pela própria diretora. Para não quebrar a "confiança" e estabelecer um clima de cordialidade, respeito e afetividade, o encontro não foi gravado, mas após uma breve e afetuosa apresentação, a pesquisadora perguntou se poderia registrar em seu caderno de anotações algumas informações e recebeu a permissão após a expressão de satisfação da diretora em ter sido consultada e, de certa forma, respeitada.

Ao trazer a ética em suas discussões, o autor Radford (2021), retoma a ideia da aprendizagem a partir da interação e relação com o outro e, neste caso, não se trata de uma relação meramente pautada na conveniência, mas como parte do nosso substrato como seres humanos.

Naquele momento da conversa, acreditamos que a diretora percebeu uma oportunidade de transformar a realidade da escola a partir de possíveis trocas entre a pesquisadora e os professores e, para além da simples utilidade para a unidade escolar, receber a pesquisa, tendo-se como perspectiva o diálogo e a construção

coletiva, poderia sim ser considerada uma possibilidade de crescimento individual (a partir do momento em que as notas dos estudantes nas avaliações externas aumenta, o reconhecimento dos gestores da referida unidade escolar também pode ser elevado), mas também, de transformação coletiva.

Como elucidado no capítulo 2, a TO considera a educação como “um evento ético e estético inevitavelmente imerso em um espaço político” (RADFORD, 2021, p. 36). Ao se referir à estética da educação, o autor menciona a transformação contínua dos indivíduos a partir de experiências que são, ao mesmo tempo, sociais e individuais e que sempre abrem possibilidades para algo novo, até então desconhecido e estas experiências estão enraizadas nas condições culturais e históricas.

Durante a conversa, a diretora salienta a preocupação em receber a pesquisadora, mencionando situações vivenciadas anteriormente envolvendo a, por ela chamada, de via de mão única. A diretora utiliza esta expressão para se referir aos pesquisadores que, muitas vezes, utilizam a escola como fonte de dados e não “devolvem” para a escola nenhuma contribuição. Neste momento, fica notória a preocupação e o voto de confiança dado à pesquisadora que, naquele momento, reitera sua corresponsabilidade social e o desejo de retribuir, de alguma forma, com todas as aprendizagens desenvolvidas durante o período em que esteve como estudante naquela unidade escolar.

Reafirmamos aqui a pertinência de utilizar em nossa pesquisa os pressupostos fundamentais da TO que levam em consideração a ideia de que os movimentos e aprendizagens existentes na sala de aula e na escola estão interrelacionados aos movimentos sociais, econômicos e políticos e devem considerar a escola como um espaço de transformação social. E se atentarem para o fato de que os indivíduos são entidades relacionais (RADFORD, 2021) que se afetam mutuamente, aprendem uns com os outros e produzem saberes coletivamente.

Após essa conversa inicial e diante do compromisso de parceria e troca, a pesquisadora realiza a primeira entrevista semiestruturada para conhecer um pouco mais sobre a história de vida da diretora, caminhos e expectativas para, a partir deste mapeamento, estabelecer relações entre percursos que possam ser comuns e, de certa forma, gerar maior aproximação e, também, se aproximar de vivências e expectativas da diretora que poderiam ser agregadoras e, de alguma forma, contribuir

e redesenhar, se necessário, a rota da pesquisa, pois, a ideia seria, verdadeiramente, criar estratégias que favorecessem as construções coletivas.

Muitas vezes, pesquisadores e orientadores acabam por traçar os caminhos “ideais” para uma pesquisa e isso pode ser muito promissor quando não temos outros indivíduos envolvidos em um processo realizando, por exemplo, uma pesquisa documental mas, quando nos propomos a realizar uma pesquisa dentro da escola, torna-se inevitável a necessidade de envolver a comunidade escolar na construção e reconstrução de percursos, respeitando toda uma estrutura, não apenas física, mas humana, social e política, constituinte daquele ambiente.

Conhecer a história da constituição escolar, aproximar-se e reconhecer algumas particularidades da comunidade local e da comunidade atendida (pesquisas realizadas anteriormente e apresentadas no capítulo 1 desta tese), além de se familiarizar com a história de vida e chegada da diretora na escola, e ser apresentada pela própria diretora da escola aos demais membros da unidade escolar, pode ter nos proporcionado a oportunidade de coletar dados e realizar a pesquisa em um ambiente mais próximo do “natural”. Isso ocorreu pois ao invés de se sentirem intimidados ou “observados” com olhos de julgamento, os professores passam a perceber que a visita tem a intenção de colaborar, compreender as possíveis dificuldades e respeitar as limitações e contextos.

Após este primeiro mapeamento, traremos informações coletadas na entrevista realizada com a diretora.

4.1 Nossos “parceiros” de pesquisa

4.1.1 A direção

Como já informado, utilizaremos nomes fictícios ao nos referirmos às pessoas envolvidas na pesquisa, a diretora da unidade escolar será apresentada como Cida.

Cida chega na *Escola X* no final do ano de 2019 para atuar na direção. A escola, de acordo com a diretora, conta atualmente tem 1100 estudantes distribuídos nos seguintes segmentos: ensino básico, anos iniciais e finais, e EJA (Educação de Jovens e Adultos) e tem em sua totalidade 34 salas de aula e, na maioria dos anos do ensino básico, há 3 turmas de cada ano escolar.

Como mencionado, a diretora respondeu prontamente ao e-mail encaminhado pela pesquisadora e, na ocasião, menciona a necessidade de um agendamento para que possa conhecer mais de perto a pesquisa.

O primeiro encontro se deu na semana seguinte ao encaminhamento do e-mail. A pesquisadora foi cordialmente recebida, não apenas pela direção da escola, mas por diferentes membros da comunidade escolar.

Cida menciona que a informação de que se tratava de uma pesquisa envolvendo a educação matemática para os anos iniciais veio ao encontro dos projetos idealizados por ela a partir dos dados coletados na última avaliação externa dos anos iniciais (quartos e quintos anos do ensino fundamental), confirmando a nossa hipótese inicial de que, provavelmente, a equipe estivesse se movimentando para modificar os dados das avaliações externas.

Segundo ela, quase metade dos estudantes ficou abaixo da média esperada para o referido ano e, desta forma, se tornava emergencial o planejamento de ações na área de matemática.

Durante a conversa, foi perceptível o desejo em iniciar o mais breve possível uma parceria e, após conhecer a temática central da pesquisa e os objetivos iniciais, a diretora começou uma busca pela escola para fornecer todos os livros utilizados pelos professores dos anos iniciais. Segundo ela, além do livro didático entregue no programa do livro didático, os professores contavam com mais 2 coleções fornecidas pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo: o *Caderno da Cidade: Saberes e Aprendizagens* e o *Trilhas de Aprendizagem*.

É importante ressaltar o entusiasmo e empenho da direção entregando, não apenas os livros necessários para a pesquisa, mas também as informações relativas ao acesso a dados estatísticos fornecidos pela Secretaria Municipal de Educação (SME), via portal, pois para que se possa acessar alguns dados da escola e materiais de formação é necessário ter login e senha.

No mesmo dia acontecia uma reunião geral e as aulas estavam suspensas. A escola recebeu uma formadora da SME que foi compartilhar informações sobre um novo material produzido pelas equipes da Secretaria que tinha como principal temática o antirracismo. Coincidentemente, a formadora convidada é especialista em matemática e aproveita uma parte do tempo para ressaltar a importância da Etnomatemática em todos os segmentos de ensino.

Durante o encontro, Cida e a coordenadora da *Escola X*, que nomeamos de Dani, reforçam a necessidade e importância de projetos que permitam o uso dos mais variados ambientes da escola. Ressaltam a ludicidade como estratégia fundamental e enfatizam o uso de jogos e brincadeiras como recursos metodológicos que podem favorecer, inclusive, aprendizagens nas mais variadas áreas do conhecimento.

A pesquisadora foi brevemente apresentada pela diretora que novamente ressalta a importância de parcerias e o desejo de realizar projetos na área da matemática, principalmente, para os anos iniciais.

A escola conta hoje com um grande número de estagiários que participam de um programa de incentivo e, portanto, recebem uma remuneração mensal para participar do projeto. A escola conta, também, com pais voluntários que desenvolvem pequenas ações na escola. É perceptível o empenho da direção em “abrir as portas” da escola para a comunidade.

É importante ressaltar que durante a conversa com a direção, recebemos a informação do falecimento de uma professora que atuava na escola municipal no bairro vizinho. De acordo com a reportagem, a professora foi esfaqueada por um estudante. Por conta da proximidade geográfica com a referida escola, a direção começa a receber inúmeras mensagens no celular e telefonemas de pais preocupados. Muitos deles, atentaram-se apenas ao bairro e não ao nome da escola informado na reportagem e, imediatamente, fizeram associações imaginando que a tragédia havia acontecido na escola de seus filhos.

Apesar da notificação da tragédia, a diretora busca se manter equilibrada e retoma a conversa com a pesquisadora na tentativa de elaborar um cronograma de ações. Por conta da repercussão do caso, decidimos (pesquisadora e direção) adiar por 15 dias a chegada e apresentação da pesquisadora aos professores e coordenação.

A partir desta primeira entrevista e chegada na escola, juntamente com os fatos acima apresentados, é possível perceber o empenho da diretora em, de fato, tornar a escola um espaço de construção coletiva que deve ser ocupado, não apenas pelos estudantes e professores, mas, também, por futuros professores e pais que queiram, efetivamente, colaborar. Não é raro encontrar escolas que não permitem o acesso de pais e até estagiários por compreender que podem atrapalhar o andamento da unidade escolar ou, ainda, por receio de possíveis interpretações negativas dos

eventos que se passam dentro do ambiente da escola. Salientamos que não buscamos, aqui, trazer nenhum tipo de julgamento a estas condutas ou classificá-las como positivas ou negativas, afinal, seria necessário analisar todo um contexto.

Nos dias após o trágico evento mencionado, as mídias (televisivas e impressas) se dedicaram a trazer inúmeras informações e reportagens que tratavam da segurança nas escolas e, também, sobre a violência nas unidades de ensino, principalmente, envolvendo professores.

Após duas semanas, a diretora entra em contato com a pesquisadora mencionando o desejo de retomar o cronograma de ações e reafirmando o que já era esperado acerca do evento violento na escola do mesmo bairro: semanas turbulentas e repletas de movimentos atípicos como a presença marcante da guarda municipal na unidade escolar, pais se movimentando e trazendo opiniões e cobranças, tanto presencialmente quanto pelos grupos de mensagens e redes sociais, e até crianças que ficaram ausentes por um período de tempo com receio de novos episódios de violência.

Antes de retornar para a escola, a pesquisadora buscou se preparar para uma melhor escuta e acolhida da comunidade escolar, afinal, foram dias intensos e tensos que, certamente, causaram desestabilizações. Uma das preocupações da pesquisadora era não atropelar as necessidades imediatas da escola diante do desejo de realizar sua pesquisa, mas a partir do momento que percebe todos os movimentos existentes como parte integrante de seus dados e, portanto, de sua pesquisa, passa a incorporá-los às suas leituras, afinal, quando optamos por desenvolver uma pesquisa na escola, não é possível isolar os fatos para coletar apenas o que “nos interessa”. Todos os eventos, de certa forma, moldam o comportamento das pessoas que, neste caso, são nosso “sujeitos” (não no sentido depreciativo) de observação.

No dia previamente agendado com a direção, a pesquisadora retorna para a escola (cena 3) e, juntamente com a diretora, começa a desenhar possíveis ações para coleta de dados e realização da pesquisa. Ao ser questionada sobre os maiores desafios na área de matemática, a diretora trouxe além dos dados estatísticos da última avaliação externa, comenta que os professores exploram exageradamente a unidade temática da matemática números, deixando de lado as demais unidades como a probabilidade e estatística e, até mesmo, a álgebra.

Como já enfatizado anteriormente, a direção e a coordenação têm o grande desejo e já se movimentam para resgatar o uso de materiais manipulativos nas aulas de matemática e nas aulas das demais áreas do conhecimento. A escola possui uma sala destinada ao atendimento das crianças que demandam de atendimento especializado (sala AEE). A pesquisadora foi apresentada a professora, chamada por nós de Eli, que é atualmente uma das responsáveis pelo uso da sala e atendimento às crianças neurodivergentes. Segundo Eli, há na escola aproximadamente 50 crianças que demandam de atendimento especializado. Devido a essa quantidade, aguardam a chegada de mais uma pessoa para ajudar no atendimento dessas crianças. Atualmente contam com duas professoras.

Eli é formada em matemática e sempre atuou como professora nos anos finais do ensino básico. Comenta que o desafio atual tem trazido novas oportunidades de aprendizagem para ela. Vale salientar que a equipe busca desconstruir a ideia de um atendimento individualizado realizado em contraturno ou no modelo que prevê a retirada do estudante da sala de aula para que possa ser atendido em um espaço reservado, realizando essa ação apenas em casos extremos. Atualmente, buscam desenvolver o que ela chama de atendimento colaborativo. Nesse caso, as professoras da sala de atendimento especializado atendem as crianças no período escolar e dentro da sala de aula juntamente com as professoras responsáveis pela turma. As atividades, segundo Eli, são pensadas não apenas para aquela criança que está em atendimento, mas para a turma toda. Uma ação bastante diferenciada, pois de acordo com Manrique (2014, p.6)

> O modelo existente hoje nas escolas públicas para atender os alunos de inclusão está baseado na interação que deveria existir entre os professores da sala regular e os da sala de recursos/apoio. Entretanto, em nosso estudo pudemos constatar a ausência desta relação. Pois, não existe um horário determinado para que estes professores possam compartilhar informações e planejar o desenvolvimento destes alunos.

Durante a conversa, Eli fala de alguns desafios, por exemplo, a falta de materiais didáticos que favoreçam as ações com as crianças deficientes. Segundo ela, o livro didático da forma como é estruturado e entregue (material físico) acaba por privilegiar um grupo seleto de estudantes. Crianças com baixa visão, por exemplo, precisariam de materiais ampliados ou, ainda, recursos digitais que permitissem explorações diferenciadas das cotidianamente utilizadas a partir das indicações apresentadas nos livros didáticos. Para ela, o uso de recursos digitais e manipulativos

seria muito importante e necessário diante das ações envolvendo acessibilidade à internet e outros investimentos feitos pela prefeitura para equipar as escolas com recursos tecnológicos e que, portanto, deveriam ser mais bem aproveitados.

Eli finaliza a conversa trazendo algumas indagações: será que as editoras não pensam e não criam materiais que permitam ações mais inclusivas na sala de aula? Será que estes materiais são produzidos e não chegam até o professor? Quais ações a SME faz ou deveria fazer para permitir que materiais diferenciados cheguem até as escolas? Estas foram algumas indagações que surgiram durante a conversa.

Como podemos ver, na *Escola X* já existe uma preocupação e estratégias para incluir os estudantes neurodivergentes e, de certa forma, uma abertura para vivenciar novas perspectivas que, muitas vezes, podem quebrar com a rotina e planejamento linear normalmente estabelecido na unidade escolar como a tradição de retirar os estudantes da sala de aula para que possam ser atendidos na sala de recursos ou atendimento especializado.

Outra leitura feita a partir desta informação foi a presença de uma professora, neste caso a Eli, e de alguns estagiários, na sala de aula regular juntamente com a professora responsável pela turma, o que nos leva a crer que, de certa forma, por conta de uma ação que já é instituída na escola, a pesquisadora não encontrará resistências para acompanhar o desenvolvimento de uma atividade juntamente com uma professora que lecione para o 5º ano.

A partir dos dados apresentados e primeiras reflexões trazidas no decorrer da descrição dos encontros (cenas), vimos que a realização das pesquisas iniciais para coletar dados acerca da comunidade e, principalmente, de possíveis demandas da escola, juntamente com a interpretação destas informações e seleção de uma linguagem que permitisse traduzir nossas intencionalidades podem ter sido favorecedores do ingresso da pesquisadora e pesquisa na referida unidade escolar. Porém, não podemos deixar de mencionar dois fatos que julgamos relevantes: a relação já estabelecida anteriormente com a escola (estudante nos anos iniciais) e a visão da diretora para o equipamento escolar enquanto um espaço público e de transformação.

4.1.2 A coordenação

Agora vamos apresentar os dados coletados no 2º ato, ou seja, nas cenas (encontros 4, 5, 6 e 7).

Na cena 4 tivemos o encontro com a coordenação que foi repleto de afeto. Dani cordialmente se dispôs a conversar e fez questão de enfatizar os momentos vividos nas últimas semanas. Segundo ela, os ataques às escolas trouxeram à tona desafios como, por exemplo, remodelar os encontros com os professores para abrir momentos de escuta e do compartilhamento de emoções e sentimentos.

A partir desta fala da Dani, percebemos que ela possui um olhar para as questões afetivas e, também, o desejo de acolher os professores e utilizar o diálogo como espaço de ressignificação.

Ao ser questionada sobre as ações indicadas pela própria SME para lidar com os últimos acontecimentos, Dani comenta que não houve nenhum respaldo ou indicação de ação por parte da Secretaria e os movimentos de “parada” foram pensados e propostos pela coordenação e direção da própria escola. Dani comenta que durante os encontros com os professores, várias falas ficaram marcadas na memória dela como a descrença na educação, o desejo de desistir e a perda da fé. A partir dessas falas, a coordenadora apresenta para a pesquisadora sugestões de ações que possam acolher os sentimentos não apenas dos estudantes, mas também de toda equipe, tais quais rodas de escuta, indicação e leitura de livros literários com temas relacionados com a violência e a expressão de sentimentos e outras ações que possam proporcionar momentos de reflexão. Algumas dessas ações já haviam sido iniciadas na escola, partindo da sua iniciativa.

É evidente a preocupação da coordenadora em não “atropelar os processos”, por isso, elaboramos juntas (pesquisadora e coordenação), estratégias para uma “chegada” respeitosa e acolhedora. Várias vezes, a coordenadora cita a preocupação em oferecer recursos aos professores e tentar sair da imposição de ações.

A partir da fala da coordenadora, podemos inferir que no entendimento dela, as ações, muitas vezes impostas aos professores, seja pelos gestores ou indiretamente pela Secretaria Municipal de Educação (SEMED), podem não surtir o efeito desejado e podem, ainda, motivar uma possível recusa por parte dos professores ou interpretação equivocada.

Dentre as ações já promovidas na escola, estão as conversas sobre falas e práticas menos violentas, ocupação dos espaços e escuta ativa, mas, juntamente com

todas essas propostas, somam-se as demandas cotidianas como aplicação de avaliações, mensuração de resultados, conselhos de classe e inserção de resultados na plataforma que, de acordo com a coordenadora, tem prazos que precisam ser respeitados.

Novamente trazemos à tona a discussão acerca do conhecimento e reconhecimento das demandas escolares quando há a pretensão de realizar uma pesquisa no contexto escolar, pois ignorá-las ou desrespeitá-las poderá causar interferências significativas nos resultados coletados. Por exemplo, um professor que precisa urgentemente inserir os dados na plataforma, ao ser abordado para realizar uma entrevista, muito provavelmente, a faça com pressa ou com superficialidade por conta de outras preocupações. Não estamos ignorando o fato de que talvez nunca haja o momento “ideal”, mas reiteramos que descrever na pesquisa os acontecimentos que aparentemente são periféricos se torna necessário e importante para uma melhor leitura e interpretação dos dados.

Neste caso, a pesquisadora optou por tentar se adequar aos momentos e movimentos das gestoras e dos professores e, também, contribuir com suas experiências e percepções.

Vale salientar que, além da troca de mensagens por e-mail, a pedido da própria diretora, iniciou-se a troca de mensagens também pelo *Whatsapp* para garantir maior agilidade na comunicação. Tradicionalmente, a direção escolar era uma figura tida como quase “inacessível” pelo seu papel social. No entanto, desde as primeiras conversas, foi perceptível a visão diferenciada da diretora sobre esse papel.

Durante as conversas entre a pesquisadora e diretora, apresentadas anteriormente, houve momentos em que as conversas eram interrompidas por mensagens de pais ou mães no celular pessoal da diretora. Segundo ela, isso era muito comum, pois fazia parte do grupo de mensagens criado para facilitar a comunicação entre os pais e a escola. Não sabemos ao certo se o grupo foi criado no momento da pandemia da COVID19, que exigia estratégias de comunicação diferenciadas ou se já era uma prática instituída na escola, mas o fato é que essa prática se manteve e, de acordo com a diretora, é uma forma estratégica de se aproximar dos pais e responsáveis. Em contrapartida, ela verbaliza um descontentamento ao dizer que alguns pais perdem a noção da coletividade e acabam tentando individualizar as conversas.

Nas trocas de mensagens pelo *Whatsapp* estabelecidas entre a pesquisadora e a diretora ou coordenadora, novamente houve um cuidadoso olhar para a linguagem utilizada e, neste caso, contávamos também com a linguagem não verbal, com o uso de *emojis*, em nosso entendimento uma potente ferramenta para despertar emoções, pois não se trata de um enfeite e sim uma ferramenta de linguagem. Nas ocasiões, as palavras e emojis que demonstrassem carinho e respeito como, por exemplo, "carinha com corações" e "mãozinha de gratidão" estiveram presentes na troca de mensagens.

Acreditamos que, após a apresentação das primeiras anotações, seja possível visualizar o desejo de parceria da diretora e a construção de transparência e proximidade nas tratativas, que pode ser observada nas expressões e frases por ela utilizadas como: "sumiu?!", "pronto, falei", "já me desesperei", "salvei você aqui", "agora te acho". Diante de cada expressão de sentimento da diretora, a pesquisadora, cuidadosamente, busca corresponder ao carinho e as demandas e expectativas. Vale salientar que em nenhum momento foi possível notar uma extrapolação dos limites estipulados, uma vez que estávamos estabelecendo uma parceria entre professoras, pesquisadora e diretora.

Após a troca de mensagens pelo *Whatsapp*, foi marcada uma primeira apresentação, agora para o grupo de professores, conforme descrito na próxima cena.

4.1.3 Os professores – aproximações com a pesquisa (materiais curriculares)

No dia 2 de maio de 2023, após quase 2 meses do primeiro contato com a escola via e-mail, e após encontros presenciais e trocas de mensagens com a equipe gestora, tivemos a oportunidade de conversar com a equipe de professores dos anos iniciais da *Escola X*. Na ocasião, a coordenação permitiu a separação dos professores em dois grupos para que pudéssemos conversar exclusivamente com os professores dos anos iniciais, pois, no horário de formação coletiva, reúnem-se professores tanto dos anos iniciais quanto dos anos finais.

Após uma breve e carinhosa apresentação da coordenadora, a pesquisadora se apresentou contando, inclusive, sua proximidade com a escola (neste momento, algumas professoras se manifestaram fazendo um questionamento “Será que você foi minha aluna”?) e, em seguida, falou sobre a importância da construção de um

ambiente emocionalmente seguro no qual fosse possível compartilhar experiências, vivências, saberes e angústias sem que houvesse a preocupação de um possível julgamento ou ainda de uma avaliação de condutas e procedimentos. Na ocasião, a pesquisadora reiterou a relação afetiva com o ambiente, por ter estudado naquele mesmo local e, ainda, o desejo em poder contribuir de alguma forma.

A pesquisadora também apresentou para a equipe de professores os maiores focos de observação e estudo, e o interesse em conhecer e analisar os materiais utilizados, principalmente, os livros didáticos e manuais do educador e, também, o interesse no estudo do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

A partir desta fala, iniciou-se um compartilhamento dos principais materiais utilizados pela equipe de professores. É importante realçar a fala da quantidade de livros recebidos pela escola. Neste caso, os professores mencionam livros entregues durante a pandemia e livros que chegaram no segundo semestre do ano de 2022 com o objetivo de preencher possíveis lacunas identificadas nas aprendizagens dos estudantes durante a pandemia.

A escola recebeu o material *Trilhas de Aprendizagem* elaborado pela equipe da própria SME em parceria com especialistas. De acordo com os professores, era possível localizar no material inúmeros problemas como, por exemplo, erros ortográficos, respostas equivocadas e até erros conceituais. Além deste apontamento, as professoras comentam que o referido material era bastante complexo para os seus estudantes e, também, para os pais que acompanhavam os estudantes durante a pandemia.

A linguagem muito complexa foi um dos apontamentos juntamente com conteúdos e explorações, segundo elas, inacessíveis aos estudantes.

Além dos inúmeros materiais recebidos na escola sem que houvesse nenhum documento orientador de como utilizá-los, o grupo de professores enfatiza uma situação que causa impactos de diferentes ordens, inclusive emocionais, tanto aos estudantes quanto aos professores. Os livros recebidos a partir do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) não chegam em quantidade suficiente para atender todos os estudantes. Ao serem questionadas dos motivos desta incompatibilidade de livros recebidos e número de estudantes, comentam que a quantidade recebida é norteada pelo Censo Escolar do ano anterior, ou seja, não há uma estimativa de novas matrículas e possíveis transferências. Por exemplo, se uma sala tem 27 alunos no ano

de 2022, no ano de 2023 receberá 27 livros. Estes dados impossibilitam a inclusão de novos estudantes e, portanto, algumas crianças ficam sem livro didático.

A partir desta constatação, a pesquisadora incentiva o grupo de professores a compartilhar as estratégias e possíveis sentimentos gerados a partir desta situação. A professora, por nós identificada como Júlia, que leciona tanto para o 1º ano quanto para o 5º ano, comenta que reproduz as páginas do livro para os estudantes que não tem material e, imediatamente, outras duas professoras do mesmo ano escolar salientam que não estão utilizando o livro didático, não apenas porque não há em quantidade suficiente, mas, também, por acreditarem que os estudantes não conseguem acompanhar as explorações apresentadas no livro didático.

A partir das primeiras falas que apresentamos, parece evidente uma certa abertura por parte dos professores ao compartilhar dados que, de certa forma, podem evidenciar algumas ações passíveis de julgamento por parte, inclusive, da equipe gestora como, por exemplo, mencionar a não utilização dos materiais que foram recebidos a partir da própria solicitação da escola.

De acordo com as professoras, nas turmas dos segundos e terceiros anos não há esse problema, ou seja, todos os estudantes receberam o livro didático do PNLD.

Além do livro didático entregue pelo programa do livro didático, as professoras contam com os cadernos da cidade, intitulados *Saberes e Aprendizagens*. Segundo elas, não houve a escolha do material, como no programa do livro didático; este material foi entregue diretamente na escola com a orientação de que fosse utilizado por todos os estudantes. Neste caso, há material suficiente para todos os alunos matriculados.

De acordo com as professoras, esse material é mais acessível aos estudantes por conter uma linguagem mais simples, um projeto gráfico mais arejado que permite, inclusive, que seja encaminhado para casa como lição de casa, o que, segundo elas, não é possível com o livro didático recebido pelo PNLD.

