

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO – PUC-SP**  
**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**LUCAS ALVAREZ THEODORO**

**O ENSINO DE JURO SIMPLES E JURO COMPOSTO NO 2º ANO DO ENSINO  
MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAS**

**SÃO PAULO**  
**2023**

**LUCAS ALVAREZ THEODORO**

**O ENSINO DE JURO SIMPLES E JURO COMPOSTO NO 2º ANO DO ENSINO  
MÉDIO COM USO DE TECNOLOGIAS**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Matemática, sob a orientação da Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

**SÃO PAULO**  
**2023**

## AGRADECIMENTOS

À Deus, por trilhar o meu caminho, não me deixar desistir, perdoar os meus pecados e por me conceder o privilégio de ter uma família tão especial.

À professora Cileda, a quem admiro como professora e humana, sempre tão respeitosa e dedicada. Agradeço imensamente por todos os ensinamentos durante as aulas e pela orientação dada a esta pesquisa. Sou grato pela paciência, compreensão, críticas, conselhos e trocas, que foram fundamentais para o meu amadurecimento e reflexão a respeito do ensino de Matemática.

Aos meus pais, Rose e Wormes, o meu eterno agradecimento, por estarem todos os dias ao meu lado, por serem os meus maiores exemplos e por sempre acreditarem em mim. Eu agradeço por todos os abraços, alegrias, conselhos, beijos e conversas, pois tudo isso incentivou a cada dia, para que tudo fosse realizado.

Às minhas avós, Clodomira e Catharina, por sempre rezarem para que tudo se realizasse da melhor maneira possível, pelos abraços e carinho de toda uma vida e pela inspiração para trilhar esse caminho maravilhoso.

À minha querida esposa, Michelle, que sempre esteve ao meu lado em todos os dias, mesmo estando com diversas atividades, sempre teve um momento para me apoiar em todas as etapas desse mestrado, em todos os sábados de manhã me acompanhando, me ajudando em tudo, com conselhos, abraços, carinho, broncas e conversas. Agradeço imensamente a Deus, por tê-la colocado no meu caminho.

Ao meu coordenador, Oliveira, por todos os conselhos e conversas sobre Matemática, que aumentaram cada vez mais o meu repertório e me incentivaram a continuar cada dia buscando o meu melhor.

Agradeço aos meus alunos, que sem eles eu não buscaria forças para continuar trilhando o meu caminho no Mestrado, mesmo que indiretamente, auxiliando-me na pesquisa.

À minha família, tios e primos, por todas as risadas, conversas e conselhos que me deram ao longo desse tempo.

Por fim, agradeço ao senhor Mauro de Salles Aguiar, diretor-presidente do Colégio Bandeirantes, instituição que leciono, pelo apoio financeiro ao meu estudo e ao desenvolvimento desta pesquisa. Obrigado por acreditar em mim e por me valorizar profissionalmente e pessoalmente.

*Se a escada não estiver apoiada na parede correta, cada degrau que subimos é um passo a mais para um lugar equivocado.*

(Stephen Covey)

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo apresentar uma proposta de sequência didática, utilizando a Teoria das Situações Didáticas quanto ao ensino de juros simples e juros compostos, com o uso de tecnologias, no 2º ano do Ensino Médio. Ademais, analisa-se um livro didático presente no PNLD 2022, de acordo com a temática de juros simples e juros compostos, fazendo paralelos com a proposta da sequência didática e como pode haver essa intersecção do uso de tecnologias com o que temos de material didático presente atualmente. Para a sequência didática, foi utilizada a Teoria das Situações Didáticas, de Brousseau (1996), e para a análise do livro didático, temos a Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (1991). Realiza-se também uma análise da Base Nacional Comum Curricular, em tópicos que contemplam a matemática financeira, especificamente o ensino de juros simples e juros compostos, o que corrobora para que novas metodologias de ensino sejam inseridas e complementem o que hoje temos disponível no livro didático.

**Palavras-chave:** Matemática Financeira. Teoria das Situações Didáticas. Teoria Antropológica do Didático. Juros simples e composto. BNCC.

## RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo proponer una secuencia didáctica utilizando la Teoría de Situaciones Didácticas la Enseñanza del interés simple e interés compuesto utilizando tecnologías para el 2do año de bachillerato y además tiene como objetivo analizar un libro de texto presente en el PNLD 2022 según la temática de interés simple e interés compuesto, haciendo paralelismos con la propuesta de la secuencia didáctica y donde puede darse esa intersección del uso de las tecnologías con lo que tenemos actualmente de material didáctico. Para la secuencia didáctica se utilizó la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau y para el análisis del libro de texto se utilizó la Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevallard. También se hace un análisis de la Base Curricular Común Nacional, en temas que incluyen la matemática financiera, específicamente la Enseñanza del interés simple y el interés compuesto, lo que corrobora para que se inserten nuevas metodologías de enseñanza y complementen lo que hoy tenemos disponible en la enseñanza. disponible.

**Palabras clave:** Matemática Financiera. Teoría de Situaciones Didácticas. Libro Didáctico. Teoría Antropológica de la Didáctica. Base Curricular Común Nacional. PNLD. Interés simple. Interés compuesto.

**Comentado [Revisamos1]:** Lucas, eu não corrijo em inglês. Caso vc tenha interesse, o Revisamos oferece esse serviço.

Caso tenha sido vc quem traduziu, verifique as modificações realizadas no Resumo, para ver se não mudou nada no abstract.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Organização Matemática ou Praxeologia.....	21
Figura 2: Exemplo 01 da página 26.....	49
Figura 3: Exemplo 10 da página 30.....	50
Figura 4: Exercício 22 da página 31.....	51
Figura 5: Análise do exercício 16 da página 30.....	56
Figura 6: Análise do item B do exercício 23, da página 31.....	61
Figura 7: Representação esquemática de atividade utilizando o método de aprendizagem cooperativa Jigsaw.....	68
Figura 8: Representação esquematizada e detalhada do método cooperativa de Jigsaw.....	69
Figura 9: Resolução da atividade.....	72
Figura 10: Tabela no Excel, que deve ser preenchida pelo aluno.....	73
Figura 11: Solução do problema proposto.....	73
Figura 12: Resolução da parte 01 da atividade.....	78
Figura 13: Resolução da planilha Renda Fixa - pós-fixado.....	79
Figura 14: Resolução aluno A1 da proposta de exercício.....	88
Figura 15: Resolução do exercício aluno A2.....	89
Figura 16: Resolução do exercício utilizando fórmula de juro simples.....	90
Figura 17: Resolução do item b aluno A1.....	90
Figura 18: Resolução do item b pelo aluno A2.....	91
Figura 19: Resolução do item b utilizando as fórmulas de juro simples.....	92
Figura 20: Resolução do exercício em Excel do grupo A.....	93
Figura 21: Resolução do exercício em Excel do grupo B.....	94
Figura 22: Resolução da segunda atividade grupo A.....	95
Figura 23: Resolução do exercício 03, item a.....	96
Figura 24: Resolução do exercício 03, item b.....	97
Figura 25: Resolução do exercício 03, item c.....	98
Figura 26: Resolução do item a do exercício 01.....	99
Figura 27: Resolução exercício 01 item a, utilizando P.G.....	100
Figura 28: Resolução do item b do exercício 01.....	101
Figura 29: Resolução da simulação 1.....	102

Figura 30: Resolução da simulação 2 e 3 .....	103
Figura 31: Preenchimento da tabela referente ao banco Sonho meu .....	107
Figura 32: Resposta ao item a.1 do grupo .....	107
Figura 33: Resolução do item a.2.....	108
Figura 34: Resolução do item a.2, utilizando Excel.....	108
Figura 35: Resolução do item a.2 utilizando Excel.....	109
Figura 36: Resolução do item a.3.....	109
Figura 37: Resolução do investimento no Banco Dinheiro Feliz, em Excel, pelos alunos .....	110
Figura 38: Resolução do item b.1.....	110
Figura 39: Resolução do item b.2.....	111
Figura 40: Resolução dos itens b.3 e b.4 .....	112
Figura 41: Investimento no Banco Sonho Meu - regime de juro simples .....	113
Figura 42: Investimento no Banco Dinheiro Feliz - regime de juro composto .....	113
Figura 43: Gráfico de comparação dos investimentos do exercício .....	115
Figura 44: Gráfico dos investimentos nos bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz.....	116

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Habilidades referente às competências específicas 1 .....	37
Quadro 2: Habilidades da Competência Específica 2 .....	38
Quadro 3: Habilidade - Competências específicas 3.....	39
Quadro 4: Continuação do quadro das habilidades da competência específica 3 ....	40
Quadro 5: Habilidades das competências específicas 4 .....	41
Quadro 6: Habilidades para as competências específicas 5.....	42
Quadro 7: Critérios de Análise .....	44
Quadro 8: Análise da abordagem C1 .....	45
Quadro 9: Análise do critério C2 .....	46
Quadro 10: Análise do critério C3 .....	47
Quadro 11: Análise do critério C4 .....	47
Quadro 12: Análise do quinto critério .....	48
Quadro 13 Informação para exercício dos Bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz: ....	80
Quadro 14: Informações dos bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz.....	104

## LISTA DE TABELA

Tabela 1: Análise do exercício do exemplo da página 26 .....	52
Tabela 2: Análise do exercício do exemplo da página 28 .....	54
Tabela 3: Análise do exercício R10 da página 30 .....	55
Tabela 4: Análise do item A do exercício 19, da página 30.....	57
Tabela 5: Análise do item B, do exercício 19, da página 30.....	58
Tabela 6: Análise do item A do exercício 23, da página 31 .....	60
Tabela 7: Resolução do exercício 01, item A .....	75
Tabela 8: Resolução do exercício 02, item B .....	75
Tabela 9: Alíquota do Imposto de Renda .....	77
Tabela 10: Alíquota do Imposto de Renda .....	78
Tabela 11: Tabela para preenchimento dos dados do exercício .....	81
Tabela 12: Tabela para preenchimento dos dados do exercício.....	81
Tabela 13: Tabela para preenchimento do aluno no exercício.....	105
Tabela 14: Tabela para preenchimento do aluno para resolução do exercício. ....	106

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	12
1.1 Aspectos históricos .....	14
<b>2 QUESTÃO DE PESQUISA, ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS</b> .....	18
2.1 Teoria Antropológica do Didático .....	19
2.2 Teoria das Situações Didáticas .....	22
<b>3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	25
3.1 Pesquisas sobre a sequência didática .....	25
3.2 Pesquisas sobre o livro didático .....	28
3.3 Síntese das revisões bibliográficas .....	31
<b>4 ESTUDO DO OBJETO</b> .....	33
4.1 Matemática Financeira na Educação Básica .....	33
4.2 Matemática Financeira na BNCC .....	36
4.3 Análise do livro didático .....	43
4.3.1 Critérios para a análise do livro didático .....	43
4.3.2 Etapas de análise .....	44
<b>5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	64
<b>5.1 Análise a priori da sequência didática</b> .....	67
5.1.1 Atividade inicial .....	67
5.1.2 Atividade 1: Juro Simples .....	70
5.1.3 Atividade 02: Juros Compostos .....	75
<b>5.2 Análise a posteriori</b> .....	83
5.2.1 Análise da Atividade inicial .....	83
5.2.1.1 Parte 1 - Atividade inicial .....	84
5.2.1.2 Parte 2 - Atividade inicial .....	85
5.2.1.3 Parte 3 - Atividade inicial .....	85
5.2.2 Análise da Atividade 01 - Juro Simples .....	86
<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	117
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	122

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo fornecer um estudo descritivo teórico e prático acerca do ensino de matemática financeira, especificamente o ensino dos conceitos de juro simples e juro composto, no Ensino Médio brasileiro. O estudo se justifica pela relevância do ensino de Matemática nas instituições de educação básica (Ensino Fundamental e Médio) e a importância de os cidadãos terem conhecimento de matemática financeira na vida adulta, não apenas no caso de seguirem carreira profissional nessa área, como também pela prática, na gestão das suas despesas.

Far-se-á um esforço para promover uma contextualização sólida sobre matemática financeira com um enfoque no ensino de juro simples e juro composto. Após, se fará uma descrição de aspectos indispensáveis ao estudo dessa modalidade, bem como os desafios enfrentados para sua aplicação no Ensino Médio e a sua relação com outras modalidades do ensino de Matemática.

Devido à natureza da proposta que ora se apresenta neste trabalho, recorrer-se-á metodologicamente à revisão bibliográfica para a promoção de um estudo descritivo e analítico fundamentado em artigos científicos, obras completas, materiais de divulgação e demais produções científico-acadêmicas que se mostrem úteis e pertinentes à pesquisa proposta, apoiada sobre os conceitos de autores competentes. Como revisão crítica, o foco se dará em uma análise de caso experimental de uma sequência didática de aplicação de matemática financeira no Ensino Médio e a sua importância para o ensino e a aprendizagem de Matemática, bem como as dificuldades inerentes de tal aplicação. Ademais, se fará uma análise de livros didáticos aprovados pelo PNLD de 2021.

Almeja-se com a realização do presente trabalho e utilizando a Teoria das Situações Didáticas, poder mostrar novas estratégias e abordagens para o ensino de matemática financeira, especificamente o ensino de juros simples e juros compostos, com o intuito de fazer com que o discente utilize conhecimentos aprendidos no ano anterior, como progressão aritmética e geométrica, para compreender os conceitos de juro simples e juro composto, bem como para que o aluno possa observar o desenvolvimento do raciocínio. Assim, o discente poderá aplicar as fórmulas com um entendimento maior do conceito, além, claro, de realizar conexões, que podem ser feitas com o que foi aprendido anteriormente na sua vida acadêmica, como progressões aritméticas e geométricas, porcentagem, gráficos e funções

exponenciais e do primeiro grau.

Além disso, são apresentadas conclusões fáticas, que, além do seu interesse geral e específico no âmbito da licenciatura e docência em Matemática, também podem servir de base para futuros trabalhos, como revisão bibliográfica.

O ensino de Matemática, tal como qualquer outra área relacionada ao ensino e à aprendizagem da educação básica, acompanha as profundas mudanças, à medida que novas metodologias de ensino vão sendo aprimoradas e à medida que a formação continuada de professores vem sendo estimulada para acompanhar essas mudanças. Nesse sentido, é claro que as metodologias de ensino empregadas na sequência didática referida no presente trabalho, embora partam sempre de uma base comum e clássica do ensino de Matemática, apresentará algumas variações contextuais de acordo com as situações que forem aplicadas, no caso, a inserção de tecnologias para o ensino presencial.

O ensino de matemática financeira com foco no tema juro simples e juro composto foi eleito como temática principal deste trabalho, pelo fato de ser cada vez mais explorada na educação básica e no cotidiano da população em geral, principalmente no Ensino Médio. Além disso, é percebida a importância de que os cidadãos tenham um posicionamento crítico em relação às convicções sociais que são dogmatizadas, ou seja, impostas como verdade incontestável. Nesse sentido, é necessário que se faça um esforço para ir contra as ideias sociais pré-estabelecidas, ou seja, uma população que não terá capacidade de aprender o conteúdo na escola básica, não aceitando isso com conformismo. Tal mudança se inicia dentro da escola, pelo incentivo à educação. Isso ocorre, pela formação de um aluno crítico que tenha capacidade de repensar alguns padrões sociais e que possa um dia ser o precursor de uma mudança de atitude social.

Portanto, a matemática financeira, principalmente o tema deste trabalho juro simples e juro composto, torna-se importante na sociedade contemporânea. O conhecimento de tal assunto facilita para o aluno que está se formando na educação básica, compreender temas técnicos que são tratados com frequência no seu cotidiano, além de um manejo aritmético e algébrico. Isso pode ocorrer na compra de imóveis, financiamento de carro ou de casa e até no investimento futuro, pensando em uma melhoria do seu padrão social, salientando também a função da educação financeira sendo trabalhada, concomitantemente.

A próxima subseção será uma breve introdução história sobre o tema matemática financeira e como surgiram alguns termos que utilizamos usualmente.

O trabalho está esquematizado, ainda, com a revisão bibliográfica utilizada para a composição desta dissertação e, posteriormente, o estudo do objeto utilizado no trabalho.

Os capítulos seguintes apresentam a análise de um livro didático, de acordo com o PNLD 2022. Em seguida, temos uma proposta de sequência didática para ser aplicada concomitantemente com os exercícios do livro didático, como uma introdução ao tema.

Finalizando, realiza-se a conclusão do trabalho, acerca do que foi exposto e se foi atingido o que era esperado em relação ao livro didático e à sequência didática.

### **1.1 Aspectos históricos**

As transações comerciais primitivas se iniciam desde os primórdios das civilizações, com a fixação do homem em um determinado local. Outrora, as civilizações possuíam uma rotina nômade. Entretanto, o estabelecimento de um local fixo possibilitou o desenvolvimento da agricultura e a domesticação de animais. Esse novo modo de vida gerou produtos excedentes das suas produções. Nesse contexto, surgiram as primeiras manifestações de um comércio primitivo.

Esse comércio primitivo consistia nas atividades de escambo, que se apresentavam, basicamente, na troca direta de mercadorias como o gado, sal, grãos, pele de animais, cerâmicas, cacau, café, conchas, entre outras coisas produzidas nas suas aldeias. Essa atividade de troca direta, que durou vários séculos, originou o surgimento de vocábulos como “salário”, o pagamento feito por certa quantidade de sal (NOVAES, 2009).

Assim, criou-se a necessidade de um sistema que determinasse o valor dos objetos a serem trocados. Inicialmente, foi feito o uso de mercadorias de alta procura como referência de valor para as trocas. O gado e o sal eram exemplos de mercadorias de muito valor, devido à dificuldade para criar gado e à de extração de sal (além da importância do sal na conservação de alimentos), enquanto conchas e pedras eram consideradas de pouco valor, pela facilidade de serem encontradas. Nessa época, o ouro e a prata não eram considerados mercadorias de muito valor.

À medida que o tempo passava, ficava cada vez mais difícil se fazer o cálculo do valor das mercadorias trocadas pelos valores de referência em outras mercadorias, tornando o escambo uma atividade pouco eficiente e, muitas vezes, injusta. Nesse sentido, percebeu-se a necessidade da criação de valores universais representados por um padrão comum. Essa é a origem do dinheiro. Segundo Novaes,

A origem do dinheiro e a necessidade de sua produção em série deu origem à cunhagem a martelo, onde os signos monetários eram valorizados também pela nobreza dos metais usados, como o ouro e a prata. O dinheiro vivo originário dos mais remotos tempos vem desde lá valorizando as figuras representativas da história, da cultura, das riquezas e do poder das sociedades (NOVAES, 2009, p. 18).

Surge, nesse sentido, a moeda metálica, tal como conhecemos atualmente. A sua origem se deu no século VII a.C. na Lídia (território da atual Turquia). Juntamente com o dinheiro, originaram-se as atividades comerciais, não só de produtos e bens, mas também o comércio do próprio dinheiro. Esse fato se deu porque, frequentemente, as pessoas e os comerciantes viajavam e cada grupo possuía uma moeda própria.

Os comerciantes tinham pleno conhecimento das moedas e começaram a acumulá-las em grandes quantidades, ao mesmo tempo que as pessoas que iriam viajar para outros locais procuravam tais comerciantes para trocar as suas moedas para aquelas referentes ao seu destino. A frequência dessa atividade de troca fez com que alguns comerciantes se dedicassem exclusivamente ao escambo de moedas, sendo conhecidos como cambistas. As expressões “banco” e “banqueiro” surgiram, porque os cambistas exerciam essa atividade sentados em bancos de madeira (NOVAES, 2009).

Segundo a Casa da Moeda (2007),

A necessidade de guardar as moedas em segurança deu surgimento aos bancos. Os negociantes de ouro e prata, por terem cofres e guardas a seu serviço, passaram a aceitar a responsabilidade de cuidar do dinheiro de seus clientes e a dar recibos escritos das quantias guardadas. Esses recibos (então conhecidos como '*goldsmiths notes*') passaram, com o tempo, a servir como meio de pagamento por seus possuidores, por serem mais seguros de portar do que o dinheiro vivo. Assim surgiram as primeiras cédulas de 'papel moeda', ou cédulas de banco, ao mesmo tempo que a guarda dos valores em espécie dava origem às instituições bancárias (CASA DA MOEDA, 2007).

Nesse sentido, o crédito é a confiança que permite a alguém confiar a outra pessoa certa importância com valor fixo, com a garantia de que irá ser estornada

algum tempo depois. Assim, quando o crédito é fornecido em dinheiro, são contados juros ao ser devolvido. O crédito, bem como os juros, são diretamente proporcionais ao tempo que o crediário se vale da importância do credor. Os juros são, portanto, a recompensa pelo empréstimo de capital (NOVAES, 2009).

Outros autores defendem que o juro representa, para o credor, uma espécie de valor de locação pelo empréstimo de dinheiro (ZOT, 2006).

Anteriormente à expansão comercial e ao apogeu do capitalismo, a cobrança de juros se constituía como um problema ético e moral, condenado pela Igreja Católica como usura, no contexto da Idade Média. Entretanto, com a expansão comercial e as novas demandas do mercado, juntamente com uma relativa expansão territorial, a igreja passou a fazer concessões relativas a esse pecado, mas ainda condenava a cobrança de juros que estivessem relacionados aos empréstimos para o consumo pessoal.

No século XVI, a reforma religiosa calvinista passou a aceitar e justificou teologicamente a cobrança de juros. Enquanto isso, na Inglaterra, em 1545, o rei Henrique VIII reconheceu a sua legitimidade. A cobrança de juros, bem como a matemática financeira que, além de estudar também justifica o panorama econômico, só passou a ser explorada e estudada de fato no século XVIII.

Segundo Novaes (2009), tem-se com os estudos acerca de matemática financeira, o aparecimento de termos muito familiares para nós atualmente,

O investimento pode ser definido como a aplicação de recursos visando, direta ou indiretamente, a produção de bens e serviços, tornando possível aumentar o consumo ou a renda no futuro. O total da renda de um indivíduo pode se destinar ao consumo ou à poupança. O investimento somente pode ser feito se houver poupança. À medida que aumenta a renda individual e, portanto, são satisfeitas as necessidades básicas do consumidor, aumenta a sua capacidade de poupança e sua inclinação ao investimento. Surge então uma importante observação: nem sempre aquele que tem um bom projeto de investimento dispõe da poupança para viabilizá-lo. Neste caso, poderia 'alugar' a poupança de outro que possui os recursos, mas não deseja empreender. Aí está, de forma bastante simplificada, a origem dos juros e do sistema financeiro (NOVAES, 2009, p. 20).

Os sistemas financeiros, tais como o que chamamos de "bancos" ou "financeiras" atualmente, são responsáveis por mediar as trocas de recursos daqueles indivíduos que poupam para aqueles que empreendem, direta ou indiretamente. Essa atividade não necessitaria de mediação, caso os interesses de ambas as partes fossem coincidentes. Entretanto, a instituição gerencia a transação, de modo que

possa defender os interesses de ambas as partes, mediante uma remuneração por essa atividade. Assim, o sistema financeiro se encarrega de angariar os recursos de muitos poupadores e distribuir para muitos empreendedores (SERRA, 1998)

Segundo Serra (1998), as instituições financeiras têm o propósito de compatibilizar os interesses de ambas as partes, de modo que mantenha as transações em operação. O autor ainda sugere que uma infinidade de serviços financeiros, tais como caderneta de poupança, fundos de renda fixa, dentre outras atividades, são meios diferentes de se transferir as poupanças de agentes superavitários para agentes deficitários.

Assim, considerando que o crédito esteja relacionado intimamente com o tempo e com os juros que são cobrados, é de extrema importância que sejam estabelecidas algumas regras que mensurem os valores tomados como base nos contratos e, assim, surgiu a matemática financeira. Essas transações econômicas deram origem ao que se chama de mercado financeiro, existindo o pagamento de juros pelo empréstimo de capital em relação ao tempo. Pode-se dizer, desse modo, que a matemática financeira tem por objetivo principal, calcular a variação monetária ao longo do tempo para uma ou várias transações (NOVAES, 2009).

É importante realizarmos, nesse sentido, uma introdução histórica acerca do tema demonstrando a sua relevância histórica e todo o avanço que a sociedade incorporou no seu cotidiano.

O próximo capítulo apresentará a questão de pesquisa que norteia este trabalho acadêmico, além dos aspectos teóricos, ou seja, as teorias que auxiliaram na análise do livro didático, que será apresentado ainda neste trabalho, bem como a criação da sequência didática, também evidenciada neste estudo.

## 2 QUESTÃO DE PESQUISA, ASPECTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

A inserção do tema “Matemática financeira” na proposta curricular da educação básica deve estar pautada em argumentos convincentes, que considerem alguns fatores, tais como a sua relevância social, cultural, econômica e científica. Além disso, deve levar em consideração a potencialidade do tema para prosseguir nos estudos de outros temas da grade curricular de Matemática.

O currículo de Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio deve, em teoria, conter a aplicação, ou seja, uma contextualização, dos conceitos na sociedade e os principais valores que se faz disso. Como competência cultural, o currículo deve conter os fenômenos socioculturais contextualizados ao cotidiano dos alunos, simulando, assim, algumas situações que acontecerão no futuro, de modo que o aluno tenha habilidade para lidar com tais fatos (NASCIMENTO, 2004).

Pela matemática financeira, auxiliada pelo viés da educação financeira, por exemplo, há a possibilidade de incitar o questionamento nos alunos sobre o abuso de poder econômico nas transações comerciais, tais como a aplicação de juros e alíquotas de impostos. Essa vivência pode contribuir para que o aluno se posicione de forma mais crítica no seu futuro e talvez não seja influenciado pelo comodismo e determinismo social, imposto pelo nosso sistema econômico vigente. É possível, portanto, tornar a aula de matemática um campo fértil para a experimentação e argumentação em detrimento do modelo que reproduz verdades incontestáveis (NOVAES, 2009).

A matemática financeira possui, concomitantemente com instruções de educação financeira, portanto, uma relevância fundamental no exercício de cidadania, e a sua importância se dá pela contribuição no desenvolvimento de uma visão crítica do aluno, que promove o estímulo ao raciocínio mais consciente nas situações cotidianas. Ao passo que aumentam as capacidades de analisar as situações financeiras, o aluno (que um dia se tornará um consumidor) possui condições mais efetivas para procurar os seus direitos e dominar a matemática envolvida em tais ocasiões (NOVAES, 2009).

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases (1996), o Estado deve garantir o acesso à escola, fundamental para a formação do cidadão e do seu futuro. Essa educação deverá ser oferecida com base nos princípios de igualdade, liberdade e garantia do padrão de qualidade, entre outros aspectos. Telles (2003) defende que as

relações entre cidade e cidadania devem ser ponderadas a partir da discussão da questão de as pessoas terem a possibilidade de desempenhar atividades valorizadas, pois todos têm tais condições e a educação deve favorecer tal demanda.

