PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

EDUARDO RIBEIRO KUNTZ

A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação Financeira: resolução de problemas e letramento financeiro em um contexto crítico

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2019

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

EDUARDO RIBEIRO KUNTZ

A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação Financeira: resolução de problemas e letramento financeiro em um contexto crítico

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, como exigência parcial para obtenção do título de ***Mestre em Educação Matemática****, sob a orientação da Prof. Dr. Celso Ribeiro Campos.*

SÃO PAULO

2019

Banca Examinadora

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadora ou eletrônicos.

Assinatura: _______________________________________ São Paulo, ___ / ___ / ___

À minha esposa Kátia, aos meus filhos Juan e Enzo, aos meus pais Roberto e Sônia.

*Agradeço à **Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior** (CAPES) pela Bolsa de Estudos concedida sob o* processo nº 88887.148934/2017-00.

AGRADECIMENTOS

Meu primeiro agradecimento é para o único que é digno de toda honra e de toda glória, pois me permitiu chegar até aqui, me dando inspiração, graça e força. Por sustentar-me nos momentos de aflição e ansiedade, e colocar pessoas tão preciosas no meu caminho, a Deus presto toda minha gratidão.

"Porque dele, por ele, e para ele são todas as coisas; glória, pois, a ele eternamente. Amém (ROM 11:36)."

Ao Prof. Dr. Celso Ribeiro Campos, sua orientação, profissionalismo e ética, por sua paciência, dedicação além de suas reflexões que me instigarão em minha pesquisa.

Agradeço aos membros da Banca Examinadora, Profª. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho e o Prof. Dr. Carlos Ricardo Bifi, pelas contribuições para o enriquecimento desta pesquisa.

Ao Colégio Paschoal Dantas, em nome de sua diretora Profª. Maria das Graças da Silva Azevedo, por acreditar no meu projeto e ceder o espaço para pesquisa.

Aos alunos, por aceitarem participar da aplicação da pesquisa.

A todos os professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP, que foram de grande importância para o meu desenvolvimento pessoal e profissional, e por terem contribuído de alguma forma em minha fase acadêmica.

A meus colegas de curso, em especial Anderson Anzai dos Santos, Armando Quarezemin Quilichini, Caroline Rodrigues, Jane Lopes de Sousa Goma, José Ronaldo Alves Araújo e Viviane Ponciano Sant'Anna, por nossos debates e reflexões, além do apoio em toda minha trajetória.

À Pontifícia Universidade Católica de São Paulo a oportunidade e acessibilidade para que eu desenvolvesse meu projeto de pesquisa.

À CAPES, pela concessão de uma bolsa de estudos para a conclusão do mestrado.

KUNTZ, Eduardo Ribeiro. **A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação Financeira: resolução de problemas e letramento financeiro em um contexto crítico**. 2019. 157 f.: il. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudo Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação no âmbito de uma pesquisa qualitativa, tendo como objetivo fomentar aspectos da Educação Financeira no Ensino Médio. Direcionamos este estudo a partir do questionamento: É possível promover o desenvolvimento do letramento financeiro e a conscientização de alguns conceitos da Educação Financeira no ensino médio, por meio de uma sequência didática construída no âmbito da Resolução de Problemas? A esse questionamento, trazemos uma problematização do tema a partir da literatura disponível, dos currículos oficiais e uma análise dos tipos de atividades presentes em livros didáticos, com o intuito de identificar aspectos que contribuam para a discussão do tema de estudo. Resultante dessa problematização, esta pesquisa propôs uma sequência de atividades embasada pelas dialéticas de *ação, formulação, validação* e *institucionalização* presentes na Teoria das Situações Didáticas, e construída à luz da Estratégia Didática da Resolução de Problemas, adotando os pressupostos da Engenharia Didática. A sequência consistiu-se em quatro atividades que abordaram as noções de acréscimo, desconto, juro simples e juro composto, buscando relacionar essas noções a problemas do contexto social. Essas atividades foram aplicadas a um grupo de quatro alunos de um 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede privada, da cidade de São Paulo. Os resultados desta pesquisa apontam que, nessas dialéticas, de acordo com a observação do comportamento dos alunos em cada atividade, houve fomento à Educação Financeira. O estudo realizado permite observar que o professor, ao *institucionalizar* os objetos matemáticos envolvidos em cada atividade, fomentou aspectos da Educação Financeira, recorrendo às respostas dos alunos, introduzindo-os dentro de uma abordagem crítica, incentivando-os a refletir sobre a aplicabilidade dos objetos estudados em sua realidade.

Palavras-Chave: Educação Financeira. Sequência de Atividades. Teoria das Situações Didáticas. Resolução de Problemas. Engenharia Didática.

KUNTZ, Eduardo Ribeiro. **Financial Mathematics in Secondary Education as a factor for the promotion of Financial Education: problem solving and financial literacy in a critical context**. 2019. 155 f.: il. Thesis (Master´s Degree in Mathematics Education) – Postgraduate Program in Mathematics Education. Pontifical Catholic University of São Paulo, 2019.

ABSTRACT

This research presents an investigation in the context of a qualitative research, aiming to promote aspects of Financial Education in High School. We conducted this study based on the question: Is it possible to promote the development of financial literacy and the awareness of some concepts of Financial Education in high school, through a didactic sequence built within the scope of Problem Solving? To this question, we bring a problematization of the theme from the available literature, official curricula and an analysis of the types of activities present in textbooks, in order to identify aspects that contribute to the discussion of the subject of study. Resulting from this problematization, this research proposed a sequence of activities based on the dialectics of action, formulation, validation and institutionalization present in the Theory of Didactic Situations, and built in light of the Didactic Strategy of Problem Solving, adopting the assumptions of Didactic Engineering. The sequence consisted of four activities that addressed the notions of increase, discount, simple interest and compound interest, seeking to relate these notions to problems of the social context. These activities were applied to a group of four junior high school students from a private school in the city of São Paulo. The results of this research indicate that, in these dialectics, according to the observation of the students' behavior in each activity, there was promotion of Financial Education. The study allows us to observe that the teacher, by institutionalizing the mathematical objects involved in each activity, fostered aspects of Financial Education, resorting to the students' answers, introducing them within a critical approach, encouraging them to reflect on the applicability of the objects. studied in your reality.

Keywords: Financial Education. Sequence of activities. Theory of the Didactic Situations. Problem Solving. Didactic Engineering.

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Inicio esse capítulo apresentando um pouco de minha trajetória como estudante e professor de matemática, com o intuito de apresentar minhas motivações para desenvolver esse estudo. Iniciei minha vida acadêmica em 1999, no curso de licenciatura plena em matemática, na Universidade de Mogi das Cruzes (UMC), e nesse mesmo ano iniciei minha vida no magistério, como professor de matemática na educação básica, em uma escola pública da rede estadual de educação do estado de São Paulo.

Ao concluir a graduação, no ano de 2003, continuei atuando no magistério em escolas públicas na periferia da zona leste da cidade de São Paulo, na região chamada São Miguel Paulista, onde resido desde a infância. Nesse contexto, comecei a notar as dificuldades dos alunos e seus familiares em gerir suas finanças. Também percebi as dificuldades dessas famílias com o planejamento de suas finanças ou com as expectativas para o futuro. Essas percepções me instigaram a aprofundar meus estudos.

A fim de poder oferecer aos meus alunos, na medida do possível, nas aulas de matemática, possibilidades para discussões que vão ao encontro das minhas percepções, ingressei no curso de especialização latu-senso em educação matemática na Universidade Nove de Julho (UNINOVE) no período de 2010 a 2012. Foi quando tive contato com professores que propiciaram, em suas aulas, discussões acerca do ensino da matemática e, nessas mesmas discussões, pude perceber o potencial das aulas de matemática para atender as inquietações observadas na minha comunidade.

Embora eu tenha percebido certa melhoria, nas aulas de matemática quando o tema foi abordado, dificuldade em planejamento familiar ou expectativa para o futuro, e até tenha buscado abordar com mais frequência, nas aulas de matemática, discussões do contexto financeiro, ainda me parecia necessário continuar aprofundando meus estudos nessa direção. Em 2017 ingressei no mestrado acadêmico em educação matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), trazendo comigo, agora com mais maturidade, a inquietação no que se refere às dificuldades dos alunos e familiares em gerir suas finanças, inquietação que me levou a me debruçar sobre e problematizar a Educação Financeira, e procurar uma forma de abordar essa temática no ensino médio. A seguir, busco introduzir os resultados das leituras que me permitiram problematizar essa temática.

Quanto à Educação Financeira, a Organização de Cooperação e de Desenvolvimento

Econômico (OCDE) a define como:

> [...] o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão dos conceitos e dos produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação claras, adquiram os valores e as competências necessários para se tornarem conscientes das oportunidades e dos riscos neles envolvidos e, então, façam escolhas bem informados, saibam onde procurar ajuda, adotem outras ações que melhorem o seu bem-estar, contribuindo, assim, de modo consistente para formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2009, p. 84)

Entendemos que faz parte do papel da escola e da família promover o desenvolvimento de novos padrões comportamentais, nesse sentido, me refiro à construção de uma consciência na formação das gerações seguintes quanto a questões financeiras e o bem-estar dessas futuras gerações. Por intermédio da Educação Financeira acreditamos ser possível orientar e formar adequadamente cidadãos cada vez mais conscientes e mais preparados, capazes de realizar escolhas adequadas sobre a administração dos seus próprios recursos. Uma vez que o papel da escola, na vida do aluno, está além dos conteúdos teóricos, deseja-se formar cidadãos pensantes, críticos e éticos.

Neste cenário, destaca-se a importância da Resolução de Problemas, relacionando o conteúdo de Matemática Financeira à Educação Financeira. Nessa linha, entendemos que o sucesso da utilização de métodos de Resolução de Problemas depende do contexto em que são aplicados. Nessa perspectiva, Allevato e Onuchic (2014) apontam para os estudos de Cai e Lester (2012), que ponderam sobre atualização do termo “Resolução de Problemas”. Para esses autores, o termo se refere a atividades matemáticas que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais que podem melhorar o desenvolvimento matemático dos alunos. Em nosso caso, especificamente, consideramos o posicionamento desses autores para tratar, em atividades de Matemática Financeira, do desenvolvimento do letramento financeiro em alunos do ensino médio.

Desta forma, faz-se necessário destacar que nosso estudo buscará, por meio de uma sequência de atividades, fomentar o desenvolvimento dos alunos, especificamente, no contexto da Educação Financeira.

Concordamos com Allevato e Onuchic (2014) quando se referem às recomendações de Van de Walle (2001), ao destacar que em uma Resolução de Problemas o trabalho começa sempre onde estão os alunos. A nossa ideia é apresentar, em nossas atividades, temáticas que consideramos fazer parte da realidade que vivemos. Aqui, pontuamos que o pesquisador pertence à mesma comunidade dos alunos, e busca estar em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Parâmetros Curriculares Nacionais de 2002 (PNC+), e Base

Nacional Comum Curricular (BNCC), as propostas curriculares atuais, ainda que contrariando outras formas de ensino que centram o ensino no professor, ignorando o que os alunos trazem para a sala de aula.

Considerando que o objeto desta pesquisa está associado ao ensino e aprendizagem da matemática, especificamente da Matemática Financeira no ensino médio, recorremos à estratégia didática da Resolução de Problemas, cuja utilização tem apresentado resultados relevantes, de modo que entendemos que ela vai ao encontro do que sugerem os Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1999) quanto ao ensino da matemática.

> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p. 251)

Nesse sentido, pretendemos realizar uma ação pedagógica no âmbito da Matemática Financeira como vetor para fomentar a Educação Financeira via conceito de letramento, dentro de uma abordagem crítica, incentivando os alunos a refletir sobre a aplicabilidade dos conceitos em sua realidade.

Tais pretensões supracitadas vão ao encontro do que a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) (BRASIL, 2010) preconiza, referindo-se à Educação Financeira como sendo de grande importância para auxiliar as pessoas a planejar e gerir sua renda, poupar, investir e garantir uma vida mais estável e tranquila (BRASIL, 2010).

Isto posto, o objetivo desta pesquisa é estudar a aplicabilidade de uma situação didática que aborda conceitos de Educação Financeira, no nível médio da educação básica, abrangendo as características que dizem respeito ao letramento financeiro, por meio da estratégia didática da resolução de problemas.

Situaremos este trabalho no âmbito da pesquisa qualitativa em conformidade com Godoy (1995, p.62), que denomina as pesquisas qualitativas como as que têm como preocupação fundamental o estudo e análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Para esse autor, a abordagem qualitativa valoriza o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada.

Para realizar este estudo, adotamos também os pressupostos da metodologia de pesquisa da engenharia didática de Artigue (1988), a fim de estruturar a elaboração, aplicação e análise da sequência de atividades.

A justificativa para a realização desta investigação emerge da necessidade de divulgar a Educação Financeira em termos de hábitos de consumo, planejamento de orçamento familiar, entendimento do mercado financeiro, endividamento das famílias etc., que consideramos assuntos relevantes na realidade das famílias brasileiras. Diante dessas considerações, temos como questão central:

É possível promover o desenvolvimento do letramento financeiro e a conscientização de alguns conceitos da Educação Financeira no ensino médio, por meio de uma sequência didática construída no âmbito da Resolução de Problemas?

Pretendemos responder essa questão assumindo um quadro teórico baseado na teoria das situações didáticas e no letramento financeiro, que por sua vez pressupõe conceitos da educação crítica.

O trabalho ora apresentado está estruturado da seguinte forma: No Capítulo 1 apresentamos uma introdução ao tema da pesquisa, onde apresentamos nossas considerações iniciais. No Capítulo 2, fazemos uma aproximação ao tema, tendo como objetivo destacar a Matemática Financeira como fator fomentador da Educação Financeira dentro de um contexto crítico. Para isso, realizamos uma busca em documentos oficiais e apresentamos uma análise descritiva de livros didáticos. Neste mesmo capítulo, buscamos aludir a aspectos teóricos da Matemática Financeira, Educação Financeira e letramento financeiro e educação crítica. Capítulo 3 aborda o aporte teórico da teoria das situações didáticas, e damos ênfase às dialéticas de *ação, validação, formulação* e *institucionalização,* que nos apoiam nas análises da sequência de atividades. No capítulo 4 trazemos considerações acerca da estratégia didática da Resolução de Problemas, que nos possibilita conjecturar sobre a construção das atividades, e discorremos sobre a metodologia de pesquisa engenharia didática. Capítulo 5 apresenta a sequência didática e suas respectivas análises *a priori*. No Capítulo 6, trazemos as análises *a posteriori* dos resultados, as discussões dos resultados e, no sétimo e último capítulo, fazemos as nossas considerações finais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, revisamos estudos sobre nossa temática de pesquisa, com o objetivo de aprofundar nossa compreensão acerca dos temas Matemática Financeira, Educação Financeira e educação crítica, para constituirmos uma perspectiva preliminar do nosso objeto de estudo.

2.1 PESQUISAS SOBRE O TEMA

Sobre a Matemática Financeira, abordaremos alguns trabalhos com o intuito de identificar aspectos desse objeto matemático que possivelmente nos nortearão para os conteúdos que pretendemos tratar em nossa sequência didática.

Os estudos que apresentamos a seguir são fruto de uma busca realizada no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), mas também recorremos a trabalhos disponibilizados no Google Acadêmico. As palavras de busca foram *Educação Financeira* e *Matemática Financeira*. Inicialmente, realizamos a busca por palavras nos títulos dos trabalhos. A partir dos resultados dessa busca, lemos seus respectivos resumos. Os critérios de seleção dos trabalhos levaram em conta a problemática do nosso estudo. Nesse sentido, consideramos trabalhos que abordassem a Educação Financeira a partir de livros didáticos, sequências de ensino para Educação Financeira, e ainda selecionamos um trabalho sobre formação continuada de professores no âmbito da Educação Financeira, os quais apresentamos a seguir.

A dissertação de mestrado de Santos, A. (2017) tem como tema "Educação Financeira na perspectiva da matemática crítica e a formação continuada do professor do ensino médio". O estudo teve o objetivo de compreender quais as possibilidades e as restrições de um processo formativo para desenvolver a Educação Financeira voltada à educação básica.

O nosso interesse nesse estudo vai além dos resultados obtidos, uma vez que a pesquisadora traz uma perspectiva histórica que nos permite compreender a origem da Matemática Financeira. Santos, A. (2017) apresenta um relato que aponta esse surgimento a partir da preocupação do homem em acumular riquezas com a finalidade de garantir a independência financeira de sua família. Sobre as primeiras evidências:

> As primeiras evidências da matemática financeira foram localizadas em tábuas de argilas, pergaminhos ou papiros encontrados em escavações arqueológicas. Muitos destes textos encontrados retratavam transações comerciais decorrentes da distribuição de produtos agrícolas. Outras tábuas ou textos podem ser relacionados ao que conhecemos hoje como os diferentes tipos de contratos legais, cobrança de juros simples e composto, recibos, créditos e hipotecas. (SANTOS, A., 2017, p. 29)

Sobre as formas de apresentação desses dados financeiros, a pesquisadora indica que

> Os cálculos esboçados nestas tábuas, papiros ou pergaminhos eram dispostos no formato de tabelas numéricas que, com o uso de técnicas específicas substituíam os cálculos necessários e depois passaram a ser feitos com auxílio dos logaritmos. (SANTOS, A., 2017, p. 29)

Para essa autora, numa perspectiva histórica, desde sua origem até o momento, a Matemática Financeira é apresentada como uma parte da matemática destinada a cálculos envolvendo finanças, com foco em entrada e saída de valores, juro simples e juro composto (SANTOS, A., 2017, p. 29).

Neste sentido, a pesquisadora assume que "a Matemática Financeira é um conjunto de técnicas e formulações matemáticas com o objetivo de analisar situações financeiras envolvendo o valor do dinheiro no tempo" (SILVA, 2008 *apud* SANTOS, A., 2017, p. 30).

Resultante da aplicação de sua pesquisa, Santos, A. (2017) constata a ausência da disciplina de Matemática Financeira na formação do professor, fato que ecoa na prática desses docentes. Assevera também a carência de materiais que abordem, sob uma perspectiva crítica, conteúdos relacionados à Matemática Financeira.

Em suas considerações, a autora ressalta que as atividades permitiram ao grupo investigado tomar consciência da importância em utilizar as ferramentas matemáticas para fazer uma análise crítica das situações, favorecendo uma tomada de decisão.

Embora nossa pesquisa não esteja direcionada para a formação de professores, na condição de professor-pesquisador, a contribuição de Santos A. (2017) nos permite compreender a origem da Matemática Financeira. Além disso, indica lacunas no processo formativo do professor em relação ao tema, mais ainda, indica a carência nos materiais para Educação Financeira.

Partindo da ponderação de Santos A. (2017) acerca da ausência de materiais em relação ao tema, nos debruçamos sobre pesquisa de Manoel (2017), cujo tema é "Um olhar contemporâneo para a Matemática Financeira presente nos livros didáticos do ensino médio”. Os objetivos de Manoel (2017), pautados em descrever e analisar discursos da Matemática Financeira presentes nos livros didáticos de matemática do ensino médio, possibilitaram constatar que nesses materiais os enunciados foram construídos de forma articulada em uma trama discursiva, que está organizada em “uma tomada de decisão, uma instrução necessária; o investimento e a poupança, uma prática para o acúmulo de capital e a formação do cidadão vinculada à formação do consumidor” (MANOEL, 2017, p. 13).

Como análise do resultado, a pesquisadora destaca que foi possível observar, indícios de que a Matemática Financeira pode contribuir para o exercício da cidadania.

A organização do estudo de Manoel (2017) nos possibilita compreender que, embora haja uma escassez de materiais, como mostrou Santos A. (2017), já é possível perceber, nos livros didáticos, uma preocupação em trabalhar conteúdos referentes à Educação Financeira. Nesta direção, o trabalho de Silva (2017) realiza um estudo de programas de Educação Financeira nas escolas de Ensino Médio, no qual faz uma análise nos materiais propostos e sua relação com a matemática. Com o objetivo de realizar essa análise nos materiais, Silva (2017) com referência em Skovsmose (2000) na perspectiva de ambientes de aprendizagem, e, sob uma análise qualitativa, identifica nos livros do aluno conteúdos matemáticos necessários para resolução de atividades trazem princípios da Educação Financeira. Quanto aos livros do professor, o estudo identifica relações com a matemática e ambientes de aprendizagem que as orientações ao professor podem promover. Para a autora, este fato indica uma diferença entre o livro do aluno, que traz um encadeamento entre matemática e Educação Financeira, enquanto, de acordo com a autora, o livro do Professor não traz esta correspondência. Sendo assim, entendemos que se faz necessário levar em conta a formação desse professor, salientando a importância da relação entre a matemática e ambientes de aprendizagem que as orientações nos livros podem favorecer ao professor.

Embora Silva (2017) destaque potencialidades nas atividades presentes nos livros quanto a esta temática, a autora destaca que as orientações do livro do professor, em geral, não auxiliam a exploração dessas atividades.

As constatações de Silva (2017) nos permitem observar que embora os livros didáticos tenham potencialidades em suas atividades para discussões com relação à Educação Financeira, apresentam, em sua organização, inconsistências quanto às orientações ao professor, que podem dificultar, na sala de aula, o fomento ao tema de nosso estudo.

Quanto à organização de livros didáticos, Trindade (2017), em sua dissertação de Mestrado, abordando o tema *A Educação Financeira nos Anos Finais da Educação Básica: Uma análise na perspectiva do livro didático*, traz como objetivo a análise sob três aspectos: a abordagem, organização matemática e a organização didática de atividades presentes em uma coleção de livros didáticos à luz da Educação Financeira.

Nesse estudo, a autora questiona: "Que elementos podem ser identificados nas organizações matemática e didática presentes nos livros didáticos destinados ao ensino médio, de forma que se possa trabalhar a Educação Financeira com os alunos a partir de tais organizações?", recorrendo como aporte teórico à teoria antropológica do didático (TAD) e ao espaço tridimensional hipotético. Com uma metodologia de cunho qualitativo bibliográfico, a autora seleciona uma coleção de livro didático aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), e a analisa sob cinco critérios, a saber:

- Primeiro critério, que contempla propostas de atividades matemáticas que abordam situações do cotidiano, incluindo o consumo e atitudes éticas;
- Segundo critério está elencado nas propostas de atividades que contemplam reflexões sobre planejamento financeiro em uma cadeia de inter-relacionamentos, conectando o passado, presente e futuro;
- Terceiro critério está relacionado à economia, para que o cidadão tenha conhecimentos básicos de assuntos relacionados, como por exemplo, inflação, taxas de juros, variação cambial, indicadores econômicos, dívidas interna e externa, entre outros e também à cidadania;
- Quarto critério está relacionado ao consumo consciente, e
- Quinto critério trata de reservas de investimentos.

Quanto aos critérios, a autora sustenta que são pertinentes à Educação Financeira, pois

> [...] contemplam os assuntos triviais dessa temática, viabilizando a capacidade do aluno de tomar decisões frente a situações financeiras, além de contribuir para a construção do conhecimento matemático em que o aluno conecte os assuntos contidos nos livros com o cotidiano, para assim, ao final do ciclo, tornar-se um cidadão letrado financeiramente. (TRINDADE, 2017, p. 127)

Os resultados que esse estudo traz a partir de sua análise apontam que a Educação Financeira pode ser abordada em todos os anos escolares e em diversos conteúdos e assuntos do ensino médio. Nesse sentido, a autora considera ser fundamental que esta temática esteja presente nas próximas coleções de livros didáticos.

Quanto às organizações matemáticas, os resultados de Trindade (2017) constatam que na coleção analisada não é necessário o uso de conhecimentos em Matemática Financeira para o desenvolvimento das atividades. Na realidade, na maioria das resoluções apresentadas, mesmo no contexto financeiro, a técnica de resolução se restringe à aplicação de algoritmos.

A autora classifica a coleção analisada em uma abordagem clássica, dando enfoque tecnicista e teoricista na maioria dos exercícios. Ainda mais relevante à nossa proposta de pesquisa, Trindade (2017) identifica que a coleção não recorre, nem mesmo no exemplar do professor, a meios para fomentar a Educação Financeira.

Diante da existência de contextos financeiros que Trindade (2017) destaca haver nas organizações matemáticas, sobretudo em atividades que recorrem a esses contextos para tratar da Matemática Financeira, direcionamos nossas leituras para trabalhos que buscaram apresentar possibilidades para ao ensino e aprendizagem no que se refere à Educação Financeira.

Em sua dissertação intitulada *Educação Financeira e Educação Matemática: inflação de preço no Ensino Médio*, Santos, L. (2017) buscou produzir um conjunto de tarefas sobre o tema inflação de preços em sala de aula. As atividades tinham por objetivo problematizar situações consideradas pelo autor, atuais e relevantes para o aluno no sentido de desenvolver o pensamento financeiro estimulando a produção de significado.

Como aporte teórico, Santos, L. (2017) recorre a pressupostos presentes no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), e em uma abordagem qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (2010), o estudo mostrou que as tarefas estimularam a produção de significados pelos participantes. "Avaliamos que a ordem escolhida para apresentação desta série de tarefas, aos sujeitos de pesquisa, tenha permitido aos alunos superarem suas dificuldades, produzindo significados sobre inflação e desvalorização do dinheiro" (SANTOS, L., 2017, p. 104). Característico da construção de conhecimento, o autor considera que estas são as dificuldades com um obstáculo epistemológico.

Para a pesquisa que ora desenvolvemos, as contribuições de Santos, L. (2017) apontam para possibilidades de elaborar uma sequência de atividades que fomentem construção de significados, em nosso caso, relacionados à Educação Financeira.

Na mesma perspectiva de Santos, L. (2017), Massante (2017) traz como objetivo, em sua dissertação de mestrado, desenvolver tarefas para alunos de todo o ensino básico, do 1º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio. Intitulado *Educação Financeira escolar: as armadilhas presentes na mídia induzindo o consumismo*, o trabalho de Massante (2017) traz um conjunto de tarefas sobre armadilhas presente na mídia e no mercado, recorrendo às estratégias de marketing que influenciam as pessoas ao consumismo, segundo Bauman (2010).

Em seus pressupostos teóricos, o estudo traz o modelo dos campos semânticos (MCS), que conforme a autora, foi importante para orientar as ações da professora pesquisadora. Nesse sentido, a troca de uma postura baseada no senso comum por ações fundamentadas teoricamente, contribuindo para fundamentar a elaboração das tarefas e, posteriormente, para leitura e análise da produção de significados dos sujeitos da pesquisa (MASSANTE, 2017, p. 37).

A pesquisa, de caráter qualitativo, revelou em seus resultados que as armadilhas possuem certas características que podem potencializar sua importância, e que devem ser observadas quando da discussão do tema em sala de aula (MASSANTE, 2017). Outrossim, a pesquisa de campo realizada pela autora sugere a inserção de textos para estimular a leitura, interpretação e a reflexão. Para a autora, isso é favorável para que os alunos possam de alguma maneira compreender as mensagens subliminares, e possam se posicionar de forma crítica, e não cair nas armadilhas do consumismo.

A leitura do trabalho de Massante (2017) nos permite observar, assim como em Santos, L. (2017), a possibilidade da construção de atividades que venham, em sala da aula, favorecer a Educação Financeira. Mais ainda, Massante (2017) nos alerta para a importância da leitura e interpretação diante de situações do contexto financeiro.

Para construir atividades que venham favorecer a Educação Financeira em sala de aula, Franco (2018), em sua dissertação de mestrado, traz como objetivo participar da proposta de inserção da Educação Financeira na escola e, em particular, na sala de aula de Matemática. Esta autora destaca que atualmente as áreas de Educação, Economia, Administração, entre outras desenvolvem pesquisas relacionadas à Educação Financeira.

Em seu estudo, Franco (2018), sob a referência teórica dos campos semânticos (MCS), organiza um conjunto de tarefas para introduzir a noção de juros para estudantes do ensino fundamental.

Até aqui, nesta redação, não nos aprofundamos na apresentação dos detalhes relacionados aos aportes teóricos e metodologias adotados pelos pesquisadores.

Consideramos relevante, neste caso especifico, destacar alguns detalhes acerca do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) e a abordagem qualitativa proposta por Bogdan e Biklen (2010 e 2013), visto que tanto Santos, L. (2017), Massante (2017), assim como Franco (2018) recorreram a esses mesmos referenciais, o que nos faz conjecturar sobre a pertinência do modelo teórico e da abordagem qualitativa propostos para a elaboração, aplicação e analise de atividades relacionadas à Educação Financeira.

Conforme destaca Massante (2017), o Modelo do Campos Semânticos (MCS), elaborado pelo educador matemático Romulo Campos Lins (LINS, 1999, 2012), está baseado em ideias como as de Vygostsky (1993,1994) e Leontiev (1984). Neste sentido, de acordo com Santos, L. (2017), o modelo possibilita um refinamento do olhar para as questões da sala de aula de matemática.

Quanto à abordagem qualitativa proposta por Bogdan e Biklen (2010 e 2013), os autores destacam as seguintes características:

> - Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
> - A investigação qualitativa é descritiva;
> - Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto;
> - Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
> - O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN e BIKLEN, 2013, p.47-51 *apud* FRANCO, 2018, p. 40)

Retomamos nossa revisão no trabalho de Franco (2018), que, ao adotar esses pressupostos teórico e metodológico, teve como objetivos:

> [...] estimular a produção de significados dos estudantes; ampliar os significados que podem ser produzidos por um estudante a partir do que ele podia dizer; possibilitar que vários elementos do pensar matematicamente estivessem em discussão e apresentar situações para que os estudantes possam tomar decisões e buscar suas próprias estratégias de resolução do problema. As tarefas foram construídas pensando numa relação interna entre elas. (FRANCO, 2018, p. 91)

Como resultado, a pesquisadora observa que o conjunto de tarefas estruturadas de forma interdependentes “permitiu que o estudante tivesse a possibilidade de dizer o que pensava sobre o assunto e na tarefa seguinte a ideia retornava como um texto ou um problema para que ele ampliasse e/ou checasse se o que havia dito procedia ou não” (FRANCO, 2018, p. 91). Acerca dessa interdependência, “as ideias anteriores eram incorporadas a tarefa seguinte numa sequência do tipo: 1º) noção de juros; 2º) noção de juros e taxa de juros; 3º) noção de juros, taxa de juros e juros simples; 4º) noção de juros, taxa de juro, juros simples e juros compostos” (FRANCO, 2018, p. 91-92).

Da análise da pesquisa de campo, as características propostas das tarefas ocorreram e foram identificadas conforme destaca a autora, que observa que por vezes, nas dúvidas que o participante apresentava, tocavam no ponto em que a tarefa pretendia chamar a atenção dos estudantes, sugerindo que a tarefa havia cumprido sua função.

Observamos que Franco (2018) propõe no seu conjunto de tarefas uma interdependência entre essas atividades. Embora não vejamos essa possibilidade para abordar todos os objetos matemáticos, consideramos relevante que a autora tenha proposto essa possibilidade para abordar esses objetos da Matemática Financeira, que nos faz refletir sobre como estruturar uma sequência de atividades.

Embora tenhamos ressaltado as possibilidades de estrutura de atividades para fomentar a Educação Financeira, consideramos relevante que, também atendamos aos anseios trazidos nos currículos, e é nessa direção que, no tópico, a seguir apresentamos algumas considerações.

2.2 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS CURRÍCULOS

Da problemática tecida para discutir e aprofundar a compreensão sobre a Educação Financeira, nesse tópico, apresentamos considerações a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002), da Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), documento que atualmente normatiza todo o ensino na educação básica brasileira.

Com o objetivo de discutir como esses documentos propõem meios para fomentar a Educação Financeira, ressaltamos que, nesta discussão, recorremos sobretudo a trechos dos documentos que tratam da Matemática Financeira ou abordam a possibilidade de contexto financeiro para lidar com algum outro objeto matemático, pois notamos uma escassez do termo Educação Financeira nesses documentos.

Nos PCN identificamos trechos nos quais podemos conjecturar sobre as possibilidades que as orientações sugerem para abordar conteúdos da Matemática Financeira.

> Para compreender, avaliar e decidir sobre algumas situações da vida cotidiana, como qual a melhor forma de pagar uma compra, de escolher um financiamento etc. É necessário trabalhar situações-problemas sobre a Matemática Comercial e Financeira, como calcular juros simples e composto e dividir em partes proporcionais, pois os conteúdos necessários para resolver essas situações já estão incorporados nos blocos. (BRASIL, 1998, p. 86)

No Tema 1 dos PCN+ encontramos menção sobre a relevância da Álgebra que trata dos números e funções.

> Álgebra, na vivência cotidiana, se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (BRASIL, 2002, p. 120)

Nesse tema, o documento aponta que

> [...] funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. (BRASIL, 2002, p. 121)

Nos PCN e PCN+, embora a Matemática Financeira apareça apenas marginalmente, como coadjuvante, é possível conjecturar a possibilidade de trabalhar esse objeto de estudo a partir de situações que, embora tratem de outros objetos matemáticos, como por exemplo, sequências, funções, equações etc., recorrem a contextos financeiros que possivelmente podem ser propícios à abertura de discussões envolvendo o objeto da Matemática Financeira.

Em consulta ao OCEM, procuramos evidências de algumas orientações que estejam relacionadas ao fomento da Educação financeira. Entretanto, observamos que, diretamente, não a nenhuma menção ao termo Educação Financeira, no documento o que podemos conjecturar sobre tal possibilidade, é quando as orientações indicam que em:

> Situações reais de crescimento populacional podem bem ilustrar o modelo exponencial. Dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo. Nos problemas de aplicação em geral, é preciso resolver uma equação exponencial, e isso pede o uso da função inversa – a função logaritmo. O trabalho de resolver equações exponenciais é pertinente quando associado a algum problema de aplicação em outras áreas de conhecimento, como Química, Biologia, Matemática Financeira, etc. (BRASIL, 2006, p. 75)

Apenas nesse trecho que trata da Matemática Financeira relacionada o tema Funções é que a possibilidade de alguma forma abordar uma discussão relacionada a Educação Financeira. Enquanto, na BNCC, um dos aspectos abordados leva aos conceitos básicos de economia e finanças. Nesta perspectiva, identificamos no documento certa intenção em promover a Educação Financeira dos alunos.

O texto presente na BNCC quanto a essa promoção da Educação Financeira, inicialmente, nos parece concordar com as colocações apresentadas pela OCDE e ENEF, documentos que trataremos com maior profundidade mais adiante nesse capítulo. No entanto, o documento destaca para os

> [...] sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. (BRASIL, 2018, p. 19)

É nessa perspectiva transversal e integradora que temas como "saúde, vida familiar e social, educação para o consumo, Educação Financeira e fiscal, trabalho, ciência e tecnologia e diversidade cultural" (BRASIL, 2018, p. 20) são assegurados. Assim, a normatização indica que essas temáticas serão contempladas em habilidades dos componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e escolas, de acordo com suas especificidades, tratá-las de forma contextualizada (BRASIL, 2018, p. 20).

Cabe destacar que, esse documento, em relação ao Ensino Médio, embora aprovado, ainda está em fase de implementação. Por esse motivo, as considerações que aqui trazemos, de modo geral, tomam como referência o texto do documento relacionado ao Ensino Fundamental. Nesse sentido:

> A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe colocar em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (BRASIL, 2018, p. 527)

Desse modo, a BNCC deixa claro que os conhecimentos construídos no Ensino Fundamental se constituem como base para que novos conhecimentos específicos sejam estimulados por processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.

Assim, inicialmente, identificamos que, no Ensino Fundamental, o estudo de conceitos básicos de economia e finanças é uma das possibilidades que a BNCC apresenta, tendo em vista à Educação Financeira dos alunos. “Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos” (BRASIL, 2018, p. 269).

> Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. [...] Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da matemática financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos. (BRASIL, 2018, p. 269)

Para atender a essa expectativa, o documento, em sua estrutura para a matemática, em cada série do ensino fundamental, está dividido em cinco unidades temáticas: *Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas* e *Probabilidade e Estatística*. Após a leitura, observamos que a ideia de contextos financeiros para abordar o que o documento chama de objetos de conhecimento, aparece com certa frequência a partir do 5º ano. A seguir apresentamos o Quadro 1, destacando essas informações.

Ano de escolaridade	Unidade temática	Objeto de conhecimento	Habilidades
5º ano	Números	Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 295).
6º ano	Números	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 301).

7º ano	Números	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 307).
9º ano	Números	Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira (BRASIL, 2018, p. 317).

Quadro 1:
Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 1 apresenta os anos escolares, a unidade temática, os objetos de conhecimento e as habilidades da BNCC, nas quais identificamos de forma explícita a referência a elementos de Educação Financeira. Ressaltamos que não identificamos em nenhuma outra unidade temática menção à Educação Financeira, assim como nada foi identificado no 8º ano.

No contexto da matemática para o ensino médio, a BNCC destaca que “o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos” (BRASIL, 2018, p. 528). Nesse sentido, os alunos, para atingirem o objetivo exposto no documento, devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de Resolução de Problemas.

Em relação a essas habilidades, os alunos devem desenvolver as competências de: raciocinar; representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BRASIL, 2018, p. 529).

Relacionadas às essas competências, a BNCC estabelece a necessidade do desenvolvimento de competências específicas:

> 1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
> 2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das

> implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
> 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
> 4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
> 5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 529)

No que se refere a essas competências especificas, observamos que, no documento, há menções à Matemática Financeira. Explicitamente, nas habilidades relacionadas à competência específica 5, que citamos mais à frente.

Para desenvolver tais habilidades, a BNCC reitera que se recorra a uma abordagem de r*esolver e elaborar problemas*, ressaltando o anseio de que se possa ir além de *resolver problemas*. Conforme expresso no documento:

> Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada. (BRASIL, 2018, p. 536)

Ao mencionar a *Resolução de Problemas*, o discurso presente no documento parece ir ao encontro dos objetivos do nosso estudo, ao tratarmos de fomentar a Educação Financeira. Este discurso proposto, acreditamos promover a reflexão e o questionamento, no caso da Educação Financeira, parecem ser favorecidos.

Na competência específica 5, observamos que, de forma explícita, as habilidades a seguir, podem favorecer ao fomento à Educação Financeira:

> (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeiraou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
> (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
> (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, matemática financeira, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 541)

Para que o aluno possa desenvolver as competências e habilidades mencionadas anteriormente, a BNCC ressalta para uma flexibilidade quanto às possibilidades de organização curricular das aprendizagens propostas de matemática. A esse respeito:

> Na (re)elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, é possível adotar outras organizações, recorrendo tanto às habilidades definidas nesta BNCC quanto a outras que sejam necessárias e que contemplem especificidades e demandas próprias dos sistemas de ensino e das escolas. A despeito disso, é fundamental preservar a articulação, proposta nesta BNCC, entre os vários campos da Matemática, com vistas à construção de uma visão integrada de Matemática e aplicada à realidade. (BRASIL, 2018, p. 542)

De modo geral, observamos que os anseios colocados no discurso desse documento estão no sentido de atender às transformações da sociedade. Em suas considerações, a BNCC destaca que:

> Observamos transformações nas formas de participação dos trabalhadores nos diversos setores da produção, a diversificação das relações de trabalho, a oscilação nas taxas de ocupação, emprego e desemprego, o uso do trabalho intermitente, a desconcentração dos locais de trabalho, e o aumento global da riqueza, suas diferentes formas de concentração e distribuição, e seus efeitos sobre as desigualdades sociais. (BRASIL, 2018, p. 568)

Identificamos que, neste contexto, a BNCC direciona para a ideia de pluralismo, enfatizando a participação de todos na sociedade. É nessa perspectiva que, no documento, observamos o anseio para

> [...] mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual. (BRASIL, 2018, p. 568)

Embora o texto da BNCC esteja apontando para a abordagem de temas como saúde, vida familiar e social, educação para o consumo, Educação Financeira, entre outros, que consideramos ser um avanço à Educação Básica, trazê-los sob uma perspectiva “transversal e integradora” não nos parece atender, de fato a formação do aluno, frente à demanda social relacionada a esses temas.