Outro elemento muito valorizado pelas professoras é a linguagem visual como, por exemplo, uso de ilustrações e cores alegres que, conforme dito por elas, chamam mais a atenção do estudante.

Ao serem questionadas da utilização destes materiais no momento de planejamento e do desenvolvimento na sala de aula, comentaram que além dos livros mencionados anteriormente, todas elas, sem exceção, elaboram atividades

complementares para seus estudantes. Quando a pesquisadora pergunta o principal motivo da elaboração de tais atividades, recebe a informação de que as explorações propostas nos livros não atendem a realidade da sala de aula e, portanto, é preciso criar adaptações.

A pesquisadora pergunta sobre o uso da impressora da escola (pois já havia acompanhado a solicitação da direção pelo uso com maior parcimônia) e, também, da quantidade de tempo utilizada para elaborar as atividades. As professoras comentam que, muitas vezes, imprimem as atividades na própria impressora, em casa, e que utilizam uma grande parte do tempo fora da escola para elaborar tais atividades.

As professoras comentam, inclusive, que os livros didáticos se tornam complementares para as atividades por elas elaboradas e se mostram um pouco angustiadas (perceptível pela alteração de voz e desconforto corporal) que chegará mais um livro de exercícios para ser utilizado com os estudantes.

Novamente, de acordo com a equipe de professoras, não houve nenhuma orientação de como utilizar este novo material e qual o principal objetivo de recebê-lo.

Referindo-se, ainda, à utilização do livro didático em sala de aula, a professora Josi, do segundo ano, comenta que utiliza de forma alternada os dois materiais, *Saberes e Aprendizagens* e o livro do PNLD.

Outro dado coletado durante a conversa foi a alternância das páginas tanto do livro *Saberes e Aprendizagens* quanto do livro do PNLD, ou seja, as páginas do livro não são seguidas de forma linear pela grande maioria das professoras.

A pesquisadora amplia a conversa trazendo indagações sobre o uso dos manuais do professor. Pergunta, por exemplo, se o manual é lido em sua completude e, principalmente, questiona sobre a parte do manual geral que traz pressupostos teóricos. Amplia o questionamento perguntando se o manual é lido antecipadamente, ou durante a elaboração do planejamento, ou ainda durante as explorações da própria sala de aula, ou se não é lido e, nesse caso, quais seriam os principais motivos e, ainda, como as professoras veem o manual do professor pensando na sua finalidade e objetivos centrais.

A professora Julia comenta que muitos conceitos apresentados no livro, na parte geral, eram desconhecidos por ela, como o de numeramento. Para ela, o livro traz informações de forma simplificada acerca dos principais conceitos que aparecem durante as orientações e podem, de certa forma, despertar o interesse do educador,

fazendo-o buscar mais informações acerca de cada assunto. Julia acredita não ser possível inserir no manual do professor informações específicas e aprofundadas de cada conceito, mas o manual cumpre o objetivo de ampliar o vocabulário e despertar o interesse por novas pesquisas. A professora sente falta do uso de *QR codes* que levem a ampliações e novas explorações.

É importante enfatizar que a professora Julia que leciona para o 1º e para o 5º ano, posteriormente, se dispôs a participar mais ativamente da pesquisa. Como podemos ver, Julia demonstra uma certa abertura ao ato de aprender e enfatiza a importância dos livros como motivadores de buscas do professor. Para ela, o professor deve realizar novas pesquisas a partir das informações disponibilizadas no manual do professor.

A professora Josi, do 2º ano, comenta que sente falta de exercícios complementares que mostrem diferentes abordagens para um mesmo tema ou conceito. Todas elas reclamam da ausência do manual do professor impresso. Assim como já mencionado em relação ao livro do estudante que chega em menor quantidade do que o necessário, o manual do professor impresso também chega em quantidade limitada e, portanto, não atende a realidade da escola em quantidade de professores.

Outra professora do 2º ano, que chamamos de Lia, comenta que utiliza muito as dicas e orientações de jogos presentes no manual do educador e, também, menciona os códigos alfanuméricos trazidos nas orientações complementares, página a página, como favorecedores da elaboração do planejamento, uma vez que eles precisam ser inseridos no sistema da Secretaria Municipal de Educação ao elaborar o planejamento semanal. A partir dessa fala da professora, as demais validaram a informação, dizendo que utilizam estas indicações do manual do educador no momento de elaborar seus planejamentos.

A professora do terceiro ano, chamada de Mari, comenta sobre a ausência do livro digital do estudante e de sua tentativa de obtê-los encaminhando e-mail aos órgãos responsáveis. Segundo ela, foi encaminhado um e-mail em meados de fevereiro e a resposta foi obtida somente no final de abril. A secretaria de educação responde dizendo que será providenciado o livro digital dos estudantes, mas que esse processo é moroso e, provavelmente, chegaria no final de abril, o que não havia ocorrido até a data do encontro, dia 2 de maio, ou seja, 3 meses depois.

O livro digital, de acordo com a fala das professoras, é por elas utilizado para projetar as explorações para o grupo de estudantes e realizar, coletivamente, algumas proposições. Algumas professoras, para suprir esta demanda, tiram foto da página do livro do estudante e projetam as imagens na sala de aula.

Para finalizar a conversa, a pesquisadora pede às professoras que tentem identificar os maiores desafios a partir da troca feita no encontro do dia. Um dos principais elementos identificados como desafiadores é a incoerência existente entre a diversidade de materiais recebidos e a quantidade entregue, ou seja, por um lado há uma quantidade excessiva em termos de diversidade de livros didáticos e, por outro, a escassez na quantidade entregue, que é incompatível com a quantidade real de estudantes. Ou seja, é perceptível o desconforto gerado por essa incompatibilidade.

Em segundo lugar, aparece a inadequação dos materiais, pensando na realidade da sala de aula. A professora Julia comenta que é preciso “garimpar” muito para encontrar as relações e conexões entre os diferentes materiais. Segundo ela, os conteúdos não conversam entre si e é preciso muito tempo para esta triagem. Salienta que, muitas vezes, prefere criar os materiais a garimpar os livros para encontrar conexões. Novamente, comenta que não há nenhum trabalho prévio, orientador, que favoreça esse processo de utilização de mais de um material didático e, também, um cuidado com as crianças com deficiência que precisam de materiais adaptados.

Acreditamos, então, ser interessante perceber na fala da professora Julia a perspectiva do ensino enredado, ou seja, para ela, é importante que haja conexões entre os conteúdos e materiais utilizados e, também, salienta a preocupação com as crianças que necessitam de materiais adaptados.

A partir desta fala, a professora Josi diz que seria muito mais produtivo ter apenas um material.

4.2 Recalculando rotas a partir dos contextos

Após esse encontro, a pesquisadora encaminha para a coordenadora uma mensagem por *Whatsapp* para prosseguir com os projetos e trocas e recebe um áudio que foi transcrito abaixo.

“Oi Cristiane ... essa semana nós estamos com algumas dificuldades porque as crianças espalharam uns posts com ameaças as escolas e a Escola X estava no meio, virou meio que uma histeria, então essa semana nós estamos muito por conta dessa demanda, entendeu... tanto é que as crianças, alguma parte não veio...então nós estamos muito concentrados nisso” (Dani, WH, março)

Novamente a escola é impactada por movimentos desestabilizadores gerados, nesse caso, nos grupos de *Whatsapp* e *internet*. Ao ser informada do ocorrido, a pesquisadora busca escutar e acolher o pedido da coordenadora e, de acordo com a resposta de Dani, solidariza-se dizendo que seguirão juntas, colocando-se à disposição.

Novamente, é notória a necessidade de uma escuta ativa no momento da realização da pesquisa em um ambiente escolar e coleta de dados. Não é possível passar por cima ou desprezar os movimentos naturais e orgânicos da escola, pois se isso ocorrer, certamente haverá uma quebra de elo e de respeito.

Mesmo diante de tantos fatos complexos e delicados, a diretora e a coordenadora reiteram o desejo e o pedido de continuação da parceria traduzidos na fala "não desista da gente".

Acreditamos que o desejo inicial de ter a oportunidade de trazer para a escola um projeto que pudesse colaborar com o desenvolvimento matemático dos estudantes possa ter motivado a resposta rápida da direção ao receber o e-mail da pesquisadora, mas, a troca e parceria estabelecidas no Ato 1, a nosso ver, foram importantes para a continuidade e permanência da pesquisa dentro da unidade escolar diante de tantos motivos e indícios de interrupção por conta dos eventos ocorridos e mencionados anteriormente, relacionados à violência e *fakenews.*

Atendendo ao pedido da gestão, e em respeito aos processos e tempos, a pesquisadora se manteve distante e, após quinze dias, recebe um áudio da direção solicitando o retorno dos encontros.

4.2.1 Professores – criação conjunta (matemoteca)

A pesquisadora esteve novamente na escola para conversar com a direção e coordenação para que, juntas, pudessem pensar em algumas possibilidades para compor um espaço que, inicialmente, foi chamado de matemoteca. A ideia era

organizar os materiais manipulativos que ficam espalhados ou subtilizados. Além disso, a escola havia recebido recentemente caixas contendo jogos e materiais para explorações envolvendo artes, ciências e matemática.

Juntamente com a Dani, a pesquisadora percorreu as salas para identificar os materiais e localizar um possível lugar para a montagem da Matemoteca. A ideia seria, após essa primeira sondagem e mapeamento, expor para os professores e, coletivamente, pensar em possibilidades.

A pesquisadora marcou com a coordenadora uma data para a realização da oficina envolvendo os materiais manipulativos, pois segundo a coordenadora, alguns professores expressam a falta de conhecimento e habilidade com tais materiais.

Para o dia da oficina, a diretora planejou algumas falas e ideias envolvendo alfabetização, já que desejava compartilhar com a equipe proposições apresentadas em um curso que estava fazendo e, portanto, o espaço/tempo do encontro foi dividido com a pesquisadora. Inicialmente, foram apresentadas e vividas por todo o grupo de professores do período da manhã, as explorações e propostas trazidas pela pesquisadora e, em seguida, pela diretora.

A equipe de professores se envolveu ativamente nas propostas da pesquisadora e fez inúmeros apontamentos expressando surpresa ao perceber algumas explorações, demonstrando entusiasmo ao pensar em novas possibilidades. Em razão disso, o tempo inicialmente planejado acabou sendo extrapolado, diminuindo o tempo destinado, inicialmente, para a apresentação da diretora. Por isso, a pesquisadora encaminha uma mensagem para a diretora pedindo desculpas pelo tempo utilizado e solicitando o compartilhamento de possíveis devolutivas dos professores.

Como dissemos anteriormente, todas as ações da pesquisadora na escola estavam orientadas pelos objetivos estabelecidos inicialmente na pesquisa, e pautada pelos pressupostos que norteavam ações e estratégias. Pode parecer irrelevante apresentar informações envolvendo ações que, aparentemente, não fazem parte do objeto de pesquisa, mas acreditamos que todas as ações do pesquisador, principalmente não sendo membro efetivo do grupo, interferem na forma como os professores se comportam diante do pesquisador e, consequentemente, nos resultados obtidos e, mais do que isso, não tínhamos a menor intenção de causar

impactos nos fazeres da escola que não fossem favorecedores de transformações positivas, afinal, pesquisadora e pesquisados são afetados nas interações.

Além dos encontros e trocas com a diretora, intensificou-se a troca de conversas com a coordenadora, responsável por todos os segmentos, pois a coordenadora do segundo segmento ainda não havia ocupado o cargo.

4.2.2 Professores e a álgebra

Após a troca de mensagens, a pesquisadora participou de mais um momento formativo (PEA) e, nesse caso, com toda a equipe de professores do período da tarde (professores dos anos iniciais e finais) e, após uma reapresentação dos propósitos e intenção da pesquisa, a pesquisadora abre uma conversa para coletar informações sobre a temática de álgebra nos anos iniciais, como pode ser observado a seguir na descrição da cena intitulada “Apresentando a visita aos donos da casa”.

Na ocasião do encontro, estavam reunidos professores dos diferentes segmentos e especialidades. Neste caso, professores dos anos iniciais e finais, professores polivalentes e professores de artes, educação física e informática.

O começo da conversa tinha como ponto central a matemática e, mais especificamente, a álgebra. A pesquisadora reitera a importância de um ambiente seguro e o desejo em poder ouvir e contribuir de alguma forma e faz o primeiro questionamento: O que é álgebra?

Dois professores começam dizendo que álgebra envolve as quatro operações e, muitos deles, sinalizam que álgebra é muito "pesada" relacionando, inclusive, com algo parecido com um castigo. Ainda no processo chamado de "chuva de palavras e expressões que lembram o ensino-aprendizagem da álgebra", os professores mencionaram que ela tem relação com um número desconhecido ou com a chamada incógnita. A maioria deles relaciona o ensino da álgebra com a inserção de letras e a identificação do valor de cada uma das letras. Também, aparece a sinalização de que envolve proporção e sequências numéricas. A palavra horrível aparece mais de uma vez ao se referir à utilização de letras no meio dos números e, ainda, da utilização mecânica de fórmulas no ensino de álgebra. Para muitos, a matemática está relacionada a números e não a letras.

Essas falas reafirmam o que Moretti e Radford (2021, p. 27) trazem em suas pesquisas, a informação de que “A organização de práticas pedagógicas que dialoguem com conhecimentos algébricos nos anos iniciais ainda é um desafio para a maioria dos professores polivalentes que atuam nesta etapa da escolarização”.

Alguns professores tentaram exemplificar apresentando atividades envolvendo um número desconhecido e a ação de utilizar representações numéricas e o uso de um quadradinho para sinalizar a ausência de um número. Duas professoras dos anos iniciais mencionaram que as crianças, desde muito cedo, podem explorar a álgebra sem uso da letra, uma destas professoras, foi a Julia e, como já apresentada, é nossa principal parceira na pesquisa.

Inúmeros professores trazem falas acerca da álgebra que evidenciam o distanciamento de algo prazeroso ou algo que seja compreensível para os estudantes. Segundo eles, na maioria das vezes, os alunos não compreendem o que se está realizando. Enfatizaram a mecanização de processos e a presença de experiências negativas relacionadas a aprendizagem de álgebra. Frases e expressões[21] como: *“Eles só decoram e não sabem o que estão fazendo”* - Professora Kátia (4º ano); “*Álgebra é um monstro para muitos alunos...”* - Professora Joana (5º ano)*; “É muito pesada” - Professora Joana (5º ano); “Eles não entendem nada, ficam chutando” - Professora Carla (3º ano)*. Foram validadas pelos demais professores.

Moretti e Radford (2021) reforçam essa ideia dizendo que a ênfase em procedimentos e regras ainda se apresenta como uma forte tendência no ensino da matemática e, durante o processo de introdução à álgebra, ao lidar com um único termo desconhecido em uma sentença matemática, é muito comum o procedimento habitual dos estudantes de realizar a estratégia de pensamento de tentativa e erro.

Durante o encontro, algumas professoras foram se aproximando da pesquisadora para pedir sugestões e, inclusive, se colocar à disposição para participar da pesquisa, mesmo sem o convite formal da pesquisadora. Ato que nos permite inferir que os encontros e trocas entre a pesquisadora e o grupo de professores se mostraram promissores para a coleta de dados, pois além de se sentirem à vontade para partilhar a vida cotidiana na escola, os fazeres e pensares, perceberam uma possibilidade de aprendizagem e colaboração envolvendo, inclusive, uma fraqueza expressada pelo grupo, o ensino-aprendizagem de álgebra.

[21] A fala dos professores serão apresentadas entre aspas e em itálico.

Por conta de nossos objetivos e da disponibilidade da professora, optamos por caminhar de forma mais aprofundada com uma das professoras que atua com a turma do 5º ano para que, juntas, pudessemos criar aproximações que permitissem observar a presença e utilização da comunicação matemática nas explorações envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra.

4.2.3 A professora Julia (5º ano)

Inicialmente, foi realizada uma entrevista semiestruturada para conhecer a história da professora e, também, olhares acerca das temáticas comunicação, comunicação matemática e álgebra.

Acreditamos que esse momento, que nomeamos como "A chegada", foi essencial para que a pesquisadora pudesse conhecer mais de perto a realidade da escola e, como já enfatizado, tentar se aproximar, de forma respeitosa e "silenciosa" no sentido de gerar menos ruídos desnecessários.

Após essa etapa, diante de vários sinais traduzidos em linguagens e ações, percebemos que poderíamos avançar para uma nova etapa. A de adentrar no ensino da álgebra a partir do olhar e ações de uma professora. A partir desse momento, apresentaremos trechos das transcrições dos encontros do 3º Ato. Acreditamos que esse conjunto de cenas nos permitirá responder, de forma mais aprofundada, nossa questão de investigação e, portanto, serão detalhados no próximo capítulo que se debruça na explicitação e análise dos dados coletados e categorizados.

Apresentaremos a seguir trechos da primeira entrevista realizada com a professora e, juntamente com a transcrição[22], algumas de nossas ponderações.

A pesquisadora inicia a conversa agradecendo à professora Julia e reiterando o desejo de troca e parceria. Comenta que não tem a intenção de avaliar ou julgar nenhuma ação e sim proporcionar momentos de conversa e, quem sabe, ações conjuntas. Pede, inclusive, autorização e licença para gravar, justificando que gostaria de poder olhar para ela (professora) durante a conversa, o que não seria possível se tivesse que anotar os dados. A professora se mostrou muito tranquila e permitiu que a conversa fosse gravada.

[22] As falas da professora serão apresentadas utilizando-se o recurso das aspas e, também, do uso do itálico.

A pesquisadora inicia a conversa com as seguintes indagações: Como você se define? Quem é a Julia? E como é a Júlia nesta comunidade escolar? Queria que você contasse um pouquinho.

As questões buscam resgatar a história da professora e sua relação com a *Escola X* e sua comunidade.

Abaixo, apresentamos a transcrição da gravação e, por isso, está em primeira pessoa. Optamos por, ao longo da transcrição, trazer algumas percepções e reflexões a partir da fala de Julia.

Julia nos conta que ingressou como estagiária no ano de 2005 e que na época cursava pedagogia. No ano de 2007, ao se formar, assume a coordenação de um CEI (Centro de Educação Infantil), conveniado com a prefeitura. No ano de 2009 presta o concurso e assume o seu primeiro cargo como professora na rede municipal de São Paulo. Neste momento, Julia parece se desestabilizar um pouco ao começar a contar esse ingresso na rede pública e, por isso, achamos pertinente trazer a transcrição com as falas da professora.

"Ingressei lá na EMEF Y que ninguém queria, mas por conta da minha pontuação, não tinha muitas opções" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

"Era uma escola com um alto índice de violência e crianças em situação de vulnerabilidade. Tinha diversos problemas, inclusive, da gestão...enfim, ingressei nesse cenário de muita violência e a gente não tem acesso a comunidade... e fiquei lá até 2010" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

"Comecei e ingressei em um quarto ano ou quarta série, depois passou a ser o quinto ano... a quarta série era onde todos os problemas desembocavam, porque era o ano da retenção, era o ano que você ia, de fato, avaliar, era o ano que iniciou a questão também das provas externas, então era um ano muito difícil" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

"Todas estas questões reverberavam muito, era uma escola que tinha até a 4ª série H, era muito grande, e mais salas de EJA à noite...então uma escola extremamente grande e extremamente vulnerável. Ficava ali na comunidade... fiquei

lá um ano e depois cai no primeiro ano e fiquei super assustada... fiquei esse ano e aí pedi remoção" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

De acordo com a professora, o seu começo de carreira não foi tão simples, mas alguns pontos nos chamam muito a atenção: a fala da escola "que ninguém queria", o índice de violência e, principalmente, a falta de diálogo com a comunidade. Em outro momento da entrevista, Júlia retoma essa questão e estabelece um contraponto enfatizando a importância da proximidade e diálogo com a comunidade. Nos parece que, para Júlia, esse é um ponto central na ressignificação de processos e mudanças, inclusive, estruturais.

"Na remoção não consegui ir para a escola que eu desejava e aí sobrou a Escola X (Julia se refere a atual escola)*, que era uma escola que sempre foi muito bem renomada, mas estava com vários processos, enfrentando processos de denúncias...uma situação muito complicada e acentuada... então, nesse momento que eu vim aqui para a Escola X, foi o momento onde os profissionais não queriam vir pra cá... havia muitos desentendimentos e ações contra a comunidade escolar, então era um momento de muitas denúncias e estava muito complicado..." (Profa. Julia, ET-P1, agosto)*

A partir desse momento, Julia começa a compartilhar sua chegada e percurso na *Escola X* e como ingressou na escola há mais de 10 anos.

Novamente a professora relata a necessidade de ingressar em uma escola que "sobrou", ou seja, não foi opção das pessoas que fizeram escolhas antes de Julia (professores com maior pontuação) e, ainda, a "fama" das escolas e a interferência destas informações na distribuição e atribuição dos professores.

Em sua fala, Julia relata os desentendimentos e ações movidas contra a comunidade escolar e o número excessivo de denúncias. Os dados apresentados pela professora nos levam a algumas hipóteses e correlações a partir das análises prévias por nós realizadas, principalmente, em relação ao público atendido pela *Escola X* e, também, informações apresentadas nos questionários do SAEB.

Nos dados do SAEB, a comunidade é composta por uma grande maioria de mães com ensino médio completo e, também, uma parcela significativa de mães com

o ensino superior completo. Nossa leitura acerca destas duas informações é uma possível correlação entre o grau de estudo das mães e as ações movidas contra a comunidade escolar, haja vista que teriam maior acesso aos procedimentos formais que envolviam denúncias e aberturas de processos. Não estamos dizendo que a falta de escolaridade é um impedimento para a abertura de processos, estamos apenas criando correlações entre o perfil da comunidade e as informações apresentadas pela professora, dado este ressaltado posteriormente pela professora ao contar de sua relação com a comunidade da *Escola X*.

"[...] eu vim para cá e ingressei com uma quarta série de novo... já estava me adaptando, mas também eram bastante agitados, mas era uma outra vibe, e fiquei com eles e foi um ano muito bacana, eu consegui desenvolver algumas coisas legais, eu acho que eu consegui me firmar enquanto professora com eles porque na Escola Y era tudo muito, muito turbulento... [...]" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

Vimos que apesar de salientar questões relacionadas à agitação dos estudantes, Julia enfatiza a diferença, aparentemente grande, entre a estrutura da Escola Y e a da *Escola X*. Ao mencionar que era outra *vibe,* Julia aparentemente se refere ao nível social e econômico que interferia nos acontecimentos cotidianos da escola e, também, nos resultados, essa sinalização é reafirmada com o uso da palavra turbulência e na fala apresentada a seguir.

"[...] na Escola X, a minha trajetória sempre foi muito desafiadora... no sentido de que aqui era o oposto do que era na Escola Y, aqui era o número 1 do IDEB, lá era o número...sei lá... então, assim, eu vivia com essas realidades muito distintas ... muito distintas ... esses polos ... [...]" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

Julia nos conta que assumiu dois cargos e voltou a lecionar na escola Y na mesma época que lecionava na *Escola X*.

"[...] em setembro de 2010 eu ingressei para o segundo cargo lá na Escola Y, novamente, pois como não passei tão bem colocada e eu falei.... gente vou para um lugar que já conheço... [...]" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

A professora comenta sobre questões emblemáticas nas “duas pontas”, tanto na escola que tinha baixos índices quanto na escola que era a 1ª no *ranking* do IDEB. É perceptível que ela se mostrava bastante à vontade trazendo, inclusive, pontos que poderiam ser omitidos para evitar um possível julgamento da pesquisadora como a informação de que “não passou tão bem colocada”.

Além disso, é possível inferir que ao trazer a informação de que a *Escola X* era o número 1 do IDEB, refere-se a um grau de instrução dos estudantes bastante elevado, o que pode se refletir em um grupo de gestores e professores bastante implicados com a aprendizagem ou ainda com uma comunidade engajada em ter um ensino de qualidade na escola pública.

É inevitável, neste momento, trazer para esta pesquisa a fala e participação da pesquisadora, já que fez parte do núcleo discente e, também, teve pais que, durante sua permanência na *Escola X*, fizeram parte a Associação de pais e mestres. A *Escola X*, na década de 1980, era considerada pela população local como uma das escolas mais “fortes” da região e tinha uma participação ativa dos pais e responsáveis, na maioria das vezes, moradores do bairro e arredores.

Mas no decorrer da entrevista, a professora traz outros elementos, além da alta nota do IDEB da *Escola X*, que desvelam os desafios por ela mencionados. Acreditamos que as falas da professora são de grande relevância para esta pesquisa, pois retratavam a constituição da professora enquanto professora e, principalmente, nas relações estabelecidas com a Comunidade e unidade escolar na qual se deu a nossa pesquisa. Por isso, optamos por trazer na íntegra um trecho da entrevista.

“Ao mesmo tempo, eu tinha uma dificuldade de me identificar dentro dessa comunidade. Eu cheguei a ficar em módulos aqui, em substituição, hoje eu tenho uma leitura de mundo e eu consigo perceber as muitas violências que eu sofri, inclusive, a questão racial. Inclusive, isso reverberava desde o momento que os pais vinham me conhecer, então, eu tive muita dificuldade, inclusive, com a validação da profissional que eu era, um primeiro momento, todo mundo, todo mundo não... mas uma grande maioria dos pais ficava muito receoso e então questionava o tempo inteiro e marcava constantemente reunião e, muitas vezes, alguém ia conversar diretamente com a direção da escola sem eu saber; e aí, às vezes, tinha alguma conversa com os pais

e, em determinado momento, a diretora e a assistente da direção vinham conversar comigo e fazer perguntas meio aleatórias; perguntavam se tinha alguma coisa na minha sala e tal...que no meu imaginário era aleatório... eu não entendia esses questionamentos porque eu não entendia de onde eles estavam ouvindo, eu achava que esses questionamentos aconteciam com todo mundo e aí com o passar do tempo fui vendo que era uma questão relativa à minha identidade, de ser quem eu era. Hoje eu tenho essa clareza de que eu sou uma professora, sou uma mulher, eu sou preta, eu tenho aí uma história de vida que difere, muitas vezes, do perfil que é o padrão daqui, que é elitizado [...]" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

As falas apresentadas pela professora Julia reafirmam a nossa leitura em relação ao público atendido pela escola. No início deste capítulo trouxemos informações acerca da autodeclaração (raça e cor) e, inicialmente, pode ter gerado estranheza ao leitor, ou seja, o que esses dados poderiam trazer de relevância para uma pesquisa envolvendo uma professora que ensina matemática e o ensino de álgebra? Acreditamos que, neste momento, seja possível compreender a importância de um detalhado mapeamento da comunidade escolar, pois, não sabíamos de antemão que este seria um dado relevante e que nos permitisse interrelações e, a partir da fala da professora, nos é possível compreender que se tratava de uma comunidade majoritariamente de pessoas brancas.

