MAURO CÉSAR GONÇALVES

CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E O ENSINO DE PROBABILIDADE NA ESCOLA BÁSICA

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PUC/SP
SÃO PAULO
2004

MAURO CÉSAR GONÇALVES

CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E O ENSINO DE PROBABILIDADE NA ESCOLA BÁSICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação da Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho

PUC/SP

SÃO PAULO

2004

Banca Examinadora

AGRADECIMENTO

Foram várias as pessoas que colaboraram na realização deste trabalho, seja direta ou indiretamente. A todas estas pessoas, meus sinceros agradecimentos.

Presto meus agradecimentos especiais:

À minha orientadora, Profa. Dra. Cileda Queiroz e Silva Coutinho, por ter acreditado em minha capacidade na realização deste projeto, pelas orientações, pela parceria na elaboração de artigos e outros projetos, pelo apoio dado em todos os momentos e, sobretudo, por contribuir com minha formação de pesquisador.

Ao Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, pelas valiosas contribuições no momento da qualificação, em outras orientações, pelo envio de materiais e por ter permitido minha participação no projeto de formação continuada com Professores de Arujá, os quais puderam responder ao nosso instrumento diagnóstico.

À Profa. Dra. Clayde Regina Mendes, pelas valiosas contribuições no momento da qualificação, pelo envio de materiais e outras orientações.

À Profa. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes, pelo envio de artigos e materiais de pesquisa.

À Profa. Dra. Anna Franchi, por disponibilizar alguns materiais de seu acervo.

À Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique, pelas orientações e materiais disponibilizados.

Aos Professores que se dispuseram a participar de nossa pesquisa, respondendo ao nosso instrumento diagnóstico.

A Profa. Gisleni Bertoni de Almeida, pela revisão final do texto.

A Silvia, pelo apoio constante.

Aos amigos Tana, Marília e Inara, pelo companherismo nos estudos, enquanto cumpríamos créditos, e nas aulas de francês.

Ao Giorgio e Andrea, pelo apoio.

Aos meus pais, Sérgio e Catharina , pelo apoio e incentivo ao estudo.

A Deus.

Comece fazendo o que é necessário,
depois o que é possível e
de repente você estará fazendo o impossível.

São Francisco de Assis

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

RESUMO

Nossa pesquisa teve como objetivo identificar as concepções atuais dos Professores de Matemática em exercício no Ensino Fundamental sobre Probabilidade, e verificar se há relação entre estas concepções e as diferentes tendências do Ensino de Probabilidade nas décadas de 70, 80 e 90. Para isso, nosso trabalho foi composto de estudos e análises de livros didáticos e de orientações institucionais desde a década de 70, por meio da Organização Praxeológica de Yves Chevallard (1995), o que nos deu condições de identificar as diferentes tendências quanto ao Ensino de Probabilidades. Esta análise contribuiu diretamente com o estudo que fizemos da Transposição Didática em torno de Probabilidades, de acordo com as propostas de Yves Chevallard (1991), atuando diretamente na identificação dos saberes a ensinar e no saber escolar. Num outro momento, recorremos a uma amostra composta por vinte professores que responderam ao nosso instrumento diagnóstico, um questionário, constituído por duas partes, sendo a primeira, responsável por nos fornecer informações sobre o perfil de cada docente, e a segunda, relacionada `as suas concepções probabilísticas. Os resultados dos questionários foram relacionados com os tipos de concepções apresentados por Goded (1996) e os diferentes períodos do Ensino de Probabilidades, ambos por meio do software C.H.I.C. Com isso, pudemos obter, simultaneamente, informações referentes ao tipo de concepção e período de formação básica. De modo geral, a análise das informações obtidas permite-nos afirmar que há indícios de que a prática docente influencia na mudança de concepções, pois, em nossa amostra, professores que obtiveram sua formação básica no mesmo período e atuam em séries ou níveis distintos possuem concepções, também, distintas.

Palavras-Chave: Concepção de Professores, Formação de Professores e Ensino de Probabilidades

ABSTRACT

The Aim of our research was to identify the current Mathematics teachers conceptions of probability and to verify if there is a relation between these conceptions and the ones used in the 1970s, 1980s and 1990s.To do so, our work was done through studies and analyses of didaction books and institutional organization since the 1970s, having theYves Chevallard (1995) Praxeology Organisation as a source, which provided us with conditions to identify the different tendencies related to the Probability teaching. This analysis contributed directly to our studies of Didactical Transposition along with Probability according to Yves Chevallard's proposals and identifying the Pedagogical Knowledge and the one used at school. As a part of our research we had twenty teachers answer a questionnaire which was divided into two parts. The first one was to acquire information about their profile; and the second one was about their own conception of Probability. The results were related to the conceptions presented by Goded (1996) and the different periods of the Probability teachings by means of the software C.H.I.C. This way, we could obtain simultaneously, information related to the type of conception and period of basic formation. On the whole, the analysis of the obtained information enabled us to say that there is evidence that Teachers actions influence the conception changes, inasmuch as teachers, who had their basic education in the same period and teach different levels have, too, different conceptions.

Keywords: Conception of Probability, Teachers' Education and Probability Teaching

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este trabalho tem por objetivo identificar as Concepções dos Professores de Matemática em exercício em relação ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade.

Organizamos nossa pesquisa em quatro capítulos. No primeiro, fazemos uma breve apresentação do nosso quadro teórico e de como ele se integra em nosso trabalho, seja para nos fundamentar na escolha dos instrumentos para coleta dos dados, seja na constituição destes instrumentos para análise dos dados obtidos, transformando-os em informações que nos permitirão validar ou refutar nossas hipóteses de pesquisa.

A partir da apresentação do panorama no qual esta pesquisa se situa, apresentamos, no segundo capítulo, nosso problema central:

Há relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, apreenderam quando foram alunos do Ensino Básico e suas concepções atuais sobre a Aleatoriedade e Probabilidade?

Na seqüência, ainda no segundo capítulo, apresentamos a problemática e as questões decorrentes da principal. Para cada uma, identificamos e explicitamos nossos objetivos que nortearam os procedimentos metodológicos .

O terceiro capítulo, que intitulamos Estudos Preliminares, tem como objetivo apresentar nossos estudos em relação ao Conceito e ao Ensino de Probabilidades.

Para compreender o Ensino de Probabilidades, buscamos analisar, por meio da Organização Praxeológica proposta por Chevallard (1995), livros didáticos e algumas orientações institucionais[1] das décadas de 70, 80 e 90. Esta escolha ocorreu, levando-se em consideração que os Professores, hoje em exercício, tiveram sua formação básica muito possivelmente neste período.

Apresentamos, também, estudos relacionados a pesquisas e artigos

---

[1] Chamamos de orientações institucionais as orientações oficiais sobre o Ensino da Matemática, tais como Guia Curricular, Proposta Curricular, Parâmetros Curriculares Nacionais.

referentes o ensino da Estocástica[2], o que mostra a importância e carência de pesquisas nesta área.

Com os resultados destas análises, pudemos identificar as diferentes tendências do Ensino de Probabilidade no Estado de São Paulo e concluir o capítulo com nossas considerações sobre a Transposição Didática em torno da Probabilidade, como propõe Chevallard (1991).

Nosso quarto e último capítulo tem como título Instrumento Diagnóstico apresenta o instrumento diagnóstico que elaboramos, explicitando o público alvo e sua justificativa. Este capítulo tem, ainda, a responsabilidade de explicitar as análises a priori e a posteriori do referido instrumento.

A partir dos estudos realizados no capítulo III, pudemos caracterizar as tendências de ensino de cada período e, a partir destes resultados, buscamos um instrumento que fosse eficiente na compreensão das concepções atuais dos Professores em relação à Aleatoriedade e Probabilidade.

Para isso, construímos um questionário composto de duas partes, sendo a primeira responsável por fornecer dados referentes ao perfil do docente e a segunda, por nos fornecer dados referentes às concepções sobre Aleatoriedade e Probabilidade, que foram categorizados, a priori, segundo as categorias propostas por Goded (1996).

Os resultados dos questionários foram analisados de duas maneiras, quantitativamente, por meio da estatística descritiva, e qualitativamente, por meio do software C.H.I.C[3].

O software forneceu-nos dados relacionando os tipos de Concepções, que foram categorizadas segundo Goded (1996), e o perfil do grupo de Professores na respectiva categoria.

---

[2] Estocástica é o termo utilizado para tratar a probabilidade como inseparável da estatística.
[3] C.H.I.C. : Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva, que tem por objetivo extrair regras de associação entre variáveis, relacionando sujeitos a variáveis e de fornecer um índice de qualidade dessa associação.

Desta forma, realizamos as discussões sobre os resultados obtidos nestas análises e apresentamos nossas Considerações Finais, nas quais buscamos resgatar nossos problemas de pesquisa e as respectivas hipóteses para relacioná-las aos estudos realizados ao longo dos diferentes capítulos, chegando, assim, às nossas reflexões e conclusões.

I. REFERENCIAL TEÓRICO

Este primeiro capítulo tem como objetivo relacionar as Teorias da Transposição Didática de Yves Chevallard (1991), de Modelagem, de Coutinho (2001) e algumas considerações relacionadas ao Conhecimento Estocástico e Formação de Professores, obtidas em Goded (1996) e García (1999).

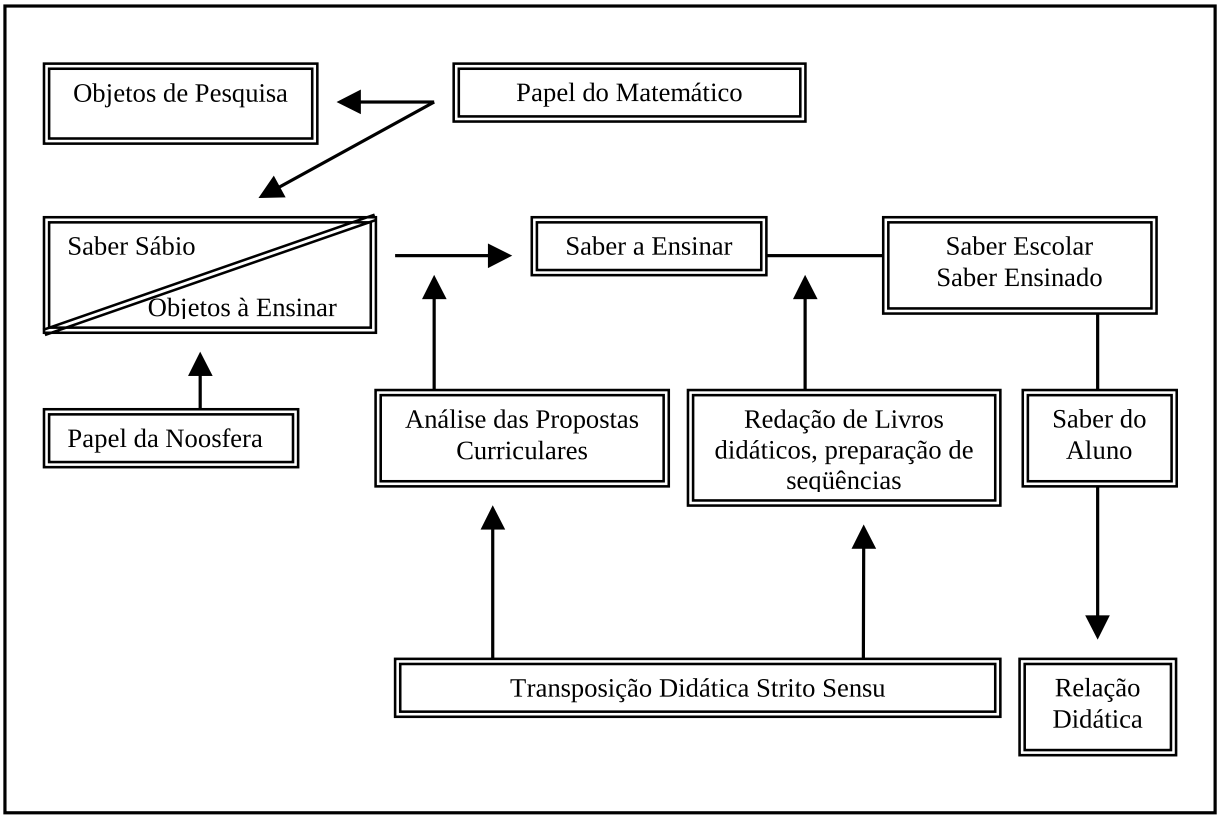
1.1 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Apresentaremos, neste capítulo, uma síntese da Teoria da Transposição Didática proposta por Chevallard, para que possamos fazer, num parágrafo futuro, a Transposição Didática Strito Sensu[4] referente a Probabilidades.

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz até se transformar em objeto de ensino é chamado de transposição didática .(CHEVALLARD, 1991,p.39)

Almouloud (2000, p. 75) representa as etapas da Transposição Didática, através do esquema a seguir:

[4] Transposição Didática Strito Sensu é a passagem de um conteúdo do saber a uma versão didática deste objeto do saber.



Observa-se, pelo esquema, a presença de vários elementos nesta Teoria, a saber:

Saber Sábio: É a produção científica que tem por objetivo mostrar e comunicar à sociedade os resultados de uma pesquisa. Esse resultado é despersonalizado, descontextualizado, ordenado pelos problemas encontrados e sincretizado, ou seja, o pesquisador não faz referências aos seus conhecimentos próprios, ao tempo de seu trabalho, eliminando a origem do problema, e, ainda, explicitando somente os conceitos operatórios.

Saber a ensinar: É um conjunto de transformações adaptáveis que vão devolver o conteúdo ao lugar entre os objetos de ensino. Este saber pode ser *explícito,* quando encontrado nos programas institucionais de ensino, ou *implícito,* quando ocorre de acordo com as tradições, evoluções e interpretações desses programas.

Objetos a ensinar: São os objetos que a noosfera[5] se encarrega de traduzir de forma a constituir um conjunto de conhecimentos que os alunos deverão saber.

Objetos do saber: São os objetos a ensinar que, nesta etapa, passam por uma categorização, na qual são organizados entre as diferentes disciplinas do currículo.

Objetos de ensino: São os novos objetos criados pelos especialistas, a fim de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Saber escolar: Responsável por instalar uma cultura particular nos alunos de uma mesma época. É encontrado nos livros e manuais didáticos.

Saber ensinado: É aquele registrado no plano de aula do professor e que não necessariamente é o mesmo previsto nos programas oficiais, e tão pouco é o mesmo compreendido pelos estudantes.

Saber disponível: É o saber apreendido pelo aluno e que, num próximo momento, passa a ser utilizado como ferramenta.

Em nossa pesquisa, a análise da Transposição Didática terá fim no Saber Escolar, pois entendemos que tanto o Saber ensinado quanto o Saber disponível demandam uma análise dos estudantes, o que não corresponde ao objeto do nosso estudo.

[5] Noosfera: “O conjunto das fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos, que deverão compor programas escolares e que determinam todo o funcionamento do processo didático, recebeu por parte de Chevallard o nome de noosfera. Fazem parte da noosfera: cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes da educação” (PAIS, 1999, p.17)

1.2 MODELAGEM

“Um modelo é uma representação abstrata, simplificada e idealizada de um objeto do mundo real, ou de um sistema de relações, ou de um processo evolutivo que surge da descrição de uma realidade” (Henry, 1997, p.78, tradução nossa)[6]

O processo de modelagem é o processo desencadeado quando partimos da observação e descrição de uma experiência concreta, de uma realidade local, passamos por um processo de abstração por meio do reconhecimento de características pertinentes, até chegar à sua representação final, através de um modelo que melhor explique o conjunto de características escolhidas para representar esta realidade. Tal processo é responsável pela simplificação e abstração dos objetos de um experimento real .A partir daí, inicia-se um processo de formulação de hipóteses, de relações e analogias com outras situações, atingindo, desta forma, um modelo da situação em questão.

Esse processo compreende a modelagem de uma situação, “mobilizando” três domínios existentes: o da realidade, o pseudo-concreto e o teórico, que explicamos a seguir:

Domínio da Realidade: A partir da situação real a modelar, o sujeito passa a observá-la, extraindo algumas de suas características fundamentais. Com isso, a manipulação, a observação e a experimentação são essenciais para extrair-se um conjunto de propriedades existentes, a fim de resgatar teorias que possam auxiliá-lo na referida situação.

O sujeito observa a situação real a modelar, manipulando-a, descrevendo-a e, então, procura identificar características fundamentais para a representação que quer construir. Ele pode, assim, identificar a configuração teórica que melhor exprime a realidade local a ser representada.