Partindo do discurso presente no documento que reiteramos ser um avanço para a educação básica, embora, ressalva às limitações da abordagem “transversal e integradora”, consideramos pertinente nos aproximar e analisar materiais didáticos, que norteados pelo currículo, são utilizados nas escolas de educação básica. A seguir fazemos uma análise de livros didáticos com o objetivo de identificar possibilidades para nessa perspectiva "transversal e integradora", fomentar a Educação Financeira.

2.3 MATEMÁTICA FINANCEIRANOS LIVROS DIDÁTICOS

Decorrente das orientações e normas prescritas nos currículos, discutidas anteriormente, buscamos neste tópico apresentar uma análise de duas coleções de livros didáticos do ensino médio aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O foco da análise está em identificar a presença de elementos da Matemática Financeira, com a finalidade de discutir como as coleções analisadas buscam atender as orientações prescritas e podem fomentar a Educação Financeira.

A coleção da editora FTD, *Contato Matemática*, dos autores Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia, aprovada pelo PNLD de 2018, foi a primeira coleção que analisamos.

A coleção traz três volumes para o ensino médio, um para cada série. Assim, analisamos cada volume buscando identificar a presença de elementos relacionados à Matemática Financeira.

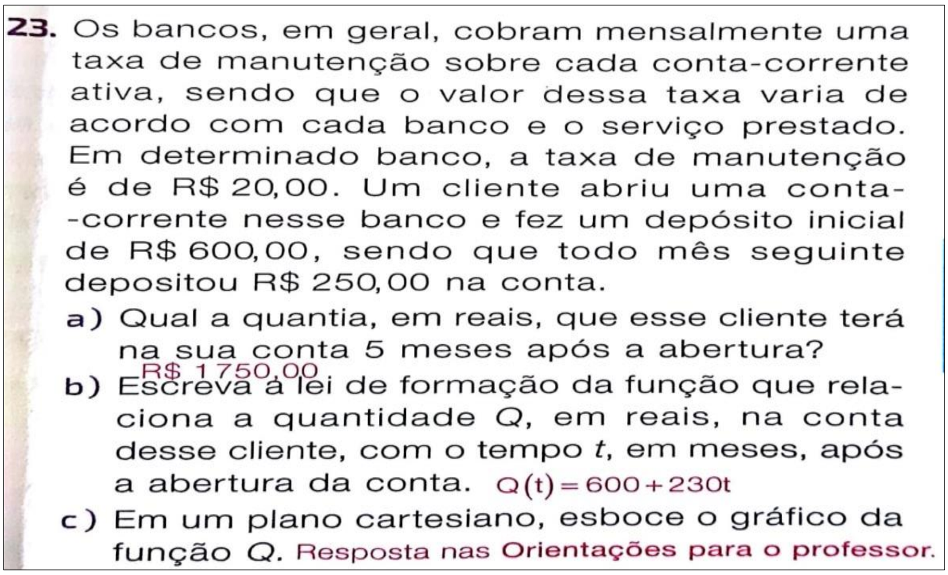
Volume 1 – 1º ano

Estruturado em nove capítulos, não identificamos em seu sumário nenhuma menção à Matemática Financeira. Diante dessa constatação, partimos para uma análise mais detalhada do volume, com o intuito averiguar nos tópicos dos conteúdos apresentados possibilidades para tratar do tema.

A análise detalhada possibilitou identificar, em partes do volume, a presença de atividades, exemplos, exercícios resolvidos, que têm outros objetos de estudo que não da Matemática Financeira, como por exemplo sequência, funções, sistemas, etc. No entanto, essas atividades, exemplos e exercícios resolvidos abordam seus objetos de estudo por meio de contextos que contêm elementos da Matemática Financeira.

No capítulo um, que tem como tema *Os conjuntos*, identificamos no tópico dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) uma introdução a esse tema, a partir de um exemplo da balança comercial brasileira. Nesse capítulo, foi a única vez que identificamos a possibilidade de uma discussão envolvendo tópicos do contexto financeiro, pois, não identificamos ali atividades fazendo a mesma relação que na introdução. Mesmo nas orientações aos professores não há direcionamento algum para a abertura de uma discussão relacionada à temática.

Quanto aos objetos de estudo, que são funções, observamos a presença de alguns contextos financeiros. Notamos que o tópico de funções crescentes, decrescentes e constantes inicia a discursão trazendo uma temática relacionada ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), e esse tipo de abordagem segue no capítulo três, quando trata de função afim, apresentando atividades a partir de contextos financeiros, como vemos na Figura 1.



23. Os bancos, em geral, cobram mensalmente uma taxa de manutenção sobre cada conta-corrente ativa, sendo que o valor dessa taxa varia de acordo com cada banco e o serviço prestado. Em determinado banco, a taxa de manutenção é de R$ 20,00. Um cliente abriu uma conta-corrente nesse banco e fez um depósito inicial de R$ 600,00, sendo que todo mês seguinte depositou R$ 250,00 na conta.

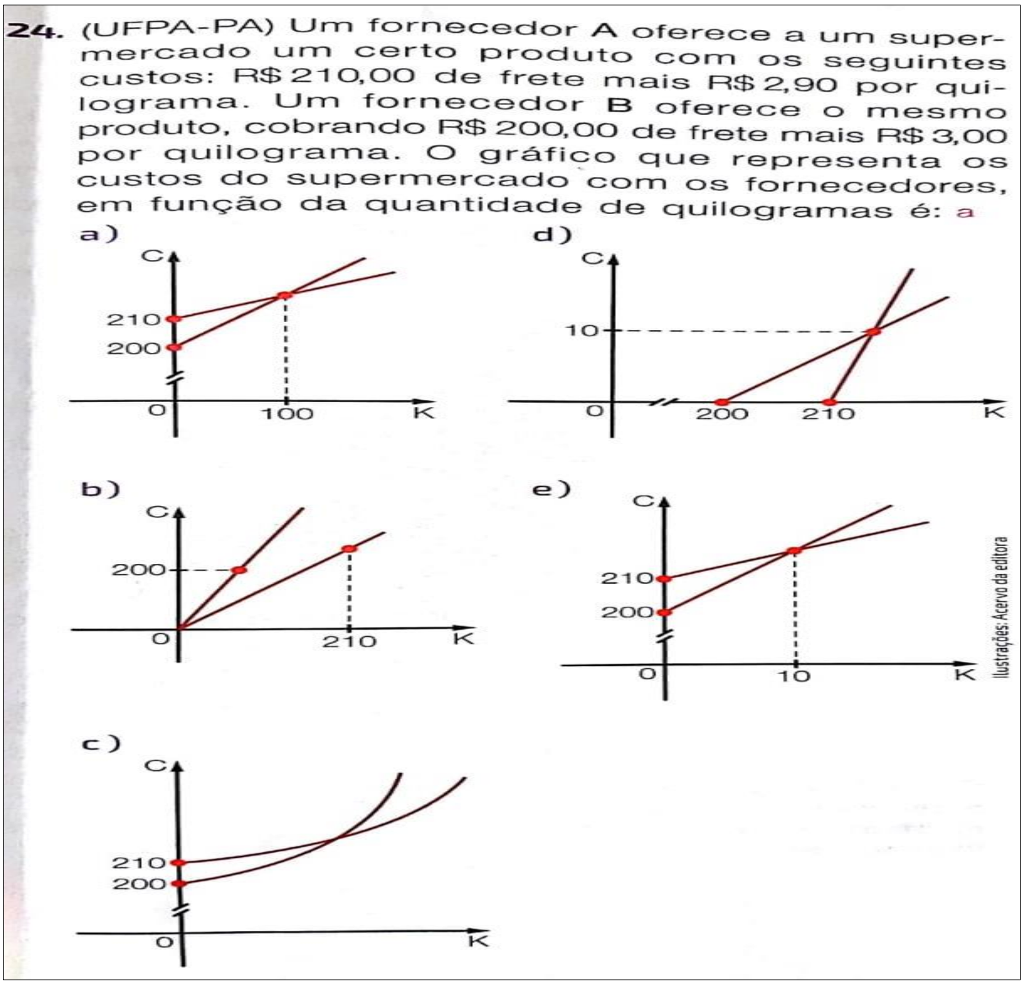
a) Qual a quantia, em reais, que esse cliente terá na sua conta 5 meses após a abertura? R$ 1 750,00

b) Escreva a lei de formação da função que relaciona a quantidade *Q*, em reais, na conta desse cliente, com o tempo *t*, em meses, após a abertura da conta. $Q(t) = 600 + 230t$

c) Em um plano cartesiano, esboce o gráfico da função *Q*. Resposta nas Orientações para o professor.

Figura 1: Atividade de função afim evolvendo representação gráfica no contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 85, vol. 1

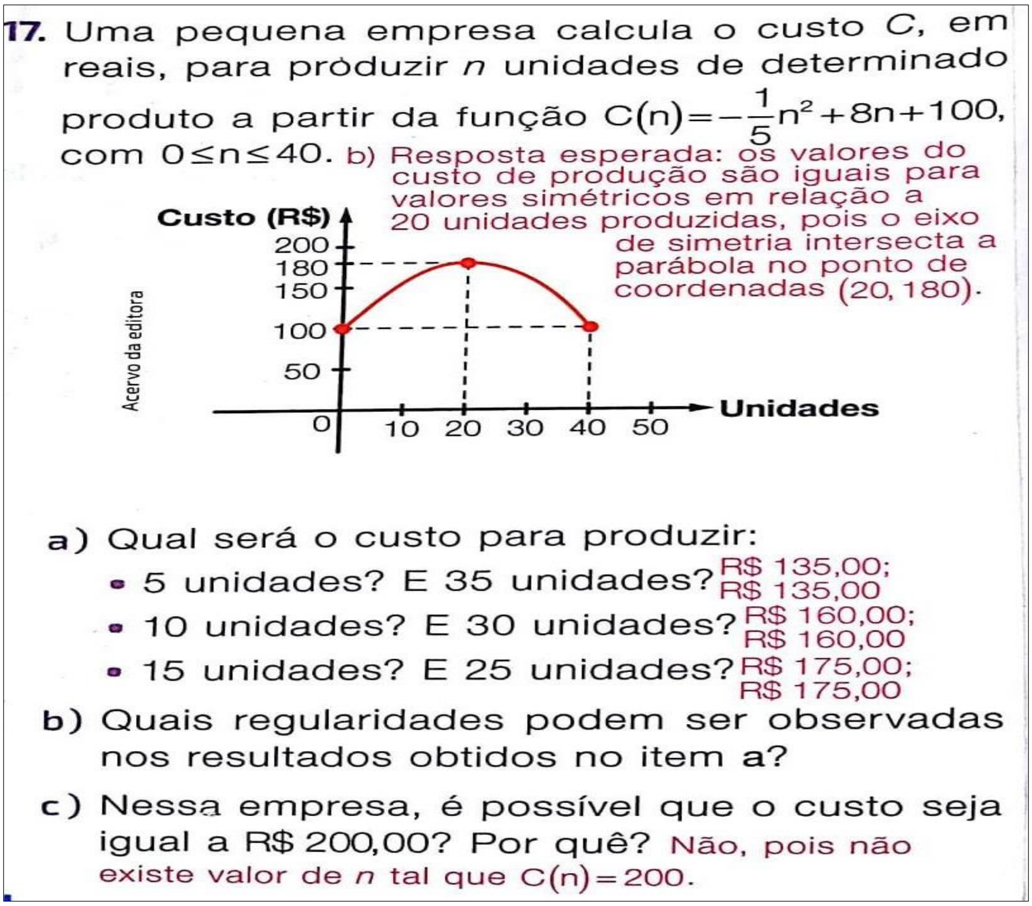
Como mostra a Figura 1, as atividades dizem respeito a calcular, escrever e esboçar, nos itens **a**, **b** e **c**, respectivamente. Notamos, com base na atividade destacada na Figura 1, que o contexto financeiro parece ser um possível ambiente para o estudo de funções, e de fato até mesmo em uma análise gráfica identificamos esse fenômeno, como vemos na Figura 2.



24. (UFPA-PA) Um fornecedor **A** oferece a um supermercado um certo produto com os seguintes custos: R$ 210,00 de frete mais R$ 2,90 por quilograma. Um fornecedor **B** oferece o mesmo produto, cobrando R$ 200,00 de frete mais R$ 3,00 por quilograma. O gráfico que representa os custos do supermercado com os fornecedores, em função da quantidade de quilogramas é: a

Figura 2: Atividade de função afim envolvendo representação gráfica no contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 85, vol. 1

Como vemos na Figura 2, a tarefa é identificar o gráfico que representa a situação proposta. Observamos que a representação gráfica aparece em algumas atividades, cujo contexto financeiro é o espaço de discussão, observada, também na figura 3 no capítulo 4, em uma discussão sobre função quadrática.



17. Uma pequena empresa calcula o custo *C*, em reais, para produzir *n* unidades de determinado produto a partir da função $C(n) = -\frac{1}{5}n^2 + 8n + 100$, com $0 \leq n \leq 40$. b) Resposta esperada: os valores do custo de produção são iguais para valores simétricos em relação a 20 unidades produzidas, pois o eixo de simetria intersecta a parábola no ponto de coordenadas (20, 180).

a) Qual será o custo para produzir:
- 5 unidades? E 35 unidades? R$ 135,00; R$ 135,00
- 10 unidades? E 30 unidades? R$ 160,00; R$ 160,00
- 15 unidades? E 25 unidades? R$ 175,00; R$ 175,00

b) Quais regularidades podem ser observadas nos resultados obtidos no item **a**?

c) Nessa empresa, é possível que o custo seja igual a R$ 200,00? Por quê? Não, pois não existe valor de *n* tal que $C(n) = 200$.

Figura 3: Função quadrática em um contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 114, vol. 1

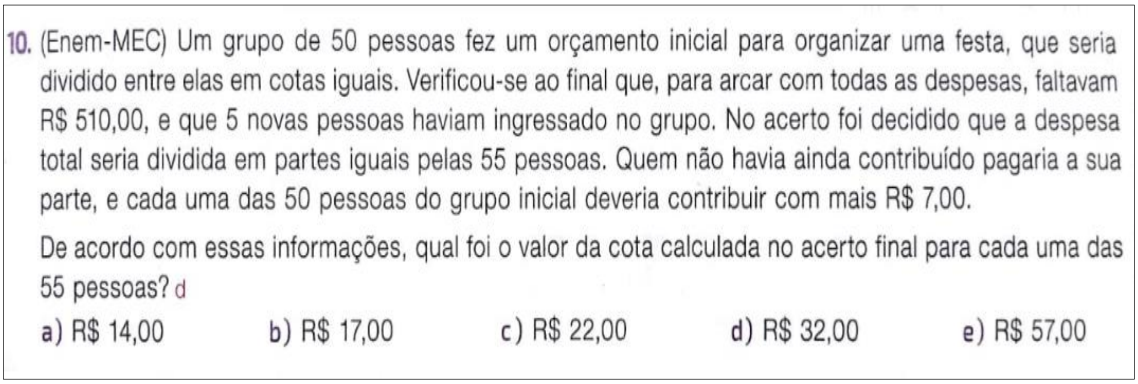
Na Figura 3, vemos que as atividades dizem respeito a calcular, observar e justificar, em uma discussão do objeto de estudo função quadrática, sob a perspectiva de um contexto financeiro. Embora não tenhamos identificado em outras seções situações propostas que envolvam contextos financeiros, o volume, ao tratar do tema progressões, traz atividades resolvidas em contextos financeiros, mas não propõe nenhuma para os alunos resolverem. Quando recorremos à leitura das orientações ao professor, somente em uma passagem observamos uma menção à Educação Financeira, neste caso, em uma seção denominada *Ser consciente*, que aparece ao final de alguns capítulos para tratar de temas como ética, Educação Financeira, sustentabilidade, entre outros. Mesmo mencionando o tema Educação Financeira, não identificamos orientações que apontasse ao professor uma possibilidade de aprofundamento em discussões no contexto financeiro.

Volume 2 – 2º ano

Estruturado em oito capítulos, assim como no Volume 1, não identificamos em seu sumário nenhuma menção à Matemática Financeira. Essa constatação, nos leva a realizar o mesmo procedimento adotado no Volume 1, ou seja, uma análise mais detalhada da composição dos capítulos.

Identificamos que na composição do volume não há objeto de estudo relacionado à Matemática Financeira, e mesmo em objetos que não da Matemática Financeira, são raros os exemplos, atividades resolvidas ou atividades propostas que permita abrir discussões em contextos financeiros.

A seguir, na Figura 4, um dos momentos para discussão de um objeto de estudo, que traz o contexto financeiro como espaço para tal.



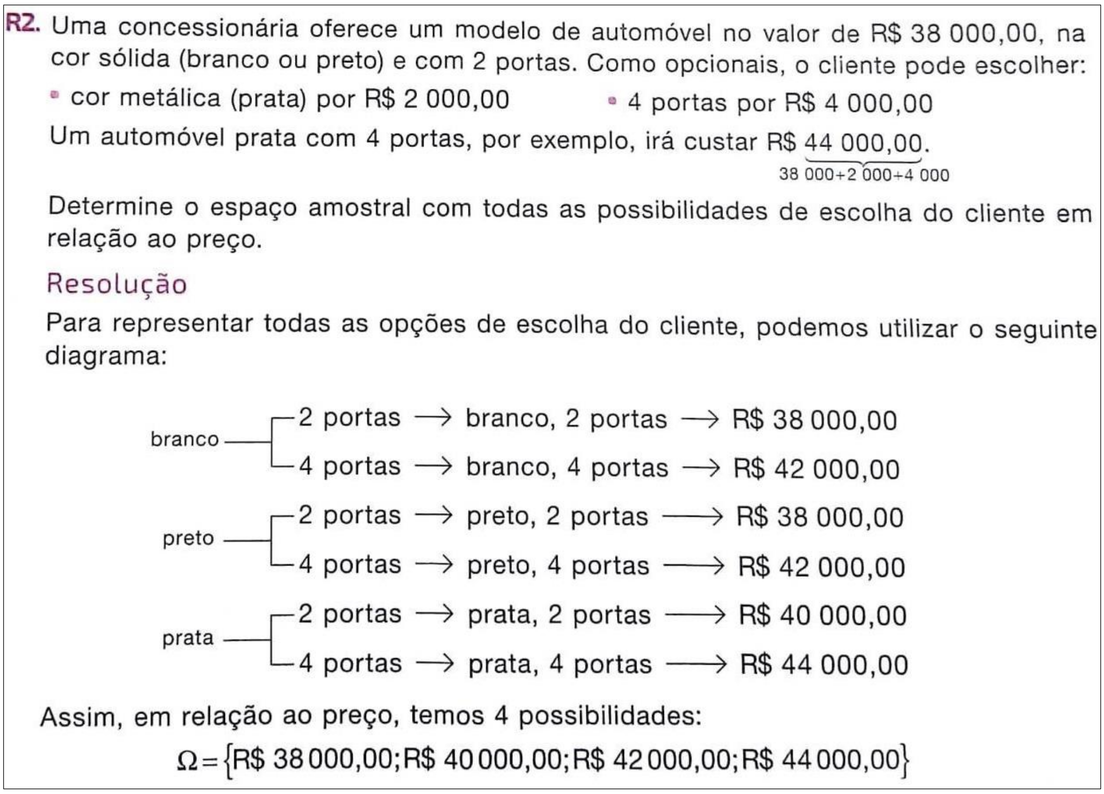
10. (Enem-MEC) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas? d

a) R$ 14,00 b) R$ 17,00 c) R$ 22,00 d) R$ 32,00 e) R$ 57,00

Figura 4: Sistemas lineares no contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 79, vol. 2

Na Figura 4, notamos que a situação proposta a partir de uma discussão de sistemas lineares, em um contexto financeiro, sugere como tarefa modelar o problema e calcular o valor de uma cota dada situação. Essa situação se encontra no capítulo três, e somente no capítulo cinco é que identificamos outro momento que reporta ao contexto financeiro para discutir-se a noção de probabilidade, tendo como tarefa determinar um espaço amostral, dada a atividade proposta, conforme a Figura 5, a seguir:



R2. Uma concessionária oferece um modelo de automóvel no valor de R$ 38 000,00, na cor sólida (branco ou preto) e com 2 portas. Como opcionais, o cliente pode escolher:

- cor metálica (prata) por R$ 2 000,00
- 4 portas por R$ 4 000,00

Um automóvel prata com 4 portas, por exemplo, irá custar R$ $\underbrace{44\,000{,}00}_{38\,000+2\,000+4\,000}$.

Determine o espaço amostral com todas as possibilidades de escolha do cliente em relação ao preço.

Resolução

Para representar todas as opções de escolha do cliente, podemos utilizar o seguinte diagrama:

branco — 2 portas ⟶ branco, 2 portas ⟶ R$ 38 000,00
branco — 4 portas ⟶ branco, 4 portas ⟶ R$ 42 000,00
preto — 2 portas ⟶ preto, 2 portas ⟶ R$ 38 000,00
preto — 4 portas ⟶ preto, 4 portas ⟶ R$ 42 000,00
prata — 2 portas ⟶ prata, 2 portas ⟶ R$ 40 000,00
prata — 4 portas ⟶ prata, 4 portas ⟶ R$ 44 000,00

Assim, em relação ao preço, temos 4 possibilidades:

$$\Omega = \{R\$\ 38\,000{,}00; R\$\ 40\,000{,}00; R\$\ 42\,000{,}00; R\$\ 44\,000{,}00\}$$

Figura 5: Estudando probabilidade em um contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 128, vol. 2

A atividade proposta no volume, como mostra a Figura 5, traz com tarefa construir uma árvore de possibilidades e identificar o espaço amostral, dada a situação apresentada. Já ressaltamos que no Volume 2 é raro encontrarmos atividades, exemplos ou exercícios resolvidos que ao menos relacione ao contexto financeiro uma discussão dos objetos estudados, sendo que este é um dos poucos casos. As orientações aos professores, embora discutam as atividades, não indicam ou favorecem ao professor direcionar, a partir das atividades, uma discussão de questões de caráter financeiro.

Volume 3 – 3º ano

Estruturado em seis capítulos, diferentemente dos volumes anteriores, identificamos em seu sumário o capítulo um dedicado à Matemática Financeira, e como os demais volumes, algumas passagens tendo o contexto financeiro como espaço para a discussão de outros objetos de estudo. Discorremos, a seguir, enfatizando sobre a estrutura do primeiro capítulo desse volume.

O capítulo contempla por meio de seus tópicos, os seguintes objetos: porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos, juro (juro simples e juro composto), juro e funções e sistema de amortização.

A estrutura dos tópicos nos permite perceber se os autores abordam os objetos de estudo por meio de uma discussão ou exemplos que levam a apresentação de uma definição matemática do objeto.

Após apresentar a definição matemática do objeto, exemplos resolvidos são expostos utilizando a definição matemática do objeto, bem como atividades resolvidas sob a mesma abordagem de resolução dos exemplos.

Após apresentar a definição matemática de porcentagem, exemplos e atividades resolvidas, o tópico traz uma sequência de atividades sobre esse objeto de estudo. Predominantemente as atividades trazem um contexto financeiro para abordar conceito de porcentagem, no entanto algumas atividades limitam-se apenas a abordar as representações da porcentagem, como podemos ver na Figura 6.

8. Antes de concluir a compra de um computador, Marisa realizou uma pesquisa de preços de um mesmo modelo em duas lojas.

- Loja **A**: R$ 1 290,00 com desconto de 8% no pagamento à vista.
- Loja **B**: R$ 1 350,00 com desconto de 14% no pagamento à vista.

Em qual das duas lojas é mais vantajoso Marisa realizar a compra à vista? Nessa loja, quantos reais ela irá pagar pelo computador? loja B; R$ 1 161,00

9. Para atrair a atenção dos consumidores, um comerciante, percebendo que certo modelo de tênis em sua loja custava R$ 20,00 mais caro que na loja concorrente, realizou uma promoção oferecendo 8% de desconto, para que o preço na sua loja ficasse R$ 10,00 mais barato que na loja concorrente. Qual é o preço desse tênis na loja concorrente? R$ 355,00

Figura 6: Atividades de porcentagem em contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 13, vol. 3

Como já mencionado anteriormente, na Figura 6 podemos observar atividades que abordam cálculo, representação e interpretação de valores em reais e representações em porcentagens. Neste tópico, identificamos a predominância do contexto financeiro para abordar os objetos de estudos. Esta abordagem predominante identificada no tópico de porcentagem é também adotada no tópico *Acréscimos e descontos sucessivos*. Neste tópico, é introduzida a discussão do objeto por meio da resolução de um exemplo, e logo em seguida a apresentação de uma definição matemática.

Após apresentar os objetos matemáticos, uma sequência de atividades resolvidas exemplifica a aplicação da definição apresentada. Em seguida, o tópico propõe uma sequência de atividades envolvendo acréscimos sucessivos e descontos sucessivos. Ressaltamos que contextos financeiros são constantemente utilizados para discussão do tema na sequência de atividades, como vemos na Figura 7, por exemplo.

23. Em uma loja, certo modelo de camiseta, que custava R$ 72,00, teve aumento em seu preço de 8%. Como diminuíram as vendas desse modelo, a loja realizou uma promoção na compra à vista, oferecendo 15% de desconto. Qual é o valor a ser pago por um cliente que comprar esse modelo de camiseta efetuando o pagamento à vista?
aproximadamente R$ 66,10

24. Ao longo de dois anos, o salário de Roberta foi aumentado em 2%, 6% e 4%. Sabendo que após esses reajustes o salário dela passou a ser R$ 2 102,72, em quantos reais aumentou o salário de Roberta nesse período?
aproximadamente R$ 232,72

Figura 7: Acréscimos sucessivos e descontos sucessivos em contextos financeiros.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 19, vol. 3

Notamos que, nesse tópico, as atividades dizem respeito a calcular e interpretar as representações de porcentagem e os valores apresentados. A estrutura do tópico de acréscimos sucessivos e descontos sucessivos também está presente no tópico que trata de juro. Nesse tópico, a discussão inicia-se a partir de um contexto real, tomando como referência a realização de um empréstimo bancário.

Observamos que de imediato a noção de juro simples é apresentada por meio da resolução de um problema em um contexto financeiro. Na sequência, apresenta-se uma definição matemática para o cálculo de juro simples. A partir da definição de juro simples, os autores apresentam atividades resolvidas por meio da aplicação dessa definição. As atividades resolvidas no tópico parecem ter como objetivo a preparação para propor uma sequência de atividades que aparece em seguida, sequência que, predominantemente em contextos financeiros, traz como tarefa calcular o juro simples, como mostra, por exemplo, a Figura 8.

48. Em certa loja, Daniele comprou o refrigerador indicado no cartaz em duas parcelas iguais a R$ 1100,00: a 1ª no ato da compra, e a 2ª após 30 dias, acrescida de juro.

a) Qual é a taxa de juro mensal cobrada por essa loja? 10%

b) Quantos reais Daniele economizaria se pagasse o valor total à vista, sabendo que no pagamento à vista o consumidor tem 8% de desconto? R$ 268,00

Figura 8: Atividade em contexto financeiro envolvendo o cálculo de juro simples.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 24, vol. 3

Após apresentar a sequência de atividades solicitando calcular o juro simples, os autores passam a tratar de introduzir noções de juro composto, inicialmente trazendo um contexto histórico do objeto de estudo, e, posteriormente, a resolução de um exemplo envolvendo o cálculo de juro composto em um contexto financeiro. Com base na resolução do exemplo, os autores apresentam uma definição matemática para o cálculo de juro composto. Ao apresentar essa definição, os autores trazem uma sequência de atividades resolvidas aplicando a definição apresentada.

Após apresentar as atividades resolvidas, como já ressaltamos anteriormente, podemos observar que as atividades da figura 9 dizem respeito ao cálculo do montante, juro composto, capital e o cálculo percentual de aumento. É proposta uma sequência de atividades nas quais predominam os contextos financeiros para o cálculo de juro composto, como por exemplo, as atividades apresentadas na Figura 9.

Atividades Anote as respostas no caderno.

49. Luís aplicou R$ 2 600,00 em um fundo de investimento que lhe rende juro composto de 18% a.a. Qual será o montante obtido por Luís após três anos de investimento?
aproximadamente R$ 4 271,88

50. Fabiana tomou como empréstimo a importância de R$ 3 500,00 de certa instituição financeira que cobra uma taxa fixa de 4% a.m., no regime de juro composto. Sabendo que ela pretende pagar essa dívida em parcela única após 4 meses, quantos reais de juro, aproximadamente, Fabiana pagará por esse empréstimo? aproximadamente R$ 595,00

51. Certo capital foi aplicado à taxa de juro composto de 1,8% a.m. durante 1 ano e 2 meses, gerando um montante de R$ 729,15.

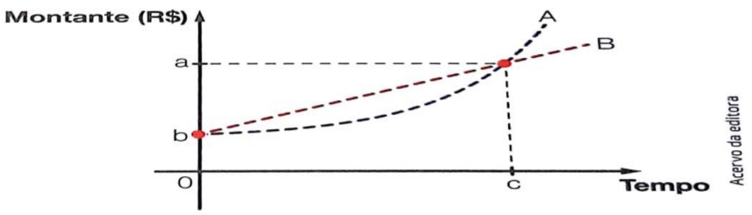
a) Qual foi o capital investido nessa aplicação?
aproximadamente R$ 568,00

b) Ao final do período, qual foi o percentual de aumento dessa aplicação?
aproximadamente 28,37%

Figura 9: Atividades em contextos financeiros para o cálculo de juro composto.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 27, vol. 3

Diante da discussão acerca da noção de juro (simples e composto), os autores apresentam no tópico seguinte uma discussão sobre juro e funções. A discussão é iniciada a partir de um contexto financeiro, por meio das representações (tabular e gráfica) que remetem a noção de funções, como vemos na Figura 10.

61. O gráfico apresenta duas modalidades de investimentos oferecidos por determinada instituição financeira, um com taxa de juro simples e outro com taxa de juro composto.



a) Para um investimento com período de tempo menor que c, qual é mais vantajoso?
investimento B

b) Qual investimento terá maior rentabilidade após o período de tempo c? investimento A

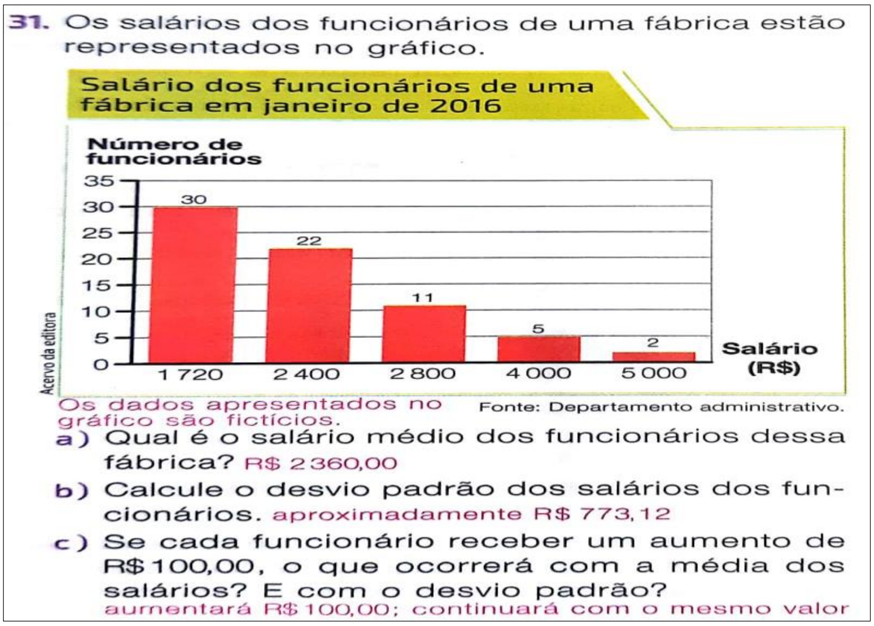
c) Qual foi o capital investido inicialmente?
b reais

Figura10: Atividade envolvendo noção de juro e funções.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 30, vol. 3

Ressaltamos, embora os autores recorram aos contextos financeiros, que não há orientações para discussões focando a Educação Financeira, mas sim um direcionamento para a aplicação das fórmulas ou interpretar as representações.

Em um último tópico, os autores abordam sistema de amortização. Inicialmente apresentam uma definição do tema amortização, em seguida, um exemplo e uma tarefa resolvida antecedem uma sequência de atividades propostas, que, assim como o exemplo e a tarefa resolvida, têm o contexto financeiro amplamente utilizado para abordar o objeto de estudo. No entanto, não há indicações ao professor para instigar os alunos a refletirem sobre os resultados obtidos, o que poderia favorecer a criticidade do aluno frente a contextos financeiros. Nesse tópico, os autores encerram o capítulo de Matemática Financeira.

No capítulo 2 deste volume, que tem como título *O ponto e a reta*, o contexto financeiro aparece em uma tarefa envolvendo sistema lineares, e ainda no capítulo 4, que está intitulado *Estatística*, pelo menos duas atividades reportam ao contexto financeiro para calcular e discutir medidas de tendência central e medidas de dispersão. Apresentamos uma dessas atividades na Figura 11, e acrescentamos que destacamos essa atividade apenas por abordar o tema *salários*, que tem muito a ver com renda, um dos conceitos importantes para a Educação Financeira.


31. Os salários dos funcionários de uma fábrica estão representados no gráfico.

Os dados apresentados no gráfico são fictícios.

Fonte: Departamento administrativo.

a) Qual é o salário médio dos funcionários dessa fábrica? R$ 2 360,00

b) Calcule o desvio padrão dos salários dos funcionários. aproximadamente R$ 773,12

c) Se cada funcionário receber um aumento de R$ 100,00, o que ocorrerá com a média dos salários? E com o desvio padrão?
aumentará R$ 100,00; continuará com o mesmo valor

Figura 11: Atividade de estatística no contexto financeiro.
Fonte: Souza; Garcia, 2016, p. 133, vol. 3

Como vemos na Figura 11, a tarefa solicita que se faça uma intepretação da questão e calcule os valores relacionados aos objetos matemáticos envolvidos. Parece-nos até ser propícia a abertura de uma discussão relacionada à Educação Financeira, em uma atividade como a apresentada, no entanto, o livro não traz nada que direcione o professor nesse sentido, apenas mostra a solução esperada para os questionamentos.

No Volume 3 não identificamos outros momentos além desses citados anteriormente, que trazem discussões de objetos matemáticos a partir de contextos financeiros, no entanto lembramos que é louvável a identificação de um capítulo dedicado ao estudo de objetos da Matemática Financeira, mas, ainda, julgamos que seria apropriado direcionar ao professor para as possibilidades de fomentar a Educação Financeira, dada a abordagem de objetos da Matemática Financeira ou de outros objetos que recorrem a contextos financeiros.

Da descrição dos volumes dessa coleção e das leituras que realizamos nos currículos, percebemos uma preocupação dos autores em atender as orientações curriculares, como identificado no Volume 1, e, bem como os PCN orientam, vários são os momentos em que notamos a possibilidade de discutir situações da vida cotidiana que compreende a tomada de decisões envolvendo questões financeiras, que, no entanto, não são enfatizadas pelos autores, que delimitam a resolução das tarefa apenas ao contexto em que se apresentam.

Ressaltamos que a temática financeira na estrutura do volume varia. Podemos ver que há em um volume maior ou menor ênfase em situações relacionadas à temática. Assim, a percepção que temos do Volume 1 não é a mesma que temos do Volume 2, embora inicialmente, assim como no Volume 1, não há menção à Matemática Financeira, resumidamente, o caráter transversal da temática financeira identificado no Volume 1 não se repete no Volume 2, aparecendo apenas raramente em alguns momentos, que passam despercebidos à possibilidades de abrir-se uma discussão sobre questões financeiras.

Quanto ao Volume 3 da coleção, como já mencionado anteriormente, é louvável que na estrutura do volume se tenha um capítulo dedicado ao estudo de objetos da Matemática Financeira. Desta maneira, quando pensamos nas orientações curriculares, bem como as menções trazidas pela OCDE e ENEF quanto à Educação Financeira, nos parece que o capítulo ora tratado pode propiciar o aprofundamento de questões voltadas à temática, mas essa abordagem não foi adotada pelos autores.

Embora a abordagem dos volumes tenha um caráter que consideramos instrumental, a estrutura em que se apresentam os conteúdos não evidencia uma possibilidade de abertura a uma discussão crítica em relação aos objetos de estudos abordados. No entanto, nos parece haver uma preocupação em atingir as orientações prescritas nos documentos oficiais, no que se refere à Educação Financeira, visto que os contextos financeiros são utilizados recorrentemente. O que nos parece ser uma deficiência da coleção é o fato de que os autores, nas orientações aos professores, não propuseram a abertura de discussões sobre Educação Financeira com base nos contextos gerados nos problemas. Todavia, atingir, na sala de aula, as orientações prescritas no currículo, nos parece possível, e a responsabilidade para isso recai sobre o professor, que atingirá ou não seus objetivos, dependendo de como utiliza o material para abordar os objetos da Matemática Financeira.

A seguir apresentamos as análises da coleção *Matemática Interação e Tecnologia*, da Editora Leya, a segunda coleção escolhida. A coleção é de autoria de Rodrigo Dias Balestri, aprovada pelo PNLD de 2018. Assim como a primeira, a coleção traz três volumes para o ensino médio, um para cada série. De igual forma, analisamos cada volume buscando identificar a presença de elementos relacionados à Matemática Financeira.

Volume 1 – 1º ano

Em sua estrutura, o Volume 1 contém oito capítulos, e não faz menção à Matemática Financeira no sumário. Partimos para um aprofundamento, analisando o conteúdo de cada capítulo, com o objetivo de neles encontrar elementos que favoreçam a discussão de temas relacionados à Matemática Financeira.

Assim como na primeira coleção, identificamos que no Volume 1 há discussões, exemplos e atividades que, embora abordem outros objetos de estudos, utilizam elementos contextuais que apontam para a possibilidade de uma discussão envolvendo a Matemática Financeira. Apresentamos a seguir alguns exemplos desses elementos contextuais.

No capítulo dois, ao abordar a temática de funções, o autor inicia a discussão por meio de um exemplo problematizado em um contexto financeiro (ou aproximadamente financeiro, pois em essência trata de matemática comercial), mas não identificamos atividades propostas para os alunos.