Outra informação que julgamos pertinente é a questão envolvendo pertencimento e identidade. Durante a fala da professora, ela salienta uma provável validação, na época, dos gestores da escola para os questionamentos e desconfianças dos pais em relação a capacidade de Julia enquanto professora, mas, na verdade não se tratava de questões relativas à competência profissional e sim um preconceito racial.

Além das questões raciais, Julia conta das incompreensões e incompatibilidades existentes, não apenas por conta da cor de pele, mas também na constituição de uma comunidade, enquanto espaço físico que reúne um grupo de pessoas e noções de pertencimento, como pode ser visualizado na fala abaixo.

"Eu sou uma professora que, assim, moro próximo aqui ao bairro então é diferente de lá na Escola Y, por exemplo, lá eu também não fazia parte da comunidade

porque, apesar de caminhar e de estar presente em espaços mais vulneráveis, em favelas e comunidades, isso era uma escolha para mim... eu não nasci em uma favela, era um espaço que eu frequentava porque eu escolhi estar lá...e aqui que era um espaço que, até então, para mim, era um espaço "comum", "familiar", como uma escola qualquer, uma escola que eu frequentei...mas era sempre um espaço muito hostil...vivi muitos anos nessa hostilidade, eu acho que isso foi diminuindo um pouco a partir do momento que eu recebi o convite para coordenar aqui" (Profa. Julia, ET-P1, agosto)

É importante salientar que durante as observações na sala de aula e outros momentos nos quais presenciamos a interação de Julia com os estudantes, foi possível identificar ações que buscavam acolher os estudantes. Ela fazia questão de mostrar a cada um deles que pertenciam àquele espaço e grupo.

Somos sujeitos históricos e nossas vivências, experiências e dores nos constituem e, mesmo que de forma inconsciente, nos movimentam ou nos paralisam diante de determinadas situações. Julia parece não querer repetir o que viveu, ou tenta proteger seus alunos de possíveis hostilidades por ela vividas.

No trecho que apresentamos anteriormente, a professora complementa sua fala reiterando o processo de amadurecimento e entendimento no decorrer dos anos pois, segundo ela, na época não tinha compreensão clara dos possíveis motivos para tantos questionamentos e frequentes reuniões, e finaliza esta parte da fala confirmando a hipótese de que não se tratava de uma incompetência técnica, pois foi, inclusive, convidada para atuar na coordenação da escola. Neste momento, Julia traz percursos que, segundo ela, foram essenciais para a ressignificação do olhar, tanto dela quanto da comunidade atendida pela escola e pela própria comunidade escolar.

"A gestora, que se aposentou em 2015 e tinha ficado muitos anos aqui, abriu espaço para que uma outra professora aqui da escola, uma das ADs, se candidatasse porque tinha feito o concurso e aí ela ganhou....e ela disse que precisava completar a equipe e queria que eu assumisse a coordenação...eu fiquei meio reticente porque a minha experiência na coordenação foi no começo da profissão...eu tinha acabado de sair da formação... resisti um pouquinho e ela insistiu bastante e eu aceitei".

“Eu acho que foi aí que a comunidade passou a me enxergar melhor e a entender um pouco mais quem eu era...acho que nesse processo da coordenação, eu passei a estabelecer uma comunicação mais direta com os pais, que era algo que eu percebia que eles evitavam antes, então, quando eu consegui me aproximar, quando eu consegui ter a condição de dizer...olha, precisamos chamar o pai de fulano de tal, mas espera aí, vamos ver quem é ele, o que acontece com ele, vamos pegar o prontuário...quando eu comecei a ter acesso a documentação e falar diretamente com os responsáveis, eu acho que as coisas foram acontecendo...as pessoas foram me conhecendo...porque eu acho que também tem isso, o preconceito é isso, a gente tem aquele medo do desconhecido, não sabe ler a situação, tem aquela questão do inconsciente coletivo...todos os estereótipos...enfim, e aí eu acho que quando começou essa conversa na coordenação, eu acho que mudou muita coisa” (Profa. Julia, ET-P1, agosto).

As falas trazidas pela professora, neste trecho da transcrição, trazem inúmeras interrelações com a nossa pesquisa e, principalmente, com o referencial teórico escolhido, pois

> A TO se posiciona em um projeto educacional diferente: aquele que considera educação como um evento ético e estético inevitavelmente imerso em um espaço político. A estética da educação refere-se ao fato de que a educação é uma transformação contínua dos indivíduos através de uma experiência que ao mesmo tempo social e individual. Uma experiência que enraizada nas condições históricas e culturais sempre abre possibilidades para o novo o desconhecido (MORETTI; RADFORD, 2021, p. 36).

E, além da transformação contínua dos indivíduos, traz a ideia de que “os indivíduos produzem saberes coletivamente” (MORETTI; RADFORD, 2021, p. 39).

Julia enfatiza a importância da comunicação e reforça a ideia da transformação ou ressignificação dos olhares dos pais e responsáveis a partir do diálogo e troca estabelecida entre eles e traz em sua fala elementos relacionados ao interesse em conhecer, reconhecer, valorizar e respeitar o outro.

Ao término desse trecho, Julia menciona sobre o inconsciente coletivo e as marcas que podem ser deixadas a partir dessa construção que se dá a partir da coletividade. Quando trouxemos, inicialmente, a fala da diretora de que, muitas vezes, os pesquisadores utilizam a escola apenas como fonte de dados e vão embora, também estamos, de certa forma, lidando com esse inconsciente coletivo e, por isso,

a nossa preocupação em tentar, a partir da fala e das ações, ressignificar essa ideia de que o pesquisador nada tem a agregar ou contribuir, pois está totalmente focado em coletar seus dados de pesquisa e, portanto, não é “aconselhável” que se envolva com as questões da escola. Não estamos aqui afirmando que isso, de fato aconteça sempre, estamos lidando com o inconsciente coletivo ou senso comum.

“Eu vi uma aproximação, foi um momento que eu acho que a escola também mudou, eu acho que também tem isso...acho que houve uma diversidade maior dentro da equipe gestora da escola, éramos completamente diferentes...os gestores da escola eram completamente diferentes...a gente tinha mulheres diferentes, a gente tinha um outro coordenador que era um rapaz homossexual, que se casou naquele ano, então assim, eram muitas coisas [...]”

“Junto com tudo isso, essa mudança na escola, todos muitos diferentes, acho que essa diversidade...diversificar a gestão, eu acho que trouxe essa possibilidade e, a partir daí, rolou super bem...foi muito bacana, eu fiquei superfeliz, coordenei e fui muito feliz...consegui estabelecer um outro canal de comunicação, tanto que até hoje a minha comunicação flui bem com os responsáveis” (Profa. Julia, ET-P1, agosto).

Nas pesquisas de Moretti e Radford (2021), o foco está na sala de aula e, mais especificamente nas relações estabelecidas entre os professores e os estudantes, mas acreditamos que os processos, como o processo de objetivação, também podem se dar nas relações e aprendizagens estabelecidas entre os gestores da escola e os professores e entre professores. No trecho apresentado na fala da professora Júlia podemos identificar

> [...] processos sociais e coletivos de tomada de consciência progressiva de um sistema de pensamento e ação cultural e historicamente constituído do qual tomamos consciência gradual e parcialmente e ao qual dotamos de significado. Os processos de objetivação são aqueles processos que tentam aprender algo culturalmente significativo, algo que se revela a consciência não passivamente, mas através da atividade corporal, sensível, afetiva, emocional, artefactual, semiótica e criativa dos indivíduos (MORETTI; RADFORD, 2021, p. 45).

“Bom, a partir disso, acho que eu me identifico como essa pessoa multifacetada, eu acho que fui mudando aos poucos...ainda me cobro muito, eu venho trabalhando muito essa autocobrança, mas eu acho que ela é uma coisa que eu adquiri aqui...essa questão de me auto cobrar, de ao mesmo tempo estar ali e

tentando pensar mil e uma coisas...mas é isso, eu acho que hoje eu sou uma pessoa que procura valorizar, principalmente, minhas parcerias, os meus colegas".

"Procuro ter um olhar muito atento às crianças, no sentido de ser uma mulher sensível sabe, nunca ser rasa, então sempre achar que tem alguma coisa ali mais profunda, alguma coisa a mais que talvez fuja aos nossos olhos em uma primeira impressão; então acho que me tornei sensível também no movimento pós coordenação...o fato de ter acesso a coisas que não tinha antes...então acho que me ajudou bastante passar por essa coordenação, estar em uma gestão, que foi onde eu comecei a ver a diversidade, ver essa abertura e ver essa mudança do perfil da escola. Eu acho que foi nesse momento que abriram os meus horizontes e eu consegui...fui me reconhecendo como uma professora...eu procuro me aprimorar, mas eu procuro também me sensibilizar com as coisas...eu gosto de estar feliz na sala de aula, eu gosto de ter relações na sala de aula, tanto que eu já tive turmas que eu sofri porque eu não consegui criar um elo com a turma, então foi difícil para mim porque eu não conseguia ter uma conexão, não conseguia saber...eram os pais, reclamações, denúncia o tempo inteiro...eu não conseguia saber de onde estavam vindo as informações, de repente, era alguma coisa que os alunos falavam, havia uma comunicação truncada...sofri para estar aqui... era muito pesado para mim, e aí eu acho que a partir desse momento, que eu consegui estabelecer essa relação e tudo mais, a comunidade também foi diversificando, eu acho que isso também foi me mudando, enquanto profissional" (Profa. Julia, ET-P1, agosto).

Neste trecho, é possível resgatar alguns indícios que nos levam a compreender a visão de criança, de estudante, de professor e de escola que Julia tem e, segundo ela, foi se desenvolvendo.

Como ela diz, ela se preocupa com os sentimentos, com as emoções nos mais variados momentos dos fazeres da escola e da sala de aula e, assim como Moretti e Radford (2021), talvez Julia também perceba que a "aprendizagem inclui emoções e afetos, não como meros fenômenos concomitantes, mas como partes constituintes da aprendizagem" (RADFORD, 2021, p. 45). Julia dá indícios dos fazeres na sala de aula com seus estudantes e, também parceiros de trabalho, pelo menos, neste momento, no campo das ideias, pois não pudemos, ainda, acompanhá-la na sala de aula ou,

ainda, no campo das palavras e que nos reafirma a ideia de que “as palavras têm uma história por trás de si” (RADFORD, 2011, p. 157).

“Hoje eu sou uma profissional muito consciente de quem eu sou enquanto pessoa, da minha história, eu gosto de falar isso para os meus alunos, eu gosto que eles saibam...você falar para eles o quanto é importante as pessoas que são importantes para eles e eles terem como referência, não é?! Então eu me entendo como uma professora que é atenta e sensível... eu gosto de estar sensível às coisas que são importantes para eles e, também, procuro me comunicar muito” (Profa. Julia, ET-P1, agosto).

Não sabemos ao certo porque Julia aceitou e se sentiu motivada em participar ativamente da pesquisa, mas temos algumas hipóteses e, dentre elas, está o desejo já elucidado por ela mais de uma vez que é o de querer aprender cada vez mais, mas, também, podemos pensar que a sensibilidade que buscamos ter em todas as etapas e o cuidado com o outro e o zelo com a escolha das palavras pode ter criado uma aproximação ou reconhecimento de semelhanças na forma de pensar, estar e atuar nos momentos de interação.

A pesquisadora aproveita a fala da professora e faz mais uma provocação: já que estamos falando de comunicação, o que é a comunicação para você?

A partir deste momento, as conversas e trocas entre a pesquisadora e professora se voltam para a comunicação e, mais especificamente, para comunicação da sala de aula e, em seguida, para o ensino-aprendizagem da álgebra. Juntas, buscam compreender os resultados encontrados em uma avaliação e se deparam com um exercício de álgebra que, segundo a professora, foi o que obteve menor índice de acertos.

Diante desta constatação, decidem elaborar um percurso para identificar o caminho percorrido pelos estudantes para resolver o exercício de álgebra da avaliação e, a partir desta atividade a ser realizada pela professora e observada pela pesquisadora, buscar mapear e compreender a comunicação matemática presente e utilizada na sala de aula em uma atividade envolvendo o conceito de igualdade.

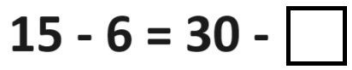
Abaixo, apresentamos o exercício que foi identificado como desafiador para os estudantes e que se tornou norte para as ações na sala de aula.

Figura 12: Exercício da prova elaborada pelas professoras

A professora Martha estava contando a pontuação do jogo de queimada. Para cada estudante salvo, o time ganhava 5 pontos, para cada estudante queimado, o time perdia 3 pontos. As equipes amarela e vermelha terminaram empatadas. Observe o registro da professora:

pontos da equipe amarela = pontos da equipe vermelha

Desenho 1 — Representação numérica



Fonte: Reprodução feita pelo autor (2023) a partir da questão presente na sondagem.

No capítulo seguinte serão apresentadas as nossas categorias de análise constituídas a partir do mapeamento dos dados coletados nas explorações realizadas juntamente com a professora Julia, envolvendo o exercício descrito acima, incluindo-se a observação na sala de aula.

5. NOSSAS CATEGORIAS E ANÁLISES

Neste capítulo trazemos as análises realizadas a partir dos dados coletados durante a pesquisa, mais especificamente envolvendo a comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Durante nossas investigações, deparamo-nos com dados de grande relevância que, apesar de não estarem diretamente relacionados com a nossa questão de investigação, não poderiam ser desprezados neste momento das análises, pois ao nosso ver, favorecem a construção do panorama envolvendo a comunicação utilizada pela professora durante a realização da atividade com os estudantes e, também, a forma como os estudantes se interrelacionam com a professora e com os colegas. Além disso, a forma como se construiu o relacionamento entre a pesquisadora e a professora, incluindo a comunicação utilizada, pode ter influenciado nos processos e desenvolvimento das ações da professora antes, durante e após a aplicação da atividade.

Como apresentado nos capítulos anteriores, na Teoria da Objetivação a cognição humana é considerada como uma "senciente forma cultural e histórica sensível e multimodal de pensar, agir, imaginar, sentir criativamente, transformar e dar sentido ao mundo" (RADFORD, 2022, p. 277), "em que corpo, mente e mundo são concebidos como entidades entrelaçadas" (RADFORD, 2021, p. 147) e, partindo deste pressuposto, utilizamos como base para a análise dos dados coletados o método multissemiótico e foram observados os diferentes meios semióticos mobilizados pelos estudantes e professora durante o labor conjunto.

De acordo com Radford (2003, p. 41), os meios semióticos de objetivação são "processos de criação de significado social para alcançar uma forma estável de consciência, para tornar aparentes suas intenções e realizar suas ações, com o intuito de atingir o objetivo de suas atividades".

Nesta pesquisa, como já elucidado nos capítulos anteriores, buscamos responder ao seguinte questionamento: qual a presença e utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do ensino fundamental, especialmente em uma proposta envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra? E, para que pudéssemos tentar responder a esta

questão, realizamos inúmeras ações e processos (elucidados nos capítulos anteriores).

Neste capítulo, trazemos a descrição e interpretações de situações que foram por nós reunidas e categorizadas para favorecer nossas compreensões acerca da utilização da comunicação (pelos mais diferentes atores, incluindo a pesquisadora) nos variados momentos de interação e, também, da comunicação matemática presente na atividade desenvolvida pela professora em interação com os estudantes.

Foram construídas 4 categorias: categoria 1: a comunicação enquanto afeto; Categoria 2: o professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica; Categoria 3: a comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico; Categoria 4: pergunte e escute para se certificar antes de afirmar.

As categorias foram criadas a partir dos dados coletados durante a pesquisa. Ao ler todos os registros, tanto das transcrições dos áudios com as entrevistas realizadas com a diretora, coordenadora e professora, quanto os registros pessoais da pesquisadora, notamos que haviam elementos para além dos objetivados anteriormente como, por exemplo, os movimentos de construção da relação de parceria entre a pesquisadora e toda a comunidade escolar, principalmente com a professora do 5º ano. Notamos que seria importante criar uma categoria que evidenciasse esse processo e esta foi intitulada “A comunicação enquanto afeto”, pois, acreditamos que a comunicação, tanto verbal quanto não verbal, foi o elemento central para a construção das relações de respeito e parceria e, de fato, afetaram todos os indivíduos envolvidos.

Os dados também nos trouxeram importantes percepções acerca da formação da professora e sua relação com os encontros formativos dos quais participou, tanto com a pesquisadora quanto com a equipe de formadores da Secretaria de educação e, a partir deste conjunto de dados, criamos a categoria por nós chamada de “O professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica”.

A categoria 3, “a comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico”, foi elaborada a partir das observações e registros das ações desenvolvidas pela professora em conjunto com seus estudantes. Acreditamos que os dados coletados, reunidos e apresentados nesta categoria nos permitiram responder ao questionamento central desta pesquisa.

Já a última categoria que chamamos de “pergunte e escute para se certificar antes de afirmar” foi desenvolvida quando retomamos com a professora as observações do desenvolvimento da atividade em sala de aula, pois, a priori, após a releitura individual dos registros, a pesquisadora acreditava ter havido, durante o desenvolvimento das ações que haviam sido planejadas anteriormente pela professora e a pesquisadora, um descompasso entre o planejado e o executado mas, ao retomar as observações e registros juntamente com a professora e, principalmente ao escutar os motivos para tal remanejamento das ações no momento da atividade, foi possível perceber que o olhar individual para os dados era impreciso e incompleto podendo, inclusive, apresentar uma visão não apenas limitada como parcial e equivocada, do ponto de vista contextual.

Categoria 1 – A comunicação enquanto afeto.

Durante todo o estudo, a pesquisadora buscou selecionar palavras, expressões e ações que, de forma planejada, pudessem melhor traduzir as intenções, tanto dela, enquanto professora de formação e, também, como pesquisadora; intenções estas que tinham como pressupostos básicos o respeito ao outro, aos tempos e aos processos e, também, a convicção de que a linguagem (verbal e não verbal) podem interferir diretamente na forma como as pessoas se relacionam, pensam e agem.

O desenvolvimento dos estudos linguísticos ao longo do tempo levou diversos estudiosos a proporem definições da linguagem. Embora essas definições possam apresentar semelhanças em vários pontos, elas também diferem na ênfase dada a diferentes aspectos, que são considerados centrais por cada autor. Isso reflete a complexidade e a riqueza do campo da linguística, que abrange uma variedade de abordagens e perspectivas teóricas. Cada teórico tende a enfatizar aspectos específicos da linguagem, como estrutura gramatical, comunicação, significado, aquisição, evolução ou influência cultural, contribuindo assim para uma compreensão mais abrangente e profunda desse fenômeno fundamental na experiência humana.

A linguagem desempenha um papel central na estruturação e transmissão do pensamento humano e, como vimos, é possível observá-la sob diferentes prismas, dentre eles, enquanto suporte do pensamento.

Um dos teóricos que estudou e defendeu a linguagem enquanto suporte do pensamento foi Lev Vygotsky, um psicólogo e educador russo. Vygotsky é conhecido por suas contribuições para a psicologia histórico-cultural e a teoria sócio-histórica do desenvolvimento cognitivo. Para nossas análises relacionadas a linguagem e comunicação, juntamente com os pressupostos e pesquisas de Radford e Moretti (2021), trazemos algumas reflexões e pensamentos de Vygotsky (1987).

Foi organizado, juntamente com a equipe gestores, um cronograma de encontros bastante respeitoso e flexível que fosse capaz de acolher e respeitar as demandas da escola e de sua comunidade, incluindo-se os professores. Desta forma, os laços entre a pesquisadora e os professores foram sendo estreitados e, em um determinado momento (descrito no capítulo 3), houve a oportunidade de se aproximar ainda mais da professora Julia do 5º ano que aceitou prontamente participar da pesquisa envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No capítulo anterior, conhecemos um pouco da trajetória percorrida pela professora e, também, identificar algumas formas de pensar, comunicar e agir a partir da leitura e interpretação das falas e ações por ela apresentadas durante a entrevista.

Em um determinado momento, a pesquisadora e a professora voltaram seus olhares para a questão da comunicação. Continuando a entrevista, Júlia é indagada acerca do seu entendimento para a palavra comunicação, A pesquisadora pergunta a ela: o que é a comunicação para você?

Imediatamente, a professora traz a informação de que para ela, "*a comunicação é a gente se afetar e se entender. Eu acho que o principal da comunicação é a gente se entender, sabe?! Muitas vezes a gente fala, mas o outro não entende" (Profa. Julia, ET-P2, agosto)*.

É perceptível, então, que Julia tem a compreensão de que linguagem é afeto, tornando-se fundamental entender e ser entendido. Portanto, nos permite inferir que suas ações têm como pressuposto a escuta atenta e, também, um certo cuidado com a linguagem para se fazer entender. De certa forma, ela também acredita que o propósito da comunicação é alcançar o entendimento entre os participantes por meio da partilha e reconstrução de significados (Godino; Llinares, 2000), é "um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente" (MARTINHO, 2007, p.15).

Julia acrescenta dizendo que: “*a gente precisa se entender, eu acho que nasce dessa necessidade do ser humano de coletividade, da gente querer estar junto; então a comunicação eu acho que é isso, o ato de comunicar é a gente se expandir, coletivizar, estar junto, pensar junto, sabe?!” (Profa. Julia, ET-P2, agosto).*

Novamente, a partir das falas relacionadas ao movimento de estar e pensar junto com o outro, entendemos que as ações propostas e desenvolvidas por Julia em sala de aula, possam ter esse movimento que, para nós, pode ser bastante promissor.

Nos capítulos 3 e 4 desta pesquisa, ilustramos as etapas percorridas pela pesquisadora para alcançar os objetivos traçados inicialmente, relacionados, principalmente, a criação e estabelecimento de vínculos, fortalecimento de trocas e construção do respeito mútuo e, durante os encontros, a fala de parceria e construção coletiva podem ter afetado positivamente a professora Julia, mobilizando-a a querer participar de outras ações de forma mais próxima e sistematizada. Essa hipótese se deu a partir das falas da professora valorizando a comunicação e, principalmente, ao desejo de aprender e se movimentar enquanto professora, como pode ser observado na fala a seguir.

“Porque assim, quando você não quer se comunicar, você quer alguma coisa introspectiva, você quer uma coisa para você, mas quando você quer se comunicar, você tem um outro, você tem um interlocutor, você quer movimento, né?! Comunicação também é isso, é movimento” (Profa. Julia, ET-P2, agosto).

É interessante perceber que a professora reitera a importância do outro na comunicação, que neste caso, ela chama de interlocutor. Ou seja, não há comunicação sem que haja um interlocutor que, no entendimento dela, deve ser considerado, respeitado e ouvido. Mas, nos parece que Julia não percebe a comunicação com estruturante do pensamento, pois apesar de utilizar a palavra movimento, ela se restringe ao ato de expressar o pensamento.

Para Vygotsky (1987)

> [...] a relação entre o pensamento e a palavra não é uma coisa mas um processo, um movimento contínuo de vaivém entre a palavra e o pensamento; nesse processo a relação entre o pensamento e a palavra sofre alterações que, também elas, podem ser consideradas como um desenvolvimento no sentido funcional. As palavras não se limitam a exprimir o pensamento: é por elas que este acede à existência (p. 124).

A professora continua sua fala dizendo que quando nos comunicamos "queremos *atenção ou porque está com um problema, ou porque você só quer falar alto, para você mesmo; ou porque você quer essa expressão, porque você quer verbalizar; eu acho que é isso, comunicação é afeto e movimento" (Profa. Julia, ET-P2, agosto).*

Durante as entrevistas, Julia ressalta que sua forma de se comunicar e, principalmente, expressar os seus desejos, insatisfações e angústias, foi evoluindo no decorrer do tempo e das vivências e hoje está mais madura e consciente do poder e importância da comunicação. Novamente, ela traz a ideia da comunicação com expressão dos pensamentos, sentimentos e, ao apresentar a fala para si mesmo em voz alta, nos dá indícios de uma primeira ideia de comunicação enquanto organizadora do pensamento.

Para Vygotsky (1987), a linguagem desempenha um papel fundamental no desenvolvimento mental das crianças e na formação de pensamentos complexos. O autor menciona que a linguagem não apenas reflete o pensamento, mas também atua como um meio pelo qual o pensamento é formado e organizado. Ele acreditava que a linguagem interna (pensamento verbal) se desenvolve a partir da linguagem externa (comunicação oral), permitindo que as crianças internalizem pensamentos mentais e estratégias cognitivas.

O pensamento verbal, segundo ele, refere-se à forma de pensamento que ocorre por meio da linguagem interna, ou seja, do uso silencioso da fala dentro da mente. Ele entendia o pensamento verbal como um processo fundamental no desenvolvimento cognitivo e na organização do conhecimento.

Vygotsky (1987) argumentou que o pensamento verbal é essencial na mediação entre o mundo externo e as atividades cognitivas internas. Ele via a linguagem externa (a fala direta com os outros) como precursora do pensamento verbal, que posteriormente se internaliza para se tornar uma forma de diálogo interno na mente do indivíduo. Esse diálogo interno permite que as pessoas planejem, resolvam problemas, reflitam e controlem suas próprias ações de maneira mais sofisticada.

Portanto, para o autor, a linguagem não é apenas um meio de comunicação, mas também um suporte essencial para o pensamento, permitindo que as pessoas

internalizem conceitos complexos e estratégias cognitivas por meio da interação social e da mediação linguística.

Percebemos, então, que há uma oportunidade para focar o olhar da professora para a comunicação matemática e fazemos o seguinte questionamento: e se a gente focasse em comunicação matemática? O que você me diria?

“Eu sempre gostei muito de matemática, eu pensei em fazer algo na área matemática, mas eu sempre fui muito, eu não sei (pausa); eu sempre gostei, adorei, adorei sempre, sempre” (Profa. Julia, ET-P2, agosto).

Julia demonstrou uma grande satisfação e afetividade pela matemática e traz dois pontos interessantes: a sua facilidade com a disciplina e, também, sua persistência em tentar compreender os processos que envolviam os procedimentos matemáticos, ou seja, mesmo quando os conteúdos ficavam mais complexos e abstratos, ela não desistia. Nesse sentido, concordamos com Radford e Moretti (2021, p. 45), quando afirmam que “A aprendizagem inclui emoções e afetos, não como meros fenômenos concomitantes, mas como partes constituintes da aprendizagem”.