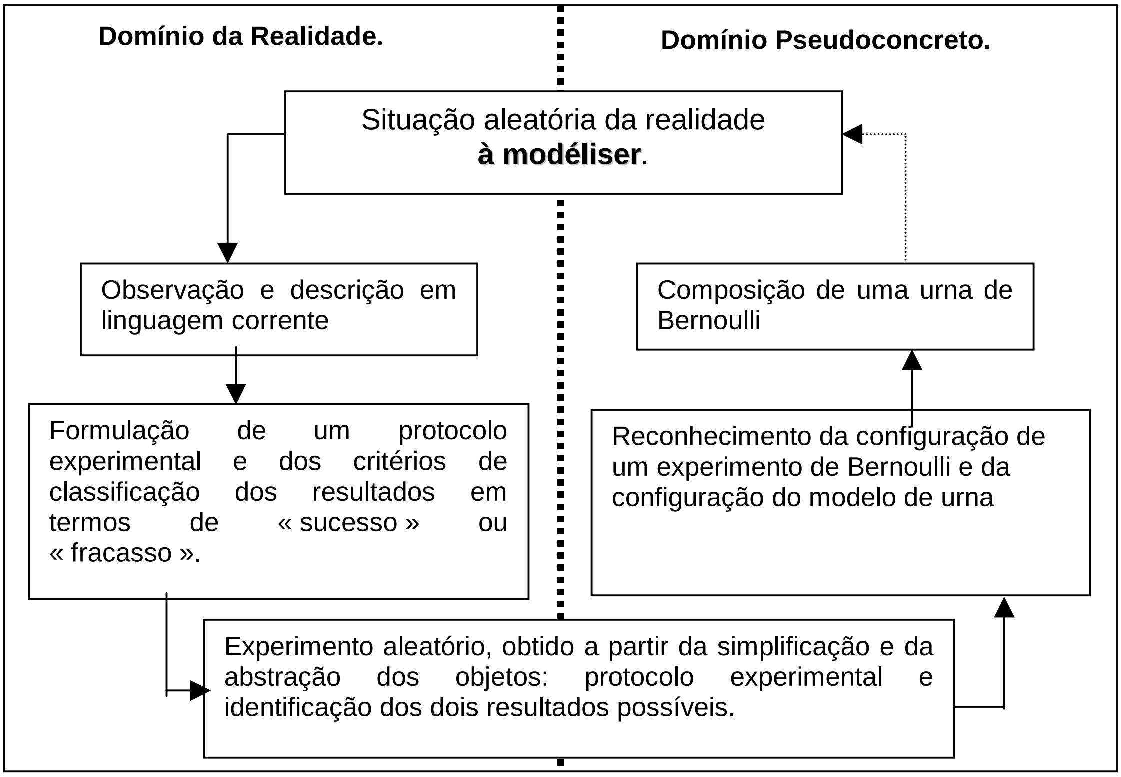
[6] “Une modèle est une interprétation abstraite, simplifiée et idéalisée d’un objet du monde réel, ou d’un système de relations, ou d’un processus évolutif issus d’une description de la réalité”. (Henry, 1997, p.78)

Domínio Pseudo-Concreto: Este domínio começa na descrição da realidade, objetivando mobilizar conhecimentos teóricos que possam influenciar na situação. Passa, também, a extrair características e um conjunto de propriedades locais da referida situação por meio de sua percepção, levando-o à abstração e indo ao encontro de um modelo que a represente.

Neste domínio, a característica principal é o fato de que, apesar de já trabalhar com uma experiência abstrata, com uma representação mental do objeto real que queremos modelar, não vamos ainda nos servir da terminologia teórica. Guardamos como etiquetas destas representações mentais a mesma nomenclatura utilizada no domínio da realidade, na experiência concreta. Estas representações assim construídas recebem o nome de MODELOS PSEUDO-CONCRETOS.

Domínio Teórico: Neste domínio, o sujeito passa a representar formalmente ou simbolicamente a situação, reconhecendo e explicitando suas propriedades teóricas. A construção/representação de um modelo que simplifica e interpreta as características locais da realidade está, também, presente neste domínio

Para melhor compreensão deste processo, explicitamos a seguir o esquema apresentado por Coutinho (2002, p.4).



Passemos a um exemplo: Atividade de extração de uma carta de baralho.

Nesta atividade, o aluno está no domínio da realidade enquanto manipula, observa e extrai desta situação propriedades e características fundamentais, tais como: cada naipe tem 13 cartas, cada figura aparece 4 vezes; no total, tem-se 52 cartas. São, enfim, elementos que podem auxiliá-lo na resolução de uma situação que envolva a extração de uma carta de um baralho. Neste domínio a extração das cartas ainda é influenciada por aspectos físicos, tais como atrito, aderência do material, etc.

Ao fazer a descrição desta atividade ou até mesmo pensar nos objetos sem que os mesmos não estejam próximos, designando uma imagem mental do objeto a fim de representá-lo, o sujeito passa a agir no domínio pseudo-concreto: a representação mental continua a ser designada por “carta do baralho”, “naipe”, etc. A extração da carta é, agora, uma experiência mental. Neste domínio, cada evento é ainda designado como no domínio da realidade: o resultado da extração é um *ás* de copas.

Tem-se o domínio teórico quando, finalmente, o sujeito passa à representação formal da situação em um modelo teórico, ao considerar, por exemplo, qual a probabilidade de extrair um *às* de copas de um baralho. Neste domínio, cada evento já é designado de forma teórica

1.3 CONHECIMENTO ESTOCÁSTICO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Procederemos, neste momento, ao levantamento de pesquisas e conclusões já realizadas e relacionadas à formação de professores ou que envolvam, simultaneamente, o conhecimento estocástico na formação de professores, com o objetivo de que funcionem como subsídios para encontrarmos respostas às nossas questões.

Iniciamos este levantamento por Pilar Azcárate Goded (1996) que realizou um estudo semelhante ao nosso, na Espanha, cujo público foi composto por professores primários. O objetivo da autora na pesquisa foi detectar as concepções[7] sobre aleatoriedade e probabilidade, de modo que estas informações pudessem auxiliar a preparação de cursos de formação docente. Registraremos, assim, apenas os resultados mais pertinentes ao nosso objeto de estudo.

Sobre a noção de probabilidades a autora afirma que:

> Os estudos revisados, realizados em grande parte desde o campo da psicologia, nos dizem que a maioria dos sujeitos adultos, ao enfrentar-se com situações de incerteza, não utilizam raciocínios normativos[8]. Em princípio, era de esperar que o sujeito adulto, com um pensamento lógico desenvolvido, utilizasse as capacidades próprias de tal pensamento ao enfrentar-se com situações aleatórias; é dizer, frente situações com um certo grau de incerteza possíveis de serem analisadas a partir de modelos probabilísticos. (GODED, 1996, p.60, tradução nossa)

A autora, em sua pesquisa, definiu quatro categorias de concepção de probabilidade, com o objetivo de identificá-las nos professores pesquisados:

Concepção “não probabilística” da realidade, Concepção “Probabilística intuitiva”, Concepção “Probabilística emergente” e a Concepção “Probabilística normativa”

Antes de descrevê-las, entendemos que seja relevante apresentar a nossa justificativa em relação às quatro concepções definidas pela autora.

Mais adiante, no capítulo III, apresentaremos um estudo das Orientações Institucionais de Ensino (Guia, Proposta e Parâmetros Curriculares) e de livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90. No capitulo IV, faremos a análise de questionários aplicados em Professores do Ensino Fundamental em exercício. Desta forma, as concepções apresentadas e utilizadas por Goded (1996) poderão nos auxiliar, na medida em que relacionarmos as respostas do questionário aos

---

[7] A autora refere-se à concepção definida por Thompson, como sendo “uma estrutura mental de caráter geral, que inclui “crenças, conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências, conscientes ou inconscientes” (Thompson, 1992, p.232 apud Goded, 1996, p.41)

[8] Compreendemos raciocínio normativo como sendo um raciocínio composto por relações matemáticas não somente intuitivas e pragmáticas, mas também de uma “profunda compreensão dos modelos matemáticos para o tratamento da incerteza” (Goded, 1996, p.68)

diferentes períodos do ensino de probabilidade no Brasil, identificados por meio dos livros e Orientações Institucionais.

A Concepção "não probabilística" da realidade:

> Se caracteriza por uma falta de compreensão do azar e/ou dos sucessos aleatórios, são simplesmente algo desconhecido; portanto, não consideram viável a predição de algo dependente do azar ou, simplesmente, consideram dita predição como resultado de uma percepção pessoal, subjetiva, do que se espera que ocorra. As respostas estão baseadas em crenças, com modelos deterministas de raciocínio. Suas explicações se apoiam normalmente em relações causais diretas e na explicação da ocorrência de sucessos simples e imediatos.
>
> Em geral, não concebem o sucesso aleatório como um resultado, entre os muitos possíveis, dentro de um experimento aleatório. São estratégias dominadas por modelos deterministas causais em que não há nenhum raciocínio estocástico, nem são subjacentes a percepção alguma do aleatório, se raciocina sob esquemas causais diretos.
>
> Indicadores:
>
> - Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
> - Modelos de raciocínio determinista.
> - Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos. (GODED, 1996, p.66, tradução nossa)

Sobre a Concepção "Probabilística intuitiva", a autora afirma o seguinte:

> Aparece alguma compreensão do azar e sua relação com sucessos aleatórios, mas, em geral, de caráter parcial e junto a um dos modelos concretos: ou utilizam como explicação de alguma característica física do mecanismo de azar, ou percebem em ralação, exclusivamente, com fenômenos de massas(...) Em geral consideram aos fenômenos aleatórios como de difícil tratamento matemático, só o vêem como realizável em casos muito conhecidos, como os jogos de azar, por exemplo. Reconhecem a aleatoriedade como uma propriedade de certos fenômenos da realidade, mas seu tratamento probabilístico não é considerado como algo viável. Neste grupo poderíamos integrar a estratégia que Konold caracteriza como "outcome approach", é dizer, aquela em que o critério de decisão está determinado por resolução de uma prova sempre imediata, sem considerar o conjunto de provas ou dados com os que conta; se percebe cada prova de um experimento como um fenômeno individual.

> O raciocínio submetido à incerteza está dominado fundamentalmente por juízos heurísticos: representatividade, disponibilidade, etc.; Suas respostas em geral não são normativas mas utilizam os heurísticos como esquema alternativo para a resolução dos problemas que se apresentam. O uso de um ou outro heurístico, incluso de alguma explicação normativa parcial, depende dos contextos, e sua base fundamentalmente está na experiência que o sujeito se coloca sobre cada situação e em sua percepção dos processos estocásticos em cada contexto [...]
>
> Indicadores:
>
> - Alguma compreensão do azar e dos sucessos aleatórios.
> - Raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo.
> - Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações dependendo da experiência pessoal (GODED, 1996, p.67, tradução nossa)

Referindo-se à Concepção “Probabilística Emergente”, a autora afirma:

> Aparece uma relativa aceitação e compreensão das múltiplas representações matemáticas do azar, reconhecem o aleatório como algo possível de ser estudado. Apresentam um nível maior de elaboração, em que podemos considerar aquelas respostas em que se detecta uma diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos e mostram uma certa habilidade para aplicar estes modelos a problemas simples.
>
> Há uma certa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser a clássica ou a frequencial e uma certa capacidade de aplicação em determinados casos. Habitualmente esta habilidade está limitada a aqueles fenômenos em que os são familiares, mas pode confundir-se facilmente ao enfrentar-se com tarefas não conhecidas, buscando explicações causais e juízos heurísticos de novo. Em geral esta concepção supõe a presença de alguma instrução em probabilidade e estatística, ainda que seja de caráter inicial.
>
> Indicadores:
>
> - Uma compreensão inicial sobre a existência de múltiplas representações matemáticas do azar, a partir de diferentes perspectivas.
> - Habilidade para aplicar modelos normativos a problemas simples e familiares.
> - Diferenciação reconhecida entre as crenças[9] intuitivas e os modelos matemáticos”. (GODED, 1996, p.67, tradução nossa).

---

[9] A autora considera as crenças ou percepções como sendo uma forma pessoal de entender e utilizar a informação e que não compõem um sistema coerente e nem consistente.

Sobre a Concepção “Probabilidade normativa”, temos a seguinte referência:

> A aleatoriedade é reconhecida como um modelo matemático que aplicamos a certos fenômenos ou situações para estudá-las e chegar a uma maior compreensão de seu funcionamento. É um modelo explicativo e não uma qualidade dos fenômenos. Em suas explicações há uma profunda compreensão dos modelos matemáticos para o tratamento da incerteza (clássico, aproximação bayesiana, frequentista, etc), de suas interações e complexidade de sua aplicação nas distintas situações.
>
> Apresentam, portanto, uma respeitável habilidade para comparar e contrastar as diferentes situações aleatórias em função dos referidos modelos, e uma desenvolvida capacidade para:
>
> - Selecionar e aplicar o modelo normativo adequado aos distintos contextos, relacionados com situações de incerteza.
> - Para calcular as probabilidades correspondentes, reconhecendo as limitações e supostos de cada modelo.
> - Para modificar esses modelos e adaptá-los a situações não familiares para eles.
>
> Em geral são sujeitos com um alto nível de formação e experiência neste campo. É um estado dificilmente alcançado, inclusive pelos especialistas no tema, pois como temos comprovado nos distintos estudos, a maioria dos adultos utilizam em sua vida cotidiana juízos heurísticos, ainda que seja inconscientemente.
>
> Indicadores:
>
> - Uma profunda compreensão da noção de aleatoriedade e sua aplicação ao estudo da realidade.
> - Habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.
> - Capacidade para comparar e contrastar os diferentes modelos e raciocínio sob critérios normativos nas distintas situações aleatórias. (GODED, 1996, p.68, tradução nossa)

Estes quatro tipos de concepção considerados pela autora, bem como os seus indicadores, possibilitarão a construção de uma categorização nas respostas dos professores ao nosso questionário.

Outra pesquisa de muita relevância ao nosso trabalho e que destacaremos é a de Garcia (1999). Neste trabalho, recorrendo a diversos autores, o autor busca uma compreensão sobre as definições estabelecidas para os processos de “formação contínua”, como costumeiramente chamamos.

Na busca de uma definição ao grupo de professores que participaram de nossa pesquisa encontramos, dentre várias, *o desenvolvimento profissional dos professores*, que de acordo com Rudduck, citado por García, é:

> [...] a capacidade de um professor para manter a curiosidade acerca da aula, identificar interesses significativos no processo de ensino e aprendizagem; valorizar e procurar o diálogo com colegas especialistas como apoio na análise de dados.(GARCÍA, 1999, p.137)

A apropriação deste termo por nós foi motivada a partir de conversas com os professores que participaram de nossa pesquisa, pois observamos que, além da preocupação com sua prática docente, muitos deles participam ou participaram de algum projeto de atualização profissional, o que, ao nosso entender, corresponde à definição citada acima.

Há também uma citação do trabalho de Showers, Joyce e Bennet (1987), em relação às conclusões sobre a prática e o conhecimento docente.

> 1. O que o professor pensa sobre o ensino determina o que o professor faz quando ensina.
>
> 2. Quase todos os professores podem aplicar uma informação útil para as suas aulas quando o treino inclui quatro fatores: a) apresentação da teoria; b) demonstração da estratégia; c) prática inicial no seminário; e d) retroação imediata.
>
> 3. É provável que os professores mantenham e utilizem estratégias e conceitos novos se receberem assessoria (de especialistas ou de colegas) à medida que aplicam as novas idéias às suas aulas.
>
> 4. Os professores competentes com elevada auto-estima têm, geralmente, benefícios maiores com as atividades de desenvolvimento profissional.
>
> 5. A flexibilidade de pensamento ajuda os professores a aprender novas competências e a incluí-las no seu repertório.
>
> 6. Os estilos de ensino e os valores dos professores não afetam a capacidade dos professores para aprenderem a partir de uma atividade de desenvolvimento profissional".
>
> 7. Torna-se necessário que os professores possuam um nível básico de conhecimento ou competência relativamente a uma nova abordagem a aprender para que se possam implicar.
>
> 8. O entusiasmo inicial dos professores quando participam em atividades de desenvolvimento profissional serve para dar segurança aos organizadores, mas afeta pouco a aprendizagem dos professores.
>
> 9. Parece não ter importância onde e quando se realiza a atividade de formação, nem tão pouco interessa o papel do formador. O que influencia é o desenho do programa de formação.