A educação é, assim, um meio de inserção na sociedade e o acesso a ela se faz importante. Legalmente, a educação é garantida para todos, inclusive, fala-se de uma educação de qualidade como algo indispensável para uma formação plena do cidadão.

Antes da apresentação da questão norteadora da pesquisa, temos por objetivo apresentar uma sequência didática, com o uso de tecnologias, para analisar os conceitos de juros simples e juros compostos. Concomitantemente, se analisará o que o livro didático hoje propõe, implementando novas estratégias, não descartando o que já temos no material didático.

Diante do objetivo abordado anteriormente, delimitamos o problema de pesquisa, respondendo à seguinte questão norteadora:

- a) quais elementos da Teoria das Situações Didáticas podem ser utilizados para que seja feita uma nova abordagem no tema de juros simples e juros compostos no 2º ano do Ensino Médio?
- b) quais estratégias podem ser inseridas no material didático já existente e que se complementem?

Para que as questões norteadoras sejam respondidas, na subseção seguinte foi utilizada a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard (1999), que guiou a pesquisa na análise do livro didático “Além também da Teoria das Situações Didáticas” e auxiliou na composição da sequência didática apresentada nesta dissertação.

## **2.1 Teoria Antropológica do Didático**

Uma das questões de pesquisa apresentada foi a inserção da sequência didática concomitantemente à utilização do material didático, pensando em uma forma de unir o que já está disponível e inserir uma ideia nova de abordagem do tema de juros simples e juros compostos. Para auxiliar nessa análise a teoria utilizada, foi a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard (1999). O livro que será analisado posteriormente é o do autor Joamir Souza, “Multiversos da Matemática”, do PNLD 2022, retomando a Teoria Antropológica do Didático, que se define pela

transformação do saber, de um saber científico ou de um saber sábio para um saber ensinado, conforme afirma Chevallard (1996):

Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O 'trabalho' que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de Ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1996, p. 39).

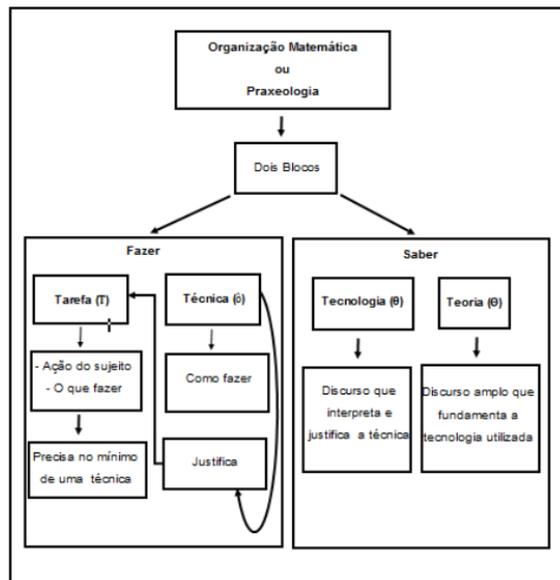
De acordo com Trindade (2017, p. 63), “a Teoria Antropológica do Didático aborda o estudo do homem perante o saber matemático em situações matemáticas, inseridas em uma instituição, ou seja, na relação da matemática com a escola, a família ou o currículo, entre outras”.

A partir disso, ainda afirma Chevallard (1999) que:

toda atividade humana pode ser descrita por meio de uma tarefa. Passar uma saia, por exemplo, é uma tarefa; passar uma calça é outra tarefa que tem semelhanças com a anterior. Podemos, então, falar em tarefas que são de um mesmo tipo: Passar roupa. Cada tarefa desse conjunto demanda uma técnica que depende do tecido de que a roupa é feita e da roupa em si: passar uma saia de pregas é definitivamente diferente de passar uma calça jeans que pode ser semelhante a passar uma bermuda jeans! O tipo de tarefa é definido (descrito) por um verbo de ação (passar) e um complemento (roupa); percebe-se assim a necessidade do complemento para que o tipo de tarefas esteja bem definido. As técnicas mobilizadas para resolver tarefas desse tipo podem ser justificadas - nem sempre explicitamente pelas pessoas que as mobilizam - por leis físicas (BITTAR, 2017, p. 367).

Dessa forma, temos um modelo proposto para descrever qualquer atividade sendo ela matemática ou não, novamente citando Trindade (2017), com uma representação dessa organização matemática, como ilustrado na figura a seguir.

Figura 1: Organização Matemática ou Praxeologia



Fonte: Trindade (2017, p. 65)

A Figura 1 ilustra o modelo proposto para descrever as atividades matemáticas ou não envolvidas nas resoluções de exercícios. Ainda como descreve Trindade (2017), “O bloco do fazer compreende a articulação entre a tarefa e a técnica”, ainda de acordo com a autora “A tarefa e a técnica compõem o bloco fazer” (TRINDADE, 2017, p. 65).

Ademais, podemos citar que a autora afirma que “a tecnologia e a teoria compõem o bloco do saber, sendo que a tecnologia ( $\theta$ ) é o discurso que interpreta e justifica a técnica e, a teoria ( $\theta$ ) é o discurso amplo que fundamenta a tecnologia utilizada” (TRINDADE, 2017, p. 66).

Podemos concluir que a TAD será utilizada no trabalho com o objetivo de auxiliar na análise do livro didático e, com isso, refletir na forma como o conteúdo está sendo abordado, para que se possa utilizar a sequência didática a ser tratada concomitantemente com o material didático, fornecendo cada vez mais recursos para o ensino dos conceitos de juros simples e juros compostos.

Comentado [GLdL2]: E como a TAD será usada em seu trabalho? Não fica claro.

A seguir, será realizada uma explanação da Teoria das Situações Didáticas, utilizada para o auxílio na criação da sequência didática descrita posteriormente no trabalho.

## 2.2 Teoria das Situações Didáticas

A situação didática ocorre quando professor, aluno e conhecimento matemático se conectam, tudo isso levando em consideração o meio em que estão inseridos. De acordo com Barbosa (2016, p. 4),

Para compreender a interação entre o espaço maior da vida e o ambiente escolar, ou seja, a vida cotidiana e a vida acadêmica do educando, faz-se alusão a situações didáticas que consiste na busca do aluno por soluções, de forma autônoma, e uma situação que foge ao controle do professor.

Em outras palavras, o aluno consegue, de acordo com os seus conhecimentos prévios, desenvolver novos conhecimentos e avançar na atividade proposta pelo professor, sem que o docente precise ficar explicando o tempo todo o conteúdo, tornando-se algo mais atrativo para o discente aprender e compreender novos conceitos.

De acordo com Almouloud (2007), temos quatro hipóteses assumidas no desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas, são elas:

1 - O aluno aprende adaptando-se a um Milieu que é fator de dificuldades, de contradições [...] 2 - O Milieu não munido de intenções didática é insuficiente para permitir a aquisição de um conhecimento matemático pelo aprendiz [...] 3 - Esse Milieu e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. 4 - No fundo, o ato de conhecer dá-se conta um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização (ALMOULOU, 2007, p. 32).

As situações didáticas modelam as interações dos alunos com o *milieu*. Nas situações didáticas, os alunos são inseridos nas dialéticas de ação formulação e validação a partir da devolução feita pelo professor. Somente assim o aluno decide resolver o problema proposto como uma necessidade sua e não como uma demanda

Comentado [GLdL3]: As hipóteses são sobre a TSD ou são assumidas no desenvolvimento da TSD?

do professor. Esse é um “jogo” estabelecido entre aluno e *milieu* e a vitória no jogo é a aprendizagem do estudante.

Ainda de acordo com Barbosa (2016), “cada conhecimento pode ser caracterizado por, pelo menos, uma situação adidática que preserve seu sentido e que é chamado de situação fundamental”. Dito de outro modo, o aluno deve resolver o determinado problema apresentado com os seus conhecimentos prévios, partindo de uma situação adidática e, ao executar a tarefa, o discente vai para a situação didática. Vale destacar, ainda, o que Almouloud afirma:

Uma situação didática se caracteriza pelo jogo de interação do aluno com os problemas colocados pelo professor. A forma de propor esses problemas ao aluno é chamada de devolução, que deve ter por objetivo provocar uma interação suficientemente rica e que permita ao aluno desenvolvimento autônomo (ALMOULOU, 2007, p. 34).

Doravante, Brousseau diferencia as “situações não didáticas” de situações adidáticas, ressaltando que uma situação não didática é algo que não foi planejado com objetivo de aprendizagem final.

Uma outra forma de aprendizagem matemática está na inserção de situações problemas, nas quais podemos observar e analisar a teoria das situações didáticas, por observações e análises de relações, que são estabelecidas entre professor e aluno, bem como saber e professor, essa última podendo ser observada durante as resoluções desses problemas cotidianos e as construções de conhecimento. De acordo com Freitas:

Uma vez estabelecida uma intenção de ensino, através da resolução de um problema, é principalmente a presença, a valorização e a funcionalidade de situações adidáticas no transcorrer de uma situação didática que diferenciam fundamentalmente essas duas formas de ensinar (FREITAS, 2002, p. 71).

Barbosa (2016, p. 6) cita que

a teoria das situações didáticas para analisar o processo de aprendizagem observa e decompõe em quatro fases diferentes nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. São elas: ação, formulação, validação e institucionalização.

Brousseau ainda afirma que a “ação consiste em colocar o aprendiz numa situação de ação, tal que permite ao aluno julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo,

se necessário, sem a intervenção do mestre, graças à retroação do milieu” (BROUSSEAU, 1996 *apud*, BARBOSA, 2016, p. 6).

Quando o aluno parte para a formulação, existe uma troca de informações com os pares, com uma troca de mensagens, sejam orais ou escritas. Nesse momento, o discente consegue construir o conhecimento progressivamente, considerando os objetos matemáticos e as relações envolvidas nas situações didáticas. O educando passa para a fase da validação, observando a teoria de forma prática, para finalizar com a institucionalização em que o aluno fixa e explicita o conhecimento aprendido. Almouloud afirma, ainda, que durante a institucionalização:

Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e os alunos; quando feita após o momento adequado, ela reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações; é negociada numa dialética (ALMOULOU, 2007, p. 40).

Podemos dizer que as situações didáticas especificamente em matemática estão atreladas à resolução de problemas. A sequência didática que será apresentada no trabalho utiliza da Teoria das Situações Didática na sua formulação. O discente é colocado em situações nas quais deve utilizar a ideia de ação, formulação, validação e institucionalização.

Para isso, a sequência didática apresenta o conteúdo com algum jogo em que o aluno deve utilizar o conhecimento do seu *milieu* e, com isso, consiga utilizar os conceitos aprendidos anteriormente, para que, com o passar das aulas, possa encontrar a formulação dos conceitos de juros simples e juros compostos.

Nesse sentido, são propostos exercícios concomitantemente com o material didático, para que o aluno possa fazer a validação do conceito e, com isso, a institucionalização das fórmulas de juros simples e juros compostos.

Podemos concluir, assim, sobre a relevância da Teoria das Situações Didáticas como um norte para a pesquisa, principalmente no que tange à sequência didática que será apresentada.

O próximo capítulo apresenta a revisão bibliográfica utilizada para este trabalho.

**Comentado [Revisamos4]:** Era isso que você queria dizer?

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta a revisão bibliográfica de artigos científicos, teses e dissertações, selecionados por leituras de textos acadêmicos publicados em revistas, textos discutidos durante o grupo de pesquisa do PEA-MAT da PUC-SP e teses encontradas no banco de teses da CAPES, temas pertinentes à pesquisa e que convergem para o assunto tratado.

A primeira seção está relacionada às pesquisas no campo de sequência didática, utilizando a Teoria das Situações Didáticas, especificamente o ensino de juro simples e juro composto, em seguida, é relativa à análise de livros didáticos e, para concluir, é realizada uma síntese, abordando a importância de tal pesquisa.

#### 3.1 Pesquisas sobre a sequência didática

Após a análise de trabalhos pesquisados utilizando o repositório de trabalhos acadêmicos da PUC-SP, além da ferramenta Google Scholar, a escolha do trabalho de Sena (2017) foi o que mais se aproximou do que será trabalhado nessa dissertação, pela proposta de atividades no desenvolvimento dos conceitos de Matemática Financeira, principalmente os juros simples e juros compostos, tema central desse trabalho.

Para a sequência didática trabalhada nesta dissertação, a fonte utilizada como inspiração foi a tese de Sena (2017), na qual o autor propõe atividades para o desenvolvimento dos discentes referente à Matemática Financeira, com o objetivo de inspirar na construção de exercícios para a sequência didática, que será apresentada em paralelo com a utilização da Teoria das Situações Didáticas.

O autor começa o seu estudo com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, iniciando por uma atividade denominada “Atividade zero”, na qual ele propõe um debate entre os alunos sobre o tema a ser trabalhado, no caso Matemática Financeira, especificamente o tema de juros simples e juros compostos, inspiração para a atividade inicial desta dissertação. O proposto, nessa perspectiva, foi o jogo do Jigsaw, para a aprendizagem.

Após a aplicação da atividade, o autor relata as discussões dos alunos referente ao tema Matemática Financeira e educação financeira, podendo, assim, dar início a proposta de atividade mais aprofundada sobre o assunto.

Podemos inferir que ao fazer isso, Sena (2017) faz com que o discente busque o conhecimento sobre aquele tema, ao qual deve ter ouvido em algum momento de sua vida e possa aprofundá-lo, criando uma cadeia de conhecimentos com outros colegas de turma.

Para a primeira atividade, Sena (2017) propõe uma situação-problema, utilizando sempre a Teoria das Situações Didáticas com a ideia de ação, formulação, validação e institucionalização. Vale ressaltar que Sena (2017) se preocupou em propor atividades nas quais os alunos utilizam seu *milieu* potencial aprendidos em anos anteriores, como o cálculo de porcentagem, razão e proporção, assim como as operações básicas.

Em todo momento, Sena (2017) recorre à Teoria das Situações Didáticas e trabalha com o *milieu* potencial do aluno. As atividades são divididas sempre em itens, nos quais o aluno responderá um item e utilizará a resposta do item anterior para efetuar o próximo item, ou seja, o *milieu* do aluno será utilizado de um item para outro.

O objetivo de Sena (2017) era que o aluno pudesse construir o seu conhecimento ao longo do processo, que simplesmente não seria mostrada as fórmulas de matemática financeira, no caso de juro, e, com isso, o aluno resolveria todos os exercícios propostos. Em todo momento, nota-se uma preocupação do autor para que a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau subsidie e auxilie o discente no aprendizado, no caso de juro simples e juro composto.

Outro trabalho utilizado para contribuição desta dissertação foi o de Tavares (2019), em uma tese de doutorado intitulada “As contribuições de uma sequência didáticas elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira”.

O trabalho de Tavares (2019) utiliza a Teoria das Situações Didáticas para que o aluno modele conceitos de educação financeira, usando planilhas eletrônicas, do Excel. Para isso, o autor propõe atividades nas quais devem ser feitas algumas etapas de aprendizagem.

A primeira etapa o autor chama de “(ETA1) - coleta de dados” (TAVARES, 2019, p. 128) e o aluno deve, pelo Excel, organizar os dados coletados da atividade, sendo empíricos ou experimentais.

Em um segundo momento, o aluno caminha para a segunda etapa, chamada de “(ETB1) - estudo de hipóteses e variáveis” (TAVARES, 2019, p. 128), na qual o

aluno, pelos dados coletados anteriormente, faz um estudo de hipóteses e variáveis, construindo um gráfico ou tabela do que foi utilizado na primeira etapa.

A próxima etapa proposta por Tavares (2019) é a que o autor chama de etapa “(ETC1) - construir modelo”. Nesse momento, o discente deve modelar matematicamente o que foi inferido nas etapas anteriores.

Finalmente, na última etapa, o autor chama de “(ETD1) - validação do modelo” e, a partir do modelo, o aluno fará a utilização dele para resolução do problema.

Vale ressaltar que Tavares (2019) se preocupou nas suas atividades em utilizar a Teoria das Situações Didáticas e, ao mesmo tempo, usar planilhas eletrônicas como um método de ensino-aprendizagem cada vez mais usado no mundo contemporâneo.

O autor ainda ressalta na sua tese que as atividades podem ser adaptadas para um público-alvo do Ensino Médio, em consonância com a BNCC. Tavares ainda evidencia que:

[...] são apresentadas propostas em que o aluno deve utilizar diferentes informações e recursos tecnológicos, que este deva questionar a realidade formulando e resolvendo problemas de seu cotidiano de forma lógica, crítica e ética e que consigam tomar decisões pautadas em argumentos (TAVARES, 2019, p. 219).

O trabalho de Sena (2017) detalha a utilização do Método Jigsaw, empregado na sequência didática para que os discentes possam pesquisar sobre determinadas palavras, que aparecem tanto no cotidiano como são importantes para explicar conceitos de juros simples e juros compostos. Isso é necessário, para que eles não comecem a aula não entendendo alguns verbetes que surgem durante esse momento.

Além disso, foram utilizadas ideias para a construção das atividades que serão apresentadas, sempre à luz da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.

O trabalho de Tavares (2019) auxilia na sequência didática em como podemos utilizar a tecnologia em favor do conhecimento e aprendizagem do aluno, além de apresentar uma sequência didática que ajudou na criação de situações em que ela foi usada, novamente à luz da Teoria das Situações Didáticas.

Na próxima subseção, são apresentadas as pesquisas que auxiliaram na composição da análise do livro didático.

### 3.2 Pesquisas sobre o livro didático

Novamente, para essa subseção foram utilizados os repositórios de trabalhos acadêmicos da PUC-SP, além do Google Scholar. O trabalho utilizado atende a expectativa da análise do Livro Didático com foco na Teoria Antropológica do Didático, auxiliando na construção dessa análise, importante para responder uma das questões desta pesquisa.

Para a análise do livro didático, a dissertação utilizada como fonte dos dados e que conversa diretamente com o que precisava para efetuar a análise do livro didática utilizando a Teoria Antropológica do Didático foi a de Trindade (2017), que usa isso como base para os critérios e as etapas de análise do livro didático. Tal dissertação foi intitulada de “A educação financeira nos anos finais da educação básica: uma análise na perspectiva do livro didático”.

A autora sinaliza com critérios bem definidos como será feita a análise do livro didático, podendo-se observar que Trindade (2017), na sua tese, utiliza um material didático do PNLD 2015, assim como o que foi usado nesta dissertação.

Podemos notar também que ela se baseia em critérios pela escolha do livro adotado na sua análise: “o primeiro critério, que contempla propostas de atividades matemática que abordam situações do cotidiano” (TRINDADE, 2017, p. 72), é pertinente à questão de pesquisa utilizada como base nesta tese.

O próximo critério que autora elenca é relacionado “aos impactos das ações elucidados pelo Plano Diretor” (TRINDADE, 2017, p. 72), ou seja, “os conceitos são abordados com base na noção de que as decisões tomadas no presente podem afetar o futuro” (BRASIL, 2011b, p. 58).

O critério de número três, é concernente à economia, “para que o cidadão tenha conhecimentos básicos de assuntos relacionados, como por exemplo, inflação, taxa de juros, variação cambial, indicadores econômicos, dívidas internas e externas, entre outros e à cidadania” (TRINDADE, 2017, p. 72).

No quarto critério, a autora destaca o que está relacionado ao “consumo consciente”, ou seja, atividades ou propostas de atividades que viabilizem o consumo consciente.

O quinto e último critério, de acordo com Trindade (2017), é relacionado às reservas de investimentos, ou seja, “alguns indivíduos percebem o investimento como comprar algum bem, como por exemplo, carro, imóvel, eletrodomésticos e roupas”

(TRINDADE, 2017, p. 74), demonstrando uma preocupação em educar o discente da utilidade do tema, para que ele possa almejar um futuro próspero na área de finanças.

Podemos notar que durante todo o processo, a autora utiliza os critérios pautados em atividades propostas no livro didático sobre o tema matemática financeira, que é a questão norteadora desta dissertação.

A autora ainda utiliza um quadro para facilitar a compreensão dos critérios analisados e a tabela foi usada durante a análise do livro didático presente na dissertação.

Após delimitar os critérios de análise, Trindade (2017) constrói as etapas para análise da coleção a ser analisada, separando a mesma em quatro etapas, sendo:

- Etapa 1: Apresenta a tabela pertinente ao volume analisado, que quantifica e classifica as propostas de atividades pertinente a Educação Financeira no Livro Didático, mediante os critérios de seleção descritos na seção anterior, elencados de acordo com os conteúdos matemáticos dispostos em cada volume, dividido em três colunas: total de exercícios, assuntos favoráveis a discussão de Educação Financeira e Orientações para o professor, as quais estão explicitadas a seguir: Total de exercícios: Compreendidos em atividades, desafios, problemas, exercícios e tarefas. Assuntos favoráveis à discussão de Educação Financeira. Engloba recortes de situações cotidianas pertinentes à Educação Financeira, ou seja, não é um exercício a ser executado como uma tarefa pelo aluno, geralmente antecedem os novos conteúdos que serão apresentados nas páginas posteriores. Orientações para o professor. Constam apenas no exemplar do professor e estão apresentadas de duas formas: primeira como nota de orientação ao professor no decorrer das páginas e, a segunda refere-se ao manual do professor no fim do exemplar.
- Etapa 2: Analisar à luz dos cinco critérios estabelecidos anteriormente, os exercícios selecionados de cada volume no tocante da Educação Financeira.
- Etapa 3: Analisar a Organização Matemática dos exercícios selecionados na etapa 2, com base no referencial teórico da Teoria Antropológica do Didático em relação aos dois blocos: fazer e saber, assim contemplando a tarefa, técnica, tecnologia e teoria presentes nas resoluções dos exercícios.
- Etapa 4: Análise da Organização Didática da coleção de livros segundo o Espaço Tridimensional Hipotético, das orientações contidas no livro do professor e no Guia do PNLD (TRINDADE, 2017, p. 75).

A autora inicia a análise do livro didático com o quadro de critérios apresentado anteriormente e com as etapas bem definidas.

Trindade (2017) ainda destaca que o material analisado é um dos volumes destinado ao Ensino Médio e a autora analisa o tópico de “Conjuntos; Funções; Progressões e por último Trigonometria” (TRINDADE, 2017, p. 77).

A autora aponta a quantidade de exercícios de cada unidade e os assuntos favoráveis de acordo com os critérios já estabelecidos. Com isso, ela faz uma primeira análise geral de cada unidade do material didático.

Em um segundo momento da tese, Trindade (2017) inicia a análise dos exercícios, primeiro uma análise de acordo com a tabela de critérios que a própria autora criou, e que foi utilizada para análise nesta dissertação, para nortear o leitor antes de fazer a análise dos exercícios, usando a Teoria Antropológica do Didático.

Após essa análise, de acordo com os critérios de escolha dos exercícios, a autora analisa cada item, de acordo com a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999). Assim, ela alterna entre comentar o que consta no livro do aluno, em paralelo com as atividades que podem ser propostas pelo professor e algumas analogias que o docente pode fazer com a turma sobre as situações cotidianas.

Após a análise dos exercícios, especificamente de matemática financeira, Trindade (2017) faz uma análise da organização didática do Livro Didático proposto, sempre em conformidade com o Guia do PNLD.

A autora destaca que, no livro,

a abordagem dos conhecimentos matemáticos é realizada de forma sequencial, respeitando a seguinte ordem: apresentação do conteúdo por meio de definições e conceitos, seguidos de exemplos e atividades resolvidas e, posteriormente, com exercícios para aplicação da teoria (TRINDADE, 2017, p. 120).

Trindade ainda evidencia que isso faz com que “a autonomia do aluno fique limitada, dificultando reflexões e analogias com a realidade e comprometendo o aprofundamento dos conteúdos” (TRINDADE, 2017, p. 120).

Para concluir a análise do LD, Trindade (2017) destaca que, de acordo com o Espaço Tridimensional Hipotético de Gáscon (2003) e de acordo com o manual do professor e no Guia da PNLD,

a coleção no geral, enquadra-se em um ensino tradicional. Conforme a classificação dos eixos apresentados por Gáscon (2003), a coleção está no quadrante do ensino clássico, por se tratar de uma sequência de teoria em seguida exercícios e exemplos, não permitindo reflexão do aluno (TRINDADE, 2017, p. 120).

O trabalho de Trindade (2017) apresenta uma análise muito bem completa de cada exercício do livro didático, utilizando a Teoria Antropológica do Didático, como instrumento de análise, auxiliando a nortear o trabalho em como podemos inserir a sequência didática que será apresentada, com o que hoje temos disponível nos livros didáticos.

### 3.3 Síntese das revisões bibliográficas

Em suma, podemos ressaltar que as teses, artigos e textos utilizados para essa dissertação apresentam uma análise dos livros didáticos à luz da Teoria Antropológica do Didático, de livros didáticos alinhados com o PNLDs e com a BNCC, principalmente, foco desta dissertação.

Os textos utilizados foram selecionados com base na organização feita para a análise dos livros didáticos e análise dos exercícios, sempre usando a Teoria Antropológica do Didático.

Para a sequência didática, a utilização dos textos como apoio foram fundamentais para que as propostas de atividades se encaixassem na Teoria das Situações Didáticas e, paralelo a isso, foi feito o uso de planilhas eletrônicas, como forma de ensino-aprendizagem.

Foram usadas teses nas quais os autores relatam as sequências didáticas aplicadas com a utilização da Teoria das Situações Didáticas e em outro texto a utilização de planilha eletrônica como uma forma de aprendizagem para modelagem matemática dos exercícios propostos.

Com o objetivo de ter uma sequência didática utilizando a Teoria das Situações Didáticas e ainda o uso de tecnologias, cada vez mais frequente no cotidiano, os textos escolhidos foram importantes para poder elucidar esse aspecto e que a criação dessa sequência didática fosse coerente com a questão de pesquisa, na qual temos a apresentação de juros simples e juros compostos com o auxílio dessas tecnologias, como as planilhas eletrônicas.

Além disso, temos a análise do livro didático, presente no PNLD 2022, em que podemos fazer a inserção da sequência didática e trabalhar concomitantemente com a obra, mostrando ao docente novas maneiras de abordar o tema de juros simples e juros compostos, utilizando as tecnologias e complementando os exercícios, que já estão expostos no material didático.

Prosseguindo, a revisão bibliográfica foi pertinente para o tema dessa dissertação, já que hoje pela BNCC, temos a utilização de recursos tecnológicos para o ensino de determinados conteúdos matemáticos e, atrelado a isso, há o alinhamento dos materiais didáticos para facilidade do ensino desses conceitos, com a utilização de planilhas eletrônicas.