Como podemos ver, Julia tem sentimentos e emoções positivas em relação à matemática e, diante da verbalização destes afetos, acreditamos que suas ações na sala de aula buscam traduzi-los e, consequentemente, afetem seus estudantes. A professora continua sua fala acerca da sua relação com a disciplina.

“Matemática assim, para mim, na minha memória de aluno eu sempre tive facilidade, eu sempre gostava, mesmo que algumas coisas eu tivesse dificuldade de entender, principalmente, quando a gente começa a entrar no fundamental 2 e no ensino médio, eu acho que as coisas não ficam tão claras, não ficam tão concretas né?! Eu acho que até ali, nos anos iniciais, as coisas ficam muito perceptíveis, visíveis e eu consigo fazer a relação de maneira fácil, eu acho que é a partir do momento que aquilo vai se abstraindo muito, vai rolando uma insegurança; o que me incomodava era perder a concretude daquilo, tipo, não tenho conseguido visualizar mais, por exemplo, matriz, não estou conseguindo, isso aqui não é prático então, assim, não sei o que fazer, não estou conseguindo entender, sabe?! Quando começava a ir para

essa coisa meio nebulosa, aí eu já pensava, puxa, eu até sei, mas está faltando alguma coisa" (Profa. Julia, ET-P2, agosto).

A professora, neste trecho da entrevista, demonstra seu interesse e um certo carinho pela matemática, ressaltando a facilidade que tinha na disciplina. Diferentemente da maioria dos pedagogos, Julia comenta sobre seu fascínio e facilidade com a matemática, principalmente durante os anos escolares nos quais a "*concretude*" se fazia presente, relatando uma certa insegurança quando as explorações matemáticas exigem abstração.

Julia compartilha com tranquilidade suas inseguranças, o que nos leva a crer que foi possível construir um ambiente emocionalmente tranquilo, que permitisse com que ela expressasse seus sentimentos sem receio de um possível julgamento.

A partir deste trecho, podemos trazer duas reflexões: a primeira delas relacionada às crenças e concepções de Julia acerca da matemática e do ensino da matemática e a segunda relativa à generalização de padrões.

Para Carrillo *et al.* (2013), as crenças e os conhecimentos dos educadores exercem grande influência sobre a aprendizagem dos conteúdos. Os termos crenças e concepções são amplamente utilizados por inúmeros pesquisadores, porém, apesar do uso frequente, não há uma definição única para eles. Ainda temos questões ligadas a tradução em língua portuguesa, o que, muitas vezes pode favorecer alguns conflitos conceituais. A fim de superar essa fragilidade, as abordagens recentes têm buscado conceituar esses termos e estabelecer distinções claras entre eles.

Ernest (1989), por exemplo, parece não estabelecer uma distinção clara entre os termos "concepção", "crença", "opinião", "ponto de vista" e "modelo". Em seus escritos, ele menciona as opiniões dos professores sobre a natureza da Matemática, distinguindo entre aqueles que a enxergam como um produto e aqueles que a consideram um processo. Em algumas de suas pesquisas, ele utiliza os três termos – "concepção", "crença" e "opinião" – ao se referir à natureza da Matemática e, também, ao ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Dossey (1992) também considera os termos (concepção e visão) coincidentes e, por vezes, utiliza os termos de maneira intercambiável, mas utiliza a palavra crença apenas ao se referir a crenças dualísticas ou múltiplas sobre a matemática.

Já a pesquisadora Alba G. Thompson (1992) aborda as questões de conceituação de forma mais explícita e destaca a necessidade de estabelecer uma distinção mais clara entre crença e conhecimento, uma vez que, como acabamos de ver, tais termos são usados de forma intercambiável em alguns contextos educacionais.

A autora diferencia os dois termos com base em suas características específicas. Para ela, as crenças podem variar em intensidade e verdade, não necessariamente refletem um consenso universal e são influenciadas pelas experiências pessoais de cada indivíduo. Em contrapartida, o conhecimento está associado à verdade objetiva, e há um acordo geral sobre os processos de avaliação da sua validade, uma vez que a noção de concepção é mais ampla, pois inclui o sistema de crenças.

Assim, optamos pela utilização do termo concepção por englobar toda a filosofia particular de um professor, quando ele concebe ideias e interpreta o mundo a partir delas.

Para nós, os professores que ensinam matemática constroem suas concepções sobre a natureza da disciplina a partir de uma combinação de fatores, dentre eles, as experiências vividas durante sua escolaridade (enquanto estudante da educação básica e graduação), das relações construídas com seus educadores de matemática e, também, das influências socioculturais. Influências essas que são transmitidas de geração em geração.

Além disso, os professores também desenvolvem opiniões sobre a Matemática enquanto disciplina, sobre as formas de ensiná-la e compreendê-la, papel do educador matemático, relação com os estudantes etc. É importante ressaltar que essas opiniões, nem sempre, são plenamente fundamentadas, e uma mesma pessoa pode até abrigar ideias conflitantes, pois estas dependem das experiências vívidas e das diferentes influências que enfrentaram em diferentes momentos de suas vidas.

Margaret Beswick (1999), uma pesquisadora e educadora matemática australiana também conhecida por seu trabalho nas áreas de crenças e concepções em educação matemática, fez contribuições significativas para a compreensão de como as crenças dos professores e dos alunos influencia o ensino-aprendizagem da matemática. A autora salienta que a concepção da matemática enquanto uma disciplina do conhecimento influencia a formação de concepções acerca da

matemática escolar e de seu método de ensino. Ela utiliza a distinção existente entre a matemática concebida pelos matemáticos e aquela ensinada pelos professores nas instituições de ensino básico e, segundo ela, as perspectivas do professor sobre a matemática podem ou não estar alinhadas com a matemática que ele leciona, com sua abordagem de ensino e com sua percepção do processo de aprendizagem dos alunos.

Para Beswick (2012), é possível visualizar três tipos de visão acerca da matemática enquanto domínio do conhecimento: a visão instrumentalista, platonista ou orientada à resolução de problemas. Para ela, o educador que tem uma visão instrumentalista da Matemática, a enxerga como um conjunto estático de conhecimentos acaba por concentrar o ensino em si mesmo e acreditar que os estudantes aprenderão apenas por reproduzir exercícios. O platonista também percebe o conhecimento matemático como algo pronto, não centralizando totalmente o ensino em si, mas acreditando que a compreensão conceitual das regras e provas é o que leva à aprendizagem da matemática. Já um professor com a visão orientada à resolução de problemas, como o próprio nome diz, enxerga a matemática como um meio de solucionar problemas e acredita que o conhecimento pode ser descoberto. Neste caso, sua abordagem de ensino é voltada para o estudante, e a aprendizagem da matemática é avaliada de forma processual por meio da descoberta (BESWICK, 2012).

Diante da fala da professora Julia, parece que a matemática transita entre a visão platônica, quando enfatiza a utilização das regras e procedimentos, e a visão da resolução de problemas, ao referenciar seu incômodo quando não compreende o que está por trás do procedimento e da execução de etapas.

Além da relação afetiva com a matemática, a professora salienta sua insegurança ao se deparar com exercícios e conceitos que são mais complexos de visualizar e exigem uma certa abstração.

Para Radford (2011), a generalização de padrões é considerada uma das formas mais importantes de introdução da álgebra nas escolas e, para ele, generalizar significa observar e analisar algo que vai além do que realmente se vê (RADFORD, 2013), desta forma, acreditamos que, a partir da fala da professora, ela possa ter algumas fragilidades relacionadas ao ensino-aprendizagem da álgebra. Tal hipótese poderá ser ampliada e aprofundada na próxima categoria criada que objetiva

apresentar o encontro da pesquisadora com a professora para observar o resultado de uma avaliação que seria desenvolvida posteriormente às entrevistas.

Neste trecho, Julia menciona seu interesse em tentar compreender as ações por ela realizadas enquanto estudante e demonstra uma certa postura investigativa. Em outro encontro, Julia comenta sobre um curso de formação por ela realizado e ofertado pela DRE (Diretoria Regional de Educação) e que, por coincidência, tratou da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico, mas, para além das investigações acerca do ensino-aprendizagem de álgebra, nos chama atenção a forma como ela referencia o curso e sua atuação durante a capacitação. Vejamos no trecho a seguir:

"Então, eu achei que a proposição da formação está bem bacana, porque você vê uma sequência e é um foco bem interdisciplinar. Está valendo a pena o encontro. Estou achando bem proveitoso. É isso, a única coisa é que, assim, são poucos encontros; o último vai ser dia 5, é pouco, mas eu acho que já é uma possibilidade da gente conseguir ampliar o olhar, seja na matemática ou em língua portuguesa" (Profa. Julia, ET-P2, agosto).

Como podemos ver, Julia se mostra interessada e engajada e, diferentemente de inúmeros professores que são convidados a participar de formações continuadas, acredita que estas formações são uma oportunidade de estudar, aprofundar os conhecimentos e reitera o desejo em participar de mais encontros, ao mencionar a quantidade limitada de horas de formação. Novamente, parece ter grande desejo em aprender e aprofundar os conhecimentos e, talvez este, juntamente com a comunicação estabelecida nos momentos iniciais da pesquisadora com a comunidade escolar, possa ter motivado a participação da professora nesta pesquisa.

Categoria 2 - O professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica.

Em nossa primeira categoria de análise, observamos a forma como a comunicação se estabeleceu entre a pesquisadora e a professora e, também, as compreensões da professora acerca da comunicação.

Neste momento, voltaremos o nosso olhar para o encontro da pesquisadora com a professora Julia que objetivava a observação e análise dos resultados obtidos pelos estudantes em uma avaliação processual elaborada pelas professoras do 5º ano a partir das diretrizes da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SEMED).

De acordo com Julia, no dia da aplicação da avaliação, ela não estava no colégio e quem aplicou foi a professora Carla (professora substituta). Julia comenta que Carla leu para os estudantes todos os enunciados e, conforme depoimento da própria professora Carla, ela gostaria de ler um enunciado por vez para que pudessem resolver os exercícios na ordem em que apareciam na prova, e os estudantes solicitaram que fosse feita a leitura de toda a sondagem antes de começarem a resolvê-la.

Para a professora Julia, era um sinal de que gostariam de identificar os exercícios com os quais tivessem maior afinidade e que, na opinião de cada um deles, fossem mais simples de ser resolvido. Julia afirma que os estudantes sentem dificuldade quando há, em uma prova, apenas enunciados escritos (língua materna) sem outras representações gráficas como tabelas, representações numéricas e gráficos.

Essa informação nos remete ao pesquisador Duval que em seus estudos reafirma a importância dos diferentes registros de representação. Para o autor,

> Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência (DUVAL, 2003, p. 14).

Além da importância dos diferentes registros de representação, a fala da professora Julia nos traz a ideia de que alguns registros, como, por exemplo, o pictórico, para alguns estudantes podem ser mais bem reconhecidos, compreendidos ou favorecedores das percepções acerca dos objetos matemáticos.

Antes de iniciar a leitura da atividade relacionada à unidade temática de álgebra, a professora sinaliza a sua indignação com a quantidade de erros e resultados obtidos pelos estudantes na referida sondagem. Menciona que são atividades muito exercitadas na sala de aula.

A pesquisadora pergunta como era a montagem da sondagem e recebe a informação de que há um documento orientador entregue aos professores para que

possam selecionar uma atividade de cada unidade temática e montar a sondagem a ser entregue aos estudantes.

Ao ser indagada sobre as escolhas de cada exercício, ela menciona que não participou desta seleção, e que as escolhas haviam sido realizadas por outras professoras, do mesmo ano escolar (quinto ano). Também informou que após a aplicação e correção, os dados devem ser inseridos no sistema da SEMED.

Para que pudesse compreender melhor tais procedimentos, a pesquisadora pergunta se há alguma indicação de como corrigir e quais parâmetros podem ser indicados no sistema, ou seja, se há apenas espaço para representar numericamente o resultado obtido para cada estudante ou se é possível inserir informações acerca dos caminhos percorridos para cada um deles.

A professora menciona que existem 4 itens a serem escolhidos, dentre estes: acertou, errou, acertou parcialmente e não fez. Após tal sinalização, a pesquisadora pergunta para Julia quais seriam os critérios para indicar um possível acerto parcial, e a professora se mostra intrigada com a pergunta e acaba percebendo e verbalizando que não há critérios muito bem definidos e que, portanto, é muito relativa essa indicação.

Ao nosso ver, muitas vezes os educadores não são capazes de refletir sobre a prática durante a ação em sala de aula e, portanto, se torna imprescindível promover momentos de reflexão que antecedam e sucedem as ações realizadas com os estudantes.

Segundo a professora, ao preencher o sistema, indica um acerto parcial quando consegue compreender os procedimentos e alguns resultados registrados pelo estudante na folha de avaliação, mesmo que o resultado por ele (estudante) apresentado não corresponda ao existente no gabarito como o correto.

Como podemos ver, as avaliações parciais, neste caso, sondagens a serem realizadas de forma padronizada antes das avaliações em grande escala, apesar de, provavelmente terem objetivos delineados e planejados pela SEMED, muitas vezes, se tornam superficiais e utilizados apenas para cumprir protocolos e, além desta percepção, parece que os dados podem camuflar os conhecimentos já adquiridos pelos estudantes, pois, muitas vezes, a forma como são aplicadas e, também, corrigidas, podem não levar em consideração alguns percursos utilizados pelo estudante.

Outro dado trazido por Julia é uma certa incompreensão dos critérios a serem utilizados para indicar no sistema a melhor opção de resposta e, ao nos dizer que indica a opção “acertou parcialmente” quando consegue compreender o caminho utilizado pelo estudante, leva-nos a pensar na possibilidade de ela (professora) não conseguir identificar as ações percorridas pelo estudante e, a partir desta incompreensão, simplesmente anotar que o estudante errou a atividade.

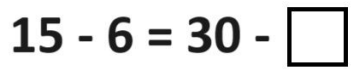
Em seguida, a pesquisadora faz o seguinte questionamento: qual questão foi a que obteve o maior índice de erros?

A professora Julia indica a questão de número 2 e comenta que houve apenas 3 acertos. Ao observar novamente o enunciado da questão, percebe que se trata do exercício escolhido pelas colegas de turma (professoras que também lecionam para o 5º ano) relacionado à álgebra, e tinha como foco uma representação numérica indicando uma igualdade, conforme transcrição abaixo.

“A professora Martha estava contando a pontuação do jogo de queimada. Para cada estudante salvo, o time ganhava 5 pontos, para cada estudante queimado, o time perdia 3 pontos. As equipes amarela e vermelha terminaram empatadas. Observe o registro da professora:”

pontos da equipe amarela = pontos da equipe vermelha

Figura 13: Representação numérica



Fonte: Reprodução feita pela pesquisadora a partir da questão presente na sondagem.

Em seguida, Julia leu em voz alta novamente o enunciado e, imediatamente, conseguiu identificar que não há uma pergunta como nos demais enunciados. Assim, segundo ela, aparentemente *“já havia uma quebra na ideia muito presente no entendimento dos estudantes de que todo enunciado precisa conter uma interrogação*” *(Profa. Julia, ET-P2, agosto).*

Percebemos, então, que ela traz um dado envolvendo problemas convencionais e não convencionais; rotineiros e não rotineiros como um dos possíveis motivos para a quantidade de erros, ou seja, primeiramente, relaciona a não compreensão ou confusão dos estudantes a partir do não entendimento do enunciado.

De acordo com Diniz (2001), nos problemas convencionais os textos são curtos, apresentam todos os dados de que o resolvedor necessita, requerem aplicações diretas de procedimentos matemáticos etc. Para a autora, o ponto fundamental desse tipo de problema é ter uma resposta correta, e, geralmente, ela é numérica e única.

Julia menciona também que a turma está muito acostumada com diferentes tipos de problemas porque foram alunos da professora Melissa nos dois anos anteriores, e Melissa é uma professora que tem o hábito de desafiar os alunos e trazer diferentes situações-problema para que possam resolvê-las. Segundo Julia, os estudantes não costumam apresentar grandes dificuldades ao se deparar com esse tipo de problema.

Ao mencionar o histórico desta turma de 5º ano, traz a informação da professora que os acompanhou por 2 anos seguidos e que, na visão de Julia, é uma professora que tem o hábito de explorar diferentes situações-problema e, portanto, não era esperado que os estudantes apresentassem dificuldade para compreender os enunciados.

É interessante mencionar que durante a leitura do enunciado, a professora utiliza o dedo para acompanhar cada parte que vai oralizando. Em seguida, lê a expressão numérica e indica o sinal de igual demonstrando a equivalência entre as duas operações matemáticas que aparecem representadas no exercício.

Radford (2011, p. 15, tradução nossa) define o pensamento como “uma forma complexa de reflexão mediada pelos sentidos, pelo corpo, sinais e artefatos”[23] e, nas ações da professora, podemos perceber o uso do corpo como instrumento favorecedor e estruturador do pensamento.

Em seguida, começa a apresentar os resultados indicados pelos estudantes e, neste momento, mostra-se bastante compenetrada e interessada em tentar compreender o caminho realizado por eles no momento da resolução. Revalidando

[23] Texto original: *I suggested that thinking is a complex form of reflection mediated by the senses, the body, signs and artifacts*.

nossa hipótese inicial de que Julia se mostra uma professora bastante engajada e reflexiva e, este momento propiciado pela pesquisa, parece ser bastante significativo e favorecedor de novas aprendizagens. Não classificamos nossa pesquisa como uma formação de professores, mas não podemos desprezar que pode favorecer a prática reflexiva de Julia.

A formação reflexiva se caracteriza pela valorização da experiência e pela reflexão sobre essa experiência vivida pelos educadores. Ao observar sua própria prática, buscar compreender os processos vividos e melhorá-los, o professor se torna um pesquisador e, para nós, esse processo pode favorecer os processos de ensino-aprendizagem, ou seja, terá reflexos na sala de aula e na aprendizagem dos estudantes. Essa abordagem formativa é reafirmada por diversos autores como Schön (1992), Nóvoa (1992), Pimenta (2002), Perrenoud (2002), Alarcão (2003) e Zeichner (2008).

Nesse sentido, Nóvoa (1992, p. 13) defende que:

> [...] a formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimento ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência.

Quando a professora Julia observa cada avaliação e, principalmente, os resultados e anotações dos estudantes, parece compreender alguns caminhos mais evidentes, por exemplo, o de realizar a operação que está indicada em cada termo, mas parece não compreender o possível caminho percorrido pelos estudantes para chegar ao resultado. Nesse momento, é perceptível que se concentra exclusivamente na representação numérica e a operação de subtração do 1º termo da igualdade, desconsiderando o enunciado e as informações nele apresentadas.

De modo que: **15 - 6 = 9**

Em determinado momento, quando tenta compreender um resultado e alguns registros do estudante e não consegue, a pesquisadora faz um simples movimento com o dedo para indicar no enunciado as correlações que podem ter levado o estudante a registrar alguns caminhos e obter determinado resultado, imediatamente a professora parece ter compreendido uma possível estratégia não visualizada por ela anteriormente. Verbaliza, inclusive, que tem muita dificuldade para estabelecer relações com os dados do enunciado e a representação numérica. Menciona que, ela

própria, para tentar resolver aquele exercício, iria imediatamente para a representação da igualdade desconsiderando os dados apresentados no enunciado.

Seu semblante de descoberta e, ao mesmo tempo, indignação e felicidade ao ter realizado uma nova descoberta, demonstram uma mistura de emoções e, nesse momento, se empenha mais ainda para tentar procurar possíveis resultados que também tenham uma certa relação com a forma de pensamento e resolução observada na sondagem de um dos estudantes.

Mesmo não estando em um contexto de sala de aula, acreditamos que a partir dos pressupostos da TO, professora e pesquisadora encontravam-se em um processo de subjetivação, no qual “se produzem mutuamente ao posicionar-se na atividade através de redes de relações sociais que se materializam através da ação, do corpo, do discurso e da materialidade da cultura” (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 45)

Dessa maneira, a estratégia inicial da pesquisadora era acompanhar a professora na leitura dos resultados apresentados na sondagem, tentando realizar o mínimo de interferências possíveis e, ao perceber que o enunciado com maior índice de erros era o do exercício envolvendo álgebra, decide replanejar as estratégias para que, juntas, naquele momento, pudessem olhar para os registros dos estudantes.

Partindo do pressuposto da ação compartilhada e da construção coletiva de aprendizagens, a pesquisadora busca iniciar discussões e promover trocas. Radford (2017, p. 26) explica que

> Através da atividade conjunta alunos-professores, os significados algébricos aparecem paulatinamente à consciência dos participantes. Esta aparição progressiva é o que consiste na fenomenologia da significação. Essa fenomenologia não se reduz ao contexto e nem a situação ou problema dado. A situação e o problema matemático fazem parte orgânica de algo mais amplo: a atividade [...]. Os significados algébricos emergem de uma atividade que é movimento - movimento de ideias e de ações linguísticas, materiais e corporais.

Após a fala envolvendo a forma de avaliar e registrar os resultados na plataforma e, principalmente, quando justifica as estratégias utilizadas para registrar a opção “acertou parcialmente” (utilizada quando a professora consegue identificar e compreender o processo utilizado pelo estudante), Julia parece ter tomado consciência de uma possível fragilidade e, algumas vezes, durante o encontro e observação das sondagens, repete mais de uma vez a sua “*incompetência em compreender alguns percursos que podem ter sido traçados pelos próprios estudantes*” *(Profa. Julia, ET-P2, agosto).*

Quando Julia termina de olhar todas as sondagens, a pesquisadora pergunta para a professora como achava que poderiam avançar a partir da conversa e reflexões. A professora, a partir desta provocação, demonstra uma certa satisfação em saber que continuariam explorando as sondagens juntas e sugere dois caminhos para continuar o planejamento das próximas ações: o primeiro deles seria expor os diferentes resultados na hora da aula, e o segundo seria retomar as resoluções e pedir que os próprios estudantes explicassem o caminho por eles utilizado para resolver a atividade.

Após explicitar tais ideias, imediatamente observa o exercício seguinte da sondagem. Neste caso, uma atividade envolvendo a leitura e interpretação de gráficos e diz que os resultados, apesar de errados, são muito parecidos, ou seja, não há uma diversidade tão grande de resultados diferentes. E Julia complementa a fala dizendo:

"*Esta atividade de tratamento da informação, diferentemente do que aconteceu no exercício de álgebra, existem resultados muito repetidos e, na de álgebra, inúmeros resultados diferentes e, ainda, registros muito variados, muitos deles... incompreensíveis*" *(Profa. Julia, ET-P2, agosto).*

A pesquisadora chama a atenção da professora para o fato de que muitos registros dos percursos realizados pelos estudantes no exercício de álgebra foram por eles apagados, e pergunta a ela se saberia o motivo para tal procedimento. Ela reafirma que é muito comum essa prática na sala de aula e que tenta, permanentemente, incentivá-los a deixar os registros no papel e, principalmente, não desistir de tentar chegar em um possível resultado, ou seja, não abandonar a atividade e o pensamento no meio do caminho.

Historicamente, a matemática sempre representou para muitos estudantes uma disciplina desconexa com a vida cotidiana e, também, muito valorizada socialmente; se sair bem nesta disciplina poderia significar um *status* social. Ao mesmo tempo, o ato que registrar e, principalmente, socializar os caminhos percorridos não era uma ação muito comum e, mais do que isso, o que, de fato, era necessário para ter um bom rendimento na disciplina era indicar o resultado correto, na maioria das vezes, numérico. Demonstrar, através dos chamados rabiscos ou idas e vindas durante os percursos para se chegar ao resultado, poderia representar um desconhecimento ou

insegurança e, portanto, não era raro que os estudantes apagassem os registros para evitar interpretações acerca de suas possíveis fragilidades ou processos matemáticos inadequados durante a tentativa de solucionar o exercício proposto. Mesmo que a professora incentivasse essa ação, foi possível perceber que os estudantes do 5º ano também carregavam essas concepções acerca das estratégias e procedimentos relacionados as aulas de matemática.

Em seguida, com ar de satisfação, a professora diz que as suas aulas de matemática acabam invadindo outras aulas estabelecidas no currículo, justamente porque a turma está habituada a conversar. A pesquisadora pergunta para Julia que tipo de conversa acontece nas aulas de matemática e ela menciona que, muitas vezes, os estudantes explicam como pensaram e que eles têm tranquilidade para realizar este procedimento.

Tais movimentos indicados pela professora nos levam a crer que a utilização da comunicação na sala de aula pode ser uma ação comum, mas não sabemos ao certo se, de fato, a comunicação matemática é explorada durante a socialização das estratégias utilizadas pelos estudantes e, também, como a professora faz as intervenções durante essa atividade.

De acordo com Alrø e Skovsmose (2010), a qualidade da aprendizagem está diretamente relacionada com a qualidade da comunicação que acontece em sala de aula e, desta forma, se torna necessário realizar observações em momentos de interação entre a professora Julia e os estudantes para que possamos compreender melhor quais estratégias e modelos comunicativos ela utiliza.

Neste momento da conversa, a professora expressa o seu desejo de tentar entender e compreender melhor como as crianças haviam pensado para resolver a atividade que estávamos investigando (exercício de álgebra) e, ao observar os nomes dos estudantes nas sondagens, fica intrigada ao perceber que alguns alunos que, segundo ela, não tem dificuldade para compreender enunciados, acabaram errando o exercício.

Menciona que várias vezes os estudantes, principalmente no começo do ano, traziam a informação de que alguns enunciados eram pegadinhas e ela tentava ressignificar este olhar dizendo que não se tratava de uma pegadinha, e que deveriam ler com calma para tentar compreender todas as informações apresentadas no enunciado.

A pesquisadora chama a atenção da professora para outros registros de representação encontrados na atividade e ela, imediatamente, se debruça nos resultados e começa a verbalizar alguns possíveis caminhos percorridos pelos estudantes como, por exemplo, utilizar a tentativa e erro para chegar ao resultado, ou ainda, a possível não compreensão do que era para ser feito e, portanto, deveriam ter "chutado". Salienta, ainda, o quão importante foi a provocação feita pela pesquisadora para que ela pudesse perceber uma possível relação entre o enunciado e a representação numérica e resultados dos estudantes; novamente diz que não tinha visto essa relação e que tem muita dificuldade para compreender alguns caminhos percorridos pelos estudantes.

Ao observar o exercício de álgebra existente na sondagem, Julia havia mencionado que ela mesma, ao tentar resolver, olharia imediatamente para os registros numéricos existentes abaixo do enunciado e, provavelmente, tentaria achar os números sem necessariamente ler as informações apresentadas no enunciado e, apenas após a provocação da pesquisadora, começaria a tentar estabelecer relações e ler com mais atenção o enunciado na tentativa de criar associações.