> 10. De igual modo, o efeito da atividade de formação não depende do fato de serem os professores a organizar e dirigir o programa, ainda que a coesão social e as metas partilhadas facilitem a disposição dos professores para pôr em prática novas idéias". (GARCÍA, 1999, p.205, tradução nossa)

Algumas das conclusões apresentadas nos auxiliarão na validação das possíveis respostas dos professores ao questionário aplicado.

Vale ressaltar que este parágrafo está diretamente relacionado à análise a priori do questionário que aplicaremos, motivo pelo qual nos remetemos a ele com muita freqüência, pois, embora um de nossos objetivos seja analisar as concepções dos Professores do Ensino Fundamental em exercício, o seu estudo ocorrerá unicamente por meio de um questionário que apresentaremos no capítulo IV desta Dissertação.

1.4 ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA

A Organização Praxeológica proposta por Yves Chevallard (1995) está presente na teoria Antropológica do Didático, que situa a atividade matemática no conjunto de atividades humanas e das instituições sociais.

"A Organização Praxeológica é um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa" (ALMOULOUD, 2000 p.162)

Assim como em qualquer atividade humana, a atividade do professor também envolve uma técnica, que está associada a uma tecnologia de uma determinada teoria, ou seja, a Organização Praxeológica articula-se em tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

Ao identificar a tarefa, técnica, tecnologia e teoria relativa a alguma situação, de acordo com a Organização Praxeológica, estamos organizando o estudo de um conceito ou tema.

Neste sentido, o termo "tarefa" é usado para designar uma tipologia de problemas que podem ser resolvidos por uma “técnica”, que é a maneira de resolução utilizada. Essa técnica é justificada por uma “tecnologia”, que é o convencimento oral da aplicação da referida técnica. Essa tecnologia, por sua vez, é explicada por uma “teoria” que, segundo Chevallard[10] (1995, p. 92), é a justificativa da justificativa ou, ainda, a tecnologia da tecnologia. Um outro elemento que pertence à Organização Praxeológia, o qual utilizaremos, é o “discurso teórico-tecnológico”, que é o uso da Teoria e da Tecnologia em relação a uma técnica, de forma simultânea.

De modo a contribuir com a compreensão destes elementos numa análise, exemplificamos a seguinte situação:

“Determinar o evento da ocorrência de extrair aleatoriamente uma carta de “paus” de um baralho convencional”.

Neste caso, observamos que a tarefa consiste em escrever o conjunto que contemple a extração aleatória de uma carta de “*paus*”. A técnica consiste em construir conjuntos, por meio de suas diferentes representações, que possam contemplar os dados dos problemas, e o discurso Teórico-Tecnológico compreende na Teoria dos Conjuntos, inclusive com suas representações e notações.

[10] “[...] au delà tecnologie que justifie la technique, une justification de cette justification: soit une technologie de la technologie, que j’appele la théorie de la technique[...]” (CHEVALLARD, 1995, p.92)

II. PROBLEMÁTICA DE PESQUISA

2.1. PROBLEMA DE PESQUISA

O objeto desta pesquisa é a formação e prática pedagógica do Professor do Ensino Fundamental em relação ao ensino de Probabilidades. Seu desenvolvimento está inserido no sub-projeto TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES coordenado pela Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho que, por sua vez, está inserido no Projeto O PENSAMENTO MATEMÁTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL – Formação de núcleo e Pesquisa sob a coordenação do Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud.

Em relação ao sub-projeto coordenado pela Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, há outros companheiros de Mestrado e Doutorado realizando pesquisas pertinente na área de Estatística e Probabilidade, seja do ponto de vista do aluno, seja do ponto de vista do Professor. Quanto ao presente trabalho, este será responsável por analisar a Probabilidade do Ponto de vista do Professor.

Compreendido este panorama, focalizamos nosso estudo no problema central: Há relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico, com as suas concepções[11] atuais sobre Aleatoriedade e Probabilidade?

Desta forma, elaboramos três sub-problemas de pesquisa, através dos quais, após sua resolução, entendemos ter condições de responder à questão central apresentada.

Problema 1: Nossa primeira questão, e não poderia deixar de ser, envolve a compreensão das concepções dos Professores de Matemática do Ensino

[11] Concepção segundo Artigue: “A noção de concepção responde de fato a duas necessidades distintas: Colocar em evidência a pluralidade dos pontos de vistas possíveis sobre o mesmo objeto matemático, diferenciar as representações e modos de tratamento que lhes são associados,

Fundamental em exercício sobre Aleatoriedade e Probabilidade. Desta forma, elaboramos a seguinte questão:

Quais são as concepções dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental sobre Aleatoriedade e Probabilidade?

Problema 2: Nossa segunda questão consiste em compreender como se deu o Ensino de Probabilidades no Brasil, particularmente em São Paulo, desde a década de 70, uma vez que os Professores hoje em exercício tiveram sua formação básica[12] nesse período. Com isso elaboramos a seguinte questão:

Como se deu o Ensino de Probabilidade em São Paulo e no Brasil nas décadas de 70, 80 e 90?

Problema 3: Numa perspectiva mais atual sobre o ensino de Probabilidades, ocorreu-nos a intenção de relacionar concepções pedagógicas e estocásticas presentes em algumas situações mais pragmáticas que envolvem Probabilidades. Desta forma surge a seguinte questão:

Que concepções os Professores de Matemática do Ensino Fundamental possuem em relação a modelagem e simulação? Eles reconhecem a abordagem freqüentista como um modelo para resolução de situações aleatórias?

As questões apresentadas irão dirigir e nortear o presente trabalho e permite-nos apresentar nossos objetivos.

2.2. OBJETIVOS DE PESQUISA

Este trabalho, de modo geral, visa estudar as concepções sobre Probabilidade existentes no Professor de Matemática do Ensino Fundamental, relacionadas à sua formação básica. Para tanto, estabelecemos os objetivos de

---

colocar em evidência sua adaptação para a resolução de uma ou outra classe de problemas [...]" (ARTIGUE, 1990, p.265, tradução nossa)

[12] Chamamos de formação básica, o nível escolar que tem como título educação básica e é "formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio" (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1999, p. 43).

modo a compor nossa metodologia, além de nortear nosso trabalho.

Objetivo 1: Identificar as concepções sobre Probabilidade dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental em exercício .

Objetivo 2: Identificar características do ensino em relação às diferentes abordagens da probabilidade nas décadas de 70, 80 e 90.

Objetivo 3: Verificar se há relação entre as concepções dos Professores sobre Probabilidade com as características de cada período analisado.

Objetivo 4: Observar se há validação, por parte dos Professores pesquisados, a situações mais pragmáticas, que envolvem modelagem e simulação numa abordagem freqüentista[13] de Probabilidades.

2.3 JUSTIFICATIVA

Dos estudos realizados até o momento, todos são unânimes em afirmar a insuficiência e a ausência de pesquisas voltadas às concepções estocásticas no Brasil.

Além disso, vale ressaltar que a inserção oficial do ensino de Probabilidades no currículo paulista ocorreu somente em 1986 no Ensino Médio e, posteriormente, nos PCN, já na década de 90, abrangendo também o Ensino Fundamental desde as séries iniciais:

> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de fazer com que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos espaços eqüiprováveis (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. p.52)

[13] A abordagem freqüentista de Probabilidade será apresentada no parágrafo II do Capítulo III desta Dissertação

De posse desse diagnóstico, optamos por pesquisar algo que fosse profundo e que pudesse, de fato, auxiliar e alavancar pesquisas futuras que objetivem a melhoria do Ensino Estocástico no Brasil. Deste modo, optamos por um estudo paralelo entre Formação de Professores e suas Concepções sobre Aleatório e Probabilidade.

Sobre esta opção, remetemos-nos à citação de Lopes e Moran (1999):

> Necessitamos de que o cenário da pesquisa em ensino da estocástica, no Brasil, seja ampliado rapidamente para que possamos alcançar os objetivos ressaltados pela proposta curricular brasileira e, assim, possamos formar, de fato, cidadãos mais aptos a tomadas de decisão, especialmente em situações envolvendo a presença do acaso. Consideramos que não basta verificar as análises de avaliações realizadas, seja nos cursos ou nos livros didáticos, pensamos que seja necessário o incentivo a pesquisas que alterem o atual estado da arte dessa área do conhecimento (LOPES e MORAN, 1999 p.6)

Optamos, ainda, por pesquisar se há, de certa forma, uma cultura instalada entre os atuais professores sobre suas concepções e se este fato está diretamente relacionado ao período em que foram alunos do Ensino Básico. Com isso, realizaremos uma investigação que nos permitirá, ou pelo menos nos possibilitará, em projetos futuros, inferir ou provocar alguma intervenção sobre algum processo de transformação no ensino da estocástica no Brasil.

Sobre esta opção, remetemo-nos à citação de Goded (1996):

> Thompson, assinala como uma conclusão bastante geral do conjunto de investigações sobre as concepções dos professores, a necessidade de conhecer as idéias dos professores para disponibilizar as explicações que nos permitam compreender sua atuação em aula e para qualquer intenção de promover um processo de evolução das mesmas. Hoyles (1992) incide na exploração das ditas idéias antes de qualquer intenção de transformação. (Goded, 1996, p.45)

Ainda em relação a nossa opção, buscamos justificá-la citando Coutinho e Gonçalves (2003) que registraram algumas contradições, dentre elas:

> [...]um professor que ao ser indagado sobre como explicaria aos seus alunos a resolução do problema proposto pelo ENEM sobre probabilidade geométrica, afirma: “este conteúdo não faz parte do Ensino Fundamental, mas sim do Ensino Médio, logo, não teria argumentos suficientes para explicar para minhas turmas”. Ressaltamos que o referido problema tem como técnica uma simples comparação de áreas, conteúdo disponível para os alunos do quarto Ciclo do Ensino Fundamental, ciclo no qual trabalhava o referido professor.

> Nesse resgate a um exemplo de incoerência que acabamos de citar, evidencia a complexidade e a importância de estarmos realizando pesquisas nessa linha, pois os professores que tiveram formação na década de 70 e 80, tiveram por meio dos livros uma aprendizagem por um ponto de vista clássico, muitas vezes num enfoque completamente determinista, dissociando a probabilidade e a experiência aleatória à qual ela deveria estar vinculada. Isto é bastante reforçado ainda nos dias atuais pelos livros didáticos de matemática que não seguem a proposta dos PCN." (COUTINHO e GONÇALVES, 2003, p.19)

A referida citação sinaliza-nos a existência de um problema que é real e que, como a fala do professor exemplifica, pode haver muitos outros cuja formação reforça o raciocínio determinista, o que acreditamos ser toda uma geração de professores, pois várias pesquisas apontam este problema não como algo local, enfatizando a idéia de que a escola deve promover um ensino sobre várias abordagens da probabilidade. Sobre esta importância citamos GODINO (1996) e finalizamos nossa justificativa:

> No mundo contemporâneo, a educação científica não pode reduzir-se a uma interpretação unívoca e determinista dos acontecimentos. Uma cultura científica eficiente reclama uma educação no pensamento estatístico e probabilístico . A intuição probabilística não se desenvolve espontaneamente, exceto dentro de um limite muito estreito. A compreensão, interpretação, validação e predição de fenômenos probabilísticos não podem ser confinados à intuição primária que tem sido tão desprezada, esquecida e abandonada em um estado rudimentar de desenvolvimento baixo a pressão de esquemas operacionais que não podem articular-se entre eles.(GODINO et al, 1996 apud SILVA, 2002, p.15)

2.4. HIPÓTESES DA PESQUISA

Apresentamos, nesta parte do estudo, nossas hipóteses:

Hipótese 1: Encontrar nos Professores pesquisados características relacionadas às abordagens Clássica ou Formal de Probabilidades[14], dentre eles o raciocínio determinista.

[14] As abordagens as quais citamos ao longo deste trabalho serão definidas no capítulo III, parágrafo II, que se refere ao estudo do objeto matemático.

Hipótese 2: Encontrar nos livros didáticos e nas orientações institucionais propostas compatíveis e correlacionadas às concepções dos Professores, neste caso, a Clássica e a Formal.

Hipótese 3: Encontrar, nos professores pesquisados, sinais intuitivos e pragmáticos sobre modelagem e simulação, sem necessariamente relacioná-los à abordagem freqüentista de Probabilidade.

Hipótese 4: Em resposta ao nosso problema central, nossa última hipótese é a de confirmação da relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico, e as suas concepções atuais sobre o Aleatório e a Probabilidade.

2.5. METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nosso trabalho será norteado pelos objetivos traçados, motivo pelo qual os disponibilizaremos novamente.

Em relação ao primeiro e quarto objetivos, temos:

Identificar as concepções sobre Probabilidade dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental em exercício e *Observar se há validação, por parte dos Professores pesquisados, a situações mais pragmáticas, que envolvem modelagem e simulação numa abordagem freqüentista de Probabilidades*.

Na busca de atingir estes dois objetivos, construiremos o capítulo "*Instrumento Diagnóstico*", que será composto de um questionário voltado aos Professores de Matemática do Ensino Fundamental em exercício e sua análise.

Este questionário será composto por duas partes, sendo a primeira parte responsável por fornecer os perfis[15] deste grupo de professores e a segunda, por fornecer as concepções dos Professores sobre Aleatoriedade, Simulação, Modelagem e Probabilidade.

[15] Chamamos de perfil o conjunto de informações pessoais do pesquisado.

De posse dos questionários respondidos, construiremos nossas categorizações[16], relacionando – as com as concepções apresentadas por Goded (1996)[17].

A partir das categorizações e a respectiva tabulação dos dados obtidos, recorreremos ao software C.H.I.C[18], que, apropriando-se de uma estatística implicativa, nos permitirá a construção de implicações e relações, representadas de diversas maneiras entre as respostas das questões. Segundo Gras[19] (2001, p.181):

> As respostas de um questionário permitem determinar as características de comportamentos utilizando regras de um sistema “expert” , a análise implicativa, que permite verificar a adequação das questões nas características e a validade das relações orientadas entre as características.

Desta forma, teremos nossa análise qualitativa dos resultados, na qual poderemos relacionar as variáveis principais[20] com as variáveis suplementares[21]. A partir destes resultados, teremos condições de responder às nossas questões já apresentadas:

Quais são as concepções dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental em exercício sobre Aleatoriedade e Probabilidade?

Que concepções os Professores de Matemática do Ensino Fundamental têm em relação à modelagem e à simulação? Eles reconhecem a abordagem freqüentista como um modelo para resolução de situações aleatórias?

Passemos ao nosso segundo objetivo:

Identificar características do ensino em relação às diferentes abordagens da probabilidade nas décadas de 70, 80 e 90.

---

[16] As categorizações serão apresentadas em nossa Análise a Priori dos resultados, no capítulo IV, parágrafo IV.

[17] Concepção não Probabilística da realidade, Probabilística Intuitiva, Probabilística Emergente e a Probabilística Normativa que foram apresentadas no capítulo I, parágrafo III.

[18] C.H.I.C: Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva

[19] A partir des résponses à un questionnaire permettant de déterminer des traits de comportement utilisés dans les règles d’un système expert, l’analyse implicative a permis de vérifier l’adéquation des items aux traits, la validité des relations orientées entre traits.

[20] No C.H.I.C as questões relacionadas às concepções dos Professores pesquisados receberão o nome de variáveis principais.

[21] No C.H.I.C os perfis dos pesquisados não assumem papéis de variáveis principais, mas de variáveis suplementares.

Para este objetivo, construiremos o capítulo chamado "*Estudos Preliminares*", no qual faremos alguns estudos: o Histórico e Epistemológico de Probabilidades, estudo sobre as diferentes concepções de Probabilidade, sobre os conceitos presentes no estudo das Probabilidades, análise de livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90 à luz da Organização Praxeológica e análise de algumas Orientações Institucionais.

A partir destes estudos teremos condições de construir uma análise sobre Transposição Didática de Probabilidades.

De posse dos resultados dos referidos estudos e da análise da Transposição Didática, teremos condições de caracterizar o ensino de Probabilidades em cada período estudado, o que nos possibilitará, desta forma, responder à seguinte questão:

Como se deu o Ensino de Probabilidade em São Paulo e no Brasil nas décadas de 70, 80 e 90?

Para finalizar, buscaremos atingir nosso objetivo maior que é *verificar se há relação entre as concepções dos Professores sobre Probabilidade e as características de cada período analisado* e responder ao nosso problema central: *Há relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico, e as suas concepções atuais sobre o Aleatório e a Probabilidade?*

Este objetivo estará relacionado às nossas Considerações Finais, onde sintetizaremos as discussões e os estudos realizados ao longo dos demais capítulos, com a finalidade de apresentar nossas respostas às diversas questões já levantadas, bem como ao nosso problema central.