Notamos que neste volume as noções das funções apresentadas trazem constantemente uma problemática do contexto comercial ou financeiro para evidenciar propriedades dos objetos matemáticos. Esta mesma abordagem, identificada para tratar de funções, é também evidenciada no capítulo cinco, ao tratar das funções exponenciais e funções logarítmicas. No entanto, as atividades propostas no capítulo não trazem, em momento algum, esses contextos financeiros, ou propõem discussão nessa direção.

Conforme nossa análise evidencia, ao tratar do tema funções é recorrente para o autor utilizar contextos financeiros. Não fica evidente a intenção de tratar de objetos da Matemática Financeira, no entanto nos parece ser possível abordá-los tendo em vista o caráter transversal da Matemática Financeira, conforme as propostas curriculares e a sua recorrência, embora implícita, que o volume apresenta.

Ainda no Volume 1, no capítulo seis, ao tratar de progressões, o autor traz em algumas de suas atividades um contexto financeiro, como vemos na Figura 12:

24. Um capital de R$ 3 200,00 foi aplicado a juros simples a uma taxa de 7% ao mês.

a) Qual o montante dessa aplicação no final do quarto mês? R$ 4 096,00

b) Ao final de qual mês de aplicação, o montante será igual a R$ 5 664,00? 11º mês

Lembre-se de que o montante é igual à soma do capital com os juros: M = c + j.

Figura 12: Atividades de progressão aritmética no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 188, vol. 1

Observamos que as atividades solicitam ao aluno calcular o montante a partir de uma aplicação financeira e estipular, a partir dessa mesma aplicação financeira, o tempo para obtenção de um determinado montante. Outras atividades semelhantes foram identificadas nesse capítulo.

69. Bruno foi a uma agência bancária para fazer um investimento no valor de R$ 15 000,00. A agência visitada por Bruno oferece, para esse investimento, rendimento de 0,6% ao mês.

a) Qual será o montante obtido por Bruno ao final de cada um dos três primeiros meses de investimento? R$ 15 090,00, R$ 15 180,54 e R$ 15 271,62

b) Seja n a quantidade de meses após o investimento, qual será o valor do montante de Bruno em função de n? $a_n = 15\,000 \cdot 1{,}006^n$

c) Sabendo que Bruno não realizará saques nem depósitos nesse investimento, após quanto tempo, no mínimo, ele terá $\frac{6}{5}$ do dinheiro investido inicialmente? 31 meses

Considere $\log_{1{,}006}\left(\frac{6}{5}\right) = 30{,}48$.

Figura 13: Atividades de progressão geométrica no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 201, vol. 1

As atividades que apresentamos na Figura 13 trazem como tarefa calcular o montante tendo como contexto para a tarefa, um investimento feito à juros compostos, com a ideia implícita de progressão geométrica. Outras atividades semelhantes aparecem nesse capítulo. O capítulo sete traz como temática *Tratamento da Informação,* e as atividades encontradas apresentam um contexto mais comercial e menos financeiro como meio para discutir os objetos apresentados, e não há atividades a serem realizadas que ao menos recorram a algum contexto envolvendo questões financeiras.

Ao chegarmos ao final desse volume, obsevamos que no capítulo um que trata de *Conjuntos*, e no capítulo oito, que se chama *Introdução à Trigonometria*, não há passagem alguma que nos pareça possível associar com elementos da Matemática Financeira. No entanto, notamos que nos demais capítulos há uma frequência de objetos matemáticos que são discutidos com apoio de contextos financeiros. Identificamos que nessas abordagens é possível uma abertura para discussões de objetos da Matemática Financeira, mas isso não está claro no discurso apresentado pelo livro, inclusive nas orientações aos professores, que poderia ser um espaço propício a sugestões de possíveis discussões em relacão à Educação Financeira, mas o autor não o utiliza para esse fim. A seguir, damos detalhes acerca do Volume 2.

Volume 2 – 2º ano

O volume é composto de oito capítulos. Uma análise, ainda no súmario, aponta que o capítulo oito é dedicado ao estudo da Matemática Financeira, nos demais capítulos não é possivel identificar somente pela abordagem do sumário elelementos relacionada à Matemática Financeira. Todavia, antes de analisarmos o capítulo oito desse volume, faremos como no Volume 1, ou seja, analisaremos cada capítulo em profundidade.

No capítulo três, ao tratar de *Sistemas Lineares e Matrizes*, encontramos discussões e exemplos tangendo a contexto financeiro e nas sessões de atividades identificamos algumas atividades que têm essa abordagem, conforme podemos observar na Figura 14.

23. Um operário se desloca de casa ao seu trabalho de motocicleta, mas nos dias chuvosos ele utiliza o transporte público. Quando utiliza motocicleta ele gasta, em média, R$ 1,50 a cada dia; e, com o transporte público, gasta R$ 6,00 ao dia. Em determinado mês, em que trabalhou 20 dias, esse operário gastou R$ 43,50 para se deslocar ao trabalho. Por quantos dias ele utilizou a motocicleta para ir ao trabalho? 17 dias

Figura 14: Tarefa envolvendo sistemas lineares no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 81, vol. 2

Notamos que a Figura 14 trata de uma tarefa que exige dos alunos interpretar e calcular, por meio de propriedades dos sistemas lineares, uma solução para a situção proposta. O autor também utiliza um contexto financeiro para propor atividades envolvendo propriedades matriciais, sem, no entanto, explicitar para as possibilidades de dicutir esse contexto financeiro abordado na atividade.

Dando continuidade a essa mesma abordagem, o autor, no capítulo quatro, ao tratar de *Determinantes e Resolução de Sistemas Lineares* propõe atividades propostas com base em um contexto financeiro, conforme apresentamos na Figura 15.

19. (UFU-MG) A prefeitura de uma cidade, preocupada com o meio ambiente e com o problema da falta de espaço físico adequado destinado a depósitos de lixo, criou uma cooperativa de reciclagem em parceria com os moradores de baixa renda. O **quadro 1** fornece os preços de venda (em reais) de cada quilograma de papel, vidro e plástico referentes à primeira semana dos meses de setembro de 2009 e setembro de 2010; o **quadro 2** expressa a quantidade total (em kg) vendida desses três materiais na primeira semana dos meses mencionados acima e o rendimento (em reais) referentes à venda dos materiais reciclados, obtidos nas referidas semanas.

Quadro 1

	Papel	Vidro	Plástico
Set./2009	0,30	0,20	0,50
Set./2010	0,40	0,30	1,0

Quadro 2

	Quantidade (kg)	Rendimento (reais)
Set./2009	8000	R$ 2580,00
Set./2010	9000	R

Sabe-se que, na primeira semana de setembro de 2010, foram vendidos 50% a mais de papel do que o vendido na primeira semana de 2009, e iguais quantidades, que aquelas comercializadas na primeira semana de 2009, de vidro e plástico.

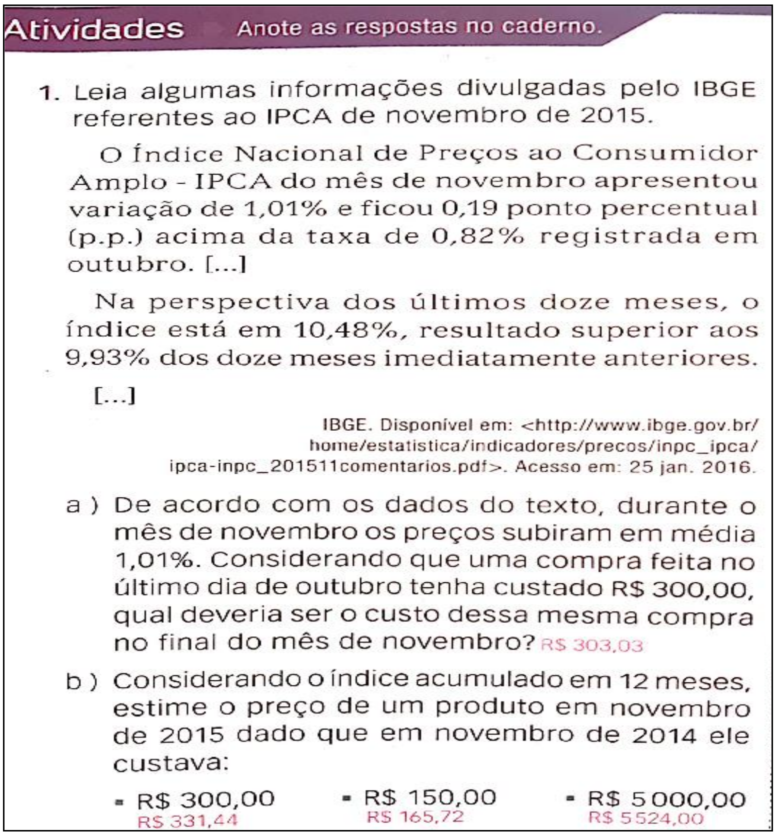
Interprete e analise o texto dado, descrevendo expressões matemáticas que conduzam ao valor de R. Determine-o.

$$\begin{cases} x + y + z = 8\,000 \\ 0{,}3x + 0{,}2y + 0{,}5z = 2\,580; \ R = R\$\ 4\,820{,}00 \\ 1{,}5x + y + z = 9\,000 \end{cases}$$

Figura 15: Atividades envolvendo sistemas lineares no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 117, vol. 2

Observamos que a Figura 15 trata-se de uma tarefa que solicita aos alunos interpretar, analisar e determinar a partir do contexto financeiro, envolvendo a resolução de sistemas lineares, um determinado valor para R. Nos capítulos que se seguem, não encontramos mais menções aos contextos financeiros, a não ser no capítulo oito, que tratará exatamente da Matemática Financeira, como veremos.

No capítulo oito, dedicado à Matemática Financeira, os objetos de estudos abordados são: acréscimos e descontos sucessivos, juro simples e juro composto, juro e funções e amortizações, objetos de estudo, que naturalmente apresentam-se, recorrentemente, em contextos financeiros, inclusive ao introduzir os conceitos desses objetos. Quanto às atividades, observamos que há, com frequência, a utilização de contextos financeiros, como vemos a seguir



Atividades Anote as respostas no caderno.

1. Leia algumas informações divulgadas pelo IBGE referentes ao IPCA de novembro de 2015.

O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA do mês de novembro apresentou variação de 1,01% e ficou 0,19 ponto percentual (p.p.) acima da taxa de 0,82% registrada em outubro. [...]

Na perspectiva dos últimos doze meses, o índice está em 10,48%, resultado superior aos 9,93% dos doze meses imediatamente anteriores.

[...]

IBGE. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/ipca-inpc_201511comentarios.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2016.

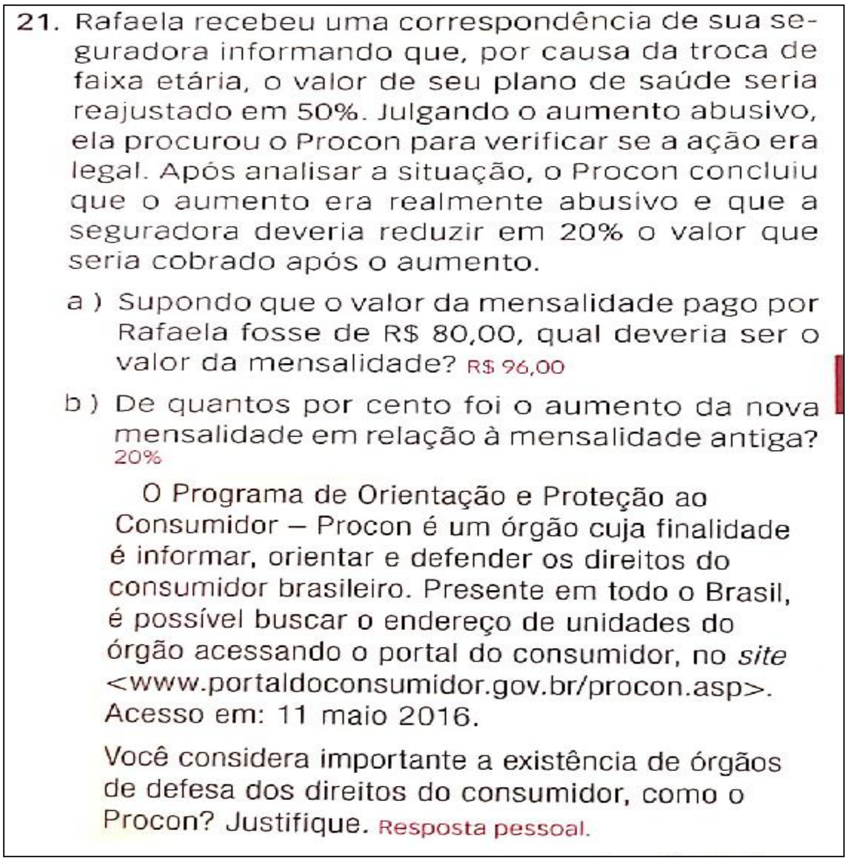
a) De acordo com os dados do texto, durante o mês de novembro os preços subiram em média 1,01%. Considerando que uma compra feita no último dia de outubro tenha custado R$ 300,00, qual deveria ser o custo dessa mesma compra no final do mês de novembro? R$ 303,03

b) Considerando o índice acumulado em 12 meses, estime o preço de um produto em novembro de 2015 dado que em novembro de 2014 ele custava:

- R$ 300,00 R$ 331,44
- R$ 150,00 R$ 165,72
- R$ 5 000,00 R$ 5 524,00

Figura 16: Atividades envolvendo porcentagem no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 203, vol. 2

Notamos que a discussão inicial propõe atividades que exigem do aluno interpretar e calcular valores relacionando ideias de porcentagem e introduz noções de acréscimos sucessivos a partir desse contexto financeiro. Estas atividades podem favorecer aprofundamentos nas discussões que envolvem esse objeto, indo além do simples algoritmo de cálculo.



21. Rafaela recebeu uma correspondência de sua seguradora informando que, por causa da troca de faixa etária, o valor de seu plano de saúde seria reajustado em 50%. Julgando o aumento abusivo, ela procurou o Procon para verificar se a ação era legal. Após analisar a situação, o Procon concluiu que o aumento era realmente abusivo e que a seguradora deveria reduzir em 20% o valor que seria cobrado após o aumento.

a) Supondo que o valor da mensalidade pago por Rafaela fosse de R$ 80,00, qual deveria ser o valor da mensalidade? R$ 96,00

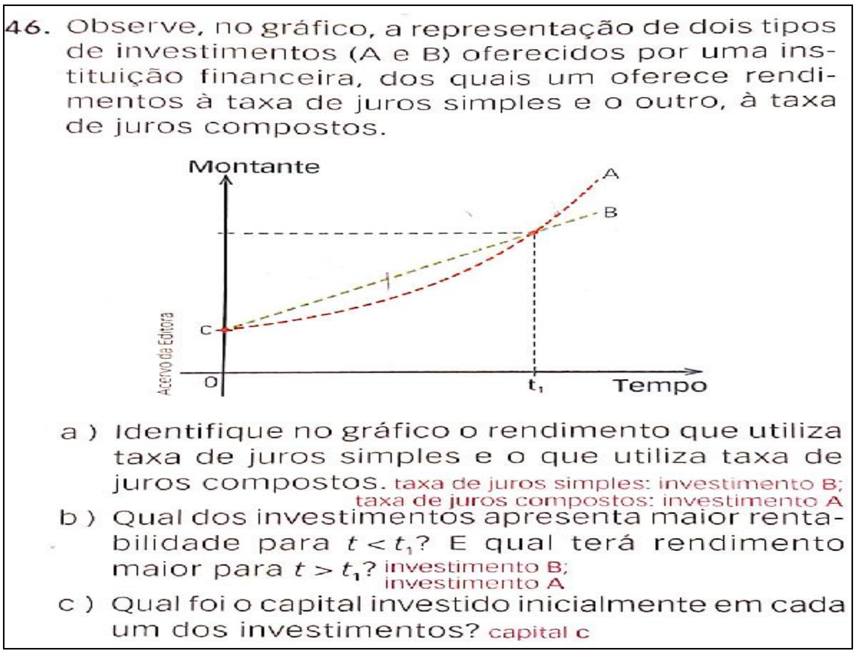
b) De quantos por cento foi o aumento da nova mensalidade em relação à mensalidade antiga? 20%

O Programa de Orientação e Proteção ao Consumidor – Procon é um órgão cuja finalidade é informar, orientar e defender os direitos do consumidor brasileiro. Presente em todo o Brasil, é possível buscar o endereço de unidades do órgão acessando o portal do consumidor, no *site* <www.portaldoconsumidor.gov.br/procon.asp>. Acesso em: 11 maio 2016.

Você considera importante a existência de órgãos de defesa dos direitos do consumidor, como o Procon? Justifique. Resposta pessoal.

Figura 17: Atividades envolvendo porcentagem no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 209, vol. 2

Como mencionamos na apresentação dos objetos de estudo do capítulo oito, todos seguiram a mesma abordagem. Mas aqui, na atividade que aparece na Figura 17, que traz como tarefa calcular descontos, identificamos uma proposta para uma reflexão crítica importante sobre os direitos do consumidor, que pode ser uma possibilidade para tratar de questões relacionadas à Educação Financeira.



46. Observe, no gráfico, a representação de dois tipos de investimentos (A e B) oferecidos por uma instituição financeira, dos quais um oferece rendimentos à taxa de juros simples e o outro, à taxa de juros compostos.

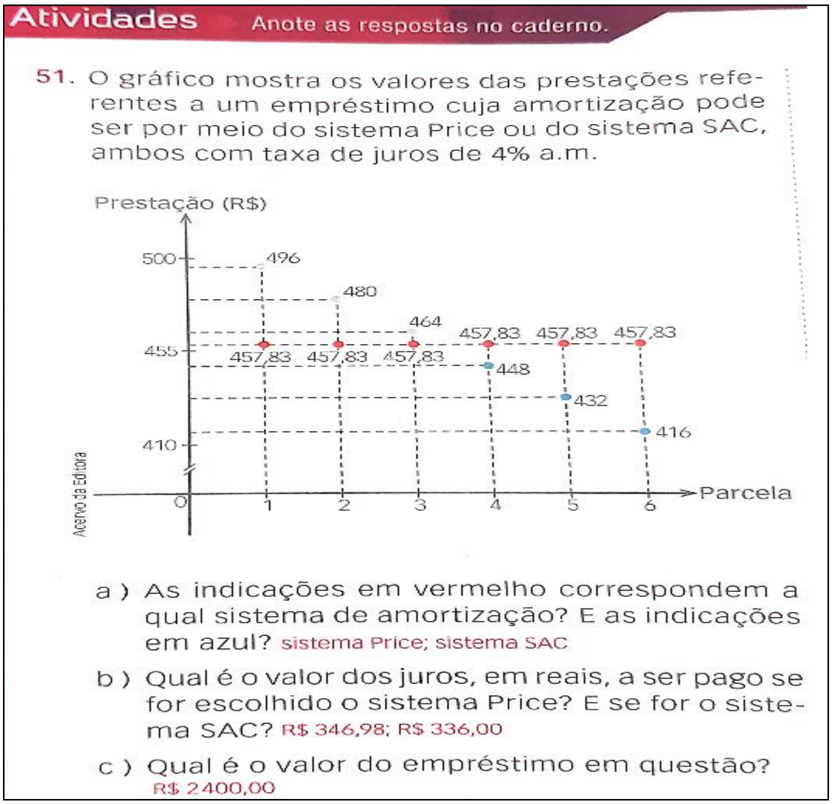
a) Identifique no gráfico o rendimento que utiliza taxa de juros simples e o que utiliza taxa de juros compostos. taxa de juros simples: investimento B; taxa de juros compostos: investimento A

b) Qual dos investimentos apresenta maior rentabilidade para $t < t_1$? E qual terá rendimento maior para $t > t_1$? investimento B; investimento A

c) Qual foi o capital investido inicialmente em cada um dos investimentos? capital C

Figura 18: Atividades envolvendo juro no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 221, vol. 2

Notamos que, na tarefa, o autor possibilita a discussão de três objetos, juro simples, juro composto e funções. Consideramos relevante apontar que o tópico bem exemplifica este caráter pois a Matemática Financeira, conforme as propostas curriculares, tem um caráter transversal, tendo como base uma visão integradora no sentido de aplicar à realidade, em diferentes contextos. Na sequência, o volume apresenta os sistemas de amortizações, *price* e sistema de amortização constante – SAC. A Figura 19 traz uma tarefa que propõe ao aluno discutir sobre os dois sistemas.



Atividades Anote as respostas no caderno.

51. O gráfico mostra os valores das prestações referentes a um empréstimo cuja amortização pode ser por meio do sistema Price ou do sistema SAC, ambos com taxa de juros de 4% a.m.

a) As indicações em vermelho correspondem a qual sistema de amortização? E as indicações em azul? sistema Price; sistema SAC

b) Qual é o valor dos juros, em reais, a ser pago se for escolhido o sistema Price? E se for o sistema SAC? R$ 346,98; R$ 336,00

c) Qual é o valor do empréstimo em questão? R$ 2 400,00

Figura 19: Atividades envolvendo empréstimo no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p. 224, vol. 2

Na Figura 19, a atividade apresentada traz como atividades que os alunos interpretem uma representação gráfica, de modo a identificar sistemas de pontos que correspondem à aplicação de determinados modelos de amortização, no caso, *price* e SAC. Outra tarefa é calcular o juro em função da aplicação dos dois modelos de amortização e, por fim, determinar o valor do empréstimo conhecendo a taxa de juro, os modelos de amortização e o juro resultante da aplicação desses modelos.

Observamos no Volume 2 que a estrutura dos capítulos favorece o desenvolvimento da discussão de elementos da Matemática Financeira, isso porque temos um capítulo inteiro sobre essa temática, além de algumas outras atividades nos capítulos três e quatro que abordam temáticas semelhantes. É relevante destacar que nas orientações para os professores esse volume apresenta algumas considerações, indicando a relevância da Educação Financeira. “Um dos objetivos do ensino escolar é educar financeiramente os jovens” (BALESTRI, 2016, p. 293). Ao se referir ao capítulo oito, o autor desta pondera que, em um primeiro momento, os conteúdos abordados objetivam levar o aluno utilizar seus conhecimentos prévios, bem como recorrer à elaboração de estratégias para a resolução das atividades propostas.

Quanto à interdisciplinaridade do tema, o autor destaca a necessidade de responsabilidade financeira, associando ideias de “consumo, alienação e cidadania” (BALESTRI, 2016, p. 294) da sociologia para discussões acerca da economia, ressaltando às ideias da Educação Financeira. A seguir, apresentamos as informações sobre o Volume 3.

Volume 3 – 3º ano

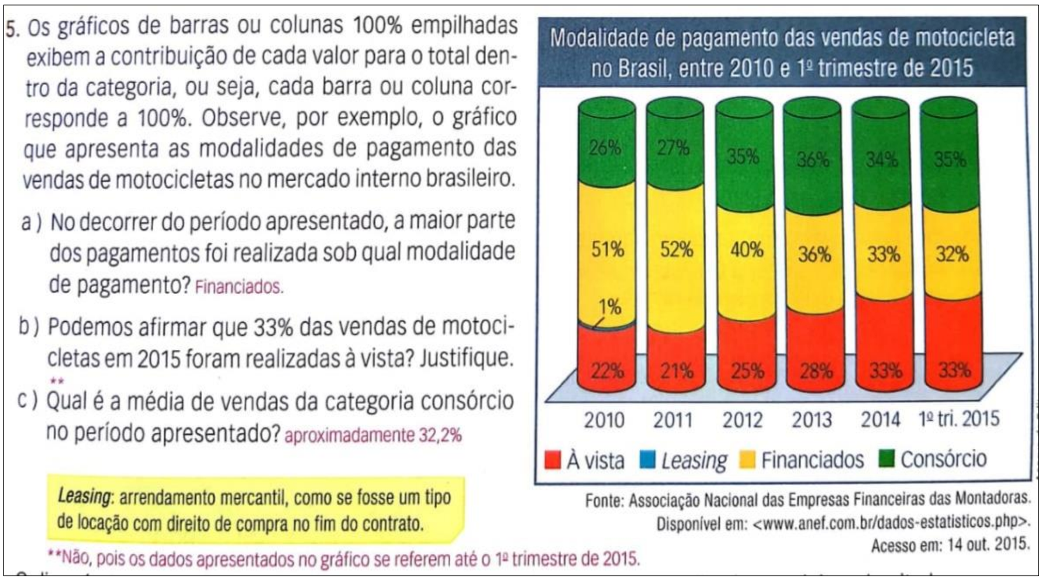
O volume 3 é formado por oito capítulos. No sumário, não identificamos menção à Matemática Financeira e, com base nessa constatação, adotamos os mesmos procedimentos utilizados nos volumes anteriores, analisando os detalhes do conteúdo de cada capítulo.

Somente ao chegar no capítulo três, que tem como temática *Corpos Redondos*, é que encontramos uma tarefa sobre volume de cilindro que nos remete à possibilidade de uma discussão no contexto financeiro. Ver Figura 20.

Figura 20: Volume do cilindro no contexto financeiro.
Fonte: Balestri, 2016, p.93, vol. 3

Esta atividade traz uma discussão que exige do aluno o cálculo de volume de um cilindro e a partir desse cálculo traz como tarefa, a interpretação do valor encontrado que, implicitamente, envolve uma interpretação de caráter financeiro.

No capítulo quatro, que tem como tema estatística, identificamos que, para discutir representações gráficas, o autor utiliza um contexto financeiro para propor uma tarefa, como vemos a seguir:


5. Os gráficos de barras ou colunas 100% empilhadas exibem a contribuição de cada valor para o total dentro da categoria, ou seja, cada barra ou coluna corresponde a 100%. Observe, por exemplo, o gráfico que apresenta as modalidades de pagamento das vendas de motocicletas no mercado interno brasileiro.

a) No decorrer do período apresentado, a maior parte dos pagamentos foi realizada sob qual modalidade de pagamento? Financiados.

b) Podemos afirmar que 33% das vendas de motocicletas em 2015 foram realizadas à vista? Justifique. **

c) Qual é a média de vendas da categoria consórcio no período apresentado? aproximadamente 32,2%

Leasing: arrendamento mercantil, como se fosse um tipo de locação com direito de compra no fim do contrato.

**Não, pois os dados apresentados no gráfico se referem até o 1º trimestre de 2015.

Figura 21: Representação gráfica no contexto financeiro.

Fonte: Balestri, 2016, p.127, vol. 3

Atividades como esta, que trazem, por meio de um contexto financeiro, a solicitação da realização de cálculos e interpretações de dados, não são recorrentes no volume, mas nos permitem conjecturar sobre a possibilidade de envolver dados e representações estatísticas com a Matemática Financeira. No capítulo cinco, apenas uma tarefa parece, embora que implicitamente, possibilitar uma discussão no contexto financeiro.

Nos demais capítulos do volume, não identificamos passagem alguma que mencionasse elementos relacionados à Matemática Financeira, ou mesmo contextos que possibilitassem a abertura de alguma discussão nesse sentido.

Da análise que realizamos dessa segunda coleção, assim como na primeira, notamos que o autor tem uma preocupação em atender as prescrições curriculares, pois identificamos que nos três volumes da coleção há a possibilidades de discussão sobre aspetos da Matemática Financeira, mesmo que tratando de outros objetos de estudo, como por exemplo, no Volume 1, quando, ao tratar de funções, utiliza-se recorrentemente de contextos financeiros.

No Volume 2 identificamos nitidamente a preocupação do autor em abordar a Matemática Financeira, ao dedicar todo um capítulo para essa temática, além de, em outros capítulos do volume, como no Volume 1, abordar outras temáticas por meio de contextos financeiros.

Notamos que a mesma intensidade do Volume 2 quanto à abordagem da Matemática Financeira não é percebida no Volume 3, pois são raros os trechos que rementem à possibilidade de uma discussão no contexto financeiro.

Das estruturas das coleções, observamos que ambos os autores parecem ter uma preocupação quanto à forma de abordagem da Matemática Financeira no que se refere ao caráter transversal proposto pelos currículos, bem como às duas coleções, por meio de um capítulo especificamente, dedicado à Matemática Financeira. O que as difere é quanto à alocação desse capítulo nos volumes, quando na primeira coleção o identificamos no Volume 3, enquanto na segunda coleção esse capítulo se aloca no Volume 2.

Essa diferença não nos parece ter justificativa, a não ser pelo já mencionado caráter transversal que as propostas curriculares propõem para a Matemática Financeira, dando assim certa liberdade quanto à abordagem dessa temática.

Como já dito anteriormente sobre a primeira coleção, a segunda coleção também nos parece ainda ter um aspecto técnico, pois na abordagem trazida, embora, identificamos a recorrência de contextos financeiros, não são nítidas nas discussões, exemplos ou atividades possibilidades para reflexões críticas que favoreçam o desenvolvimento da Educação Financeira, à exceção do que foi mostrado na figura 18. Quanto às orientações aos professores, estas não enfatizam uma abordagem nessa direção, a não ser em uma rara passagem em que Balestri (2016), no Volume 2 de sua coleção, acena para essa possibilidade. No entanto, pontuamos que, pela recorrência de menções a contextos financeiros ou à Matemática Financeira, tal desenvolvimento seja possível, a depender da forma como o professor utiliza essas menções apresentadas nas coleções. De modo geral, as considerações acerca da Educação Financeira nas coleções, como já mencionado, nos parecem pouco fomentar essa discussão. No capítulo introduzimos considerações em relação aos aportes teóricos adotados para este estudo, inicialmente, a seguir, apresentamos uma discussão acerca do conceito de Educação Financeira.

3. APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo trazemos uma discussão referente aos aportes teóricos que adotamos para esta pesquisa. Em um primeiro momento, tratamos da Educação Financeira, em seguida, discutimos algumas noções de Letramento Financeiro e por fim em um último tópico, abordam os aspectos relacionados à Teoria das Situações Didáticas (TSD).

3.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA: A ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE) A E ESTRATÉGIA NACIONAL DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA (ENEF)

Abordamos neste tópico aspectos sobre a Educação Financeira, tomando como referência os textos publicados pela OCDE e ENEF.

A OCDE (2014) aponta para a necessidade de promover a Educação Financeira, e reconhece-a como um importante fator a contribuir para a melhoria da inclusão financeira e do bem-estar financeiro dos indivíduos, bem como um apoio à estabilidade financeira.

Em outro texto, as orientações da OCDE (2016) destacam que as políticas de Educação Financeira buscam capacitar os indivíduos e as pequenas empresas, e salientam que tais políticas, aliadas a estruturas de proteção financeira ao consumidor, podem contribuir efetivamente para o bem-estar financeiro que sustenta a estabilidade financeira e o crescimento inclusivo.

A ENEF, que consiste em uma Estratégia Nacional de Educação Financeira, ressalta a necessidade de levar um conjunto amplo de orientações sobre atitudes adequadas no planejamento e uso dos recursos financeiros.

> A Enef tem os objetivos de promover e fomentar a cultura de educação financeira no país, ampliar a compreensão do cidadão, para que seja capaz de fazer escolhas conscientes quanto à administração de seus recursos, e contribuir para eficiência e solidez dos mercados financeiro, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização. (BRASIL, 2010, p. 2)

O documento evidencia a intenção de tornar acessível a Educação Financeira para o maior número possível de pessoas, pontuando sobre a possibilidade de auxiliar o cidadão a resolver suas dificuldades e planejar melhor sua vida, de modo a conseguir ter mais condições de alcançar suas metas e sonhos.

> A educação financeira pode conscientizar os indivíduos para a importância do planejamento financeiro, a fim de desenvolverem relação equilibrada com o dinheiro e adotarem decisões sobre finanças e consumo de boa qualidade. Ela pode, também, estimular a população de ter sua poupança. (BRASIL, 2010, p. 11)

Nesse sentido, o documento ressalta

> a importância em transmitir conceitos básicos de educação financeira para que elas

> tenham consciência sobre juros, vantagens e desvantagens do parcelamento, noção do dinheiro no tempo e possam avaliar a relação custo-benefício de se adquirir determinado bem a vista ou a prazo. (BRASIL, 2010, p. 15)

Estes conceitos básicos da ENEF apontam para os seguintes objetivos destacados no documento:

> - promover e fomentar a cultura de educação financeira no país;
> - ampliar a compreensão do cidadão para efetuar escolhas conscientes relativas à administração de seus recursos; e
> - contribuir para eficiência e solidez dos mercados financeiro, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização. (BRASIL, 2010, p. 20)

Assim, os documentos da OCDE (2016) apontam que a avaliação das competências de alfabetização financeira da população é um componente essencial de uma estratégia nacional bem-sucedida.

Quanto à alfabetização financeira, a OCDE (2016) a entende como: "Uma combinação de consciência financeira, conhecimento, habilidade e comportamentos necessários para tomarem as decisões financeiras e, finalmente, o alcance do bem-estar financeiro" (p.230).

Nessa direção, Trindade (2017) ressalta a necessidade de mudança na abordagem da Educação Financeira no âmbito escolar, pois para essa autora o tema ainda se encontra em segundo plano.

3.2 LETRAMENTO FINANCEIRO

Diante das considerações trazidas nas orientações da OCDE acerca da alfabetização financeira, concordamos com Trindade (2017), que assevera que o letramento financeiro requer do sujeito uma capacidade de análise e reflexão. Neste sentido, a autora pondera sobre as noções de letramento e literacia, considerando-as sinônimas. Assim, tomando como referência a OCDE (2013), temos que o letramento financeiro consiste na capacidade do indivíduo tomar decisões sobre a utilização, bem como gerenciamento de recursos financeiros.

Teixeira (2015), concordando com as orientações da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), define literacia como

> [...] a capacidade para identificar, compreender interpretar, criar, comunicar e usar novas tecnologias, de acordo com os diversos contextos, envolve um processo contínuo de aprendizagem que permite que os indivíduos alcancem os seus objetivos, desenvolvam o seu conhecimento, as suas potencialidades e participem de forma plena na comunidade e de forma mais ampla na sociedade. (UNESCO, 2005 *apud* TEIXEIRA, 2015, p. 20)

Referindo-se à relevância do letramento financeiro, Teixeira (2015) cita Huston (2010), que considera o letramento financeiro uma ferramenta que tem por finalidade melhorar a capacidade de decisão e de escolha de produtos financeiros por parte dos consumidores, e como resultado contribui para a melhoria do seu bem-estar financeiro.

Ainda sobre letramento financeiro, Coutinho e Campos (2018), com base em Birochi e Pozzebon (2016), ressaltam não haver um padrão definido ao que se refere ao termo Educação Financeira, e que de fato há uma variedade de significados e de termos correlatos para esses autores que inclui o letramento financeiro.

Coutinho e Campos (2018) ainda concordam com Birochi e Pozzebon (2016), que compreendem a Educação Financeira dividida sob duas principais vertentes, instrumental e a transformativa, como mostra o Quadro 2 a seguir.

Vertentes da educação financeira	Principais fundamentos	Objetivo	Autores
Instrumental	Educação financeira deve promover a eficiência e a efetividade do sistema financeiro por meio da corresponsabilidade dos indivíduos (direitos e deveres). Indivíduos são consumidores.	Educação financeira deve agir como uma ferramenta para aumentar a eficiência do sistema financeiro por meio de programas de treinamento baseados no domínio de capacidades operacionais (conhecimento sobre crédito, débito, orçamento e negociações).	Cole at al. (2009); Servon e Kaestner (2008); CGAP (2005).
Transformativo ou crítico	Abordagem humanitária e social. Indivíduos têm grandes restrições socioeconômicas. Melhorias são alcançadas através do fortalecimento das capacidades individuais.	Educação financeira deve promover a inclusão social e econômica por meio do fortalecimento das capacidades individuais, visando o empoderamento e a emancipação social.	Cabraal (2011); Landvogt (2006); Sempere (2009); Johnston and Maguire (2005); Mayoux (2010); Augsburg and Fouillet (2010); Fernando (2006).

Quadro 2: Vertentes de Educação Financeira
Fonte: Birochi e Pozzibon (2016 *apud* Coutinho e Campos, 2018, p. 171)

Embora algumas abordagens combinem aspectos das duas vertentes, é na vertente transformativa que se verifica um alinhamento da educação para a cidadania (COUTINHO; CAMPOS 2018). Nessa direção, os autores apontam que o letramento financeiro põe em evidência uma vertente crítica sob duas perspectivas, a primeira a de Sena (2017), que se refere ao letramento financeiro como “a capacidade de assumir uma postura crítica e de tomar decisões conscientes para o bem estar social”; e a segunda, em Birochi e Pozzebon (2016), que apontam para uma vertente transformativa da Educação Financeira.

Isto, tendo em vista que, o letramento financeiro põe em evidência uma vertente crítica dos sujeitos frente às situações financeiras em conformidade com Sena (2017) e Birochi e Pozzebon (2016). Vale ressaltar também que, situações financeiras também estão relacionadas ao comportamento das decisões humanas.

Entendemos que a possibilidade de outra vertente, em que, mesmo tendo as informações necessárias para a vertente crítica, o estado psicológico das pessoas pode influenciar seu comportamento, uma vez que “somos animais sociais, com preferências sociais como aquelas expressas na confiança, altruísmo, reciprocidade e justiça, e temos o desejo de ser coerentes conosco e de valorizar as normas sociais” (SAMSON, 2015, p. 26). Esse autor define a economia comportamental (EC)

> [...] como o estudo das influências cognitivas, sociais e emocionais observadas sobre o comportamento econômico das pessoas. A EC emprega principalmente a experimentação para desenvolver teorias sobre a tomada de decisão pelo ser humano. (SAMSON, 2015, p. 26)

O autor destaca que as implicações da economia comportamental são abrangentes. Assim, “em várias esferas no setor privado e em políticas públicas, incluindo finanças, saúde, energia, desenvolvimento, educação e marketing de consumo” (SAMSON, 2015, p. 26), as ideias dessa linha de pensamento têm sido levadas em conta.

3.3 EDUCAÇÃO CRÍTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

No sentido de tornar o sujeito capaz de tomar decisões a fim de melhorar sua realidade, nos atemos agora à ideia de educação crítica.

Em sua tese de doutorado, Campos (2007) aponta que fatores como estratégias de reflexão, valorização da consciência crítica, estímulo à cidadania, entre outros, são princípios básicos da educação crítica.

O pesquisador alude ao surgimento da educação crítica fundamentada em obras de autores como Karl Marx, Theodor W. Adorno, Herbert Marcuse e outros. De acordo com o autor, aspectos políticos, econômicos e psicológicos, além da dimensão filosófica, esta última considerada para o autor como primordial, estão fundamentados nos estudos de Negt (1964).

Quanto à uma fundamentação da teoria crítica de aprendizagem escolar, Campos (2007) ressalta pesquisadores como Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrosio, Peter McLaren, Marilyn Frankenstein, Henry Giroux, Ole Skovsmose e outros que contribuíram para esta compreensão.

Em consonância com as ideias de Campos (2007), Santos, A. (2017), tomando como referência Skovsmose (2007), salienta que “a educação crítica desencadeou uma reação contra o currículo conduzido pelo professor e contra as aclamadas neutralidade e objetividade da ciência” (SKOVSMOSE, 2007, p.12 *apud* SANTOS, A., 2017, p. 35).