Como já mencionado, durante este encontro a pesquisadora e a professora estavam juntas buscando compreensões e empenhadas em tentar ler e interpretar os movimentos utilizados pelos estudantes e, também, observar os processos que envolviam o olhar e ações da própria Julia. Acreditamos que, neste momento, de acordo com Radford (2011; 2017) ocorria o labor conjunto, pois é por meio dele que há o envolvimento e engajamento de professores e alunos, neste caso, professora e pesquisadora, desprendendo energias para resolver os problemas coletivos e, também, apresentam responsabilidade, compromisso e o cuidado com o outro.

Combinaram (professora e a pesquisadora) que, na próxima aula com a turma, Julia iria retomar a sondagem e, na referida ocasião, pretendia apresentar os diferentes resultados e pedir aos estudantes que, coletivamente, tentassem compreender os caminhos percorridos. Segundo ela, essa troca poderia ser muito produtiva, haja vista que alguns estudantes poderiam não se lembrar do caminho que fizeram e, ainda, que haveria um ganho para toda a turma ao analisar cada resultado e a socialização das estratégias utilizadas.

Após o encontro com a professora Julia, a pesquisadora trocou várias mensagens com a coordenadora Dani para, além de informar sobre a conversa com

a professora, compartilhar olhares e sentimentos acerca do encontro, expressando sua satisfação com as possíveis aprendizagens. Novamente é interessante salientar que esta ação de informar a coordenação tem, dentre seus objetivos, a intenção de cuidar das relações estabelecidas com a comunidade escolar, afinal, é importante que a gestora possa acompanhar os movimentos existentes na escola, mesmo que a professora tenha essa autonomia de permitir o ingresso da pesquisadora na sala de aula.

Categoria 3 - A comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico

Conforme combinado com a professora Júlia, o exercício 2 da avaliação seria retomado por ela na sala de aula para que pudesse apresentar os resultados aos estudantes e tentar propiciar a socialização dos caminhos percorridos por cada um deles. Foram identificados 17 resultados diferentes para o mesmo exercício.

No dia combinado, a pesquisadora chegou com antecedência para que pudesse estrategicamente se posicionar na sala de aula de forma que causasse o menor impacto possível quando os alunos chegassem. Juntamente com a professora, houve a seleção do local ideal para a pesquisadora se sentar.

A professora aguarda a chegada da turma e cumprimenta os estudantes. Inicia a aula contando o cronograma do dia e retoma os combinados.

Julia comenta que devem olhar as avaliações e aproveita a oportunidade para dizer que não há nota registrada na sondagem e, imediatamente, alguns estudantes demonstram insatisfação como se aguardassem pelas notas.

A professora diz para a turma que o sistema fará a leitura dos dados informando o que os estudantes já são capazes de realizar e o que ainda precisam compreender.

Para respeitar a identidade dos estudantes foram criados nomes fictícios para identificá-los.

Um aluno levanta a mão, sai da cadeira e vai em direção da professora para perguntar *o* que teriam na data de hoje? e a professora, naturalmente, explica novamente para que ele possa compreender. Em seguida, ele a abraça e vai se sentar.

Julia não expressa nenhuma irritação pelo fato de ter de repetir o que havia acabado de falar e, também, não foi possível identificar incômodo nos demais

estudantes diante desta situação. Também é notório o carinho que Pedro demonstra pela professora a partir do abraço dado após a explicação do que iria acontecer. Talvez possa parecer irrelevante essa informação, mas, a partir da escolha da TO como base teórica, as investigações precisam se atentar para a forma como as relações sociais se estabelecem na sala de aula e, neste caso, mesmo não tendo explicitamente a aprendizagem da matemática como ponto central, traz informações que revelam o espaço que os estudantes têm para se expressar.

Segundo Radford e Moretti (2021, p. 46), a “atividade na sala de aula pode ser alienante” quando os estudantes “não têm espaço para se expressar”. Durante a atividade, outros momentos nos permitiram perceber a presença deste espaço de expressão dos estudantes e, também, observar a postura de Julia na promoção de um fazer conjunto.

A professora entrega as avaliações em ordem alfabética e, a cada avaliação entregue, anota no canto direito da lousa o resultado registrado pelo estudante.

Enquanto entrega as avaliações, alguns alunos mostram o papel para o colega que está sentado próximo. A aluna Bruna mostra sua avaliação para a amiga Carol e pergunta a ela o que pode ter acontecido, como se tivesse certeza de que a colega saberia lhe informar. Elas ficam pertinho uma da outra tentando compreender. Júlia novamente não parece se incomodar com a conversa das meninas. Bruna se mostra intrigada e, ao mesmo tempo, disponível para escutar uma possível hipótese da colega sobre a sondagem que está mostrando.

Como podemos ver, a atividade nesta aula “parece estar organizada em torno do que temos chamado de ética comunitária, ou seja, uma ética que destaca a importância da responsabilidade, do compromisso com o trabalho coletivo e do cuidado com o outro” (RADFORD, 2021b *apud* RADFORD; MORETTI, 2021, p. 48).

A aluna que havia acertado todos os exercícios volta feliz para a carteira e mostra aos colegas a sua avaliação. Ela mostra para a colega a sua avaliação enfatizando a atividade 2 solicitada pela professora, e gesticula com as mãos mostrando indignação. A aluna que acertou tudo tenta explicar e, para isso, usa os dedos para acompanhar a leitura do enunciado.

Parece comum a estratégia e ação de compartilhar uma dúvida com o colega e, ao mesmo tempo, a disponibilidade do colega em tentar ajudar.

Novamente, a professora retoma as pendências dos dias anteriores, e comenta que irão concluir cada uma delas. Em seguida, diz aos estudantes que apenas 3 pessoas haviam acertado a questão de número 2 e pede que leiam silenciosamente, enquanto isso, reproduz na lousa o enunciado da referida atividade. Primeiramente, utiliza letra cursiva e, imediatamente, é interrompida por uma estudante que relembra a necessidade do uso da letra bastão (caixa alta), pois alguns colegas ainda não compreendem a letra cursiva.

Nesse momento, notamos a preocupação com a acolhida de todos, pois tanto na situação do colega repetir a mesma pergunta cuja resposta tinha acabado de ser informada, quanto nesta situação do uso da letra bastão, mostram um cuidado coletivo.

A professora pede para que algum aluno da turma se sente com o colega que apresenta dificuldade para que possa ler o enunciado para o colega. Na mesma hora, um estudante se habilita, pega a cadeira e se senta ao lado do colega, sendo carinhosamente recebido por ele. A partir deste evento, é possível reafirmar o nosso olhar acerca das relações de respeito e afeto construídas no grupo.

Alguns estudantes conversam sobre outros assuntos e, ao perceber esse movimento, a professora retoma os combinados de atenção e foco e é atendida por todos no mesmo instante. Neste momento, trazemos à tona a discussão sobre a postura da professora que nos mostra que “existe uma divisão de trabalho que torna o compromisso do professor diferente do compromisso dos estudantes. No entanto ambos trabalham juntos” (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 47).

A partir da solicitação da leitura do exercício 2, uns leem o enunciado silenciosamente e outros não, ficam distraídos observando o movimento da turma. O aluno que apresenta dificuldade abraça o amigo que está sentado com ele e este, pacientemente, explica utilizando as mãos o que é para ser feito no enunciado.

Não é rara a utilização de partes do corpo durante as trocas e explicações e, novamente, trazemos discussões envolvendo os “processos de subjetivação: ou seja, aqueles em que professores e estudantes produzem mutuamente ao posicionar-se na atividade através de redes de relações sociais que se materializam através da ação, do corpo, do discurso e da materialidade da cultura” (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 45)

A professora propõe a leitura coletiva e todos leem em voz alta respeitando o ritmo dos colegas. Julia relembra o dia em que foi realizada a sondagem e pede que expliquem a atividade e o que aconteceu no dia. Em seguida, pergunta se compreenderam o enunciado.

Uma aluna balança a cabeça sinalizando o não entendimento e a professora, a partir da leitura corporal da aluna, pede para que levantassem a mão todos os estudantes que não entenderam o que era para ser feito a partir da leitura do enunciado e, nesse momento, 16 dos 26 alunos que participavam da aula levantam a mão. Um deles fala em voz alta que não tinha entendido nada. Outro estudante comenta que olhou a representação numérica e não compreendeu o que era para ser feito e complementa falando que não tinha entendido como fazer a conta.

Foi interessante perceber o movimento realizado pela professora. Primeiramente, ela pede que leiam silenciosamente e, em seguida, lê em voz alta, mas, para além desta estratégia que pode mostrar uma certa diversidade de recursos por ela utilizados, escuta a fala de uma estudante e, partir da colocação desta aluna, verificar se outros também não tinham compreendido, o que nos mostra um cuidado com a escuta e consideração dos dados coletados a partir desta escuta ativa, pois, ela poderia perguntar e desconsiderar as respostas. Essa atitude mostra, novamente, a relação de Julia, não apenas com a aprendizagem da turma, mas uma atenção com as necessidades individuais.

Diante da resposta dos estudantes, a professora relê o enunciado em voz alta e pergunta novamente o que eles não haviam entendido. Um estudante responde que no dia tinha feito um raciocínio, mas não se lembrava, e outro estudante fala em voz alta que tinha compreendido após a leitura do enunciado em voz alta realizada pela professora.

O momento que acabamos de descrever permitiu que tivéssemos duas reflexões: uma delas em relação ao tempo utilizado para compartilhar as estratégias e raciocínios utilizados (do dia em que foi realizada a avaliação até essa socialização, tempo este de aproximadamente, 15 dias), e a segunda refere-se a qualidade dos registros quando se há a intenção de compartilhar ou permitir que o outro leia suas anotações. Neste caso, as avaliações não tinham esse propósito e, como elucidado anteriormente, a ideia seria coletar apenas a quantidade de acertos, erros e acertos parciais. Os estudantes não haviam sido informados desta necessidade e, também,

podem não considerar essa ação importante ou potente para a resolução e aprendizagem.

A pesquisadora Katia Stocco (2001) fala sobre a importância do painel de soluções, uma estratégia que busca favorecer a socialização das estratégias, mas cuida da diversidade de registros e procedimentos e, ainda, a necessidade de cuidado com as representações, pois, segundo ela, o painel deve permitir que o "leitor" veja e compreenda as anotações e processos mesmo que o autor dos registros esteja ausente.

Novamente, refletindo sobre a estratégia pensada pela professora Julia a partir das provocações realizadas pela pesquisadora, podemos pensar que, muitas vezes, os processos podem ser muito mais valiosos que o resultado em si.

Ponte (2003, p. 17) afirma que

> quando trabalhamos num problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona.

A partir deste momento, a professora e os estudantes se empenham em compreender e resolver o exercício, em um processo que consideramos como um labor conjunto, na perspectiva de Radford (2011) e, de acordo com a vivência da nossa pesquisa, trata-se de um exercício envolvendo o conceito de igualdade em uma equação.

Radford (2017, p. 182) salienta que "as equações ainda não atraíram o interesse que merecem na álgebra inicial e ainda há muito a aprender" e a forma de pensar algebricamente as equações através de

> dois sistemas semióticos elementares: (a) o "sistema semiótico concreto" (SSC), constituído por objetos materiais: envelopes de papel contendo cada um o mesmo número desconhecido de cartões de papelão, cartões de papelão, e o sinal de igual, e (b) o "sistema semiótico icônico" (SSI), que substitui objetos concretos por imagens icônicas desenhadas como, por exemplo, quadradinhos (RADFORD, 2017, p. 182).

Além dos sistemas semióticos elementares, Radford (2017) apresenta o Sistema Alfanumérico Semiótico (SSA) e, segundo ele, neste momento os estudantes são capazes de "colocar e resolver equações abstratas (isto é, sem contexto) dentro desse sistema semiótico" (RADFORD, 2017, p.184).

Também se torna importante para as nossas análises os três elementos caracterizadores do pensamento algébrico (Radford, 2016, 2009). Para o autor, o pensar algebricamente, diferentemente do pensar aritmeticamente,

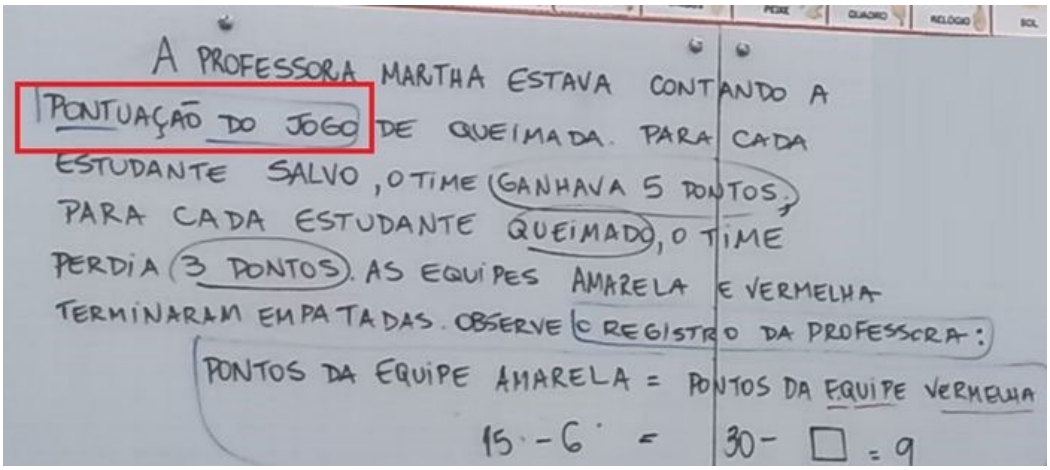
> é mobilizado quando o estudante trabalha com quantidades indeterminadas de maneira analítica, ou seja, com base em algumas premissas os alunos realizam deduções para alcançar alguns resultados e, nesse momento, operam com o desconhecido como se o conhecesse (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 152).

Para Radford (2013), as três formas de pensamento algébrico são: pensamento algébrico factual; pensamento algébrico contextual; e pensamento algébrico simbólico. Para o autor, todas estas formas de pensamento possuem natureza multimodal e, portanto, podem ser compostas por vários elementos como movimentos, gestos, desenhos, palavras escritas entre outros.

Para que pudéssemos identificar os indícios de pensamento algébrico, utilizamos os três vetores do pensamento algébrico indicados por Radford (2021) a existência do indeterminado; a referência a indeterminação por meios semióticos e as estratégias demonstradas pelas estudantes que apontam características do pensamento analítico.

A professora lê novamente o enunciado de forma pausada enfatizando e marcando algumas palavras, como pode ser observado na Figura 17, e chama a atenção dos estudantes para o registro numérico existente abaixo do enunciado. Enquanto fala, grifa uma parte do problema (pontuação do jogo) para enfatizar o foco central existente no enunciado.

Figura 14: Marcação 1_lousa da professora



Fonte: elaborada pela autora.

Retoma com os estudantes as regras do jogo de queimada e relembra-os de que no jogo temos 2 equipes. Novamente, pergunta se entenderam agora o que era para ser feito e dois alunos levantam a mão dizendo que ainda não compreenderam.

Julia continua explicando e pinta com caneta colorida o nome das duas equipes (amarela e vermelha) descritas no enunciado. Ela pergunta para a turma o que a professora, descrita no enunciado, havia utilizado para separar os pontos das equipes, e alguns alunos respondem que "*a cor*" e os outros falam "o símbolo de igual".

Julia utiliza a mão e a disposição dos registros da lousa para mostrar os pontos e diz "t*em que ser igual porque eles empataram" (Profa. Julia, OB-P01, setembro).*

Em seguida, mostra no enunciado as palavras **terminaram empatadas**. Um estudante, que havia dito a mesma coisa anteriormente, só que bem baixinho e, portanto, Julia não havia escutado, reclama e diz que já havia dito a mesma coisa. A professora não se incomoda com a reclamação e continua questionando a turma.

- *Os registros são iguais? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).* Apontando para a representação numérica.

- *Não* (respondem todos os alunos)

Um aluno comenta que precisa saber quantos pontos precisa ter na amarela para saber quantos pontos a equipe vermelha tem e a professora pergunta:

Quantos pontos tem a equipe amarela? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).

E mostra a representação numérica registrada na lousa.

Vários alunos querem responder e levantam a mão demonstrando grande ansiedade e ela pede para abaixarem a mão, retomando a representação dos pontos da equipe amarela.

- *Quinze menos seis igual a ? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).*

Alguns alunos respondem 9 e ela pergunta:

- *A gente descobriu os pontos da equipe vermelha? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).*

- *Não!* (respondem alguns alunos)

Um estudante diz que sim porque eles já sabem que as equipes empataram e só não sabem então como fazer.

Este estudante parece começar a compreender a relação de igualdade a partir da palavra empataram e do uso do sinal de igual e, também, pelo resultado encontrado no primeiro termo da igualdade.

Como podemos ver, a percepção acerca do sinal de igual em seu caráter relacional, tão primordial para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para resolução de equação (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) ainda parece estar sendo construído por alguns estudantes; é possível que ainda estejam percebendo o símbolo de igualdade como um indicador operacional.

A professora pergunta:

- *Tinha que descobrir os pontos da equipe vermelha? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).*

- *Sim* (respondem vários alunos)

- *Então acabou? (Profa. Julia, OB-P01, setembro).*

Outro estudante responde que tem que descobrir como chegar, mas que já temos meio caminho andado.

Neste momento, é perceptível o interesse e a preocupação desse aluno em descobrir como obter o resultado e, imediatamente, alguns estudantes começam a utilizar estratégias aritméticas (cálculo mental e tentativa e erro) para tentar descobrir o valor do quadrado. Vale salientar que, até o momento, a professora não havia disponibilizado nenhum material concreto que permitisse a manipulação e representação do problema (sistema semiótico concreto – SSC).

Um estudante responde que tem que descobrir o número para dar 9 aí no quadrado. Podemos verificar que ele, ao perceber o sinal de igual em seu caráter relacional, busca resolver a operação do 2º termo tendo como base o resultado já identificado no 1º termo (9).

A professora mostra com a mão o registro 15 menos 6 e relaciona o número 15 com a palavra **salvou** registrada no enunciado e uma aluna diz: - *Salvou 3.*

Ela (a estudante) parece ter percebido as relações entre a quantidade de pontos quando um jogador é salvo e a quantidade total representada.

- Por quê salva 3? *(Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

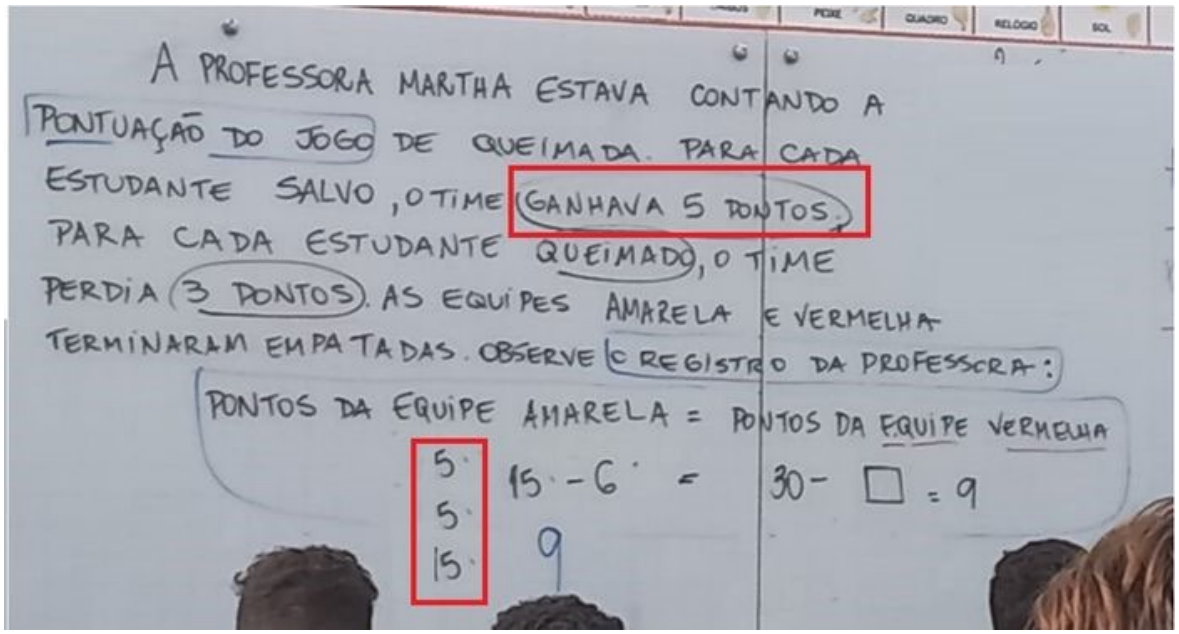
E, em seguida, escreve e mostra com a mão representando ao lado do número 15 a operação 5 + 5 + 5 e pergunta aos estudantes de onde vem esses números que ela registrou e ela mesma responde:

- *Da pontuação*. *(Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

A professora volta para o enunciado, mostra com o dedo e circula o número 15, e mostra novamente com os dedos a representação 5 + 5 + 5.

Circula a palavra **queimado** e mostra a representação numérica com o dedo e traduz a representação numérica falando oralmente. Abaixo podemos visualizar na Figura 15 as marcações da professora.

Figura 15: Lousa professora_2



Fonte: elaborada pela autora.

É perceptível o desejo de Julia em tentar fazer-se entender e, para isso, utiliza de diferentes meios semióticos e variados registros de representação. É importante observar que Julia utiliza de gestos e palavras. O uso dos dedos pode ser compreendido como um importante recurso semiótico para tentar tornar aparente a relação entre as palavras descritas no enunciado e os números apresentados na sentença matemática. Radford (2022, p. 250) diz que “o pensamento não é um fenômeno puramente mental”, pelo contrário, pensar “inclui o corpo ou a carne e a materialidade do mundo (signos, artefatos, etc.)”. Neste e em outros momentos que serão apresentados podemos ver a relação dialética entre corpo e mente.

Um estudante comenta que não aparece o ponto perdido colocado no quadrado.

A partir da fala desse estudante, podemos perceber que as explorações e o enunciado buscam o desenvolvimento do pensamento algébrico, neste caso, utilizando-se do SSI.

E a professora chama a atenção da turma dizendo:

- *Vem aqui comigo...*e mostra com a mão separando a sala em dois grupos *(Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

Nesta ação, podemos referenciar os chamados *dêiticos am phantasma.* Para Radford (2021a), os *dêiticos am phantasma* são aqueles gestos de apontamentos para o nada no campo da percepção e, segundo ele, "são cruciais na constituição de uma nova forma de reflexão psíquica: a imaginação" (Radford, 2021, p. 162).

A professora pergunta:

- *Quando eu queimo um desse time (mostrando com a mão uma parte da turma), queima o do outro então? (Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

As crianças respondem:

- *Não* (respondem todos os alunos)

E ela continua:

- *E o que tem de diferente? (Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

Alguns alunos respondem:

- *A pontuação*.

Um aluno diz:

- *Acontece em tempos diferentes, tem que ter perdido.*

A professora mostra novamente o trinta e relaciona com a pontuação dizendo que essa equipe salvou mais (mostrando com a mão) e, a partir desta fala, outro estudante responde:

- *Ela tem que ter perdido mais.*

Nesse momento percebemos que, apoiado num procedimento comparativo, tal estudante tenta descobrir a quantidade de pontos perdida e faz associações lidando com um número desconhecido como se fosse conhecido.

A professora pergunta:

- *O que determina a quantidade de pontos? (Profa. Julia, OB-P02, setembro).*

E ela mesma responde:

- A quantidade de queimados e salvos. (Profa. Julia, OB-P02, setembro).

Julia, em alguns momentos, utiliza a estratégia de fazer a pergunta e ela mesma responder, mas acreditamos que observar e analisar esta ação de forma isolada pode ser perigoso e nos levar a uma compreensão rasa e, talvez equivocada, dos padrões de discurso identificados na atividade realiza por Julia e seus estudantes.

Como já dissemos, as ações e discursos na sala de aula podem traduzir diferentes concepções; podemos ter práticas que refletem um discurso centrado no professor – unidirecional e contributiva – ou ações pautadas pelo diálogo entre os alunos e o professor – reflexiva e instrutiva –, refletindo a valorização das interações sociais na comunidade de aprendizagem (BRENDEFUR; FRYKHOLM, 2000).

O termo discurso

> pode ser entendido tanto como o resultado de múltiplos actos de fala no interior de um determinado contexto, como, numa perspectiva mais dinâmica, não raro fragmentária, de um suporte linguístico que o traduz (MARTINHO, 2007, p. 18).

Martinho (2007) salienta, ainda, que é importante perceber e compreender que cada turma tem um discurso matemático particular que é composto por vários discursos individuais e fruto das interações promovidas.

As interações entre os educadores e os estudantes, além de promover o desenvolvimento de capacidades (intrapessoal e interpessoal) e geração de discursos, acabam por gerar, também, padrões de interação (GODINO; LLINARES, 2000; MENEZES, 2004, 2005; WOOD, 1994, 1998). Voigt (1995) define padrões de interação como regularidades constituídas nas interações entre os educadores e os estudantes.

De acordo com Godino e Llinares (2000), pode haver distintos padrões de interação:

- Padrão extrativo, no qual o professor apresenta uma tarefa e permite que os estudantes explorem espontaneamente para que, em seguida, possa promover discussões que permitam a extração de fragmentos de conhecimentos identificados a partir dos passos percorridos pelos estudantes;

- Padrão de discussão, em que o professor, após solicitar a resolução de uma tarefa em pequenos grupos, pede que um estudante compartilhe as discussões e percursos do grupo e, após tal explanação, o professor contribui fazendo perguntas complementares, promovendo observações e reformulações para estimular e

favorecer a construção coletiva de uma solução tomada como válida. Para finalizar, o professor faz outras provocações que levem a possíveis novas soluções para iniciar, novamente, o ciclo de discussão;

- Padrão do funil, o qual o professor, ao perceber que os estudantes não estão sendo capazes de resolver um determinado desafio, propõe novas questões que considera mais fáceis e cujas respostas possam conduzir a resolução do desafio anterior (mais complexo);

- Padrão de focalização, é uma variação do padrão anterior e, nesse caso, o professor propõe perguntas que objetivam focar a atenção dos estudantes para um determinado aspecto do problema para, a partir desse ponto, fazê-los avançar ou ultrapassar possíveis dificuldades. Quando há essa ultrapassagem, os estudantes devem prosseguir de forma autônoma;

- Padrão de matematização direta, nesse caso, o professor propõe aos estudantes a execução de uma tarefa aberta que pode permitir diferentes interpretações e abordagens matemáticas para, em seguida, conduzir reflexões para enfatizar um determinado modo de interpretar a tarefa e, a partir daí, os estudantes devem seguir, de forma independente, suas próprias abordagens;

- Padrões afirmativo e interrogativo, no qual o professor primeiro valida a solução ou afirmação do estudante dizendo que está correto ou não e, em seguida, estimula o aluno a verificar a sua própria solução ou afirmação;

- Padrão de recitação, normalmente identificado nas tarefas mais rotineiras e, nesse caso, o professor explica a matéria e os alunos respondem as perguntas, para finalizar, o professor avalia as respostas dadas.