Concluindo, os textos escolhidos auxiliaram na construção das atividades propostas, utilizando a Teoria das Situações Didáticas e, atrelada a ela, as planilhas eletrônicas, como um novo modo de formulação do conhecimento matemático, no caso juros simples e juros compostos.

Além disso, temos a análise do livro didático com a preocupação dessa adequação dos LDs para uma nova proposta de ensino-aprendizagem, com a utilização de tecnologia.

## 4 ESTUDO DO OBJETO

Ao ver uma propaganda que diz: “compre uma televisão à vista por R\$ 1000,00 ou a prazo por cinco parcelas de R\$ 260,00”, o cidadão comum logo pensa: “Vou comprar a prazo, pois prefiro pagar parcelado e em apenas cinco meses termino de pagar”. Entretanto, normalmente, os consumidores se esquecem de pensar que, por cinco parcelas de R\$ 260,00 ele pagará o equivalente a R\$ 1300,00, que é 30% mais que a oferta à vista. Em situações como essas, é perceptível como a matemática financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo (THEODORO, 2008).

A matemática financeira consiste, basicamente, em empregar as aplicações de matemática com o intuito de simplificar as operações financeiras cotidianas e, assim, oferecer ao consumidor o conhecimento sobre o destino do seu pagamento a uma instituição, tudo isso pensando na variação do valor do dinheiro em um determinado tempo aplicado. Para a aplicação de matemática financeira nas escolas de educação básica, faz-se necessário convencer os alunos da sua importância e contextualizar isso com a sua realidade (THEODORO, 2008).

Antes disso, vamos entender um pouco da história da matemática financeira.

### 4.1 Matemática Financeira na Educação Básica

A inclusão da matemática financeira nos livros didáticos se deu, provavelmente, em resposta às orientações contidas nos PCNs (BRASIL, 1999). Os conteúdos abordados nos livros didáticos são, principalmente, porcentagem, descontos e acréscimos e juros simples e compostos. As atividades de fixação propostas são basicamente a resolução de problemas cujos enunciados expressam situações consideradas mais próximas da realidade do aluno, como situações de compra e venda, percentuais de aumento de salário, descontos percentuais em produtos, empréstimo de capital e aplicação de multas por atraso de prestações (ALMEIDA, 2004).

Entretanto, a proposta curricular não prevê apenas aulas expositivas e resolução de problemas que insiram os conteúdos matemáticos ao contexto do aluno, mas também a execução de atividades realmente práticas (além de exercícios), que promovam a vivência destes conceitos na prática. Nesse sentido, cabe ao professor

o planejamento e aplicação de trabalhos práticos, por exemplo, que contemplem a aplicação matemática em situações cotidianas, por trabalhos teórico-práticos escritos.

Já em um documento posterior aos PCN, o PCN+ (BRASIL, 2002), é explorado um conceito mais abrangente em termos de competências e habilidades que o aluno deve adquirir no Ensino Médio. No que tange ao tema de matemática financeira, estão presentes nos PCN+,

Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; por exemplo, ao ler embalagens de produtos, manuais técnicos, textos de jornais ou outras comunicações, compreender o significado de dados apresentados por meio de porcentagens, escritas numéricas, potências de dez, variáveis em fórmulas ((BRASIL, 2002, p. 111).

Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas. Compreender a responsabilidade social associada à aquisição e uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações, seja em defesa de seus direitos como consumidor [...] (BRASIL, 2002, p. 114).

Conhecer recursos, instrumentos e procedimentos econômicos e sociais para posicionar-se, argumentar e julgar sobre questões de interesse da comunidade, como problemas de abastecimento, educação, saúde e lazer, percebendo que podem ser muitas vezes quantificados e descritos através do instrumental da Matemática e dos procedimentos da ciência (BRASIL, 2002, p. 116).

Assim, essas competências e habilidades possibilitam uma abordagem pedagógica diferenciada com os alunos do Ensino Médio, promovendo discussões coletivas em que os alunos possam trocar experiências e vivência, bem como refletirem sobre as nuances de matemática aplicada na sociedade. Segundo Almeida, “O apontamento avaliativo por competências e habilidades sugere uma análise mais ampla do desenvolvimento intelectual e cultural do aluno e possibilita o seu posicionamento na aula de maneira mais participativa” (ALMEIDA, 2004, p. 18).

Para Theodoro (2008), o ensino de matemática financeira, apesar de ser fundamental para a cidadania dos estudantes, ainda é um assunto pouco explorado nos materiais didáticos. Assim, faz-se necessário que o professor seja um agente ativo na inclusão de atividades alternativas, que promovam tais competências e habilidades descritas no PCN+ (2002). Nessa perspectiva, ressalta-se que:

Consciente da dimensão dos problemas que a falta da Educação Financeira acarreta, o professor deve se empenhar em usar o máximo da sua

criatividade para transmitir a seus alunos conceitos suficientes para que eles atinjam o objetivo proposto, de forma a serem multiplicadores desses conceitos, começando por suas próprias casas [...] Portanto, cabe a adequação do professor quanto à apresentação dos tópicos sobre Educação Financeira (BRASIL, 2002, p. 8).

Theodoro (2008) ainda elencou algumas atividades propostas que possam fomentar o estudo de matemática financeira como alternativa extracurricular. Uma delas diz respeito às palestras informativas ou motivacionais, com o propósito de explicar os temas referentes à economia doméstica, ao funcionamento dos mercados financeiros e dicas de economia. Nesse sentido, é importante que a linguagem, bem como os conteúdos sejam adequados à faixa etária e à idade escolar do público-alvo.

Outra atividade que pode servir de base para a promoção do estudo em matemática financeira, é aliar uma visita ao laboratório de informática para que os alunos tenham conhecimento sobre o trabalho com planilhas do *Microsoft Excel*, utilizando fórmulas para efetuar os cálculos. Essa atividade pode ser associada a visita em sites de investimentos, para que possam simular as atividades na planilha, de acordo com o percentual de retorno, valor investido, tempo de investimento, dentre outros aspectos (THEODORO, 2008)

Lima (2010) também propõe atividades que podem ser utilizadas nas aulas de matemática financeira, tais como a utilização de propagandas e notícias de jornais como o caderno de investimentos ou até mesmo propagandas de financiamento de imóveis ou veículos. Nesse sentido, a autora propõe como exemplo o conceito de fatores de correção. Um fator de correção é o número decimal que, multiplicado por um valor inicial, permite a obtenção de um valor final, como exemplo a operação  $1,18 \cdot 100 = 118$  gera um acréscimo de 18% sobre o valor inicial 100. 1,18 é o fator de aumento para 18%. É claro que esse fator de correção, conhecidos os dois valores, é obtido pela divisão do valor final pelo inicial, por exemplo,  $118:100 = 1,18$ .

Ainda segundo Lima (2010),

No caso de preços de mercadorias com acréscimos ou reduções, podemos levar várias notícias para nossos alunos, permitindo que, através da divisão do preço final pelo preço inicial, eles obtenham esses fatores e, posteriormente, os percentuais de aumento ou de redução correspondentes. Os fatores de correção que usamos são os de aumento e redução, que encontramos a todo tempo em cadernetas de poupança, liquidações, reajustes de impostos ou de salários (LIMA, 2010, p. 38).

Essa atividade pode ser aliada àquela apresentada por Theodoro (2008), na execução de planilhas, em que os valores do fator de correção podem ser inseridos na fórmula para que os cálculos sejam autoexecutáveis ao se inserir os valores. Além disso, vale ressaltar que *softwares* específicos possuem comandos, que fazem o cálculo automaticamente. Um exemplo disso concerne às lojas de departamento, na qual, ao se inserir o prazo de pagamento (parcelado), automaticamente, o programa insere o fator de correção aos valores, tanto nas parcelas quanto no montante.

#### **4.2 Matemática Financeira na BNCC**

Vale ressaltar que a análise do documento em questão permeia a seguinte questão: “Como está sendo discutido o conceito de Matemática Financeira na BNCC? Temos uma proposta clara para matemática financeira ou educação financeira presente no documento?”

Segundo o documento, na área de Matemática no Ensino Médio, a BNCC “propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018).

A BNCC, no seu documento na seção do Ensino Médio, foi dividida em quatro competências específicas e aqui se inicia com a análise da primeira competência, que é definida por:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral (BNCC, 2018, p.531).

Quadro 1: Habilidades referente às competências específicas 1

HABILIDADES
<b>(EM13MAT101)</b> Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>(EM13MAT102)</b> Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
<b>(EM13MAT103)</b> Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
<b>(EM13MAT104)</b> Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
<b>(EM13MAT105)</b> Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
<b>(EM13MAT106)</b> Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Fonte: BNCC (2018, p. 533)

Podemos notar uma preocupação no desenvolvimento da habilidade EM13MAT104 com a “interpretação de taxas e índices de natureza socioeconômica” (BNCC, 2018, p. 533). Com isso, os alunos podem ter uma visão ampla, reflexiva e crítica acerca do assunto.

Vale ainda ressaltar a interpretação e análise de “tabelas, gráficos e amostras de pesquisas” (BNCC, 2018), muito utilizada no Ensino de Matemática Financeira.

A próxima competência específica é a 2, cujo objetivo é

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BNCC, 2018, p. 534).

As Habilidades dessa Competência são expostas no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2: Habilidades da Competência Específica 2

HABILIDADES
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: BNCC (2018, p. 534)

De acordo com a BNCC:

essa competência específica amplia a anterior por colocar os estudantes em situações nas quais precisam investigar questões de impacto social que os mobilizem a propor ou participar de ações individuais ou coletivas que visem solucionar eventuais problemas (BNCC, 2018, p. 534).

Vale ressaltar que na habilidade, no que tange à sigla EM13MAT203, o aluno deve ampliar os seus conhecimentos para a utilização de planilhas, foco dessa dissertação, podendo fazer cálculos de planejamento familiar, tendo, assim, um contato com a tecnologia, planilhas eletrônicas e conceitos de matemática financeira embutidos no seu cotidiano.

Na competência específica 3, é proposto o seguinte:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BNCC, 2018, p. 535).

Conforme o documento, as

habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e

procedimentos qualitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros” (BNCC, 2018, p. 535).

Ainda vale ressaltar que

o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínio e construir argumentações (BNCC, 2018).

Com isso, o uso de tecnologia é de grande utilidade para o desenvolvimento de outras habilidades nos alunos. As habilidades exploradas são descritas no Quadro 3, a seguir.

Quadro 3: Habilidade - Competências específicas 3

HABILIDADES
<b>(EM13MAT301)</b> Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>(EM13MAT302)</b> Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>(EM13MAT303)</b> Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
<b>(EM13MAT304)</b> Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
<b>(EM13MAT305)</b> Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
<b>(EM13MAT306)</b> Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
<b>(EM13MAT307)</b> Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
<b>(EM13MAT308)</b> Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Fonte: BNCC (2018, p. 534)

Quadro 4: Continuação do quadro das habilidades da competência específica 3

HABILIDADES
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Fonte: BNCC (2018, p. 535)

Podemos notar que a presença de Matemática Financeira está mais latente nas habilidades da competência específica 3, principalmente nas siglas EM13MAT304, assim como no EM13MAT305, com a utilização de situações contextualizadas e tecnologias para o cálculo.

Na competência específica 4, temos o seguinte, de acordo com o documento,

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas (BNCC, 2018, p. 538).

Como ainda cita o documento, “as habilidades vinculadas a essa competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais

e da vida cotidiana” (BNCC, 2018, p. 538), fazendo com que o aluno consiga enxergar essa conexão entre o aprendido e o que será utilizado por ele no seu dia a dia.

As habilidades atreladas a essa competência estão descritas a seguir.

Quadro 5: Habilidades das competências específicas 4

HABILIDADES
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a <i>softwares</i> ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de <i>softwares</i> que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa ( <i>box-plot</i> ), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: BNCC (2018, p. 539)

Novamente, o aluno poderá ter contato com o uso de planilhas eletrônicas no auxílio de resoluções de problemas do cotidiano e envolvendo educação financeira, como descrito na habilidade EM13MAT404.

O documento finaliza na competência específica 5 para o Ensino Médio, dizendo que se deve

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como

observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BNCC, 2018, p. 540).

De acordo com a BNCC, as habilidades para essas competências são descritas a seguir.

Quadro 6: Habilidades para as competências específicas 5

HABILIDADES
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$ .
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: BNCC (2018, p. 541)

Nesse último quadro de habilidades, vemos as habilidades EM13MAT503, que o aluno deve revisar conceitos já aprendidos de função, máximo e mínimo atrelados aos conceitos de matemática financeira.

Podemos concluir que temos uma presença maior do tema Matemática Financeira e Educação Financeira na educação básica nacional, nesse caso no Ensino Médio, com o uso de tecnologias para o Ensino desses conteúdos e de outros que os alunos aprendem ao longo do Ensino Médio.

O que a BNCC não tem no seu documento são estratégias de ensino para os professores poderem utilizar as habilidades descritas e apenas temos as descrições de cada habilidade e o que se espera que o aluno abstraia e entenda daquele determinado conceito, deixando muito “solto” para o professor a maneira como aquilo deve ser trabalho. Talvez, se fosse dado um norte para o docente, no qual ele pudesse basear-se, poderíamos ter algo mais homogêneo, que facilitaria o ensino de determinado conteúdo nacionalmente, pensando, claro, que cada um tem o seu contexto socioambiental e cotidiano.

### **4.3 Análise do livro didático**

No presente capítulo será feita uma análise do livro didático, sob a luz da Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, sendo utilizado a obra do autor Joamir Souza, “Multiversos da Matemática”, do PNLD 2022.

Ainda no presente capítulo, será feito um critério para a análise do livro didático.

#### **4.3.1 Critérios para a análise do livro didático**

A escolha pelo livro didático foi por estar presente no PNLD 2022 e ter uma coleção separada por temas, incluindo matemática financeira, que nos mostra a maior importância que o tema foi ganhando ao longo dos anos.

Para auxiliar na análise do livro didático intitulado “Multiversos de Matemática” de Joamir Souza, presente no PNLD 2022, foi utilizado o quadro de critérios abordado por Trindade (2017), usado para analisar a abordagem de matemática financeira e educação financeira nos anos finais, com ênfase no 2º ano do Ensino Médio, tema

central desta dissertação. Para analisar o livro eleito, foram elaborados esses critérios baseados no que a ENEF considera como importante para a matemática financeira e a educação financeira escola, como está indicado a seguir.

Quadro 7: Critérios de Análise

Designação	Critérios
C <sub>1</sub>	Propostas de atividades que abordam situações do cotidiano incluindo o consumo e atitudes éticas
C <sub>2</sub>	Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de interrelacionamentos, conectando o passado, presente e futuro
C <sub>3</sub>	Propostas de atividades que abrangem fenômenos de natureza social, natural, sustentável ou econômica
C <sub>4</sub>	Propostas de atividades que viabilizem o consumo consciente
C <sub>5</sub>	Propostas de atividades que propiciem a conscientização, relevância e importância de reservas financeiras e investimentos

Fonte: Trindade (2017, p. 75)

Para seguir com a análise do livro didático, temos a etapa da análise para o livro didático.

#### 4.3.2 Etapas de análise

De acordo com Trindade (2017), a análise do livro didático está dividida em quatro etapas:

- a) Etapa 1 - uma tabela na qual se quantifica o total de exercícios compreendidos na atividade, como desafios, problemas e tarefas. Após a confecção da tabela quantificada, tem-se a quantidade de exercícios sobre o tema juro simples, juros compostos, os exercícios nos quais ambos os assuntos são tratados e se é utilizada alguma tecnologia, como planilhas eletrônicas, para o ensino de juros;
- b) Etapa 2 - Recortes de exercícios utilizados no volume, com contemplação dos temas relacionados a juros simples, juros compostos e uma miscelânea das duas temáticas analisadas na etapa anterior;
- c) Etapa 3 - Como estão organizados os exercícios da coleção, de acordo com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Chevallard (1999);

Comentado [GLdL5]: Não é TSD como você disse antes!

d) Etapa 4 - Análise do livro didático sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático, de acordo com os exercícios contidos no material didático, utilizando a Teoria Antropológica do Didático, para que seja feita essa a análise minuciosa de cada assunto.

Com as elaborações contidas acima, a próxima parte do trabalho é a análise do livro didático, com o objetivo de averiguar como é abordado o ensino de juros simples e compostos e se existe a utilização de recursos tecnológicos para isso, como o uso de planilhas eletrônicas.

Para iniciar a análise do livro didático, retomaremos o quadro de Trindade (2017), que será utilizado para facilitar e destrinchar o volume averiguado.

A análise se dará início pelo volume de “Matemática Financeira, gráficos e sistemas para o ensino médio”, do autor Joamir Souza, livro utilizado pelo PLND 2022.

Se inicia essa análise pela etapa 1, que abrange, de acordo com o critério utilizado por Trindade (2017), o critério  $C_1$ , que envolve propostas de atividades nas quais temos a abordagem de exercícios do cotidiano, usando o contexto de juros simples e juros compostos, tema central dessa dissertação, apesar do livro ter outros capítulos. Para tanto, apenas analisaremos o tópico juro simples e compostos.

Quadro 8: Análise da abordagem C1

<b>Critério</b>	<b>Capítulo</b>	<b>Total de exercícios</b>
$C_1$	1- Juros simples	3
	2- Juro composto	3
	3- Ambos	3

Fonte: O autor (2022)

De acordo com primeiro critério utilizado, o material tem contemplado no seu volume exercícios que envolvem o cotidiano sobre juros simples e juros compostos, além de apresentar exercícios nos quais temos uma mescla de ambos. O total de exercícios são nove sobre juros, que envolvam assuntos do dia a dia. Isso evidencia uma maior preocupação em mostrar para o aluno uma conexão do que aprendem em sala de aula com o que será visto habitualmente por ele.

Temos também em alguns exercícios, a utilização de calculadora e planilha eletrônica, no qual o autor se preocupa em ensinar ao aluno a utilização desses recursos, algo importante para o cotidiano dele.

Na próxima tabela analisaremos o critério  $C_2$ , em que temos a utilização do planejamento financeiro como pauta. No documento da ENEF, é citado que “o planejamento financeiro é de suma importância na vida do indivíduo e deve começar a ser introduzido desde cedo” (TRINDADE, 2017, p. 78). O planejamento é muito necessário, pensando no futuro do jovem, podendo causar impactos positivos na sua vida.

Quadro 9: Análise do critério C2

<b>Critério</b>	<b>Capítulo</b>	<b>Total de exercícios</b>
$C_2$	1- Juros simples	1
	2- Juro composto	2
	3- Ambos	-

Fonte: O autor (2022)

Apesar da importância do assunto visando o futuro do aluno no caso do planejamento financeiro, é inquietante o fato de termos apenas dois exercícios sobre juro compostos que envolvam realmente um planejamento financeiro futuro e apenas um exercício no qual temos a presença de juros simples.

Temos apenas exercícios nos quais os alunos devem calcular determinados montantes a uma certa taxa de juros por um tempo, apenas para que usem as fórmulas. A única situação clara de planejamento futuro é na qual o aluno se depara com uma conta em atraso e ele deve calcular quanto de juros será cobrado por esse atraso.

O próximo critério  $C_3$ , de acordo com Trindade (2017), nos apresenta uma percepção de como está sendo abordado o tema sustentabilidade e economia, assuntos muito evidenciados em tempos recentes. Tais temáticas contribuem muito para o aluno na sua vida adulta.

Quadro 10: Análise do critério C3

<b>Critério</b>	<b>Capítulo</b>	<b>Total de exercícios</b>
C <sub>3</sub>	1- Juros simples	2
	2- Juro composto	2
	3- Ambos	1

Fonte: O autor (2022)

Podemos evidenciar que no caráter do critério C<sub>3</sub>, temos uma quantidade de exercícios bem contemplada nos três campos analisados em cinco abordagens, em que o aluno poderá discutir os fenômenos naturais sociais, sustentável ou econômico.

Assuntos como sustentabilidade e economia têm tomado um caráter cada vez mais diário no cotidiano, mostrando uma grande evidência para tal assunto. Uma abordagem significativa do assunto evidencia uma preocupação da escola em inserir o seu discente cada vez mais preparado na sua vida adulta, não o deixando alienado a assuntos tão evidenciados, ultimamente.

O quarto critério a ser analisado é a questão de atividades que viabilizem o consumo consciente, ou seja, uma orientação para que o aluno não tenha um consumo desenfreado de um produto, gerando uma dívida ou descontrole financeiro. Mostra-se o papel importante do educador e da escola no auxílio do aluno, para que no futuro dele, após a escola, não ocorra esse descontrole financeiro, consumindo com consciência.

Comentado [GLdL6]: Não entendi. Explique!

Quadro 11: Análise do critério C4

<b>Critério</b>	<b>Capítulo</b>	<b>Total de exercícios</b>
C <sub>4</sub>	1- Juros simples	1
	2- Juro composto	2
	3- Ambos	-

Fonte: O autor (2022)

Novamente, vemos uma pouca quantidade de exercícios na qual o consumo consciente está em pauta, apenas três, e são relacionados, novamente, a alguma conta em atraso ou algum produto que será financiado. Nesse caso, caberia ao

professor orientar os alunos a pesquisarem mais sobre o tema e a buscarem novos exercícios, que possam apresentar mais sobre o tópico consumo consciente e o que ocasionaria um consumo descontrolado, com cenários otimistas e pessimistas para os alunos trabalharem e discutirem.

Para o último critério, serão analisados exercícios nos quais estão contemplados a tão almejada independência financeira, algo que muitas pessoas buscam na vida. Isso ocorre pelo fato dos indivíduos já entenderem o fato de poupar ao longo da existência deles, investindo em produtos de bom rendimento e de boa idoneidade.

A seguir, apresentamos a tabela da quantidade de exercícios que abrangem tal tópico fundamental para o desenvolvimento social do aluno.

Quadro 12: Análise do quinto critério

<b>Critério</b>	<b>Capítulo</b>	<b>Total de exercícios</b>
C <sub>5</sub>	1- Juros simples	4
	2- Juro composto	8
	3- Ambos	4

Fonte: O autor (2022)

Podemos notar que por se tratar de um tópico em que a temática juros simples e juros compostos se encaixa muito bem, o livro didático aborda uma grande quantidade de exercícios, no total 16, em que o aluno é colocado em uma situação de investimento no qual ele deve calcular o valor do montante adquirido ao final dessa simulação.

Vale ressaltar também uma boa quantidade de exercícios na qual o aluno deve avaliar que tipo de investimento é a melhor escolha para gerar um montante maior, utilizando juros simples ou juros compostos.

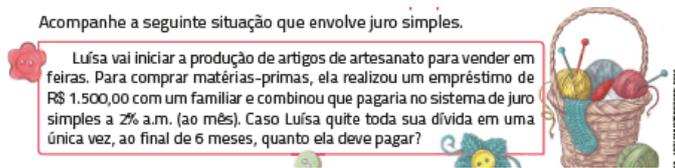
De acordo com a análise quantitativa dos critérios e dos exercícios, podemos ressaltar uma boa seleção das atividades e enunciados, como podemos notar uma preocupação do autor em que o discente consiga aprender muito bem a ideia de juros simples e juros compostos e a mais variada utilização no seu cotidiano, principalmente no que tange à ideia de investimento e independência financeira, visando o futuro educacional dele.

Comentado [GLdL7]: Você vai usar juro ou juros?

Com relação à etapa 2, há recortes de exercícios utilizados no volume em que temos uma contemplação dos critérios analisados na etapa anterior.

O primeiro recorte é da unidade de Juros Simples:

Figura 2: Exemplo 01 da página 26



Fonte: Souza (2020)

No caso do recorte anterior, estão contemplados os seguintes critérios:

- a)  $C_1$ : Proposta de atividade na qual se abordam situações cotidianas;
- b)  $C_2$ : Proposta de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, o presente e o futuro;
- c)  $C_5$ : Propostas de atividade que propiciem a conscientização, relevância e importância de reservas financeiras e investimentos.

O exercício é um recorte do livro para o aluno, no qual temos a introdução do ensino de Juros Simples.

A atividade aborda o contexto de empréstimo feito para que seja aberto um negócio e a dívida deve ser paga em um período com uma taxa de juros. Traz-se, assim, uma reflexão de quanto a pessoa deve ter para poder quitar essa dívida adquirida para abrir um certo negócio.

O professor pode, ainda, utilizar o exercício para fazer outras analogias com o cotidiano, como esse empréstimo para abrir algum negócio ou para compra de um outro determinado produto, como um carro ou caso, explorando mais conhecimentos do aluno.

Figura 3: Exemplo 10 da página 30

**R10.** A planilha eletrônica representada a seguir descreve a variação do montante obtido em um investimento (A), em que certo capital é aplicado por 10 meses a uma taxa mensal fixa de juro composto.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Tempo de investimento (em meses)									
2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Montante	2080,00	2163,20	2249,73	2339,72	2433,31	2530,64	2631,86	2737,14	2846,62	2960,49

Qual deve ser a taxa de juro para que em um outro investimento (B), também de 10 meses, porém no sistema de juro simples, determine esse mesmo montante com igual capital investido?

Fonte: Souza (2020)

Nesse caso, temos os seguintes critérios:

- $C_1$ : Propostas de atividades que abordam situações do cotidiano incluindo o consumo e atitudes éticas;
- $C_2$ : Propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, o presente e o futuro;
- $C_5$ : Propostas de atividades que propiciem a conscientização, relevância e importância de reservas financeiras e investimentos.

Outra atividade analisada agora envolve não só juro simples e composto, como também o uso de planilhas eletrônicas para apresentar o problema para os alunos, em que uma pessoa fez um investimento em juros compostos e teve um montante final. O exercício pede para que o aluno observe se compensaria fazer o mesmo investimento no caso de juro simples.

O docente pode, ainda, resolver o exercício de duas maneiras. Uma maneira mais tradicional, é com a utilização do caderno e resolução sem calculadora ou usando uma planilha eletrônica, ensinando os alunos a empregarem os recursos do Excel para esse determinado tipo de problema.

Um último recorte é para novamente salientar a presença dos critérios analisados anteriormente, agora em uma situação de juros compostos.

Figura 4: Exercício 22 da página 31

22. Observe a seguir parte de um boleto bancário referente ao aluguel de um imóvel.



**Instruções**

Para pagamento até 02/01/2021, conceder desconto de 10%.  
Para pagamento após 10/01/2021, multa de 2% fixa e juro de 1% ao mês.  
Não receber após 10/12/2021.