Santos, A. (2017) ressalta os estudos de Freire (1970), que defende uma pedagogia problematizada, que instigue no aluno sua curiosidade e a visão crítica no processo de aprendizagem.

Neste sentido, referindo-se ao ensino da matemática, Santos, A. (2017) aponta os argumentos de Skovsmose (2010), salientando que o ensino

> [...] não deve ser desenvolvido para resolver exercícios e, para superar tal predominância, propõe que as aulas de Matemática tenham um caráter investigativo, questionador, oportunizando ao aluno o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo na busca de soluções. (SANTOS, A., 2017, p.35)

A pesquisador ressalta a importância de um cenário propício ao processo investigativo, de forma a despertar no aluno algo que o faça formular questões e a procurar explicações. Este convite é feito por meio de questionamentos que despertam o interesse pelo assunto abordado, que promove um desafio ao aluno (SANTOS, A., 2017). A autora refere-se a Skovsmose (2010, p. 38), que define que “um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo”.

Referindo-se à educação matemática, Santos, A. (2017, p.36) assevera que o seu desenvolvimento “não pode tornar opaco o pensamento matemático”. Para a autora, é relevante a conscientização da forma pela qual a matemática opera em certas estruturas tecnológicas, militares, econômicas e políticas.

Nesta direção, Jacobini e Wodewotzki (2006) destacam que:

> Ao referir-se à interação entre a Educação Crítica e a Educação Matemática, Skovsmose (1996) diz que na Educação Matemática Crítica devem estar presentes interesses relacionados com a preparação dos alunos para exercerem a cidadania, a utilização da matemática como instrumento de análise das características críticas de relevância social, a consideração dos interesses dos alunos e os conflitos culturais relacionados com a escola, as reflexões sobre a matemática como um instrumento gerador de problema e o estímulo à investigação e à comunicação. (JACOBINI e WODEWOTZKI, 2006, p.6)

Aqui, passamos a tratar da educação matemática crítica, concordando com Santos, A. (2017):

> Sob esse enfoque, o ensino da Matemática voltado para a cidadania, deve propiciar aos estudantes, possibilidades de formular questões, de refletir, discutir e buscar possíveis soluções, ou seja, de vivenciar um processo investigativo na construção de seu conhecimento. (SANTOS, A., 2017, p. 36)

Para Araújo (2009), "a educação matemática crítica não é uma resposta para tudo. Ao invés disso, ela pode ser vista como uma preocupação e como uma expressão de incerteza, tanto sobre a educação matemática quanto sobre a matemática" (SKOVSMOSE, 2007 *apud* ARAÚJO, 2009, p. 60).

Em uma reflexão acerca da democracia e o papel sociopolítico da educação matemática, Bennemann e Allevato (2012) destacam, dentre as diversas possibilidades, a cidadania crítica. Nesse contexto, para os autores, o fortalecimento da democracia pelo desenvolvimento da capacidade democrática potencial dos cidadãos é um objeto de crença da educação matemática crítica.

Apontando caminhos em direção à educação matemática crítica, Bennemann e Allevato (2012) destacam que o desenvolvimento da matemacia[1] é o objetivo da educação matemática crítica e que resultados satisfatórios têm sido alcançados com base em abordagens que privilegiam trabalhos com projetos e atividades investigativas, as quais, conforme os autores vão ao encontro dos estudos Skovsmose (2008).

Considerando as possibilidades educacionais, Bennemann e Allevato (2012) reconhecem uma estreita ligação entre metodologia de ensino aprendizagem-avaliação de

[1] Skovsmose introduz o neologismo matemacia inspirado em Paulo Freire, quando este amplia o conceito de alfabetização para que os indivíduos não só saibam ler e escrever, mas se sintam cidadãos críticos participantes do processo político. Matemacia seria uma forma de letramento matemático, provendo o suporte matemático e lógico para o exercício de uma cidadania crítica (D' AMBRÓSIO, 2008, p. 227).

matemática através da Resolução de Problemas e educação matemática crítica. Essa primeira que em suas perspectivas

> [...] propõem ações investigativas que primam por desenvolver a capacidade matemática dos alunos por meio de situações problema gerados, inclusive, fora do contexto da disciplina Matemática, abrindo espaço para identificar a Matemática presente em outros contextos. (BENNEMANN e ALLEVATO, 2012, p. 110)

Considerando as possibilidades educacionais, concordamos com Bennemann e Allevato (2012) que na formação do sujeito quanto à educação matemática crítica o emprego da estratégia didática Resolução de Problemas surta efeitos, de modo a promover uma melhor capacidade reflexiva, bem como a participação consciente e ativa na sociedade.

Das discussões apresentadas e com base em Skovsmose (1999), o conhecimento crítico se constitui da ação do sujeito atentar e reagir a uma situação que se vê como objeto de crítica. Aqui, pensando no que propusemos desenvolver neste estudo, "ainda que a montagem de cenários possa ser artificial, provem ainda em uma maneira natural de desenvolver o conhecimento matemático"[2] (SKOVSMOSE, 1999, p. 137), consideramos relevante e nas páginas mais adiante discorremos sobre a Estratégia Didática de Resolução de Problemas, com o intuito de nos aproximarmos dela para a construção da sequência de atividades que compõem a nossa pesquisa. Antes disso, faz-se necessário também nos referirmos a um referencial teórico que subsidiará nossas análises das atividades. Considerando a problemática de nosso estudo, o questionamento e objetivos que a ele são atribuídos, recorremos a teorias das situações didáticas (TSD) como referencial teórico.

[2] Aunque el montaje de un escenario pueda ser artificial, provee aun una manera natural de desarrollar el conocer matemático (SKOVSMOSE, 1999, p. 137).

3.4 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)

A teoria das situações didáticas foi desenvolvida por Guy Brousseau (1986) que, de acordo com Almouloud (2007), tem como intuito modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Para Freitas (2015), esta teoria, por estar relacionada ao processo de aprendizagem da matemática em sala de aula envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático, representa uma referência à educação matemática.

Neste sentido, para Almouloud (2007) uma situação didática é

> [...] um processo de aprendizagem pode ser caracterizado de modo geral (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamento de alunos, modificação característica de um determinado conjunto de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1975, apud ALMOULOUD, 2007, p. 31)

"O objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber" (ALMOULOUD, 2007, p. 32).

Freitas (2015) salienta que nessa teoria valorizam-se os conhecimentos mobilizados pelo aluno e seu envolvimento na construção do saber matemático. Quanto ao trabalho do professor, o autor destaca que, fundamentalmente, consiste em criar condições de apropriação dos conteúdos matemáticos específicos por parte dos alunos. O autor destaca o conceito de *milieu* (meio), que ao ser organizado pelo professor busca atender às expectativas em relação à participação dos alunos. Nesse meio, conforme o autor, os alunos também observam o trabalho do professor, buscando entender as regras estabelecidas para direcionarem suas ações.

> O meio é onde ocorrem as interações do sujeito, é o sistema antagonista no qual ele age. É no meio que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. (FREITAS, 2015, p.79)

Conforme o autor citado, o conceito de *milieu* constitui um dos elementos importantes para análise de situações didáticas. Quanto à situação didática, para Almouloud (2007) é

> o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (BROUSSEAU, 1978 *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 33)

Esse autor ainda traz a noção de *situação adidática* que, no mesmo sentido, para Freitas (2015), representa, no processo de aprendizagem, momentos importantes. “pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito conseguiu sintetizar algum conhecimento”.

> A *situação adidática*, como parte essencial da *situação* didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar estas condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar. (ALMOULOUD, 2007, p. 33)

Para modelagem de situações adidáticas, o autor salienta que o construto teórico observa e decompõe esse processo em quatro fases diferentes, a saber: *ação; formulação; validação* e *institucionalização.* Nessas fases, o saber tem diferentes funções e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. Salientamos sobre a TSD, que nos parece ser uma teoria robusta, no entanto, decorrente do estudo que aqui se propõe, não nos aprofundaremos em detalhar todos os enfoques que a teoria dispõe. Tendo em vista os objetivos e questionamentos que norteiam este estudo e as nossas análises, nos baseamos no que a teoria propõe como dialéticas, que Almouloud (2007) pontua serem interligadas, e que é por meio da observação de tempos dominantes que se identifica cada uma das fases. A seguir, trataremos de apresentá-las.

De acordo com Almouloud (2007), a dialética de *ação* consiste em colocar o aprendiz numa situação de ação. Para Freitas (2015), essa situação ocorre quando o aluno se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema. Conforme esse último autor, essa dialética tem uma natureza mais operacional.

Ainda nessa dialética, o aprendiz realiza ações mais imediatas, que podem estar fundamentadas em modelos teóricos que o aluno pode tentar ou não explicitar (FREITAS, 2015). Nesse sentido, para Almouloud (2007), a situação provoca uma aprendizagem por adaptação, visto que nessa dialética o aluno pode melhorar o abandonar seu modelo para criar outro.

Para Almouloud (2007), a dialética de *formulação* é a fase na qual o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. Essas pessoas são emissoras ou receptoras, e considerando o modelo adotado para resolver a situação, é nessa fase que se explicitam as ferramentas utilizadas e a solução encontrada. Quanto a isso, Freitas (2015, p. 97) ressalta que “trata-se do caso em que o aluno faz determinadas afirmações relativas à sua interação com o problema, mas sem a intenção de julgamento sobre validade, embora contenham implicitamente intenções de validação”.

Com referência em Brousseau, Almouloud (2007), considera que essa dialética pode proporcionar ao aluno condições para que este construa, progressivamente, uma linguagem compreensível pelos pares, no que se refere aos objetos e às relações matemáticas relacionados à situação adidática.

Quanto à dialética de *validação*, Freitas (2015) salienta que o aluno já utiliza mecanismos de prova nos quais o saber é usado com essa finalidade. Nesse sentido, a validade do modelo por ele criado é submetida ao julgamento de um interlocutor. Aqui, o aluno deve justificar a validade do seu modelo. De acordo com Almouloud (2007), essa justificativa se refere à exatidão e pertinência do modelo, que, se possível, deve apresentar uma validação semântica e sintática.

Conforme destaca Almouloud (2007), o constructo teórico de Brousseau, em sua primeira formulação, não apresentava etapa de *institucionalização*. Resultante da evolução nas discussões, bem como da utilização dessa teoria, introduziu-se, dentre outras, essa fase. Para Almouloud (2007), situações em que o professor convencionalmente e explicitamente fixa o estatuto cognitivo do saber, define uma situação de *institucionalização*.

Neste sentido, Freitas (2015) observa que, quanto à *institucionalização*, ela visa estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. Assim, uma vez constituído e validado, o saber passa a fazer parte do patrimônio matemático como novo conhecimento institucionalizado. Na perspectiva de Almouloud (2007), o professor, ao institucionalizar o saber, torna-o oficial, sendo assim incorporado ao repertório dos alunos, e estando disponível para ser utilizado na resolução de outros problemas matemáticos.

Neste capítulo apresentamos o aporte teórico que nos auxilia nas análises das atividades que propomos em nossa investigação. No capítulo seguinte, abordaremos os aportes metodológicos, nos quais faremos uma discussão acerca da Estratégia Didática de Resolução de Problemas, que entendemos contribuir para a construção de nossas atividades.

4 APORTES METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos os aportes metodológicos de nosso estudo. Em um primeiro momento, tecemos algumas considerações acerca da Estratégia Didática de Resolução de Problemas, que nos fundamenta acerca do ensino/aprendizagem por meio da proposição de problemas. Em seguida, abordamos aspectos relacionados a metodologia de pesquisa engenharia didática, que nos remete à construção, desenvolvimento e aplicação dos problemas a serem propostos em nossa sequência de atividades.

4.1 ESTRATÉGICA DIDÁTICA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Inicialmente, trazemos uma perspectiva histórica, com a finalidade de entender o surgimento dessa abordagem para o ensino da matemática.

> No início do século XX o ensino da matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básicos (tabuadas) era considerado muito importante. O professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia. Repetia exercícios feitos em sala de aula e treinava em casa. Media-se o conhecimento do aluno, recebido através de repetição, com a aplicação de testes em que, se ele repetisse bem o que o professor havia feito, concluía-se que sabia. É bem verdade que alguns desses alunos chegavam a compreender o que faziam. Conseguiam “pensar” sobre o que trabalhavam. A maioria, contudo, se esquecia do que havia memorizado em pouco tempo. (ONUCHIC, 1999, p.201)

A autora ressalta que embora houvesse um caminho de trabalho abordando aritmética, álgebra e geometria, naquela época o currículo ainda não estava bem definido (ONUCHIC, 1999, p.201).

Conforme salienta a autora, anos depois surgiu uma perspectiva para o ensino da matemática voltado para a compreensão. Contrariando pressupostos da perspectiva de ensino por repetição, essa nova abordagem propunha que

> O aluno devia “entender” o que fazia. Mas, o professor falava, o aluno escutava e repetia, não participava da construção de seu conhecimento. O professor não havia sido preparado para seguir e trabalhar ideias novas que queriam implementar. (ONUCHIC, 1999, p.201)

Como resultado, a autora aponta para uma abordagem pautada na Resolução de

Problemas padrão ou para apreender algum conteúdo novo, e para tanto esse trabalho resumia-se apenas em um treinamento de técnicas operatórias.

Nessa época, segundo a autora, começou-se a falar em resolver problemas como um meio de se aprender matemática.

> A primeira vez que a resolução de problemas é tratada como um tema de interesse para professores e alunos, nos níveis superiores foi a partir do livro *How to slove it*, de Polya, cuja primeira data de 1945. Antes desse período, entretanto, houve algumas experiências e alguns estudos enfatizando os produtos da resolução de problemas. As experiências mais remotas e significativas podem ser creditadas a Dewey entre 1886 e 1904. Nessas experiências, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações socioeconômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade). Dewey sugeria que essa orientação pedagógica, centrada em projetos pudesse contribuir para o desenvolvimento do espírito crítico das crianças, capacitando-as a colaborar para o desenvolvimento de uma sociedade democrática. (FIORENTINI, 1994, apud ONUCHIC, 1999, p.201-202)

A consideração supracitada nos parece ir ao encontro dos objetivos postos pela educação crítica e educação matemática crítica.

Onuchic (1999) salienta ainda que nas décadas 1960 e 1970 houve no ensino da matemática, no Brasil e em outros países, mudanças influenciadas por um movimento conhecido como *Matemática Moderna*, que desprezava os pressupostos das reformas anteriores. Esta, por sua vez,

> Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estrutura lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizavam a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal concisa e precisa. (ONUCHIC, 1999, p.201-202)

A autora destaca que essa perspectiva se pautava no ensino de símbolos e uma terminologia complexa, fator que comprometia o aprendizado. Ressalta ainda, que “o aluno não percebia a ligação que todas aquelas propriedades enunciadas tenham a ver com a matemática dos problemas e com a matemática usada fora da sala de aula” (ONUCHIC, 1999, p.203).

Resultante da preocupação excessiva com as formalizações, esse movimento da *Matemática Moderna* distanciou-se das questões práticas. Isso nos parece ir ao encontro de que, “nas últimas décadas, educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção” (ONUCHIC, 1999, p.203). A autora também pontua que o ensino via Resolução de

Problemas, como campo de pesquisa em educação matemática, começou nos anos 60 nos Estados Unidos, sob influência dos estudos de Polya, e que no final dos anos 70 já ganhava espaço no mundo inteiro, quando se iniciou um movimento favorável à Resolução de Problemas, com destaque para o NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*.

> Em 1980 editada, nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's, que chamava todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, num esforço cooperativo maciço, buscar uma melhor educação matemática para todos. (ONUCHIC,1999, p.204)

Onuchic (1999) destaca que neste documento

> A primeira dessas recomendações dizia que "resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80" e destacava "o desenvolvimento da habilidade em resolver problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio pessoal e nacional, da competência matemática. (ONUCHIC, 1999, p.204)

Ferreira (2019), ao fazer um levantamento em propostas curriculares elaboradas em diferentes países, no período 1980 a 1995, observa alguns pontos de convergência. Nesse sentido, o autor aponta para algumas convergências dos PCN com essas propostas:

> • Direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores.
> • Importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento.
> • Ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas.
> • Importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdo, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos.
> • Necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação. (BRASIL,1998 *apud* FERREIRA, p. 80-81)

Notamos que o termo Resolução de Problemas aparece na proposta como um meio de abordar a matemática, tomando como referência a realidade vivida pelo sujeito. Por outro lado, a Resolução de Problemas "requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unifica" (ONUCHIC, 1999, p. 204). Para a autora, a matemática precisa ser ensinada como matemática, não sendo ela um acessório subordinado a seus campos de aplicação. “Isso pede uma atenção continuada à sua natureza interna e a seus princípios organizadores, assim como a seus usos e aplicações” (ONUCHIC, 1999, p. 204-205).

Diante das considerações apresentadas acerca da Resolução de Problemas, passamos aqui a tratá-la como uma estratégia didática[3]. Onuchic e Allevato (2011) reiteram que,

> Nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema [o problema gerador] que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 85)

Essas autoras apontam para a concepção de Van de Walle (2001), que considera a Resolução de Problemas a principal estratégia de ensino de matemática, no que se refere ao trabalho em sala de aula.

Aqui consideramos relevante distinguir as abordagens de Resolução de Problemas como estratégia de ensino. Conforme Schroeder e Lester, (1980), citados nos estudos de Morais e Onuchic (2014, p. 29), existem três tipos: (1) ensinando *sobre* Resolução de Problemas, (2) ensinando *para* resolver problemas, e (3) ensinando *via* Resolução de Problemas. Embora estas três categorias já tivessem sido elencadas por Hatfield (1978), conforme asseveram Morais e Onuchic (2014), as autoras ressaltam a existência de pontos de vista semelhantes e consideram relevante a discussão apresentada por Schroeder e Lester.

> Ensinar “sobre” Resolução de Problemas é trabalhar com o método proposto por Polya (1945/1995) ou alguma pequena variação dele; no ensino “para”, o professor se concentra sobre as formas de como a matemática a ser ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas rotineiros ou não rotineiros. Nessa abordagem, embora aquisição de conhecimento matemático tenha uma importância primeira, o maior proposito da aprendizagem de matemática é ser capaz de utilizá-la; no ensino “via” resolução de problemas, problemas são válidos não só com o propósito de se aprender matemática, mas, também, com o significado primeiro de fazer matemática. (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 29-30)

Considerando que “o objetivo da aprendizagem da matemática é o de transformar

[3] A resolução de problemas é uma estratégia didática/metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da matemática (s.d.). Disponível em: https://peadmatematica.pbworks.com/f/artigo_resolprobl.pdf

certos problemas não rotineiros em rotineiros" (SCHROEDER e LESTER, 1980 *apud* MORAIS e ONUCHIC, 2014, p. 29), diferentemente das abordagens *sobre* e *para,* a abordagem *via* é mais consistente.

Acerca do objetivo da aprendizagem matemática no contexto da Resolução de Problemas, nos parece relevante aprofundar a nossa compreensão acerca da noção de *problema.* Para Andrade (2017):

> Um problema é uma situação na qual o indivíduo ou grupo de indivíduos é chamado a solicitar uma tarefa, mas que o mesmo não tem a resposta e nem um procedimento disponível de imediato para determinar a resolução e encontrar a solução. No avanço das discussões foi acrescentada a ideia de que não basta o indivíduo não ter a resposta e nem um procedimento de resolução de imediato. É necessário que a tarefa proposta seja desejada pelo individuo, caso contrário o indivíduo não está diante de um problema. (ANDRADE, 2017, p. 363)

Considerando a necessidade de a tarefa proposta constituir-se em um problema para o indivíduo, o autor pontua que o professor, ao elaborar e propor aos alunos uma tarefa no estatuto de problema, precisa pensar de forma que os alunos assumam concretamente tal tarefa como um problema.

Outrossim, embasados na proposta de exploração, resolução e proposição de problemas que Andrade (2017) advoga, apontamos que esse autor entende como *problema* um projeto, uma questão, uma tarefa, uma situação que:

> *a)* *O aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução*. O problema precisa exigir, da parte do aluno, a realização de um trabalho não-repetitivo, não rotineiro, precisa estabelecer conexão entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele ainda não sabe, precisa ser um nó entre o que o aluno sabe e aquilo que ele não sabe.
>
> *b)* *O aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo*. Esse projeto, essa questão posta, essa tarefa ou a situação dada precisa despertar o interesse do aluno e quando isso não acontece cabe ao professor iniciar um trabalho de problematização que possa despertar o interesse do aluno pela situação.
>
> *c)* *Introduz-se e/ou se leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo*. Nesse sentido, o essencial é que o trabalho seja feito com bastante esforço e dedicação por parte do aluno. Não importa se o aluno tenha conseguido resolver ou não o problema, o que importa é o seu trabalho, desde que haja o seu envolvimento efetivo, desde que ele se sinta engajado e o que se espera é que o aluno trabalhe o máximo possível. O que o aluno produziu nesse trabalho pode ser o ponto de partida do caminhar que o professor precisa trilhar com ele. Nesse caminho não há um ponto fixo de chegada. O compromisso do professor é levar o aluno e a turma até o ponto em que eles possam ir e ir cada vez mais. (ANDRADE, 2017, p. 364-365)

Na mesma direção de Andrade (2017), os estudos de Monteiro (2015, p. 31) asseveram que "os problemas apresentados em sala de aula devem ser adequados ao público que se deseja ensinar" e "é necessário escolher problemas apropriados".

As ponderações reforçam a ideia de que o professor deve escolher problemas que não sejam nem muito fáceis, nem muito difíceis. Para Monteiro (2015) é necessário o professor se colocar a "imaginar como aluno pensa e as dificuldades que ele teria em cada problema que lhe for apresentado" (p. 31).

Como o estudo que ora fazemos traz em seus objetivos e questionamentos a intenção de aplicar uma sequência de atividades no ambiente de sala de aula, a seguir detalhamos pressupostos relacionados à engenharia didática, metodologia de pesquisa que adotamos para o desenvolvimento, aplicação e análise da sequência de atividades.

4.2 PRESSUPOSTOS DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Os procedimentos metodológicos surgem da necessidade de realizar um experimento de maneira sistematizada e de forma rigorosa (ARAÚJO, 2018). Para Fiorentini e Lorenzato (2012), a natureza da questão de investigação e os objetivos da pesquisa são elementos que sugerem a definição de procedimentos para a coleta de dados, bem como conduzem às análises para a pesquisa.

Com base no ponto de vista dos autores supracitados, adotamos como metodologia de pesquisa a engenharia didática de Artigue (1988) em seus pressupostos, que, conforme essa autora, consiste em

> [...] uma forma de trabalho didático equiparável com um trabalho de engenheiro que, para realizar um determinado projeto, baseia-se em conhecimentos científicos de seu domínio e aceita submeter-se a um controle do tipo científico. No entanto, ao mesmo tempo encontra-se obrigado a trabalhar com objetos muito mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, tem que abordar com praticamente, todos os meios disponíveis, problemas do quais a ciência não quer ou não pode levar em conta. (ARTIGUE, 1995, p. 33-34. Tradução nossa)[4]

Essa metodologia de pesquisa "é caraterizada, em primeiro lugar, por um esquema

---

[4] [...] una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo (ARTIGUE, 1995, p. 33-34).

experimental com base em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na construção, realização, observação, e análise de seção de ensino" (ALMOULOUD 2007, p. 169). Para o autor, a comparação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* compõe os modos de validação que lhe são associados, enquanto vista como pesquisa experimental.

Em relação a pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado objeto matemático, Almouloud (2007) ressalta a possibilidade de utilizar a engenharia didática em estudos desse tipo, o que parece convergir às nossas intenções nesta investigação.

Quanto às fases que compõem a metodologia da engenharia didática, Artigue (1995), delimita-a em um processo de quatro fases: a primeira, análises preliminares; a segunda, construção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; a terceira, experimentação e finalmente na quarta, análise *a posteriori* e avaliação. A seguir apresentamos mais detalhes sobre essas fases.

4.2.1 Análises preliminares

Um dos objetivos dessa fase "é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa" (ALMOULOUD 2007, p. 172).

De acordo com Artigue (1995), as análises mais frequentes são:

- A análise epistemológica dos conteúdos contemplados no Ensino
- A análise do ensino tradicional e seus efeitos
- A análise das concepções dos estudantes, das dificuldades e obstáculos que determinam sua avaliação
- A análise do campo de restrições onde vai situar-se a efetiva realização didática
- E, claro, tudo isso é feito levando em conta os objetivos específicos da pesquisa. (ARTIGUE, 1995, p. 38, tradução nossa)[5]

As análises preliminares consistem em fazer "uma revisão bibliográfica e documental

---

[5] • El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza
• El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos
• El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución
• El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva
• Y, por supuesto, todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación (ARTIGUE, 1995, p. 38).

envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa" (POMMER, 2013, p. 23). Esse autor indica a necessidade de uma análise geral quanto aos aspectos histórico-epistemológicos dos assuntos do ensino a serem trabalhados, ressaltando os efeitos por eles provocados, a concepção, as dificuldades e obstáculos encontrados pelos alunos dentro desse contexto de ensino.

De acordo com o autor, são esses fatores que viabilizam as análises *a priori* das situações didáticas da engenharia, uma vez que podem favorecer a superação dos problemas observados na aprendizagem e o direcionamento para atingir os objetivos da pesquisa.

4.2.2 Análises *a priori* das situações didáticas da engenharia

Nessa fase, o pesquisador toma a decisão de atuar sobre um determinado número de variáveis do sistema, não fixadas pelas restrições (ARTIGUE, 1995). Para a autora essas são as *variáveis de comando* que o pesquisador percebe como *pertinentes* com relação aos problemas estudados, as variáveis *micro-didáticas* e *macro-didáticas*. A seguir apresentamos a distinção dada por Artigue acerca dessas variáveis, o que, segundo a autora, facilita as análises de uma engenharia.

> - As *variáveis macro-didáticas* ou *globais* têm a ver com a organização global da Engenharia
>
> - As *variáveis micro-didáticas* ou *locais* têm a ver com a organização local da Engenharia, isto é a organização de uma sequência ou de uma fase. (ARTIGUE, 1995, p. 42, tradução nossa)[6]

A autora ressalta que tanto as *variáveis globais* quanto as *variáveis locais* podem ser em si variáveis gerais ou dependentes do conteúdo didático o qual é o foco na sequência de ensino. Para Machado (2002), essas variáveis, consideradas pelo pesquisador fazem evoluir os comportamentos dos alunos, através da possibilidade de mudanças de estratégia na Resolução de Problemas.

Para Pommer (2013), a escolha das *variáveis globais* precede a escolha das *variáveis locais*, esta última ficando ligada a gestão e organização do meio mais imediato, ou seja, a

[6] • Las variables macro-didácticas o globales, concernientes a la organización global de la ingeniería
• Y las variables micro-didácticas o locales, concernientes a la organización local de la ingeniería, es decir, la organización de una secuencia o de una fase (ARTIGUE, 1995, p. 42).

gestão de cada sessão.

Deste modo, as análises *a priori*

> [...] se deve conceber como uma análise de controle de significado. Isso quer dizer, de forma muito esquemática, que se a teoria construtivista centra-se no princípio da participação do estudante na construção de seus conhecimentos através da interação com um meio determinado, a teoria das situações didáticas que serve de referência ao que a metodologia de engenharia tem pretendido, desde sua origem, constituir-se em uma teoria de controle de relações entre o significado e as situações. (ARTIGUE, 1995, p. 44, tradução nossa)[7]

Diante da concepção da análise *a priori* a autora salienta que o objetivo dessa fase é

> [...] determinar em que as seleções feitas permitem controlar os comportamentos dos estudantes e seu significado. Pelo anterior, esta análise embasa-se num conjunto de hipóteses. A validação dessas hipóteses está, em princípio, indiretamente no jogo da confrontação que se realiza na quarta fase entre a análise *a priori* e análise *a posteriori.* (ARTIGUE, 1995, p. 45, tradução nossa)[8]

De modo geral, essa fase compreende uma parte descritiva e uma parte preditiva, que, de acordo com Artigue (1995), está centrada nas características de uma situação adidática[9] que se tenha construído com a intenção de levar os alunos a atingirem os objetivos propostos. Assim, nessa fase:

> - Descrevem-se as seleções do nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação didática que delas surgem.
> - Analisa-se o que poderia ser que está em jogo nessa situação para um estudante em função da possibilidade de ação, de seleção, de decisão, de controle e de validação das que ele dispõe, uma vez que posta em prática num funcionamento quase sem o apoio do professor.
> - Preveem-se os campos de comportamento possível e se trata de demonstrar como a análise realizada permite controlar seu significado e assegurar, em particular, que os comportamentos esperados, se intervierem, sejam resultado de colocar em prática o conhecimento contemplado pela aprendizagem. (ARTIGUE, 1995, p. 45,

---

[7] [...] se debe concebir como un análisis de control de significado. Esto quiere decir, de forma muy esquemática, que si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones (ARTIGUE, 1995, p. 44).

[8] [...] es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de estas hipótesis está, en principio, indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori (ARTIGUE, 1995, p. 45).

[9] A situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mais foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este, condições favoráveis para apropriação do novo saber que deseja ensinar (ALMOULOUD, 2007, p. 33).

tradução nossa)[10]

As considerações trazidas nos permitem conjecturar sobre aspectos relacionados à construção de nossa sequência de atividades, e de fato isso nos parece ser primordial ao desenvolvimento desta pesquisa.

Considerando a pesquisa proposta, para que nossas análises prévias pudessem contribuir com nossas análises *a priori*, as direcionamos para estudos relacionados ao ensino e seus efeitos. Para isso, nos debruçamos sobre as propostas curriculares, PCN (1998), PCN+ (2002) e BNCC (2018). Ainda nessa direção, recorremos a estudos que analisam livros didáticos, bem como realizamos observações em coleções de livros aprovas pelo PNLD (2018).

A razão pela qual nos voltamos a essa perspectiva é no sentido de compreender como os currículos citados acima orientam o ensino de objetos matemáticos ligados a Educação Financeira. Quanto aos trabalhos sobre análise de livros didáticos e nossas observações a partir das coleções que tivemos acesso, esses colaboram para a nossa compreensão.

Além disso, pesquisas relacionadas ao ensino e a aprendizagem de objetos de estudo referentes à Educação Financeira trazidos em nossa revisão de literatura nos permitem observar as concepções dos estudantes e professores, bem como favorecem a nossa compreensão do processo de construção do conhecimento relacionado à nossa temática.

Embora consideremos a relevância do contexto histórico, e nesse sentido, recorremos a referências de organizações percussoras como a OCDE, não nos detemos em aprofundar nessa perspectiva, mas sim optamos por, de forma sucinta, evidenciar o que organizações como essa tem discutido sobre o tema.

A seguir, apresentamos considerações acerca da terceira fase da engenharia didática.

4.2.3 Experimentação

[10] • Se describen las selecciones del nivel local (relacionándolas eventualmente con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden

• Se analiza qué podría ser lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor

• Se prevén los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje (ARTIGUE, 1995, p. 45).

A experimentação é uma fase clássica da engenharia didática, que, conforme Almouloud (2007), caracteriza-se como o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído. A apresentação do dispositivo experimental deve

> - Discutir os objetivos e o quadro teórico que sustentam o dispositivo experimental para o seu encaminhamento.
> - Justificar as escolhas feitas.
> - Descrever as condições e o contexto da experimentação.
> - Justificar o dispositivo experimental em relação à(s) questão(ões) e às hipóteses da pesquisa.
> - Apresentar as situações experimentais (cronograma de experimentação e organograma do trabalho em fases).
> - Justificar o encadeamento das fases da experimentação. (ALMOULOUD, 2007, p. 178)

Para Machado (2015), a experimentação é o momento em que se dá o contato do pesquisador com os alunos participantes da investigação que supõe

> - A explicação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população dos alunos que participará da experimentação;
> - O estabelecimento do contrato didático;
> - Aplicação dos instrumentos da pesquisa;
> - Registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais etc. (MACHADO, 2015, p. 244-245)

Nesse sentido, Machado (2015) aponta que na experimentação deve-se respeitar, na medida do possível, as escolhas feitas na análise *a priori*, a fim de evitar o malogro da engenharia. No entanto, Almouloud (2007) indica a possiblidade de correções do dispositivo construído, quando análises no desenvolvimento do experimento identificam essa necessidade, o que implica para o pesquisador, um retorno à análise *a priori*, caracterizando um processo de complementação.

4.2.4 Análises *a posteriori* e avaliação

A análise *a posteriori* se fundamenta no conjunto de dados recolhidos ao longo do experimento. De acordo com Artigue (1995), as observações realizadas ao longo das sequências de ensino, as produções dos alunos em sala ou fora dela, são elementos que podem fazer parte dessa análise. “Um conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre as condições da transmissão do saber em jogo” (ALMOULOUD, 2007, p. 177) constitui a análise *a posteriori* de uma sequência de atividades.

Em relação à validação, Machado (2015), aponta para a confrontação das análises *a priori* e *a posteriori* para validar ou refutar hipóteses levantadas no início da pesquisa. Almouloud (2007) ressalta para a possibilidade de estimar, por meio dessa confrontação, a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. E Araújo (2018) destaca que é a partir dessa confrontação que se busca encontrar respostas para uma questão de pesquisa.

5 A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Apresentamos neste capítulo a sequência de atividades que compõe a parte aplicada da pesquisa. Considerando os procedimentos metodológicos adotados, a estrutura da sequência busca trazer atividades fundamentadas na Estratégia Didática de Resolução de Problemas e segue os pressupostos da engenharia didática, citados anteriormente no Capítulo 4.

Na perspectiva de Artigue (1995), as análises preliminares de cada atividade que propomos encontram-se embasadas nos apontamentos dos estudos presentes em nossa revisão de literatura e aporte teórico adotado, já citados no Capítulo 3, que nos permitiram reflexões teóricas curriculares e didáticas, no que se refere à Educação Financeira.

E é com base nelas que buscamos conjecturar possíveis caminhos que os participantes da pesquisa podem trilhar para responder as inquirições das atividades.

Refletindo sobre as temáticas das atividades, nos aportamos à perspectiva de educação crítica conforme Campos (2007), e em Onochic e Alevatto (2011) nos baseamos na Estratégia Didática de Resolução de Problemas, ao consideramos que as atividades propostas se constituem em problemas a serem resolvidos.

Nos problemas propostos, abordamos os seguintes objetos de estudo da Matemática Financeira: na Atividade 1, trabalhamos a noção de acréscimo percentual; na Atividade 2, abordamos a noção de desconto; na Atividade 3, tratamos da noção de juro simples; e na Atividade 4, trazemos para a discussão a noção de juro composto. Por meio destas atividades, objetivamos fomentar a Educação Financeira, aqui pensando em letramento financeiro, conforme apresentado no Capítulo 2.

Apresentamos a seguir as atividades da sequência proposta e as suas respectivas analises *a priori*. Ressaltamos que nas análises *a priori* buscamos evidenciar as variáveis que consideramos didáticas em cada atividade, que serão analisadas com base nas dialéticas de *ação*, *formulação* e *validação*, e ao final uma fase de *institucionalização*, elementos presentes na TSD, que compõe o aporte teórico por nós adotado.

Atividade 1

Uma empresa de telemarketing, ao contratar estagiários, apresenta em seus contratos algumas cláusulas sobre a remuneração dos contratados:

i) O contrato tem duração de 12 meses;

ii) Os vencimentos iniciais correspondem a R$ 1.000,00;

iii) Os vencimentos iniciais sofrerão acréscimos trimestrais, considerando o desempenho do contratado no trimestre anterior;

iv) Considerando o desempenho em regular, bom e excelente, as alterações previstas são de 3%, 5% e 10% respectivamente;

v) Os acréscimos são cumulativos à duração do contrato;

vi) Não há renovação contratual.

Nestas condições contratuais, Pedro está finalizando seu estágio na empresa. A seguir, apresentamos o histórico das avaliações de desempenho de Pedro:

1º trimester	2º trimestre	3º trimestre	4º trimester
Regular	Bom	Regular	Bom

Tomando como referência as cláusulas contratuais e o histórico de Pedro, perguntamos:

a) Nos vencimentos finais de Pedro, houve influências do histórico de desempenho? Você consegue identificar alguma? Explicite seu raciocínio.

b) Qual valor dos vencimentos recebidos por Pedro no último mês de estágio?

c) Considere as avaliações do desempenho de Pedro. Se todas tivessem resultados excelentes, o que observaríamos nos vencimentos de Pedro no último mês? Explique detalhes de suas observações.

d) O que os acréscimos resultantes das avaliações trimestrais representam para Pedro?

Análise *a priori* da Atividade 1

O objeto de estudo nesta atividade é a noção de acréscimo. Presente nas orientações curriculares e nas estruturas dos livros didáticos, a noção de acréscimo evidenciada aí pode favorecer uma discussão crítica sobre a relação que esse objeto de estudo tem no contexto da atividade com a realidade.

Nesta atividade, consideramos que são necessários conhecimentos prévios de porcentagem, período, operações matemáticas básicas como, por exemplo, adição e multiplicação. Ainda nos parece estar presentes ideias de sequência que possibilitarão a responder aos questionamentos. *A priori*, a inquirição inicial pressupõe que, resultante da *ação,* os participantes identifiquem influências nos vencimentos de Pedro, ao considerar para tais acréscimos o seu desempenho.

As possíveis dificuldades nessa atividade dizem respeito à necessidade dos alunos apresentarem os conhecimentos prévios, saberem interpretar as informações e articularem meios para que possam interpretar os valores encontrados e responderem aos questionamentos.

Quanto às estratégias possíveis que dizem respeito à dialética de *formulação*:

No item (a) seria a observação das cláusulas do contrato que dizem respeito aos vencimentos e ao desempenho, por exemplo, verificar a cláusula que trata dos vencimentos iniciais de Pedro; em seguida verificar o desempenho de Pedro; e na sequência, relacionar as porcentagens de acréscimos nos vencimentos de Pedro, de acordo com o seu desempenho.

No item (b) uma possível estratégia, de início, seria a resolução por meio aritmético. No primeiro momento, verificar o vencimento inicial de Pedro, no caso, R$ 1.000,00. Dado o seu desempenho regular no primeiro trimestre, conforme as cláusulas, calcular a porcentagem de 3% no vencimento no vencimento inicial e adicionar o valor encontrado a esse vencimento inicial, cujo valor resultante passará a ser pago para Pedro a partir do segundo trimestre.

Como o as cláusulas do contrato indicam que os acréscimos são cumulativos, os procedimentos realizados no primeiro momento em relação ao desempenho no primeiro trimestre são os mesmos a serem aplicados para o segundo e terceiro trimestre, considerando como vencimento inicial o valor pago no trimestre anterior, cujo valor será acrescido de acordo com o desempenho de Pedro. Assim, se calcula a porcentagem de acréscimo, que, adicionada ao salário, resulta nos vencimentos para Pedro no trimestre seguinte.