Vimos, portanto, que é possível caracterizar o ensino de diferentes formas baseado na memorização, no questionamento e na reprodução, fundamentado no conhecimento matemático do professor – padrões de recitação, funil e focalização – ou podem ser embasados em uma contribuição pessoal dos alunos, permitindo uma avaliação e reflexão sobre as atividades matemáticas e o conhecimento matemático construído em sala de aula – padrões de extração e discussão.

A partir da descrição da atividade realizada pela professora Julia e observada pela pesquisadora, nos foi possível identificar o uso predominante do padrão de focalização e, como descrito anteriormente, se deu a partir da identificação de possíveis dúvidas dos estudantes e, portanto, não é possível afirmar que este padrão

é, por ela, utilizado majoritariamente em suas aulas e acreditamos que, em uma mesma sala de aula, dependendo do contextos e das intenções do professor, o padrão de interação pode ser alterado ou variado.

Além dos padrões de interação, Martinho (2007) destaca em seus estudos o papel das perguntas do professor e os tipos de perguntas (perguntas de focalização, de confirmação e de inquirição) utilizados durante as aulas e, segundo a autora, cada tipo de pergunta tem um determinado objetivo.

Para a autora, ao utilizar as perguntas de focalização, como o próprio nome sugere, o educador tem a intenção de focar a atenção do estudante para um determinado conteúdo; ao utilizar as perguntas de confirmação, tem como objetivo principal averiguar ou "testar" os conhecimentos adquiridos pelos estudantes, buscando uma certificação e, normalmente, essas perguntas tendem a obter respostas mais diretas e objetivas e, portanto, o professor já tem uma certa previsibilidade das respostas que espera receber e, ao utilizar as perguntas de inquirição ou, as "verdadeiras perguntas", o educador busca revelar os conhecimentos dos estudantes (MARTINHO, 2007).

Para Martinho (2007), essas perguntas ainda são pouco frequentes ou até ausentes dos movimentos realizados pelos educadores no contexto escolar e, segundo ela, tais perguntas (inquirição) e padrões (discussão e extração) são fundamentais para a construção das comunidades matemáticas.

Acreditamos que, apesar de identificar o padrão de focalização (Godino e Llinares, 2000) e até perguntas de focalização e confirmação (Martinho, 2007) durante o desenvolvimento da atividade, Julia não apenas quis testar os conhecimentos dos estudantes pois, a partir da resposta da turma, ela passou a realizar outros questionamentos que objetivavam traçar, juntamente com o grupo, caminhos possíveis para compreender estratégias de resolução.

Desta forma, ao nosso ver, torna-se possível, em uma atividade realizada em sala de aula, utilizar mais de um padrão pergunta. Novamente, estas escolhas podem ser dar a partir das concepções do professor e, também, interações construídas coletivamente utilizando-se, como importante instrumento, a linguagem.

O *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM, 1994, p. 36) inclui no discurso da aula todas as “formas de representar, falar, pensar, concordar ou

discordar” usadas por educadores e estudantes, “englobando tanto a forma como as ideias são trocadas como aquilo que elas veiculam”.

Um estudante fala com ar de satisfação:

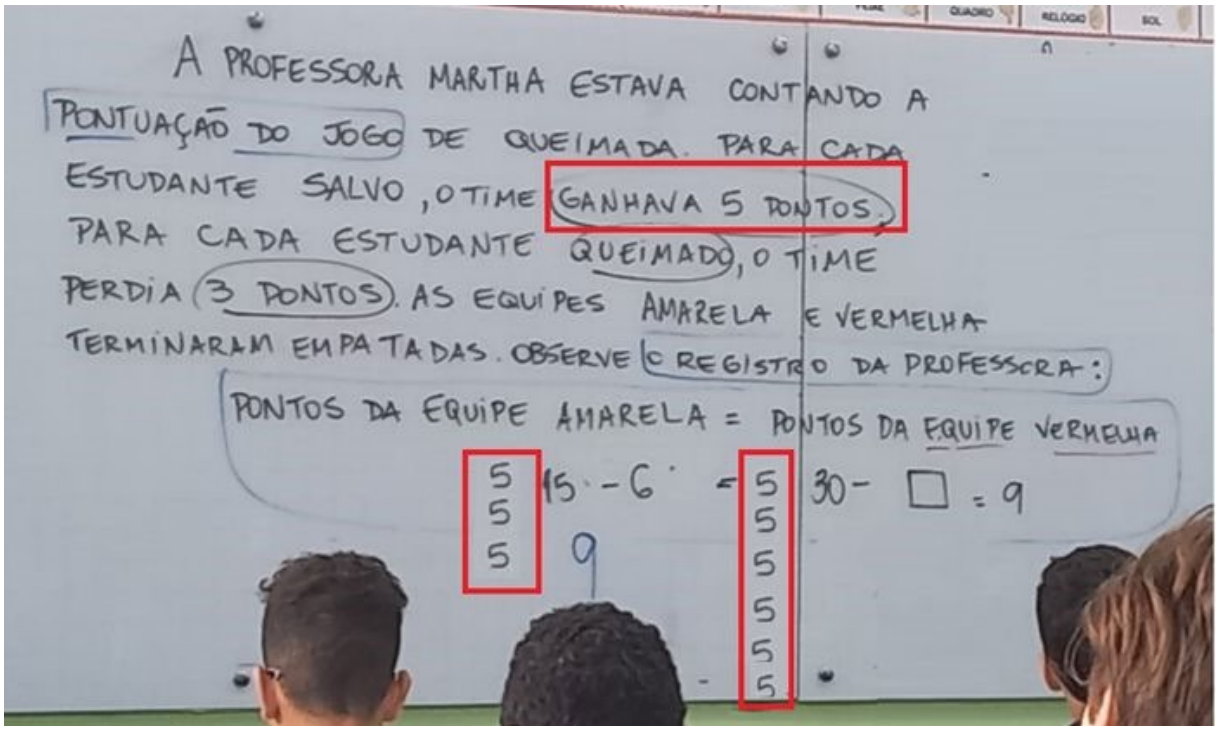
- *Peguei a visão*.

A fala dele nos remete a utilização e importância dos meios semióticos de objetivação (MSO) que, segundo Radford (2003, p. 41), são:

> todos os meios utilizados pelos indivíduos que se encontram em um processo de produção de significados para alcançar uma forma estável de consciência para tornar presentes suas intenções e para organizar suas ações e assim adquirir as metas de suas ações.

A professora mostra com os dedos e conta de 5 em 5 recorrendo à representação numérica 5 + 5 + 5 + 5+ 5 + 5 para referenciar o número 30, como pode ser visualizado na Figura 16.

Figura 16: Lousa professora_3



Fonte: elaborada pela autora.

Um aluno João a mão e se levanta da cadeira ao mesmo tempo, demonstrando grande entusiasmo e um certo descontrole emocional, e diz:

- *Eu falei isso primeiro!!*

Imediatamente a professora diz:

- Tenha respeito pelos outros! (Profa. Julia, OB-P03, setembro).

O aluno se desculpa e a professora retoma e diz:

- Tem várias formas de dizer e de fazer.(Profa. Julia, OB-P03, setembro).

Radford e Moretti (2021, p. 112) ao referenciar o trabalho conjunto, dizem que é

> fundamental o exercício da ética comunitária, caracterizada como um modo de trabalho colaborativo, não individualista e não egocêntrico que ocorre no interior da sala de aula. Esse processo ético de interação tem como objetivo promover nos sujeitos uma postura crítica, responsável consigo e com o outro, ou seja, a empatia!.

Como mencionado anteriormente, mesmo trabalhando conjuntamente com os estudantes, Julia parece ter clareza de seu compromisso e papel no processo de construção coletiva.

A professora pergunta:

- Por que é que é 30 menos 9? (Profa. Julia, OB-P03, setembro).

- Porque se faz 30 menos 21 igual a 9...é tipo invertido", um estudante responde.

Nota-se que regras construídas coletivamente na sala de Julia parecem claras e fazer sentido para os estudantes por exemplo, para o aluno que, mesmo diante da bronca que havia acabado de receber, continua envolvido no processo de forma ativa e participativa.

O estudante que havia recebido a bronca e permanecia envolido utiliza a operação inversa na tentativa de identificar o número desconhecido e, neste caso, nos parece utilizar o pensamento aritmético. Para Radford (2011, p. 318), o que "distingue o pensamento aritmético do algébrico é o fato de este último tratar de quantidades indeterminadas de forma analítica".

A professora faz registros na lousa 30 - 9 = 15 – 6 igual 15 + 6 = 21 e outro aluno complementa dizendo.

-Isso, fazendo o contrário.

A professora se encontra um pouco confusa com a estratégia desse aluno e sua fala e diz para a turma:

- Deixa eu tentar entender o raciocínio... pera! (Profa. Julia, OB-P03, setembro).

E vai fazendo registros na lousa falando em voz alta:

- Saber o contrário...como é que sabe que é 21? (Profa. Julia, OB-P03, setembro).

No decorrer das ações de Julia, podemos perceber a utilização dos meios semióticos de objetivação (MSO) para significar e expressar o seu pensamento. Ela utiliza recursos semióticos como “gestos, movimento, ritmicidade, linguagem natural e atividade perceptiva que são consubstanciais a manifestação e a constituição do pensamento” (MORETTI; RADFORD, 2021, p. 82).

Em seguida, a aluna Joana parece tentar ajudar a professora a compreender e diz:

- Eu sei que 30 – 10 é igual a 20, mas a pontuação era 9 então se tirar um daqui fica 9 coloca um ali fica 21 (Profa. Julia, OB-P03, setembro). Apontando para os registros da lousa.

Um estudante utiliza a estratégia da compensação e, em sua fala, apresenta para a professora o caminho do pensando do colega quando mencionou o resultado 21. Como podemos ver, todos, incluindo a professora, estão envolvidos na busca da solução do desafio que. Neste caso, não é apenas identificar o resultado do exercício 2 e, sim, em tentar compreender o caminho e estratégias utilizadas pelos colegas.

Um estudante reitera a fala da colega e diz que é necessário tentar e ver se dá o resultado. Novamente, podemos perceber que fez uso da tentativa e erro.

A professora comenta com a turma:

- Vamos inverter as operações então. (Profa. Julia, OB-P03, setembro).

Registra na lousa 15 + 6 = 30 + ... e. antes que ela terminasse, um aluno diz:

- Mas se somar aqui não vai bater.

Ele parece perceber a relação de equilíbrio necessário entre os membros da operação. Van de Walle (2009, p. 292) menciona que a “ideia de equilíbrio e desequilíbrio são fundamentais nos processos de introdução a álgebra”.

Outro estudante menciona que é necessário inverter só a primeira.

- Mas se colocar o sinal de mais aqui está mudando as regras do jogo, não dá para salvar meia pessoa. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

E continua...

- O número que vai resultar na pontuação é o que precisamos descobrir. Se eu mudar o sinal é como em português, se eu mudo o sinal, eu mudo a informação. Para resolver eu não posso mudar a sinalização. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

A partir desta fala, apesar de enfatizar a importância dos símbolos, incluindo o das operações e da igualdade, Julia não explora a ideia de equilíbrio trazida pelo estudante.

Continua e comenta com a turma que não era uma pergunta clara que tem um ponto de interrogação no final. Mostra novamente a representação 30 – 9 e pergunta aos estudantes:

- *30 é o que? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).*

- *Os pontos ganhos.* Respondem os estudantes.

- *9 é a pontuação que terminou.* Responde um aluno.

A professora refaz a representação 30 - .... = 9

E continua:

- *A gente vai pensando e botando um e um até chegar em 9...vai acrescentando. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).*

Na situação que acabamos de apresentar, a professora Julia empregou recursos linguísticos e até corporais para fazer inferência ao número desconhecido (indeterminado), mas não opera com o desconhecido como se fosse conhecido e, neste caso, também não apresenta indícios do pensamento analítico.

- *Eu fiz uma conta da equipe que deu 9 e aí eu fiz a conta 30 menos 20 igual 10, então acrescentei mais um e dá 9.* Fala outra estudante.

Essa estudante, que anteriormente tenta colaborar com a professora, neste momento, nos parece “operar dedutivamente com o desconhecido como se fosse conhecido” (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 136). Não nos parece ter obtido o resultado por tentativa e erro, Joana parece perceber e utilizar a relação entre os números e as operações.

A professora registra na lousa: 30 – 9 = 21 e fala:

- *Vocês usaram um raciocínio e não conseguiram me explicar ... Mas o que é que esse raciocínio? O que você fez? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).*

Neste momento, Julia parece não conseguir compreender a estratégia utilizada pela estudante e continua tentando utilizar diferentes recursos para, não apenas fazer com que os estudantes compreendam, mas que possam favorecer a sua própria compreensão.

E a professora continua explicando:

- Dos 30 que eu tinha, eu terminei com 9. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

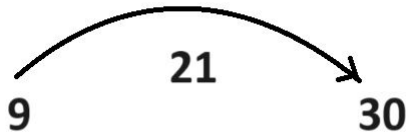
A professora pega as canetinhas que estavam em cima da mesa para explicar e mostra um monte e vai retirando 9 canetinhas; em seguida, mostra as canetinhas que sobraram e coloca perto da lousa na representação dos 30, mostrando os pontos que a equipe tinha.

Julia parece tentar mobilizar o pensamento algébrico utilizando-se do sistema semiótico concreto - SSC e, após a manipulação das canetinhas, comenta com a turma:

- Quando a gente pensa assim, é assim que eu estou fazendo para ver quantos pontos eu não tenho. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

E registra na lousa utilizando uma representação numérica, como pode ser visto na Figura 17.

Figura 17: Representação da professora – parte I

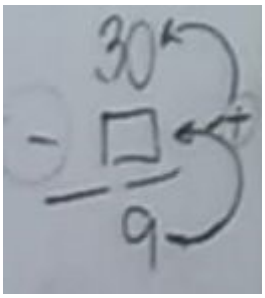


Fonte: elaborada pela autora.

- 9 para chegar no 30 tem 21. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Em seguida, representa na lousa recorrendo a estratégia do algoritmo convencional ou a "conta armada".

Figura 18: Representação da professora – parte II



Fonte: elaborada pela autora.

Um estudante diz:

- A gente está acrescentando. Nove mais alguma coisa dá trinta.

- Qual número colocar na conta de menos para dar 9? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

O mesmo aluno tenta fazer a conta nos dedos, cruza os braços com ar de intriga e pergunta pra uma amiga se ela tinha acertado.

Em seguida, a professora mostra no canto da lousa os resultados que eles colocaram nas avaliações e pergunta:

- Por que tivemos todos esses resultados? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Imediatamente um aluno responde:

- Porque a gente tinha que descobrir 30 menos 21.

Outro aluno fica muito animado para responder quer levantar e falar, ele diz:

- Pede emprestado.

- Trinta menos 21. Zero dá para tirar um? Responde Julia mostrando o algoritmo convencional.

A professora mostra novamente os resultados obtidos um aluno fala:

- Nossa, por que tantos resultados? Oxi!

- Por que algumas pessoas acertaram? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- A pessoa se atentou aos detalhes. Responde uma aluna.

- Quando a gente escreve com os números, a posição, os sinais e tudo que fazemos é uma informação. A gente precisa refazer a leitura da informação, entender o que está sendo pedido, entender o que está acontecendo. Vocês estão com dificuldade para entender o que está acontecendo. A primeira coisa é entender o que está acontecendo e descobrir o que eu preciso resolver e verificar as informações que ajudam a resolver. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- É possível conseguir a mesma quantidade de pontos de jeitos diferentes. Qual é a missão aqui? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Qual a quantidade que permite descobrir que tinha 30 e eu terminei com 9? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Tem um monte de gente que ficou tentando adivinhar o número...precisa pensar como chegar... precisa entender. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Neste momento, Julia parece compreender a necessidade de ir além do resultado, ou seja, do simples ato de descobrir o valor da incógnita e da importância de explorar as relações entre os números e as operações e, também, das noções de

equivalência, mas, aparentemente, se detém apenas ao uso de estratégias aritméticas não alcançando o pensamento algébrico analítico.

A professora continua suas indicações:

- Se você pensou 30 – 9 faz o 30 – 9. Registre exatamente o que está pensando. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Se pensou ... alguma coisa que não sei + 9 para dar 30, faz. Confiem nos registros de vocês e façam. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Vocês já ouviram falar o que é a prova real? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Sim. Responderam os estudantes.

- É preciso ler as informações, e se não sabe o que precisa fazer, a gente faz isso aqui e aponta para os resultados dos estudantes registrados no canto direito da lousa. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Lembra da pegadinha? Eu já disse para vocês que não tem pegadinha. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Por que vocês apagam os cálculos que vocês fazem? (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

- Não sei. Respondem vários alunos.

A professora continua:

- Não apaguem, sabe por quê? Porque senão eu não consigo saber como vocês chegaram ao resultado e tem diferentes possibilidades, a anotação de vocês é muito importante. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Neste momento, percebemos que, dentre suas concepções, provavelmente Julia reconheça a importância dos percursos e caminhos percorridos para chegar à solução, mas, em sua fala, traz a ideia de que os registros estão a serviço exclusivo da professora e não do próprio estudante ou da construção da aprendizagem.

A professora continua dizendo:

- A professora que aplicou a sondagem disse para vocês que não poderiam vir aqui para tirar a dúvida. Em matemática ela até lê os enunciados, porque em português a gente vai fazer a leitura sozinho, não é?! Porque em português a leitura é uma habilidade. *(Profa. Julia, OB-P3, setembro).*

- E quem não sabe ler? Pergunta uma aluna.

- No quinto ano a gente já deve estar alfabetizado. Números e sinais são uma leitura, o sinal de pontuação a gente não fala, mas tem significado, não é porque são

números que a gente não vai ler, quando a gente organiza usando os números e sinais eles indicam alguma coisa. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Ela registra na lousa os números 51 e 15 e pergunta a diferença.

- Preciso organizar os números, e os sinais das operações nos trazem uma informação. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

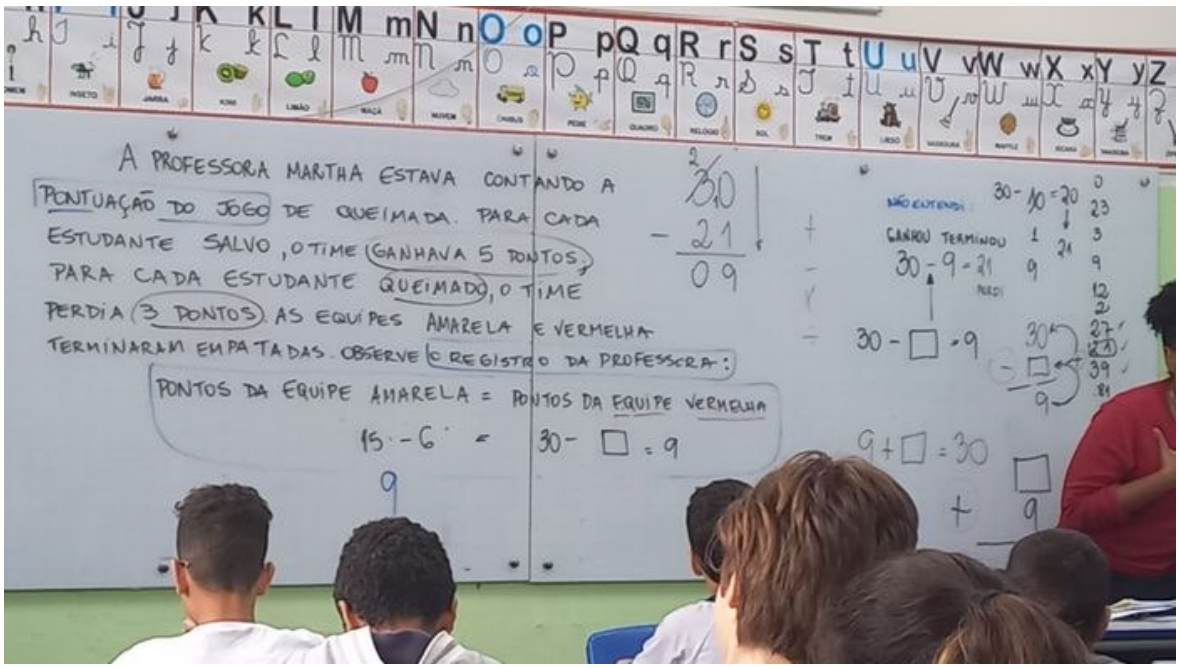
- 15 – 6 temos o sinal de menos que representa a quantidade que perderam no jogo. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Aqui, Julia não evidencia o sinal de igual e as noções de equivalência, o que nos leva a crer que, de fato, há uma certa limitação da professora em relação ao pensamento algébrico analítico.

- Confiem nas anotações de vocês e desenvolvam usando o sinal para indicar o que querem fazer ... confiem. (Profa. Julia, OB-P3, setembro).

Na Figura 19 podemos visualizar os registros da lousa no final da aula.

Figura 19: Registros da educadora_final



Fonte: elaborada pela autora.

Ao final destas explorações, notamos que Julia além de constituir um ambiente de respeito e parcerias, acaba promovendo discussões, trocas, levantamentos e verificações de hipóteses coletivas. Segundo Radford e Moretti (2021), esses momentos são essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os autores salientam, ainda, que a organização escolar envolve muito mais do que um perfil específico de tarefa, ela se refere principalmente a

> adoção de conceitos e posturas relativas ao que se compreende por criança, infância, álgebra, saber, conhecimento, ensino e aprendizagem. Assim, a postura do professor, as problematizações, a interação, a colaboração dos sujeitos, os recursos e instrumentos utilizados, em suma, os elementos semióticos envolvidos, devem ser considerados na aprendizagem (MORETTI, RADFORD, 2021, p. 137).

Outro elemento muito utilizado pela professora no decorrer das explorações foi a oralidade. Juntamente com gestões e ações, Julia tenta oralizar todas as etapas estabelecendo relações com os registros numéricos ou língua materna. O que nos remete aos estudos históricos de Radford (2011), nos quais dizia que muito provavelmente, o ensino-aprendizagem da álgebra era feito oralmente e os registros (manuscritos dos abacistas) mostram, de certa forma, os possíveis diálogos do professor com o aluno; tais textos serviriam de apoio à atividade matemática auditiva (incluindo-se a perceptiva e cinestésica), chamada por Radford (2011) de álgebra oral.

Mas, como mencionado anteriormente e explicitado pela própria professora em uma das entrevistas, há uma certa fragilidade ao lidar com o desenvolvimento do pensamento algébrico e, além de uma certa incompreensão das etapas e processos do pensar algebricamente, Julia parece não ter desenvolvido satisfatoriamente o próprio pensamento algébrico.

Durante a atividade em um processo que acreditamos ser labor conjunto, Julia desenvolve estratégias que objetivam o desenvolvimento do pensamento algébrico e busca explorar o sinal de igual na relação de equivalência, mas acaba não aproveitando os momentos frutíferos trazidos nas respostas dos estudantes às suas provocações relacionados ao equilíbrio e desequilíbrio entre os termos da equação e, também, processos dedutivos-analíticos.

Após as explorações que acabamos de acompanhar, a pesquisadora e a professora Julia combinam de conversar posteriormente sobre o desenvolvimento do encontro envolvendo o retorno das sondagens.

Categoria 4 - Pergunte e escute para se certificar antes de afirmar

Após a observação em sala de aula, pesquisadora e professora voltaram a conversar para trocar percepções acerca da atividade realizada conjuntamente com os estudantes.

Como apresentado anteriormente, Julia percorreu um caminho que, a priori, não contemplava as estratégias planejadas conjuntamente com a pesquisadora para o desenvolvimento da atividade. O objetivo seria propiciar momentos que pudessem favorecer a troca de ideias e que fossem potentes para nos ajudar a compreender os caminhos percorridos pelos estudantes ao realizar o exercício 2 da avaliação. A ideia seria propor, a partir dos 17 resultados diferentes, que socializassem as ideias e raciocínios utilizados.

Mas, ao iniciar a aula e sugerir a revisitação do exercício 2, Julia faz uma indagação tentando compreender os motivos para tantos resultados diferentes e, em seguida, parece conduzir a atividade na tentativa de fazê-los compreender, primeiramente, o enunciado e, em seguida, as etapas e passos a serem utilizados durante a resolução, ou seja, passa a abandonar os resultados dos estudantes e as estratégias planejadas conjuntamente com a pesquisadora.

Ao término da observação da sala de aula e durante as possíveis análises das anotações e registros, a pesquisadora passa a se questionar e tentar compreender as estratégias utilizadas pela professora e, então, cria algumas conjecturas como possíveis indícios de uma postura mais tradicional na qual há a centralização da fala no professor, pois apesar de trazer questionamentos aos estudantes e fazer provocações a partir da resposta de alguns deles, Julia, na maior parte do tempo, esteve mostrando as possíveis correlações entre o enunciado e os procedimentos. Essa primeira leitura poderia nos levar a pensar em uma certa contradição entre a fala da professora, coletada nas entrevistas e encontros, e sua postura e ações na sala de aula.

No dia combinado, a pesquisadora e a professora Julia se dirigiram para um espaço menos barulhento para que pudessem conversar. A conversa foi gravada e transcrita. A seguir, são apresentados alguns trechos e nossas análises.

A professora Julia começou o encontro compartilhando uma formação que havia participado, oferecida pela DRE (Diretoria Regional de Educação) e que, por coincidência, tratou da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Primeiramente, Julia demonstra grande satisfação ao perceber que o encontro formativo trouxe estudos relacionados justamente ao desenvolvimento do pensamento algébrico, como pode ser visualizado na fala a seguir.

"o primeiro encontro foi a apresentação do que seria a formação e o primeiro estudo de caso que a gente fez foi justamente sobre o pensamento algébrico, porque era uma dúvida recorrente dos professores em como abordar e como melhorar justamente os índices observados tanto do SERAp *(Sistema Educacional de Registro da Aprendizagem) quanto os dados do SAEB, por conta da álgebra que era muito específico do 5º ano".(Profa. Julia, ET-P3, setembro).*

Como podemos ver e reafirmar, conforme nossas indicações anteriores, a álgebra, além de gerar dúvida e insegurança na equipe de professores, ainda é um dos elementos que mais ocasiona notas baixas e, portanto, tornou-se alvo dos gestores e formadores que buscam elevar os índices obtidos a partir das avaliações externas. Julia enfatiza os estudos envolvendo a leitura e a interpretação e reafirma a importância de habilidades de ler e interpretar informações no ensino-aprendizagem da álgebra.