III. ESTUDOS PRELIMINARES

Este capítulo parte da necessidade de se fazer um estudo geral sobre a Probabilidade, seu surgimento na sociedade e na escola, suas diferentes definições, sua apresentação nos livros didáticos, seu enfoque nas diferentes abordagens e tendências de cada período, as orientações institucionais por meio de guia, proposta e parâmetros curriculares, além da leitura de diversos trabalhos e textos que contribuirão com a nossa pesquisa e, por fim, a conclusão, a qual faremos paralelamente ao Estudo da Transposição de Probabilidades.

Neste estudo, nossa atenção também estará voltada ao perfil ou tendência de diferentes períodos em relação às propostas de ensino de probabilidades.

3.1. ESTUDO HISTÓRICO E EPISTEMOLÓGICO

Iniciamos este parágrafo justificando a sua importância em nosso trabalho, que se constitui em nos fornecer o suporte histórico e epistemológico presentes no Conceito e no Ensino de Probabilidades. Para isso, organizamos esta parte de nosso trabalho de modo a contemplar os estudos já referidos.

Neste estudo, nós nos remeteremos aos trabalhos já realizados de Coutinho (1994), Coutinho (2001) e Silva (2002).

3.1.1. Estudo do Conceito

Optamos por dividir este parágrafo em outros dois, o Histórico e o Epistemológico, de modo a obter um estudo completo do Conceito[22] de Probabilidades.

3.1.1.1. Estudo Histórico

Organizamos o estudo histórico numa tabela composta por duas colunas, sendo que a primeira contém nomes de personagens relevantes no estudo de probabilidades e suas respectivas datas. Na segunda coluna fizemos uma breve descrição.

TABELA 3. 1 - ESTUDO HISTÓRICO DE PROBABILIDADES

Personagem/ano	**Descrição**
Cardan (1663)	Jérome Cardan, "já utilizava a noção de probabilidade para estudar jogos de azar. Em sua obra "De Ludo Aleae", publicada em 1663, encontram-se as primeiras citações sobre as regras da adição e da multiplicação (axioma do condicionamento e da independência) e também sobre a regra que podemos interpretar como a primeira avaliação assintótica de uma probabilidade".(COUTINHO, 1994, p.15)
Pascal e Fermat (1654)	Pascal envia uma carta para Fermat no qual expõe um método de resolução para o problemas das partes, proposto por Chevalier de Méré. A resolução continha a famosa fórmula: $P(A) = \dfrac{\text{Total de casos favoráveis}}{\text{Total de casos possíveis}}$

[22] Consideramos conceito segundo Vergnoud, um conceito é "constituído de três conjuntos: S: conjunto das situações em que o sentido é constituído (referência); I : conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ato que intervêm nos esquemas de tratamento dessas situações (o significado); L; conjunto de representações lingüísticas e não lingüísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações às quais ele se aplica e os procedimentos de tratamento que dele se nutrem (o significante)" (FRANCHI, 1999, p.173)

Personagem/ano	Descrição
Huygens (1657)	Publica nesse ano um tratado, o "De rariociniis in ludo aleae", que explicita e utiliza a noção de esperança matemática
Jacques Bernoulli (1713)	Início da visão freqüentista, publicada na obra "Ars Conjectandi", que aproxima Probabilidade de um evento pela sua freqüência observada quando a experiência é repetida um grande número de vezes.
Bayes (1763)	Bayes escreveu "La Doctrine des Chances", que introduz uma nova concepção de Probabilidade, matematicamente idêntica à probabilidade da "Geometria do Acaso", "que depende da análise do observador e da hipótese de eqüiprobabilidade por simetria. Os métodos bayesianos têm sua origem na idéia de atribuir uma probabilidade às causas de um evento observado a partir de um valor tomado "a priori" e recalculado em função dessa observação, de onde a classificação de "subjetiva". Note-se bem a diferença entre esta concepção e a concepção de Jacques Bernoulli, dita "objetiva", uma vez que dependia apenas do número de observações feitas sobre o evento estudo" (COUTINHO, 1994, p. 18)
D'Alembert (1760)	D'Alembert, em 1760, questiona sobre a independência entre duas jogadas consecutivas de uma moeda e escreve: "(...) no curso normal da natureza, o mesmo evento (qualquer que seja ele) ocorre muito raramente duas vezes consecutivas, mais raramente três e quatro vezes, e jamais cem vezes consecutivas" (COUTINHO, 1994, p.18)
Condorcet (1785)	Publica a obra "Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Decisions Rendues à la Pluralité des Voix", no qual tenta utilizar técnicas probabilistas na tentativa de fundar uma matemática social.
Laplace (1825)	Em 1812 e 1825 Pierre-Simon Laplace publica "Teoria Analítica da Probabilidade" e "Ensaio Filosófico sobre Probabilidade", respectivamente. Desenvolveu seu modelo matemático dispostos como axiomas e definições. Citamos Coutinho (1994, p.21): "...Vejamos então os dois primeiros princípios: Primeiro Princípio: (a probabilidade) é a relação entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Segundo Princípio: mas isto supõe os diversos casos igualmente possíveis. Se não são, determina-se primeiro suas possibilidades respectivas, cuja justa apreciação é um dos pontos mais delicados da teoria do acaso. Então, a probabilidade será a soma das possibilidades de cada caso favorável."
Lebesgue (1901)	Henri Lebesgue "elabora a Teoria de Integração fundamentada pela Teoria das Medidas de Borel, no Qual colocou a Análise Matemática em uma perspectiva revolucionária, mesmo que Lesbegue não tenha desenvolvido suas conseqüências e aplicações à Teoria das Probabilidades" (COUTINHO, 1994, p.24)
Poincaré (1902)	Poincaré, em 1902 dá ao "conceito de acaso um enfoque moderno, ligando-o à complexidade dos fenômenos observados, sem contudo, tentar mudar os instrumentos fundamentais do Cálculo das Probabilidades". Citamos aqui o que ele escreve sobre o equilíbrio do cone: Se um cone repousa sobre sua ponta, nós sabemos que ele vai tombar, mas não sabemos para que lado; nos parece que só o acaso vai decidir". (COUTINHO, 1994, p. 23)

Personagem/ano	Descrição
Borel (1909)	Émile Borel, em 1909 "forneceu uma das primeiras contribuições à axiomatização do Cálculo das Probabilidades com sua obra "Le Hasard" em 1914. Em suas diversas obras sobre o assunto, retoma numerosas considerações epistemológicas sobre a noção de probabilidade, assim como discorre sobre inúmeras aplicações".(COUTINHO, 1994, p. 24)
Von Mises (1919)	Em 1919 Von Mises aproxima a noção de probabilidade à de freqüência experimental, dentro de sua teoria dedutiva, e supõe a probabilidade definida como limite de freqüências. Observa-se uma relação bastante próxima dos trabalhos de Jacques Bernoulli e Von Mises, a probabilidade sob o ponto de vista freqüentista, porém Von Mises se apropria dos recentes termos e conceitos do cálculo para defini-la.
Keynes (1921)	John Maynard Keynes publica em 1921 a obra "A Treatise on probability", tratando a probabilidade Segundo uma abordagem subjetiva.
Kolmogorov (1933)	Em 1933 Andrei Kolmogorov faz a apresentação axiomática à Teoria das Probabilidades, colocando-a no Quadro da Teoria dos Conjuntos. Em sua obra ele destaca que seu objetivo é explicitar e sistematizar o conjunto de axiomas que já estavam sendo utilizados pela maioria dos teóricos contemporâneos do Cálculo de Probabilidades. Axioma 1: Para qualquer evento (isto é, qualquer subconjunto do espaço amostral S), a probabilidade desse evento satisfaz a relação: $0 \leq P(A) \leq 1.$ Axioma 2: A probabilidade associada ao evento certo (S) é $P(S) = 1.$ Axioma 3: Se dois eventos forem mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

A tabela 3.1 nos fornece, portanto, elementos para que possamos compreender melhor as discussões existentes na história em torno do Estudo de Probabilidades.

3.1.1.2. Estudo Espistemológico

A partir desta breve evolução histórica, passaremos a observar dificuldades relevantes presentes em diversos períodos e que foram apontadas por Coutinho (1994):

> A dificuldade na escolha adequada de um modelo matemático para expressar sua ligação estreita com o mundo real, o mundo sensível, tal como a Geometria[...]
>
> A dificuldade provocada pela falta de um suporte matemático adequado, evidenciada nos estudos anteriores ao trabalho de Kolmogorov.
>
> A dificuldade na resolução de questões envolvendo o caráter subjetivo ou objetivo da Probabilidade;
>
> A dificuldade pela complexidade de certos problemas da lógica combinatória". (COUTINHO, 1994, p.25)

Podemos, também, identificar os obstáculos epistemológicos[23] que cercam o ensino de Probabilidade, pois:

> A análise epistemológica é importantíssima para o didata, pois a identificação dos obstáculos, que ela permite, facilita a seleção, entre as dificuldades geralmente encontradas pelo ensino ou aprendizagem das noções matemáticas, daquelas que são realmente inevitáveis porque são constitutivas do desenvolvimento do conhecimento. (ALMOULOUD, 2000 p.187)

De acordo com Almouloud, compreendemos a relevância desse estudo

---

[23] Para Brousseau, "os obstáculos de origem epistemológica são aqueles dos quais não podemos nem devemos fugir, devido ao seu papel construtivo no conhecimento visado [...] seu vestígio é encontrado em modelos espontâneos dos alunos" (BROUSSEAU, 1983 apud COUTINHO, 1994, p. 26)

de modo que, em nosso trabalho, pretendemos relacioná-lo posteriormente com a análise da Transposição Didática, de Propostas Curriculares, livros didáticos e, também, com a análise do questionário aplicado em professores do Ensino Fundamental, todos em capítulos específicos.

Em relação aos obstáculos epistemológicos de Probabilidade, as concepções intuitivas e o juízos cotidianos são apontados por Goded (1996):

> As investigações nos mostram que o raciocínio dos indivíduos em situações aleatórias, tanto crianças como adultos, é muito frágil; sem alcançar, a maioria das vezes, um nível formal de conceitualização. Se detectam claramente o funcionamento de concepções intuitivas e o uso de esquemas heurísticos, ditas concepções, ainda que dão origem a numerosas direções e obstáculos em seus raciocínios, apresentam uma grande resistência ao ser modificadas. Os juízos cotidianos dos sujeitos refletem com freqüência concepções sobre a aleatoriedade e sobre a probabilidade que pode ser um obstáculo para a compreensão do conhecimento estocástico. (GODED, 1996, p.32)

3.1.2. Estudo do Ensino do Conceito de Probabilidades

Este parágrafo integra e completa a parte histórica desta dissertação. Para que possamos ter um referencial, optamos por realizar dois estudos, o do ensino francês e o do ensino brasileiro, para que, ao final, possamos realizar uma análise comparativa.

3.1.2.1. Estudo do Ensino Francês

Para esse estudo, a Dissertação de Mestrado de Silva (2002) será nosso referencial de apoio, na medida em que cita Parzysz, 1997, em seu artigo “A probabilidade e a estatística no ensino secundário de ontem e de hoje”[24].

---

[24] “Les probabilités et la statisque dans le secondaire d’hier à aujourd’hui”

Em seu artigo, Parzysz justifica a inserção de probabilidades nos programas escolares, dividindo em períodos a história deste ensino nas Escolas francesas e relata a evolução do conceito. Desta forma, organizamos uma tabela com duas colunas, sendo que, na primeira, será exposto o período e, na segunda, faremos uma descrição desse período, apresentado em Silva (2002, p.44).

TABELA 3. 2 – PERÍODOS DA HISTÓRIA DO ENSINO DE PROBABILIDADE NO CURRÍCULO FRANCÊS

Período	**Descrição**
Primeiro Período (1970 – 1981)	Nesse período há a predominância dos "conhecimentos relativos aos conjuntos (união, interseção, complementar, partição, etc.) assim como aqueles conhecimentos relativos às correspondências entre conjuntos (relação, função, imagem, recíproca, etc). Parzysz ressalta que nesse momento do ensino destaca-se não o cálculo das probabilidades, mas os espaços probabilísticos, e ainda, que a nova orientação do ensino da matemática destaca a potência de seu aspecto dedutivo: um pequeno número de axiomas permite obter um grande número de resultados derivados" (SILVA, 2002, p.44)
Segundo Período (1981 – 1986)	Nesse período, os novos programas escolares "apresentam-se menos ambiciosos que os precedentes. Segundo esses novos programas, deverá ser feita aos alunos apenas uma referência a probabilidades, consistida na utilização (sem teoria) da fórmula de Laplace; sendo assim, os aspectos axiomáticos dos programas anteriores cedem lugar a uma aproximação notadamente mais pragmática" (SILVA, 2002, p.45)
Terceiro Período (1986 –1990)	"A concepção de probabilidades subjacente aos novos programas acaba por estabelecer-se de forma mais consistente. O estudo da "combinatória-probabilidades" se decompõem em: 1) Organização dos dados combinatórios; enumerações; 2) Cálculo de Probabilidades. Prevalece nesse período, portanto, segundo Parzysz, a aproximação laplaciana" (SILVA, 2002, p.45)
Quarto Período (1990 - ...)	Esse período apresenta uma abordagem freqüentista de Probabilidades. "Os novos programas introduzem as probabilidades, numa abordagem bem precisamente do tipo freqüentista, de modo que a introdução da noção de probabilidades está apoiada sobre o estudo das séries estatísticas obtidas por repetição de uma experiência aleatória destacando-se as propriedades das freqüências e a relativa estabilidade da freqüência de um evento dado quando essa experiência é repetida um grande número de vezes. Parzysz afirma que os novos programas do ensino francês propõem claramente a descoberta da noção de probabilidade por meio da noção freqüentista e de fazer aparecer numa seqüência de testes repetidos – e de modo fortemente pragmático – a convergência da sequência das freqüências observadas de um evento dado a um limite, que será a probabilidade desse evento (Lei dos Grandes Números). A combinatória adquire então um papel secundário, limitado ao cálculo efetivo de certas probabilidades. Esse fenômeno observável da estabilização das freqüências é que de certo modo, afirma a passagem do quadro estatístico ao quadro probabilístico.". (SILVA, 2002, p. 46)

A tabela 3.2 acima nos fornece, portanto, elementos para que possamos compreender melhor as discussões que estiveram presentes nas últimas décadas em torno do Ensino de Probabilidades.

Apesar de não ser o foco de nossa pesquisa e nem constar em nossos problemas de pesquisa, a partir desse panorama específico do ensino francês, verificaremos mais adiante, em nossa análise de Guias e Propostas Curriculares, se há relação entre essas “categorizações” atribuídas por Parzysz e o ensino brasileiro de Probabilidades.

3.1.2.2. Estudo do Ensino Brasileiro

Optamos por analisar algumas orientações institucionais[25] publicadas a partir da década de 70, tais como, Guia Curricular do Estado de São Paulo, Subsídios para a implementação da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, Proposta Curricular do Estado de São Paulo e Parâmetros Curriculares Nacionais.

Desta forma, ressaltamos que este estudo, embora focalize o Estado de São Paulo, pode ter uma representatividade significativa no cenário nacional, mesmo porque nosso objetivo com este parágrafo é traçar um panorama do Ensino de Probabilidades nas diferentes décadas.

Recorreremos à Organização Praxeológica para realizarmos as análises de alguns materiais que apresentarem mais propostas de atividades e exemplos.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Guias Curriculares para o Ensino do 1º grau**. São Paulo, CERHUPE, 1975.

Em ordem cronológica, esse foi o primeiro material por nós pesquisado, pois não podemos perder de vista que o nosso interesse está voltado aos professores do Ensino Fundamental em exercício e que, portanto, muito provavelmente teve sua formação escolar a partir da década de 70.