Outra estratégia seria a utilização do algoritmo para o cálculo de acréscimos sucessivos. Chamamos de P_0 o valor inicial, e de I_1, I_2, I_3,...,I_n as taxas de acréscimos sucessivos em sua forma unitária (decimal). Os valores obtidos após cada acréscimo, denominados P_1, P_2, P_3,..., P_n, respectivamente, podem ser calculados por:

$P_1 = P_0 \,.\, (1 + I_1)$

$P_2 = P_1 .\, (1 + I_2)$

$P_3 = P_2 . (1 + I_3)$

...

$P_n = P_{n-1} . (1 + I_n) = P_0 \; . (1 + I_1) . (1+ I_2) . (1+ I_3) . \ldots . (1+ I_n)$

No item (c), de início, uma estratégia é interpretar as avaliações de desempenho de Pedro, o que já possibilita uma conjectura que aponta para maiores vencimentos de Pedro, se seu desempenho excelente for constante. Tal conjectura poderá ser confirmada se se calcular os acréscimos nos vencimentos de Pedro, considerando-se apenas a porcentagem relativa ao desempenho excelente, no caso 10%, ao aplicar-se uma das estratégias apresentada no item (b). O resultado possibilita identificar que, no último mês de estágio, os vencimentos de Pedro seriam relativamente maiores em comparação a situação do item (b).

No item (d), a estratégia é observar os ressaltos obtidos nos itens anteriores, que permitem verificar que quanto melhor seu desempenho, maior será seus vencimentos.

Nesta atividade, podemos identificar três variáveis didáticas (1) a fórmula, (2) o uso de calculadora e (3) o algoritmo de cálculo de porcentagem, com a adição ao valor inicial, o que induz a problemáticas que, na atividade, sugerem o cálculo de acréscimos que permitem solucionar os problemas propostos. De modo geral, a interpretação de cada item pode permitir ao aluno identificar a necessidade do cálculo de acréscimos para obter a solução e, assim, poder justificar suas respostas. Neste sentido, o processo de resolução da atividade nos permitirá identificar, nas conjecturas expostas pelos alunos, aspectos que caracterizem o desenvolvimento do letramento financeiro, na medida em que se possa observar alguma argumentação crítica nas respostas para o problema. Aspectos que estão presentes nas discussões de Campos (2007) no que se refere às estratégias de reflexão, valorização da consciência crítica, e estímulo à cidadania, neste momento da atividade esperamos que haja a *validação* dos resultados. A *institucionalização* dos objetos matemáticos por parte do professor é feita em um momento posterior à validação, e será comentada mais adiante.

Atividade 2

Das cláusulas contratuais de empresa em que Pedro trabalha, quanto aos benefícios fornecidos para estagiários, identificam-se os seguintes benefícios e seus respetivos descontos praticados sobre os vencimentos brutos:

i) Vale-transporte 6% de desconto;

ii) Vale-refeição 4% de desconto;

iii) Auxílio-médico 7% de desconto;

iv) Seguro de vida 0%.

Sabendo que Pedro encontra-se contratado sob as cláusulas indicadas e considerando os valores dos vencimentos de Pedro, discutidos na atividade anterior, perguntamos:

a) Qual é o valor líquido dos vencimentos de Pedro no último mês de estágio?
b) Os descontos impostos pelo contrato alteram os vencimentos. Podemos considerar como benéficas, as cláusulas citadas acima? Justifique sua resposta.
c) Considerando os benefícios recebidos e descontos em seus vencimentos, aponte aspectos do contexto social que favoreçam Pedro a formar uma opinião sobre a vantagem ou não dos benefícios recebidos por ele.

Análise *a priori* da Atividade 2

O objeto de estudo da Matemática Financeira envolvido na Atividade 2 é a noção de desconto. O contexto trazido na atividade para a discussão desse conteúdo objetiva atender as orientações curriculares no que se refere a desenvolver a formação crítica do sujeito. Assim, propomos apresentar aos alunos uma atividade com referências de um contexto social para a discussão sobre a noção de desconto.

Reconhecemos como conhecimentos prévios necessários aos alunos, para essa atividade, a noção de porcentagem, sequências, operações de soma, multiplicação, subtração, divisão, além da interpretação do contexto no qual estão inseridos. Esses conhecimentos prévios podem favorecer a dialética de *ação* no desenvolvimento da atividade.

Os questionamentos dessa atividade estão imbricados ao contexto da Atividade 1. As dificuldades que podem surgir nessa Atividade 2, de início, podem estar relacionas a interpretação e articulação entre o contexto das duas atividades. Pode ser motivo de dificuldades para os alunos a falta de domínio dos conhecimentos prévios que possibilitam o desenvolvimento da atividade, sobretudo quando há a necessidade de cálculos envolvendo números decimais e porcentagens.

O item (a) desta atividade tem como objetivo que o sujeito estabeleça uma relação entre o salário bruto recebido por Pedro em seu último mês de estágio e as implicações dos descontos aplicados, discutidos na Atividade 2. A este movimento conjecturamos, numa dialética de *formulação*, algumas estratégias que podem ser utilizadas.

Uma possível estratégia seria, inicialmente, recorrer ao item (b) da atividade anterior, para verificar o salário recebido por Pedro no último mês de estágio.

Sabendo o último salário recebido por Pedro, os alunos podem observar nas cláusulas do contrato os descontos que se apresentam na forma de porcentagem. Usando um raciocínio aritmético, eles podem calcular o valor equivalente a cada porcentagem a ser descontado, conforme cada cláusula, uma a uma, e subtrair os valores encontrados do valor do salário bruto recebido por Pedro, ao final restando apenas o salário líquido.

O conhecimento do algoritmo de cálculo de descontos sucessivos pode favorecer outra estratégia, que, assim como a anterior, pode possibilitar a identificação do salário líquido recebido por Pedro. Contudo, esta estratégia é errada, pois todos os descontos são atribuídos ao mesmo valor inicial, que é o salário bruto de Pedro. De acordo com essa estratégia, se chamamos de P_0 o valor inicial, e de I_1, I_2, I_3,...,I_n as taxas de acréscimos sucessivos em decimal, então os valores obtidos após a cada decréscimo, denominados P_1, P_2, P_3,..., P_n, respectivamente, podem ser calculados por:

$P_1 = P_0 \,.\, (1 - I_1)$

$P_2 = P_1 .\, (1 - I_2)$

$P_3 = P_2 .\, (1 - I_3)$

...

$P_n = P_{n-1} .\, (1 - I_n) = P_0 .\, (1 - I_1) .\, (1 - I_2) .\, (1 - I_3) .\, \ldots \,.\, (1 - I_n)$

Assim, o valor final P_n = P é dado por:

$P = P_0 .\, (1 - I_1) .\, (1 - I_2) .\, (1 - I_3) .\, \ldots \,.\, (1 - I_n)$.

Outra estratégia (correta) para obter a resposta do item (a) seria somar todas as porcentagens de desconto e aplicar um único desconto ao valor bruto do salário, ou seja, 6% + 4% + 7% = 17%. O valor do salário líquido de Pedro seria, então, dado por:

SL = SB – 17% de SB

Quanto ao (b), uma estratégia é comparar os valores bruto e líquido. Daí, é possível verificar a diferença em razão da aplicação dos descontos. Conjecturamos que os alunos aqui possam considerar os descontos como desvantagem, haja vista a diferença entre os valores. No entanto, é possível que o conhecimento do contexto social em que os alunos vivem permita-os observar que os valores descontados do salário de Pedro comparados aos benefícios seriam vantajosos, o que caracteriza os descontos como um benefício para Pedro, dado um contexto social. Contudo, pode-se discutir aqui a razão de se colocar esses benefícios como porcentagem do salário, tendo em vista que se trata de valores fixos de despesas.

Em relação ao item (c), que objetiva atender as propostas curriculares, bem como a matemática crítica, no que se refere ao desenvolvimento da criticidade, aqui pode haver tentativas de *validar* as conjecturas desenvolvidas no item anterior, quando em um contexto específico, a compreensão dos objetos matemáticos favoreça a tomada de decisões que interferem na realidade do sujeito.

Neste sentido, uma estratégia para respondê-lo é recorrer ao contexto social no qual se está inserido, de modo que ao observar, por exemplo, o valor de uma refeição, o valor de uma mensalidade de um convênio médico, o valor de uma passagem no transporte público, etc., se verifica que a soma de todos esses valores extrapola em muito a soma dos valores descontados do salário de Pedro. Ou podemos nos deparar com o desconhecimento desses valores num contexto social, que pode levar os alunos a argumentar que os descontos do salário de Pedro seriam considerados uma desvantagem.

Nesta atividade, podemos identificar quatro variáveis didáticas possíveis: (1) calcular as porcentagens, uma a uma, e depois somar os descontos para então subtrair do salário bruto; (2) somar as porcentagens e depois aplicar o valor total ao salário bruto para depois subtrair e obter o salário líquido; (3) acumular os descontos com o uso da fórmula, que configura uma estratégia errada e (4) o uso da calculadora. Neste contexto, o cálculo de descontos não é o que se pede de início, mas esse cálculo ocorre para que se possa responder aos problemas que a atividade apresenta, que a *priori* consideramos favorecer a *validação*, que consideramos como um vetor para fomentar a Educação Financeira.

Atividade 3

Pedro, ao receber seu último vencimento, percebeu que precisaria de um empréstimo para arcar com suas despesas até arranjar outro emprego. Para isso, Pedro resolveu ir ao banco que para verificar as linhas de crédito disponíveis. Como ele já era cliente do banco há algum tempo, pode acessar a duas linhas de crédito, que operavam com taxas de juro diferentes.

Na linha de crédito 1, as taxas de juro aplicadas eram 2% a.m. sobre o valor inicial pego por Pedro.

Na linha de crédito 2, as taxas de juro aplicadas eram de 2% a.m. sobre o valor acumulado a cada período (mês) anterior.

Considerando que Pedro irá realizar um empréstimo de R$ 1.000,00 e que pretende pagar em um prazo de 10 meses:

a) Na linha de crédito 1, qual o valor a ser pago, caso Pedro opte por ela?
b) Na linha de crédito 2, qual o valor a ser pago, caso Pedro opte por ela?
c) Neste contexto, qual a melhor linha de crédito para Pedro? Justifique.
d) Que diferenças você consegue identificar nas linhas de crédito que justifiquem os valores encontrados nos itens a e b?

Análise *a priori* da atividade 3

Nesta atividade, o objeto matemático que buscamos tratar refere-se a noções de juro simples e juro composto. Consideramos como conhecimentos prévios necessários nessa atividade noções de porcentagem, sequências, progressão aritmética e progressão geométrica, além de operações matemáticas de adição, multiplicação, subtração e divisão. Com base nesses conhecimentos prévios, a atividade busca colocar os participantes em *ação* por meio de um contexto de cálculo de juros, que traz no seu pano de fundo um problema a ser resolvido pelos participantes.

É possível que algumas dificuldades possam surgir, principalmente relacionadas ao cálculo dos juros compostos. Nesse sentido, associar os conhecimentos prévios ao contexto do problema pode ser outro empecilho à elaboração de respostas adequadas, dados os questionamentos. Além disso, nos parece que pode ser outra dificuldade a tomada de decisão que sugere esse problema, fazendo-se necessária uma visão crítica desse contexto.

Tomamos como referência a estratégia didática da Resolução de Problemas, de modo que, a *priori* esperamos que os participantes *formulem* e conjecturem meios para resolução dos problemas. Quantos às estratégias para resolução da atividade, no item (a), que traz a ideia de juro simples, uma possível estratégia seria a resolução por um método aritmético, em que se calcula 2% do valor inicial pego por Pedro, ou seja, 2% de R$ 1.000,00 e adiciona-se o valor encontrado a esse valor inicial. Como o juro é simples e é de 2% a. m. e o empréstimo feito por Pedro tem duração de 10 meses, esse procedimento de cálculo deverá ser feito dez vezes. Outra estratégia seria o cálculo desse juro (2% de 1.000) apenas uma vez, multiplicando o resultado por 10 e depois somando ao valor do empréstimo.

Cabe observar que conjeturamos que os alunos previamente saibam o cálculo de porcentagem. Uma terceira estratégia seria multiplicar a porcentagem do juro (2%) por 10 (número de meses que vai durar o empréstimo), obtendo assim o resultado de 20%, que aplicado ao valor emprestado resulta no total de juros cobrados. Esse total, acrescido do valor emprestado (R$1.000,00), fornece o valor a ser pago por Pedro ao final do período de empréstimo.

Outra estratégia seria por meio do algoritmo do cálculo de juro simples:

$$j = c.i.t$$

Onde

j = juro simples

c = capital

i = taxa de juro

t = período

Neste caso, cabe identificar cada uma das variáveis e substituir no algoritmo, daí encontra-se o total de juro ao fim do período de empréstimo, cabendo apenas adicionar esse valor resultante do juro ao valor inicial, que resulta em montante a ser pago por Pedro.

Diante dessas estratégias, a variável didática que identificamos é o cálculo da porcentagem, que pode ser feito de três formas: (1) efetuando-se dez cálculos de juros, somando os valores obtidos com o capital emprestado; (2) efetuando-se uma vez o cálculo do juro e multiplicando esse resultado por dez para depois somar ao valor emprestado; (3) aplicando o algoritmo da fórmula.

O item (b) traz consigo a ideia do juro composto como uma possível estratégia de resolução, assim como item (a) traz o método aritmético. Neste caso, é necessário calcular 2% do valor pego inicialmente por Pedro, ou seja, 2% de R$ 1.000,00 e adiciona-se esse valor encontrado ao valor pego inicialmente por Pedro, os R$ 1.000,00. Diferentemente do item (a), neste item este procedimento de cálculo de juro não ocorrerá uma só vez, visto que, conforme o problema, o juro é calculado mês a mês em cima do valor atualizado da dívida de Pedro. Assim, a estratégia é calcular juro sempre em cima do valor encontrado no cálculo anterior, até que se complete todo o período do empréstimo de Pedro.

Assim como no item (a), é possível recorrer a um algoritmo para o cálculo do juro, nesse caso, o algoritmo se refere ao juro composto.

$$M = c.(1 + i)^t$$

No qual:

M = montante

c = capital

i = taxa de juro

t = período

Ao aplicar esse algoritmo, já se obtém o valor total a ser pago por Pedro ao final do empréstimo.

A variável didática que identificamos é o algoritmo de cálculo, que pode ser aritmético, no qual são efetuados dez cálculos sucessivos, ou com o uso da fórmula.

No item (c), a estratégia é comparar os valores obtidos nos itens (a) e (b), nos quais é possível observar a diferença nos valores a serem pagos, dadas a linhas de crédito disponíveis para Pedro. Nesse caso, a linha de crédito 1, que adota o modelo de juro simples para sua cobrança, parece ser um pouco mais vantajosa, pois ao final do período em que Pedro pretende quitar seu empréstimo, essa linha resulta em um valor menor a ser pago.

Atendendo às propostas curriculares, assim como a intenção de trazer questionamentos sob a perspectiva da educação matemática crítica, vislumbramos nas respostas dos participantes aspectos relacionados à criticidade frente a uma situação problema.

Quanto ao item (d), assim como no item (c) é necessário observar que os valores obtidos nos itens (a) e (b) diferem. Sob o aspecto matemático do objeto de estudo, após a discussão, inclusive, em grupo para os itens (a), (b) e (c), esperamos que essas discussões possibilitem aos participantes, no item (d), apresentar suas tentativas de *validação*, trazendo elementos característicos das propriedades do juro simples e juro composto. Para isso, da leitura do problema, uma estratégia para respondê-lo adequadamente é destacar que os procedimentos de cálculos adotados para cada linha de crédito diferem e que, por isso, os valores resultantes também diferem. É necessário que se diferencie pelo processo e cálculo, um via juro simples, outro via juro composto, além da diferença no valor final. É esperado que, resultante das discussões, o professor *institucionalize* os objetos de estudo abordados, além de proporcionar um debate sobre os altos juros cobrados nos empréstimos, que remete a uma reflexão crítica sobre a realidade.

Atividade 4

Considere agora uma situação hipotética na qual Pedro não precisa de um empréstimo, pois ainda mora com seus pais. Além disso, resultante de sua rescisão contratual, Pedro recebeu da empresa o valor R$ 2.000,00 e resolveu aplicá-lo em um fundo de investimento.

Os modelos de aplicação pesquisados por Pedro adotavam as seguintes regras: No primeiro modelo, caso Pedro invista os R$ 2.000,00 por um ano, este modelo adotará uma taxa fixa de juro 0,5% a.m. calculado sobre o valor investido inicialmente por Pedro. No segundo modelo, caso Pedro invista R$ 2.000,00 por um ano, este modelo adotará uma taxa de 0,4% a.m. calculada mês a mês sobre o saldo resultante do valor investido, adicionado ao rendimento mensal da aplicação. Dada a situação:

a) Caso Pedro invista no modelo de investimento 1, qual valor Pedro resgataria no final do investimento?
b) Caso Pedro invista no modelo de investimento 2, qual valor Pedro resgataria no final do investimento?
c) Construa em um mesmo plano o gráfico do montante acumulado a cada período de investimento, de acordo com os dois modelos pesquisados por Pedro.
d) Ao construir a representação gráfica, que observações podemos fazer em relação aos modelos de investimento?
e) Caso Pedro prolongue o investimento por mais um ano, que modelo ofereceria melhor rendimento? Por quê?

Análise *a priori* da atividade 4

Considerando o caráter da Matemática Financeira exposto nas propostas curriculares, esta atividade, embora tenha em sua essência como objeto de estudo o juro simples e o juro composto, objetiva acrescentar itens que favoreçam a discussão desses objetos, por meio de representações gráficas. Os conhecimentos prévios nessa atividade dizem respeito à porcentagem, sequências, progressão aritmética, progressão geométrica, funções, função afim, função exponencial e representações gráficas.

Solicitando a *ação* dos alunos, como no item (c), relacionado à construção da representação gráfica, que pressupõe conhecimentos prévios dos participantes, com base na estrutura curricular atual, *a priori* conjecturamos que possíveis dificuldades estejam atreladas às inconsistências em relação aos conhecimentos prévios. Nesse sentido, ao abordar representações gráficas de uma situação que envolve o cálculo de juro simples e juro composto, uma possível dificuldade também pode ser em representar os valores encontrados a partir do cálculo de juro simples e/ou de juro composto em um plano cartesiano.

Quanto às estratégias de resolução da atividade, em relação ao item (a), embora o problema esteja tratando de uma aplicação e não de um empréstimo como na Atividade 3, é possível que se obtenha uma resposta adequada recorrendo às mesmas estratégias da atividade anterior, quando trata do cálculo de juro simples. Neste item da atividade, se recorre a um método aritmético, ou mesmo ao algoritmo do juro simples.

No item (b), assim como no item (a), é possível recorrer aos mesmos procedimentos adotados na Atividade 3, ao tratar de juro composto.

No item (c) a inquirição é explícita e solicita a construção da representação gráfica das situações observadas nos cálculos dos itens (a) e (b). A este respeito, ressaltamos que se nestes itens o método utilizado foi o aritmético, e é possível plotar a representação gráfica a partir dos valores encontrados em cada período calculado, relacionado o valor encontrado a cada período com o seu respetivo mês. Neste item, para construir corretamente o gráfico, é necessário calcular os saldos mês a mês, no caso do juro composto. Em relação ao juro simples, como o gráfico é uma reta, é possível obtê-lo apenas com o valor inicial e final.

Partindo deste pressuposto, fazemos a proposta de abertura da discussão dos itens (d) e (e), com base na representação gráfica. As estratégias adotadas nesta direção devem conjecturar sobre as propriedades dos objetos de estudo, ou seja, juro simples e juro composto, em função da representação gráfica.

Adicionalmente, nesta atividade esperamos, a partir dessas presunções, referenciar pressupostos da educação matemática crítica para, em um processo de *validação*, argumentar sobre as vantagens ou não de Pedro adotar certo modelo de investimento.

Ainda consideramos que, sob o ponto de vista matemático, os participantes podem identificar relações das representações gráficas com funções, visto que esse conteúdo é por várias vezes estudadas com base em contextos financeiros, como observamos nos livros didáticos. Essas relações entre representações gráficas e funções podem favorecer a *institucionalização* do saber, a ser feita pelo professor.

Quanto às variáveis didáticas, nessa sequência de atividades identificamos 2 possíveis, (1) ao uso de calculadoras, (2) materiais de apoio, como régua, as folhas de rascunho. Ainda consideramos que o fato de propormos a resolução das atividades discutidas em grupo, possa influenciar nos resultados esperados pela proposta das atividades.

6 ANÁLISE DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo descreveremos a experimentação e faremos as análises *a posteriori* das atividades propostas em nossa pesquisa. Nesta fase de experimentação, buscamos atender aos pressupostos da engenharia didática, e nossas análises recorrem às dialéticas de *ação*, *formulação* e *validação* e ao final, uma fase de *institucionalização.* Antes, valem situar alguns detalhes para descrever adequadamente esse experimento.

A escola em que se realiza essa pesquisa faz parte de uma rede de escolas privadas na cidade de São Paulo, estando localizada no bairro de São Miguel Paulista na região leste do município.

O espaço para aplicação do estudo foi uma sala de aula que se encontrava disponível, visto que no horário de aplicação estava havendo aula. Os alunos participantes, no caso, quatro, eram todos estudantes do 3º ano do ensino médio e estavam em contra turno, ou seja, para participar da pesquisa não sofreram o ônus de perda de aula.

A aplicação ocorreu em duas sessões: a 1ª sessão, no dia 21 de maio de 2019, com duração de 120 minutos, ocorrendo das 14 horas e 20 minutos às 16 horas e 20 minutos; a 2ª sessão, no dia 22 de maio desse mesmo ano, com duração de 180 minutos, ocorrendo das 14 horas e 20 minutos às 17 horas e 20 minutos, totalizando ao todo 5 horas de duração. A aplicação das atividades foi feita pelo próprio professor pesquisador, e os registros foram obtidos por meio de gravação de áudio/vídeo, folha de resolução de exercícios etc. Os alunos presentes foram convidados e os pais assinaram o termo de concordância que tudo foi feito conforme as normas do comitê de ética da faculdade. Optamos por chamar os quatro alunos envolvidos na pesquisa por Aluno **A**, **B**, **C** e **D,** para preservar suas imagens.
A seguir, detalhamos a aplicação das atividades.

Análise da Atividade 1

Ao iniciar o experimento para a aplicação da Atividade 1, já estando todos na sala de aula, o professor ressaltou algumas regras para o desenvolvimento da atividade. A este respeito, destacou a possibilidade de os alunos formarem um único grupo, discutirem os questionamentos das atividades, algo que já é comum nas aulas da disciplina de matemática, além de poderem usar a calculadora, quando necessário. Em seguida, o professor distribuiu a 1º atividade. Nesse momento sugeriu-se que um dos alunos realizasse a leitura, em voz alta, para os demais membros do grupo. Após a leitura feita pelo Aluno **A**, os alunos, conforme prevê a dialética de *ação*, começaram a resolver a atividade.

O que observamos inicialmente é que o grupo começou a tratar dos dados de forma a separá-los: o que é salário e o que é tempo. Até aqui, o professor apenas observa. Passados alguns minutos, o professor nota certa dificuldade no grupo em determinar o período inicial dos vencimentos de Pedro que estavam ligados ao seu desempenho. Na discussão, o que identificamos como início das tentativas de *formulação*, os Alunos **B** e **D** abrem uma discussão sobre a relação de renovação de contrato de Pedro, Dizendo:

Aluno **B:** *Se não há renovação então são 12 meses, então ele não pode trabalhar nenhum dia mais, que esse seria o valor do 4º semestre.*

Notamos que aqui o Aluno **B** não se atém à leitura, confundindo trimestre com semestre. Justamente nesse momento surgiu outra dúvida, em que os alunos cogitaram a possibilidade de resolver por meio de juro simples ou juro composto.

O Aluno **D** ressalta: *Agora vai ter que saber se é composto ou simples, para mim é composto.*

Em concordância com o Aluno **D,** o Aluno **B** afirma: *é juro composto porque tem uma variação*.

Em contradição, na sequência da discussão, o Aluno **B** ressalta que: *é não composto porque não houve uma variação.*

Neste sentido, vale observar a dúvida dos alunos em questão do que é juro simples ou juro composto, o que teria uma relação com a ideia de variação.

Continuando o diálogo, os alunos começaram a fazer conjecturas sobre a atividade com o algoritmo do juro composto.

O Aluno **D** tenta utilizar o algoritmo dizendo: *J = c(1 + i) elevado t que é o tempo.*

Notamos que o Aluno **D** tem certo conhecimento do algoritmo, mas, neste caso, além de não atender a demanda do problema, o algoritmo contém erro. Continuando a discussão do grupo, surge outra dúvida em relação ao que é taxa e o que é percentagem. Nesse momento, o Aluno **D** chama atenção do grupo para que todos possam observar primeiramente os dados e depois possam retomar essa parte. Sendo assim, o grupo decide observar o item (a), que tem como objetivo principal destacar a influência do desempenho em relação aos vencimentos de Pedro.

O Aluno **B** questiona os demais colegas do grupo em relação ao item (a), e eis que do questionamento, afirma: *tem influência sim, pois ele ficou regular, bom, regular e bom, ou seja, ficou como uma média boa.*

A partir dessa afirmação, o grupo o observa que haverá sim, uma influência em relação ao desempenho e aos vencimentos, no entanto, ainda não registram na folha de resposta.

Observamos que conforme conjecturamos em nossas análises *a priori*, os alunos, apenas ao lerem o problema, podem deduzir influências no salário de Pedro em função do seu desempenho.

Após responderem ao item (a), o professor observa que os alunos partem para o item (b), que traz como questionamento: Qual valor dos vencimentos recebidos por Pedro no último mês de estágio? No entanto, os alunos não se atêm a esse item, pois o Aluno **B** sugere ao grupo observar o item (c), que traz como indagação: Se todos os meses o contratado tivesse como resultado o desempenho excelente, o que se observaria nos vencimentos de Pedro?

Neste momento, Aluno **D** pergunta para o restante do grupo: *o que ele quer saber mesmo?*

Aluno **A**, ao reler o item, afirma: *Se todas tivessem resultados excelentes, o que observaríamos nos vencimentos?*

Então, Aluno **D** faz uma observação: *é como resultado se todos fosse 10%*.

Aluno **A** responde: *é como se tudo fosse bom*?

Observamos que aqui que Aluno **A** não tem em claro os critérios de avaliação propostos pelo contrato. Nesse momento o Aluno **B** ressalta ao grupo: *excelente equivale a 10%*.

O grupo inicia uma nova discussão em relação ao item (a), quando o Aluno **B** questiona novamente ao grupo: *Então a o item (a) tem influência. Certo?*

O professor observa que é quando o grupo se questiona como terá que responder esse item. Aluno **D** sugere: *Vamos ter que escrever.*

Foi possível observar que o grupo ficou em dúvida. Nesse momento, o grupo tomou uma decisão, conforme o Aluno **D**: *Acho melhor deixar por último.* De imediato, o grupo concordou com o Aluno **D**.

Na sequência, o Aluno **B** pergunta ao grupo: *Qual é o total de acréscimo que Pedro terá no final?* Aluno **B**: *será um acréscimo de 16% no final*.

Aqui notamos que o aluno já havia observado as cláusulas e as porcentagens de aumento em função do desempenho de Pedro, mas ainda com inconsistências na compreensão dos questionamentos, apenas adicionando as porcentagens de acordo com o desempenho de Pedro nos quatro trimestres.

Nesse instante, o grupo consegue observar que esses acréscimos são acumulativos.

Mas o Aluno **B** insiste: *É tipo a porcentagem geral*? É quando o Aluno **D** ressalta dizendo: *Acho que não é assim.* Nesse momento, o Aluno **D** sugere a construção de tabela, para trabalhar os dados da atividade para item (b).

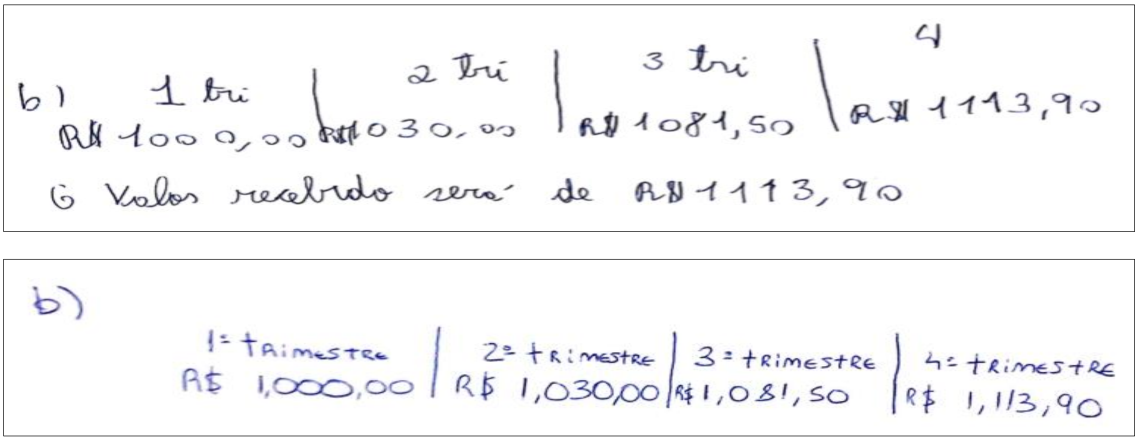


Figura 22: Resposta do Aluno **C** e do Aluno **D**, respectivamente, ao item (b) da Atividade 1
Fonte: Dados da pesquisa

Os valores presentes nas tabelas construídas pelos alunos foram obtidos com auxílio da calculadora. Embora o Aluno **D** tivesse certo domínio da calculadora, o grupo teve algumas dificuldades, por exemplo, em achar o símbolo de porcentagem (%) na calculadora, mas de imediato o Aluno **D** colabora com o grupo.

O Aluno **B** reafirma que realmente há um acúmulo, e pergunta para o grupo: *Como vai ficar no intervalo um?* (aqui o aluno se refere ao 1º trimestre) é quando podemos observar que o aluno demonstra certa dificuldade no cálculo de percentagem.

Informamos que este conteúdo já se encontra previsto nos currículos em series anteriores, e que o uso da calculadora já é de conhecimento do grupo, pois é feito o uso no dia a dia das aulas.

Observamos que mesmo com o uso da calculadora os alunos têm dificuldade em cálculos envolvendo percentagem e taxa percentual. Ainda cogitaram a utilização da regra de três, mas acabaram retomando a ideia de usar a calculadora para encontrar os valores para preencher a tabela.

Quando feito o primeiro cálculo, o grupo observou que se o desempenho foi regular, então o valor a ser recebido é de R$ 1.030,00 reais. Nesse instante, o Aluno **D**, o Aluno **A** e o Aluno **B** debatem em relação a qual mês Pedro deverá receber esse acréscimo.

O Aluno **D** chama atenção do grupo, falando: *No 1º trimestre ele não recebe nenhum aumento, ele só receberá algum aumento decorrente do desempenho do trimestre anterior.*

Neste momento o grupo fica confuso, quando então o Aluno **B**, referindo-se a Pedro, ressalta: *Ele iniciou primeiro o trabalho, primeiro então, o segundo em relação ao primeiro, terceiro em relação ao segundo o único que não influencia é o primeiro?*

Nesse protocolo, observamos que o Aluno **B**, embora pareça confuso, já percebe que no 1º trimestre não há influências do desempenho de Pedro, mas que nos trimestres seguintes os vencimentos são influenciados pelos desempenhos dos trimestres anteriores.

A partir do raciocínio do Aluno **B,** são preenchidos os dados da tabela mostrada na Figura 22. Na construção da tabela percebemos que a forma de cálculo para a inserção dos valores foi feita de forma aritmética, ou seja, um a um, não cogitando-se ou mencionando-se qualquer tipo de utilização de algum algoritmo ou outra maneira qualquer de resolução de item (b).

Notamos que, após construir a tabela, os alunos passaram a desenvolver o item (c). Este item sugere aos alunos que imaginem o salário de Pedro, e caso o seu desempenho em todos os trimestres fosse excelente, qual seriam seus vencimentos no último mês. No desenvolvimento desse item, o Aluno **B** observa: *Pedro terá um aumento, mas não irá alterar o primeiro trimestre.*

No processo de *formulação* das respostas, podemos destacar que observações como as do Aluno **B** podem favorecer a estruturação de conjecturas para uma possível *validação* das respostas dos itens.

No mesmo momento em que o Aluno **B** traz essa observação, os outros alunos abrem uma discussão quanto às porcentagens e suas relações com o desempenho de Pedro. Na discussão, o Aluno **B** e o Aluno **D** apontam que as porcentagens resultam nos acréscimos de forma acumulativa, sendo que os valores encontrados se somariam aos vencimentos de Pedro. Para calcular e estruturar esses acréscimos, os alunos recorrem à calculadora e à representação tabular, respectivamente. A seguir, uma tabela feita pelo Aluno **B**.

c) 1º TRIMESTRE	2º TRIMESTRE	3º TRIMESTRE	4º TRIMESTRE
R$ 1,000,00	= R$ 1,100,00	= R$ 1,210,00	= R$ 1331,00

c) 1 tri	2	3	4
1000	1100	1210	1331

Figura 23: Resposta do Aluno **B** e do Aluno **D**, respectivamete, ao item (c) da Atividade 1
Fonte: Dados da pesquisa

É importante destacar que os alunos fizeram os cálculos de maneira aritmética, usando a calculadora. Em momento algum o grupo mencionou outro tipo de fórmula para responder ao item (c). Assim como previmos nas análises *a priori*, meios aritméticos parecem ser uma estratégia possível para a resolução de alguns itens da atividade 1.

Como o item (c) solicita uma explicação da percepção dos alunos, notamos que, ao preencherem a tabela, eles passaram discutir os possíveis resultados do item. Consideramos relevante enfatizar a interação do grupo, que a todo instante discutiu os resultados. Neste item, todos os alunos concordaram que o desempenho de Pedro, se excelente, iria influenciar nos vencimentos, e de forma pessoal argumentaram, buscando justificar por que o desempenho de Pedro influencia nos seus vencimentos, como vemos a seguir.

OBS: LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO QUE O RESULTADO EXCELENTE É 10%, LEVANDO EM CONSIDERAÇÃO O TRIMESTRE ANTERIOR. NESSA SUPOSIÇÃO PEDRO VAI TER UM ACRESSIMO EM SEU SALARIO. POIS ELE FOI CONSTANTE NOS 12 MESES EM COMPARAÇÃO NO 4º TRIMESTRE PEDRO TERIA R$ 197,10 A MAIS QUE OS 12 MESES REAIS DE TRABALHO

Haverá um aumento salarial, comparado com a situação 1, de R$ 197,10 no 4º trimestre

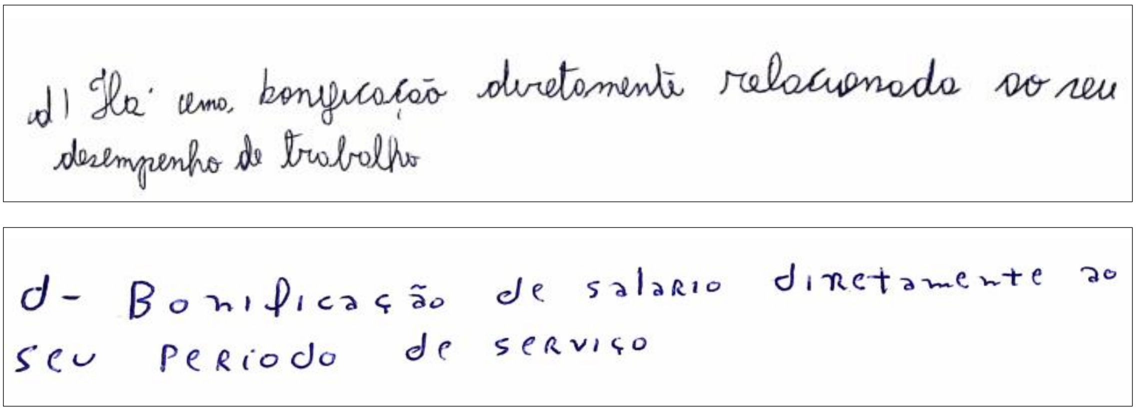
Figura 24: Resposta do Aluno **B** e do Aluno **D**, respectivamente, ao item (c) da Atividade 1
Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que nas respostas dos alunos ao item (c) os alunos percebem a influência do desempenho de Pedro em relação aos vencimentos recebidos por ele. É possível conjecturar que os alunos, nesse ponto da atividade, teriam condições de responder ao item (a). As respostas também nos permitem observar que os alunos têm um olhar crítico em relação ao desempenho de Pedro, algo que vai ao encontro do que problematizamos em nosso estudo.

Neste sentido, o grupo, inclusive, observa e analisa as duas tabelas construídas por eles no caso no item (b) e (c). Da comparação das duas tabelas, o Aluno **B** tem a ideia de fazer essa comparação e apresentar um valor resultante da diferença das duas tabelas, quando o mesmo chama a primeira situação como *real*, e na segunda situação ele chama de situação *proposta*.

O que nos parece relevante é que o Aluno **B** consegue observar, por meio da diferença das tabelas, o valor a mais que Pedro receberia se obtivesse um desempenho melhor. Quanto a isso, ele observa: *Isso é uma coisa boa*. Desta afirmativa, ele ainda destaca que, se estivesse em uma empresa, ele gostaria de saber qual seria o seu salário se seu desempenho fosse melhor. A afirmativa do Aluno **B**, ao encontro de nossa perspectiva, parece ser crítica e perceber o que está em jogo na atividade, quanto à educação crítica.

Quando se debruçam sobre o item (d), os alunos põem em pauta que o item tem a ver com os acréscimos e a compreensão do que esses acréscimos representam para Pedro em suas avaliações trimestrais. Inicialmente, o grupo discute a ideia de que os acréscimos são um aumento no salário de Pedro. Assim, os alunos observam que, quanto melhor Pedro trabalhar, mais ele pode ganhar, e aí surge a ideia de bonificação. Essa bonificação é o que identificamos como a representação dos acréscimos, para os alunos, na atividade.


d) Há uma bonificação diretamente relacionado ao seu desempenho de trabalho

d- Bonificação de salario diretamente ao seu periodo de serviço

Figura 25: Resposta do Aluno **A** e do Aluno **D**, respectivamente, ao item (d) da Atividade 1
Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos ainda retomam o item (a) da atividade, que tem o objetivo de analisar os vencimentos de Pedro, levando em consideração a influência do histórico de desempenho.