O valor pago pelo atraso no pagamento é com base no sistema de juro composto. Sabendo que o valor desse boleto é R\$ 600,00, resolva as questões a seguir.

- Qual é o valor para o pagamento realizado até 02/01/2021? **R\$ 540,00**
- Calcule o valor, em real, da multa para pagamento em atraso. **R\$ 12,00**
- Qual é o valor para pagamento com atraso de 5 meses? **R\$ 642,61**

Fonte: Souza (2020)

Podemos notar a presença dos critérios a seguir:

- $C_1$ : Propostas de atividades que abordam situações do cotidiano incluindo o consumo e atitudes éticas;
- $C_2$ : Propostas de atividades que contemplem reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro;
- $C_4$ : Propostas que viabilizem o consumo consciente;
- $C_5$ : Propostas de atividades que propiciem a conscientização, relevância e importância de reservas financeiras e investimentos.

Temos um exercício bem completo no âmbito dos critérios escritos por Trindade (2017). Podemos, assim, observar que o aluno tem uma noção de algo cotidiano,

pagamento de boletos e os cuidados com o atraso dele. Ademais, ele pode ver o impacto que ocasiona o atraso do pagamento de determinada conta.

O professor pode, ainda, induzir o aluno a fazer uma correlação do que ele poderia ter investido caso tivesse pagado a sua conta no período correto, indagando-o a fazer um cálculo de investimento sobre esse valor “perdido” de multa.

Novamente, esse é um exercício bem completo, que apesar de simples, pode gerar uma grande quantidade de discussões entre os discentes e do docente para os alunos.

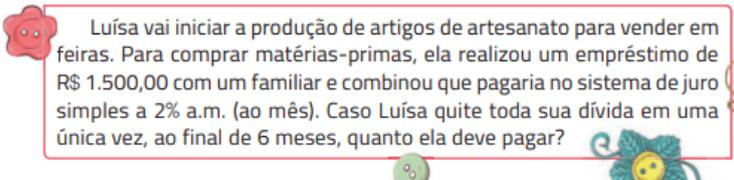
Podemos, então, inferir que a quantidade de exercícios está satisfatória, de acordo com os critérios adotados de Trindade (2017) e que auxiliam o aluno na compreensão de juro simples e composto, além da comparação entre ambos. O aluno pode, ainda, utilizar outros materiais para resolução das questões, como planilhas eletrônicas e calculadora científica, ampliando mais o seu conhecimento.

A etapa 3 é a análise da organização do exercício, segundo a TAD de Chevallard (1999).

Para exemplificar isso, serão analisados os exercícios do livro didático, de acordo com as temáticas descritas anteriormente, na Teoria Antropológica do Didático e os critérios expostos previamente.

Comentado [GLdL8]: Escrita!

Tabela 1: Análise do exercício do exemplo da página 26

 <p>Luísa vai iniciar a produção de artigos de artesanato para vender em feiras. Para comprar matérias-primas, ela realizou um empréstimo de R\$ 1.500,00 com um familiar e combinou que pagaria no sistema de juro simples a 2% a.m. (ao mês). Caso Luísa quite toda sua dívida em uma única vez, ao final de 6 meses, quanto ela deve pagar?</p>
<p><b>Tarefa [T]:</b> Apresentar estratégia que possa ser utilizada para calcular o quanto deverá ser pago de montante no final do período proposto.</p>
<p><b>Técnica [ô]:</b> O aluno pode utilizar três estratégias para resolução do exercício:</p>
<p><b>Técnica [ô<sub>1</sub>]:</b> Com base no texto, o aluno calculará o valor dos juros em um mês, em seguida, multiplicará isso pelo tempo e somar no capital inicial, obtendo o montante.</p>

Valor do Juros em um mês:

$$J = 0,02 \cdot 1500 = 30$$

Valor do juros total em 6 meses:

$$6 \cdot 30 = 180$$

Montante total após 6 meses:

$$M = 1500 + 180 = 1680, \text{ então, terá um montante de R\$ 1.680,00}$$

**Técnica** [ $\hat{o}_2$ ]: Pela ideia de progressão aritmética, o aluno tem que o juro simples é uma P.A. de razão constante.

Primeiramente, o cálculo da razão da PA (juro):

$$J = 0,02 \cdot 1500 \Rightarrow J = 30$$

Portanto, a razão da P.A.  $r = 30$ .

A sequência se forma da seguinte maneira  $PA(1500, 1530, 1560, \dots a_7)$ .

Sabemos que são seis meses, mas temos que considerar o capital inicial referente ao primeiro mês.

Pela fórmula do termo geral da PA, temos:

$$a_7 = a_1 + 6 \cdot r \Rightarrow a_7 = 1500 + 6 \cdot 30 \Rightarrow a_7 = 1680.$$

Logo, o montante final é de R\$ 1680,00.

**Técnica** [ $\hat{o}_3$ ]: Utilizando grandezas diretamente proporcionais, regra de três, função polinomial do 1º grau e equação polinomial do 1º grau.

Valor	%
1500	100
$x$	102% (aumento de 2% ao mês)

Então, temos:  $1500 \cdot \frac{102}{100} = \frac{100}{100} \cdot x \Rightarrow 15 \cdot 102 = x \Rightarrow x = 1530$ , logo, o juro foi de

R\$ 30,00.

Multiplicamos isso pela medida de tempo, no caso 6 meses,  $30 \cdot 6 = 180$ , o juro no final de 6 meses é de R\$ 180,00.

O montante final será o acréscimo do juro no capital inicial aplicado:

$$M = 1500 + 180 \Rightarrow M = 1680$$

**Tecnologia** [ $\theta$ ]:

**Comentado [GLdL9]:** Considerar dinheiro como mês? Não faz sentido! Atenção em como você escreve.

**Comentado [Revisamos10]:** As setas estão nos lugares corretos?

**Comentado [GLdL11]:** Não é pelo tempo! É por uma medida de tempo, no caso o número de meses.

**Resolução 1:** ideia intuitiva de equação polinomial do 1º grau e função polinomial do 1º grau.

**Resolução 2:** ideia intuitiva de progressão aritmética, para a adição de um mesmo valor em relação ao valor anterior a razão da sequência.

**Resolução 3:** ideia de grandezas diretamente proporcionais, regra de três simples, função polinomial do 1º grau e equação polinomial do 1º grau.

**Teoria [ $\sigma$ ]:**

**Resolução 1:** equação polinomial do 1º grau, conceito de economia abordados no enunciado do exercício.

**Resolução 2:** progressão aritmética e conceitos de economia abordados no enunciado do exercício.

**Resolução 3:** grandezas diretamente proporcionais, regra de três simples, função polinomial do 1º grau e equação polinomial do 1º grau e conceitos de economia abordados no enunciado do exercício.

Fonte: O autor (2022)

A seguir, será realizada a análise do exercício do exemplo da página 28.

Tabela 2: Análise do exercício do exemplo da página 28

<p>Renato pretende investir R\$ 5.000,00 em uma aplicação no sistema de juro composto, a uma taxa de 7% a.a. Mantidas essas condições, quanto Renato vai obter de montante ao final de 36 meses nessa aplicação?</p>
<p><b>Tarefa [T]:</b> Apresentar a estratégia para o cálculo do montante de uma aplicação em regime de juros compostos.</p>
<p><b>Técnica [<math>\hat{\delta}</math>]:</b> O aluno pode utilizar duas estratégias para resolução do exercício.</p> <p><b>Técnica [<math>\hat{\delta}_1</math>]:</b> Com base no enunciado, o aluno calculará o valor do montante utilizando a fórmula para juros compostos e obter o montante de maneira direta:</p> $M = C \cdot (1+i)^t \Rightarrow M = 5000 \cdot (1+0,07)^3 \Rightarrow M = 5000 \cdot 1,225 \Rightarrow M = 6125 .$ <p>Logo, ao final de três anos, o montante final será de R\$ 6.125,00</p> <p><b>Técnica [<math>\hat{\delta}_2</math>]:</b> Com base no enunciado e utilizando os conhecimentos de progressão geométrica.</p>

Primeiramente, como a taxa de juros é multiplicada no montante final de cada ano, no caso do enunciado, então, a razão será o aumento percentual (taxa de juros anual).

Portanto, temos uma progressão geométrica de razão ( $q = 1,07$ ).

Novamente, temos a progressão geométrica descrita a seguir:  $PG(5000, 5350, a_4)$ .

Considerando o capital inicial como o valor inicial, após três meses, descobriremos o quarto termo dessa progressão geométrica.

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 \Rightarrow a_4 = 5000 \cdot (1,07)^3 \Rightarrow a_4 = 5000 \cdot 1,225 \Rightarrow a_4 = 6125.$$

Portanto, o montante final será de R\$ 6.125,00.

**Tecnologia [ $\theta$ ]:**

**Resolução 1:** ideia intuitiva de equação exponencial.

**Resolução 2:** ideia intuitiva do uso de progressão geométrica para o cálculo do montante final.

**Teoria [ $\sigma$ ]:**

**Resolução 1:** equação exponencial e conceitos de economia abordados no enunciado do exercício.

**Resolução 2:** progressão geométrica e conceitos de economia abordados no enunciado do exercício.

Fonte: O autor (2022)

A seguir, será realizada análise do exercício R10, da página 30:

Tabela 3: Análise do exercício R10 da página 30

**R10.** A planilha eletrônica representada a seguir descreve a variação do montante obtido em um investimento (A), em que certo capital é aplicado por 10 meses a uma taxa mensal fixa de juro composto.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		Tempo de investimento (em meses)									
2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Montante	2080,00	2163,20	2249,73	2339,72	2433,31	2530,64	2631,86	2737,14	2846,62	2960,49

Qual deve ser a taxa de juro para que em um outro investimento (B), também de 10 meses, porém no sistema de juro simples, determine esse mesmo montante com igual capital investido?

**Tarefa [T]:** Apresentar o cálculo para que em 10 meses, os investimentos A e B determinem o mesmo montante, no mesmo período, mas com taxas e regime de juros diferentes.

**Comentado [GLdL12]:** E não seria importante ressaltar também que em regime de juros diferentes?

**Técnica [ô]:**

**Técnica [ô<sub>1</sub>]:** Primeiramente, determinar o capital inicialmente investido. Para isso, de acordo com a planilha, conseguimos calcular a taxa de juros mensal do investimento A, caracterizado como  $i_a$ :

$$i_A = \frac{2163,2}{2080} - 1 = 1,04 - 1 = 0,04, \text{ ou seja, } 4\% \text{ ao mês.}$$

A partir do valor da taxa de juros, por se tratar de juros compostos, vamos dividir o primeiro mês da planilha pelo valor da taxa de juros:

$$C = \frac{2080}{1+0,04} \Rightarrow C = \frac{2080}{1,04} = 2000, \text{ ou seja, o capital inicial é de R\$ 2.000,00.}$$

Finalmente, para obter a taxa de juro do investimento B, caracterizado como  $i_b$ , é preciso calcular utilizando a fórmula para juro simples:

$$M = C \cdot (1 + i_b \cdot t) \Rightarrow 2960,40 = 2000 \cdot (1 + i_b \cdot 10) \Rightarrow 10 \cdot i_b + 1 = 1,48 \Rightarrow i_b = 0,048, \text{ ou seja, a taxa é de } 4,8\%.$$

Comentado [GLdL13]: Faltaram os sinais de igualdade

**Tecnologia [θ]:**

Resolução 1: ideia intuitiva de razão, porcentagem, função polinomial do 1º grau e equação polinomial do 1º grau.

**Teoria [σ]:**

Resolução 1: razão, porcentagem, equação polinomial do 1º grau, função polinomial do 1º grau e conceitos de economia abordados no texto.

Fonte: O autor (2022)

Figura 5: Análise do exercício 16 da página 30

<p><b>16.</b> Calcule o montante determinado após 18 meses em uma aplicação de R\$ 5.000,00 no sistema de juro simples a uma taxa de 16% ao ano e, depois, o montante dessa mesma aplicação no sistema de juro composto.</p>
<p><b>Tarefa [T]:</b> A partir do capital, taxa e tempo, calcular o montante no regime de juros simples e o mesmo cálculo de montante no regime de juro composto.</p>
<p><b>Técnica [ô]:</b></p>

Determinar o montante no regime de juro simples, utilizando a forma de juro simples, no caso como temos a taxa anual e o tempo em meses, transformamos 18 meses em anos:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot t) \Rightarrow M = 5000 \cdot (1 + 0,16 \cdot 1,5) \Rightarrow M = 5000 \cdot 1,24 \Rightarrow M = 6200$$

Agora com a mesma taxa e tempo, calcularemos o montante no regime de juro composto:

$$M = C \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M = 5000 \cdot (1 + 0,16)^{1,5} \Rightarrow M = 5000 \cdot 1,2494 \Rightarrow M \approx 6246,80$$

Nesse caso, como expoente, um número representado na forma decimal é interessante que o aluno faça uso de uma calculadora científica ou um *software* no computador, como Excel, por exemplo, para que encontre o valor mais aproximado possível.

#### Tecnologia [ $\theta$ ]:

Ideia intuitiva de função do 1º grau, equação do 1º grau, função e equação exponencial e matemática financeira.

#### Teoria [ $\sigma$ ]:

Função polinomial do 1º grau, equação polinomial do 1º grau, equação exponencial, função exponencial e conceitos de matemática financeira.

Fonte: O autor (2022)

Análise do item A do exercício 19, da página 30:

Tabela 4: Análise do item A do exercício 19, da página 30

**19.** Um depósito de R\$ 1.000,00 foi realizado em um fundo de investimento. O objetivo do investidor era retirar o dinheiro após 3 meses, quando o montante seria de R\$ 1.157,63 considerando certa taxa de juro composto mensal. Porém, um mês após realizar esse depósito, a taxa de juro foi reduzida a 2% a.m. Para resolver os itens a seguir utilize uma calculadora científica e considere  $\log 1,1 \approx 0,04$  e  $\log 1,02 \approx 0,008$ .

a) Qual era a taxa de juro mensal considerada pelo investidor ao realizar o depósito?

Comentado [GLdL14]: Faltou um sinal de igualdade.

Comentado [GLdL15]: Como expoente um número representado na forma decimal

Comentado [GLdL16]: itálico

<p><b>Tarefa [T]:</b> O aluno, com base no enunciado, deverá calcular a taxa de juro mensal em que o depósito deve ser feito.</p>
<p><b>Técnica [ô]:</b> Com base nos conhecimentos de matemática financeira, o aluno deverá utilizar a fórmula para juro composto. Como sugerido pelo enunciado, o discente pode fazer uso de calculadora científica para facilitar os cálculos:</p> $M = C \cdot (1+i)^t \Rightarrow 1157,63 = 1000 \cdot (1+i)^3 \Rightarrow 1,15763 = (1+i)^3 \Rightarrow 1,05 \square 1+i \Rightarrow i = 0,05$ <p>Resultando em 5%, aproximadamente.</p>
<p><b>Tecnologia [θ]:</b> Ideia intuitiva de equação exponencial, divisão por potência de base 10, radiciação e matemática financeira.</p>
<p><b>Teoria [σ]:</b> Equação exponencial, radiciação, divisão, radiciação e conceitos de matemática financeira.</p>

Fonte: O autor (2022)

Tabela 5: Análise do item B, do exercício 19, da página 30

<p><b>b) Após ser reduzida, a taxa de juro se manteve nos meses seguintes. Quanto tempo, ao todo, deve-se deixar o dinheiro investido para se obter o montante desejado inicialmente?</b></p>
<p><b>Tarefa [T]:</b> O aluno, com base no enunciado, deve calcular o período (tempo), para que se atinja o valor de montante desejado, com a taxa de juro reduzida.</p>
<p><b>Técnica [ô]:</b> O aluno, com base nos seus conhecimentos de matemática financeira e de juro composto, primeiramente, utilizará a fórmula de juro composto:</p> $M = C \cdot (1+i)^t$ <p>O investimento foi colocado durante um mês com a taxa de 5%, com base no enunciado, devendo-se calcular o montante nesse período:</p> $M = 1000 \cdot (1+0,05) \Rightarrow M = 1000 \cdot 1,05 \Rightarrow M = 1050$ <p>Com o montante nesse primeiro mês, esse será o capital que será utilizado na continuação do exercício.</p>

$1157,63 = 1050 \cdot (1 + 0,02)^t$ , para facilitar os cálculos e como foi sugerido o valor de  $\log 1,1 \approx 0,04$  e  $\log 1,02 \approx 0,008$ , então, a aproximação da divisão ficará:

$$1,1 = 1,02^t$$

No caso, temos uma equação exponencial em que as bases são diferentes. Para isso, utiliza-se o logaritmo na base 10 para que os valores possam ser substituídos e as propriedades de logaritmo possam ser utilizadas.

$$\log 1,1 = \log 1,02^t \Rightarrow 0,04 = t \cdot \log 1,02 \Rightarrow 0,04 = 0,008 \cdot t \Rightarrow t = 5$$

Como já havia passado um mês, então, no total, deve ficar aplicado seis meses, para obter o montante desejado.

**Tecnologia [θ]:**

Ideia de equação exponencial, matemática financeira, divisão de números representados na forma decimal, equação logarítmica e propriedades do logaritmo.

**Teoria [σ]:**

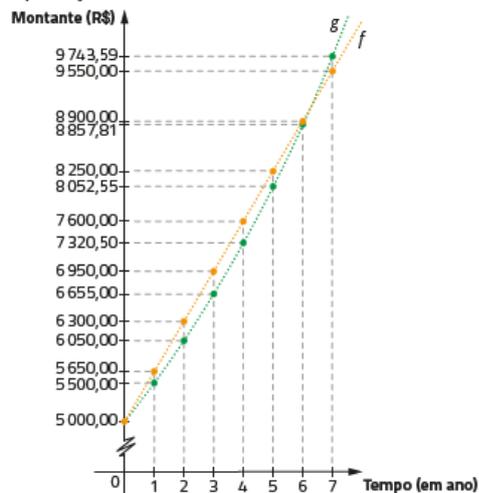
Equação exponencial, razão, logaritmo, matemática financeira e divisão com números representados na forma decimal.

Fonte: O autor (2022)

Comentado [GLdL17]: Faltaram sinais

Tabela 6: Análise do item A do exercício 23, da página 31

23. Nos gráficos a seguir estão representadas as funções  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , que correspondem, respectivamente, à variação do montante nas aplicações A e B.



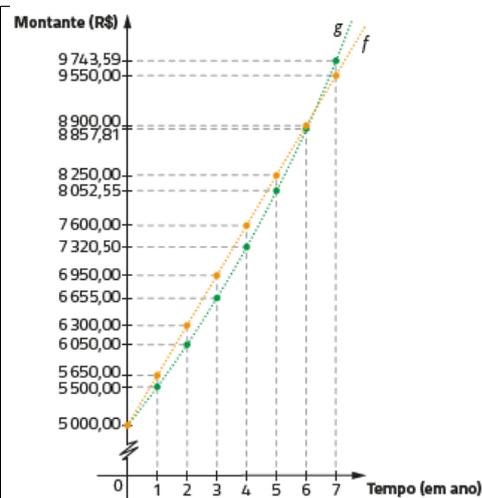
- a) Para cada uma das aplicações, determine:
- o sistema de juro adotado, **A: juro simples; B: juro composto**
  - o capital investido; **R\$ 5.000,00 em ambos os investimentos.**
  - taxa de juro anual. **A: 13%; B: 10%**

**Tarefa [T]:**

Com base no gráfico, o aluno deve responder aos itens, de sistema de juro adotado, o capital que foi investido e a taxa de juro anual.

**Técnica [ô]:**

O primeiro item a ser feito é o sistema de juro adotado. Podemos notar que pela figura a seguir temos a função f uma função linear, característica do juro simples e a função g, uma função exponencial característica do juro composto.



Quanto ao segundo item referente ao capital inicial, novamente pelo gráfico, notamos pelo valor de tempo igual a zero, o capital inicial de ambos iniciando em R\$ 5000,00.

Finalizando com o terceiro item, o cálculo da taxa de juro anual, podemos utilizar a razão entre o ano inicial e o ano final:

$$i_f = \frac{5650}{5000} - 1 \Rightarrow i_f = 0,13, \text{ ou seja, } 13\% \text{ ao ano.}$$

$$i_g = \frac{5500}{5000} - 1 \Rightarrow i_g = 0,1, \text{ ou seja, } 10\% \text{ ao ano.}$$

**Tecnologia [ $\theta$ ]:**

Análise do gráfico, razão, porcentagem e matemática financeira.

**Teoria [ $\sigma$ ]:**

Razão, análise de gráfico de função linear e exponencial, matemática financeira e porcentagem.

Fonte: O autor (2022)

Figura 6: Análise do item B do exercício 23, da página 31

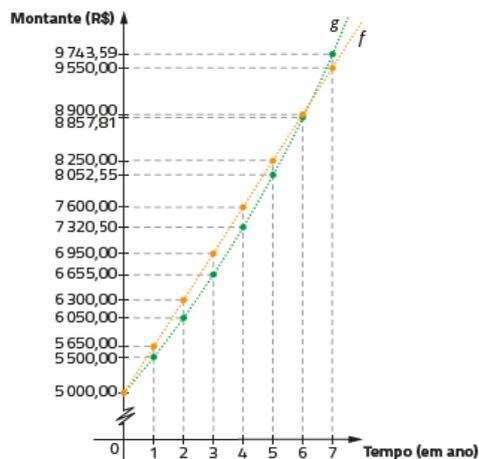
**b) Escreva a lei de formação das funções  $f$  e  $g$ .**

**Tarefa [T]:**

Com base no gráfico e com base nos conhecimentos de matemática financeira, o aluno deve escrever a lei de formação das duas funções.

**Técnica [ô]:**

De acordo com o gráfico apresentado no exercício, primeiramente, há a função  $f$ , por se tratar de uma função linear do tipo  $f(t) = a \cdot t + b$ , no qual o  $a$  representa o coeficiente angular ou taxa de variação da função e o  $b$  representa o coeficiente linear ou valor inicial da função.



Pelo gráfico, então, temos que a função  $f$  possui como o valor inicial 5000, ou seja,  $b = 5000$  e a sua taxa de variação, ou aumento anual, é de R\$ 650,00, ou seja,  $a = 650$ .

Portanto, a função afim para  $f$  fica da seguinte forma:  $f(t) = 650 \cdot t + 5000$ .

Para o caso da função exponencial e como temos um caso de juro composto, podemos utilizar a própria fórmula de juro composto para responder ao item,  $M = C \cdot (1+i)^t$ .

O aluno deve perceber então que a função  $g(t)$  ficará na forma:

$$g(t) = 5000 \cdot (1,1)^t.$$

**Tecnologia [θ]:**

Análise e interpretação de gráfico, comparação entre gráficos, função afim, função exponencial e matemática financeira.

**Teoria [σ]:**

Análise e interpretação de gráficos, estatística, função do 1º grau, função exponencial e matemática financeira.

Podemos concluir que os exercícios expostos abrangem os critérios analisados anteriormente e podem ser utilizados concomitantemente com a sequência didática a ser abordada nos procedimentos metodológicos a seguir.

Os exercícios mostram mais de uma forma de resolução e podem ser usados para o aprofundamento das discussões acerca de cálculo de juros simples e juros compostos. Ademais, os alunos podem fazer a utilização de *softwares* para poderem simular diversas situações, que se fossem feitos os cálculos no papel, poderia haver uma dificuldade maior.

Além disso, o docente pode indagar os alunos a se aprofundarem nos cálculos de juros simples e juros compostos, com o auxílio dos *softwares*, mostrando outras estratégias de resolução.

Após a análise dos exercícios sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático do livro didático, serão apresentados, na próxima seção, os procedimentos metodológicos.

## 5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia deste trabalho consiste em uma variedade de parâmetros, a partir da qual se viabiliza a realização de pesquisa científica de modo organizado, delimitado e criterioso, gerando soluções para os problemas levantados, com objetivos sólidos, pertinentes e que se adequem ao estado da questão em que o problema se insere. Isso é justificado pela relevância de tais questionamentos em âmbito acadêmico e social (FONSECA, 2002).

Conforme Severino (2002), a metodologia consiste em:

[...] um conjunto de métodos ou caminhos percorridos na busca do conhecimento, sendo assim, a pesquisa é um conjunto de procedimentos sistemáticos fundamentados no raciocínio lógico, objetivando encontrar soluções para problemas propostos, mediante utilização de métodos científicos (SEVERINO, 2002, p. 17).

Devido à natureza da proposta que ora se apresenta, recorrer-se-á metodologicamente à revisão bibliográfica para a promoção de um estudo teórico-prático fundamentado em artigos científicos e demais produções científico-acadêmicas, que se mostrem afins e pertinentes à pesquisa em tela. A finalidade disso é fundamentar a relevância da matemática financeira para o ensino básico, a ser ministrado nas aulas de matemática do Ensino Médio, especificamente no tema de juro simples e juro composto.

O processo de geração de conhecimentos novos, compreendidos como úteis para o progresso científico, segundo Gerhardt e Silveira (2009), aponta para uma direção da tipologia objetiva, gerando conhecimentos novos, sendo esses embasados, sempre, em anteriores realizações que envolvam a verdade e interesses universais. Em outras palavras, é necessário que se faça presente uma análise objetiva e subjetiva de conhecimentos e experiências relatadas para que se tenha um ponto de partida na criação de novos saberes.

Gil, ao se questionar a respeito da pesquisa de cunho exploratório, determina que

[...] estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições (GIL, 2007, p. 20).

Comentado [GLdL18]: A apresentação disso está muito tardia em seu texto.

Goldenberg (1997) evidencia que, na pesquisa qualitativa, “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc”, de modo que a análise subjetiva presente nas percepções individuais qualitativas possua uma representatividade parcimoniosa para a concepção deste trabalho.

Günther define a pesquisa qualitativa como a “primazia da compreensão como princípio do conhecimento, que prefere estudar relações complexas ao invés de explicá-las por meio do isolamento de variáveis. Uma segunda característica geral é a construção da realidade” (GUNTHER, 2006). Isso determina que em uma análise completa de situações, como o ensino de matemática financeira na educação básica, requer uma reflexão mais sólida do que dados quantitativos apresentados de variáveis isoladas.

De acordo com a definição de Van Maanen (1983), as metodologias qualitativas são compostas por um conjunto de técnicas interpretativas, que têm por meta “retraçar, decodificar ou traduzir fenômenos sociais naturais, com vistas à obtenção de elementos relevantes para descrever ou explicar estes fenômenos” (VAN MAANEN, 1983), que confirma a premissa de Günther (2006) sobre os dados qualitativos terem maior representatividade de situações reais, do que situações simuladas e testadas quantitativamente.