> Embora não esteja explicitamente apresentado no programa, achamos que um tópico importante deveria ser explorado nas aplicações, complementos e exercícios, sempre que isso seja possível: A Matemática Aplicada. Pela sua importância em todos os campos do conhecimento humano, pensamos que um papel de destaque será desempenhado por esse ramo da Matemática nos futuros programas. Seria, pois, conveniente que professores fossem testando, com a inclusão em seu planejamento desse assunto, a validade dessa nossa afirmação (SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Guias Curriculares para o Ensino do 1º grau**. São Paulo, CERHUPE, 1975, p.173)

---

[25] Chamamos de orientações institucionais as orientações oficiais sobre o Ensino da Matemática, composta por:

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Subsídios para a implementação da proposta curricular de Matemática para o 2º grau.** Coord. Suzana Laino Candido. São Paulo,SE/CENP, 1982.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas Curricular para o Ensino de Matemática**: 1º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1988.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas Curricular para o Ensino de Matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Guias Curriculares para o Ensino do 1º grau**. São Paulo, CERHUPE, 1975.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

Essa citação nos remete à única referência realizada pelos autores, de forma indireta, sobre Probabilidades.

Ainda em relação a essa citação, analisamos nosso segundo material:

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Subsídios para a implementação da proposta curricular de Matemática para o 2º grau.** São Paulo,SE/CENP, 1982.

Esse material teve o objetivo de complementar um material de mesmo título que fora publicado em 1980, uma vez que nesse primeiro não foram contemplados os estudos de Probabilidade, Estatística e Matemática Financeira. Em sua apresentação, os autores ressaltam:

> Este material foi elaborado para dar continuidade ao trabalho iniciado no volume 1 dos Subsídios para a Implementação da Proposta Curricular de Matemática para o 2º grau. Seu objetivo é complementar, com materiais instrucionais, as sugestões da referida proposta no que se refere aos conteúdo de Probabilidade, Estatística e Matemática Financeira.
>
> Como esses conteúdos não têm tradição no currículo de Matemática do 2º grau, a linha adotada neste trabalho difere daquela sugerida na volume 1 dos Subsídios. Optamos, portanto, por apresentar os assuntos de forma operacionalizada, orientando e facilitando o trabalho docente.
>
> Os autores tiveram a preocupação de passar ao professor um conteúdo mais extenso e profundo do que aquele requerido em sala de aula, a fim de fundamentá-lo em alguns aspectos mais significativos...” (SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Subsídios para a implementação da proposta curricular de Matemática para o 2º grau.** São Paulo,SE/CENP, 1982, p.9)

Essa apresentação explicita, de certa forma, uma tentativa de inserir os conteúdos de Probabilidade, Estatística e Matemática Financeira no currículo escolar. Em nossa pesquisa, esta foi a primeira orientação institucional encontrada para trabalhar os referidos temas.

Na introdução, a autora faz uma reflexão sobre a utilização da Estatística e Probabilidade, definindo-a informalmente como sendo uma “ciência que tem por objeto o tratamento de informação contida nos dados que resultam de observações e fenômenos (fatos)”. (FINI, 1982, p.11)

Observamos e ressaltamos a presença do termo *tratamento de informação* para se definir a Estatística , hoje presente também nos PCN.

Ainda na introdução, chamou-nos a atenção o seguinte registro:

> Em Teoria das Probabilidades, é fundamental, no entanto, que ele seja observado. De fato, para aprender Probabilidade, o aluno sairá da sua maneira "determinística" de raciocínio para passar a raciocinar em conjunto de possíveis resultados (espaço amostral) para, aí, construir a Teoria. (FINI, 1982, p.11)

Esse parágrafo reforça a necessidade de contemplar, nos estudos probabilísticos, a experimentação, na qual os resultados da amostragem passaram a ter um significado relevante, como poderemos também observar no artigo citado de Carvalho e Oliveira (2002) sobre as quatro concepções de probabilidade, que será apresentado em parágrafo futuro, ainda neste capítulo.

Ao iniciar os conceitos envolvidos em probabilidade, a autora parte da definição de Fenômenos Aleatórios como sendo:

> Todo experimento, que repetido identicamente, sob as mesmas condições, que puder apresentar diferentes resultados" e de fenômenos determinísticos como sendo "caracterizados por situações em que ao se repetir um experimento (sob as mesmas condições) obtém-se sempre um único resultado.(FINI, 1982, p.12).

Desta forma, são disponibilizados alguns exemplos os quais abordam os conceitos de fenômenos aleatórios e determinísticos, sendo o primeiro a seguinte situação: "*Construa uma roleta simples, dividida em dois semi-círculos iguais e realize 10 ensaios*".

Nesta situação, identificamos a *Tarefa* como sendo a solicitação de registro das possibilidades de semi-círculos que podem ocorrer ao girar a roleta.

A *Técnica* utilizada pela autora é o desenho de uma roleta, nomeando os semi-círculos, nomeando-os de 0 e 1. Na seqüência, há a construção de uma tabela contendo o número do ensaio e o valor contemplado em cada um, para a construção do respectivo espaço amostral, E = {0,1}.

O *Discurso Teórico- Tecnológico* que observamos, nesta tarefa, consiste no conceito do conjunto do espaço amostral e de experiência aleatória.

Pela situação colocada, observamos que o objetivo da autora consistiu em exemplificar fenômenos aleatórios por meio da experimentação.

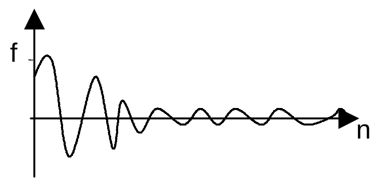
O segundo conceito apresentado pela autora é o de Espaço Amostral e Eventos:

> [...] para começar a construção da Teoria das Probabilidades, associar a cada fenômeno aleatório, o conjunto de todos os possíveis resultados que denominaremos Espaço Amostral. Os elementos deste conjunto receberão o nome de Eventos Elementares. Chamaremos de Evento qualquer subconjunto do espaço amostral. (FINI, 1982, p.13)

Na seqüência, há exemplos clássicos que serão apresentados nas análises de livros didáticos.

O próximo conceito abordado é o de Uniões, Intersecções e Complementos de Eventos, no qual a autora se apropria de representações únicas e presentes na Teoria dos Conjuntos.

Em seguida, mais especificamente na seção 1.4, cujo título é *"Regularidade Estatística",* a autora apresenta uma conclusão geral dos exemplos referentes a fenômenos e experimentos aleatórios, dentre os quais destacamos:

> Regularidade Estatística: Quando um experimento aleatório é repetido um "grande" número de vezes, ocorre uma estabilidade (regularidade) da fração $f_A=n_A/n$, onde o número $f_A=n_A/n$ é a freqüência relativa de um evento A e n_A é o número de vezes que A ocorre nos ensaios do experimento.
>
> Graficamente, temos
>
> 
>
>
> Em outra palavras, à medida que n (número de ensaios) cresce, a freqüência relativa do evento A tende a se estabilizar em torno de um número p que chamaremos agora de probabilidade do evento A.
>
> Então até aqui, a freqüência relativa está sendo considerada como uma medida experimental do valor da probabilidade.
> Poderíamos dizer que $p = \lim_{n \to} \frac{n_A}{n}$ (FINI,1982, p.18)

Esta citação, bem como os exemplos disponíveis reforçam a tentativa de exclusão do raciocínio determinista, pois são considerados os resultados dos experimentos. Em relação aos exemplos propostos, a autora ilustra quatro situações cujas *tarefas* consistem em analisar tabelas com números de ensaios bastante significativos. As *técnicas* consistem em estabelecer a freqüência relativa de cada ocorrência e os discursos *teórico-tecnológicos* são justificados pelo enfoque freqüentista do conceito de Probabilidade.

A definição Clássica de Probabilidade surge quando a autora a justifica como sendo restrita a Espaços Amostrais Uniformes: "[...] Consideramos espaços uniforme todo espaço amostral com um número finito N de pontos e cada um com probabilidade 1/N" (FINI, 1982, p.29)

Embora entendamos que esse material é um subsídio da Proposta Curricular, ou seja, ele não iria nortear os conteúdos que os livros didáticos e os professores estariam considerando na época, consideramos ser importante relacioná-lo em nosso trabalho, pois foi mais um material institucional que esteve à disposição da comunidade escolar no período a que se refere nossa pesquisa.

Passemos ao terceiro material analisado:

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas curricular para o ensino de matemática**: 1º grau. 4 ed. São Paulo: SE/CENP,1991. Essa proposta está estruturada de tal forma que os conteúdos sejam organizados e apresentados em três temas: números, medidas e geometria. Em relação à Estatística e Probabilidade, referem-se apenas ao trabalho com a Estatística Descritiva. Há a ocorrência de propostas de trabalho com situações que suscitam o princípio multiplicativo e o diagrama de árvores.

Passemos ao quarto material analisado:

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas curricular para o ensino de matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992.

Iniciamos esta análise ressaltando que, embora o exemplar analisado seja do ano de 1992, a primeira edição foi publicada em 1986.

Na apresentação dessa Proposta Curricular, os autores reforçam a idéia de exclusão do formalismo e da Teoria dos conjuntos, pelo menos ao se introduzir o conceito:

> Nesta proposta, a visão intuitiva de probabilidade deve servir de guia nas resoluções dos problemas, como no início do tratamento do conceito.
>
> Definições e propriedades só aparecem no decorrer do trabalho com os conceitos, após sua compreensão e a partir de situações-problema que sejam concretas para os alunos. As propriedades enunciadas não são demonstradas formalmente. Inicialmente a linguagem de conjuntos é evitada o máximo possível, tentando garantir, antes de tudo, a compreensão das idéias fundamentais e, só no final do curso, lança-se mão dela, se for necessário e adequado à clientela a que se destina o curso. (SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992, p.137)

Dando início aos conceitos presentes na Teoria das Probabilidades, os autores construíram uma tabela contendo duas colunas, sendo que a primeira é destinada aos conteúdos e a segunda, a sugestões e observações. Nessa tabela, os autores relacionam os seguintes conceitos: Experimento, Espaço Amostral, Regularidade Estatística, Freqüência Relativa, Eventos Mutuamente Excludentes, Probabilidade de um Evento, Espaços Eqüiprováveis, Probabilidade de um Espaço Amostral Eqüiprovável, Probabilidades por Porcentagens, Eventos Complementares, Produto de Probabilidades e Probabilidade Condicional.

Analisaremos somente os conceitos presentes na introdução ao conceito de Probabilidades.

Experimento. Os autores registram três propriedades:

> a) Experimentos que podem ser repetidos indefinidamente sob condições essencialmente inalteradas;
>
> b) Em qualquer repetição do experimento, não sabemos, com certeza, qual particular resultado, de todos os possíveis, irá ocorrer, embora se possa precisar quais são esses possíveis resultados (SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992, p.141)

A terceira propriedade faz referências a um experimento que é realizado um grande número de vezes. Os autores não apresentam a Probabilidade sob uma perspectiva Freqüentista, mas justificam que, para os resultados serem aceitos, é necessário fixar um grau de confiabilidade, um erro tolerável e, ainda, por meio da Lei dos Grandes Números, estabelecer qual o menor número de experimentos que se deva realizar. Ao final, ressaltam ainda que essa propriedade não é estudada nesse nível de ensino.

Espaço Amostral. Os autores definem esse conceito a partir do seguinte exemplo:

> Lançando um dado, ao acaso, se observarmos o número de pontos da face superior, os resultados possíveis são 1, 2, 3, 4,5 ou 6. Entretanto, ao lançarmos o dado poderíamos estar interessados em observar se resultado é ou não divisor de 6. Nesse caso, os resultados possíveis são "divisor de 6" ou "não divisor de 6". (SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas Curricular para o Ensino de Matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992, p.142)

Probabilidade de um Evento. Os autores ressaltam a importância de se obter um modelo matemático que servirá para medir a chance da ocorrência de cada evento, independentemente do número de repetições do experimento.

A partir desse registro, os autores explicitam os axiomas apresentados por Andrei Kolmogorov em 1933. Para fugir da notação de conjuntos, os autores utilizam P(A ou B) ao invés de $P(A \cup B)$. A definição de probabilidades sob a perspectiva clássica só aparece após a definição de Espaços Amostrais Eqüiprováveis.

Passemos, então, para o quinto e último material analisado:

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Optamos por analisar os PCN do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental devido ao fato de apresentarem, nas séries correspondentes a estes ciclos, propostas de introdução à Probabilidade, que pertence ao bloco tratamento da Informação.

> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser

exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998, p.52)

Os PCN fornecem orientações para que:

> [...] a Probabilidade seja explorada de maneira informal por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento.
>
> Para ampliar a noção de probabilidade pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda de 9 vezes cara, ou seja, 90% dos lançamentos. A partir dessa afirmação é possível explorar as seguintes situações: se a moeda for lançada mais 10 vezes, é provável que essa porcentagem se repita? E se o número de lançamentos for 1000? ou 10000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso?
>
> As respostas dos alunos evidenciam sua intuição a respeito de algumas idéias envolvidas na probabilidade e favorecem um trabalho de familiarização como esse assunto. É importante que eles descubram, pela experimentação, que as chances de cada resultado ser igual (50%) deve-se à simetria da moeda e sua homogeneidade (moeda honesta).
>
> Com esse trabalho espera-se que o aluno também perceba que poderia ter lançado a moeda 15 vezes obtendo nesses lançamentos 15 caras. Mas, mesmo que isso tivesse acontecido – o que é bem difícil – no 16º lançamento , a chance de obter cara continua sendo a mesma de obter coroa e que a "disparidade" entre os resultados de cara e de coroa tendem a diminuir conforme se amplia o número de experimentos.
>
> Ao se realizarem experiências para calcular probabilidades, é interessante utilizar materiais manipulativos que permitam explorar a propriedade da "simetria" (dados, moedas), como também os que não possuem essa "simetria" (roletas com áreas desiguais para os números).
>
> No trabalho com probabilidade é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se do princípio multiplicativo e de representações como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore. Desse modo, será possível indicar o sucesso de um evento utilizando-se de uma razão". (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998, p.137)

Esta citação evidencia a preocupação em relação ao trabalho mais experimental e reflexivo, no qual o aluno possa refletir sobre algumas situações, sobre o aleatório, o acaso, a eqüiprobabilidade e, sobretudo, apropriar-se de alguns recursos do princípio multiplicativo para construção do espaço amostral.

Para finalizar, trataremos das nossas conclusões sobre as análises realizadas. Com o objetivo de facilitar a leitura, relacionando características ao período, faremos nossa reflexão a partir de uma tabela, semelhante à que elaboramos na análise epistemológica do Ensino de Probabilidade nas escolas francesas proposto por Parzysz, de tal modo que possamos, na análise da Transposição Didática, fazer um estudo comparativo entre as duas.

TABELA 3. 3 – PERÍODOS DO ENSINO DE PROBABILIDADE NO CURRÍCULO PAULISTA

Material/Ano	Descrição
Guia Curricular do Estado de SP (1975)	Esse material não faz referências ao Estudo de Probabilidades, o referencia como sendo pertencente em todos campos do conhecimento, o que justifica a previsão de que esse assunto tomaria um papel de destaque em programas futuros.
Proposta Curricular do Estado de SP (1989)	A Proposta Curricular do Estado de São Paulo voltada ao 1º grau não faz referências ao Ensino de Probabilidades. A Proposta Curricular do Estado de São Paulo voltada ao 2º grau traz conceitos pertencentes a Teoria das Probabilidades. Embora os autores tenham deixado explícito o desejo de negação à Teoria dos Conjuntos, apropriam-se de suas notações e representações para formalizar cada definição. Há a orientação de que a formalização dos conceitos ocorram somente ao final do processo.
Parâmetros Curriculares Nacionais (1998)	Esse material fornece orientação no sentido de que as atividades a serem desenvolvidas proporcionem reflexões sobre o aleatório, acaso, eqüiprobabilidade e que o Princípio Multiplicativo seja utilizado para determinar o Espaço Amostral. Esse material faz também referências ao trabalho experimental, o que, ao nosso ver, suscita o enfoque Freqüentista, embora não o cite explicitamente.

Como parte integrante de nossa conclusão, observamos que, dos materiais analisados, somente os PCN sugerem a introdução a conceitos pertencentes à Teoria das Probabilidades ainda nas primeiras séries do Ensino Fundamental.

Na análise do subsídio à Proposta Curricular de 1982, a apresentação já deixa evidente que probabilidade é um conteúdo não trabalhado tradicionalmente, nem ao menos no segundo grau.

O próximo passo de nosso trabalho consiste em relacionar as características que chamamos de institucionais, pois são designadas pelos governos, com as tendências de abordagens encontradas nos livros didáticos, também analisadas nesse capítulo.

Achamos por bem realizar essas análises e estudos paralelamente à transposição didática, de forma que a leitura desse trabalho não se torne repetitiva.

3.2. ESTUDO DO OBJETO MATEMÁTICO

Este parágrafo tem como objetivo situar-nos em relação às diferentes abordagens de Probabilidades, motivo pelo qual faremos sua apresentação formal.