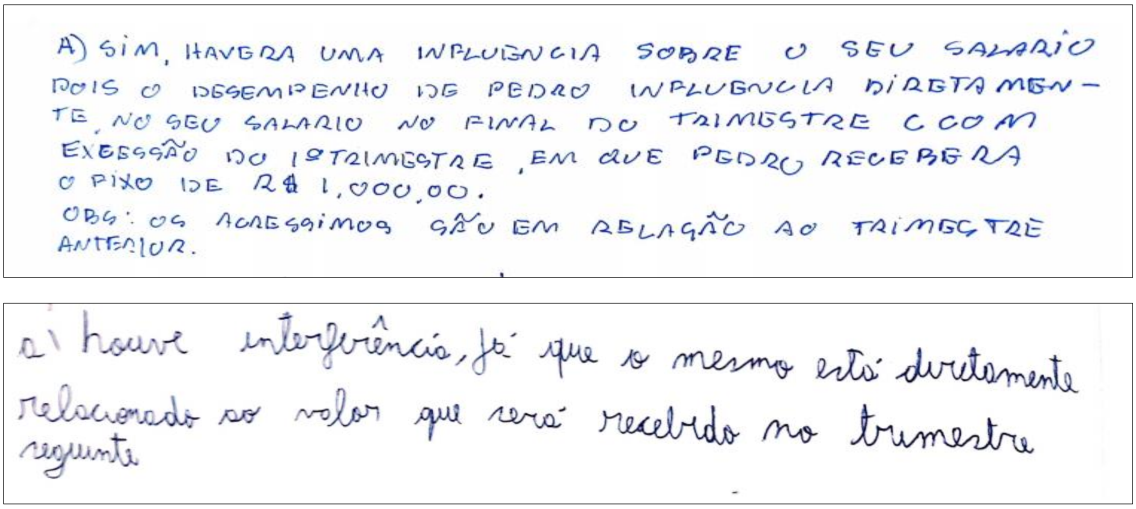
Aqui o Aluno **D** chama a atenção do grupo: *Como é que vai escrever isso aí?* No diálogo, o Aluno **B** ressalta: *Vai ter influência no histórico de desempenho, lógico que vai porque se ele fosse ruim ganharia só parcelas de R$ 1.000,00.*

Neste contexto, destacamos que o Aluno **C**, ainda com dúvida questiona, referindo-se aos acréscimos: *Ele vai acrescentado valores ou diminuindo?* O Aluno **D** ressalta: *É uma bonificação que valoriza o desempenho do estagiário*.

É possível observar que a ideia de valorizar o desempenho do estagiário, para o grupo, começa evidenciar a influência nos vencimentos de Pedro. O Aluno **D** destaca: *A base será R$ 1.000,00, a possibilidade de aumento é se o desempenho for melhor.*

O grupo, neste momento, compartilha uma resposta coletiva, mas o professor, considerando que cada um tem a atividade impressa, sugere aos alunos que respondam individualmente na atividade impressa, para compartilharem com os colegas posteriormente. De imediato o grupo se debruça sobre suas folhas e partem para resposta individual.

A discussão que se segue às respostas individuais mostra que todos participaram, colocando aos colegas as suas respostas. Fica evidente que o grupo entra em um consenso de que quanto melhor o desempenho, melhor será o salário de Pedro.


A) SIM, HAVERA UMA INFLUENCIA SOBRE O SEU SALARIO POIS O DESEMPENHO DE PEDRO INFLUENCIA DIRETAMEN-TE NO SEU SALARIO NO FINAL DO TRIMESTRE COM EXCESSÃO DO 1º TRIMESTRE, EM QUE PEDRO RECEBERA O FIXO DE R$ 1,000,00.
OBS: OS ACRESSIMOS SÃO EM RELAÇÃO AO TRIMESTRE ANTERIOR.

a) houve interferência, já que o mesmo está diretamente relacionado ao valor que será recebido no trimestre seguinte

Figura 26: Resposta do Aluno **B** e do Aluno **D**, respectivamente ao item (a) da Atividade 1
Fonte: Dados da pesquisa

Na discussão mediada pelo professor, o Aluno **B** ressalta: *O salário de Pedro está ligado diretamente ao seu desempenho que irá influenciar no final do trimestre*.

O Aluno **B** ainda destaca: *Pedro receberá um valor fixo no primeiro trimestre*. Isto posto, os outros alunos refletem e observam que o discurso do Aluno **B** é parte de suas respostas. Aqui nos parece clara a concordância de ideias no grupo.

Como a atividade tinha como objetivo abordar a noção de acréscimos e nesse caso, na situação colocada, acréscimos sucessivos, percebemos que os alunos *formularam* estratégias para calcular esses acréscimos. Das estratégias formuladas, o professor observa que os alunos procedem para calcular os acréscimos seguindo: conversão da porcentagem em taxa percentual, logo após, uma multiplicação da taxa percentual encontrada pelo valor inicial, e o resultante dessa multiplicação adicionado ao valor inicial. Como os acréscimos eram sucessivos, esse procedimento ocorreu cada vez que insidia um novo acréscimo, considerando sempre o valor obtido pela inserção do acréscimo anterior.

Como observado pelo professor, por essa estratégia ele busca institucionalizar a noção de acréscimo:

Então para inserir um acréscimo a um valor qualquer, é necessário haver um valor e uma porcentagem em relação a esse valor a ser acrescentada, concordam? (os alunos afirmam que sim). *De início, podemos descobrir equivalência dessa porcentagem em relação ao valor dado. Isso vocês fizeram, quando converteram a porcentagem em taxa percentual e multiplicaram o valor encontrado pelo valor inicial em relação ao salário de Pedro. O resultado disso vocês somaram ao valor inicial, o salário inicial de Pedro, aplicando assim o acréscimo. Mas como vocês tiveram que inserir mais de um acréscimo, fizeram esse processo todo mais de uma vez correto?* (os alunos afirmam que sim), *por isso vocês fizeram as tabelas?* (os alunos afirmam que sim).

O professor poderia ter recorrido a apresentar o algoritmo para o cálculo de acréscimos sucessivos, mas não o fez. Partindo para questões na direção da educação crítica e da Educação Financeira que esteve presente na maioria dos itens da atividade, ele comenta:

Como vemos, realmente houve variações nos vencimentos de Pedro. Vocês observaram bem isso, então os acréscimos provocaram essas variações correto? (os alunos afirmam que sim). *O desempenho de Pedro também influenciou nisso não é verdade?* (os alunos afirmam que sim). *Então o podemos dizer que esse desempenho é que implica na porcentagem de aumento correto?* (os alunos afirmam que sim). *Então em um contexto qualquer os acréscimos são dados por alguma razão e ao aplicar esses acréscimos temos uma variação* (os alunos afirmam que sim).

Podemos perceber que os alunos tiveram certa dificuldade nessa atividade, entretanto, é evidente que durante seu desenvolvimento os alunos elaboraram estratégias que lhes possibilitaram chegar a respostas aos questionamentos. Nesse ponto, percebemos que abordar a noção de acréscimo por meio de uma Resolução de Problemas, contribuiu para essa elaboração de estratégias.

Assim, os alunos recorrem à elaboração de tabelas, utilizam calculadoras, além de compartilharem entre eles suas conjecturas a partir dos resultados obtidos. Ainda sobre essas estratégias, embora *a priori* tenhamos pensado, mas não necessariamente dessa forma, o que identificamos como variáveis didáticas nessa atividade, de acordo com a engenharia didática foi (1) o uso da calculadora, (2) a resolução por meio aritmético, seguido de uma estrutura tabular.

Ao nos aportamos a TSD, percebemos que esse processo, como pensamos *a priori*, colocou os alunos em uma situação cujos problemas fizeram com que eles evoluíssem frente ao objeto matemático em questão. No contexto do problema, ao associarem ao salário de Pedro a ideia de *bonificação*, a atividade proposta parece ter contribuído para essa evolução.

Embora na transcrição da atividade não tenha ficado evidenciado, foi possível perceber que os alunos, ao aceitarem o desafio da atividade proposta pelo professor, e ao tentarem resolvê-lo, já se colocaram em uma situação de *ação*. Ao buscarem por estratégias para a solução dos itens, os alunos entram em uma situação de *formulação* que lhes permitiu a troca de informações entre eles, que em seguida, se configura em um processo de *validação*, e que dessas estratégias e respostas dadas aos questionamentos o professor *institucionaliza* a noção de acréscimo.

Aqui traçamos algumas considerações que vão ao encontro de nossa literatura revisada, que consideramos estar relacionadas, sobretudo, aos livros didáticos, em seus tipos de atividades. Ao término da primeira atividade, o Aluno **D** ao se dirige ao aos colegas e ao professor, indaga: *por que as questões que exigem um pouco mais de raciocínio são mais trabalhosas*? A esse aspecto, observamos que o aluno se refere a não haver um algoritmo presente em suas resoluções, mas sim reflexões a partir de informações e alguns resultados obtidos na atividade.

Em um contexto do problema, e que nos parece levantar uma ideia de criticidade, o Aluno **B** põe em pauta uma discussão que não há em nenhum item da atividade, mas os alunos bem observaram e deduziram que no caso do item (c), em que a questão seria: se ele tem todas as avaliações excelentes, *por que não contratá-lo*, visando uma cláusula do contrato que evidencia a duração do contrato será de 12 meses. Esta observação, embora não tenhamos pensado antes, mostra que o grupo amadureceu a ideia de criticidade, ou seja, se tenho um bom desempenho, porque não sou contratado, uma vez que, atendo às expectativas.

Trazendo a noção de descontos, adiante apresentamos a Atividade 2.

Análise Atividade 2

Esta atividade teve como objetivo trabalhar a noção de descontos. Como ocorreu na mesma sessão da Atividade 1, advertimos que não houve intervalo entre uma e outra, de tal forma que, ao término das discussões da primeira atividade, o professor entregou a segunda, que também foi acompanhada de folhas de rascunho. As regras se mantiveram e os procedimentos iniciais foram os mesmos. Assim, em um primeiro momento, o professor solicitou que um dos membros do grupo lesse a atividade para os demais. Os alunos observaram que a Atividade 2 tem relação com a atividade anterior, e o Aluno **D** chamou a atenção do grupo para esse detalhe. Observamos que embora houvesse essa ponderação do Aluno **D**, foi possível perceber que não foi uma tarefa simples para o grupo tentar resolver os itens da Atividade 2.

Ao iniciarem a Atividade 2, os alunos apresentaram dúvidas em relação à ideia do que seria líquido e bruto sobre os vencimentos de Pedro. Outra dúvida foi expressa pelo grupo, quanto aos acréscimos que farão parte do salário bruto. Neste momento, os alunos estão se referindo à Atividade 1, onde as cláusulas contratuais do contrato de Pedro remetem aos acréscimos trimestrais, considerando o desempenho de Pedro, e ainda ressaltam que esses acréscimos são cumulativos durante a duração de seu contrato.

Para os alunos, a ideia de acréscimos (*bonificação)* em relação ao salário de Pedro não está inclusa no salário, não devendo ser contabilizada para os descontos. Na elaboração da atividade pensamos ao contrário disso, que na realidade os acréscimos (*bonificação*) fariam parte do salário bruto, devendo assim ser contabilizados para o cálculo dos descontos que, no entanto, não deixamos evidentes na atividade. Embora consideremos que o professor pudesse ter feito uma intervenção no momento quanto a essas dúvidas, não a fez.

Observamos que os alunos retomaram a atividade fazendo a leitura individual, buscando compreender as informações. Foi quando o Aluno **B** iniciou um diálogo em relação aos descontos aplicados nos vencimentos de Pedro, tentando *formular* hipóteses para responder ao item (a) da atividade, que solicita o valor líquido dos vencimentos de Pedro no último mês de estágio. Embora ainda permanecesse a dúvida sobre o que é bruto e líquido, o aluno entende que é necessário realizar uma soma das porcentagens, e ao fazer isso, diz:

No total desconto vai ser de 16 % e dessa vez isso pode dar certo. O Aluno **D** interfere, corrigindo Aluno **B**, dizendo: *o certo é 17%.* Como resultado da leitura individual, percebemos que os alunos começam a observar os descontos e articular ideias para responder aos questionamentos.

Um primeiro comentário é em relação ao seguro de vida, que na situação apresentada na atividade é 0% de desconto. Notamos que nesse ponto os alunos se confundem, pensando que esse 0% de desconto é o total de direitos em relação ao seguro de vida. O Aluno **B** comenta em relação ao seguro de vida: *O seguro de vida é zero, o coitado nem seguro de vida tem.*

O Aluno **B,** conhecendo a realidade dos colegas, ressalta que ninguém ali presente tem um seguro de vida, e questiona o professor.

Aluno **B**: *Professor, você tem seguro de vida?*

Professor: *não*.

Aproveitando o diálogo aberto, o professor interfere para retomar a discussão referente ao desconto do seguro de vida de 0%:

Professor: *Esse desconto representa o percentual que a empresa irá descontar de Pedro para que ele tenha direitos sobre o seguro de vida*.

Ao ouvirem o comentário do professor os alunos ficam surpresos. O Aluno **D** comenta: *Acho que seria uma boa ideia.* Os alunos parecem ter entendido a ideia do (não) desconto em relação ao seguro de vida no contrato de Pedro.

O Aluno **B**, retomando a dúvida inicial referente à qual salário deve ser a referência para calcular os descontos, diz: *Galera nós vamos fazer isso em relação aos R$ 1.000,00 ou a quantia que ele ganhava a mais deve ser incluída na conta?*

Fica evidente que o grupo ainda não sabe se, para calcular descontos, tem que tomar como referência os vencimentos que incluem os acréscimos (conforme Atividade 1) ou se a referência é somente os R$ 1.000,00. Essa dúvida é resultante da tentativa de *formular* estratégias para resolver o item (a) dessa atividade, que trata do valor líquido dos vencimentos de Pedro no último mês de estágio. Na discussão, ainda observamos que há dúvida sobre o que é valor bruto e valor líquido.

Quanto a isso, o Aluno **B** pergunta aos colegas: *Então líquido é quando desconta, bruto é total?* E retoma a ideia de *bonificação* perguntando: *Aquilo que ganha a mais é bonificação?*

O Aluno **D**, buscando responder, recorre a um exemplo: *Vamos supor que lá na sua casa seu pai ganha R$ 3.000,00, aí desses R$ 3.000,00 seu pai tem que pagar R$ 100,00 de água e R$ 100,00 de luz. Quanto é o líquido?* De imediato os alunos responderam que o resultado era de R$ 2.800,00. É aqui que o grupo tem uma percepção do que significa vencimentos líquidos. Aluno **D** ainda reforça: *Líquido é o que sobra*, e vale salientar que percepção de líquido é apenas parcialmente certa, pois a conta de água e de luz não vem descontada do salário.

Notamos que os alunos em *ação* na atividade retomam o item (a), buscando encontrar o valor líquido recebido por Pedro no último mês de estágio. Não atentos à leitura do item, os alunos iniciam o cálculo sobre o valor de R$ 1.000,00, referentes ao 1º mês de estágio. Ao perceber isso, o professor mais uma vez interfere: *Façam uma nova leitura sobre o que esse item aborda.* Ao fazerem a leitura, de imediato o Aluno **B** observa que o item está se referindo ao último mês de estágio e comenta: *Então, galera, é no último mês, e eu estou achando que é com a bonificação?*

O grupo retoma a discussão sobre quando e como ocorrerão os descontos, referindo-se ao mês de referência e se os acréscimos devem ou não ser considerados. Neste ponto, Aluno **B** abre um diálogo: *É no último mês, e é com a bonificação.* O grupo concorda com a ideia. Ainda tentando *formular*, o Aluno **B** chama a atenção do grupo, dizendo: *Não é com a suposição de excelente?* O Aluno **A,** recorrendo ao professor, pergunta: *É isso mesmo o certo?* O professor responde: *Retome novamente a leitura com mais atenção*.

Observamos que o grupo ainda permanece com dúvidas em relação a como os descontos iriam ocorrer e de que forma os calcular. Mas o Aluno **B** comenta: *Galera, esqueça aquele do excelente, aquilo só foi uma suposição.* Mesmo assim, o grupo ainda tem dúvidas sobre em que situação haverá os descontos, quando o Aluno **B** reforça: *A situação de todos os desempenhos excelentes é apenas uma suposição*.

Aqui ele está se referindo ao item (c) da Atividade 1, e observa que no item (b) dessa mesma a atividade, está feito o cálculo dos vencimentos de Pedro no último mês de estágio, incluindo os acréscimos em função do desempenho.

Aluno **B**: *O valor para calcular os descontos será de R$ 1.113,90.*

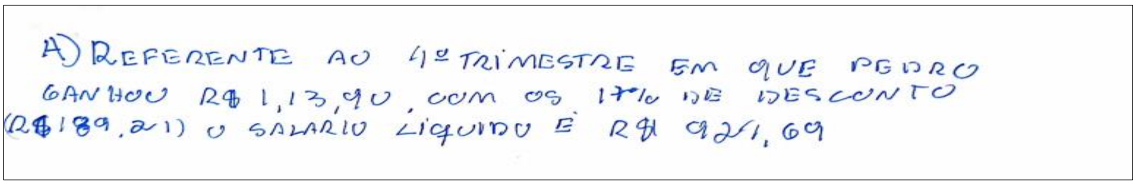
O aluno ainda tem a percepção de somar todos os descontos em uma única situação:

Aluno **B**: *Tudo será 17 % de desconto*.

O Aluno **B** ainda orienta o grupo a realizar os cálculos, uma vez que o grupo concordou efetuar os descontos tomando como referência o valor de R$ 1.113,90.

Aluno **B**: *17% disso aí.*

Utilizando a calculadora, o Aluno **D** calcula o total de desconto e responde: *R$ 189,21*. Aluno **B,** em seguida, enfatiza: *Agora subtrai,* referindo-se ao valor inicial de R$ 1.113,90. Do cálculo realizado, seguem as respostas:


A) REFERENTE AO 4º TRIMESTRE EM QUE PEDRO GANHOU R$ 1,13,90, COM OS 17% DE DESCONTO (R$189,21) O SALARIO LIQUIDO E R$ 924,69

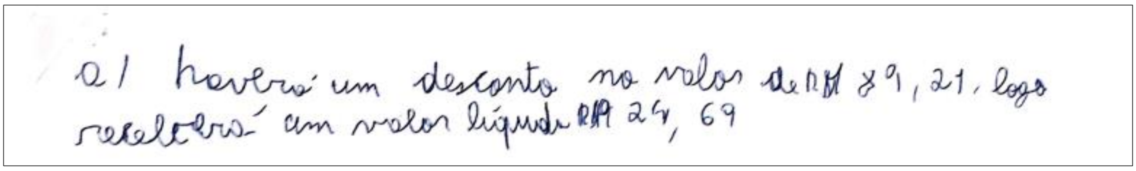

a) haverá um desconto no valor de R$ 89,21, logo receberá um valor líquido R$ 24,69

Figura 27: Resposta do aluno **B** e do aluno **D**, respectivamente, ao item (a) da Atividade 2
Fonte: Dados da pesquisa

O grupo chega à conclusão de que o valor líquido que Pedro deverá receber no último mês de estágio é R$ 924,69. Aqui observamos que os alunos, no sentido de *validar,* começam a observar de forma geral os descontos.

O Aluno **B** faz uma ressalva, referindo-se à situação de Pedro: *Ele trabalha tanto para ganhar benefícios, para chegar no fim e ser descontado.*

O Aluno **D**: *Fiquei pensando, no primeiro mês ele não tem bonificação ou benefícios* (esses benefícios citados são em relação a ganho reais).

O Aluno **B** ressalta: *Ou seja, ele vai receber menos ainda.*

Aqui observamos que os alunos, sob uma perspectiva crítica, começam a fazer comparação dos vencimentos entre o primeiro mês e o último mês de estágio de Pedro, quando o Aluno **D** questiona o grupo: *Será que esses valores dos descontos não irão sofrer um reajuste, dependendo de quanto ele vai ganhar?*

O Aluno **B** ressalta: *Acho que se tivesse isso ele teria de explicar, mas não tem, eu acho.* O aluno aqui se refere ao professor. O grupo parece concordar com o Aluno **B**.

Vemos que o grupo aceita (valida) o cálculo dos descontos e a resposta obtida no processo.

Mas o Aluno **D** questiona o grupo: *Por que ele está pedindo isso?*

O Aluno **B** responde: *Ele só tá querendo perguntar o líquido.*

Aqui o grupo discute valores encontrados:

O Aluno **B** fala: *O líquido é R$ 900,00 e pouco.*

Mais uma vez o grupo põe em pauta os valores, para que então tome uma decisão. Observamos que é quando o grupo começa a produzir sentido em relação aos descontos. De forma geral, a ideia colocada foi de que o desconto pode ser obtido pelo salário de R$ 1.113,89 (o vencimento no último mês de estágio de Pedro) menos R$ 189.21 (equivalente a 17% resultante da soma de todos os descontos incididos nos vencimentos de Pedro), resultando em R$ 924,69, o valor líquido a ser recebido por Pedro no último mês de estágio. Aqui, o grupo compara os valores e valida suas respostas e seu processo de cálculo.

Em seguida, observamos que os alunos iniciam a resolução do item (b) da atividade. Este item questiona se os descontos impostos pelo contrato alteram os vencimentos. Ainda questiona se podem ser considerados como benefício, dadas as cláusulas do contrato a que esses descontos se referem, solicitando que os alunos justifiquem suas respostas. s

Notamos que aqui se inicia uma situação de *ação*, em que o Aluno **A** se dispõe a realizar uma leitura para os colegas. Feita a leitura, de imediato, alguns alunos dizem que esses descontos não são benéficos. Observamos, então, que o Aluno **B** contrapõe: *É benéfico no sentido de ter vale transporte, vale refeição.*

O Aluno **A** sustenta: *Não são benéficos, pois ele vai receber menos no salário dele*.

Percebemos que aqui os alunos divergem em suas opiniões, em relação ao que é ou não benéfico.

O Aluno **B** expõe sua opinião: *Ele vai pegar do próprio salário para colocar crédito no bilhete único[11], ele vai gastar mais.* Mesmo assim, alguns ainda divergem. No entanto, o Aluno **B** tenta entrar um em consenso com o Aluno **D** e, buscando *formular* uma justificativa para seu ponto de vista, expõe um raciocínio: *Se ele ganha R$1.000,00, então será R$ 60,00 para o bilhete único.*

Aqui notamos que os alunos têm a noção de que as tarifas cobradas no transporte público, se somadas nos trajetos de ida e de volta durante todo o mês, o valor total deve exceder o valor descontado dos vencimentos de Pedro.

O Aluno **A** reluta: *O dinheiro é dele, então é ele quem deve decidir o que fazer. E se ele não quiser fazer nada e simplesmente guardar?*

O Aluno **B** pergunta para o grupo: *Como ele vai para o emprego?*

---

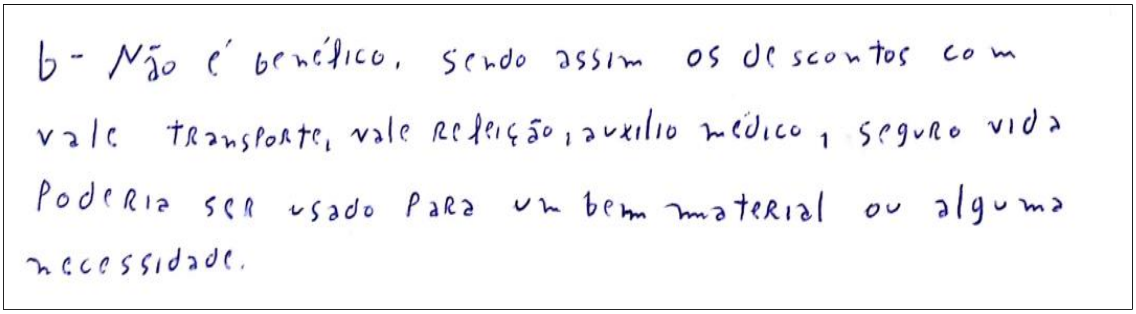
[11] Nome dado ao cartão de vale-transporte.

O Aluno **C** responde: *Ele pode ir a pé.*

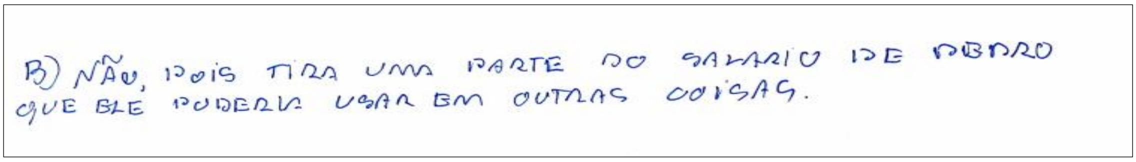
O Aluno **B** dando um exemplo questiona: *E se ele mora em Guarulhos e trabalha em São Miguel, como ele vai para o emprego?*

Neste questionamento, o Aluno **A,** que a princípio se opunha à ideia de os descontos resultassem em benefícios, embora não comente, mas pelo seu comportamento, começa a demostrar certo arrependimento. Observamos que talvez por impulso, inicialmente, o aluno pode tender a pensar exclusivamente nos descontos, não refletindo ainda nas vantagens das cláusulas que causam esses descontos, observamos que nessa dialética emerge elementos relacionados à cidadania e à criticidade.

Resultante da estratégia do Aluno **B,** que *formula* um raciocínio a partir do vale-transporte, de certa forma os colegas concordam que o desconto nos vencimentos de Pedro resulta em benefícios. No entanto, quando analisam os demais descontos, os alunos na atividade impressa chegam à conclusão de que, de modo geral, os descontos não resultam em benefícios para Pedro, como vermos na figura a seguir:



b- Não é benéfico, sendo assim os descontos com vale transporte, vale refeição, auxilio médico, seguro vida poderia ser usado para um bem material ou alguma necessidade.



B) NÃO, POIS TIRA UMA PARTE DO SALARIO DE PEDRO QUE ELE PODERIA USAR EM OUTRAS COISAS.

Figura 28: Resposta do aluno **A** e do aluno **B**, respectivamente, ao item (b) da Atividade 2
Fonte: Dados da pesquisa

Aqui cabe lembrar que, embora tenhamos a ciência, em um contexto real, da necessidade dos benefícios citados nas cláusulas do contrato de Pedro, o que nos leva a deduzir o porquê das respostas contrárias a essa perspectiva, é que os participantes podem não ter acesso a essas informações, elas podem não fazer, ainda, parte do seu contexto, revelando características da conjuntura social na qual eles estão inseridos.

Em relação ao item (c), como em todas as atividades, o Aluno **A** sempre se prontifica a fazer a leitura do item para os demais colegas. Este item está relacionado com aspectos que consideramos do contexto social. Esperávamos que os alunos apontassem informações nesse sentido, de tal forma que favorecessem Pedro a formar uma opinião sobre as vantagens ou não dos benefícios recebidos por ele.

Em uma situação de *formulação*, o Aluno **D** sugere uma estratégia ao grupo, sugerindo que essa questão deveria ser resolvida de forma individual, ao que o Aluno **A** contrapõe que essa questão deveria ter uma discussão no grupo.

Nesse momento, o professor intervém: *A questão poderá ser discutida em grupo, porém, após essa troca de ideias, cada componente do grupo poderá esboçar sua resposta de forma livre na atividade impressa.*

Notamos que o grupo toma para si a questão e começa a *formular* estratégias. Na discussão, o Aluno **D** questiona o grupo: *No poder social, o que poderia favorecer para ele querer ou não esses auxílios?* O Aluno **A** expõe sua opinião, fazendo referência a um membro de sua família: *Se fosse alguém doente da família, esse auxílio iria ajudar, e muito.*

A resposta do Aluno **A** demonstra que ele recorre à sua referência familiar para supor que os descontos podem resultar em benefícios para Pedro, contrariando suas respostas no item (b).

O Professor interfere de forma a motivar os alunos a praticarem a empatia: *Tentem vocês se colocar no lugar de Pedro.*

O professor objetiva, nesta fala, que os alunos reflitam sobre a situação, pois, mesmo com as respostas dadas ao item (b), os alunos têm a oportunidade de pensar sobre a validade desses benefícios, mesmo que descontados dos vencimentos de Pedro.

Na discussão os auxílios recebidos por Pedro serem vantajosos ou não, o Aluno **B** ressalta: *O salário já é pouco, e com os descontos fica menor ainda, se fosse por mim, eu não permitiria nenhum tipo de desconto.*

O Aluno **D** recorre a um exemplo do dia a dia, e relata: *Tenho um amigo que trabalha em uma empresa e ganha um salário mínimo, mas no final do mês só sobram para ele uns R$ 500,00, o restante foi descontos em troca dos auxílios*.

Os alunos ainda ressaltam que boa parte desses auxílios, como vale-transporte e vale-refeição não são usados de forma correta. Esses diálogos nos permitem observar que o grupo está buscando chegar a uma resposta para o item.

O Aluno **A** comenta: *Vai que ele ganha R$ 600,00 e pouco, sendo que o salário mínimo está próximo de R$ 900,00, então é R$ 300,00 de desconto. Que vai para onde?*

Cabe-nos ressaltar que, na elaboração desse item, *a priori*, pensamos que os alunos tivessem conhecimentos sobre questões como, auxílio-médico, vale-refeição, vale-transporte entre outros, comuns ao meio social que imaginamos estarem inseridos, que os permitiria fazerem comparações de modo a dimensionarem as possíveis economias que os benefícios iriam proporcionar em eventuais necessidades de Pedro.

Entretanto, continuando no diálogo:

O Aluno **A** comenta: *Com esse desconto de R$ 300,00 ele poderia pagar uma conta de água ou luz.*

O Aluno **C** expõe: *O vale-refeição depende, se sua família está passando por uma situação de dificuldade, por exemplo, está faltando um alimento pode ser uma boa causa.*

O Aluno **A** contrapõe: *Com o valor do desconto ele poderia ir ao mercado e fazer uma bela de uma compra.*

É quando observamos que o grupo parece estruturar ideias de que os auxílios não são vantajosos, dados os descontos.

No diálogo, o Aluno **D** pergunta: *Tem que ver quantas pessoas são, pois as contas hoje em dia são todas altas*.

O questionamento leva o grupo a refletir em relação aos valores praticados hoje em dia.

O Aluno **B** expõe: *Se o valor da conta de luz que você paga é R$ 150,00 de luz, mas seu consumo é de R$ 30,00 o restante são tributos.*

Este diálogo - embora já tenhamos ressaltado, não pensamos *a priori*, permitiu aos alunos discutirem suas concepções referentes aos descontos, e retomaram a atividade impressa para responderem ao item (c), que conforme já se esperava, estão na direção dos discursos presentes no diálogo.

c) Tendo em vista os tempos instáveis que presenciamos, digo que o mesmo influência na opção da preferência de um salário sem os descontos das cláusulas, já que esse dinheiro pode ser usado para algo de maior necessidade

C) EM ASPECTOS GERAIS OS BENEFICIOS E SEUS DES-CONTOS NÃO SÃO VANTAJOSOS, POIS PEDRO PODERIA USAR E ADMINISTRA O SEU DINHEIRO DE MANEIRA QUE LHE AGREDE.

Figura 29: Resposta do aluno **B** e do aluno **D**, respectivamente, ao item (c), da Atividade 2
Fonte: Dados da pesquisa

Como combinado em um primeiro momento, ao término das atividades, o professor as recolhe e busca discutir, com base nas respostas e nos diálogos, a situação proposta. Notamos que em relação ao cálculo dos acréscimos e dos descontos, os alunos conseguiram desenvolvê-los, sobretudo utilizando recursos aritméticos. Nesta atividade, ao término da discussão sobre a noção desconto, o professor e os alunos discutem sobre questões relacionadas à educação crítica e Educação Financeira, dada a situação da atividade.

Quanto à noção de desconto, objeto trabalhado nesta atividade, o professor percebe que as respostas dos alunos seguem uma estratégia. De início, os alunos somaram as taxas/porcentagens relacionadas aos descontos previstos por determinadas regras (as cláusulas). Na sequência, essa taxa percentual foi multiplicada por um determinado valor (valor do salário de Pedro no último mês de estágio, conforme os acréscimos adotados e já discutimos na atividade anterior) e o resultado obtido é subtraído desse valor, e assim se obtêm as respostas ao problema, no caso, os vencimentos líquidos de Pedro. Este procedimento é valido, pois a situação indica que os alunos consideraram o valor bruto dos vencimentos de Pedro para realizar os cálculos.

Tomando como referência essa estratégia dos alunos, o professor busca institucionalizar a noção de descontos: *Podemos então dizer que o desconto é resultado de uma subtração, mas para descontar algo, é necessário ter algum parâmetro, concordam?* (os alunos afirmam que sim). *Vamos pensar assim: temos um valor e temos determinadas regras que nos obrigam a tirar parte desse valor. No caso da situação de Pedro, o valor é* *o salário bruto e as regras são as cláusulas, que sugerem tirar determinadas porcentagens dos vencimentos brutos de Pedro, vocês concordam?* (os alunos afirmam que sim).

Então vamos estudar como aplicar essas regras, eu vou fazer assim como vocês: mas primeiro vamos pensar se fosse apenas um desconto (uma cláusula). Como está em porcentagem/taxa, pode ser expressa na forma porcentual, unitária ou fração, ou seja, por exemplo, 20% = 0,2 = 20/100. Como na Atividade 1 lembra? (os alunos afirmam que sim), *em seguida, vamos multiplicar por um valor, na situação os vencimentos brutos de Pedro, o resultado representa o valor a ser descontado e assim, para saber o valor líquido, "o que resta", como disse no começo, subtraímos do valor, no caso, dos vencimentos brutos de Pedro.*

Mas como temos na situação de Pedro, várias cláusulas, temos que fazer isso várias vezes, e como todas as cláusulas estão relacionadas aos vencimentos brutos de Pedro, vou acatar as ideias de vocês. Vou somar todas as porcentagens e representar na forma unitária ou fração, igual vocês fizeram, e depois vou multiplicar pelo valor, na nossa situação os vencimentos brutos de Pedro, esse resultado que eu achei, vai subtrair do valor dos vencimentos brutos de Pedro. O que restou? (os alunos respondem: *O líquido*).

Como mencionamos, o professor torna a tratar das questões do contexto social da atividade, sobretudo pensando no item (c).

O professor fala: *Considere um trabalho de segunda a sexta-feira.*

O professor pergunta: *Quanto custa o valor da condução?*

Os alunos respondem: *R$ 4,30*

O professor pergunta: *Se você gasta uma condução para ida e outra para volta, quanto gasta no dia?*

Os alunos respondem: *R$ 8,60*.

O professor pergunta: *Quantos dias tem de segunda a sexta feira?*

Os alunos respondem: *Cinco dias*.

O professor fala: *Agora vocês podem multiplicar por 5 o valor de ida e volta.*

Ao fazerem a conta na calculadora, os alunos respondem: *R$ 43,00.*

O professor fala: *Agora suponha que o mês tenha 4 semanas, multiplique isso por 4.*

Os alunos respondem: *R$ 172,00*.

O professor fala: *Suponha que você ganhe por volta de R$ 1.000,00 e a empresa desconte 6%, quanto isso equivale?*

Os alunos respondem: *R$ 60,00*

O professor questiona: *É ou não considerado um benefício para vocês?*

Os alunos respondem: *Sim*.

Tentando fixar a ideia, o professor fala: *Agora vamos para o próximo auxílio, que é o auxílio-alimentação.*

Buscando a iniciar a discussão a partir de um contexto próximo à realidade dos alunos, uma vez que, assim como o professor, os alunos também são moradores do bairro, o professor inicia:

O professor questiona: *Quanto custa uma refeição razoável no bairro?*

Os alunos respondem: *uns R$ 20,00.*

O professor fala: *Se você almoça uma vez por dia e na semana de segunda a sexta-feira, cinco dias, quanto você gastará na semana?*

Os alunos respondem: *R$ 100,00*

O professor fala: *Agora, levando em consideração que o mês tenha quatro semanas, quanto dará isso por mês?*

Os alunos respondem: *R$ 400,00.*

O professor confronta, pensando nas atividades entregues pelos alunos: *Se a empresa desconta de você cerca de 4% de um salário de aproximadamente R$ 1.000,00, em reais, quanto menos você receberá?*

Os alunos respondem: *R$ 40,00.*

O professor questiona: *Então é ou não um benéfico nas condições propostas pela empresa em que Pedro trabalha?*

Os alunos respondem: *Sim*.

Com os cálculos, os alunos ficam perplexos e nos cabe refletir como esses alunos tomaram para si, inicialmente, como não sendo um benefício, qual foi o meio que utilizaram para tomar essa resposta como verdade. Só podemos pensar que, por não terem muita informação a respeito essa falta de informação talvez não lhes permitiu refletir em uma perspectiva tal como destacada pelo professor.

O professor, ainda propõe mais uma linha de raciocínio com o grupo, referindo-se ao auxílio-médico proposto na atividade. Mais uma vez, o professor utiliza um contexto buscando se aproximar da realidade do grupo.

O professor pergunta aos alunos: *Alguém tem ideia de quanto custa um convênio razoável?*

No grupo, uma resposta: *Cerca de R$ 400,00*

Recorrendo à utilização de cálculos realizados na atividade:

O professor comenta: *Imaginem que vocês ganham de salário cerca de R$ 1.000,00 e a empresa irá descontar de vocês de 7%, desse valor, quanto isso daria de desconto?*

Os alunos respondem: *R$ 70,00*.

O professor pergunta: *É ou não um benefício*?

Os alunos respondem: *Sim*.

Surpresos, os alunos comentam que não tinham noção disso. E quando o professor cita o seguro de vida com 0% de desconto, e pergunta para o grupo o que seria isso, o grupo fica em dúvida. É quando o professor diz: *Isso seria um meio de garantir recursos para a família, caso acontecesse alguma coisa com o trabalhador.*

Logo após essas novas perspectivas, o professor direciona um questionamento ao grupo: *Se vocês pudessem mudar suas opiniões, agora iria valer a pena ou não esses auxílios com os descontos propostos pela empresa de Pedro?*

O grupo tão rápido responde: *É claro que sim, só aqui nós iriamos economizar muita grana*.

Agora, pensando no contexto em que vivem, a ideia de economizar, para os alunos, está associada a deixar de pagar, por exemplo, transporte, auxílio-alimentação, auxílio-médico e seguro de vida.

Os alunos ressaltam que nunca ninguém tinha falado para eles desse jeito, referindo-se aos descontos.

O professor ressalta: *Toda vez que vocês forem tomar qualquer tipo de decisão, têm que pensar em um contexto geral, se vale a pena para você.*

Entendemos que os alunos, de início, não viam os auxílios como benefícios, levados por ideias de imediatismo e consumismo, pois um dos pontos era que, já que não teriam nenhum tipo de desconto, com o dinheiro economizado eles poderiam comprar outras coisas. Após o professor propor uma reflexão com eles, vimos que os pontos de vista mudaram, e isso faz parte do desenvolvimento do aluno.

Após a *institucionalização* do item (a), que pensamos de fato tratar do cálculo de descontos, consideramos que os alunos conseguiram chegar à resposta esperada. Cabe destacar que os meios utilizados, as tabelas e a calculadora, sobretudo, além da discussão com os colegas, permitiram que se chegasse nessa resposta.

Quanto ao item (b), as respostas dadas nos permitem perceber que os alunos, embora tenham sido assertivos ao identificar as influências dos descontos nos vencimentos de Pedro, talvez por não terem acesso à informações da importância e valores relacionados aos benefícios que geram os descontos, optaram por considerar como algo negativo.

Esta perspectiva observada é dominante nas discussões do item (c), mas como bem pudemos observar, o professor, ao final, na etapa de *institucionalização,* consegue apresentar outro ponto de vista que permitiu aos alunos refletir sobre suas opiniões iniciais.