Para Zanelli (2002), a abordagem qualitativa tem como principal intuito “buscar entender o que as pessoas apreendem ao perceberem o que acontece em seus mundos” (ZANELLI, 2002, p. 83), sendo, por essa razão, conforme o teórico, “muito importante prestar atenção no entendimento que temos dos entrevistados, nas possíveis distorções e no quanto eles estão dispostos ou confiantes em partilhar suas percepções” (ZANELLI, 2002, p. 83), considerando a natureza da pesquisa e o teor dos questionamentos.

É natural que nessa análise possam ocorrer variações, uma vez que os questionamentos estão sujeitos à interpretação alternativa ou manipulações das respostas. Com o propósito de evitar tais erros na nossa análise do livro didático e a sequência didática, serão consultadas diversas fontes e autores que ora comungam das mesmas conclusões, ora divergem os seus pensamentos. As discussões serão analisadas e mediadas textualmente entre pensamentos distintos que podem ou não coincidir entre si.

A respeito do procedimento metodológico utilizado para viabilizar a composição e estruturação desta pesquisa, em que foi utilizada a revisão bibliográfica, destaca-se em conformidade com Santos (1999), que essa se comporta como o processo de busca, seguida de análise e descrição de um conjunto de conhecimentos consagrados na literatura científica, retomados em meio à procura de respostas a uma pergunta específica.

Dessa forma, a partir da metodologia aqui descrita e adotada, pretendemos alcançar o que é requerido de uma pesquisa na área da matemática financeira, adequada ao tema aqui abordado, que é a prática de matemática financeira na grade curricular dos Ensinos Fundamental e Médio.

Será efetuada uma revisão bibliográfica do assunto, reportando-se a livros, artigos científicos, periódicos especializados, além de trabalhos de pós-graduação (dissertações e teses), que oferecerão embasamento teórico para a revisão bibliográfica e para o auxílio na construção da sequência didática, bem como análise de experimentações empíricas feitas pelos pesquisadores competentes.

Utilizaremos também a análise de livros didáticos com o olhar da Teoria Antropológica do didático de Chevallard (1996), “é um recurso válido e satisfatório quando o assunto é análise de livros didáticos, pois ela busca entender a atividade como um todo, tomando partida o que o aluno estudou e assim estipula o conhecimento do mesmo” (SILVA; MACHADO, 2016).

O livro didático analisados está presente no PNLD 2022, o primeiro intitulado “Multiversos Matemática” da editora FTD e do autor Joamir de Souza dividido em coleções, será analisado o capítulo de Juro Simples e Juro Composto, tudo a luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Foram analisados alguns exercícios e como são expostos esses conteúdos no livro.

O segundo livro analisado é o “Prisma da Matemática” da editora FTD e dos autores Bonjorno, Giovanni Júnior e Paulo Câmara. Também será feita uma análise à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), nos capítulos de Juro Simples e Juro Composto.

A sequência didática, elaborada pelo autor da dissertação e com embasamento na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, será também apresentada para ser aplicado em turmas do 2º ano do Ensino Médio, partindo do pressuposto que, de acordo com o exigido pela BNCC, esses estudantes já conseguem reconhecer alguns

**Comentado [GLdL19]:** Teoricamente isso já não foi apresentado nos capítulos anteriores? Veja como está muito tarde isso em seu texto. Além disso, será mesmo que temos embasamentos teóricos para a revisão bibliográfica? Você irá propor uma sequência? Fazer uma intervenção? Ainda não entendi se sua pesquisa é puramente bibliográfica ou não.

**Comentado [Revisamos20R19]:** Sugestão: Lucas, se você colocar este tópico como capítulo 2, será que não ficaria melhor? Pergunto, pois você comenta no tópico da Metodologia o que trabalhará no restante do seu texto.

**Comentado [GLdL21]:** Não é análise acerca da Teoria, mas à luz da teoria. Seu foco de análise não é a teoria.

conceitos importantes para o aprendizado de juro simples e juro composto, como as progressões aritméticas e geométricas.

Será proposta, assim, a utilização de planilhas eletrônicas, materiais de apoio com um roteiro, para que o aluno consiga desenvolver os exercícios com contextualizações e, após isso, exercícios para que o aluno possa exercitar o que foi aprendido nas aulas anteriores.

Além disso, é feito um paralelo com a aplicação da sequência didática e o material didático analisado, podendo indicar ideias de intervenções da tecnologia na resolução de exercícios, gerando uma maior discussão sobre o tema de juros simples e juros compostos, com construção de gráficos, análise do crescimento e decréscimo de acordo com a taxa de juros aplicada.

Na próxima subseção, temos a análise a priori da sequência didática que será aplicada com alunos do 2º ano do Ensino Médio.

### 5.1 Análise a priori da sequência didática

Neste capítulo, exploraremos as cinco atividades, com intuito de abordar o ensino de juros simples e juros compostos para turmas do 2º ano do Ensino Médio.

#### 5.1.1 Atividade inicial

A aula inicial, ou aula zero, é uma atividade intitulada como “técnica Jigsaw”. O método se fundamenta na aprendizagem cooperativa e consiste em dividir a turma em grupos que trabalharão de modo cooperativo, reorganizando-se em diversos momentos para partilhar e construir conhecimentos.

Como ressaltam Barbosa e Moura (2013, p. 55), “a aprendizagem ativa ocorre quando o aluno interage com o assunto em estudo - ouvindo, falando, perguntando, discutindo, fazendo e ensinando - sendo estimulado a construir conhecimento ao invés de recebê-lo de forma passiva do professor”. O professor se torna um orientador, auxiliando os discentes a pesquisar, refletir e tomar decisões com objetivos claros de aprendizagem estabelecidos.

Antes, o professor apenas deve explicar brevemente como irá funcionar a atividade em questão. Uma breve explicação de cinco minutos é suficiente para que

**Comentado [GLdL22]:** Quem irá elaborar isso? É preciso explicar. Seu texto está muito confuso.

**Comentado [Revisamos23]:** Lucas, eu não sei se esse deveria ser um tópico vinculado à metodologia.

os alunos entendam o método de aprendizagem cooperativa Jigsaw. Após a breve explicação, o docente dará continuidade à atividade, como exposto a seguir.

Para a aula em questão, os alunos seriam divididos em grupos de no máximo cinco. Ademais, teremos os grupos de base, que devem pesquisar determinados temas coerentes a aula, no caso taxa de juros, juro simples, juro composto, imposto de renda, taxa Selic, LCI e LCA, valor de aluguel, ITBI, imóvel ocioso, valorização de um imóvel, CDB, tesouro direto e debênture.

Com a distribuição dos temas, cada aluno assume um determinado papel no seu grupo de base, como uma função específica. Cada grupo, assim, deverá ser formado por um redator, responsável por redigir todas as atividades do grupo, um mediador, que manterá as interações do grupo de uma maneira harmoniosa, fazendo com que os integrantes do grupo não fiquem procrastinando e se atentem a tarefa e que ninguém fique excluído de nenhuma atividade, um relator, responsável por coordenar as ideias do grupo, bem como um porta-voz, aquele responsável por intermediar o grupo e ser a interação com o docente (COCHITO, 2004).

A seguir, é apresentado um esquema que ilustra a ideia do método Jigsaw, para melhor esquematizar a ideia da atividade proposta.

Figura 7: Representação esquemática de atividade utilizando o método de aprendizagem cooperativa Jigsaw



Fonte: Adaptado de Fatareli *et al.* (2010)

Na segunda etapa da atividade, os alunos devem formar os grupos de especialistas no mesmo tema escolhido: por exemplo, caso o aluno tenha escolhido o

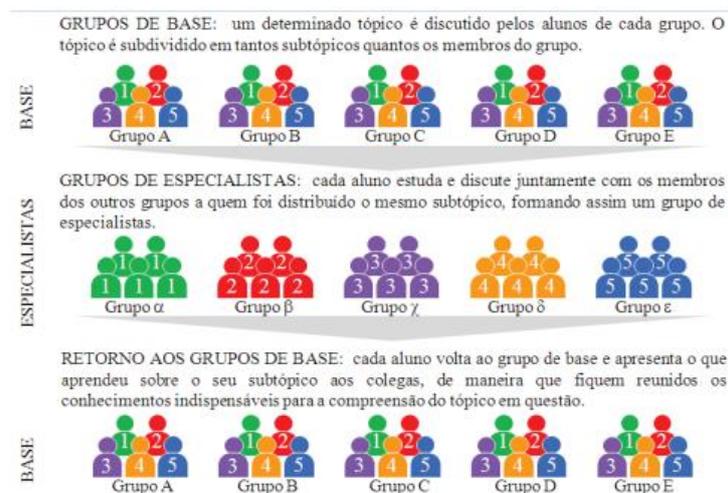
tema Imposto de Renda, ele formará com outros cinco alunos o grupo de especialistas de imposto de renda e deverá pesquisar e discutir com os seus pares, tudo relacionado ao tema escolhido.

Após a reunião com o grupo de especialistas do tema escolhido pelo aluno, ele deverá retornar para o grupo de base e apresentar para os outros colegas todas as informações que foram coletadas não só na sua pesquisa, mas também o que foi aprendido no grupo de aprofundamento do tema. O discente deverá realizar uma apresentação para seu grupo de base, a fim de que com a sua apresentação, ele aprenda mais sobre o tema e seus colegas também entendam mais sobre aquele conteúdo exposto, realizando, com isso, a aprendizagem cooperativa.

Pode-se observar, a seguir, uma representação detalhada da implementação do Método Jigsaw para a aprendizagem cooperativa:

Comentado [GLdL24]: Essa figura é muito mais explicativa que a anterior e traz a mesma ideia. Deixaria somente ela.

Figura 8: Representação esquematizada e detalhada do método cooperativa de Jigsaw



Fonte: [http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/quimica/sbq/QNEsc32\\_3/05-RSA-7309\\_novo.pdf](http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/quimica/sbq/QNEsc32_3/05-RSA-7309_novo.pdf) (2022)

O objetivo da atividade é que os alunos aprendam, em grupo, os mais variados conceitos que serão abordados a seguir, sem que haja a necessidade de o professor

intervir diversas vezes. Com isso, os alunos aprendem com os seus pares, tornando a aprendizagem cooperativa.

### 5.1.2 Atividade 1: Juro Simples

Para iniciarmos a atividade 1, sobre juro simples, será proposto um jogo ao aluno, ou seja, uma atividade adidática, de acordo com Brousseau (1996), intitulado corrida ao vinte. A estratégia do aluno é chegar ao número 20 antes do seu adversário e, após isso, propor uma outra atividade nos mesmos moldes da corrida ao 20 para que haja a institucionalização.

O jogo “corrida ao vinte” é uma caracterização da Teoria das Situações didáticas de Brousseau (1996), de extrema importância. O jogo é uma situação adidática importante para elucidar conceitos que irão auxiliar o aluno nas atividades subsequentes. O jogo se trata de uma partida entre dois oponentes, em que um deles tem duas opções iniciais de escolha, o número 1 ou 2. O adversário mentalmente deve acrescentar uma ou duas unidades, apenas falando o resultado obtido. O jogo prossegue alternadamente, até que um dos jogadores obtenha o número vinte primeiro.

Após o acontecimento de algumas partidas, os alunos podem constatar a estratégia vencedora no jogo, que consiste em utilizar o número dois e escolher a seguinte sequência, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. O algoritmo vencedor se baseia na divisão do número 20 por 3, que resulta no quociente 6 e resto 2, sendo assim, temos uma sequência com razão constante 3 e termo inicial 2. Assim, não fica casual a escolha dos números 1 e 2 para se iniciar o jogo, já que são os possíveis restos da divisão de 20 por 3.

Podemos propor uma atividade extra, baseada na corrida ao 20, que seria o “corrida ao 37”, na qual o aluno deve escolher entre 1, 2 ou 3 e novamente utilizando o que foi aprendido no jogo anterior, bem como descobrir uma estratégia vencedora, que consiste na mesma ideia.

Vale ressaltar que o objetivo do jogo é que o aluno consiga enxergar essa sequência com uma razão constante, Progressão Aritmética, utilizada no ensino de Juro Simples, nas atividades subsequentes.

Podemos lembrar que, de acordo com Brousseau (1996), o jogo corrida ao 20 tem o papel do saber delineado, aos poucos, pois na etapa do jogo livre (ação pela

**Comentado [GLdL25]:** Mas no 2o ano do EM o estudante já terá estudado PA, certo? Será que precisa mesmo fazer a corrida ao 20? Não vejo grande relação entre este jogo e o contexto com o qual você pretende trabalhar.

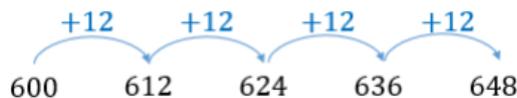
ação), praticamente, não há um saber, pois temos uma estratégia apenas de adição de números naturais. Quando temos uma busca pelo algoritmo vencedor, existe uma evolução dos saberes (formulação), para uma estratégia vencedora (validação) e, a partir disso, os objetos de estudo, progressão aritmética, podem ser delineados.

A seguinte situação problema será enunciada para o aluno:

01. Carlos pegou um empréstimo de R\$ 600,00 no banco e se comprometeu a pagar a dívida em quatro meses. Ao conversar com o banco, ele ouviu do seu gerente que seria acrescido o valor de R\$ 12,00 por mês. Após a leitura do enunciado, responda:

- Qual será o valor que Carlos terá que pagar ao banco ao final do período, 4 meses?
- Qual será a taxa de aumento percentual que ocorre mês a mês?

Solução: a) Como o aumento é sempre de R\$ 12,00 por mês, temos uma progressão aritmética de razão 12.



Para descobrir a taxa, o aluno deverá calcular o aumento de um mês para outro pela razão  $\frac{\text{valor final}}{\text{valor inicial}}$ , por exemplo:  $\frac{612}{600} = 1,02$  ou seja, a uma taxa de 2% ao mês.

Para a segunda atividade, o aluno deverá preencher uma planilha eletrônica utilizando o Excel e os conceitos de progressão aritmética e juros vistos no exemplo anterior.

A proposta é que o discente é um investidor em potencial e contratou a empresa *Investin*, que oferece uma taxa de 1,2% ao mês seguindo o regime de juros simples. Deve-se atentar às seguintes observações, é cobrada uma alíquota de 22,5% de Imposto de Renda, ou seja, no lucro você deve descontar 22,5% do que foi obtido nesse investimento.

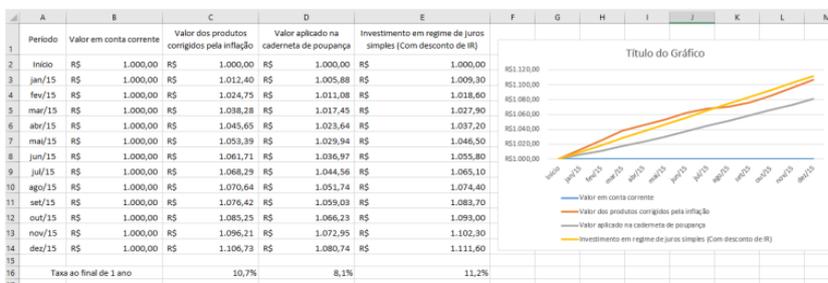
Agora, na planilha “Juros Simples”, o aluno deverá:

- Calcular o montante do investimento ao longo dos meses de 2021, caso tivesse optado por esse investimento;
- Calcular a taxa acumulada desse investimento ao final de um ano (Linha 16);

c) Construir um gráfico que relacione “Valor em conta corrente”, “Valor dos produtos corrigidos pela inflação” e “Investimento em Juros Simples (com desconto de IR)”.

Ao final do preenchimento da planilha, espera-se que os resultados obtidos sejam apresentados conforme a Figura 7.

Figura 9: Resolução da atividade



Fonte: Autor (2022)

Após o preenchimento da planilha, o aluno deverá responder qual avaliação pode ser feita em relação ao investimento em juros simples em detrimento à inflação no mesmo período?

Ao finalizar a primeira parte da planilha, o aluno caminhará para a última atividade da aula, que deverá simular um investimento em imóveis, em que se é depositado mensalmente um valor fixo em uma conta bancária.

O discente deverá simular dois cenários, um otimista e um pessimista no período de um ano, de acordo com a seguinte situação: 02. Imagine que você é um potencial investidor com um valor de R\$ 600.000,00 e está pensando em comprar um imóvel na cidade de São Paulo, para alugar, como investimento durante um ano. Na planilha “Imóvel como investimento”, faça duas simulações: uma otimista (com valores máximos) e uma pessimista (pensando em valores mínimos ou zero), analisando os ganhos e gastos com esse investimento no período de um ano.

A tabela que será preenchida pelo aluno é demonstrada a seguir.

Figura 10: Tabela no Excel, que deve ser preenchida pelo aluno

	Valor inicial do imóvel	Aluguel	Corretor ou imobiliária	IR sobre aluguéis	ITBI	Manutenção	Valorização do imóvel	IR sobre a valorização	"Valor" final	% de lucro
Cenário otimista										
Cenário pessimista										

Fonte: Autor (2022)

Ao final, a planilha ficará da seguinte maneira e o aluno deverá responder ao seguinte questionamento.

Figura 11: Solução do problema proposto

	Valor inicial do imóvel	Aluguel	Corretor ou imobiliária	IR sobre aluguéis	ITBI	Manutenção	Valorização do imóvel	IR sobre a valorização	"Valor" final	% de lucro
Cenário otimista	R\$ 600.000,00	R\$ 36.000,00	R\$ -	R\$ 9.900,00	R\$ 18.000,00	R\$ -	R\$ 158.160,00	R\$ 43.494,00	R\$ 722.766,00	83,01%
Cenário pessimista	R\$ 600.000,00	R\$ 7.200,00	R\$ 96,00	R\$ 1.953,60	R\$ 18.000,00	R\$ 1.800,00	-R\$ 3.420,00	R\$ -	R\$ 583.826,40	-2,77%

Fonte: Autor (2022)

Analisando os cenários otimista e pessimista, considera-se comprar um imóvel como forma de investimento um bom negócio? Um ano é um período adequado para esse tipo de investimento?

Após o final do preenchimento da planilha, o aluno receberá uma atividade para formalização de juros simples.

03. Claudio investiu um valor de R\$ 1000,00 em uma aplicação que retorna para ele mensalmente uma quantia de R\$ 4,00. A partir do exposto responda:

a. Quanto Cláudio terá na sua conta corrente? O valor recebido permanece constante, após 4 meses?

Solução:

$$1^{\circ} \text{ mês: } 1000 + 4 = 1004$$

$$2^{\circ} \text{ mês: } 1004 + 4 = 1008$$

$$3^{\circ} \text{ mês: } 1008 + 4 = 1012$$

$$4^{\circ} \text{ mês: } 1012 + 4 = 1016$$

Resposta: Cláudio terá um montante de R\$ 1016,00.

b. Quanto Cláudio terá na sua conta corrente após 3 anos?

Quanto à solução, como temos uma sequência em que o valor é constante, uma progressão aritmética, o aluno pode, pela construção do raciocínio utilizado no

item A, conjecturar uma maneira mais rápida de calcular esse rendimento após três anos.

Primeiramente, como estamos trabalhando com meses no item a e anos no item b, seria interessante deixar tudo em mês, no caso do exercício, 3 anos significam 36 meses.

O aluno poderá iniciar o seu raciocínio da mesma maneira que exposta anteriormente, calculando o aumento mês a mês, porém, ao perceber que terá que calcular 36 meses, o discente deve determinar uma estratégia mais econômica e rápida para o cálculo.

Notemos que ao pegar o valor inicialmente investido, R\$ 1000,00, e somarmos o produto do número de meses pelo valor acrescido, no caso  $36 \cdot 4 = 144$ , ele terá, ao final dos 36 meses, uma quantia de R\$ 1144,00.

c. Quanto terá após  $n$  meses?

Com a ideia de Juro Simples como um acréscimo constante ao longo dos meses, os alunos conseguem perceber que temos uma sequência de razão constante.

Para a institucionalização de juros simples, podemos utilizar o item c, propondo para o aluno uma formalização do que foi aprendido anteriormente.

Considerando um capital inicial ( $C$ ) que será aplicado a uma taxa ( $t$ ) durante um período ( $n$ ) no regime de juros simples, tem-se:

$$\text{Juros após um mês: } J_1 = 1 \cdot C \cdot t$$

$$\text{Juros após dois meses: } J_2 = 2 \cdot C \cdot t$$

$$\text{Juros após três meses: } J_3 = 3 \cdot C \cdot t$$

⋮

$$\text{Juros após } n \text{ meses: } J_n = n \cdot C \cdot t$$

O objetivo final desta atividade é que o aluno consiga utilizar o conhecimento adquirido nos anos anteriores, como sequências e progressão aritmética, para que consiga encontrar uma formalização de Juros Simples e entenda que temos um acréscimo de um valor igual todo mês, a uma taxa constante.

### 5.1.3 Atividade 02: Juros Compostos

Para iniciarmos a aula de juros compostos, será proposta uma atividade com a seguinte situação problema.

01. Rose aplicou R\$ 3.000,00 na poupança, que aumenta 10% ao ano em relação ao montante adquirido no mês anterior. A partir do enunciado responda:
- a. Após 3 anos, quanto Rose terá na poupança, mantida a mesma taxa de 10% ao ano?

Para resolver a questão, inicialmente, será construída uma tabela para auxiliar o aluno.

Tabela 7: Resolução do exercício 01, item A

	<b>Início</b>	<b>Juros</b>	<b>Montante</b>
Ao final do 1º ano	3.000	$0,1 \cdot 3000 = 300$	3.300
Ao final do 2º ano	3.300	$0,1 \cdot 3300 = 330$	3.630
Ao final do 3º ano	3.630	$0,1 \cdot 3630 = 363$	3.993

Fonte: O autor (2022)

Resposta: Rose terá um montante de R\$ 3.993,00

- b. Após 5 anos, quanto Rose terá na poupança?

Solução: O aluno poderá utilizar o raciocínio usado anteriormente para chegar ao resultado.

Tabela 8: Resolução do exercício 02, item B

	<b>Início</b>	<b>Juros</b>	<b>Montante</b>
Ao final do 1º ano	3.000	$0,1 \cdot 3000 = 300$	3.300
Ao final do 2º ano	3.300	$0,1 \cdot 3300 = 330$	3.630
Ao final do 3º ano	3.630	$0,1 \cdot 3630 = 363$	3.993
Ao final do 4º ano	3.993	$0,1 \cdot 3993 = 399,3$	4.392,3

Ao final do 5º ano	4.392,3	$0,1 \cdot 4.392,3 = 439,23$	4.831,53
--------------------	---------	------------------------------	----------

Fonte: O autor (2022)

Resposta: Após 5 anos, Rose terá R\$ 4.831,53 aplicados na poupança.

Após a atividade inicial, o docente poderá indagar os alunos com a seguinte pergunta: antes de mostrar a atividade principal a ser executada por eles: “E se tivéssemos um tempo maior? Existe uma maneira mais rápida de resolver o problema?”

Em seguida, antes de iniciar a atividade, deve-se fazer rapidamente uma pequena retomada ao Método de Aprendizagem Cooperativa Jigsaw, para que os alunos possam pesquisar pequenos temas, que serão convenientes para a execução da atividade.

Então, novamente, os alunos devem ser divididos em grupos de base para que escolham dentre os seguintes temas: Renda Fixa, Tesouro Direto, CDB, LCI e LCA, Debênture, liquidez diária, liquidez no vencimento, taxa Selic, prefixado e pós-fixados.

Após a rápida aplicação do Método Jigsaw, já explicado anteriormente, podemos dar início à atividade principal: imagine que você é um funcionário da empresa Investin e que hoje, com o mundo tecnológico, pode auxiliar o cliente digitalmente.

Então, imagine que um cliente chegou com um capital inicial de R\$ 1.000,00, para que seja investido no começo do ano de 2021. É preciso apresentar para ele duas formas de investimento: em renda fixa e pós-fixado. Deverão ser realizadas três simulações para o cliente na aba “Renda fixa - prefixados”: Na simulação 1, o investidor escolhe a opção liquidez diária. O investimento será feito por uma aplicação única de R\$ 1.000,00 e ficará por todo o ano de 2015 com taxa de 1% ao mês. Nesse caso:

- a) Calcule a taxa anual equivalente;
- b) Calcule quanto poderia ser resgatado ao final do ano utilizando a taxa anual equivalente e considerando a seguinte tabela de Imposto de Renda progressivo.

**Comentado [GLdL26]:** Com que objetivo? Onde os alunos chegariam por meio do Jigsaw? Todos os temas precisam ser pesquisados? Eu eles irão escolher só alguns? E a continuação da atividade independe de alguns temas ficarem de fora? Por quê?

Tabela 9: Alíquota do Imposto de Renda

<b>Prazo de permanência</b>	<b>Alíquota do IR</b>
Até 180 dias	22,5%
Entre 181 e 360 dias	20,0%
Entre 361 e 720 dias	17,5%
Acima de 720 dias	15%

Fonte: O autor (2022)

Na simulação 2, o investidor opta pelo investimento com liquidez no vencimento e escolhe a opção “Quanto quer investir hoje”. O investimento será feito por uma aplicação única de R\$ 1.000,00, com vencimento de um ano e com taxa de 1,07% ao mês. Nesse caso:

- c) Calcule a taxa anual equivalente;
- d) Calcule o saldo do investimento na data do vencimento utilizando a taxa anual e considerando a mesma tabela de Imposto de Renda progressivo.

Na simulação 3, o investidor opta pelo investimento com liquidez no vencimento e escolhe a opção “Quanto quer resgatar no futuro”. O resgate escolhido pelo investidor foi de R\$ 1.000,00 ao final do ano de 2015, com taxa de 1,07% ao mês. Nesse caso, descubra qual deve ser a aplicação inicial desse investimento utilizando a mesma taxa anual do Exemplo 2 e considerando a mesma tabela de Imposto de Renda progressivo.

Ao final, a planilha deve ficar assim:

Figura 12: Resolução da parte 01 da atividade

A	B	C	D	E	F
1	Período	Tesouro Prefixado com liquidez diária	Tesouro Prefixado com liquidez no vencimento - "Quanto quer investir hoje"	Tesouro Prefixado com liquidez no vencimento - "Quanto quer resgatar no futuro"	
2	Início	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 898,96	
3					
4	1 ano depois	R\$ 1.104,63	R\$ 1.112,39	R\$ 1.000,00	
5					
6					
7		Liquidez diária		Liquidez no vencimento	
8		Taxa anual equivalente	12,7%	13,6%	
9		Taxa mensal	1,00%	1,07%	
10					
11					
12					

Fonte: Autor (2022)

Após o preenchimento da planilha, o aluno deverá acessar a aba "Renda Fixa – Pós-fixado".