Neste parágrafo utilizaremos com bastante freqüência os termos eventos, espaços amostrais e aleatoriedade, elementos presentes na Teoria das Probabilidades, apresentados no parágrafo anterior.

Apresentaremos inicialmente a definição Clássica ou Laplaciana de Probabilidades:

> Se uma experiência aleatória tiver N resultados mutuamente exclusivos e igualmente prováveis e se um evento A contiver N_A desses resultados (N_A N), então a probabilidade do evento A é dada por $P(A) = N_A/N$, ou seja a probabilidade de um evento A é a razão entre o número de resultados (ou casos) favoráveis à ocorrência de A e o número de casos possíveis. (GUIMARÃES, 1997, p.73).

A definição anterior remete-nos às seguintes propriedades:

> (i) Dado que, para qualquer evento 0 N_A N, então a probabilidade $P(A) = N_A/N$ está compreendida entre zero e a unidade:
>
> $$0 \leq P(A) \leq 1$$
>
> (ii) O evento certo (que coincide com o espaço amostral, S) inclui todos os resultados possíveis. Daqui que $N_S = N$, consequentemente,
>
> $$P(S) = 1$$
>
> (o evento impossível, ø, não inclui qualquer dos resultados contidos em S. Por isso, $N_ø =0$ e, consequentemente, $P(ø)=0$).

> (iii) Se dois eventos A (com N_A resultados) e B (com N_B resultados) forem mutuamente exclusivos (isto é, se não contiverem nenhum resultado comum), ao evento $A \cup B$, associam-se $N_A + N_B$ resultados e $P(A \cup B) = (N_A + N_B)/N = N_A /N + N_B/N$, ou seja, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. (GUIMARÃES, 1997, p.74)

Essa definição limita-se aos casos em que os possíveis resultados associados a cada experiência aleatória sejam finitos e que os experimentos aleatórios, mesmo que teóricos, sejam considerados simétricos e eqüiprováveis.

Nossa segunda abordagem é a **Geométrica**.

A partir da observação final em relação à limitação da abordagem clássica, destacamos:

> [...] não é possível por exemplo, calcular a probabilidade de que um ponto selecionado ao acaso a partir de uma região (por exemplo, de um círculo) se localize numa determinada sub-região incluída nesse círculo (por exemplo, um triângulo). Para o fazer é necessário estender o conceito de probabilidade ao acaso de experiências aleatórias nas quais os resultados possíveis constituam conjuntos contínuos.
>
> Designe-se por <<med>> uma medida da dimensão (comprimento, área, volume) de uma região qualquer incluída num espaço amostral contínuo (S) de uma experiência aleatória. De acordo com a definição geométrica, a probabilidade de que um ponto selecionado ao acaso a partir de S se localize na região A nele incluída é dada pela razão P(A) = med A / Med S. (GUIMARÃES, 1997, p.75)

Nessa definição de probabilidade também se mantêm as propriedades relacionadas na definição clássica.

A terceira definição é a **Freqüentista**. Nesta abordagem, não se aplicam a obrigatoriedade de simetria e a eqüiprobabilidade aos experimentos aleatórios, porém é necessário que haja uma repetição de um número significativo de vezes de um experimento e que seus resultados mostrem sinais de estabilização.

> Considere-se que, no decurso de N realizações de uma experiência, um acontecimento qualquer A ocorre N_A vezes (0 N_A N). A probabilidade do acontecimento defini-se como o limite, quando N tende para o infinito, da freqüência relativa de ocorrência do acontecimento A (isto é, da ocorrência de qualquer um dos resultados contidos em A). Em notação simbólica, pode escrever-se $P(A) = \lim_{n\to} \frac{N_A}{N}$

> É imediato verificar que, de acordo com a definição freqüentista, as probabilidades satisfazem as propriedades que anteriormente se mostrou serem satisfeitas segundo as definições clássica e geométrica. (GUIMARÃES, 1997, p.76)

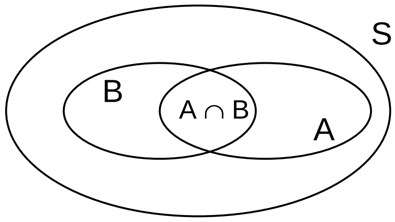
Nossa quarta abordagem é a **Subjetiva**. Esta abordagem refere-se:

> Às experiências que, pela sua própria natureza, nunca se repetirão. Neste caso, a via freqüentista não é seguramente útil para estimar as probabilidades associadas a diferentes eventos. Exemplos: Como estimar, pela via freqüentista, a probabilidade de o atual governo se manter inalterado nos próximos seis meses? ou e a probabilidade de um determinado índice de uma Bolsa de Valores duplicar nos próximos 10 anos?
>
> Nesses casos é mais fácil interpretar as probabilidades como expressões do grau de credibilidade que cada pessoa atribui à ocorrência dos acontecimentos em causa.
>
> É claro que se podem imaginar muitas formas de exprimir tais graus de credibilidade. No entanto, para que eles traduzam probabilidades, devem satisfazer o conjunto de propriedades que foram anteriormente identificadas como características destas, de acordo com qualquer das definições apresentadas.
>
> Um argumento em favor da satisfação de tais propriedades é o seguinte: mesmo que haja certas experiências que, na realidade, não se repitam, pode sempre imaginar-se essa possibilidade teórica. Então as propriedades satisfeitas pelas probabilidades interpretadas como limites de freqüências devem ser satisfeitas pelas probabilidades subjetivas. (GUIMARÃES, 1997, p.76)

Nossa última abordagem é a **Axiomática**. De forma simplificada, consideram-se os seguintes axiomas:

> Axioma 1: Para qualquer evento A (isto é, qualquer subconjunto do espaço amostral S), a probabilidade desse evento satisfaz a relação:
>
> $$0 \leq P(A) \leq 1.$$
>
> Axioma 2: A probabilidade associada ao evento certo (S) é:
>
> $$P(S) = 1.$$
>
> Axioma 3: Se dois eventos forem mutuamente exclusivos, então:
>
> $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
>
> As propriedades assim definidas passam a ser meros objetos matemáticos. A garantia de que se trata de objetos com interesses teórico e prático, assenta no fato de que os axiomas são, por um lado, consistentes e, por outro, pragmáticos.
>
> A consistência dos axiomas impõe que os resultados que a partir deles se possam deduzir não sejam contraditórios. O seu pragmatismo está associado à capacidade de permitirem representar de uma forma útil fenômenos ou processos com que a realidade nos confronta.

Com base nos axiomas adotados, podem deduzir-se as propriedades associadas às probabilidades, cuja validade poderia ser verificada diretamente a partir das definições anteriores. Apresentam-se seguidamente três exemplos de tais propriedades:
(i) Para qualquer evento A, P(A) + P( ) = 1
A e são eventos mutuamente exclusivos.
Do axioma 3 resulta que P(A∪) = P(A) + P( ).
Dado que A∪ é o espaço amostral, P(A∪) = P(S)
Do axioma 2 resulta que P(A∪) = P(S) = 1
Então P(A) + P( ) = P(A∪) = 1
(ii) P(ø)=0
Ø e S são eventos complementares.
Da propriedade anterior resulta P(ø) + P(S) =1
Dado que P(S) = 1 (axioma 2), P(ø) = 1- P(S) = 0
(iii) Para quaisquer eventos A e B,
P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B)



A partir do diagrama, verifica-se que A∪B A ∪ (∩ B)
E que os eventos A e ∩ B são mutuamente exclusivos.
Do axioma 3 resulta que P (A∪B) P(A) + P (∩ B)
Ora o evento B pode ser expresso como a união de dois eventos mutuamente exclusivos, designadamente:
B (A ∩ B) ∪ (∩ B)
Daqui que P(B) = P(A ∩ B) + P(∩ B),
ou de forma equivalente,
Daqui que P(∩ B) = P(B) - P(A ∩ B).
Substituindo esta expressão na anteriormente obtida para P(A∩B), obtem-se:
P (A∪B) P(A) + P (∩ B) = P(A) + P(B) - P(A ∩ B) (GUIMARÃES, 1997, p.8).

3.3. ANÁLISE DE PESQUISAS SOBRE O TEMA

Com o objetivo de uma melhor compreensão do nosso objeto de pesquisa, buscamos outros trabalhos relacionados ao mesmo tema. Desta forma, este parágrafo destina-se a relatar os trabalhos de Lopes e Moran (1999), Carvalho e Oliveira (2002), Silva (2002), Coutinho (1994) e Goded (1996).

Com o objetivo de observar atividades propostas para o ensino de probabilidade e estatística da 1ª à 8ª séries do Ensino Fundamental, a partir de livros que foram recomendados para adoção, em 1999, Lopes e Moran escreveram o artigo *A Estatística e a Probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental*.

Este artigo tem como objetivo estudar os conceitos de probabilidade e combinatória desde as séries iniciais do ensino fundamental, segundo os PCN.

> Em relação à Probabilidade, consideram que esta pode promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos. Destacaram o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente, portanto cabendo à escola propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos (Lopes e Moran, 1999, p.2)

Nas análises dos livros de Matemática, os autores puderam observar que há um *descompasso* entre os objetivos de inserir tais conteúdos nas séries iniciais e o que é proposto pelos livros; há uma *simplificação* do conteúdo, no qual utilizam a estatística como fim em exercícios de Matemática. Há, nos manuais para o professor, uma forma não coerente de explicação, confundindo conceitos: o conceito de porcentagem não aparece relacionado ao raciocínio estatístico; o conceito de probabilidade aparece de maneira clássica; número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis, com o nome de chance e sem observações aos casos de eqüiprobabilidade e de conjunto finito dos casos possíveis. Há, também, uma tendência em não relacionar conceitos com os seus respectivos nomes. Sobre esta última observação, os autores defendem que não há inconveniência alguma em introduzir os nomes específicos a partir dos 3º e 4º ciclos.

Dando continuidade às observações, os autores ressaltam que o uso da porcentagem e estimativa ocorre a partir do 2º ciclo, de forma a possibilitar a aquisição de concepções equivocadas uma vez que, do ponto de vista matemático, as definições se apresentam de forma correta, mas que nem sempre são as mesmas do ponto de vista estatístico.

Os autores identificaram definições errôneas sobre média aritmética nos livros destinados ao 3º ciclo, nos quais ela é denominada como ponderada, caso os dados de uma amostra sejam agrupados.

Finalizando o artigo, os autores destacam a importância e a urgência de se pensar no ensino estocástico na escola básica, inclusive na formação do professor e nos livros didáticos. Desta forma, justificam a necessidade de pesquisas no ensino estocástico brasileiro, solicitando sua ampliação.

Bem como esta conclusão, Lopes e Moran fazem outros registros relevantes ao nosso trabalho, pois fazem um estudo dos PCN e alguns livros didáticos atuais recomendados para adoção. Identificam e pontuam as eventuais falhas que poderão aparecer também em livros de décadas anteriores, o que estamos nos propondo a fazer.

Outro trabalho cuja leitura realizamos e que entendemos ser relevante é o artigo *quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, freqüentista, subjetiva e formal*, de Carvalho e Oliveira, (2002)

A partir da observação de que probabilidade não é trabalhada no ensino fundamental e médio ou, quando o é, se dá de maneira formal, os autores propuseram atividades a alunos ingressantes no curso de licenciatura de matemática, a fim de provocar reflexões sobre o que eles entendem sobre probabilidade. Nestas atividades, os autores analisaram as concepções de probabilidade que foram mobilizadas - *clássica, freqüentista, subjetiva e formal.*

Os autores justificam a necessidade do trabalho com probabilidade e estatística a partir das séries iniciais. Para isso, citam Dinges (1981):

> A escola deve combinar idéias de diferentes perspectivas, desde os primeiros níveis:
> - A estocástica como a matemática dos fenômenos de massa.
> - A estocástica como a lógica da incerteza.
> - A estocástica como a técnica que transforma os dados em indicadores.
> - A estocástica como teoria da decisão. (DINGES, 1981 apud CARVALHO e OLIVEIRA, 2002 p.3)

Na seqüência os autores apresentam as definições das diferentes perspectivas de probabilidade.

A partir das definições e outras reflexões, os autores passam a descrever as atividades realizadas.

Primeira atividade: Lançamento de tachas e percevejos, quando solicitaram que os alunos fizessem experimentações de forma que, ao final, toda a turma pudesse compartilhar os diferentes resultados, obtendo, assim, um resultado único da turma.

O objetivo desta atividade era discutir a probabilidade sob o ponto de vista freqüentista. Os alunos, porém, não fizeram os devidos registros para que ao final pudessem compartilhar.

Para os autores, esta atitude de não registrar os resultados dos experimentos (cair de ponta para baixo ou para cima), reforça a idéia de que os alunos tiveram em sua vida estudantil acesso somente à perspectiva clássica. Eles não consideram os resultados da amostra como importantes, pois, de acordo com a probabilidade clássica, o resultado é dado a priori e, neste caso, desconhecendo a assimetria do objeto, que é visível, os alunos afirmaram ser de 50%.

A segunda atividade proposta pelos autores tem como título "*Nascimento em duas maternidades*", cujo objetivo foi provocar reflexão sobre *a "Lei dos Grandes Números*".

A atividade consistia na escolha entre duas maternidades de uma cidade, uma grande e outra pequena, em que a probabilidade de nascer uma menina era aproximadamente igual à probabilidade de nascer um menino em ambas. A escolha estava relacionada a dois fatos: nascerem 250 ou mais meninas dos primeiros 500 bebês na maternidade grande, ou nascerem 25 ou mais meninas dos primeiros 50 bebês na maternidade pequena.

Na resolução desta atividade, surgem novamente características da probabilidade clássica, pois os alunos ignoraram o tamanho da amostra e afirmaram que a probabilidade em ambas era igual a 50%.

A última atividade "*Jogo das cartas de dupla face*" consistia na escolha de uma, dentre três cartas: uma com uma cor X nas duas faces, outra com uma cor Y nas duas faces e a última com uma cor X numa face e cor Y na outra. No momento da escolha, o aluno observou somente a face superior, tendo então que apostar qual a cor do verso.

O objetivo desta atividade era que os alunos pudessem utilizar estratégias intuitivas e que, ao final, fosse sistematizado o teorema de Bayes. Através deste procedimento, os autores perceberam uma grande resistência dos alunos em comentar suas estratégias e, então, realizou-se uma intervenção mostrando, desta forma, o processo de resolução a partir da probabilidade condicional.

Os alunos não se convenceram do processo de resolução dos autores, motivo pelo qual eles tentaram mobilizar as concepções de probabilidade subjetiva, relacionando esta situação específica a outros jogos.

Os autores concluem o artigo reafirmando a necessidade do acesso a todas as perspectivas de probabilidade, uma vez elas têm sua adequação determinada pela natureza do problema. Ressaltam, ainda, a importância deste conhecimento por parte dos professores, uma vez que

> [...] a possibilidade de adequação de diferentes concepções à solução de uma situação – problema parece própria dos estudos estocásticos que de certa forma vai de encontro ao determinismo vigente em outras aulas. (CARVALHO e OLIVEIRA, 2002, p.11)

De certa forma, os resultados apontados neste artigo remete-nos à presença consolidada da perspectiva clássica em alunos ingressantes no curso de Licenciatura de Matemática. Embora esses não façam parte do nosso público alvo, sua formação básica muito provavelmente tenha ocorrido nas décadas de 80 / 90, o que entendemos ser extremamente relevante em nossa pesquisa.

Probabilidade: A Visão Laplaciana e a visão freqüentista na introdução do conceito, é o título da Dissertação de Mestrado de Ismael de Araújo Silva, realizada em 2002 na PUC.SP, que também contribuiu com nossa pesquisa.

Em seu estudo, o autor estabelece um resumo dos principais problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem do conceito de probabilidades no Ensino .Médio. Inicialmente, registra a ausência da abordagem de algumas noções básicas que compõem o campo conceitual[26] probabilístico no processo de aprendizagem. Dentre elas, destaca experimentos determinísticos, características de um experimento aleatório, noção de acaso e espaço amostral não

---

[26] O autor considera Campo Conceitual segundo Vergnoud.

eqüiprováveis.

Além de não se contemplar essas noções básicas no Ensino Médio, o autor identifica também, por meio de observações originadas a partir de leituras e testes-piloto, que no processo de aprendizagem utiliza-se exclusivamente a abordagem clássica; as abordagens são de forma a contemplar o terna definição-exemplo-exercício e, ainda, as abordagens não propõem atividades complementares, como experimentos e experimentos aleatórios.