Análise Atividade 3

Esta atividade foi aplicada na segunda seção da pesquisa, e seguiu procedimentos parecidos com os adotados nas atividades da primeira seção. Os objetos de estudo da Matemática Financeira envolvidos nessa atividade foram a noção de juro simples e a noção de juro composto.

Quanto aos procedimentos iniciais, o professor explicou que na seção seriam desenvolvidas duas Atividades que estariam relacionadas, e distribuiu a Atividade 3 para o grupo. Após distribuir as atividades, como algo recorrente nas aulas em uma situação de *ação,* um participante fez a leitura para o grupo, no caso, o Aluno **A**. Em seguida percebemos que, como nas atividades da primeira seção, o grupo começou uma discussão e o Aluno **D** pareceu já ter conhecimento das ideias de juro, e tentou relembrar e *formular* o algoritmo para o cálculo:

O Aluno **D** comenta: *Para isso temos que saber qual é o capital inicial e tempo*.

O Aluno **B** pergunta: *Qual foi o salário o último dele mesmo?*

O Aluno **D** comenta: *Mas a questão não pergunta isso, então esse valor não vai nos influenciar*.

O Aluno **B** responde: *Por enquanto sim.*

O grupo parece aceitar as ideias do Aluno **D**.

O Aluno **B** pergunta: *Quanto ele pagou inicialmente*?

O Aluno **D** responde: *Ele não pagou nada, ele pegou o empréstimo primeiro.*

Pensando no item (a), que se refere a uma situação envolvendo a noção de juro simples, o Aluno **D** propôs ao grupo que todos começassem a escrever as possíveis informações relacionadas ao esse item. Percebemos que o grupo fez anotações em relação ao capital inicial, à taxa e também ao período. Após essas observações feitas:

O Aluno **D** comenta: *Vai aumentar um valor fixo,*

O Aluno **D** complementando: *Se fosse uma tarifa de R$ 20,00 reais todos os meses, seria também R$ 20,00.*

O Aluno **B** pergunta: *E em 10 meses fica quanto*?

O Aluno **D** responde a questão com outra pergunta para o aluno **B**: *Quanto é 2% de R$ 1000, 00?*

O Aluno **B** responde: *São R$ 20,00.*

O Aluno **A,** ainda em dúvida, tentou o cálculo utilizando uma calculadora. Tentando calcular 2% de R$ 1000,00, observamos ele demonstrou certa dúvida em como representar isso na calculadora. Neste momento, observamos que o Aluno **D** já tinha internalizado que não há diferença porcentagem/taxa, uma vez que a taxa percentual é substituída pela taxa unitária, resultante da divisão por 100, a qual é transformada em um número decimal equivalente.

O Aluno **D** fala: *Você tem que usar 0,02, esse 2% tem que ser dividido por 100*.

O Aluno **A,** ao seguir a orientação do Aluno **D**, fez os cálculos e chegou a um valor igual a 20.

O Aluno **D** fala: *Já sabe que vai acrescentar R$ 20,00.*

Em continuidade, o grupo pôs em discussão a ideia de tempo, ou seja, eles já descobriram o valor correspondente às cobranças do juro então já estão relacionando-o com tempo.

O Aluno **C** comenta: *São 10 meses*.

O Aluno **B,** ao calcular mentalmente, comenta: *Ele terá de pagar R$ 200,00 no final desses 10 meses.*

O Aluno **D,** não convencido da resposta do Aluno **B,** pergunta: *Será que não é R$ 180,00 reais*.

De imediato, o Aluno **B** pergunta: *Por quê?*

O Aluno **D** responde: *Porque o último mês não vai acumular juros.*

Com as ideias *formuladas*, o grupo partiu para a produção de resposta escrita para o item (a).

Na elaboração das respostas escritas, surgiu uma dúvida em relação ao período, e o Aluno **B** retomou a discussão referindo-se ao Aluno **D** e sua fala anterior.

O Aluno **B** fala: *Você está certo, é R$ 180,00 mesmo, porque no primeiro mês não conta, porque ele vai demorar um mês para começar a pagar.*

Neste momento, o grupo começou a fazer os cálculos para verificar qual dos dois está certo. Dúvidas com relação ao tempo a ser pago o empréstimo, começaram a aparecer. O Aluno **B** e o Aluno **D** começaram a explicar para o Aluno **A** sobre a questão tempo em relação ao empréstimo, e quando esses alunos tentaram explicar, surgiram dúvidas.

O Aluno **B** fala*: Será que no primeiro e último mês ele paga? Então será R$ 160,00?*

O Aluno **D** parece concordar com a nova ideia do Aluno **B** que, novamente, discutiu essa ideia de quando Pedro começaria e terminaria de pagar:

O Aluno **B** fala: *A primeira não vai aumentar porque é R$ 1.000,00 certo? E o último mês também não vai aumentar por ele já vai terminar de pagar, então ela vai pagar 8 meses.*

Com essa ideia *formulada,* o Aluno **B** calculou mentalmente e afirmou: *Pedro vai pagar R$ 1.160,00.*

O Aluno **C** parece não entender bem, mas sinalizou gestualmente que concordava como o Aluno **B**.

No entanto, o Aluno **D,** na sequência, retomou a ideia inicial de que o valor total a ser pago por Pedro era de R$1200,00.

O Aluno **D** falou: *Na verdade de R$ 1200,00*

O Aluno **B** perguntou: *por quê?*

O Aluno **D** respondeu: *A questão está falando que foram 10 meses.*

O Aluno **C,** com dúvidas, falou: *O primeiro mês fica fora, então diminui R$ 20,00 e fica R$ 180,00.*

O Aluno **D,** certo de seu raciocínio, respondeu: *Ainda vou pender para R$200,00.*

Buscando convencer o grupo, exemplificou: *Se Pedro pegasse um empréstimo por apenas um mês, ele teria de pagar juro, então não faz sentido nesse caso ele não pagar o primeiro mês.*

O grupo agora pareceu estar convencido de que o primeiro mês tinha que ser tarifado, mais uma vez o Aluno **D** reafirmou: *O juro será de R$ 200,00.* Nesse momento todos ficaram em silêncio e retomaram a atividade para responder ao item (a). Mostramos na figura a seguir algumas respostas.

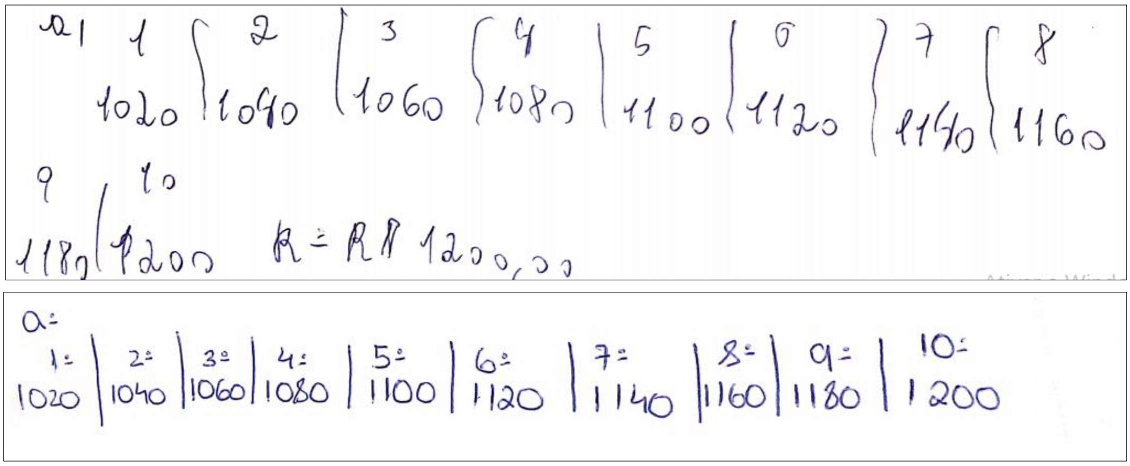


Figura 30: Resposta do Aluno **A** e do Aluno **D**, respectivamente, ao item (a) da Atividade 3
Fonte: Dados da pesquisa

Ao observarmos as respostas do item (a), vemos que os alunos chegaram a uma solução esperada. Embora o grupo tenha exposto algumas dificuldades, com a discussão desenvolvida, o ponto de vista colocado pelo Aluno **D** auxiliou o grupo na construção de suas respostas.

Os alunos então retomaram a leitura para resolver o item (b) que trata de uma situação que envolve a noção de juro composto**:**

O Aluno **A** questionou: *É a mesma coisa?* Referindo-se ao procedimento adotado no item (a). Notamos que esse aluno não percebeu a diferença apresentada na questão em relação às duas linhas de crédito disponíveis para Pedro.

O Aluno **D** respondeu: *Não é a mesma coisa.* E tenta explicar: *Se ele tem R$ 1.000,00 e o juro de 2 % então no mês seguinte é R$ 1.020,00 e no próximo mês, mais 2% de R$1.020,00.*

O Aluno **D** parece ter observado a diferença entre as linhas de crédito, e o cálculo também parecer estar bem organizado nas suas *formulações.*

O Aluno **B,** ao começar fazer os cálculos, mencionou: *No primeiro mês, ele vai ficar com R$ 1.000, 00 ainda, ou seja, não houve acréscimo ainda*.

O Aluno **D** falou: *Ele já tá com R$ 1.020,00.*

O Aluno **B** relutou: *No primeiro mês é R$ 1.000,00 ainda, ou seja, ele só vai pagar esse juro a partir do mês seguinte.* O aluno aqui entendeu que primeiro Pedro pega o dinheiro, e depois no mês seguinte é que ele começa a pagar, não havendo nesse primeiro mês cobrança de juro.

O Aluno **B** reforçou: *Não faz sentido pegar um empréstimo hoje e pagar os juros já nesse mês.*

O Aluno **D** ressaltou: *Se a gente continuar pensando assim teremos de corrigir o outro também*. (referindo-se ao item (a))

O Aluno **D,** tentando esclarecer sua linha de raciocínio *formulada*, buscou convencer o Aluno **B**: *Não tem sentido ele ficar com juros no primeiro mês, ele não teve mês anterior para ele pagar*. Deixando claro que o juro só será cobrado após a decorrência de um mês.

O grupo ficou convencido, até o Aluno **D**, de que a ideia *formulada* pelo Aluno **B** era o caminho para resolver o item (b) e partem para os cálculos. Cabe ressaltar que a ideia inicial de como calcular o juro de cada mês proposta pelo Aluno **D**, foi o procedimento usado para resolver o item.

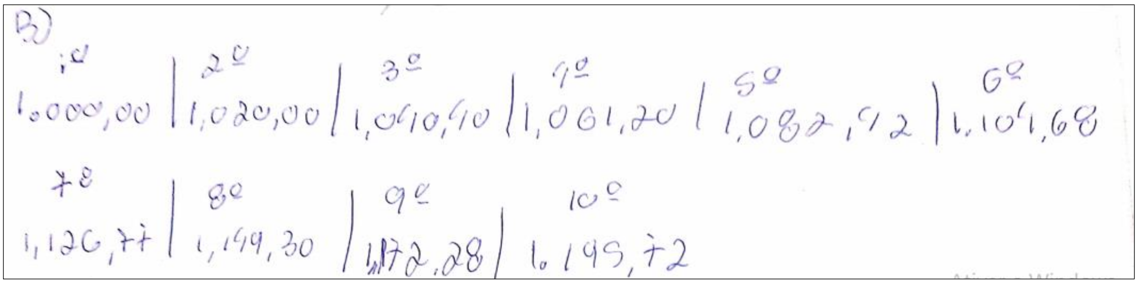


Figura 31: Resposta do Aluno **B** ao item (b) da Atividade 3
Fonte: Dados da pesquisa

Como mostra a figura, os procedimentos de cálculo adotados pelo grupo, como pensamos *a priori*, foram de cunho aritmético. Consideramos que sob a perspectiva do cálculo realizado, embora não tendo recorrido ao uso de algoritmos, satisfazem a noção de juro composto. Entretanto, observamos que, como os alunos, não compreenderam a ideia de período, haverá diferença no resultado final, ou seja, o cálculo foi feito de forma errônea, uma vez que no primeiro mês não foi cobrada a taxa de acordo com linha de crédito a que está submetido, uma vez que a ideia de período apresentada é crucial para as respostas dos itens (c) e (d).

Em relação ao item (c), que tem com foco levar os alunos a analisar qual linha de crédito seria mais vantajosa para Pedro, o grupo parte para análise de acordo com os cálculos efetuados no item (a) e no (b).

O Aluno **B,** referindo-se ao grupo, pergunta: *Em sua opinião, qual seria a mais vantajosa?*

O Aluno **D** fala: *Qual vai pagar menos?* E ele mesmo responde: *Linha 2*.

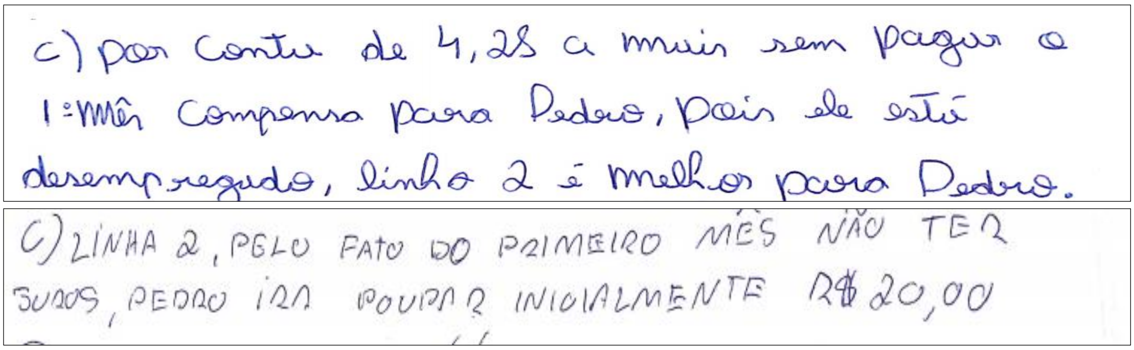
Percebemos que essa resposta se dá em razão de o Aluno D observar que os valores resultantes no item (a) e no (b) diferem, ele então escolhe aquele com menor valor.

O Aluno **B,** observando os cálculos realizados por ele, destaca: *A diferença é de só R$ 5,00.* Depois, mais precisamente: *A diferença de R$ 4,28*.

Nesse momento, o professor intervém referindo-se ao grupo dizendo: *Pensem no contexto social, qual é mais vantajosa par vocês*?

O Aluno **B** destaca*: Com a diferença ele poderia ajudar a pagar uma conta em casa, já que ele está desempregado*.

O grupo optou por ser a linha de crédito 2, levando em conta o fato de que Pedro está desempregado, pois conforme o Aluno **B**: *Na segunda linha não tem juros no primeiro mês, sendo assim, de início economiza R$ 20,00.*


c) por conta de 4,28 a mais sem pagar o 1º mês compensa para Pedro, pois ele está desempregado, linha 2 é melhor para Pedro.

C) LINHA 2, PELO FATO DO PRIMEIRO MÊS NÃO TER JUROS, PEDRO IRA POUPAR INICIALMENTE R$ 20,00

Figura 32: Respostas do Aluno **B** e do Aluno **C**, respectivamente, ao item (c) da Atividade 3
Fonte: Dados da pesquisa

Como já imaginávamos, as respostas apresentadas realmente iam levar em consideração o menor valor a ser pago por Pedro, um raciocínio correto formulado por eles. Mas, quando o aluno ressalta o fato de uma linha cobrar juro no primeiro mês e a outra não como fator preponderante para a escolha, cabe-nos notar que esse raciocínio não está correto, pois como já destacamos no item (b), esse procedimento realizado foi errôneo e veio a influenciar nas respostas dos itens seguintes.

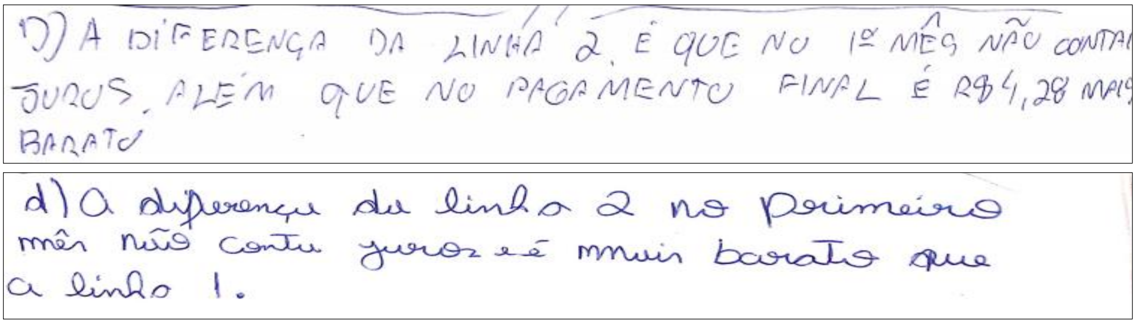
No item (d), tínhamos como objetivo que, por meio dos cálculos realizados, os alunos identificassem propriedades que em uma *institucionalização* contribuiriam para construir a noção de juro simples e a noção juro composto.

Percebemos que esse processo se deu na forma de um comparativo entre as duas linhas de créditos propostas na situação. Dentre as condições pré-estabelecidas, não apontaram diferenças em relação aos cálculos, como esperávamos. Por outro lado, os alunos optaram pela ideia de uma linha de crédito ser ou não mais vantajosa.

Resultante do erro cometido no item (b), os alunos apontaram que a diferença entre as linhas de crédito está no fato de que, diferentemente da primeira linha de crédito que cobrou juro em todos os dez meses, a segunda linha de crédito não cobrou juro no primeiro mês, então para eles a diferença está no final dos cálculos, uma linha ser mais econômica que a outra.

O Aluno **B** afirma: *Na linha 2 seria economizado cerca* de R$ 4,28. E ainda ressalta: *Para quem está desempregado qualquer economia está valendo apena.*

Mostramos a seguir respostas dos alunos:



D) A DIFERENÇA DA LINHA 2. É QUE NO 1º MÊS NÃO CONTA JUROS. ALÉM QUE NO PAGAMENTO FINAL É R$ 4,28 MAIS BARATO

d) A diferença da linha 2 no primeiro mês não conta juros e é muito barato que a linha 1.

Figura 33: Resposta do Aluno **B** e do aluno **C**, respectivamente, ao item (d) da Atividade 3
Fonte: Dados da pesquisa

Como vemos na figura, os alunos não observaram as diferenças entre os procedimentos de cálculo, não mencionaram nada que levasse a essa perspectiva, mas recorreram a ideias do contexto crítico para apontar diferenças que também consideramos importante, mas não nos permitiria *institucionalizar* as noções de juro simples e de juro composto.

Cabe destacar que também o erro cometido em relação às respostas do item (b) custou muito caro aos nossos objetivos na Atividade 3, pois embora tenham utilizado corretamente as suas formulações aritméticas, que consideramos um mérito, as dúvidas em relação ao período para o cálculo do juro os afastou da resposta esperada para o item (c).

Ao final desta atividade, o professor propôs a Atividade 4. Destacamos que antes disso ele não fez a fase de *institucionalização* da Atividade 3, mas ao final da Atividade 4 retoma a discussão, e busca apresentar aos alunos as noções de juro simples e juro composto. Adiante apresentamos as análises da Atividade 4.

Análise Atividade 4

A quarta e última atividade da sequência que propusemos, assim como a Atividade 3, tem como objeto de estudo as noções de juro simples e juro composto. Essa última atividade foi entregue ao término da Atividade 3, e como em todas as outras atividades, e que consideramos como uma primeira situação de *ação*, alguém do grupo realizou uma leitura inicial para os demais colegas do grupo, no caso o Aluno **A**. Ao término da leitura:

O Aluno **D** sugere: *Agora vamos fazer uma leitura individual.*

O aluno parece querer silêncio para se concentrar.

Realizado esse momento de leitura, percebemos que o Aluno **D** *formulou* uma estratégia e iniciou uma fase de separação das informações que a situação propõe.

Primeiro, o aluno separou o valor da rescisão, que a atividade estipula em R$ 2.000,00. Enquanto isso, observamos que os demais alunos seguiram tentando elaborar estratégias. Temos que ressaltar aqui que o Aluno **A** teve dúvidas quanto ao vocabulário apresentado na questão, pois o aluno comentou com os colegas que não sabia o que era rescisão.

O professor, dirigindo-se ao aluno, explica: *É como se fosse uma quebra de contrato*. E referindo-se às legislações trabalhistas, o professor comenta: *Quem rescinde o contrato, pode ser o funcionário ou a empresa, ao rescindir, algumas multas podem ser aplicadas, além de ter que haver o pagamento proporcional do salário, férias, 13º salário por exemplo. E no caso do Pedro, o valor de R$ 2.000,00 é resultado dessas cobranças.*

Após a explicação, os alunos retomaram a leitura a e discussão. Notamos que o grupo recorreu mais uma vez a um contexto a que eles têm acesso para poder exemplificar a aplicação.

O Aluno **A** cita: *A compra do jogo Cristiano Ronaldo, que saiu do Real Madrid para a Juventus, é como sendo uma rescisão de contratual.*

Após essa discussão, o Aluno **D** sugere: *Vamos voltar à atenção para as questões.*

O grupo então retornou ao desenvolvimento da atividade e começou novamente a tentativa de uma elaboração individual de estratégias. Quanto às questões, estavam todos refletindo e tentando *formular* uma estratégia. Da leitura da questão, o Aluno **D** diz*: Dá para perceber uma coisa agora, é que ele está emprestando.*

Consideramos relevante que o Aluno **D** refletiu sobre as questões apresentadas em nossa sequência.

Aluno **D** fala ao grupo: *Agora esse cara está emprestando, não entendi o que ele está fazendo.* Complementando, ele ainda ressalta: *Primeiro ele pegou um empréstimo para paga, arcar com suas despesas porque ele não tinha dinheiro. Como assim?*

O professor, observando as dúvidas comenta: *São duas situações diferentes, na Atividade 3 ele estava endividado, por esse motivo necessitou de um empréstimo. Já na Atividade 4 ele continuava a trabalhar na empresa, foi quando Pedro teve sua rescisão contratual, e por esse motivo que ele recebeu o valor de R$ 2.000,00.*

O Aluno pergunta: *Então é outra situação?*

O professor responde: *Sim.*

Neste momento, vemos que o grupo inicia, assim como o **D**, a separação das informações. Os alunos começam separar pelo valor da taxa. Aqui eles estão iniciando uma discussão para resolver o item (a), que trata de uma situação proposta envolvendo um modelo de investimento, para discutir a noção de juro simples.

A discussão inicial é sobre como começar a calcular:

O Aluno **B** pergunta: *Então temos de calcular R$ 2.000,00 vezes 0,005?*

Quando o Aluno **B** fala: *Sim, esse é o valor da taxa*, os outros alunos recorrem calculadora para confirmar, e o grupo demonstra saber usar a tecnologia e dominar os procedimentos para chegar ao mesmo valor.

Entendendo a regra imposta pela modelo de investimento 1 no item (a), o grupo, com a estratégia *formulada*, passou a calcular os possíveis valores de rendimento *ação*. Nesse momento, observamos que o grupo de forma geral adotou uma estratégia que pensamos *a priori*, recorreram a cálculos aritméticos, tendo como ferramenta de apoio a utilização de calculadora.

Resolvendo o item (a), o Aluno **A** começou a resolver com auxílio do Aluno **B,** e chegou a uma resposta. Para ele, o valor R$ 10,00 era o rendimento em função da taxa aplicada ao investimento.

O grupo começou a questionar que na Atividade 4 estava faltando o período, sendo assim não daria para calcular. Então, o Aluno **B** retomou a leitura e notou que o período está no corpo da situação-problema: *É um ano.* Pensamos que o período, por não estar representado de forma matemática, mais sim na forma por extenso, tenha sido razão para essa informação, em um primeiro momento, ter passado despercebida aos alunos.

Ao acessar a fala do Aluno **B**, o Aluno **D** chamou atenção do grupo dizendo: *vamos fazer um teste aqui.*

O grupo parou e observou o que o Aluno **D** tinha para falar, e de imediato o Aluno **D**, tendo realizado os cálculos na calculadora, respondeu: *O valor a ser resgatado no final do investimento é de R$ 2120,00.*

O Aluno **B** pergunta: *Por quê?*

O Aluno **D** passou a calculadora para o Aluno **B,** que olhou os valores na tela, mas não respondeu sobre os procedimentos usados no cálculo.

O Aluno **D** ainda ressalta: *Vocês reparam o que agente faz aqui foi feito na 3,vocês reparam que foi constante o crescimento do outro?*

O Aluno **D** recorreu à atividade anterior para provar ao grupo que seu raciocínio fazia sentido. O professor, após o grupo ter terminado a Atividade 3, não a recolheu, deixou com o grupo. E foi a essa atividade que o Aluno **D** se referiu para *formular* seu raciocínio, e buscar *validar* com o grupo.

Mais uma vez o Aluno **D** pergunta: *Vocês reparam o que a gente fez aqui a mesma coisa que na 3, vocês reparam que foi constante o crescimento do outro?*

O Aluno **D** conjecturou que o valor de crescimento constante na Atividade 3 tem a mesma relação com um crescimento constante na Atividade 4.

O Aluno **D** fala: *Na Atividade 3 o crescimento foi de, 20, 40, 60 e 80. E na Atividade 4 aumenta de 10.* Ver respostas da atividade impressa:

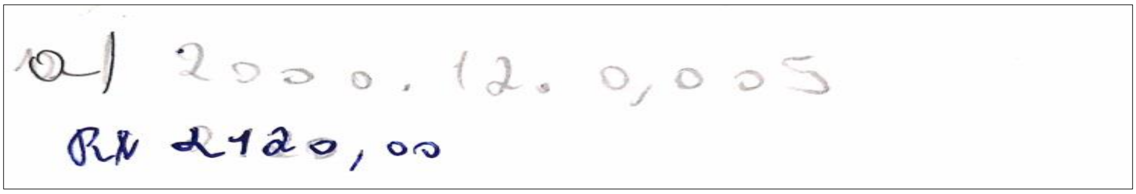


Figura 34: Resposta do Aluno **D** ao item (a) da Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Embora não se tenha falado em algoritmo e nem o professor tenha comentado sobre a existência de algum, vemos na imagem anterior que o Aluno **B,** assim como os demais, utilizou um procedimento idealizado pelo Aluno **D** que, de forma direta, na situação, calculou o valor que seria resgatado por Pedro.

O Aluno **D** chama a atenção, dizendo: *Para mim, esse aqui já dá.* E ainda pergunta para o grupo: *Vocês querem tentam ver de outro jeito?*

O grupo não questionou e concordou com o raciocínio do Aluno **D**.

O Aluno **D** mais uma vez aponta: *Então ele vai resgatar R$ 2120,00*.

O Aluno **B** comenta: *Então não vale apena.*

O aluno aqui está pensando em relação ao total de juro acumulado durante esse período da aplicação.

O Aluno **D** questiona o Aluno **B**: *Cara é só você pensar o seguinte, depende da quantidade de capital que ele tem, quando você empresta um valor de R$ 2.000,00 você não consegue colocar uma taxa muito alta.*

Aqui o aluno parece ter informações com relação a operações financeiras que lhe permitem pensar em possíveis investimentos de acordo com as taxas, e com os valores a serem investidos.

Retomando a questão da atividade, todos os alunos verificaram que Pedro, ao optar pelo modelo de investimento 1, obteria um rendimento de R$ 120,00, e que o valor total resgatado seria de R$ 2.120,00.

O Aluno **D** de imediato deu início à leitura do item (b). Na leitura, o aluno enfatizou a porcentagem que difere da porcentagem que aparece no item (a), e de modo geral o grupo não teve dificuldade em perceber isso.

Em continuidade à leitura, o grupo observou que há uma diferença entre o item (a) e item (b) da atividade. Embora comentassem entre eles as diferenças, não tivemos na discussão nenhum comentário que apontasse para noções de juro simples e juro composto. Percebemos, na verdade, que o Aluno **D** recorreu ao item (b) da Atividade 3 e comentou, referindo-se ao item (b) da Atividade 4: *Essa é igual a* (b) *da 3º atividade*.

O grupo, com a Atividade 3 em mãos, começou a conjecturar possíveis respostas:

O Aluno **B** ressalta: *O item* (a) *é sobre o valor fixo, já item (b) é sobre o mês.*

Embora não fique claro, o aluno aqui já tem uma ideia das diferenças entre as duas situações. Fica evidente que o aluno aqui ainda não consegue diferenciar o procedimento de cálculos para ambas situações, mas vale ressaltar que o fato de diferenciar as duas situações já influencia muito para dar continuidade à resolução da situação problema.

O Aluno **B** sugere ao grupo: *Vamos fazer uma tabela*. (o aluno está seguindo os passos realizados no item (b) da Atividade 3).

O Aluno **D** comenta: *O item(b) é juros composto, mas eu não lembro a fórmula do juro composto.* E sugere: *Façam os cálculos pela tabela mesmo*. Enquanto isso, vemos que esse aluno tenta relembrar situações anteriores para poder conjecturar a fórmula do juro composto.

O Aluno **A,** ainda em dúvida em relação ao período, pergunta ao Aluno **D**: *Nesse item (b) vai calcular o juro no primeiro mês?*

O Aluno **D** fala: *Tem que fazer o que combinamos nos exercícios anteriores* (no caso, o item (b) da Atividade 3).

O Aluno **D** complementa: *Será não colocamos aqui é a mesma coisa?*

O Aluno **B** comenta: *É uma situação diferente*.

O Aluno **D** discorda: *É a mesma coisa, só com valores diferentes.*

Percebemos que a opinião do Aluno **D** pareceu convencer o grupo de que a situação era mesma e que apenas os valores mudaram.

O Aluno **D,** ainda buscando recordar o algoritmo para o cálculo de juro composto comenta, com o grupo: *Não me lembro da fórmula, pode fazer o "feijão com arroz mesmo"* (referindo-se ao método aritmético).

Vemos que o Aluno **B** começou os cálculos de forma aritmética, com auxílio de calculadora e preenchendo uma tabela. Ver imagem a seguir:

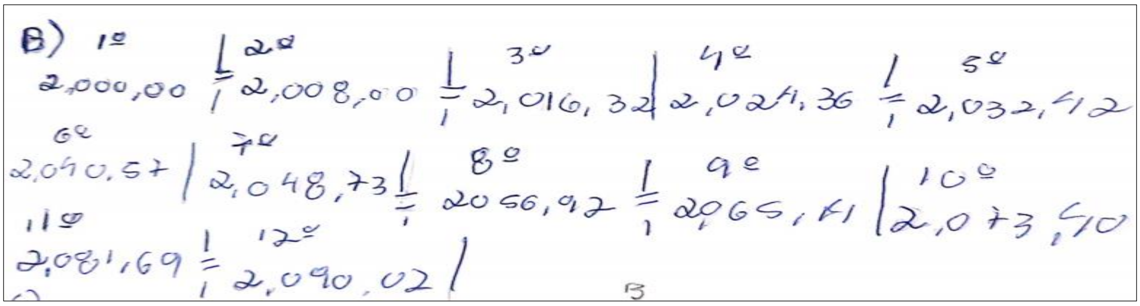


Figura 35: Resposta do aluno **B**, item (b), Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Como vemos na imagem, assim como no item (b) da Atividade 3, aqui também os alunos fazem uma tabela, e o mesmo erro é observado, pois os alunos não conferem a cobrança de juro referente ao primeiro mês. A seguir, a resolução do Aluno **A**:

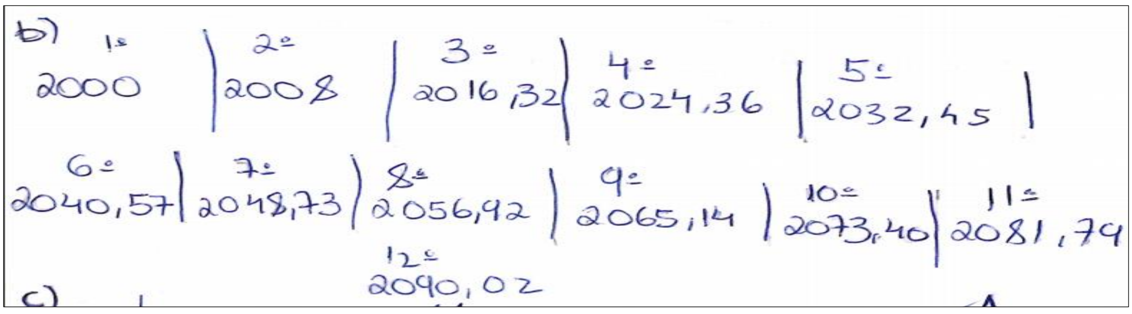


Figura 36: Resposta do aluno **A**, item (b), Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

No preenchimento da tabela, o Aluno **D** fica em dúvida em relação aos valores apresentados: *Esses valores são baixos*. Então retoma os cálculos, e se convence que os cálculos estão corretos, ocorrendo à *validação*.

No processo de cálculo, o Aluno **B** faz uma ressalva: *Não é mais 0,004 de R$2.000,00, mas sim do valor anterior*.

Aqui, o Aluno **D** pareceu convencido do cálculo e agora concordou com o grupo.

Já no final dos cálculos:

O Aluno **B** chama atenção do grupo dizendo: *Vocês perceberam que só está aumentando R$ 8,00.*

O Aluno **D** concorda, com uma observação: *Oito e um pouco* (ele observa os centavos, que também influenciam no resultado),

Após a observação do erro, o grupo continuou, iniciando o item (c), que solicita a construção da representação gráfica das situações dos itens (a) e (b). É quando:

O Aluno **D** comenta: *Uma é exponencial e outra é uma constante.*

O Aluno **B** pergunta*: Uma varia e a outra é uma reta?*

O Aluno **D** faz gesto de que concorda com o Aluno **B**.

Consideramos importante destacar que os alunos percebem que há diferenças entre o modelo de investimento 1 e o modelo de investimento 2 e demonstram ter algum domínio de representação gráfica de funções, como pensamos em nossas análises *a priori.*

O Aluno **A** pergunta para o grupo: *E aí, como começamos?*

O Aluno **B** menciona: *Tem que fazer um gráfico para a taxa de 0,5%, e outro para taxa de 0,4 %*.

O Aluno **D,** demonstrando ter compreendido a solicitação do item, faz uma ressalva: *É só um gráfico aí.*

É importante observar que o professor disponibilizou para os alunos o material para construção do gráfico, como réguas e alguns lápis.

Na construção gráfica, considerando o sistema *Oxy*, no qual *O* é a origem, *x* é o eixo das abcissas e *y* o eixo das ordenadas, o grupo optou por colocar no eixo das abcissas, o período e no eixo das ordenadas os valores resultantes da aplicação das taxas de juro simples e de juro composto.

Como na elaboração da atividade, não delimitamos que tipo de gráfico deveria ser construído:

O Aluno **D** menciona: *Podemos fazer um gráfico de barras*.

O Aluno **B** diz: *Vou optar em fazer de forma exponencial* (aqui o aluno está se referindo em construir um gráfico de linhas cuja representação é uma curva exponencial, pois é o que observamos em sua construção).

Para a construção dos gráficos:

O Aluno **D** pergunta ao grupo: *Qual é o valor mais alto que temos?*

Percebemos que o Aluno **D** tem uma noção para a construção do gráfico. Essa pergunta feita por ele é para estabelecer o valor mais alto a colocar no eixo das ordenadas.

Respondendo à pergunta do Aluno **D**:

O Aluno **B** diz: *O valor é R$ 2092,2.*

Aqui, o aluno observou apenas o maior valor em relação à situação do item (b), não se atentando ao fato de que o maior valor tem que ser em relação às duas taxas, pois solicita-se que os dois gráficos fiquem em um mesmo plano cartesiano.

Após dar início à construção do plano cartesiano, de imediato o grupo descobriu ser necessário um valor maior de R$ 2.092,2, pois foi feito o primeiro esboço do plano cartesiano:

O Aluno **B** comenta: *Terminei*.

O Aluno **D** diz: *São dois, tá!*

O Aluno **C** reclama: *Fala sério.*

O Aluno **D** ressalta: *São dois no mesmo plano cartesiano, agora você vai ter fazer o outro.*

Neste momento, o grupo observou a necessidade de inserir o valor de R$ 2.120,00 referente ao maior valor na situação do item (a).

O Aluno **B** pergunta também ao grupo: *Qual é o menor valor para que eu possa colocar no gráfico?*

O Aluno **D** responde: *R$ 2.000,00.*

O Aluno **D** comenta: *Acho que vai ficar meio confuso aqui.*

O professor se aproximou para olhar a construção dos gráficos dos alunos. Nota-se que o grupo teve certa dificuldade em localizar os pontos no plano cartesiano. O professor interveio, indicando: *Relacionem as coordenadas de um eixo com as coordenadas do outro.* Pensamos que assim o gráfico iria ser construído de forma natural, uma vez que, o grupo optou em fazer os cálculos por meio aritmético, bastava inserir os valores no eixo escolhido e considerá-los como coordenadas.

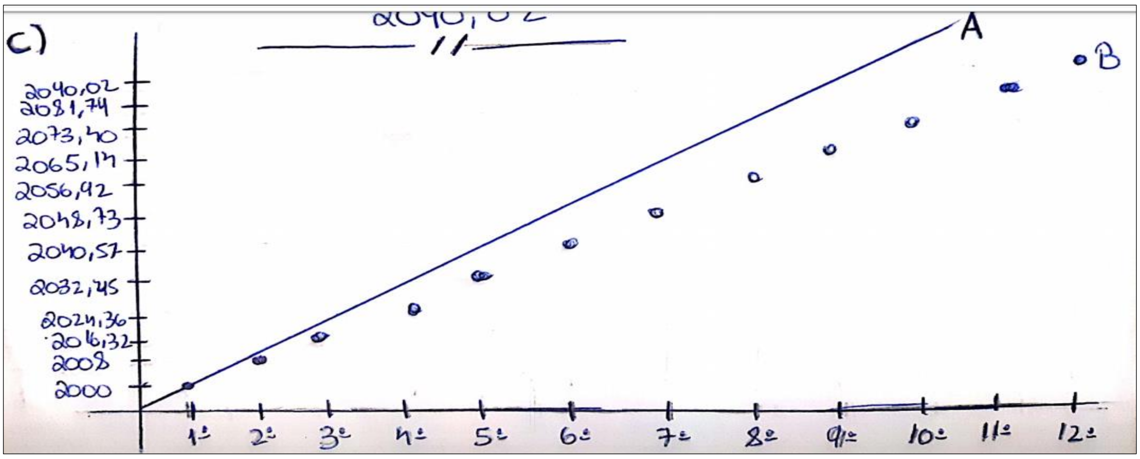


Figura 37: Resposta do aluno **A**, item (c), Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Notamos que na construção da representação gráfica os alunos nomearam de acordo com os itens a que se referia cada linha, sendo as linhas *a* e *b.* A ideia inicial do Aluno **D** de construir um gráfico de barras não se concretizou, assim como os outros alunos, ele também construiu a representação em linhas.