Simulação 01:

- Sabendo a taxa Selic acumulada para o ano de 2021, calcule a taxa mensal equivalente para o título Tesouro Selic;
- Utilizando a taxa anual, calcule o quanto Fernando teria ao final de 2021 caso tivesse investido os seus R\$ 1.000,00 comprando o título Tesouro Selic;
- Considere que é cobrado Imposto de Renda progressivo para rendimento de títulos públicos, de acordo com a seguinte tabela:

Tabela 10: Alíquota do Imposto de Renda

Prazo de permanência	Alíquota do IR
Até 180 dias	22,5%
Entre 181 e 360 dias	20,0%
Entre 361 e 720 dias	17,5%
Acima de 720 dias	15%

Fonte: Autor (2022)

Na simulação 02, tem-se a planilha "Renda Fixa - pós fixado":

- a) Sabendo o CDI acumulado para o ano de 2021, calcule a taxa mensal equivalente do CDI em 2021;
- b) Utilizando a taxa anual, calcule o quanto Fernando teria ao final do ano de 2021 caso tivesse investido os seus R\$ 1.000,00 comprando um dos títulos privados de CDB listados acima;
- c) Considere que é cobrado Imposto de Renda progressivo para rendimento de títulos privados como CDB, de acordo com a mesma tabela de Imposto de Renda progressivo.

Na simulação 03, na planilha “Renda Fixa - pós fixado”:

- a) Sabendo o CDI acumulado para o ano de 2021, calcule a taxa mensal equivalente do CDI em 2021.
- b) Utilizando a taxa anual do CDI, calcule o quanto Fernando teria ao final de 2021, caso tivesse investido os seus R\$ 1.000,00 comprando um dos títulos privados de LCI ou LCA listados acima.
- c) Lembre-se que LCI e LCA são isentos de impostos.

Após o preenchimento das simulações, a planilha deve ficar da seguinte maneira.

Figura 13: Resolução da planilha Renda Fixa - pós-fixado

	A	B	C	D	E	F
1		Período	Tesouro Selic	CDB	LCI ou LCA	
2		Início	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00	
3						
4		1 ano depois	R\$ 1.111,13	R\$ 1.131,06	R\$ 1.125,77	
5						
6						
7				Selic	CDI	
8				Taxa anual	13,47%	13,2386%
9				Taxa equivalente mensal	1,059%	1,041%
10						
11						
12						

Fonte: Autor (2022)

Após o preenchimento das planilhas, uma nova atividade será fornecida ao aluno.

Para a próxima etapa, será proposta uma situação problema, em que temos uma investigação), com problemas de construção de juros simples e compostos, pensando também na dialética de ação, validação e formulação da TSD de Brousseau (1996), bem como nas fases da dialética ferramenta-objeto de Douady (1986).

Vamos supor que Joaquim, um antigo funcionário de uma empresa, foi demitido devido a um corte orçamentário e após rever assinatura da carta de demissão, recebeu uma indenização e o FGTS no valor de R\$ 25.000,00.

Com muita dificuldade em encontrar um novo emprego, Joaquim pensou em criar uma estratégia para que seu dinheiro renda enquanto está desempregado. Ainda enfrentando dificuldades, resolveu vender seu carro, no valor de R\$ 25.000,00, totalizando, assim, um montante de R\$ 50.000,00, para que possa ser investido.

Diante do proposto, Joaquim procurou dois bancos com propostas diferentes de investimentos na poupança, pensando na liquidez diária e isenção de impostos, caso haja necessidade.

#### Quadro 13: Informação para exercício dos Bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz

<p style="text-align: center;"><b>BANCO SONHO MEU</b></p> <p>Aplicações iguais ou superiores a R\$ 50.000,00, rendimento no regime de juros simples e uma taxa de 0,51% ao mês.</p>
---

<p style="text-align: center;"><b>BANCO DINHEIRO FELIZ</b></p> <p>Aplicações iguais ou superiores a R\$ 50.000,00, rendimento no regime de juros compostos a uma taxa de 0,5% ao mês.</p>
---

Fonte: O autor (2022)

O objetivo da atividade, é poder comparar e interpretar utilizando gráficos, tabelas, observando o crescimento dependendo de qual investimento escolhido, ao investir o mesmo capital, porém, em regimes diferentes.

Para que possamos analisar melhor a situação, primeiramente, Joaquim fez a construção de tabelas que proporcionem um comparativo numérico da situação.

**Comentado [GLdL27]:** Não entendi. A próxima atividade então é de um trabalho de Skovsmose (2014), é isso?

a) Com base nas informações sobre o Banco Sonho Meu, complete a tabela a seguir:

Tabela 11: Tabela para preenchimento dos dados do exercício

Meses	Capital (C)	Juro (J)	Montante (M)
1º mês	50.000,00	255,00	50.255,00
2º mês	50.255,00		50.510,00
3º mês			
4º mês		255,00	
5º mês			
6º mês			
Total			

Fonte: O autor (2022)

Após o preenchimento da tabela, responda as questões a seguir:

- a.1) Ao preencher a tabela, podemos notar certa regularidade? Se sim, justifique.
- a.2) Podemos utilizar alguma sentença matemática para representar o cálculo feito em cada linha da tabela? Se sim, represente-a, justificando passo a passo.
- a.3) Podemos utilizar um cálculo geral para os juros? Se sim, represente e justifique cada passo.
- b) Ao sair do Banco Sonho Meu, Joaquim conversou com o gerente do Banco Dinheiro Feliz, preencha a tabela a seguir, caso Joaquim invista o seu dinheiro no Banco Dinheiro Feliz:

Tabela 12: Tabela para preenchimento dos dados do exercício

Meses	Capital (C)	Juro (J)	Montante (M)
1º mês	50.000,00	250,00	50.250,00
2º mês	50.250,00		
3º mês			

4º mês		252,51	
5º mês			
6º mês			
Total			

Fonte: O autor (2022)

Após o preenchimento da tabela, responda as perguntas a seguir:

- b.1) Existe alguma forma de representarmos o montante adquirido no 1º mês, em função da capital e da taxa? Como ficaria no mês seguinte?
- b.2) Podemos escrever o montante adquirido no 2º mês com alguma sentença matemática? Se sim, utilize a mesma sentença para o cálculo do montante no 3º mês.
- b.3) Podemos sintetizar esses modelos matemáticos e generalizar o cálculo de juros compostos?
- b.4) Pensando em um tempo ( $t$ ), como podemos generalizar as observações anteriores em um cálculo geral do juro composto?

Comentado [GLdL28]: ajustar

Com a comparação entre os regimes de juros simples e compostos, bem como uma articulação entre os domínios algébricos, fazemos os seguintes questionamentos para reflexão, com as seguintes perguntas:

- a) A partir das tabelas, qual o melhor investimento para Joaquim durante esse tempo, seis meses, em que está desempregado? O que ocorre se aumentarmos para 11 meses?
- b) Caso Joaquim precise de um tempo maior, qual das opções parece mais atrativa?
- c) Com o aprendido na aula de Excel e com as tabelas feitas nos itens (a) e (b), construa um gráfico que permita analisar a melhor opção após seis meses.
- d) A construção do gráfico inferior em um período maior do que 6 meses, é possível ter a mesma escolha que no item d? Justifique.

Após a atividade, ocorre a institucionalização de juro composto, em que o valor dos juros não é constante, pois a taxa é calculada com base no montante do período anterior e, apesar da taxa de juros ser constante, o valor dos juros é diferente com o passar do período.

O objetivo final da aula é que o aluno consiga perceber a diferença do que foi aprendido nas aulas anteriores sobre juros simples e juros compostos, percebendo a diferença que existe em ambos. O aluno poderá perceber a diferença entre o que aprendeu em juros simples, no caso temos uma progressão aritmética, em que o valor dos juros é somado em relação ao mês anterior, em relação aos juros compostos, no qual temos uma sequência numérica, porém agora em que a razão, taxa de juros, é multiplicada em relação ao montante do mês anterior. No caso, temos uma progressão geométrica.

Podemos questionar, desse modo, o aluno com a seguinte pergunta: “O que podemos perceber em relação ao aumento do montante de um período para outro?”

A próxima etapa tem como foco a análise a posteriori da atividade, feita com um grupo de alunos voluntários de uma escola de São Paulo.

## 5.2 Análise a posteriori

Esta seção é dedicada à análise da aplicação da atividade anteriormente averiguada, dividida em subseções nas quais estão descritas cada uma das atividades de aula.

Para a realização da atividade foram realizados três encontros presenciais de duração de 100 minutos, ou seja, duas aulas de 50 minutos cada, que contou com uma participação de 12 alunos do ensino médio de uma escola particular da cidade de São Paulo. Os alunos são todos do 2º ano do ensino médio, foco principal do trabalho.

Os discentes foram divididos em grupos com quatro integrantes cada. Para caracterizar melhor os grupos, vamos chamá-los de grupos A, B e C. As atividades foram aplicadas no laboratório de informática do colégio, para que pudessem ser utilizados os computadores com acesso à internet e fora do período de aula.

Na próxima subseção apresentaremos a análise da primeira atividade, denominada atividade inicial.

### 5.2.1 Análise da Atividade inicial

A atividade inicial, como já mencionado anteriormente, utiliza o método Jigsaw para aprendizagem cooperativa. Nessa perspectiva, dividimos a atividade em três

Comentado [GLdL29]: Sem conclusão

Comentado [GLdL30]: E daí, por onde vai seu trabalho? Como vai juntar a análise de livro com tudo isso? Para quê a análise de livro irá servir? Você irá aplicar essa sequência e analisar os resultados?

Comentado [Revisamos31]: O seu trabalho não tem o tópico conclusão?

partes, na parte 1 temos a organização dos grupos ou o grupo de base, na parte 2 temos os grupos de especialistas e finalizamos, na parte 3, com o retorno de grupo de base, para que cada especialista retorne ao grupo original, explicando o que foi aprendido.

Após isso foi feita uma pequena apresentação para os grupos em geral sobre os assuntos tratados em cada grupo, havendo, com isso, uma aprendizagem cooperativa.

#### *5.2.1.1 Parte 1 - Atividade inicial*

Os grupos foram separados em trios, com os seguintes temas, taxa de juro, imposto de renda, taxa Selic, LCI e LCA. Foram escolhidos esses temas, pois são assuntos que aparecem ao longo das aulas subsequentes e para que os alunos possam iniciar a aula já entendendo sobre o que está sendo tratado.

Os temas foram mostrados pelo professor mediador, aqui denominado de P, para que os grupos escolhessem o assunto da sua preferência. Após a apresentação dos temas os alunos se reuniram nos seus grupos e cada aluno do grupo escolheu um dos quatro temas disponíveis e já elencados anteriormente.

O professor mediador apenas auxiliou os grupos a se organizarem, mediando o tema que cada aluno escolheria de acordo com afinidade no assunto e interesse dele em determinado tema. O docente também auxiliou os alunos a pesquisarem em sites de fontes fidedignas para que não fosse pesquisado qualquer tipo de informação errônea ao longo do processo.

Após a intervenção do professor, em cada grupo, cada aluno pesquisou e se aprofundou no seu tema escolhido. Após uma breve discussão entre os participantes sobre os temas, cada um fixou apenas um tema específico para a segunda parte da atividade, devendo reunir-se os grupos de especialistas.

A primeira parte da atividade teve duração de 20 minutos para que fosse feita toda organização, pesquisa e levantamento de informações necessárias.

Agora será descrita a segunda parte da atividade inicial, na qual os alunos se reuniram nos grupos de especialistas.

### *5.2.1.2 Parte 2 - Atividade inicial*

Após os primeiros 20 minutos, os alunos se reuniram nos grupos de especialistas. Então, a organização que estava em três grupos com quatro alunos em cada, tornou-se quatro grupos com três alunos em cada, especialistas nos temas apresentados anteriormente.

Logo então, temos o grupo de especialistas de taxa de juro, de imposto de renda, taxa Selic e LCI e LCA, que se reuniram na sala para debaterem sobre todas as informações encontradas sobre os seus respectivos assuntos.

O professor mediador então propôs aos alunos que montassem uma pequena apresentação para que fossem apresentadas para seu grupo de base, podendo utilizar os recursos disponíveis na sala para montar essa apresentação.

Além disso, o docente limitou as apresentações em cada grupo de base de no máximo cinco minutos, para que não se excedesse o tempo da atividade e que a apresentação ficasse concisa.

Toda discussão e montagem das apresentações foram observadas pelo professor mediador para que os alunos não saíssem demais dos temas e que pudessem ser o mais conciso e informativo possível.

A produção das apresentações e discussões de ideias em cada grupo demorou trinta minutos, para que, assim, fosse finalizada a primeira aula do dia e os alunos pudessem retornar para os seus grupos de base.

Após a montagem das apresentações de cada grupo de especialista, será apresentada a próxima parte da atividade inicial nas quais cada grupo de especialista retorna para o grupo de base.

### *5.2.1.3 Parte 3 - Atividade inicial*

Após o grupo de especialistas, cada aluno retornou ao seu grupo de base e em cinco minutos realizou uma pequena apresentação para os integrantes do seu grupo.

Com isso, a ideia da atividade era que os alunos tivessem uma aprendizagem cooperativa e conseguissem assimilar os temas de uma outra maneira, com a linguagem dos colegas auxiliando no ensino.

Os alunos atingiram o objetivo principal da atividade, que era a aprendizagem cooperativa e que pudessem assimilar os conceitos que logo aparecem nas aulas

subsequentes, sem precisar recorrer o tempo inteiro a pesquisar sobre os temas ou não entendendo as siglas quando aparecem ao longo das aulas.

### 5.2.2 Análise da Atividade 01 - Juro Simples

A segunda aula de 100 minutos teve como atividade de início o jogo “Corrida ao 20”, para que os alunos pudessem rapidamente recapitular a ideia de progressão aritmética.

O professor mediador executou uma primeira rodada com os alunos, os desafiando a ganhar a partida da corrida ao 20, então, os alunos competiram contra o professor para vencer a corrida ao 20.

Foram feitas duas rodadas nas quais o professor venceu ambas, porém, nenhum aluno conseguiu encontrar uma lógica por trás do jogo. Alguns relatos dos discentes mencionam que o professor mediador sempre inicia pelo mesmo número e mantém uma sequência, porém, os discentes não conseguem determinar essa sequência.

Após as duas rodadas coma turma, o professor pede que os alunos se dividam em duplas ou trios para efetuarem a atividade em 10 minutos ou até que algum aluno descubra alguma lógica entre os resultados e o vencedor do jogo.

O jogo avança entre as duplas e trios durante o tempo, o professor mediador circula pela sala, porém não intervém em nenhum momento na lógica dos alunos. Em determinado momento, já passadas algumas rodadas pelos discentes e anotações deles nos cadernos, o professor retorna à lousa e pede que os alunos digam alguns fatos que podem ser observados durante a jogada.

Para facilitar o professor mediador será destacado como P, e os alunos com sequências de  $A_1, A_2, A_3, \dots$ :

P: Então classe, o que podemos perceber no jogo corrida ao 20?  
A<sub>1</sub>: Réparamos que o aluno que encontra o 17 vence o jogo.  
A<sub>2</sub>: O professor ganhou iniciando por 2.  
P: Muito bem, mas existe uma lógica implícita?  
A<sub>2</sub>: Não conseguimos encontrar.  
A<sub>1</sub>: Também não encontramos nada.  
A<sub>3</sub>: Nada.

Após alguns relatos dos alunos e alguns “burburinhos”, o professor optou por dar uma dica aos alunos, pensando nos possíveis valores de resto. Após a intervenção

do professor, os trios e as duplas novamente tiveram um tempo para encontrarem a lógica no jogo corrida ao 20.

Os alunos optaram por pensar em um grupo maior e com isso terem uma aprendizagem cooperativa.

O professor mediador então após 15 minutos de discussão, pediu para os alunos agora em um grupo maior, denominado G, a contar as estratégias descobertas e novamente jogarem uma rodada da corrida ao 20, porém explicando a lógica encontrada.

G: Professor, vimos que existe uma sequência sempre vencedora.

P: Qual seria?

G: Como o seu jogo sempre iniciava com 2 e terminava com 17, encontramos uma progressão aritmética de razão 3. Então chegamos em 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, porém a sequência vencedora sempre se inicia com o 2 para se vencer.

Com a conclusão dos alunos, o professor mediador fez, então, a validação do pensamento deles e relatou aos alunos que houve uma situação adidática na qual houve uma ação. Com o início do jogo do professor contra os alunos, a formulação, na qual as duplas e trios pensaram em estratégias para vencer o jogo e em alguns momentos a intervenção do professor no *milieu* do aluno, novamente o professor retorna aos grupos iniciando a fase de validação. Em um grupo maior, os alunos percebem uma estratégia vencedora e explicaram para o professor em relato o que foi encontrado, finalizando com a institucionalização, na qual temos o saber identificado, sistematizado e reconhecido.

Após a atividade corrida ao 20, o professor então escreveu na lousa o seguinte problema que os alunos deveriam responder nos seus cadernos utilizando os seus conhecimentos prévios:

01. Carlos pegou um empréstimo de R\$ 600,00 no banco e se comprometeu a pagar a dívida em 4 meses. Ao conversar com o banco, ele ouviu do seu gerente que seria acrescido o valor de R\$ 12,00 por mês. Após a leitura do enunciado, responda:

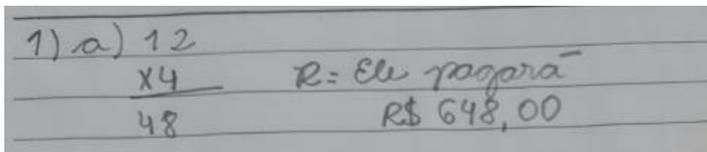
- a) Qual será o valor que Carlos terá que pagar ao banco ao final do período, 4 meses?
- b) Qual será a taxa de aumento percentual que ocorre mês a mês?

Durante o tempo o professor mediador foi circulando na sala enquanto os alunos executavam a tarefa pedida anteriormente, encontrando os resultados de maneiras diferentes e com diversas estratégias.

Os alunos escolhidos são heterogêneos no quesito exatas e matemática, sendo selecionados alunos com dificuldade e com facilidade na matéria.

Vejamos uma das resoluções de um aluno, denominado aluno  $A_1$ :

Figura 14: Resolução aluno A1 da proposta de exercício



The image shows a student's handwritten work on lined paper. On the left, there is a multiplication problem:  $1) a) 12$  followed by  $\times 4$  and a horizontal line, with  $48$  written below. To the right of this calculation, the student has written the response:  $R: \text{Ele pagará } R\$ 648,00$ .

Fonte: O autor (2022)

O professor mediador então interpela o aluno perguntando qual a estratégia utilizada e o porquê de tal estratégia ter sido utilizada por ele.

O aluno prontamente responde:

$A_1$ : Como o aumento é constante, multipliquei o valor pelo tempo de quatro meses e somei no valor inicial.

P: Muito bem, como temos um regime de juro simples o aumento é constante no período.

Com o passar do tempo em aula, outros alunos trouxeram as suas resoluções para que pudessem ser debatidos com os colegas e enfim encontrar algum padrão para o primeiro exercício.

A resolução de outro aluno foi utilizada para que o professor mediador pudesse fazer a institucionalização de juros simples.

Figura 15: Resolução do exercício aluno A2

01.  
 as Empréstimo vale 600,00  $\rightarrow$  pagar a dívida em 4 meses

	600,00	) + 12	
fevereiro	612,00		624
março	624,00	) + 12	+ 12
abril	636,00	) + 12	636
maio	648,00	+ 12	+ 12
			648
valor total:		648,00	

Fonte: O autor (2022)

Podemos observar que o aluno em questão utilizou uma tabela para encontrar o valor pedido, sabendo que o aumento é de R\$ 12,00 por mês, ele somou isso em quatro meses, para saber o montante final.

Posteriormente, o professor indagou os alunos com a seguinte pergunta: "P: Interessante a sua resolução, porém e se pedisse para calcularmos em três anos ou quatro anos? Qual seria a melhor estratégia?"

Os discentes então pensaram e responderam que utilizariam a estratégia de multiplicar o valor pela medida de tempo, em meses, então se fossem três anos, os alunos multiplicariam por 36 o valor que será somado.

Novamente ao ouvir as respostas, o professor indagou os alunos, sempre instigando e utilizando o *milieu* potencial do discente, se poderíamos institucionalizar com uma fórmula ou equação que pudesse ser utilizada em qualquer situação.

Os alunos então se reuniram novamente para pensar coletivamente, utilizando a tabela do colega e, com isso, concluíram uma equação plausível de se utilizar nas resoluções de exercícios.

Passado um tempo de discussão entre os alunos, o professor mediador tomou a palavra e foi à lousa para ouvir as conclusões dos alunos.

$A_3$ : Pela tabela podemos fazer o valor inicial somado com a medida de tempo, multiplicado pelo valor de juros que é acrescido constantemente.

$A_1$ : Conseguimos encontrar a seguinte relação, chamamos de  $V_f$  o valor final,  $V_i$ , o valor inicial,  $j$ , a quantia a ser acrescida constantemente pelo período, e  $t$ , a medida de tempo.

$A_1$ : Encontramos a seguinte relação:  $V_f = V_i + j \cdot t$ .

$A_3$ : Funciona com o exemplo dado em aula,  $V_f = 600 + 12 \cdot 4 \Leftrightarrow V_f = 648$ .

Figura 16: Resolução do exercício utilizando fórmula de juro simples

Handwritten solution for item 'a':

$$a) J = 4 \times 12 \Rightarrow J = R\$48,00$$

$$M = C + J \Rightarrow M = 600 + 48 \Rightarrow M = R\$648,00$$

Fonte: O autor (2022)

Após discutirem o item “a” do problema, o professor mediador quis que os alunos compartilhassem o resultado do item “b”.

Figura 17: Resolução do item b aluno A1

Handwritten solution for item 'b' (Aluno A1):

Method 1:

$$\begin{array}{r} 600 \times 100\% \quad 1200 \quad 600 \\ 12 \quad x \quad 0 \quad 2 \\ \hline x = 2\% \end{array}$$

$R = \text{Ele pagará juros de } 2\%$

ou

Method 2:

$$\begin{array}{r} 600 \quad 4 \quad 150 \quad 100\% \\ 20 \quad 150 \quad 12 \quad x\% \\ 00 \quad 1200 \quad 150 \\ \hline 00 \quad 8 \\ x = 8\% \end{array}$$

$R = \text{Ele pagará juros de } 8\% \text{ do valor total}$

Fonte: O autor (2022)

O professor mediador pontuou que a resolução está correta, pois como temos os juros simples, o aumento percentual também é constante no período descrito pelo enunciado.

A seguir, veremos mais uma resolução do exercício.

Figura 18: Resolução do item b pelo aluno A2

b. A taxa de aumento percentual que ocorre mês a mês é de 8%.

valor inicial - 600,00  
valor final - 648,00 ) 48,00 de aumento

$$\begin{array}{l} 600 - 100\% \\ 48 - x \\ \hline 600x = 4800 \\ x = 8\% \end{array}$$

Fonte: O autor (2022)

Notamos que, nessa resolução, o aluno se esqueceu de dividir pela medida de tempo, no caso os quatro meses do enunciado, com isso, ele descobriu apenas o aumento percentual total.

O professor novamente vai ao quadro interpelar os alunos presentes se podemos encontrar uma maneira mais ágil de encontrar esse aumento percentual.

Outra vez, os alunos se reúnem em grupos para pensar coletivamente na indagação do docente.

Ao final do tempo, os alunos conjecturam que basta calcular a razão entre o valor final e o valor inicial, após isso, teremos o exato valor percentual de aumento.

Com a conclusão, o professor novamente se conduz ao quadro e escreve para os alunos a seguinte relação, na qual utiliza a letra  $i$  para caracterizar a taxa percentual.

$$i = \frac{V_f}{V_i}$$

Após a resolução do exercício, o professor conclui esse primeiro momento da aula e da atividade com as fórmulas de juro simples, que são encontradas no material didático dos alunos e que será utilizada na resolução dos exercícios, tanto no livro como na segunda parte da atividade.

O professor mediador expõe, então, as fórmulas para os alunos presentes:  $J = C \cdot i \cdot t$ , na qual o  $J$  representa o valor do juro ao final do período,  $C$  o capital inicial aplicado ou valor inicial aplicado,  $i$  a taxa percentual dependendo da medida de tempo, bem como  $t$  a medida de tempo em que será aplicado esse juro.

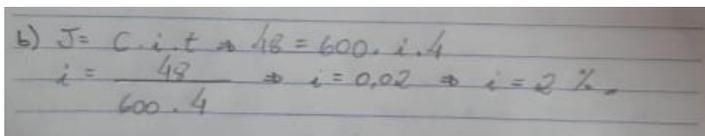
O montante ou valor final será a adição entre o juro e o capital inicial ou valor inicial:

$$M = C + J$$

Os alunos, então, anotam as fórmulas no seu caderno para a próxima atividade, que utilizará o Excel concomitantemente com as equações aprendidas anteriormente.

A seguir, apresenta-se a resolução do item b de um aluno, utilizando as fórmulas de juro simples.

Figura 19: Resolução do item b utilizando as fórmulas de juro simples



Handwritten calculation for item b:

$$b) J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 48 = 600 \cdot i \cdot 4$$

$$i = \frac{48}{600 \cdot 4} \Rightarrow i = 0,02 \Rightarrow i = 2\%$$

Fonte: O autor (2022)

Após a atividade introdutória ao conceito de juros simples, o professor mediador convidou os alunos a sentarem em grupos em computadores para que fosse feita a atividade no Excel.

Após a organização dos grupos, o professor projetou a atividade na lousa digital com as perguntas que deveriam ser respondidas.

A atividade, como mostrado anteriormente, divide-se em dois momentos, primeiro momento no qual os alunos têm um simples cálculo de juros simples em um determinado investimento e responder algumas perguntas e a segunda parte da atividade nas quais o aluno deve simular um investimento em um imóvel.

Primeiramente, foi mostrada a pergunta inicial aos grupos: imagine que você é um investidor em potencial e contratou a empresa Investin, que oferece uma taxa de

1,2% ao mês, seguindo o regime de juros simples. Deve-se atentar às seguintes observações, é cobrada uma alíquota de 22,5% de Imposto de Renda, ou seja, no lucro você deve descontar 22,5% do que foi obtido nesse investimento.

Agora, na planilha “Juros Simples”, você deverá:

- Calcular o montante do investimento ao longo dos meses de 2021, caso tivesse optado por esse investimento;
- Calcular a taxa acumulada desse investimento ao final de um ano (Linha 16);
- Construir um gráfico que relacione “Valor em conta corrente”, “Valor dos produtos corrigidos pela inflação” e “Investimento em Juros Simples (com desconto de IR)”.