Sendo assim, o autor sugere a seguinte questão: "*É possível organizar uma seqüência de ensino que encaminhe uma apreensão de modo significativo e abrangente da noção de probabilidades?"* (SILVA, 2002, p.20)

Em sua pesquisa, o autor realizou 07 sessões com o objetivo de proporcionar aos alunos os conceitos básicos que compõem o campo conceitual de probabilidades, ou seja, duas sessões que abordam as definições clássica e freqüentista, e uma sessão com o objetivo de complementar os estudos realizados, enfatizando os aspectos históricos dessas abordagens.

Para a construção da seqüência didática, o autor definiu previamente o campo conceitual das noções probabilísticas, sendo elas experimentos aleatórios e determinísticos, acaso, espaço amostral, tipo de espaço amostral, eventos e tipos de eventos.

De acordo com os resultados das sessões, o autor considera que os alunos conseguiram concretizar um estudo da teoria probabilística de forma mais significativa e abrangente, contemplando as duas abordagens, laplacina e freqüentista.

Considera, também, que a partir da seqüência didática proposta, os alunos conseguiram estabelecer uma aprendizagem significativa das noções que compõem o campo conceitual probabilístico. Destaca ainda que, devido à seqüência didática proposta ter sido diferente do que tradicionalmente é proposto a eles – definição, exemplo, exercícios – este procedimento contribuiu para a motivação da turma.

SILVA, em capítulos específicos, também realiza estudos sobre a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, dos PCN e da História e Epistemologia da probabilidade, dentre os quais já apresentamos em parágrafos anteriores.

O trabalho deste autor vem colaborar com a nossa pesquisa, quando consideramos os estudos citados no parágrafo anterior e quando consideramos os resultados da seqüência didática proposta, que mostram o quanto as noções probabilísticas presentes no campo conceitual de probabilidade, assim como ambas perspectivas de probabilidade são de real acessibilidade para os alunos.

Outro trabalho que consideramos indispensável para a nossa pesquisa é o de Coutinho, (1994), "*Introdução ao conceito de Probabilidade por uma visão Freqüentista*", cujo objetivo é mostrar as vantagens encontradas, ao se introduzir os primeiros conceitos de probabilidades por uma visão freqüentista.

A autora defende a idéia de que trabalhar os conceitos de probabilidade por meio da visão freqüentista, possibilita ao aluno os primeiros contatos com probabilidade, a partir de situações e experiências comuns do dia-a-dia que não estejam obrigatoriamente presentes na hipótese de eqüiprobabilidade.

Desta forma, a autora segue uma metodologia, a engenharia didática, que passa por aplicação de questionários para verificação de concepções sobre probabilidade de alunos ingressantes no Ensino Superior de duas realidades, a brasileira e a francesa.

A partir dos resultados do questionário, o passo seguinte foi a elaboração de uma seqüência didática, a fim de corrigir concepções errôneas identificadas nos questionários e construir a concepção de probabilidade freqüentista como sendo a freqüência limite de um evento resultante de uma experiência aleatória.

Em sua conclusão, Coutinho ressalta que certas concepções errôneas podem persistir mesmo após o aprendizado de noções básicas deste conteúdo, o que justifica a importância de um ensino precoce de probabilidades.

Outro material de extrema relevância para a nossa pesquisa é o de Goded (1996), ao qual já nos referimos no primeiro capítulo e retomaremos neste momento.

A autora realiza, na Espanha, um estudo semelhante ao nosso, cujo público alvo foi composto por professores primários, com o objetivo de detectar as concepções sobre aleatoriedade e probabilidade, com o intuito de que estas informações pudessem auxiliar na preparação de cursos de formação docente.

Para a concretização de seu trabalho, a autora também realizou diversos estudos prévios, cujas conclusões também nos auxiliarão. Dentre eles, destacamos a pesquisa de Greer e Riston (1993), na medida em que nos fornece dados relevantes.

Focalizando a problemática de ensino sobre o tratamento e representação da informação ao longo do currículo, a autora destaca:

> Greer e Riston (1993) apresentam um estudo em que incluem análises das concepções dos professores sobre probabilidade e a percepção que tem os professores dela como tópico curricular. Em seu estudo exploratório entrevistam os coordenadores de matemática e os professores primários e secundários de quarenta escolas.
>
> Uma das conclusões mais claras do referido estudo é a ausência de formação específica sobre o tema na maioria dos professores, tanto no nível conceitual como didático, o que cria uma inevitável sensação de insegurança em seu tratamento em aula. Uma conseqüência clara desta situação é a recusa, bastante generalizada, à introdução da probabilidade em suas aulas, fundamentalmente detectadas entre os professores primários. Os professores primários consideram a probabilidade como algo totalmente desconhecido para eles.
>
> Nas questões formuladas, relacionadas diretamente com a probabilidade, somente dois professores entrevistados crêem conhecer e compreender a estrutura matemática que se construiu desde os conceitos básicos que eles devem ensinar. E tanto os professores primários como os do secundário reconhecem a probabilidade como uma área do currículo sobre a qual têm muito pouca confiança em sua capacidade para tratá-las em sua aula, o que os leva a deixá-las em posições irrelevantes. (GODED, 1996, p.48)

Este resultado mostra que o problema que atinge o ensino de probabilidades não é algo localizado, ou seja, não se trata de um dado isolado sobre uma determinada realidade educacional, pois esta pesquisa realizada na Espanha também evidencia a falta de preparo didático e pedagógico dos Professores, tanto do ensino primário como do secundário para trabalhar o referido tema.

De posse de todas as análises dos trabalhos realizados em torno da problemática do ensino de probabilidades, é que confirmamos a relevância desta nossa pesquisa para o ensino de Probabilidades no Brasil, pois, embora tenhamos nos deparado com vários trabalhos sobre o assunto, entendemos que nenhum deles responde completamente às nossas questões já apresentadas, justificando plenamente nossa pesquisa.

3.4. ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Nosso critério de escolha em relação aos períodos dos livros didáticos que serão analisados deve-se ao fato de acreditarmos que os Professores, hoje em exercício, tiveram sua formação básica entre os anos 70 e 90.

Na escolha consideramos, também, dois momentos importantes no Ensino da Matemática, pois o primeiro livro pertence ao período da Matemática Moderna e os demais, ao período Pós Matemática Moderna, período em que o governo paulista já havia publicado o Guia Curricular de Matemática.

As análises serão desenvolvidas a partir de uma adaptação da Organização Praxeológica proposta por Chevallard (1995), na qual buscamos identificar, no conjunto dos livros escolhidos para nossa análise, os tipos de tarefas pedidas aos alunos, as técnicas disponíveis ou sugeridas, as tecnologias que explicam e justificam essas técnicas e as teorias nas quais estas tecnologias se abrigam.

Os nomes dos autores e dos livros analisados não serão mencionados por questões éticas e também por entendermos que estes dados não são imprescindíveis para a compressão deste trabalho.

Iniciaremos nossa análise pelo livro de 1970. Sua introdução ao tema “Probabilidade” se dá de maneira formal, fazendo uma distinção entre experimentos determinísticos e aleatórios por meio de exemplos que evidenciam bem as diferenças, formalizando, desta forma, tais conceitos.

Os demais conceitos que seguem, tais como espaço amostral, evento, tipos de eventos são enunciados por meio das respectivas definições e, em seguida, são colocados alguns exemplos.

Assim como nos exemplos, os exercícios que abordam os conceitos iniciais são semelhantes ao descrito abaixo:

Situação: “Determinar o evento da ocorrência de duas caras em dois lançamentos consecutivos de uma mesma moeda”

Tarefa: Expressar/escrever conjuntos relacionados as situações.

Técnica: Construção de conjuntos que possam contemplar os dados dos problemas.

Discurso Teórico-Tecnológico: a Teoria dos Conjuntos, inclusive com representação e notação única de conjuntos.

A partir dos conceitos atribuídos a espaço amostral e evento, os autores iniciam a definição de probabilidade : $P(a_i) = p_i$ *, onde* p_i *é a chance de ocorrer o evento* $\{ a_i \}$*, e a soma das probabilidades de cada evento é igual a 1*. Com isso, temos exemplos e exercícios que reforçam a noção de que num experimento nunca teremos a probabilidade de um evento maior que 1.

Situação: “Determinar o evento da ocorrência de duas caras em dois lançamentos consecutivos de uma mesma moeda”

Tarefas: Obter a probabilidade de ocorrer um evento elementar e obter a soma das probabilidades de eventos em um mesmo experimento.

Técnica: As técnicas para a resolução de ambas as tarefas estão relacionadas à obtenção das probabilidades de cada evento, porém os exemplos e exercícios do segundo tipo de tarefa necessitam de que aluno construa uma equação cuja igualdade seja 1.

Discurso Teórico-Tecnológico: O aspecto teórico-tecnológico presente nestas resoluções é a definição axiomática de probabilidade.

Na seqüência das definições há a definição de espaço eqüiprovável: “Um espaço amostral finito onde cada evento elementar tem a mesma probabilidade é um espaço eqüiprovável” .

Situação: “Numa urna há 50 bolas numeradas de 01 a 50. Qual é a probabilidade de sortearmos a bola de número 5?”.

Tarefa: Determinar a probabilidade da ocorrência de um evento.

Técnica: Registro do número de elementos do evento e do número de elementos do espaço amostral para aplicação da definição.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição Axiomática de probabilidades.

Após a definição e exemplos de espaços equiprováveis, os autores fornecem a definição de probabilidade de ocorrer um evento A como sendo a razão entre os números de casos favoráveis a A sobre o número total de casos possíveis no experimento. Observa-se que os autores utilizam a definição segundo o princípio enunciado por Laplace. O exemplo apresentado pelos autores passa a recorrer à definição de probabilidade.

Situação: “Seis casais (marido e mulher) estão em uma sala, reunidos, conversando. Escolhendo duas pessoas ao acaso, qual a probabilidade de termos: a) um homem e uma mulher? e b) um marido e sua esposa?”

Tarefa: Obter a probabilidade da interseção de eventos.

Técnica: Aplicação imediata da definição, enumerando primeiramente o espaço amostral; porém, para que seja possível obter o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, foram utilizadas as noções de combinação da análise combinatória.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição Axiomática de probabilidades e Análise Combinatória.

Passemos a analisar os exercícios propostos nesta unidade.

Situação: “Dos 100 alunos de uma turma, 40 gostam de Álgebra, 30 gostam de Geometria, 10 gostam de Álgebra e Geometria, e há os que não gostam nem de Álgebra e nem de Geometria. Um aluno é escolhido ao acaso; qual a probabilidade de ele gostar de a) Álgebra ?; b) Geometria ?; c) Álgebra e Geometria? e d) Álgebra ou Geometria?

Tarefa: Determinar a probabilidade em espaços amostrais não eqüiprováveis.

Técnica: Recorrer à Teoria dos Conjuntos, a fim de encontrar o número de elementos de cada evento e o número de elementos do espaço amostral. Ao final, recorrer ao uso da relação: número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis, para se obter a probabilidade em cada item.

Discurso Teórico-Tecnológico: Operações com conjuntos da Teoria dos conjuntos e a definição formal de probabilidades.

Situação: Dois dados equilibrados são lançados. A) Qual a probabilidade de ocorrerem números iguais nas faces superiores? B) Qual a probabilidade de ocorrerem números diferentes?

Tarefa: Determinar a probabilidade de eventos complementares.

Técnica: Compreende a construção do espaço amostral, identificando o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis; porém, nesta tarefa, o objetivo é que os alunos observem ou desenvolvam a noção de probabilidade complementar, uma vez que a resposta do item *b* é exatamente o complementar do item *a*.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição formal de probabilidades e os conceitos envolvidos em probabilidade complementar.

Situação: Uma loja dispõe de 12 geladeiras do mesmo tipo, das quais 4 apresentam defeitos. a) Se um freguês vai comprar uma geladeira, qual a probabilidade de levar uma defeituosa? b) Se um freguês vai comprar duas geladeiras, qual a probabilidade de levar duas defeituosas? c) Se um freguês vai comprar duas geladeiras, qual a probabilidade de levar pelo menos uma com defeito?

Tarefa: Determinar a probabilidade em espaços não eqüiprováveis.

Técnica: No item a) identificamos a aplicação da relação formal de probabilidades. Nos itens b) e c) identificamos a técnica de resolução por meio da análise da preposição.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição formal de probabilidades e a análise da preposição, ou seja, compreender “e” como multiplicação das probabilidades dos eventos, e “ou” como a adição das probabilidades dos eventos.

Situação: Dez jovens são dispostos em uma fila. Qual a probabilidade de dois determinados jovens a) ficarem juntos? e b) ficarem separados?

Tarefa: Determinar a probabilidade da ocorrência de eventos complementares.

Técnica: O número de casos possíveis e o número de casos favoráveis são obtidos por meio da noção de permutação e, mais uma vez, a idéia de eventos complementares aparece onde o item b é o complementar do item a.

Discurso Teórico-Tecnológico: O discurso Teórico-Tecnológico que constitui esta quarta tarefa está voltado para a noção de probabilidade complementar e da análise combinatória, mais especificamente para noção de permutação.

Passemos a analisar o segundo livro, da década de 80.

Os autores iniciam o capítulo (apêndice) sobre probabilidade definindo espaço amostral e evento, passando também pela definição de acaso, para poder definir fenômenos aleatórios: "*Dado um fenômeno aleatório, ou seja, sujeito às leis do acaso, chamamos de espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrerem*".

A definição de evento também é apoiada pela Teoria dos Conjuntos, quando os autores o citam como sendo um subconjunto do Espaço amostral. Um outro uso de representações na Teoria dos Conjuntos aparece na ilustração da união e interseção de eventos e, ainda, os casos em que dois eventos são mutuamente exclusivos, além dos eventos complementares.

Nesta seção de introdução, os autores apropriaram-se de quatro exemplos, sendo que dois são de abordagens semelhantes.

Situação: "Descrever o evento obter pelo menos uma cara no lançamento de uma moeda".

Tarefa: Determinar o evento e o espaço amostral num experimento

Técnica: Os autores utilizaram a técnica de registro dos resultados presentes na árvore das possibilidades.

Discurso Teórico-Tecnológico: Árvore das possibilidades presente na Análise Combinatória.

Os outros dois exemplos são semelhantes à situação abaixo:

Situação: "Obter o número de elementos do evento soma de pontos maior que 9 no lançamento de dois dados".

Tarefa: Determinar o número de elementos de um evento.

Técnica: Construção do espaço amostral, realizando, em seguida, a contagem do número de elementos favoráveis ao evento.

Discurso Teórico-Tecnológico: Princípio aditivo, que é um conhecimento disponível desde os primeiros anos de escolaridade.

Passemos a analisar os exercícios desta seção.

Situação: “Dois dados são lançados. Qual o número de elementos do evento “produto ímpar” dos pontos obtidos nas faces voltadas para cima?”

Tarefa: Determinar a contagem dos elementos de um conjunto.

Técnica: Construção de uma tabela de dupla entrada a fim de verificar o número de casos favoráveis do evento.

Discurso Teórico-Tecnológico: Princípio Aditivo, possibilitando a contagem dos elementos favoráveis ao evento.

Situação: “Num grupo de 10 pessoas, seja o evento ”escolher 3 pessoas sendo que uma esteja sempre presente na comissão”. Qual o número de elementos desse evento?”

Tarefa: Determinar a contagem dos elementos de um conjunto.

Técnica: Aplicação do princípio fundamental da contagem, o princípio multiplicativo ou a aplicação direta de arranjo.

Discurso Teórico-Tecnológico: Ambas técnicas são sustentadas pelo Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória.

Na próxima seção, os autores iniciam uma abordagem propriamente dita de probabilidade, definindo – a da seguinte forma: *“Sendo n(A) o número de elementos de A, e n(E) o número de elementos do espaço amostral E (A $\subset$ E), a probabilidade da ocorrência do evento A, que se indica por P(A) é o número real: P(A) = n(A)/n(E)”*.

Em seguida, os autores apresentam algumas observações e propriedades:

1. Dizemos que n(A) é o número de casos favoráveis ao evento A e n(E) o número de casos possíveis.

2. Esta definição só vale se todos os elementos do espaço amostral tiverem a mesma probabilidade.
3. é o complementar do evento A
4. P(E) =1
5. P(ø) = 0
6. 0 P(A) 1
7. P(A) + P( ) = 1

Com isso, os autores propõem exemplos e exercícios semelhantes, utilizando essas observações e propriedades. Destacaremos, agora, algumas situações.