"Era um roteiro, na verdade, de como a gente conseguia desenvolver melhor a interpretação das crianças no geral. É essa questão do pensamento algébrico, que é ler e localizar as informações e aí, a partir das informações, dos dados e das informações ir estruturando um pensamento para conseguir chegar à resolução daquela situação". (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

A partir da fala da professora, estabelecemos relações entre as ações utilizadas na sala de aula no dia da atividade e as prováveis estratégias apresentadas no curso de formação, pois como podemos ver, ela menciona que a ênfase esteve na exploração do enunciado e, essa estratégia estaria diretamente relacionada ao

desenvolvimento do pensamento algébrico. Complementarmente a essa ideia de que possa ter utilizado as estratégias apresentadas no curso, temos a percepção, a partir dos encontros anteriores, de que a professora valoriza muito as formações ofertadas como essa que acabou de mencionar. Como já dissemos, Julia sempre se mostrou muito engajada e disposta a aprender.

Acreditamos que os professores não nascem com um dom ou uma habilidade inata para ensinar, para nós, tais habilidades e competências se desenvolvem a partir de experiências e, principalmente, formações que se dão ao longo de sua trajetória profissional. Os professores necessitam de uma formação adequada para adquirir conhecimentos, mas também necessitam de compromisso e dedicação para avançar em suas aprendizagens.

A formação obtida ao concluir um curso de pedagogia ou licenciatura não representa o fim do aprendizado, nem mesmo após a defesa de uma tese; ao contrário, é um processo contínuo ao longo da carreira docente. Julia comenta em sua fala que, infelizmente, muitos professores não aproveitam as oportunidades ofertadas pela Secretaria Estadual de Educação e, além de não participar dos encontros formativos, acabam desvalorizando as ações propostas e não utilizando as sugestões trazidas pelos professores que participam.

Em seguida, a pesquisadora faz um questionamento: nos estudos de álgebra, a formadora chegou a tocar e retomar as habilidades do 5º ano, aborda a generalização, a questão de igualdade?

A ideia por traz desse questionamento era tentar provocar novas reflexões acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico. A partir dessa indagação, Julia apresenta algumas informações.

“Esse 1º encontro foi muito legal porque ela ajudou a gente a entender e compreender os descritores, então ela pegou um exemplo de como que era feita a análise e como que era feita a classificação dos alunos”. (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

“Então assim, o estudante está abaixo do básico? O que que é estar abaixo do básico? Espera-se que, por exemplo, no básico as crianças estejam compreendendo tais habilidades. Claro que dentro do básico existem habilidades e competências que

vão variar porque são eixos diferentes, que como são eixos diferentes então eles podem variar e tem lá os códigos direitinho". (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Vimos que as abordagens estiveram voltadas aos procedimentos que poderiam auxiliar os professores a compreender os descritores, mas, segundo a professora, não olharam especificamente para o ensino-aprendizagem da álgebra a partir dos descritores. Nos parece que os procedimentos foram a ênfase na formação.

A pesquisadora, a partir da fala da professora, pergunta sobre os conhecimentos que Julia acredita ter aprimorado durante as formações para tentar compreender as possíveis aprendizagens de Julia durante o encontro formativo e Julia responde ter aprendido muitas coisas, como pode ser visualizado na fala a seguir.

"Então eu, por exemplo, eu não sabia como que era isso, como eram esses descritores, e assim, eles são bem específicos, então a gente deu uma olhada, elas perguntaram se a gente teria acesso aos dados dos quintos anos na prova São Paulo para que a gente também soubesse fazer uma análise". (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Diante dessa descrição, nota-se que dentre as ações havia um foco na leitura e interpretação dos dados obtidos nas avaliações e, também, um olhar para averiguar incompatibilidades destes resultados com os observados cotidianamente na sala de aula, ou seja, conhecimentos mais técnicos. Sentimos falta, na fala de Julia, de um olhar na formação dos professores voltadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico ou, ainda, da história da álgebra e conceitos básicos, importantes para a formação do professor que ensina matemática e, na maioria das vezes, não é um especialista da área de matemática.

Para a Teoria da Objetivação (TO), o objetivo da educação matemática transcende a mera transmissão de conhecimento técnico. Ela se concentra na formação de indivíduos que não apenas compreendem a matemática, mas também são capazes de contextualizá-la em um cenário mais amplo, contribuindo para uma sociedade mais crítica, reflexiva e ética.

Radford (2021) defende a ideia de que, para que essa formação do indivíduo aconteça, desde os anos iniciais, é necessário que o educador desse segmento

escolar tenha consciência do seu objeto de ensino, neste caso a álgebra, e do processo de seu desenvolvimento. Para ele, a compreensão da história da álgebra é de suma importância para o professor e, portanto, deve fazer parte de sua formação.

Panossiam, Souza e Moura (2017) corroboram com esse argumento, quando afirmam que:

> Se apropriar de um conceito significa então compreender o significado que historicamente os indivíduos atribuíram a ele, o que pode ser realizado em atividade, sobre os objetos, instrumentos e fenômenos em si, e pela ação e comunicação desenvolvida por meio deles (PANOSSIAM; SOUZA; MOURA, 2017, p.128).

Outro elemento central é a alfabetização algébrica, uma vez que as crianças deste segmento estão sendo alfabetizadas também na língua materna e, neste caso, as atividades pedagógicas realizadas com o objetivo de alfabetizar devem considerar o desenvolvimento lógico-histórico do objeto da atividade alfabetizadora.

Para Radford (2021), é importante compreender que a alfabetização é um ato que, ao mesmo tempo que nos dá o elemento da representação do pensamento, nos dá o modo geral de apropriação deste objeto. Defende a ideia de que a aprendizagem da álgebra requer que coloquemos os estudantes em atividades em que a comunicação se faça necessária; em que o sujeito está por inteiro desenvolvendo o seu pensamento como um resolvedor do problema e, para que o professor seja capaz de realizar tais produções, se torna necessário tê-las vivenciado.

A partir dessas afirmações, voltamos o nosso olhar para as formações de professores e, mais especificamente, para o curso de formação apresentado pela professora Julia. Percebemos que os recursos metodológicos utilizados não favoreciam o desenvolvimento do pensamento algébrico dos próprios professores e, de acordo com a nossa análise, não colocavam os participantes em atividade, ou seja, ações conjuntas que pudessem favorecer a aprendizagem coletiva.

Vale salientar que essas hipóteses levam em consideração apenas as informações apresentadas pela professora e não temos conhecimentos das estratégias utilizadas nos demais encontros formativos, mas ao ser questionada sobre as estratégias utilizadas nos outros momentos de formação, Julia diz que quase sempre o formato é o mesmo, mas, no meio da conversa, comenta sobre uma sequência de atividades.

“A ideia é ver aquilo que eles, de fato, vinham apresentando em sala de aula, e aí foi muito legal porque assim a gente olha realmente se as crianças estão com dificuldade mesmo naquela questão; eu consegui ver, eu fiz uma sondagem, fiz uma atividade e eles não conseguiram desenvolver, consegui finalizar a sequência e constatei que o resultado ali da prova é o mesmo que eu vejo na sala de aula, então vamos revisar de uma outra forma, realizar uma outra sequência”. (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Novamente, notamos que há uma ênfase aos resultados na avaliação e informados no SERAp, mas nesse momento, a reflexão acerca da confiabilidade dos dados reaparece, agora na fala da professora. Relembramos que, em uma das conversas, a pesquisadora promove reflexões acerca dos registros dos resultados dos estudantes trazendo provocações acerca da eficácia das informações, principalmente, em relação aos critérios utilizados para indicar que o aluno acertou parcialmente e errou.

Ao ser questionada pela pesquisadora sobre as prováveis sequências, ela nos informa que em cada sequência há vários exercícios, com diferentes graus de dificuldade e, segundo ela, se torna possível perceber onde o estudante tem maior dificuldade. Diante dessa explicação, reafirmamos a nossa ideia de que há uma escassez de discussões e reflexões sobre, não apenas os formatos utilizados nos encontros formativos, mas, também, na compreensão teórica sobre sequências didáticas.

A pesquisadora convida a professora para retomar a atividade realizada na sala de aula e, imediatamente, Julia comenta que seria muito interessante relacionar com os descritores. Percebemos que, como pressuposto anteriormente, a professora pode ter utilizado no dia da atividade em sala de aula uma das sugestões apresentadas no encontro formativo, já que busca conectar as ideias do encontro formativo com a proposta da pesquisadora de revisitar as ações da sala de aula.

Como já elucidado, e partindo da ideia da comunicação enquanto troca e construção de significados, a pesquisadora remodela a conversa para contemplar a sugestão da professora e, juntas, percebem as limitações de avaliações como a executada anteriormente, pois de acordo com as diretrizes da DRE, os professores devem selecionar apenas um exercício de cada unidade temática da matemática,

portanto, não é possível explorar ou mensurar dados acerca da aprendizagem das diferentes habilidades existentes em uma mesma unidade temática.

Após as reflexões, Julia parece tomar ciência dessa limitação que, aparentemente, não havia sido por ela percebida anteriormente, como pode ser observado na fala de Julia.

“Sim, seria sensacional se gente pegasse as habilidades e os descritores, por exemplo, de álgebra e as habilidades da BNCC, mas, quando você pega os exercícios disponibilizados pela DRE de cada eixo e tem que escolher apenas um, os outros ficam de fora, né?! Pois é um exercício só de cada eixo. Nossa, super limitado, né?!” (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Reafirmamos, aqui, nossa compreensão de que, mesmo não tendo como foco central a formação de professores, nossa pesquisa pode ter, a partir do labor conjunto da professora com a pesquisadora nos mais variados momentos, favorecido processos de subjetivação que, segundo Radford e Moretti (2021, p. 45), são:

> Aqueles em que professores e estudantes se produzem mutuamente ao posicionar-se na atividade através de redes de relações sociais que se materializam através da ação do corpo do discurso e da materialidade da cultura nos processos de subjetivação professores e estudantes tornam se uma presença no mundo.

Continuando as reflexões, a pesquisadora pergunta para a professora se é possível identificar no acervo de perguntas para a elaboração da avaliação a descrição da habilidade a ser explorada e observada, e Julia explica que não tem certeza dessas informações, pois não participou da montagem da avaliação. Julia parece ter sido estimulada a buscar mais informações e abre o sistema para que, juntas, possam procurar os dados. Durante a exploração do sistema menciona a possibilidade de gerar um relatório com os dados.

Ao mostrar as possibilidades de relatórios, Julia parece mudar de reação. A motivação inicial em compartilhar a diversidade de formas de visualizar os dados dá espaço para uma certa tristeza e insatisfação. Neste momento, a pesquisadora pergunta se há no sistema espaço para comunicar informações complementares sobre os estudantes e Julia responde:

“Sim, quer dizer, nesse momento não; ali a comunicação é via registro numérico, essa comunicação que a gente tem no papel. Antes o sistema era diferente, não tinha acertou parcialmente, era assim: Acertou a ideia, mas errou o resultado; tinha também acertou a ideia e acertou o resultado. Agora não tem, ou é acertou, ou é acertou parcialmente ou errou”. (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Durante a conversa, a professora faz uma revisitação aos procedimentos relacionados às avaliações e, ela mesma começa a perceber que na transformação do sistema de registro dos dados das avaliações foram eliminadas alternativas de anotação de cada estudante em uma determinada avaliação, mas também percebe que sem registro do processo na folha de avaliação, também não é possível saber o que o aluno realizou.

A pesquisadora aproveita as reflexões para retomar as avaliações e as ações na sala de aula e comenta sobre o desejo inicial da professora em conseguir enxergar o raciocínio e estratégias dos estudantes e, ainda, a possibilidade de terem percorridos caminhos interessantes talvez não visualizados anteriormente pela professora.

Durante essa etapa da conversa, a professora Julia faz uma pausa e traz novamente pontos acerca do sistema de ensino de modo geral e, também, das possíveis crenças e concepções dos professores acerca da matemática. Juntamente com as reflexões, reafirma a importância dos momentos de troca entre a pesquisadora e ela, salientando os processos reflexivos que puderam surgir a partir da conversa e das problematizações.

Em seguida, retoma a conversa sobre as oportunidades de promover a socialização das estratégias e as relações com as avaliações externas, menciona uma certa limitação institucional que acaba por excluir ou não acolher alguns estudantes que, como ela mesma diz, precisariam de outros recursos para além da leitura e escrita na língua materna.

Neste momento, a pesquisadora evidencia as conversas estabelecidas anteriormente entre ela e a professora acerca da comunicação matemática, da comunicação enquanto a base estruturante e, também, de uma certa limitação nos estudos envolvendo a comunicação matemática. Em seguida, relembra das etapas vividas e chama a atenção para as estratégias estabelecidas no encontro que

antecedeu a realização da atividade na sala de aula e as ideias pensadas conjuntamente para o dia da realização da atividade. Julia reforça o desejo de querer entender as estratégias dos estudantes. Diante dessa afirmação, a professora pega as anotações do dia da atividade e começa a ler os procedimentos realizados pela professora na tentativa de juntas, relacionar as ações com o planejamento e, também, a possível comunicação utilizada e possíveis aprendizagens.

A estratégia utilizada pela pesquisadora tinha como objetivos a troca e compartilhamento das anotações derivadas da observação e, também, favorecer a tomada de consciência dos movimentos realizados pela professora. Como dissemos, durante a realização da atividade, a professora parecia ter modificado o planejamento inicial para tentar compreender as motivações para essa ação, a pesquisadora faz dois questionamentos. Para você, as ações saíram como havia planejado? A atividade com as crianças, pensando em comunicação matemática, aconteceu ou não aconteceu naquele momento? Por quê?

"Eu acho que aconteceu tá, mas eu acho que o que foi muito interessante foi eu partir de um ponto onde eu queria entender como eles haviam pensado e, por isso, fiz o registro colocando os resultados na lousa e, partir de uma primeira pergunta, eu acho que a gente precisa parar e entender.

Eu perguntei: e aí, vocês entenderam o que que era para ser feito?! Levante a mão quem entendeu o que era para fazer e quase ninguém levantou a mão. Então, assim, logo contextualizei que eles não sabiam nem o que era pra fazer.

Essa eu acho que foi a grande mudança de chave também, porque quando eu comecei, estava com foco no resultado e eu queria saber como é que eles tinham chegado naquele resultado, seja lá qual for, mas quando eu fiz essa pergunta "vocês entenderam" mudou tudo, porque, a partir do momento que eu tenho 5 alunos que levantam a mão e a maioria deles não tinha sequer entendido que era para fazer, então muda, não é?!

O meu foco anterior era: eles entenderam o que era para fazer e só não sabiam como era para fazer e aí quando eu pergunto, vocês entenderam o que era para fazer e eles me dizem, em sua maioria, que não entenderam nem o que era para ser feito, não dá pra seguir na mesma linha. Se os estudantes não compreenderam nem o

enunciado, o que era para fazer, não dava para seguir da mesma forma que tinha planejado".(Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Neste momento, Julia nos traz uma informação de grande relevância e que, de certa forma, ajuda-nos a compreender as motivações que a fizeram mudar de estratégia e, contrariando nossas hipóteses iniciais, fez uma escolha a partir da resposta dos estudantes.

Ao trazer como título da categoria de análise: "pergunte e escute para se certificar antes de afirmar", buscamos evidenciar a necessidade de um olhar cuidadoso para as possíveis interpretações dos dados fornecidos a partir da observação da sala de aula e, também, da importância de apresentar, em analogia a uma peça teatral, não apenas o cenário no qual a história se desenrola, mas também os bastidores e a história que faz parte da constituição da peça e dos atores.

Talvez no teatro tenhamos uma sutil diferença ao comparar professores e atores, pois os atores têm um papel pré-definido e, apesar dos possíveis imprevistos, acabam tentando guiar suas falas e ações pelo *script* e roteiro que foi memorizado. Já os professores que, assim como a Julia, acreditam no fazer conjunto e, dessa forma, contam com o outro, não apenas como um ser passivo que apenas recebe as informações, mas como um interlocutor, precisam sim ser guiados pelos seus conhecimentos técnicos e teóricos, mas, também, pelos seus sentimentos e afetos.

Assim, para que possamos tentar nos aproximar um pouco mais da realidade da sala de aula e fazer leituras e interpretações menos arriscadas, faz-se necessário um diálogo permanente, inclusive após as observações para que, juntos, pesquisadores e professores, possam trazer seus entendimentos. Não estamos aqui buscando um consenso e sim uma maior transparência capaz de perceber os diferentes pontos de vista, afinal, quem mais conhece sua turma e os movimentos por ela produzidos é o professor, mas, juntamente com o pesquisador, poderá ver, rever e elucidar pontos que sozinho talvez não fosse capaz de visualizar.

Martinho (2007, p. 18) chama atenção, inclusive, para a constituição da turma que permanece junta no decorrer do ano escolar e, segundo a autora, "a turma tem um crescimento próprio, hábitos adquiridos, relações estabelecidas e aprendizagens conjuntas, pelo que deve ser olhada como uma unidade a ter em conta quando se analisa a comunicação na sala de aula".

Após revisitar as próprias ações justificando a estratégia de tentar fazê-los compreender o enunciado e as correlações com a representação numérica, a professora, a partir de uma provocação da pesquisadora, comenta que, de fato, essa exploração possa não ter contemplado a socialização das estratégias e a comunicação matemática e já começa a planejar novas ações, como pode ser visualizado a seguir.

"Eu acho que daqui para frente, eu preciso pensar e replanejar ações para que possam desenvolver esse raciocínio; atividades que possibilitem que pensem algebricamente, então, eu acho que, de repente trazer um desafio coletivo no primeiro momento, pra gente primeiro fazer juntos". (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Mas é perceptível a limitação de Julia em relação aos conhecimentos acerca da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois continua enfatizando apenas a etapa de leitura e interpretação dos dados presentes no enunciado. No trecho selecionado podemos perceber que a ênfase continua na exploração do enunciado.

"Fazendo essa leitura mais pausada, fazer a localização das informações; fazer uma leitura primeiro para entender o que está sendo solicitado ou o que que se espera que a gente faça, mesmo que esteja implícito.

Acho que focar um pouco, de repente, na leitura e na interpretação das situações, eu acho que tem que ter esse primeiro momento, e aí eu acho que a gente pode pensar em sequências que vão graduando; eu acho que eu preciso estruturar um rol de atividades, pensar na sequência de atividades.

Acho que a primeira coisa é essa identificação, eles lerem e localizarem e identificarem qual é a comanda, ainda que ela seja implícita. Acho que a gente começa com mais simples, que tenha lá o ponto de interrogação, que tem uma pergunta já mais explícita, mas a gente vai, aos poucos, a gente começa de maneira coletiva para depois a gente ir individualizando". (Profa. Julia, ET-P3, setembro).

Ficou evidente durante as conversas, a importância da construção coletiva, não apenas na sala de aula, mas, também, nos momentos de troca entre a pesquisadora

e a professora. A reflexão profissional no ensino é caracterizada pelas dimensões reflexivas e interativas inerentes ao trabalho docente (Tardif; Lessard, 1999). É importante destacar a natureza social e colaborativa da educação, em que a ação de um professor não acontece isoladamente, mas em um contexto coletivo que envolve alunos e colegas de trabalho.

No contexto da comunicação como interação social, adotado nessa pesquisa, o conhecimento não é apenas algo pronto para ser transmitido, neste caso, pelo professor ao aluno, ou pelo pesquisador ao professor e vice-versa, mas emerge de uma prática discursiva que se desenvolve na sala de aula ou nos encontros de diálogo, através de processos coletivos de comunicação e interação.

Portanto, acreditamos que a aprendizagem matemática ocorrerá a partir das interações entre o professor e os alunos, envolvendo discussões sobre a matemática, e também pode acontecer nos encontros do pesquisador com o professor. O discurso, nesse contexto, não se restringe apenas a signos ou representações, mas compreende o uso das palavras, frases, símbolos e linguagem em ação, sendo um meio de atingir fins cognitivos, sociais e outros (Godino; Llinares, 2000; Sierpinska, 1998).

É por meio da comunicação que os conhecimentos matemáticos são compartilhados pelos alunos e pelo professor e compreendidos por cada um dos envolvidos. Temos como objetivo ampliar essa percepção trazendo os fazeres conjuntos de pesquisadores e professores que se utilizam dos pressupostos da TO em suas investigações mesmo que essas não estejam focadas exclusivamente na formação de professores.

A partir das observações da sala de aula e conversa posterior com a professora, acreditamos que as características dos modos de comunicação são influenciadas pelas práticas de sala de aula e podem variar entre uma comunicação centrada no discurso do professor – unidirecional e contributiva – e práticas de sala de aula baseadas no diálogo entre os alunos e o professor – reflexiva e instrutiva –, refletindo a valorização das interações sociais na comunidade de aprendizagem (BRENDEFUR; FRYKHOLM, 2000).

As práticas da sala de aula, por sua vez, estão, na maioria das vezes, sob a responsabilidade do professor.

> O professor assume usualmente um papel de forte intervenção. A planificação, a necessidade de tomar decisões, a coordenação do desenrolar

> da aula, a escolha das metodologias seguidas e da própria forma como a turma se organiza, são responsabilidades assumidas, na generalidade das aulas, pelo professor (MARTINHO, 2007, p. 17).

Inicialmente, durante a observação e revisitação das anotações realizadas no momento de observação da sala de aula, chegamos a mapear indícios de uma possível centralização quase exclusiva da fala de Julia, pois apesar de trazer questionamentos aos estudantes e fazer provocações a partir da resposta de alguns deles, ela esteve, na maior parte do tempo, mostrando as possíveis correlações entre o enunciado e os procedimentos, contrariando o que havia sido idealizado anteriormente durante a conversa com a pesquisadora (resgatar os procedimentos utilizados por cada estudante a partir da socialização de caminhos percorridos). Porém, após o encontro que se deu em momentos posteriores aos da observação de aula, constatamos que foi a partir da resposta dos estudantes, envolvendo a não compreensão do que era para ser feito no exercício 2, que a professora optou por seguir por outro caminho e, neste caso, mais voltado para auxiliá-los a compreender as possíveis etapas e processos.

A partir dessa constatação, reiteramos a necessidade de tentar explicitar e compreender todo o contexto que cerca a coleta de dados dentro de um ambiente escolar, antes mesmo de qualquer possível interpretação, pois neste caso, se não tivéssemos conversado posteriormente com a educadora, poderíamos correr o risco de realizar inferências inadequadas ou incompletas acerca das estratégias e processos desenvolvidos pela professora em suas aulas e, também, em relação a comunicação estabelecida na aula de matemática.

De acordo com Martinho (2007, p. 35), a comunicação nas aulas de matemática

> pode ser vista de duas formas. Por um lado, como objectivo curricular, ou seja, como conjunto de aprendizagens a desenvolver – aprender a comunicar – e, por outro lado, como meio, ou seja, como elemento constituinte das metodologias de ensino – comunicar para aprender.

Para a autora, as duas perspectivas – aprender a comunicar matematicamente e aprender Matemática enquanto comunica – são indissociáveis e, portanto, devem ser trabalhadas conjuntamente em sala de aula. Nas aulas de matemática temos a Matemática como uma forma de linguagem e a linguagem como instrumento de comunicação. Os conhecimentos e as concepções do educador acerca da comunicação e da aprendizagem da matemática acabam por interferir diretamente

nas escolhas e ações do professor como pudemos ver ao acompanhar Julia antes, durante e após o desenvolvimento da atividade em sala de aula.

Ao nos referirmos ao discurso matemático, não podemos observá-lo de forma dissociada da pessoa que o profere e, também, é preciso cuidar para não atribuir certas capacidades matemáticas a indivíduos que podem ter, por exemplo, dominado um particular discurso matemático; a capacidade de falar sobre Matemática não revela, necessariamente, a compreensão matemática de uma pessoa.

Para Martinho (2007), um indivíduo pode descrever conceitos, mas não ser capaz de relacioná-los ou, ainda, descrever ações sem ser capaz de demonstrar compreensões instrumentais, ou seja, o indivíduo pode não ser capaz de justificar uma afirmação e fundamentar o seu raciocínio.

Diante das reflexões e apontamentos, acreditamos que cada etapa e processo planejado, replanejado e vivido pela pesquisadora conjuntamente com a comunidade escolar e, principalmente, com a professora, foram essenciais para a construção do panorama que cercava nossa pesquisa.

Desse modo, ao tentar responder nossa questão de investigação, deparamo-nos com outros questionamentos que nos permitiram ampliar o olhar acerca da comunicação, da comunicação matemática e do desenvolvimento do pensamento algébrico, não apenas dos estudantes, mas também da professora e, principalmente, das construções e aprendizagens de cada um dos atores desse grande espetáculo que chamamos de ensino-aprendizagem que se passa em um palco redondo e repleto de cenários chamado escola.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa nasceu não apenas do desejo da pesquisadora em investigar a comunicação matemática nos anos iniciais, mas, principalmente, da necessidade atual de refletir e conhecer os fazeres dos professores dos anos iniciais em ações planejadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação matemática.

Tradicionalmente, o ensino da álgebra era indicado nos documentos oficiais (PCNs, 1998) a partir dos anos finais do ensino fundamental. Entretanto, mesmo professores que tiveram esse documento como referência durante seu período de docência podem apresentar certas fragilidades ao pensar no desenvolvimento do pensamento algébricos desde os anos iniciais, como proposto na BNCC (2017).

Complementarmente, ao pensar no desenvolvimento do pensamento algébrico a partir dos anos iniciais, em nossas pesquisas, constatamos a escassez de investigações debruçadas em tentar compreender como se dão as aprendizagens a partir das noções de equivalências.

Temos como principal objetivo investigar a presença e a utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora polivalente que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais (EFAI) e buscamos responder ao questionamento: qual a presença e utilização da comunicação matemática nas aulas de matemática de uma professora que leciona para uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, especialmente em uma proposta envolvendo o ensino-aprendizagem da álgebra?

Para que pudéssemos conhecer a possível comunicação matemática utilizada e desenvolvida na sala de aula, tivemos que percorrer um extenso caminho que se iniciou com a identificação de uma escola da rede pública que acolhesse a pesquisadora e as investigações, seguido por explorações para conhecer a constituição da referida unidade escolar e sua comunidade, até o encontro com a professora que lecionava matemática no 5º ano do ensino fundamental I.