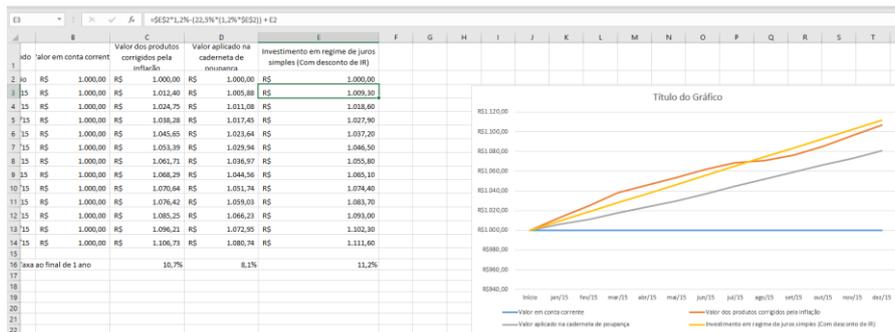
Após a projeção da atividade, o professor mediador explicou brevemente alguns comandos do Excel para que os alunos se familiarizassem com a ferramenta. Durante a atividade, o professor mediador circulou entre os grupos para ajustar as fórmulas com eles.

Passado um tempo da aula, o professor mediador pediu para os alunos compartilharem as resoluções que haviam chegado.

A seguir, temos a solução de um dos grupos, o qual vamos nomear de grupo

A:

Figura 20: Resolução do exercício em Excel do grupo A



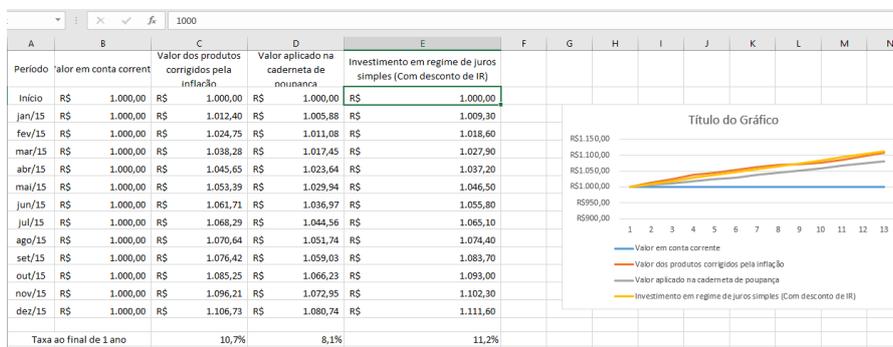
Fonte: O autor (2022)

Podemos inferir que os alunos utilizaram corretamente a fórmula descrita no problema e fizeram a comparação entre os times de investimento com o juro simples,

de acordo com a taxa percentual e com a dedução do Imposto de Renda em relação ao lucro obtido no mês.

Temos, em seguida, a resolução do grupo B, em que a modelagem da fórmula está diferente do grupo A, mas podemos observar que o resultado é o mesmo.

Figura 21: Resolução do exercício em Excel do grupo B



Fonte: O autor (2022)

O professor mediador, ao observar os resultados, indagou os grupos perguntando, “O que podemos diferenciar do investimento em juros simples em detrimento da inflação?”

Os grupos, então, baseados nos seus gráficos e números encontrados no Excel, responderam:

A: Podemos dizer que o investimento em juros simples no começo estava abaixo dos valores da inflação, porém a partir do mês de agosto o investimento rendeu acima da inflação, ou seja, o poder de compra ficou maior

P: Interessante, então podemos concluir que mesmo não sendo um investimento que rendeu um valor muito alto, ainda é melhor um investimento em juros simples do que deixar o seu dinheiro parado e a inflação aumentando.

Com a conclusão da primeira parte da atividade, ainda reunidos em grupos, o professor mediador pediu para os alunos então continuarem a tarefa na qual devem simular um imóvel ocioso e um imóvel com inquilinos e sendo alugado pelo maior período possível para que gerasse um dinheiro ao proprietário.

Novamente antes de iniciar a atividade, o professor mediador explicou rapidamente as denominações que apareceriam ao longo do exercício, como imóvel ocioso, ITBI, aluguel e IR sobre os aluguéis, explicando que na planilha havia uma explanação breve de cada item e a porcentagem de dedução de cada um.

O professor mediador então limitou um espaço de tempo para que os alunos preenchessem a planilha e pesquisassem na internet, se necessário, algumas informações pertinentes para o preenchimento dela. A seguir temos uma das resoluções de um dos grupos:

Figura 22: Resolução da segunda atividade grupo A

Aluguel	Corretor ou imobiliária	IR sobre aluguéis	ITBI	Manutenção	Valorização do imóvel	IR sobre a valorização	"Valor" final	% de lucro
R\$ 36.000,00	R\$ -	R\$ 9.900,00	R\$ 18.000,00	R\$ -	R\$ 157.920,00	R\$ 43.428,00	R\$ 122.592,00	20,43%
R\$ 10.800,00	R\$ 864,00	R\$ 2.732,40	R\$ 18.000,00	R\$ 1.800,00	-R\$ 3.180,00	R\$ -	-R\$ 13.112,40	-2,19%

Fonte: O autor (2022)

A fim de finalizar a atividade no Excel, o professor mediador novamente interpelou os grupos com a seguinte pergunta: "O investimento em imóveis é um bom investimento? Durante o período de um ano é algo rentável?"

Após analisarem as respostas nas suas planilhas, os grupos então responderam.

B: É um tipo de investimento impreciso, não dá para afirmar ser algo positivo e rentável pois temos diversas variáveis que devem ser contabilizadas.

A: Imóveis dependeria muito não só das variáveis que analisamos em aula, mas também dos fatores de localização para que não fique ocioso e aí sim podemos dizer que é um bom investimento.

Após a análise de ambos os grupos e as respostas de cada um, o professor mediador, então, propôs um último problema para que os alunos usassem os conhecimentos aprendidos em aula e respondessem uma pergunta como a da atividade introdutória da aula.

O professor mediador novamente apresentou a pergunta na lousa e pediu para que os alunos fizessem nos seus cadernos, tentando, ao máximo, utilizar os conhecimentos aprendidos na aula.

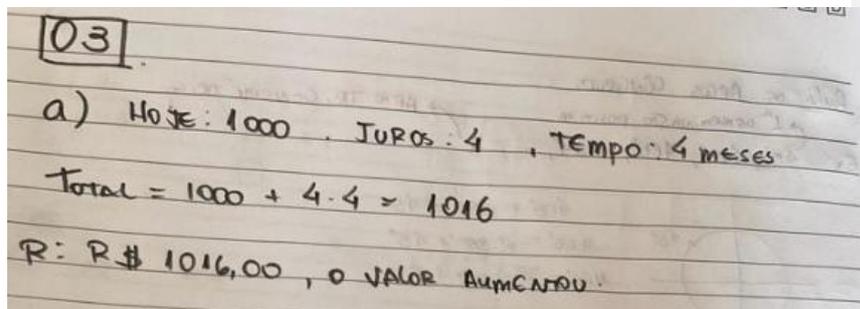
Situação problema: Claudio investiu um valor de R\$ 1000,00 em uma aplicação que retorna para ele mensalmente uma quantia de R\$ 4,00. A partir do exposto responda:

- Quanto Cláudio terá na sua conta corrente? O valor recebido permanece constante, após 4 meses?
- Quanto Cláudio terá na sua conta corrente após 3 anos?  
Quanto terá após  $n$  meses?

Os alunos então se reuniram em pequenos grupos e resolveram as situações propostas pelo professor mediador, dessa vez utilizando uma lógica matemática diferente da que foi usada no primeiro exercício.

Após a discussão entre os alunos, eles trouxeram as soluções dos exercícios propostos pelo professor.

Figura 23: Resolução do exercício 03, item a



Fonte: O autor (2022)

Podemos notar que o aluno percebeu que como os juros é constante no período, basta que ele fizesse o produto entre o acréscimo mensal, no caso de quatro reais, com o tempo em que a aplicação ficou rendendo, no caso, em quatro meses. Após isso, o discente somou, encontrando o resultado de R\$ 1016,00.

Na pergunta do professor como o aluno chegou no resultado, caracterizaremos como aluno  $A_1$  e o professor como P:

P: Qual foi o raciocínio usado no item a para encontrar a resposta?

$A_1$ : Bom como vimos na aula, o aumento nos juros simples é igual todo mês, como na P.A. então só multipliquei o aumento pelo tempo e somei ao valor inicial.

O professor mediador então aproveitando, já observou o item b do aluno e retomou a mesma pergunta:

P: No caso do item b, porque você não multiplicou por três e multiplicou por 36?

$A_1$ : Como o problema falava de um aumento mensal, eu passei o tempo de anos para meses e fiz a mesma coisa que fiz no item a.

A seguir temos a solução do aluno  $A_1$  para o exercício proposto:

Figura 24: Resolução do exercício 03, item b

b) Hoje: R\$ 1000,00, JUROS: R\$ 4,00, tempo: 3 anos  
36 meses

TOTAL:  $1000 + 4 \cdot 36$

TOTAL:  $1000 + 144$

TOTAL: 1144

2  
36  
x 4  
144

Fonte: O autor (2022)

Para a última pergunta, o aluno  $A_1$  relatou que como o aumento é constante, ele imaginou uma função do 1º grau para responder à questão caracterizando cada variável e, com isso, concluiu a função do valor final em função do valor inicial, do acréscimo constante e do tempo.

Em seguida, vemos a solução do aluno para o item c, proposta pelo professor mediador.

Figura 25: Resolução do exercício 03, item c

c) CHAMAMOS  $V_i$ : VALOR INICIAL  
 $J$ : JUROS  
 $n$ : tempo em MESES  
 $V_f$ : VALOR FINAL

$$V_f = V_i + n \cdot J$$
$$\underline{V_f = V_i + J \cdot n}$$

Fonte: O autor (2022)

O professor mediador então fez o fechamento da aula explicando mais sobre juros simples e mostrando para os alunos as fórmulas que serão usadas em exercícios no material didático ou vestibulares.

A atividade foi concluída com um saldo positivo no qual os alunos conseguiram utilizar seu *milieu* potencial para que pudessem executar as tarefas e as atividades propostas usando os conceitos de progressão aritmética ou função do 1º grau, além de terem empregado a planilha eletrônica para ampliar o conhecimento de juros simples em outra contextualização.

#### 5.2.2.1 Atividade 02

A segunda atividade proposta envolve o conceito de juros compostos. Novamente, os alunos voluntários das atividades anteriores foram voluntários para executarem essa aula de 100 minutos ministrada por um professor mediador.

Após os alunos se acomodarem nos seus lugares, o professor iniciou a aula com uma situação problema para instigar a curiosidade dos discentes quanto ao tema que seria tratado.

O professor mediador então projetou um problema na lousa e pediu para os alunos pensarem em uma solução para ele, dando um prazo de 20 minutos para que mostrassem a resolução.

01. Rose aplicou R\$ 3.000,00 na poupança que aumenta 10% ao ano em relação ao montante adquirido no mês anterior. A partir do enunciado responda:

- Após 3 anos quanto Rose terá na poupança, mantida a mesma taxa de 10% ao ano?
- Após 5 anos, quanto Rose terá na poupança?

O professor mediador então sugeriu aos alunos que montassem uma tabela para auxiliar na resolução dos exercícios propostos.

Após certo tempo da atividade, o professor solicitou, então, para os alunos compartilharem as resoluções com os demais colegas de classe.

Vejamos a seguir um exemplo de resolução do item a, feita por um aluno presente na atividade:

Figura 26: Resolução do item a do exercício 01

01.

a)

Valor inicial	Juros	Montante
3000	300	3300
3300	330	3630
3630	363	3993

Resposta: O valor final é R\$ 3993,00

Fonte: O autor (2022)

O professor então pergunta ao aluno sobre a resolução do exercício. Vamos novamente caracterizar o aluno como  $A_1$ :

$A_1$ : Como o exercício falava que o aumento era no montante final, então calculei os juros no período e somei com o valor inicial, resultando o montante. Esse montante, então, é o valor inicial no ano seguinte, como eram apenas três anos, eu calculei manualmente o tempo, mas não encontrei nenhuma relação.

Podemos notar que com a fala do aluno, ele ainda não havia encontrado uma formalização para o conceito de juros compostos, então, optou pela tabela e fez o cálculo manualmente ano a ano.

Novamente, o professor mediador tomou a palavra e questionou o aluno se o período for maior ele faria manualmente também usando a tabela: "A<sub>1</sub>: Já que estamos multiplicando pela mesma taxa, talvez eu utilizaria a ideia de progressão geométrica. No caso, o aumento percentual seria a razão".

O aluno percebeu então essa conexão entre a progressão geométrica com juros compostos. O professor prontamente pediu para que o aluno resolvesse o mesmo exercício, utilizando a ideia que acabara de perceber.

Após um tempo, o aluno retornou com a resposta, como mostrado na figura a seguir:

Figura 27: Resolução exercício 01 item a, utilizando P.G

Handwritten solution on lined paper:

01.  
 a)  $a_1 = 3000$   $q = 1,10$  (aumento percentual de 10%)  
 $n = 3 \text{ anos}$

valor final =  $3000 \cdot 1,1^3$   
 $vf = 3000 \cdot 1,331$   
 $vf = 3993$

Resposta: R\$ 3993,00

Fonte: O autor (2022)

Vemos que o aluno fez o uso da potenciação para resolver o exercício, além da ideia de progressão geométrica para encontrar o valor final do montante.

O professor pediu novamente, então, para que o aluno compartilhasse agora a resolução do item b.

O aluno A<sub>1</sub> novamente mostra a resolução a partir do item a utilizando a mesma estratégia para encontrar os outros dois anos que faltavam para completar os cinco anos pedidos no exercício.

Figura 28: Resolução do item b do exercício 01

b) Após 3 meses  $3993 \times 0,1 \rightarrow 399,3 \quad + \rightarrow 4392,30$   
 $4392,3 \times 0,1 \rightarrow 439,23 \quad + \rightarrow 4831,53$

Resposta: Após 5 meses, Res. Luc. R\$ 4831,53

Fonte: O autor (2022)

O professor mediador novamente retomou com os alunos a ideia de progressão geométrica para resolução dos exercícios de juros compostos, colocando na lousa algumas das fórmulas importantes para a resolução da próxima atividade.

Os alunos então abriram os computadores enquanto o professor projetava a atividade no Excel que os alunos deveriam realizar.

A primeira parte da atividade visava o preenchimento da planilha na aba "Renda fixa - Prefixado", com um rascunho ao lado os alunos executaram os cálculos para responder, utilizando o Excel, nas duas perguntas feitas na ficha entregue para os grupos.

Na simulação 1, o investidor escolhe a opção liquidez diária. O investimento será feito por uma aplicação única de R\$ 1.000,00 e ficará por todo o ano de 2015 com taxa de 1% ao mês. Nesse caso:

- a) Calcule a taxa anual equivalente;
- b) Calcule o quanto poderia ser resgatado ao final do ano utilizando a taxa anual equivalente e considerando a seguinte tabela de Imposto de Renda progressivo:

Podemos ver que os alunos calcularam corretamente o que lhe foi pedido, de acordo com a resolução a seguir:





Após o preenchimento da planilha, rapidamente, o professor discutiu com os grupos quais seriam os investimentos mais rentáveis dentre todos os apresentados nas planilhas.

A atividade de fechamento foi novamente entregue uma folha com um exercício, para que os alunos utilizassem os conhecimentos adquiridos em aula, inclusive o uso do Excel, para a resolução da tarefa.

A seguir, apresenta-se o exercício proposto pelo professor mediador para o fechamento da aula: vamos supor que Joaquim, um antigo funcionário de uma empresa, foi demitido devido a um corte orçamentário e após rever assinatura da carta de demissão, recebeu uma indenização e o FGTS no valor de R\$ 25.000,00. Com muita dificuldade em encontrar um novo emprego, Joaquim pensou em criar uma estratégia para que o seu dinheiro renda enquanto está desempregado. Ainda enfrentando dificuldades, ele resolveu vender seu carro, no valor de R\$ 25.000,00, totalizando, assim, um montante de R\$ 50.000,00, para que possa ser investido. Diante do proposto, Joaquim procurou dois bancos com propostas diferentes de investimentos na poupança, pensando na liquidez diária e isenção de impostos, caso haja necessidade.

Quadro 14: Informações dos bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz

<p><b>BANCO SONHO MEU</b> Aplicações iguais ou superiores a R\$ 50.000,00, rendimento no regime de juros simples e uma taxa de 0,51% ao mês.</p>
--

<p><b>BANCO DINHEIRO FELIZ</b> Aplicações iguais ou superiores a R\$ 50.000,00, rendimento no regime de juros compostos a uma taxa de 0,5% ao mês.</p>
--

Fonte: O autor (2022)

O objetivo da atividade, é poder comparar e interpretar utilizando gráficos, tabelas, observando o crescimento dependendo de qual investimento escolhido, ao investir o mesmo capital, porém, em regimes diferentes.

Para que possamos analisar melhor a situação, primeiramente Joaquim fez a construção de tabelas que proporcionem um comparativo numérico da situação.

a) Com base nas informações sobre o Banco Sonho Meu, complete a tabela a seguir:

Tabela 13: Tabela para preenchimento do aluno no exercício.

Meses	Capital (C)	Juro (J)	Montante (M)
1º mês	50.000,00	255,00	50.255,00
2º mês	50.255,00		50.510,00
3º mês			
4º mês		255,00	
5º mês			
6º mês			
Total			

Fonte: O autor (2022)

Após o preenchimento da tabela, responda as questões a seguir:

- a.1) Ao preencher a tabela, podemos notar certa regularidade? Se sim, justifique.
- a.2) Podemos utilizar alguma sentença matemática para representar o cálculo feito em cada linha da tabela? Se sim, represente-a, justificando passo a passo.
- a.3) Podemos utilizar um cálculo geral para os juros? Se sim, represente e justifique cada passo.

Parte 02:

b) Ao sair do Banco Sonho Meu, Joaquim conversou com o gerente do Banco Dinheiro Feliz. Preencha a tabela a seguir, caso Joaquim invista o seu dinheiro no Banco Dinheiro Feliz:

Tabela 14: Tabela para preenchimento do aluno para resolução do exercício.

Meses	Capital (C)	Juro (J)	Montante (M)
1º mês	50.000,00	250,00	50.250,00
2º mês	50.250,00		
3º mês		252,51	
4º mês			
5º mês			
6º mês			
Total			

Fonte: O autor (2022)

Após o preenchimento da tabela, responda às perguntas a seguir:

- b.1) Existe alguma forma de representarmos o montante adquirido no 1º mês, em função da capital e da taxa? Como ficaria no mês seguinte?
- b.2) Podemos escrever o montante adquirido no 2º mês com alguma sentença matemática? Se sim, utilize a mesma sentença para o cálculo do montante no 3º mês.
- b.3) Podemos sintetizar esses modelos matemáticos e generalizar o cálculo de juros compostos?
- b.4) Pensando em um tempo (t), como podemos generalizar as observações anteriores em um cálculo geral do juro composto?

Comentado [GLdL32]: ajustar

### Parte 03

- a) A partir das tabelas, qual o melhor investimento para Joaquim durante esse tempo, seis meses, em que está desempregado? O que ocorre se aumentarmos para 11 meses?
- b) Caso Joaquim precise de um tempo maior, qual opção parece mais atrativa?
- c) Com o aprendido na aula de Excel e com as tabelas feitas nos itens (a) e (b), construa um gráfico que permita analisar a melhor opção após seis meses.
- d) A partir da construção do gráfico anterior em um período maior do que 6 meses, é possível ter a mesma escolha que no item b? Justifique.

Comentado [Revisamos33]: veja se era isso que você queria fazer.

Novamente os grupos, para agilizarem os cálculos, utilizaram o Excel para resolver os cálculos e trouxeram as soluções para discussão. Assim, o professor

propôs que os estudantes utilizassem abas diferentes para a resolução de cada exercício.

Ao preencherem a primeira etapa, a tabela que o grupo realizou foi a que está a seguir:

Figura 31: Preenchimento da tabela referente ao banco Sonho meu

Meses	Capital	juro	montante
1	R\$ 50.000,00	R\$ 255,00	R\$ 50.255,00
2	R\$ 50.255,00	R\$ 255,00	R\$ 50.510,00
3	R\$ 50.510,00	R\$ 255,00	R\$ 50.765,00
4	R\$ 50.765,00	R\$ 255,00	R\$ 51.020,00
5	R\$ 51.020,00	R\$ 255,00	R\$ 51.275,00
6	R\$ 51.275,00	R\$ 255,00	R\$ 51.530,00
total	R\$ 303.825,00	R\$ 1.530,00	R\$ 305.355,00

Fonte: O autor (2022)

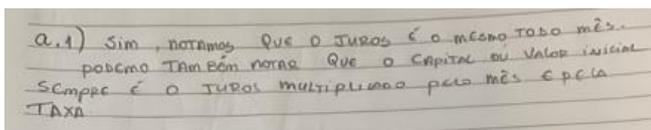
Ao final do preenchimento da tabela, o grupo respondeu as questões propostas anteriormente.

Para a primeira pergunta:

a.1) Ao preencher a tabela, podemos notar certa regularidade? Se sim, justifique.

O grupo obteve a seguinte resposta:

Figura 32: Resposta ao item a.1 do grupo



Fonte: O autor (2022)

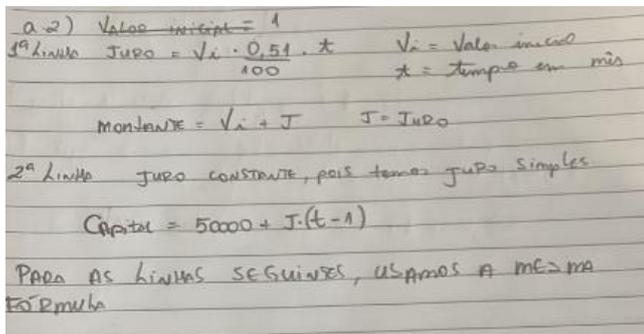
Podemos notar, então, que os alunos percebem que, no caso de juro simples, temos um aumento constante de juro em um determinado período.

Para a próxima pergunta:

a.2) Podemos utilizar alguma sentença matemática para representar o cálculo feito em cada linha da tabela? Se sim, represente-a, justificando passo a passo.

Apesar de terem utilizado o Excel para resolução do exercício, os alunos usaram um caderno para a conjectura do raciocínio a ser empregado na questão. A seguir, apresentamos a imagem da resolução dos alunos no caderno e no Excel.

Figura 33: Resolução do item a.2



Fonte: O autor (2022)

A seguir, demonstra-se a fórmula no Excel referente ao raciocínio da primeira linha:

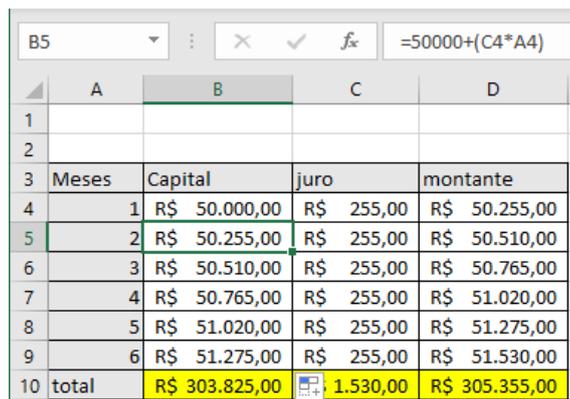
Figura 34: Resolução do item a.2, utilizando Excel

	A	B	C	D
1				
2				
3	Meses	Capital	juro	montante
4	1	R\$ 50.000,00	R\$ 255,00	R\$ 50.255,00

Fonte: O autor (2022)

A Figura 37, a seguir, evidencia a resolução referente às outras linhas da tabela.

Figura 35: Resolução do item a.2 utilizando Excel



	A	B	C	D
1				
2				
3	Meses	Capital	juro	montante
4	1	R\$ 50.000,00	R\$ 255,00	R\$ 50.255,00
5	2	R\$ 50.255,00	R\$ 255,00	R\$ 50.510,00
6	3	R\$ 50.510,00	R\$ 255,00	R\$ 50.765,00
7	4	R\$ 50.765,00	R\$ 255,00	R\$ 51.020,00
8	5	R\$ 51.020,00	R\$ 255,00	R\$ 51.275,00
9	6	R\$ 51.275,00	R\$ 255,00	R\$ 51.530,00
10	total	R\$ 303.825,00	R\$ 1.530,00	R\$ 305.355,00

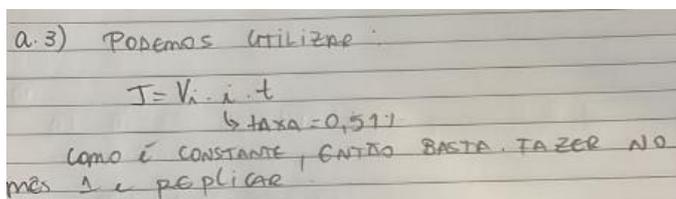
Fonte: O autor (2022)

Notamos a utilização da função de 1º grau para a resolução do exercício, na qual os alunos utilizaram o valor 50.000 como uma constante e apenas somaram os juros acumulado por mês. Eles encontraram um padrão para o segundo mês até o sexto mês.

Para a última pergunta proposta temos: a.3) Podemos utilizar um cálculo geral para os juros? Se sim, represente e justifique cada passo.

Então, para responder ao último item, os alunos utilizaram o que foi aprendido na aula anterior de juro simples e apenas formalizaram isso com a utilização das fórmulas já aprendidas.

Figura 36: Resolução do item a.3



Fonte: O autor (2022)

Na segunda parte da atividade temos também um investimento, porém nesse caso em juro composto. O professor mediador novamente sugere que os alunos

façam no Excel, para que agilizem os cálculos e respondam as perguntas propostas nos seus cadernos.

Após o preenchimento da planilha pelos alunos, o professor mediador pediu para conferir os resultados encontrados por eles.

Primeiramente, os alunos mostraram a planilha do Excel que estruturaram para a auxiliar na resolução e para responder as questões.