Vemos que alguns componentes do grupo estabeleceram uma escala diferente para a construção do gráfico, no que se refere ao eixo das ordenadas, no qual são expostos os valores resultantes da aplicação do juro simples e juro composto no capital de Pedro. Notamos que o grupo tem problemas em representar a origem, como vemos a seguir:

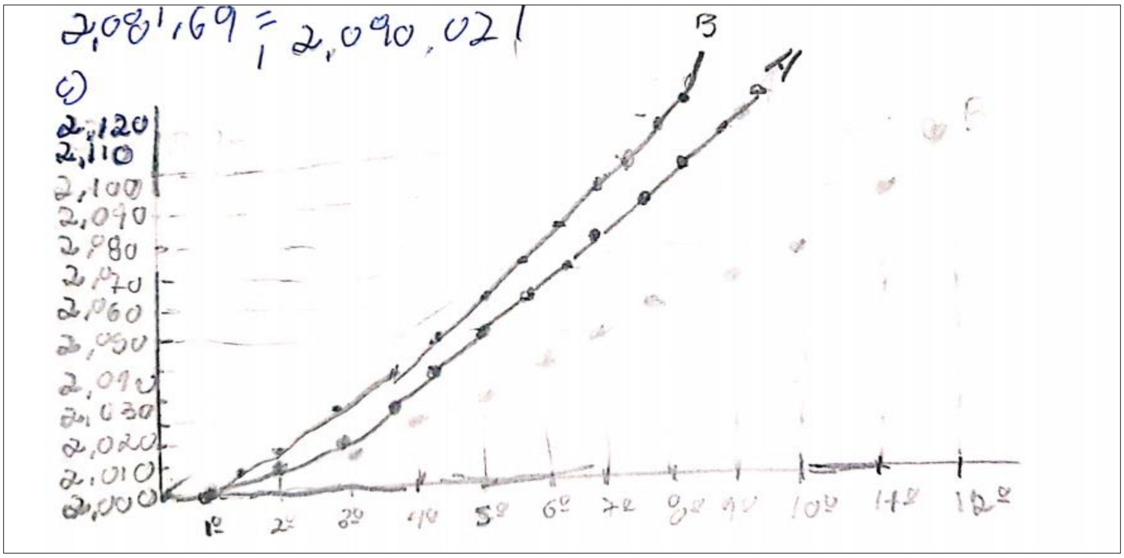


Figura 38: Resposta do aluno **B**, item (c), Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Notamos que, mesmo com erros conceituais, todos tentaram construir a representação gráfica, e como a Atividade 4 sugeria, após essa construção, o grupo partiu para o item (d), que solicitava exatamente que comentassem sobre os modelos de investimento em função das representações gráficas.

O Aluno **B** comenta: *Vamos analisar os gráficos.*

O aluno **D** explorando o comentário do Aluno **B**, fala: *Um é constante e o outro é quase constante*. E ressalta ao grupo: *Um varia e o outro pouco variou.*

Nesse instante o grupo pareceu amadurecer a ideia de que há uma possível diferença entre as linhas de investimentos propostas pelo banco.

O aluno **B,** para complementar: *O gráfico B começa reto e tem uma variação após alguns períodos e o gráfico A já começa e fica sempre reto.*

Notamos que o grupo não discutiu muito esse item, e pareceu aceitar a ideia do Aluno **B**, que ainda iniciou a *formulação* da resposta da questão, dizendo: *Que é o item (a) que não varia (b) que varia.*

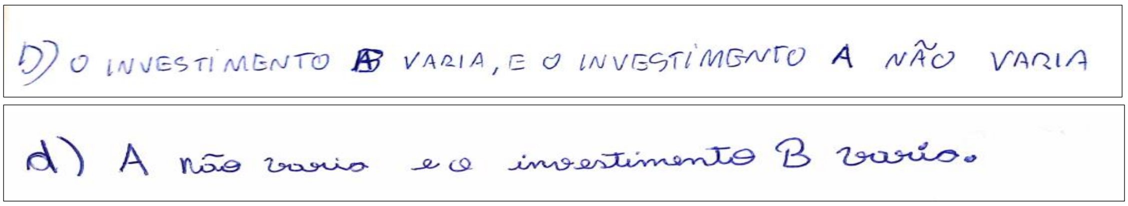


Figura 39: Resposta do Aluno **B** e do aluno **C**, respectivamente, ao item (d) da Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Como há erros nos cálculos do item (b), pois o grupo desconsiderou a cobrança de juro no primeiro mês de investimento, nem nos gráficos e nem nos comentários dos alunos se nota se um modelo de investimento é melhor ou pior que o outro. E quanto à ideia de variação, entendemos que nos dois casos há variação, pois os valores na aplicação dos dois modelos são crescentes.

Esta variação comentada, sobretudo pelo Aluno **B**, imaginamos que se refira aos valores resultantes das aplicações das taxas, pois no modelo de investimento 1 as variações são sempre iguais (R$ 10,00), e no modelo de investimento 2, esses valores variam, decorrente do cálculo do juro ser feito todos os meses, considerando o valor obtido da soma do capital inicial com o valor resultante da aplicação da taxa de juro.

Sendo assim, diferentemente do que esperávamos os alunos não conseguiram apresentar muitas considerações em relação à representação gráfica, e na situação da atividade, os comentários apresentados pouco ajudariam Pedro a decidir entre um modelo de investimento ou outro.

Após a resolução do item (d), os alunos partiram para o último item da atividade. Este item, o (e), tem como proposta que os alunos, na situação do contexto da atividade, estendam a aplicação de Pedro por mais um ano. Para isso, imaginamos *a priori* que os alunos calculassem ou recorressem aos itens anteriores, para formular alguma resposta.

Logo de início, após ler o item:

O Aluno **B** pergunta para o grupo: *O que vocês acham*?

O aluno **D** responde: *Por mais um ano será o (a).*

O aluno **B** contrapõe a resposta do aluno **D**: *Para mim é o investimento de 0,4%,*

O aluno **D** responde: *Eu ainda acho que, por mais um ano (a) compensaria, agora se fosse mais tempo o (b) compensaria*.

O aluno **B**: *Por um ano o (a) compensaria mais e (b) compensaria se fosse mais que um ano*?

O aluno **D** sugere: *Vamos fazer a conta aqui* (se referindo à calculadora).

O aluno **B** responde: *Vamos fazer os cálculos.*

Dando sequência ao pensamento, o Aluno **B** começa a fazer seus cálculos com o auxílio do aluno **A,** dizendo: *É o seguinte, é só multiplicar por 24* (o aluno aqui já contabiliza o período total que inclui um ano já proposto na situação inicial e mais um ano proposto nesse último item).

O aluno **A** pergunta: *por quanto?*

É quando o aluno **D** discorda do aluno **B** dizendo: *não! Por 24 não!*

O Aluno **B** responde: *Por que não? É mais um ano meu amigo.*

O aluno **B**: questiona o grupo: *Qual será que iria apresentar o melhor rendimento para Pedro?*

Como os colegas estão em dúvida, o Aluno **B** sugere: *Vamos então fazer as contas, uma "tabelona".*

Depois reflete melhor e pede para o Aluno **A**: *Você que está com a calculadora? Pode começar fazer os cálculos?*

Imediatamente o Aluno **A**, iniciou os cálculos. Ressaltamos que, mesmo sendo orientado a colocar todos os cálculos nas folhas de rascunho, o grupo, ao optar pela calculadora, não nos deixa evidente todos os procedimentos.

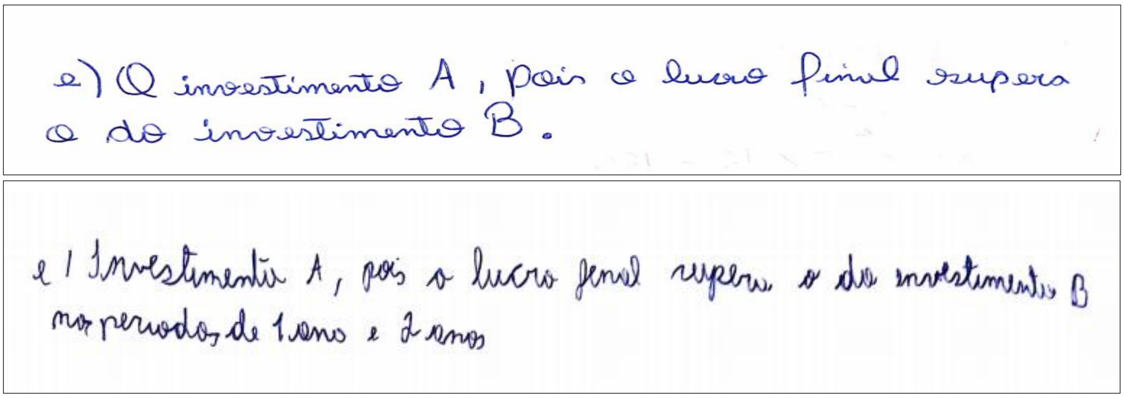
No decorrer dos cálculos, o aluno **A** questiona: *Tenho que fazer um a um não é mais fácil multiplicar por 24?*

O aluno **D** fala: *No item (a) você pode, mas no item (b) não.*

Percebemos nesta fala que o Aluno **D** notou a diferença para o cálculo entre as duas linhas de investimento, mas ainda não comentou nada em relação um ser juro simples e a outra é juro composto. Então, o aluno **D** solicitou a calculadora para poder concluir os cálculos.

O aluno **D**, chegando ao 21º mês dos cálculos, já observa de certa forma que a linha de investimento 2 não irá ultrapassar a linha de investimento 1. Neste instante, olha para o grupo e diz: *Se no 21º mês não ultrapassou e ainda falta muito, então será o investimento 1 o mais lucrativo.*

Vale ressaltar que a decisão do grupo foi tomada por meio de cálculo feito pelo Aluno **D** que, embora não tenha exposto nas folhas disponibilizadas, foi decisivo para o grupo concordar e decidir que o melhor modelo de investimento na situação apresentada, para Pedro, seria o modelo de investimento 1.


e) O investimento A, pois o lucro final supera o do investimento B.

e) Investimento A, pois o lucro final supera o do investimento B no periodo, de 1 ano e 2 anos

Figura 40: Resposta do Aluno **C** e do aluno **D**, respectivamente, ao item (e) da Atividade 4
Fonte: Dados da pesquisa

Como podemos ver na imagem anterior, após o cálculo realizado pelo Aluno **D**, os demais alunos optaram pelo modelo de investimento 1, que tem em princípio a aplicação da noção de juro simples. Na situação apresentada, realmente as respostas satisfazem, pois ao término de dois anos, assim como nos itens (a) e (b), podemos ver que o modelo de investimento 1 apresentou-se mais vantajoso, mesmo que os alunos tenham feito o cálculo no item (b) de forma errônea, nesse caso, não calculando os rendimentos no primeiro mês, mesmo prolongando o período dos dois modelos de investimento, a melhor opção seria o modelo de investimento 1.

Em outras situações, ou mesmo nesta, se a aplicação se estendesse por um longo período, o modelo de investimento 2 apresentaria melhor rendimento.

Dado o desenvolvimento da Atividade 3 e da Atividade 4, o professor buscou apresentar aos alunos algumas considerações, com o objetivo de *institucionalizar* as noções de juro simples e juro composto.

Recorrendo à lousa, o professor retomou as atividades, no caso, tanto na Atividade 3 quanto na Atividade 4, o item (a), e buscou discutir a noção de juro simples. O professor de início, já apontou aos alunos, explicando que:

> *Nas duas atividades existe o pagamento ou recebimento de uma remuneração, seguindo determinadas regras, por Pedro, que ora pega empréstimo, investe um capital em um determinando período de tempo.*

Como o professor mencionou a utilização de regras, para calcular esse aumento, com base na estrutura exposta pelos alunos no item (a), inclusive a estratégia pensada para responder ao item, o professor explicou que cada item tinha o intuito de os próprios alunos fazerem conjecturas, como o que foi proposto de início.

Como o professor observou, para resolver o item (a) nas duas atividades, os alunos seguem exatamente a mesma estrutura, e ele a utiliza, recapitulando que o item trata da noção de juro simples, e a estratégia adotada pelo grupo foi:

Capital . período . taxa

que notamos ser suficiente para encontrar o valor resultante correspondente à aplicação de uma taxa de juro simples de fato.

E como vemos na sequência, os alunos adicionaram esse resultado ao valor inicial, no caso, embora não tenham usado essa nomenclatura, mas se que refere ao capital valor inicial. Esse procedimento pode ser entendido como o cálculo de um montante

Montante = juro + Capital

e ao notar isso o professor institucionaliza:

> *Os cálculos realizados estão corretos, e embora vocês não tenham falado de juro simples, esse processo realizado é satisfatório. Assim, o juro simples é resultado pela multiplicação de um capital por um determinado período e multiplicado por uma determinada taxa. E esse resultado, adicionado ao capital inicial resulta em um valor a ser pago ou a receber, dependendo da situação.*

Para tratar de juro composto que também está presente nas duas atividades finais da nossa proposta, buscando institucionalizar essa noção, o professor observa que os alunos conseguem, por estruturas aritméticas, chegar a algum resultado.

A estratégia adotada até certo ponto está correta, - e logo mais à frente diremos o ponto no qual há erro-, e consistiu em seguir as orientações das atividades que basicamente indicavam a necessidade de considerar as aplicações das taxas mês a mês, ou no mesmo sentido, recorrendo ao valor obtido da aplicação de uma taxa de juro sobre um determinado valor no mês anterior.

A estratégia começa em conscientizar os alunos que porcentagem/taxa, são as mesmas coisas, e podem ser expressas na forma porcentual, unitária ou fração, ou seja, por exemplo, 20% = 0,2 = 20/100, e posteriormente essa taxa percentual é multiplicada por um capital inicial dado na situação, e o resultado dessa multiplicação é adicionado a esse capital inicial. Como as atividades apontavam para a incidência da cobrança dessa taxa mês a mês, ou seja, cobrada sobre o resultado da aplicação da taxa de juro sobre o valor no mês anterior, esse movimento se repetiu até que se chegasse ao final do período estipulado pela atividade.

O erro foi que, neste cálculo, tanto na Atividade 3 quanto na Atividade 4, o grupo não considerou, no contexto da cobrança de taxas, o primeiro mês da operação (empréstimo ou investimento), equívoco que, no entanto, o professor buscou discutir e esclarecer.

Em um primeiro momento, o professor faz uma releitura dos problemas das atividades.

Após a leitura, o professor pergunta aos alunos: *Na Atividade 3 qual era o período dado para o pagamento de um empréstimo que Pedro faria?*

Os alunos respondem: *10 meses*

O professor comenta: *Então são 10 meses que ele tem para pagar correto?*

Os alunos respondem: *Sim*

O professor comenta: *Então são 10 meses para cobrar juro correto?*

Os alunos respondem: *Sim*

O professor comenta: *Agora vamos ver a tabela de vocês. Quantas vezes vocês calcularam e acrescentaram juro ao valor que Pedro pegaria emprestado?*

O aluno **D** responde: *Na tabela colocamos os 10 meses, mas no primeiro mês não cobramos juro.*

O professor pergunta: *Por quê.*

O aluno **D** responde: *No primeiro mês ele acabou de pegar o dinheiro, não dá para cobrar.*

O professor comenta: *Agora vamos imaginar que você pegue R$ 1.000,00 emprestado no banco a uma taxa de juro de 10% ao mês, e se no mês que vem você for ao banco e pagar, quanto você pagaria?*

O aluno **D** responde: *Ah R$ 1.100,00.*

O professor comenta: *Ah, então foi cobrado o juro nesse primeiro mês, correto?*

O aluno **D** responde: *Ah, professor, é mesmo. Então cobra.*

O professor comenta: *Sim, por isso reli a questão e discuti com vocês. Ah olhem a Atividade 4, vocês fizeram a mesma coisa não foi?*

Os alunos respondem: *Sim*

O aluno **B** responde: *Temos que rever essa questão.*

Vemos que os alunos de imediato perceberam o erro, mas já cientes dele comentaram que o valor ali seria diferente. Na sequência, o professor buscou institucionalizar a noção de juro composto recorrendo aos procedimentos feitos pelos alunos:

Então vamos pensar em como fizemos esses cálculos da Atividade 3 e da Atividade 4? (os alunos respondem que sim). *Primeiro, vamos analisar as taxas percentuais e depois, nós multiplicamos pelo valor (valor que Pedro pegaria emprestado ou o valor que ele investiria), o resultado dessa multiplicação é somado ao valor, então, temos assim, o valor com o juro aplicado no primeiro mês correto?* (os alunos respondem que sim).

O professor pergunta: *Qual valor?*

Os alunos respondem: *Aquele que o senhor achou na outra conta*.

O professor pergunta: *Não é pelo valor que estava na atividade* (que Pedro pegaria emprestado ou o que Pedro investiria)?

O aluno **D** responde: *Não, se não estamos fazendo a mesma conta da (a)* (se referindo à noção de juro simples abordada no item (a) das duas atividades).

O professor pergunta: *Então como fazemos?*

O aluno **D** responde: *O senhor tem que calcular pelo valor que achou daquela conta, e depois calcular pelo valor que achar da outra e da outra e da outra..., até chegar ao final do período que a questão tá pedindo.*

O professor comenta: *Então esse juro é calculado sempre sobre outro valor imediatamente anterior, que já pode ter sobre ele juro incidido, como o Aluno* ***D*** *sugeriu vocês concordam?*

Os alunos respondem: *Sim*

Ao término dessa parte da discussão, o professor abre um comentário sobre a construção gráfica, observando que as construções estavam diferentes e que gostaria de discutir elas. De início, observou problemas quanto à origem e utilizando a lousa, construiu uma representação dando ênfase na origem. Além de trabalhar com eles a ideia de escalas, pois a representação gráfica, como vemos na figura 33, foi também influenciada por esse fator. Ainda pontuou comentários sobre a localização de pontos no plano cartesiano e ao final, os alunos observaram na lousa uma possível representação gráfica das duas situações.

Com relação às reflexões do contexto social, as respostas dos alunos não apontaram muitas contribuições dadas pela representação gráfica, mas o professor recorreu a uma discussão mais aberta, buscando evidenciar as diferenças entre a aplicação de juro simples e de juro composto;

Como vemos, em algum momento quando calculamos o juro sobre algum valor, esse valor é sempre influenciado pela aplicação desse juro. Em um dado momento esse juro foi calculado apenas uma vez e em todos os períodos, o resultado desse cálculo foi adicionado ao valor inicial. Mas em outro momento, o juro foi calculado sobre um valor, e no período seguinte esse juro é novamente calculado sobre o resultante da aplicação do juro nesse valor.

Nesse capítulo, buscamos trazer detalhes da aplicação e nossas análises em relação à nossa proposta de atividades. Na sequência, vamos apresentar algumas considerações quanto ao estudo realizado.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao iniciar nossas considerações, buscamos retomar o caminho trilhado pela pesquisa, com o objetivo de abranger os movimentos realizados para se chegar aos resultados encontrados.

Em um primeiro momento de aproximação ao tema de estudo, tivemos como direcionamento buscar leituras que nos permitissem enxergar formas de fomentar o desenvolvimento dos alunos, especificamente no contexto da Educação Financeira. Dessas leituras, estabelecemos um objeto de estudo que consideramos ser um meio para fomentar a Educação Financeira, a Matemática Financeira no ensino médio.

A partir das reflexões, uma questão de pesquisa norteou nosso estudo:

É possível promover o desenvolvimento do letramento financeiro e a conscientização de alguns conceitos da Educação Financeira no ensino médio por meio de uma sequência didática construída no âmbito da Resolução de Problemas?

Dado esse questionamento, e na busca de atingir respostas a ele, buscamos construir uma problemática em que consideramos trabalhos que abordassem a Educação Financeira a partir de livros didáticos, sequências de ensino para Educação Financeira, e ainda selecionamos um trabalho sobre formação continuada de professores nesse âmbito. Esses estudos nos possibilitaram compreender como a Educação Financeira vem sendo fomentada, especialmente no Brasil.

Como pensamos sobre essa questão no Brasil, também sentimos a necessidade de estudar como os currículos atuais têm fomentado ou não a Educação Financeira. Referimo-nos à BNCC, aos PCN+, e aos PCN, nos quais notamos haver certo avanço quanto à educação básica, com ressalva às limitações da abordagem *transversal e integradora.*

Das leituras dos currículos, consideramos pertinente nos aproximar e analisar materiais didáticos, que, norteados por esses currículos, são utilizados nas escolas de educação básica. Fizemos então uma análise de livros didáticos, com o objetivo de identificar que atividades apresentadas nesses materiais podem fomentar a Educação Financeira.

Analisamos duas coleções que nos pareceram ainda ter um aspecto técnico (instrumental), pois na abordagem trazida identificamos a recorrência de contextos financeiros não são nítidos nas discussões, exemplos ou atividades, possibilidades para reflexões críticas que favoreçam desenvolvimento da Educação Financeira, salvo algumas exceções. Pontuamos que, pela recorrência de menções a contextos financeiros ou à Matemática Financeira, tal desenvolvimento seja possível, a depender da forma como o professor utiliza essas menções apresentadas nas coleções.

Pareceu-nos relevante mencionar que a ENEF, ao ser publicada em 2010, evidencia a intenção de tornar acessível a Educação Financeira para o maior número possível de pessoas. Mas Trindade (2017), em sua pesquisa, ressalta a necessidade de mudança na abordagem da Educação Financeira no âmbito escolar, pois, para esta autora, o tema ainda se encontra em segundo plano. Ao chegar a esta constatação de Trindade (2017), direcionamos nossas leituras para uma discussão sobre a importância de letrar a sociedade financeiramente, que entendemos como meio de favorecer a sociedade em suas decisões que envolvem essas questões.

Nessas leituras, identificamos a existência de vertentes relacionadas ao letramento financeiro: uma vertente transformativa, em que se observa um alinhamento da educação para a cidadania; uma vertente instrumental, que traz a Educação Financeira, que promove a eficiência e efetividade do sistema financeiro, por meio da corresponsabilidade dos indivíduos; uma vertente para a economia comportamental, que considera o estudo das influências cognitivas, sociais e emocionais observadas sobre o comportamento econômico das pessoas.

Com as discussões construídas e levando em conta o problema que buscamos estudar, decidimos elaborar uma sequência de atividades, com objetivo de fomentar a Educação Financeira, verificando a possibilidade de isso ser feito a partir de objetos da Matemática Financeira.

Como metodologia, para construir as atividades que propomos, foi feito um aporte à Estratégia Didática de Resolução de Problemas. E realmente as atividades foram apresentadas aos alunos como problemas a serem resolvidos. Como aporte para construir e aplicar as atividades, utilizamos pressupostos da engenharia didática.

Os objetos trabalhados na sequência de atividades foram as noções de acréscimo, desconto, juro simples e juro composto.

Como nos aportamos à TSD, verificamos que os alunos, ao serem submetidos à resolução das atividades de maneira geral, que entendemos como *ação*, tomaram para si o desafio de responder aos questionamentos propostos. Esta iniciativa em nossas análises contribui para a construção de conhecimentos, neste caso, em relação à Educação Financeira.

Quando os alunos buscaram construir estratégias e até conseguiram de fato, é outro resultado que trazemos, pois entendemos que nas estratégias, os alunos articularam seus conhecimentos prévios, e entendemos isso como um avanço, que, no contexto dos problemas, fomentaram as respostas dos questionamentos. Essas respostas, muitas vezes mostraram o contexto social em que os participantes estão inseridos e que influencia diretamente nas suas respostas.

Esta fase de resolução dos problemas, embora não tenhamos ressaltado anteriormente, mostra muito do quanto os participantes são letrados financeiramente, pois como vemos em algum momento quando o professor interveio, algumas ideias puderam ser repensadas, sobretudo quando se reflete nas questões financeiras no contexto social crítico.

Como resultado que nos possibilita trazer respostas ao nosso problema da pesquisa, pode-se dizer que foi um avanço nossa proposta de atividades que fizeram os alunos agir e formular estratégias levando em conta alguns objetos da Matemática Financeira, dadas as observações que fizemos em nossa problematização, sobretudo quando nos referimos aos materiais de ensino como livros didáticos, por exemplo.

Das estratégias, percebemos que ao *validarem*, em grande parte, ainda mais quanto à noção de acréscimo, desconto e juro simples, tivemos avanços na compreensão dos conteúdos, pois verificamos que tanto na elaboração dos cálculos, quanto nas repostas, que exigiam a reflexão, tiveram êxito, dado o contexto em que estão inseridos.

Notamos a existência de fragilidades relacionadas ao juro composto e às representações gráficas. Mas elas, assim como as estratégias assertivas dos alunos, que culminaram com o que consideramos resultados que acreditamos favorecer-nos a responder nossa questão de pesquisa -pois se observa o professor tentando buscar meios para *institucionalizar* os objetos da Matemática Financeira, e nas discussões que se apresenta nos protocolos - fomentam a reflexão sobre situações que estão relacionadas com Educação Financeira.

Como desenvolvemos esta pesquisa norteada por um problema que se situa no âmbito da Educação Financeira e seu fomento, destacamos que foi nas dialéticas de resolução das atividades que propusemos que se verificou esse fomento, o que também ficou evidente nas *institucionalizações* feitas pelo professor.

É importante destacar que nessas dialéticas das atividades observamos fragilidades, sobretudo quanto às questões de tratamento matemático e conceitual, haja vista que os alunos, no processo de *formulação* para o item (b) da Atividade 3 e item (b) da Atividade 4, resolvem de forma errônea, não contabilizando o primeiro mês tanto para linha de crédito como para o modelo de investimento, mas que isso, como todo e qualquer objeto de conhecimento, pode ser superado desde que há fomento para essa superação.

Consideramos necessário apontar que o estudo realizado nos traz muitas outras reflexões. Uma das que nos leva a idealizar estudos futuros é a o aprofundamento das vertentes ligadas ao letramento financeiro, e dadas essas vertentes, buscar promoção, na educação básica, de discussões embasadas por elas.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Ingenería didáctica. In: ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L. **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Una empresa docente ® & Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V., 1995. p. 25-60.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no cotidiano da sala de aula. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física. 2017. p. 355-395.

ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica1. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009. ISSN 1982-5153

BALESTRI, R. D. **Matemática: interação e tecnologia**, volume 1. 2. ed. São Paulo: Editora Leya, 2016.

_____. **Matemática: interação e tecnologia,** volume 2. 2. ed. São Paulo: Editora Leya, 2016.

_____. **Matemática: interação e tecnologia,** volume 3. 2. ed. São Paulo: Editora Leya, 2016.

BENNEMANN, M.; ALLEVATO, N. S. G. Educação matemática crítica. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**. São Paulo, v.1, n.1, p. 103-112, 2012. ISSN 2238-8044

BIROCHI, R.; POZZEBON, M. Improving financial inclusion: towards a critical financial education framework. **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, p. 266-287, 2016.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. Ministério da Educação – MEC, 1998.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília. Ministério da Educação – MEC, 1999.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio +**. Brasília. Ministério da Educação – MEC, 2002.

_____. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília. Ministério da Educação – MEC, 2006.

_____. **Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da ENEF.** 2010**.** Disponível em: **<** http://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Plano-Diretor-ENEF-Estrategia-Nacional-de-Educacao-Financeira.pdf >. **Acesso em: 31 out.** 2018.
_____. **BNCC – Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. Ministério da Educação – MEC, 2018.

BOYER, C.B. **História da matemática**. São Paulo: Edgar Blücher, 2001.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas Importante para a Aprendizagem do Aluno? **Boletim GEPEM,** Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012. Tradução de BASTOS, A. S. A. M. e ALLEVATO, N. S.G.
Disponível em: < http://www.ufrrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path%5B%5D=837 >. Acesso em: 10 out. 2018.

CAMPOS, C. R. **A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação**. 2007. viii, 242 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102161>. Acesso em: 10 out. 2018.

COUTINHO, C. Q. S.; CAMPOS, C. R. Perspectivas em Didática e Educação Estatística e Financeira: reflexões sobre convergências entre letramento matemático, matemacia, letramento estatístico e letramento financeiro. In: OLIVEIRA, G. P. (Org). **Educação matemática: epistemologia, didática e tecnologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. p. 143-180.

D'AMBROSIO, U. Resenha de "Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade", de Ole Skovsmose. **BOLEMA**. Boletim de Educação Matemática, vol. 21, núm. 29, 2008, p. 223-229.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: EDUNICAMP, 2004.

FERREIRA, V. D. T. **As contribuições de uma sequência didática elaborada à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira**. 2019. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3 ed. Ver. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FRANCO, C. A. **Educação Financeira Escolar: A Noção de Juros no Ensino Médio.** 2018. 97 f.: il. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Mestrado

Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora Instituto de Ciências Exatas, Juiz de Fora, 2018.

FREIRE, P**. Pedagogia do oprimido.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 77-112.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 2, mar./abr. 1995, p. 57-63.

HUSTON, S. Measuring Financial Literacy. **Journal of Consumer Affairs**, v. 44, Issue 2, 2010, p. 296-316.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. **BOLEMA**. Boletim de Educação Matemática, UNESP – Rio Claro, vol. 19, núm. 25, 2006, p. 1-16.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 233-247.

MANOEL, C. A. L. C. **Um olhar contemporâneo para a Matemática Financeira presente nos livros didáticos do Ensino Médio.** 2017. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul.

MONTEIRO, I. I. G. **A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.** 2015. 41f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

MORAIS, R.S.; ONUCHIC, L. R. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 17- 34.

MASSANTE, K. A. S. C. C. **Educação Financeira Escolar: as armadilhas presentes na mídia induzindo o consumismo.** 2017. 111 f.: il. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Instituto de Ciências Exatas, Juiz de Fora, 2017.

OCDE. OCDE's Finantial Education Project. Assessoria de comunicação Social, 2009. < http://www.ocde.org/ **>. Acesso em: 10 out.** 2018.

_____. **Contribuitions to the G20.** 2013. **Disponível em <** http://www.ocde.org/ **>. Acesso em: 10 out.** 2018.

_____. **Financial Education for Youth: The Role of Schools**, OECD Publishing, 2014. < http://dx.doi.org/10.1787/9789264174825-en >. **Acesso em: 11 out.** 2018.

_____. **Financial Education in Europe: Trends and Recent Developments**, OECD Publishing, 2016. Paris.< http://dx.doi.org/10.1787/9789264254855-en >**. Acesso em: 11 out. 2018**.

_____. **OECD/INFE International Survey of Adult Financial Literacy Competencies**, 2016. < http://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/OECD-INFE-International-Survey-of-Adult-Financial-Literacy-Competencies.pdf > **Acesso em: 11 out. 2018**.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap.12, p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**. Boletim de Educação Matemática, UNESP – Rio Claro, v. 25, p. 73-98, 2011.

_______. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35- 52.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares**. São Paulo: [sn], 2013.

SAMSON, A. A Economia Comportamental. In: ÁVILA, F.; BIANCHI, A. M. (Orgs.). Tradução de Laura Teixeira Mota. **Guia de Economia Comportamental e Experimental** - 1ª ed. - São Paulo: EconomiaComportamental.org, 2015.

SANTOS, A. P. **Educação Financeira na perspectiva da Matemática Crítica e a formação continuada do professor do Ensino Médio**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN, São Paulo.

SANTOS, L. G. **Educação Financeira e Educação Matemática: inflação de preços no Ensino Médio**. 110 f.: il. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Instituto de Ciências Exatas, Juiz de Fora, 2017.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. IN: TRATFON, P. R.; SHULTE, A. P (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SENA, F. D. L. **Educação Financeira e Estatística: Estudo de Estruturas de Letramento e Pensamento.** 2017. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, A. L. C. **Matemática Financeira Aplicada.** 2ª Edição. São Paulo: Atlas, Brasil LDB, 13ª edição, 2008.

SILVA, B. A. Contrato Didático. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2015. p. 49-75.
SILVA, I. T**. Programa de educação financeira nas escolas de ensino médio: uma análise dos materiais propostos e sua relação com a matemática**. 184 f.: il;. Dissertação (Mestre em Educação Matemática e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

SKOVSMOSE, O. **Critical mathematics education**: some philosophical remarks. In: International Congress on Mathematics Education, 8, 1996, Sevilha. **Anais.** Selected lectures. Sevilha: S. A. E. M., 1996. p. 413 – 425.

______. **Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica**. Bogotá: Una empresa docente y Universidad de los Andes. 1999.

______. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.

______. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2008.

______. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. São Paulo: Papirus, 2010.

SOUSA, A. B. **A Resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. < https://peadmatematica.pbworks.com/f/artigo_resolprobl.pdf > **Acesso em: 18 out.** 2018.

SOUZA, J. R.; GARCIA, J. S. R. **# Contato matemático**, 1º ano, - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2016.

______. **Contato matemático**, 2º ano, - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2016.

______. **Contato matemático**, 3º ano, - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2016.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. 2015. 159 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

TRINDADE, L. B. **A educação nos anos finais da Educação Básica: uma análise na perspectiva do livro didático**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics (**ed. 4). New York: Longman, 2001.

UNESCO. **Aspects of literacy Assessment**: Topics and issues from the UNESCO Expert Meeting. 2005. < http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001401/140125eo.pdf >. Acesso em: 18 out. 2018.

ANEXO 1

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O projeto de pesquisa intitulado: A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação financeira: resolução de problema e letramento financeiro em um contexto crítico, que traz como objeto central de estudo o Letramento Financeiro, considerando que alguns conceitos da Educação Financeira possam, em uma sequência de atividades sob a perspectiva da estratégia didática de Resolução de Problemas, contribuir para o seu desenvolvimento.

A partir do objeto de estudo, temos por objetivo desenvolver uma sequência de atividades que contribuam para o ensino e a aprendizagem de matemática financeira, que abordem conceitos de Educação Financeira, no nível médio da educação básica, abrangendo as características que dizem respeito ao letramento financeiro, por meio da estratégia didática da resolução de problemas.

Para atingir o objetivo posto neste projeto, norteamos o estudo a partir da questão central: **É possível promover o desenvolvimento do letramento financeiro e a conscientização de alguns conceitos da Educação Financeira, no ensino médio por meio de uma sequencia didática construída no âmbito da resolução de problemas?**

Este projeto tem como referencial teórico, ensaios acerca do Letramento Financeiro, conforme Teixeira (2015) e Huston (2010) que o consideram uma ferramenta que tem por finalidade melhorar a capacidade de decisão e de escolha de produtos financeiros por parte dos consumidores, e como resultado contribui para a melhoria do seu bem-estar financeiro. Considerando esses pressupostos, nos aportamos à Educação Crítica na perspectiva de Campos (2007) que destaca fatores como estratégias de reflexão, valorização da consciência crítica, estímulo à cidadania, entre outros, são princípios básicos da Educação Crítica.

Das considerações supracitadas, adotamos uma metodologia de cunho qualitativo, utilizando pressupostos da Engenharia Didática de Artigue (1988).

Os dados para o estudo serão coletados nos momentos de aplicação da sequência didática, por parte do Pesquisador. Os alunos participantes preencherão as fichas das atividades entregues pelo Pesquisador no colégio no qual os alunos estudam no contra turno e poderão narrar suas experiências e todos os encontros serão gravados em áudio. Tanto os instrumentos de coleta de dados quanto o contato interpessoal oferecem riscos mínimos aos participantes.

Em qualquer etapa do estudo o responsável pelo aluno terá acesso ao Pesquisador para o esclarecimento de eventuais dúvidas (no endereço abaixo), e terá o direito de retirar-se do estudo a qualquer momento, sem qualquer penalidade ou prejuízo. As informações coletadas serão analisadas pelo pesquisador e serão garantidos o sigilo, a privacidade e a confidencialidade das atividades desenvolvidas, sendo resguardado o nome dos participantes (apenas o Pesquisador Responsável terá acesso a essa informação), bem como a identificação do local da coleta de dados.

Ressaltamos que caso haja alguma consideração ou dúvida sobre os aspectos éticos da pesquisa, se poderá entrar em contato com o Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Sede Monte Alegre, localizado na Rua Ministro de Godói, 969 – Perdizes – São Paulo – Cep: 05015-001 – Tel: (11) 3670-8466.

Desde Já agrademos a colaboração.

Termo de consentimento livre e esclarecido

Declaro que li e entendi os objetivos deste estudo apresentados pelo Pesquisado Responsável. Estou ciente que a participação é voluntária, e que, a qualquer momento, tem-se o direito de obter outros esclarecimentos sobre a pesquisa e de retirar-se da mesma, sem qualquer penalidade ou prejuízo.

Nome do Participante da Pesquisa ou Responsável (quando menor de 18 anos)

____

RG: CPF:

Assinatura do Participante da Pesquisa ou Responsável (quando menor de 18 anos)

____

São Paulo,_______ de _______________ de _______

Delcaro que expliquei ao participante da Pesquisa ou a seu Responsável os procedimentos a serem realizados neste estudo, seus eventuais riscos/desconfortos, possibilidade de retirar-se da pesquisa sem qualquer penalidade ou prejuízo, assim como esclareci as dúvidas apresentadas.

Eduardo Ribeiro Kuntz
Pesquisador
RG: 25923802-8
CPF: 258.794.878-90

ANEXO 2

**SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA
NO COLÉGIO GÊNIOS DO FUTURO**

São Paulo, 22 de abril de 2019.

Ao Diretor Geral

Eu, Eduardo Ribeiro Kuntz, responsável principal pelo projeto de pesquisa desenvolvido no curso de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática do PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA da PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, venho pelo presente, solicitar, através do Diretor Geral do COLÉGIO GÊNIOS DO FUTURO, senhora Maria das Graças da Silva Azevedo, autorização para realizar pesquisa no setor do Ensino Médio do Colégio, com alunos da 3ª série do Ensino Médio.

O trabalho de pesquisa, sob o título, **A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação Financeira: Resolução de Problemas e Letramento Financeiro em um contexto crítico.** O objetivo desta pesquisa é desenvolver uma sequência de atividades que contribuam para o ensino e a aprendizagem de matemática financeira, que abordem conceitos de Educação Financeira, no nível médio da educação básica, abrangendo as características que dizem respeito ao letramento financeiro, por meio da estratégia didática da resolução de problemas.

Orientado pelo Professor Dr. Celso Ribeiro Campos e após a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa, a coleta de dados deste projeto será iniciada, no contra período das aulas dos alunos participantes do projeto, atendendo à todas as solicitações administrativas e pedagógicas do colégio.

Contando com a autorização do senhora Maria das Graças da Silva Azevedo, coloco-me à disposição para qualquer esclarecimento.

Atenciosamente,

Eduardo Ribeiro Kuntz
Eduardo Ribeiro Kuntz
Pesquisador
RG: 25923802-8
CPF: 258.794.878-90

AUTORIZAÇÃO

Maria das Graças da S. Azevedo
RG.: 20.293.004-X - SP
Diretora da Escola

COLÉGIO GÊNIOS DO FUTURO

ANEXO 3

COMITÊ DE ÉTICA

Pesquisa intitulada *A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da Educação Financeira: Resolução de Problemas e Letramento Financeiro em um contexto crítico*, aprovada pelo Comitê de Ética da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
CAAE: 13830519.3.0000.5482