Foram utilizados diferentes instrumentos para a coleta de dados, desde as pesquisas documentais (legislação vigente e avaliações) até as entrevistas e observações de sala de aula. Nossa pesquisa é qualitativa e foi pautada pela

perspectiva interpretativista, seguindo as abordagens de Schwandt (2006) e Creswell (2013). E recorremos ao método fenomenológico, buscando compreender o ser humano e suas experiências vividas, neste caso, na escola e na sala de aula.

Nossas investigações, envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico em salas de aula dos anos iniciais e, ainda, relacionadas à utilização e desenvolvimento da comunicação matemática, foram norteadas pela Teoria da Objetivação (TO), do pesquisador Luis Radford (2003, 2017, 2018, 2021, 2022).

Durante todas as etapas percorridas, buscamos estabelecer uma relação de respeito e empatia com todos os profissionais envolvidos nos fazeres da escola, e os cronogramas de ações foram planejados e replanejados a partir das necessidades e demandas da escola representada por seus gestores e professores. Além desse movimento, a comunicação estabelecida com os diferentes envolvidos foi cuidadosamente pensada e utilizada, sempre partindo-se da escuta ativa do fazer conjunto.

Juntamente com a professora do 5º ano, pensou-se em uma atividade a ser desenvolvida por ela com seus estudantes para tentar compreender os caminhos percorridos durante a realização de um exercício envolvendo a relação de igualdade e, para finalizar as investigações, novas conversas e entrevistas (pesquisadora e professora) permitiram a observação e reflexão dos movimentos estabelecidos durante a atividade, comunicação utilizada, habilidades e pensamentos mobilizados e, ainda, possibilidades de novas ações.

Para a análise dos dados foram criadas quatro categorias:

1: A comunicação enquanto afeto;

2: O professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica;

3: A comunicação matemática na sala de aula: o labor conjunto e o pensamento algébrico;

4: Pergunte e escute para se certificar antes de afirmar.

Diante das temáticas e abordagens utilizadas em cada categoria, recorremos a diferentes referenciais teóricos que nos permitiram reflexões e percepções, não apenas envolvendo a nossa questão central (comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico) mas também percepções sobre relações que podem ser estabelecidas entre o pesquisador, neste caso, pesquisadora e a professora, durante um fazer conjunto.

Acreditamos que as observações em sala de aula, juntamente com todas as demais trocas com toda a comunidade escolar e, principalmente, com a professora, nos permitiram responder à questão central da pesquisa. Pudemos perceber que muitos estudantes mobilizaram os conhecimentos aritméticos e trataram o sinal de igual apenas como resultado de uma operação, desconsiderando, portanto, a relação de igualdade.

Também, como conjecturado anteriormente, observamos que a professora Julia apresentou dificuldades para mobilizar o pensamento algébrico analítico e acabou por evidenciar estratégias que mobilizavam apenas o pensamento aritmético. Mas, em um certo momento, nos pareceu ter mobilizado o pensamento algébrico utilizando-se do sistema semiótico concreto – SSC.

A partir do acompanhamento da fala de dois estudantes durante a atividade, percebemos um movimento no qual parecem "operar dedutivamente com o desconhecido como se fosse conhecido" (RADFORD; MORETTI, 2021, p. 136) e, diferente dos demais estudantes que recorriam a tentativa e erro, utilizaram a relação entre os números e as operações de modo análogo para resolver o problema proposto.

Acreditamos que, assim como afirmado por Radford (2022), além da escassez de pesquisas envolvendo o desenvolvimento do pensamento algébrico em atividades com a relação de igualdade nos anos iniciais, notamos, a partir das observações no momento da análise dos resultados apresentados pelos estudantes para a questão envolvendo igualdade e durante a elaboração e execução da atividade planejada a ser desenvolvida com os estudantes e observada pela pesquisadora, um despreparo dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais no momento de elaborar e desenvolver atividades envolvendo igualdade e que objetivam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Como já elucidado, a partir da utilização da TO como base estrutural da pesquisa, consideramos os fazeres realizados durante a atividade observada pela pesquisadora como labor conjunto e pudemos perceber que a professora Julia, mesmo empenhada na construção coletiva e conjunta, sabe o seu papel e responsabilidades enquanto professora e, ao atuar em duas situações, tem a validação e legitimação dos estudantes.

Ao observar a postura e as estratégias utilizadas pela professora e, também pelos estudantes, identificamos o uso frequente dos meios semióticos, tais quais gestos, movimentos e emoções se fizeram presentes durante toda a atividade. Acompanhamos, também, a comunicação utilizada durante a atividade.

Diferentemente do planejado antes do desenvolvimento da atividade, a professora Julia não convida os estudantes para socializar os caminhos percorridos; a partir das primeiras problematizações começa a estabelecer um diálogo que, de acordo com a nossa perspectiva, objetivava favorecer as compreensões sobre o que era para ser feito, pois retoma várias vezes o enunciado e faz questionamentos e provocações para que, juntos, percorram os caminhos por ela trilhados e necessários para resolver o desafio.

Além da presença da comunicação matemática elucidada na categoria 3, durante nossas investigações pudemos identificar outros pontos que julgamos de grande relevância e estes foram categorizados, como mencionado anteriormente.

Na categoria 1, que chamamos de “A comunicação enquanto afeto”, além de buscar compreender os processos comunicativos que permearam os encontros estabelecidos entre a pesquisadora e a professora, conhecemos as possíveis concepções da professora acerca da matemática, da comunicação (comunicação enquanto afeto e movimento), incluindo a comunicação matemática e, ainda, criar hipóteses sobre a relevância e interferência da comunicação desenvolvida pela pesquisadora com a comunidade escolar em todas as etapas da pesquisa.

Acreditamos que a seleção e utilização da linguagem (verbal e não verbal) pode ter contribuído com o processo de estabelecimento de vínculo e relações, não apenas com a professora, mas com a equipe gestora e demais professores da escola.

A nosso ver, essas ações podem ter ocasionado maior abertura para o diálogo e, principalmente, a constituição de um relacionamento mais transparente capaz de permitir trocas mais naturais, pois muitas vezes os gestores e professores ficam preocupados com a presença do pesquisador e acabam modelando situações que, no entendimento de cada um deles, podem ser mais favoráveis para uma leitura do investigador, ou seja, preocupam-se com os possíveis julgamentos.

Em nosso entendimento, outra possível estratégia favorecedora dos processos foi o repetido cuidado de verbalizar e, não apenas dizer, mas realizar ações que

validassem as palavras, o desejo da pesquisadora de partilhar conhecimentos e tentar contribuir, de alguma forma, com a comunidade escolar.

Ao referenciar a contribuição da pesquisadora, não estamos nos referindo apenas a uma troca de favores, e sim o legítimo desejo de se aproximar, de forma respeitosa, da comunidade escolar, conhecer e reconhecer sua constituição enquanto espaço social capaz de realizar transformações individuais e coletivas, reconhecer e valorizar os percursos já trilhados por cada grupo e, juntamente com a comunidade, pensar em formas de agregar valor.

Parece-nos ser um desejo e ações banais e esperadas de um pesquisador que realizará sua pesquisa no ambiente escolar, mas, de acordo com a própria diretora da unidade escolar, não é raro receber pesquisadores que utilizam a escola exclusivamente em benefício próprio, pois ingressam no ambiente e coletam os dados que julgam relevantes sem se preocuparem com os possíveis impactos causados a partir de seu ingresso e permanência e, mais ainda, sem deixar nenhuma contribuição, nem que essa seja o compartilhamento dos dados coletados e possíveis reflexões investigativas.

É importante salientar que, muitas vezes, durante a pesquisa, foram necessárias reformulações e remanejamentos de datas e estratégias diante dos acontecimentos e demandas da escola.

Acreditamos que esse apontamento pode parecer irrelevante e esperado, entretanto, julgamos ser importante ressaltar que esses replanejamentos não apenas precisam ser respeitados, mas, também, precisam ser apresentados no decorrer da pesquisa. De acordo com a nossa perspectiva, são partes importantes da investigação que se dá com a comunidade escolar e dentro da escola, principalmente em investigações que utilizam da Teoria da Objetivação.

Radford (2021) compreende a escola e a sala de aula enquanto espaços de transformação social, no qual os indivíduos são vistos como entidades relacionais (RADFORD, 2021) que “produzem saberes coletivamente” (RADFORD, 2021, p. 39). Dessa forma, ampliamos esse olhar trazendo o pesquisador como indivíduo que participa das interações e, portanto, produtor de saberes coletivos.

Na categoria 2, intitulada “O professor reflexivo e seus olhares para uma atividade algébrica”, voltamos o nosso olhar para os resultados dos estudantes em uma avaliação realizada a partir das diretrizes da Secretaria Municipal de Educação

de São Paulo (SEMED) e, neste caso, mais especificamente para um exercício que teve alto índice de respostas erradas.

Tal exercício, coincidentemente, envolvia a relação de igualdade e, a partir das análises realizadas pela professora em parceria com a pesquisadora, constamos que os estudantes, na maioria das vezes, além de não registrarem os caminhos percorridos, apresentaram 17 resultados diferentes, todos considerados errados a partir do gabarito fornecido pela SEMED.

A partir das provocações da pesquisadora, a professora percebe não compreender os caminhos trilhados pelos estudantes para chegarem ao resultado apresentado na avaliação e se mostra intrigada. Juntamente com a desestabilização, é perceptível o desejo em tentar compreender as possíveis estratégias e a abertura para, juntamente com a pesquisadora, pensar em estratégias de retomada do exercício na sala de aula, tendo a pesquisadora como observadora.

Durante as trocas estabelecidas entre a pesquisadora e a professora, um dado se mostrou relevante e capaz de trazer questionamentos e reflexões acerca da forma como os resultados são inseridos na plataforma. Nesse caso, existem três possibilidades de registrar os resultados dos estudantes: acertou, acertou parcialmente e errou.

Ao ser questionada sobre os critérios utilizados para escolher a opção acertou parcialmente, a professora se mostra incomodada e insegura, pois segundo ela, os critérios não são tão claros. Ela compartilha que tentou considerar alguns registros escritos dos estudantes ao observar a folha de avaliação e, também, uma possível coerência a partir do resultado informado, tentando inferir possíveis estratégias, mesmo que equivocadas, de chegar ao resultado.

Ao ser questionada sobre a possível relação entre o registro que ela faz no sistema informando que o estudante errou, e o fato de não ter visualizado ou compreendido o caminho realizado pelo estudante, mostra-se reflexiva e acaba percebendo que pode ser uma fragilidade dela e não do estudante. Juntamente com essa percepção, aparece a crítica das mudanças realizadas no sistema que acabaram por restringir os campos de anotação e, consequentemente, uma melhor visualização dos dados e compreensão da forma de pensar e resolver dos estudantes.

Diante dessas percepções, juntas (professora e pesquisadora) decidem retomar o exercício com os estudantes para que possam socializar as estratégias

realizadas. Essa abertura e disponibilidade da professora, além de possivelmente terem sido estimuladas pelas trocas com a pesquisadora, parecem fazer parte da forma como a professora se relaciona com os desafios e seus princípios básicos sobre aprendizagem, a ação conjunta na sala de aula e, principalmente, o desejo de compreender e favorecer a evolução de cada estudante.

Esse entendimento vem a partir da entrevista realizada anteriormente, em que conhecemos Julia enquanto professora e, também, enquanto professora na referida unidade escolar. Na ocasião, é perceptível o grande desejo de estar aprendendo sempre e, também, o desejo de acolher e ajudar cada um dos estudantes em seu percurso educacional.

Ainda nessa categoria de análise, a partir das ações conjuntas da professora e da pesquisadora na busca por compreensões, acreditamos que ocorria um labor conjunto (RADFORD, 2011, 2017). De acordo com autor, é no labor conjunto que professores e alunos – e aqui ampliamos essa percepção para incluir pesquisadora e professora – se envolvem, se engajam e se empenham para resolver os problemas coletivos. Além disso, apresentam responsabilidade, compromisso e o cuidado com o outro.

A partir dessa afirmação, podemos pensar nas possibilidades formativas existentes em investigações dentro da escola que tenham a TO como norteadora dos processos investigativos, mesmo que elas não tenham como foco central a formação de professores.

Em nossa última categoria (4), nomeada como “Pergunte e escute para se certificar antes de afirmar”, retomamos as ações e observações realizadas a partir da atividade desenvolvida pela professora e seus estudantes.

A professora compartilha estudos e processos realizados em um curso de formação oferecido pela Secretaria Municipal de Educação da cidade de São Paulo, enfatizando a temática dos encontros formativos de matemática que também enfatizavam o ensino da álgebra. Segundo ela, a escolha do tema se deu por conta da frequente dúvida e insegurança dos professores e, também, pelos índices obtidos nas avaliações externas que reafirmam possíveis dificuldades dos estudantes nos exercícios envolvendo álgebra.

Além dessa constatação, foi possível compreender as escolhas realizadas pela professora a partir da escuta de seus estudantes. Ao indagá-los sobre a compreensão

inicial do que era para ser feito no exercício, e receber (de uma grande quantidade de alunos) como resposta a afirmação de que não haviam compreendido o que era para ser feito, ela muda as estratégias planejadas anteriormente. Segundo ela, não faria sentido naquele momento e não atenderia as necessidades dos estudantes.

Diante da colocação que acabamos de apresentar, trazemos reflexões acerca da importância de conversar com a professora após as observações da sala de aula, pois, em nossas hipóteses e análises à priori, acreditávamos que Julia teria como estratégia cotidiana ações que levassem ou conduzissem os estudantes a percorrer o caminho por ela traçado, deixando de valorizar e utilizar como estratégia a socialização dos caminhos percorridos pelos estudantes (ação planejada anteriormente). Mas, após suas explicações, fica evidente um olhar cuidadoso e respeitoso que objetivava compreender e atender às necessidades dos estudantes naquele específico momento, independentemente, dos planejamentos e possíveis procedimentos acordados e estabelecidos com a pesquisadora no encontro anterior.

Essa leitura fica mais evidente ao retomar as entrevistas que permitem conhecer a trajetória da professora e, principalmente, suas vivências marcadas pelo preconceito e desrespeito e, também, pela provável falta de comunicação dentro do ambiente escolar, enquanto professora. Processos esses que podem ser geradores de valores e princípios que Julia traz em sua essência e que podem ser visualizados nas falas da professora.

Repetidamente a professora utiliza as palavras respeito e acolhimento que podem ser facilmente percebidos, não apenas na fala, mas, também, em suas ações dentro e fora da escola e, inclusive, na forma como se relaciona com os estudantes e como eles se relacionam entre si durante a aula de Julia.

Para finalizar nossas observações acerca das investigações que realizamos, trouxemos neste capítulo, de forma resumida, algumas possíveis contribuições que julgamos relevantes a partir das categorias construídas.

Também, gostaríamos de apresentar questionamentos que consideramos intrigantes, necessários e potentes para novas investigações que, juntamente com as pesquisas já desenvolvidas, poderão nos ajudar a construir cenários mais amplos e claros acerca do ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, da comunicação matemática e, também, da comunicação utilizada pelos pesquisadores em investigações realizadas no ambiente escolar.

Quais as possíveis interrelações entre a linguagem utilizada pelos pesquisadores em cada etapa da investigação em um ambiente escolar e os movimentos e processos desenvolvidos conjuntamente com a comunidade escolar?

Ao utilizar a Teoria da Objetivação como base teórica para a pesquisa, como entrevistas e encontros com a comunidade escolar podem ser consideradas como Labor conjunto? Quais trocas entre pesquisadores e a comunidade escolar são imprescindíveis nas investigações em ambientes escolares que tem como base teórica a TO? Quais estratégias e processos podem ser favorecedores para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais em atividades envolvendo relações de igualdade? E em atividades realizas em sala de aula?

REFERÊNCIAS

ABUJAMRA, M. E. B. A. **Matemática e suas interações com as Tecnologias da Informação e Comunicação.** 2005. 213f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2005.

AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental:** uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático. 2014. 312 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

ALRO. H. & SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**: tradução de Orlando Figueiredo – 2ª edição – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

ARAUJO, A. F. de; BORRALHO, A. M. Mapeamento e reflexões sobre pesquisas brasileiras com o tema comunicação matemática. **REMATEC**, [S. l.], v. 14, n. 32, p. 97–117, 2019. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2019.n32.p97-117.id206.

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70, 1977.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J**.** Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BERLANDA, J. C. **Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software geogebra.** 2017. 175 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BESWICK, K**.** Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. **Educational Studies in Mathematics**, v. 79, n. 1, p. 127-147, 2012.

BISHOP, A.; GOFREE, F. Classroom organization and dynamics. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Lei n° 9394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, p. 27833, 23 dez. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126 p.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular, BNCC**. Brasília: MEC, 2017.

BRENDEFUR, J.; FRYKHOLM, J. Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. **Journal of Mathematics Teacher Education***,* v. 3, n. 2, p. 125-153, 2000.

BULLMANN, C. L. **Aprendizagem de conceitos de geometria espacial por estudantes do ensino médio:** entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica. 2018. 173f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2018.

CANAVARRO, A. P. (2009). **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos**. Quadrante 16(2), 81-118.

CARRILLO, J.; *et al.* Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. A. (Eds.). **Proceedings VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** *(CERME 8)*. Antalya: Middle East Technical University, 2013. p. 2985-2994.

CASTRO, E. de; OLIVEIRA, U. T. V. de. A entrevista semiestruturada na pesquisa qualitativa-interpretativa: um guia de análise processual. **Entretextos**, Londrina, v. 22, n. 3, p. 25–45, 2022. DOI: 10.5433/1519-5392.2022v22n3p25-45.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional** – Os afetos na aprendizagem matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHIMONI, M.; PITTA-PANTAZI, D.; CHRISTOU, C. The impact of two different types of instructional tasks on students' development of early algebraic thinking. **Journal for the Study of Education and Development**, v. 44, n. 3, p. 503-552, 2021.

CHIZZOTTI; A. **Pesquisa em ciências humanas e sócias**. Editora Cortez. 7ª edição. São Paulo, 2005.

CIRÍACO, F. L.. Inclusão: um direito de todos. *Revista Educação Pública*, v. 20, nº 29, 4 de agosto de 2020.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** abordagens qualitativas, quantitativas e de métodos mistos. 4. ed. Londres: SAGE Publications, Inc., 2013.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade. 2a Edição. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 110 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, U. História da Matemática e Educação. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DOSSEY, J. A. The nature of mathematics: its role and its influence. In: GROUWS, D. A. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning.** New York: Macmillan, 1992. p. 39-48.

DUARTE, R. **Pesquisa qualitativa: Reflexões sobre o trabalho de campo**. Cad. Pesqui., São Paulo , n. 115, p. 139-154, Mar. 2002 .

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. (Coleção Papirus Educação)

ERNEST, P. The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. **Journal of Education for Teaching**, v. 15, n. 1, p. 13-33, 1989a.

FERREIRA, J. S. **Avaliação formativa e comunicação matemática:** um estudo sobre a prática na Educação de Jovens e Adultos. 2017. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa.** Trad. Sandra Netz. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

GODINO, J.; LLINARES, S. El Interaccionismo simbólico en educación matemática. **Revista Educación Matemática,** v. 12, n. 1, p. 70-92, 2000.

GOMA, J. L. DE S., MANRIQUE, A. L., & MARTINHO, M. H. (2020). A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico. **Quadrante**, *29*(2), 47–67. https://doi.org/10.48489/quadrante.22571

HABERMAS, J. **Pensamento pós-metafísico.** Coimbra: Almedina, 2004.

HOFFMAN, B. V. S. **O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no Ensino Fundamental.** 2012. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.

HØYRUP, J. Review of Gerdes (1994). **Zentralblatt fur Mathematik und ihre Grenzgebeite**, 1996.

HØYRUP, J. Lengths, Widths, Surfaces. **Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences**. New York, Berlin: Springer Verlag, 2002.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 2001.

LUVISON, C. C. **Mobilizações e (re) significações de conceitos matemáticos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir de jogos.** 2011. 209 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.

MANZINI, E. J. **Entrevista semi- estruturada: análise de objetivos e de roteiros**. Seminário internacional sobre pesquisa e estudos qualitativos, Bauru, v. 2, p. 10, 2004.

MARTINHO, M. H. Olhares sobre a comunicação matemática e um poema de Drummond de Andrade. In: **Actas do Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em aulas de Matemática.** V. 5, p. 70-87. Campinas: UNICAMP, 2015.

MARTINHO, M. H. (2007). **A comunicação na sala de aula de Matemática** (Tese de Doutoramento). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa.

MENEZES, L. **Investigar para ensinar Matemática:** Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores. 2004. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

MENEZES, L. Desenvolvimento da comunicação matemática em professores do 1º ciclo no contexto de um projecto de investigação colaborativa. In: BROCARDO, J.; MENDES, F.; BOAVIDA, A. M. (Eds.). **Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Setúbal: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 349-364.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, Â. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 9-26, maio 2012.

NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática.** Lisboa: APM; IIE, 1994. Tradução portuguesa do original de 2000.

NEVES, M. J. B. **A comunicação em Matemática na sala de aula:** obstáculos de natureza metodológica na educação de alunos surdos. 2011. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

NOTARE, M. R. **Comunicação e aprendizagem matemática online:** um estudo com o editor científico ROODA Exata. 2009. 201 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

NÓVOA, A. Formação de Professores e profissão docente. In: Nóvoa (org.) **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D.; SOUSA, F. D. Relações entre o movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. (Org.). Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 125-152.

PEIXOTO, J. L. B. **Análise dos esquemas de surdos sinalizadores associados aos significados da divisão.** 2015. 266 f. Tese (Doutorado em Difusão do Conhecimento) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

PERRENOUD, Ph. **A Prática Reflexiva no Ofício de Professor:** Profissionalização e razão pedagógicas. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002. (Tradução de *Développer la pratique réflexive dans le métier d'enseignant. Professionnalisation et raison pédagogique*).

PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs.). **Professor reflexivo no Brasil:** gênese e crítica de um conceito. São Paulo: Cortez, 2002.

PONTE, J. P., Brocardo, J. e Oliveira, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula, Belo Horizonte, Autêntica, 2003)

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. In: **XIV Encontro de Investigação em Educação Matemática**, Caminha, abril de 2005, p. 36-42.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA – PIBID. **Detalhamento de SUBPROJETO de Licenciaturas**: Ciências Biológicas. EDITAL Nº 02/2009 – CAPES/DEB.

RADFORD, L**. Introdução a equações na álgebra inicial.** ZDM – Educação matemática, 2022.

RADFORD, L. **Teoria da objetivação: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática.** São Paulo: Livraria da Física, 2021.

RADFORD, L. Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. *In*: D'AMORE, B.; RADFORD, L. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017.

RADFORD, L. On alienation in the mathematics classroom. *International Journal of Educational Research*, Oxford, UK, v. 79, p. 258-266, 2016. Doi: https://doi.org/h6kd.

RADFORD, L. Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. *In*: RAMIREZ, A.; MORALES, Y. (ed.). *Memorias del I congreso de educación*

matemática de América Central y El Caribe. Santo Domingo: Plenary Lecture, 2013.

RADFORD, L. **Cognição Matemática:** história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In: ALATORRE, S.; CORTINA, J. L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (Eds.). **Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, 2006.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: a semiotic-cultural approach to students' types of generalization. **Mathematical Thinking And Learning**, v. 5, n. 1, p.37-70, jan. 2003.

RADFORD, Luis. The seen, the spoken and the written: a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. For the Learning of Mathematics, New Westminster, v. 22, n. 2, p. 14-23, 2002.

RADFORD, L.; MORETTI, V. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural.** São Paulo: Editora da Física, 2021.

RESTIVO, S. Mathematics in Society and History, Sociological Inquiries, Kluwer Academic Publishers, Dordrechtl Boston! London,1992.

RESTIVO, S. The social life of mathematics', in S. Restivo, lP. van Bendegem and R. Fischer (eels.), Math Worlds, State University of New York Press,1993.

SACRISTÁN, J. G. **O Currículo uma reflexão sobre a prática**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G.; PEREZ, A. I. Compreender e transformar o ensino. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Currículo Paulista.** São Paulo: SEE-SP, v. 1, 2019.

SAVIOLI, A. M. P. D. Origens e caracterizações da Álgebra e do Pensamento Algébrico sob a ótica de vários autores. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2019, Taguatinga. Anais [...] Taguatinga: SBEM, 2009.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: Nóvoa (org.) *O***s professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SCHWANDT, T**.** Três posturas epistemológicas: interpretativismo, hermenêutica e construcionismo social. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (orgs.). **Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SCREMIN, G.; RIGHI, F. P. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino Em Re-Vista**, Uberlândia, v. 27, n. 2, p. 409-433, maio/ago. 2020.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2016.

SIERPINSKA, A. Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In: STEINBRING, H.; BUSSI, M. G. B.; SIERPINSKA, A. (Eds.). **Language and communication in the mathematics classroom.** Reston, VA: NCTM, 1998. p. 30-62.

SILVA, D. A. (**Re)vendo a formação continuada de professores que ensinam matemática quando o assunto é pensamento algébrico:** limites e desafios. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2022.

SILVA, J.; MAMEDE, E. **Explorando Padrões no 6º ano do Ensino Básico**. Repositorium, Portugal, 2015.

SMOLE, Katia Stocco. **Textos em matemática: por que não?** In: SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

TARDIF, M. e LESSARD, C. Le travail enseignant au quotidien. Contribution à l'étude du travail dans les métiers et les professions d'interactions humaines. Quebec: De Boeck/PUL, 1999.

TERES, S. L. L.; GRANDO, R. C. Conhecimentos mobilizados em contexto colaborativo acerca da generalização algébrica nos anos iniciais. *ZETETIKÉ.* **Revista de Educação Matemática**, v. 29, p. 1-24, 2021.

THOMPSON, A. G. Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: GROUWS, D. A. (Ed**.). Handbook of research in mathematics teaching and learning**. New York, NY: Macmillan, 1992. p. 127-146.

TRIVIÑOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIEIRA, G. **Tarefas exploratório-investigativas e a construção de conhecimentos sobre figuras geométricas espaciais.** 2016. 169 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VOIGT, J. Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In: COBB, P.; BAUERSFELD, H. (Eds.). **The emergence of mathematical meaning:** Interaction in classroom cultures. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1995. p. 163-202.

WOOD, T. Patterns of Interaction and The Culture of Mathematics Classrooms. In: LERMAN, S. (Ed.). **Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom.** Dordrecht: KAP, 1994. p. 149-168.

WOOD, T. Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? In: STEINBRING, H.; BUSSI, M.; SIERPINSKA, A. (Eds.). **Language and Communication in the Mathematics Classroom.** Reston, V. A.: NCTM, 1998. p. 167-178.

ZEICHNER, K. M. Uma análise crítica sobre a "reflexão" como conceito estruturante na formação docente. **Educ. Soc**., Campinas, v. 29, n. 103, Aug. 2008.