Figura 37: Resolução do investimento no Banco Dinheiro Feliz, em Excel, pelos alunos

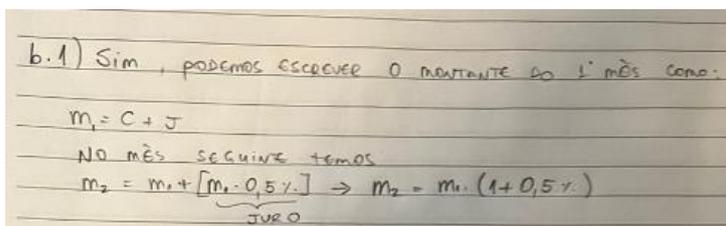
Meses	Capital	juro	montante
1	R\$ 50.000,00	R\$ 250,00	R\$ 50.250,00
2	R\$ 50.250,00	R\$ 251,25	R\$ 50.501,25
3	R\$ 50.501,25	R\$ 252,51	R\$ 50.753,76
4	R\$ 50.753,76	R\$ 253,77	R\$ 51.007,53
5	R\$ 51.007,53	R\$ 255,04	R\$ 51.262,56
6	R\$ 51.262,56	R\$ 256,31	R\$ 51.518,88
total	R\$ 303.775,09	R\$ 1.518,88	R\$ 305.293,97

Fonte: O autor (2022)

Os alunos, após o preenchimento da tabela, responderam às questões propostas pelo professor mediador.

b.1) Existe alguma forma de representarmos o montante adquirido no 1º mês, em função da capital e da taxa? Como ficaria no mês seguinte?

Figura 38: Resolução do item b.1



Fonte: O autor (2022)

Como podemos notar, o aluno utilizou a relação principal de montante sendo a soma do capital pelo juro e, com isso, desenvolveu para o mês seguinte, utilizando

fator comum em evidência no que chamou de  $M_1$  para caracterizar o montante adquirido no primeiro mês.

Para o item seguinte, novamente, o aluno desenvolveu o seu raciocínio baseado no que foi pedido no item anterior.

A seguir, temos a resolução do discente para o seguinte item:

b.2) Podemos escrever o montante adquirido no 2º mês com alguma sentença matemática? Se sim, utilize a mesma sentença para o cálculo do montante no 3º mês.

Figura 39: Resolução do item b.2

Handwritten solution for item b.2:

b.2) No 2º mês temos

$$m_2 = m_1 + (m_1 \cdot 0,5\%)$$

$$m_2 = m_1 \cdot (1 + 0,5\%)$$

No 3º mês temos

$$m_3 = m_2 + (m_2 \cdot 0,5\%) \quad m_2 = m_1 \cdot (1 + 0,5\%)$$

$$m_3 = m_1 \cdot (1 + 0,5\%) + m_1 \cdot (1 + 0,5\%) \cdot 0,5\%$$

$$m_3 = m_1 \cdot (1 + 0,5\%) \cdot (1 + 0,5\%)$$

$$m_3 = m_1 \cdot (1 + 0,5\%)^2$$

Fonte: O autor (2022)

Novamente, o aluno utilizou os conhecimentos de seu *milieu* com os casos de fatoração e usou também a substituição de seu raciocínio utilizado no item anterior. Com isso, o discente encontrou uma relação em que utiliza o montante inicial para calcular o montante no terceiro mês.

Com os dois itens anteriores, o professor mediador então indaga os alunos se conseguiram encontrar uma relação para os meses em sequência.

O aluno então responde: “A<sub>1</sub>: Temos uma progressão geométrica, mas como começamos pelo montante já adquirido no primeiro mês, o tempo sempre será subtraído de uma unidade”.

Após a resposta do aluno, ele mostra, novamente, as respostas dos próximos itens, em que era pedido que encontrassem uma generalização para o cálculo de juros compostos.

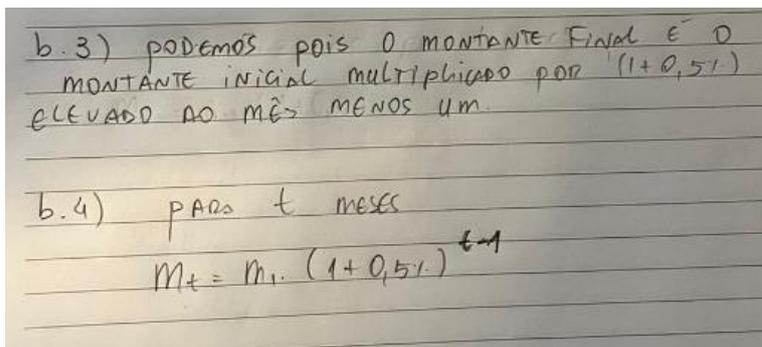
A seguir, temos a resolução para os dois itens finais da segunda atividade:

b.3) Podemos sintetizar esses modelos matemáticos e generalizar o cálculo de juros compostos?

b.4) Pensando em um tempo ( $t$ ), como podemos generalizar as observações anteriores em um cálculo geral do juro composto?

Comentado [GLdL34]: ajustar

Figura 40: Resolução dos itens b.3 e b.4



Fonte: O autor (2022)

Com a utilização dos itens anteriores, podemos observar que o aluno fez uma correlação dos itens anteriores com o que os itens pedem, imaginando uma generalização para qualquer mês.

Para a Terceira parte da atividade o professor mediador solicitou que os alunos continuassem com as suas planilhas no Excel e fizessem um aumento nos meses, observando em qual investimento teriam uma melhor vantagem.

Para o primeiro item, os alunos deveriam, primeiramente, analisar os investimentos para seis meses e, após isso, aumentar para 11 meses.

a) A partir das tabelas, qual é o melhor investimento para Joaquim durante esse tempo, seis meses, em que está desempregado? O que ocorre se aumentarmos para 11 meses?

O professor mediador então pediu para que os alunos o respondessem qual seria o investimento mais rentável nesse período.

A seguir, temos as tabelas com os investimentos em ambos os bancos.

Figura 41: Investimento no Banco Sonho Meu - regime de juro simples

Meses	Capital	juro	montante
1	R\$ 50.000,00	R\$ 255,00	R\$ 50.255,00
2	R\$ 50.255,00	R\$ 255,00	R\$ 50.510,00
3	R\$ 50.510,00	R\$ 255,00	R\$ 50.765,00
4	R\$ 50.765,00	R\$ 255,00	R\$ 51.020,00
5	R\$ 51.020,00	R\$ 255,00	R\$ 51.275,00
6	R\$ 51.275,00	R\$ 255,00	R\$ 51.530,00
7	R\$ 51.530,00	R\$ 255,00	R\$ 51.785,00
8	R\$ 51.785,00	R\$ 255,00	R\$ 52.040,00
9	R\$ 52.040,00	R\$ 255,00	R\$ 52.295,00
10	R\$ 52.295,00	R\$ 255,00	R\$ 52.550,00
11	R\$ 52.550,00	R\$ 255,00	R\$ 52.805,00
total	R\$ 564.025,00	R\$ 2.805,00	R\$ 566.830,00

Fonte: O autor (2022)

Figura 42: Investimento no Banco Dinheiro Feliz - regime de juro composto

Meses	Capital	juro	montante
1	R\$ 50.000,00	R\$ 250,00	R\$ 50.250,00
2	R\$ 50.250,00	R\$ 251,25	R\$ 50.501,25
3	R\$ 50.501,25	R\$ 252,51	R\$ 50.753,76
4	R\$ 50.753,76	R\$ 253,77	R\$ 51.007,53
5	R\$ 51.007,53	R\$ 255,04	R\$ 51.262,56
6	R\$ 51.262,56	R\$ 256,31	R\$ 51.518,88
7	R\$ 51.518,88	R\$ 257,59	R\$ 51.776,47
8	R\$ 51.776,47	R\$ 258,88	R\$ 52.035,35
9	R\$ 52.035,35	R\$ 260,18	R\$ 52.295,53
10	R\$ 52.295,53	R\$ 261,48	R\$ 52.557,01
11	R\$ 52.557,01	R\$ 262,79	R\$ 52.819,79
total	R\$ 563.958,33	R\$ 2.819,79	R\$ 566.778,12

Fonte: O autor (2022)

Os alunos após a análise das tabelas responderam:

$A_1$ : O investimento nesse período em juro simples rendeu mais para Joaquim do que no juro composto, mas a tendência pelo que podemos notar da tabela é que em determinado momento o Segundo investimento será melhor.

$A_2$ : Pude notar que o juro no Segundo investimento está aumentando cada vez mais com o passar do tempo, com isso o montante está aumentando de

uma maneira mais rápida que no investimento anterior, então podemos notar que na segunda tabela o montante está maior a partir do mês nove.

Após a resposta dos alunos, o professor deu continuidade à atividade, pedindo para que aumentassem o número de meses e respondessem à próxima pergunta:

b) Caso Joaquim precise de um tempo maior, qual das opções parece mais atrativa?

Após se reunirem, os alunos então responderam:

$A_1$ : Joaquim deveria optar pelo Segundo banco em juro composto, o aumento do montante está mais rápido que no outro investimento, com isso ele teria mais dinheiro em um longo período.

$A_2$ : Com Certeza, o segundo banco o juro está aumentando cada vez mais rápido quanto mais tempo se passa, isso traria mais dinheiro para o Joaquim.

Para uma melhor visualização dos fatos, o professor mediador pediu para que os alunos montassem gráficos de ambas as situações e tivessem uma comparação visual da evolução do montante de Joaquim, primeiramente, para os seis primeiros meses e após isso um período maior.

Vejamos a pergunta e em seguida o gráfico formulado pelos alunos.

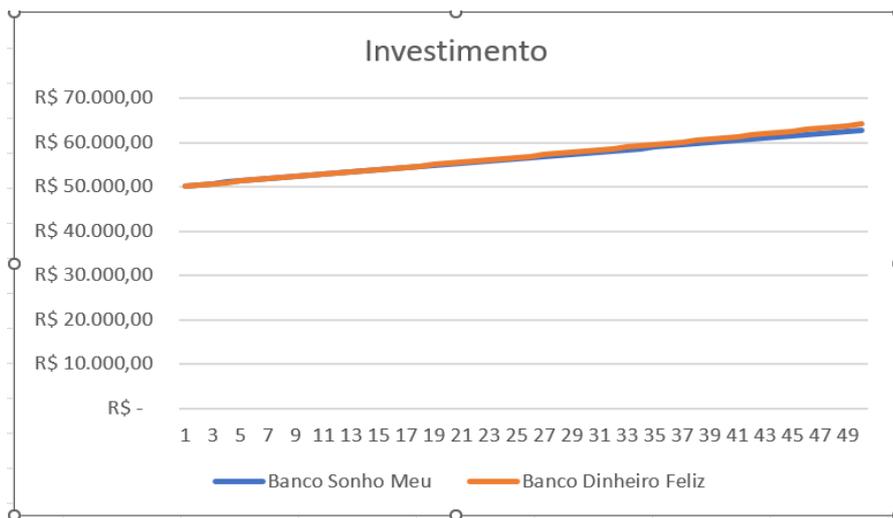
c) Com o aprendido na aula de Excel e com as tabelas feitas nos itens (a) e (b), construa um gráfico que permita analisar a melhor opção após seis meses.

d) A construção do gráfico anterior em um período maior do que 6 meses, é possível ter a mesma escolha que no item b? Justifique.

Após a construção do gráfico que será exibido a seguir, os alunos então responderam ao questionamento do professor.

Comentado [Revisamos35]: veja se era isso que você queria fazer.

Figura 43: Gráfico de comparação dos investimentos do exercício



Fonte: O autor (2022)

O professor mediador então pergunta aos alunos se a opinião deles em relação à resposta do item anterior se alterou.

Os alunos então se reúnem e respondem:

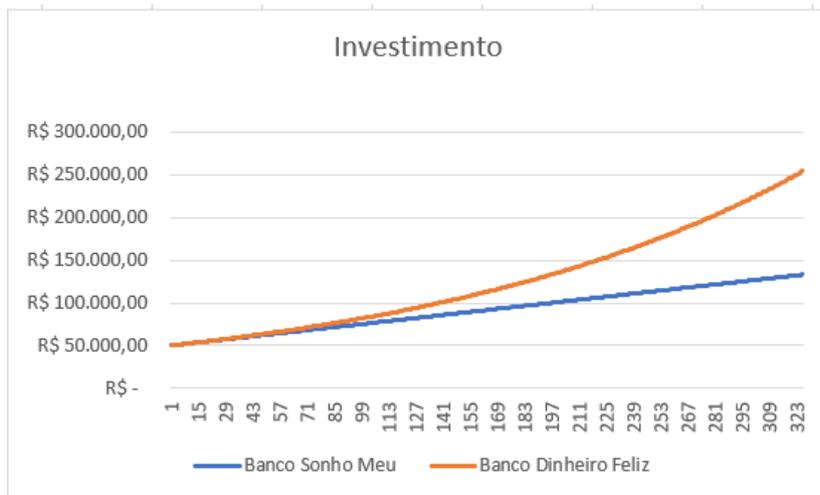
*A<sub>1</sub>*: Visualmente ficou mais difícil de identificar qual investimento é o melhor, por isso aumentamos o período para conseguir identificar que o banco que retorna um melhor valor é o que tem o investimento em juros compostos como já observado nas tabelas.

*A<sub>2</sub>*: Acho que o gráfico não ajudou muito a visualização no primeiro período porque temos uma diferença muito pequena de uma taxa de juros em relação a outra, então aumentamos o período e aí ficou fácil de identificar qual seria o melhor investimento a longo prazo.

O professor pediu, então, para que, novamente, os alunos retornassem ao computador e simulassem para um período maior ainda para que pudessem ver a discrepância entre os investimentos e qual é o tipo de crescimento que temos em cada um deles.

A seguir, temos o gráfico feito pelos alunos com os investimentos em um período maior.

Figura 44: Gráfico dos investimentos nos bancos Sonho Meu e Dinheiro Feliz



Fonte: O autor (2022)

O professor pediu, então, para que os alunos, novamente, visualizem o gráfico e façam os apontamentos sobre os itens anteriores:

$A_1$ : Realmente quanto maior o período podemos notar que o investimento em juros compostos começa com um aumento lento e parecido com o do banco em juros simples, mas após um determinado período ele ultrapassa e acaba crescendo mais rápido que o outro.

$A_2$ : Podemos notar que um dos investimentos tem um crescimento linear, enquanto o outro tem um crescimento exponencial.

O encerramento da atividade se deu por essa comparação entre os regimes de juro simples e juro composto, não só pela formalização algébrica das suas fórmulas, mas também os alunos puderam visualizar o crescimento de ambos os regimes de juros e inferir que enquanto em uma temos um crescimento linear, função do primeiro grau, na outra temos um crescimento exponencial, função exponencial.

No próximo capítulo, será feita a conclusão desta dissertação.

## 6 CONCLUSÃO

Nos itens a seguir serão retomados pontos importantes da pesquisa e, logo em seguida, conclusões referentes às análises de material didático, da BNCC, dissertações, teses, atividades aplicadas, bem como retomaremos os objetivos estabelecidos para a pesquisa e as questões norteadoras do estudo.

Em conformidade com o que foi apresentado na pesquisa, com a introdução da matemática financeira no currículo escolar e um aumento da preocupação da população em aprender cada vez mais sobre educação financeira, expande-se, conseqüentemente, a quantidade de aulas de matemática financeira, sendo necessário o ensino sobre juros simples e juros compostos, que deve ser aprofundado ao longo do Ensino básico.

Diante do contexto abordado anteriormente, o objetivo da pesquisa foi analisar como a matemática financeira está inserida na BNCC, o que o material didático nos mostra sobre as aplicações dos conceitos de juros simples e juros compostos e a execução de uma atividade com a utilização de tecnologias para o Ensino de juros simples e juros compostos, pensando em fazer um paralelo entre o uso de tecnologias e o que temos já finalizado em materiais didáticos.

Inicialmente, a análise do livro didático foi utilizada em um livro do PNLD 2023 intitulado “Multiversos da Matemática” de Joamir Souza. Especificamente na coleção sobre “Matemática Financeira, Gráficos e Sistemas”, foram analisados os exercícios mediante a TAD, de Chevallard (1999).

De acordo com a análise, embora os livros didáticos estejam se modificando e inserindo em doses homeopáticas esses conceitos de matemática financeira no seu material, a sua aplicação ainda se restringe, basicamente, às aplicações teóricas e resoluções de exercícios, sem aplicabilidade prática cotidiana, tornando o ensino de matemática financeira mecanicista. Cabe ao professor buscar novas atividades e à coordenação pedagógica do núcleo escolar possibilitar a imersão de atividades diferenciadas nas rotinas escolares, que promovam melhorias no âmbito da matemática financeira.

A matemática financeira, no caso desta dissertação no que tange ao tema de juros simples e juros compostos, é uma importante temática, que deveria ser abordada com maior veemência e o seu ensino evitaria problemas econômicos posteriores. Os contextos e usos da matemática atrelados ao cotidiano devem ser priorizados,

tornando a matemática uma disciplina mais palpável do que apenas o ensino de técnicas mecanicistas.

Após a análise do livro didático mediante a TAD de Chevallard (1999), conseguimos caracterizar que no atual material didático temos um aumento nos exercícios mais contextualizados e nem tanto mecanicista, ou seja, aplicações de fórmulas, sem uma prévia contextualização do assunto.

Além disso, podemos notar que algumas questões do material didático incluem o uso de tecnologias para resolução ou uso de planilhas eletrônicas ou até o uso de calculadora para efetuar cálculos mais avançados. Isso demonstra que o professor pode ter uma maleabilidade com o livro didático entre utilizar tecnologias para poder discutir com os alunos algo além do que se pede no enunciado.

Podemos também concluir que as atividades propostas nesse trabalho caminham em paralelo com o material didático. Então, o professor não tem a necessidade utilizar o livro com as fórmulas já dadas, mas caminhar com os alunos para uma possível demonstração delas e, após isso, formalizar em aula as fórmulas de juro simples e juro composto.

Além disso, pudemos fazer uma análise, novamente mediante a TAD de Chevallard (1999) de exercícios presentes nesse material didático. O material apresenta uma grande variedade de exercícios e, na grande maioria, contextualizados com mais de uma forma de resolução.

O material didático também apresenta questões de vestibulares, uma preocupação dos alunos presentes na 2ª série do Ensino Médio, contextualizados e menos mecanicistas.

Ademais, notamos que o livro, por estar alinhado com o PNLD, está também alinhada à BNCC, com as propostas de contextualização e sem o Ensino mecanicista de juro simples e juro composto, tornando o ensino mais atrativo ao aluno, que também pode observar isso na aplicação do seu cotidiano.

A aplicação da atividade se deu em três momentos distintos em um intervalo de três dias diferentes, para que os alunos não ficassem exaustos e conseguissem também seguir o currículo normal da aula.

A atividade se deu no contraturno dos alunos, ou seja, fora de seu horário convencional de aula para que fosse anotada todas as observações e análises desta dissertação. Todas as atividades foram à luz da TSD, de Brousseau (1996).

A atividade inicial, com a utilização do método Jigsaw para que os alunos conseguissem aprender cooperativamente, foi utilizada para que os discentes pesquisassem sobre alguns temas que apareceriam ao longo das atividades e que eles já tivessem um conhecimento prévio, sem que houvesse uma perda de tempo ao explicar cada conceito não só de juro simples e juro composto, mas que aparecem na matemática financeira em si e no cotidiano dos alunos.

Os alunos se dividiram nos grupos para delimitar quem pesquisaria sobre determinado tema já estabelecido pelo professor mediador. Após a determinação do tema, os discentes se separaram em grupos em que tínhamos temas em comum, criando os grupos de especialistas, finalizando com o retorno dos alunos aos seus grupos de origem e uma breve apresentação, tudo isso formando o que se chama aprendizagem cooperativa.

Na atividade inicial, os alunos se organizaram com auxílio do professor mediador, que também se responsabilizou em organizar o tempo para que cada etapa da atividade fosse efetuada. As discussões ocorreram dentro do esperado e as apresentações foram de grande auxílio para o entendimento de alguns conceitos que apareceram ao longo das outras atividades.

Em um outro momento, a primeira atividade de juro simples foi feita com os alunos novamente divididos em grupos, porém cada resolução foi entregue individualmente, a primeira parte foi fornecido um exercício no qual deveriam calcular o montante final de uma aplicação a uma determinada taxa no regime de juros simples.

Não foi dada qualquer dica para auxiliar os alunos, apenas foram usados conhecimentos aprendidos ao longo da trajetória acadêmica dos discentes e os conceitos que foram aprendidos durante a atividade anterior do método Jigsaw.

Pudemos notar uma grande utilização apenas de multiplicação e divisão, além da utilização de função do primeiro grau para a resolução do exercício.

Na segunda parte da atividade, o professor mediador utilizou o Excel para resolução de um exercício de investimento com um determinado valor e uma determinada taxa. Novamente, o diferencial da atividade era que os alunos tinham uma dedução do imposto de renda, conceito esse aprendido durante o método Jigsaw, no qual apresentaram no dia anterior.

Os alunos tiveram uma breve explicação sobre a utilização de fórmulas no Excel e como aplicá-las, algo inovador para alguns alunos presentes na aula. Após a

breve apresentação, os alunos resolveram a atividade em Excel e foram mostrando os resultados para o professor mediador.

Após aplicação das atividades nos três dias, foi possível responder às questões de pesquisa norteadoras desta dissertação:

- a) quais elementos da Teoria das Situações Didáticas podem ser utilizados para que seja feita uma nova abordagem no tema de juros simples e juros compostos no 2º ano do Ensino Médio?

A questão foi respondida, pois em todo momento em que o aluno trabalhou em grupo ou individualmente houve a ação, formulação, validação e institucionalização. Em cada momento da aula foi descrito pelo professor mediador cada uma das etapas da TSD, de Brousseau (1996), principalmente, na última parte de cada atividade na qual o aluno deveria, baseado no que foi utilizado nos exercícios anteriores, para formular uma generalização para qualquer situação em que aparecesse contextualizado exercício de juro simples ou juro composto.

A outra questão de pesquisa também foi respondida de acordo com as atividades desenvolvidas nesta dissertação:

- b) quais estratégias podem ser inseridas no material didático já existente e que se complementem?

O objetivo de inserir tecnologias foi pensado para que o discente pudesse observar que algo utilizado no seu cotidiano poderia resolver problemas em que aparece no seu livro didático de uma outra perspectiva, podendo, inclusive, fazer análises mais profundas dos dados utilizando Excel, além de poder fazer uma análise gráfica de um determinado item.

O material didático pode ser usado em paralelo com a aula utilizando Excel, para que o aluno tenha uma outra perspectiva do uso dos recursos tecnológicos e da resolução manual dos itens.

Com isso, ressaltamos que a sequência didática descrita acima pode ser alterada e utilizada em outras pesquisas no campo do ensino de juro simples e juro composto e usada por docentes no seu cotidiano para ser aplicado com alunos da 2ª série do Ensino Médio.

Ressaltamos que há, ainda, a necessidade de pesquisarmos cada vez mais sobre Matemática Financeira, especificamente o ensino de juro simples e juro

composto, além do uso de tecnologias para o ensino, melhorando-o, assim, para a futuras gerações.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Adriana Correa *et al.* **Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública**. 2004. Disponível em: <https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/api/assets/d9181e60-3a78-4f6b-bb48-7c38423d1383/>. Acesso em: 23 ago. 2022.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007. v. 1.
- ANDRÉ, M. E. D. **Etnografia da prática escolar**. 16. ed. Campinas: Papirus, 1995. (Série Prática Pedagógica)
- BARBOSA, Silva Gerson. **Teoria das situações didáticas e suas influências na sala de aula**. São Paulo: SBEM Brasil, 2016.
- BOURDIEU, Pierre. **A miséria do mundo**. Tradução de Mateus S. Soares. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. São Paulo, SP: BNCC, 2017.
- BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática. 2008.
- CASA DA MOEDA. **Casa da moeda do Brasil**. Disponível em: <http://www.casamoeda.com.br/historic/origem.htm>. Acesso em: 10 set. 2021.
- CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: As Perspectivas Trazidas por uma Abordagem Antropológica. *In*: BRUN, J. (org). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- EZPELETA, Justa; ROCKWELL, Else. **Pesquisa participante**. Tradução de Francisco Salatiel de Alencar Barbosa. São Paulo: Cortez, 1986.
- FREITAS, José Luiz Magalhães. **Situações Didáticas**. *In*: MACHADO, Silvia Dias A. Educação Matemática: uma introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 65-87
- LIMA, Cristiane Bahia; DE SÁ, Ilydio Pereira. Matemática financeira no ensino fundamental. **Revista Eletrônica TECCEN**, v. 3, n. 1, p. 34-43, out. 2014.
- MICHAELIS. **Moderno Dicionário da Língua Portuguesa**. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>. Acesso em: 12 ago. 2021;

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D. A. **Pesquisa em educação**: Abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

NASCIMENTO, Pedro Lopes do *et al.* **A formação do aluno e a visão do professor do ensino médio em relação à Matemática Financeira**. 2004. Disponível em: [https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/18475/1/dissertacao\\_pedro\\_lopes\\_nascimento.pdf](https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/18475/1/dissertacao_pedro_lopes_nascimento.pdf). Acesso em: 15 jul. 2022.

NOVAES, Rosa Cordelia Novellino de. **Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio**. 2009. Disponível em: [https://pemat.im.ufrj.br/images/Documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2009/MSc\\_18\\_Rosa\\_Cordelia\\_Novellino\\_de\\_Novaes.pdf](https://pemat.im.ufrj.br/images/Documentos/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2009/MSc_18_Rosa_Cordelia_Novellino_de_Novaes.pdf). Acesso em: 15 jul. 2022.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

SERRA, Edgar Vieira Machado. **Uma proposta para o ensino de mercado de capitais na abordagem de jogos de empresas**. 1998. Disponível em: <http://www.eps.ufsc.br/disserta98/serra/cap2.htm>. Acesso em: 17 set. 2021

TELLES, V. S. Indicadores sociais entre objetividade e subjetividade. *In*: Seminário Internacional sobre Indicadores Sociais para Inclusão Social., 2003, **Anais...**: Núcleo de Estudos e Pesquisas em Seguridade e Assistência Social do Programa de Estudos Pós-Graduandos da PUC-SP, 2003.

THEODORO, Flavio R. F. **O uso da matemática para a educação financeira a partir do ensino fundamental**. 2010. Disponível em: <https://educacaofinanceira.com.br/wp-content/uploads/2021/11/tcc-uso-da-matematica-para-a-educacao-financeira-a-partir-do-ensino-fundamental.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2022.

TRINDADE, Brazile Lilian. **A educação financeira nos anos finais da educação básica**: uma análise na perspectiva do livro didático. Orientador: Cileda de Queiroz e Coutinho. 2017. 132 f. Tese (Mestrado em Educação Matemática) - PUC-SP, São Paulo, 2017.

VYGOTSKY, Lev Semyonovich. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução de José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.