Observamos a presença de dois exemplos e um exercício que abordam a seguinte *situação*: *”No lançamento de duas moedas, qual a probabilidade de obtermos cara em ambas?”*

Tarefa: Obtenção da probabilidade de um evento.

Técnica: Construção do espaço amostral, identificando os casos favoráveis.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição Axiomática de Probabilidades.

Há um exemplo que aborda a seguinte *situação: ”Um prédio de três andares, com dois apartamentos por andar, tem apenas três apartamentos ocupados. Qual a probabilidade de que cada um dos três andares tenha exatamente um apartamento ocupado?”*

Tarefa: Obtenção da probabilidade de um evento.

Técnica: Obtenção do número de casos possíveis por meio da aplicação da Combinação $C_{6,3} = 20$, e o número de casos favoráveis por meio do princípio multiplicativo 2.2.2 = 8, pois em cada andar há duas possibilidades para ocupá-lo.

Discurso Teórico-Tecnológico: Princípio Multiplicativo e Combinação, da Análise Combinatória.

Observamos, também, a presença da seguinte *situação: “Numa experiência, existem somente duas probabilidades para o resultado. Se a probabilidade de um resultado é 1/3, calcular a probabilidade do outro, sabendo que eles são complementares”.*

Tarefa: Obtenção da probabilidade de um evento complementar

Técnica: Destacamos o uso da construção de uma equação do tipo P(A)+P( ) = 1 como técnica de resolução ao problema.

Discurso Teórico-Tecnológico: A técnica é justificada pela propriedade da definição axiomática da probabilidade em P(A) + P( ) = 1.

Passemos a analisar o livro didático da década de 90.

O autor inicia o capítulo definindo experimento aleatório como sendo "*todo processo cujo resultado é incerto ou que não pode ser previsto, mas que apresenta regularidade*".

Em seguida, apropriando-se de notações da Teoria dos Conjuntos, o autor define Espaço Amostral e Evento.

Na seqüência, há quatro exemplos clássicos, tais como "*Determine o espaço amostral e o evento de ocorrer um número ímpar num lançamento de um dado e observar sua face superior*". Nesses exemplos as tarefas consistem em determinar o Espaço Amostral e o Evento. As técnicas consistem em descrevê-los por meio de notação de conjuntos.

A partir dessa definição e exemplos, o autor inicia a definição formal de Probabilidade *"Seja S um espaço amostral e E um evento, sendo E $\subset$ S. A probabilidade de ocorrer o evento E, que se indica por p(E), é o número real dado por: p(E) = n(E)/n(S), sendo n(E) o número de elementos de E e n(S) o número de elementos de S"*.

A partir dessa definição, o livro traz exemplos e exercícios, sendo estes semelhantes, motivo pelo qual descreveremos as Tarefas, Técnicas e discurso Teórico-Tecnológico de ambos simultaneamente.

Situação de quatro exemplos e quatro exercícios semelhantes: "*Numa urna há dez bolas brancas e trinta bolas pretas. Qual é a probabilidade de sortearmos uma bola preta?"*.

Tarefa: Determinar a probabilidade da ocorrência de um evento.

Técnica: Registro do número de elementos do evento e do número de elementos do espaço amostral para aplicação da definição.

Discurso Teórico-Tecnológico: Definição Axiomática de probabilidades.

Situação de dois exemplos e dois exercícios semelhantes: "*Qual é a probabilidade de alguém fazer a quina da Loto dado um cartão numerado de 01 a 00 (cem números)?*".

Tarefa: Determinar a probabilidade da ocorrência de uma seqüência dentre as possíveis combinações de seis elementos contidos entre 01 e 00.

Técnica: Aplicação da Fórmula da Combinação para obtenção do número total de seqüências desse jogo.

Discurso Teórico-Tecnológico: Essa técnica é justificada pela Combinação, da Análise Combinatória.

Situação de dois exemplos e um exercício semelhantes: "*Um casal pretende ter três filhos. Qual é a probabilidade de serem dois homens e uma mulher?* "

Tarefa: Determinar a probabilidade de um evento.

Técnica: Multiplicação dos números de possibilidades de cada ocorrência, de modo a obter o número total de possibilidades que contemplem as situações solicitadas (2.2.2, pois para cada filho há a possibilidade de que seja do sexo masculino e do sexo feminino) e, posteriormente, o registro de cada seqüência que atenda a tais solicitações.

Discurso Teórico-Tecnológico: Essa técnica é justificada pelo Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória.

Em nossa análise, destacamos a seguinte situação:

"*Silvia lança um dado seiscentas vezes e observa que a face 6 saiu 480 vezes. Portanto, as demais saíram 120 vezes. Qual é a probabilidade estimada de sair face 6 nesse dado?*". Destacamos essa situação disponível ao aluno na forma de exemplos, o que nos chamou a atenção não somente pelo seu enunciado, mas pelos comentários da resolução - "*p(E) = 480/600 = 80% Logo, esse dado não apresenta resultados eqüiprováveis. Ele é um dado viciado para dar o 6 em 80% dos lances*"- que proporciona o conceito de espaços eqüiprováveis sem defini-los previamente.

Entendemos que essa situação poderia juntar-se ao primeiro grupo de questões registradas acima, porém observamos outro diferencial que é o fato de se poder suscitar a discussão de probabilidade sob o ponto de vista freqüentista, embora o autor não faça qualquer referência sobre esse ponto de vista.

Apresentaremos, em seguida, a nossa conclusão das análises realizadas com os livros didáticos. Para isso, utilizaremos estrutura semelhante ao que Coutinho e Gonçalves apresentaram no II SIPEM, no ano de 2003.

Organizamos, detalhadamente, os dados apresentados nas análises anteriores em tabelas, de modo a poder identificar o tipo de tarefa, técnica e discursos Teórico-Tecnológico presentes em cada período estudado.

A primeira tabela fornece-nos um panorama geral das tarefas e em quais livros foram encontradas.

TABELA 3. 4 – PANORAMA GERAL DE TAREFAS ENCONTRADAS NOS LIVROS ANALISADOS

	T1	T2	T3	T4
Livro de 70	X	X	X	
Livro de 80	X	X	X	X
Livro de 90	X		X	X

Apresentaremos, na seqüência, as tarefas que foram contempladas nos livros pesquisados, apontando as técnicas e os discursos Teórico-Tecnológicos envolvidos.

Tarefa 1: Determinar conjunto que representa o evento de algumas situações.

TABELA 3. 5 – TÉCNICAS PRESENTES DA TAREFA 1

Técnica	**Livro de 70**	**Livro de 80**	**Livro de 90**
Árvore das possibilidades		X	X
Construção de conjuntos	X	X	X

Discurso Teórico-Tecnológico: A técnica de resolução por meio da árvore das possibilidades é justificada pelo Princípio Multiplicativo, presente no quadro da Análise Combinatória.

A técnica de resolução por meio da construção de conjuntos é justificada pelas operações com conjuntos, presente na Teoria dos Conjuntos. Um exemplo disso é a clássica questão: "*Determine o evento de ocorrência de duas caras ao lançar uma moeda duas vezes consecutivas*".

Tarefa 2: Determinar a soma das probabilidades dos eventos resultantes de um mesmo experimento.

TABELA 3. 6 - TÉCNICAS PRESENTES DA TAREFA 2

Técnica	**Livro de 70**	**Livro de 80**	**Livro de 90**
Obtenção de probabilidade a partir da definição. (união de eventos)	X	X	
Construção de equação cuja igualdade seja 1		X	

Recorremos a Coutinho e Gonçalves (2003) para apresentar nossas observações:

> Discurso teórico – tecnológico: Ambas técnicas encontradas são fundamentadas no enfoque laplaciano ou clássico, seguindo a definição de probabilidade enunciada por Pierre-Simon de Laplace como o segundo princípio em sua obra "Essai Philosophique sur les probabilités", de 1823, na qual ele tentou apresentar uma axiomatização para o Cálculo de Probabilidades. Um exemplo desse tipo de tarefa se dá pela questão encontrada no livro da década de 70: "Três cavalos c_1, c_2, c_3 disputam um páreo, onde só se premiará o vencedor. Um conhecedor dos três cavalos afirma que as chances de c_1 vencer são o dobro das de c_2, e que c_2 tem o triplo de chances de c_3. Quais são as probabilidades de cada cavalo? (COUTINHO e GONÇALVES, 2003, p.10)

Tarefa 3: Determinar a probabilidade em espaços eqüiprováveis.

TABELA 3. 7 - TÉCNICAS PRESENTES DA TAREFA 3

Técnica	**Livro de 70**	**Livro de 80**	**Livro de90**
Aplicação do diagrama de Venn	X		
Construção do espaço amostral identificando o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis	X	X	X
Construção do espaço amostral identificando o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis por meio da probabilidade complementar	X	X	
Obtenção dos números de casos possíveis e favoráveis por meio da Permutação	X		
Obtenção dos números de casos possíveis e favoráveis por meio da Combinação		X	X

Recorremos a Coutinho e Gonçalves (2003) para apresentar nossas observações:

> Discurso teórico – tecnológico: A técnica de resolução aplicando o diagrama de Venn é justificada pelas operações com conjuntos, presente na Teoria dos Conjuntos.
>
> As técnicas apresentadas pela construção do espaço amostral, identificando o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis, bem como o da probabilidade complementar, estão fundamentas pela definição clássica de probabilidade. Segundo tal definição, probabilidade é a razão entre o número de possibilidades de ocorrência do evento e o número total de possibilidades de eventos resultantes da experiência aleatória em questão. Fundamenta-se numa percepção dos eventos pelo aluno, e na idéia de probabilidade, aqui categorizada como uma razão do tipo "parte/todo".
>
> As duas últimas técnicas apresentadas são justificadas pelo Princípio Multiplicativo, presente na Análise Combinatória.
>
> As questões apresentadas pelos autores e que consideramos ser do tipo de tarefa que apresentamos se diferenciam, havendo até mesmo questões que são omitidas o fato do evento ser eqüiprovável, mas em todos os livros encontramos exercícios e exemplos semelhantes a Urna de Bernoulli. (COUTINHO e GONÇALVES, 2003, p.10)

Tarefa 4: Determinar o número de elementos de um evento.

TABELA 3. 8 - TÉCNICAS PRESENTES DA TAREFA 3

Técnica	**Livro de 70**	**Livro de 80**	**Livro de 90**
Obtenção dos valores por meio da Combinação		X	X
Construção do espaço amostral, realizando em seguida a contagem.		X	X

Recorremos a Coutinho e Gonçalves (2003) para apresentar nossas observações:

> Discurso teórico – tecnológico: A técnica de se obter valores por meio da combinação é justificada pelo Princípio Multiplicativo, presente na Análise Combinatória.
>
> A técnica de Construção do espaço amostral, realizando em seguida a contagem se justifica pelo Princípio Aditivo de Contagem, que é um conhecimento disponível ao aluno desde as séries iniciais de sua escolarização. (COUTINHO e CONÇALVES, 2003, p.11).

Observando as tabelas, verificamos que o livro da década de 70 apresenta, com exceção de uma técnica que se apropria da obtenção do número de elementos do Espaço Amostral por meio da permutação, técnicas de resolução para as diferentes tarefas que se apropriam de notações presentes na Teoria dos Conjuntos e das definições axiomáticas da Probabilidade.

Em relação ao livro da década de 80, podemos observar que, dentre as técnicas utilizadas para resolver as diferentes tarefas disponibilizadas pelo autor, a metade delas pertence à Teoria dos Conjuntos e às definições axiomáticas de Probabilidades; a outra metade pertencente à Análise Combinatória.

Em relação ao livro da década de 90, encontramos somente uma técnica que pertence à Teoria dos Conjuntos e fora utilizada em situações semelhantes à tarefa 1. As demais técnicas encontradas pertencem à Análise Combinatória.

Desta forma, por meio de livros didáticos, verificamos as diversas tendências em diferentes períodos do Ensino de Probabilidades no Brasil, o que, aliados aos estudos das orientações institucionais, oferecerá os elementos de que precisamos para compreender o Ensino de Probabilidade desde os anos 70.

3.5. TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E NOSSAS PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Retomamos, agora, os objetivos iniciais do capítulo que, em linhas gerais, resumem-se no estudo geral sobre probabilidade e na identificação de perfis ou tendências de diferentes períodos em relação às propostas de ensino de probabilidades.

Pretendemos, neste momento, relacionar as análises realizadas, para atender aos nossos objetivos. Para isso, relacionaremos a Teoria proposta por Chevallard com o tema Probabilidades, de acordo com a apresentação feita no primeiro parágrafo do primeiro capítulo.

Saber Sábio: Ao remetermo-nos às análises histórica e epistemológica dos subsídios para implementação da proposta curricular, de 1982, e com o texto apresentado por Carvalho e Oliveira, 2002, referente às quatro concepções de probabilidades, entendemos que o saber sábio produzido está relacionado às cinco abordagens de probabilidades: clássica ou laplaciana, freqüentista, subjetiva, geométrica e axiomática ou formal, ressaltando a Axiomática, de Kolmogorov, pois observamos que, nos livros, os seus axiomas se mantém, mesmo que os diferentes autores queiram abordar ou seguir outras tendências ou abordagens.

Saber a Ensinar: Por meio das análises que realizamos, teremos condições somente de compreender os saberes a ensinar que estiverem de forma explícita nos diferentes períodos, ou seja, os registrados nos programas institucionais e livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90.

Embora o Guia curricular do Estado de São Paulo de 1975 não faça referências ao Ensino de Probabilidades, encontramos no livro analisado da década de 70 a abordagem desse conteúdo que, como já vimos em nossas análises, ocorreram, na maioria das vezes, com a utilização de técnicas presentes na Teoria dos Conjuntos.

Em relação à década de 80, podemos concluir que houve uma tentativa de exclusão da Teoria dos Conjuntos, pois isso foi explicitado pelos autores da

Proposta Curricular do Estado de São Paulo que esteve disponível desde 1986 e, também, no livro analisado deste período. Neste, como já vimos, as técnicas utilizadas na resolução das diferentes tarefas começaram a dividir espaço com a Análise Combinatória, mas vale ressaltar que o autor ainda se apoiara na definição axiomática de Probabilidade.

Em relação à década de 90, podemos concluir que houve uma ruptura total com a Teoria dos Conjuntos, pois o livro analisado traz somente algumas notações elementares presentes nessa teoria, e as técnicas utilizadas na resolução de diferentes tarefas não pertencem a ela, mas sim à Análise Combinatória.

Ao final, o livro traz uma situação hipotética, porém experimental, fazendo reflexões pertinentes e relevantes sobre aleatoriedade e eqüiprobabilidade, o que está diretamente relacionado com as orientações do representante institucional do final desta década, os Parâmetros Curriculares Nacionais. Em linhas gerais, os PCN propõem que os conceitos presentes em Probabilidades sejam trabalhados, desde as séries iniciais, por meio de situações reflexivas sobre o aleatório, o acaso, a eqüiprobabilidade, e que o Princípio Multiplicativo seja utilizado para determinar o Espaço Amostral. Suscita, ainda, o trabalho de maneira experimental.

Objetos do Saber: Para relacionar os conceitos envolvidos em situações probabilísticas, optamos por fazê-lo por meio da tabela a seguir, no qual destacamos os conceitos matemáticos presentes em situações probabilísticas nas diferentes abordagens.

TABELA 3. 9 – CONCEITOS PRESENTES NAS DIVERSAS ABORDAGENS DE PROBABILIDADE.

Abordagem	Conceitos presentes
Clássica	Razão, Análise Combinatória
Frequentista	Proporção, Limite, Convergência.
Axiomática	Teoria dos Conjuntos, Equações, Análise Combinatória
Geométrica	Área de figuras geométricas, Razão.
Subjetiva	Limites de freqüência

Destacamos os conceitos dos números racionais: frações, decimais e porcentagem, presentes em todas as abordagens, seja pelo seu uso prévio, como nas abordagens clássicas e axiomáticas, como pelo seu uso para tratamento dos resultados obtidos. Neste último caso, estes conceitos são utilizados em todas as abordagens.

Objetos a Ensinar: A organização curricular sobre probabilidades encontrada nas propostas e nos livros didáticos é feita de maneira que os conceitos sobre Espaço Amostral, Evento e tipos de Eventos sejam contemplados antes da introdução de probabilidades.

Outros conceitos que precedem a introdução de Probabilidades são os presentes na Análise Combinatória, tais como árvores das possibilidades, princípio multiplicativo, contagem, combinação, permutação e arranjo.

Objetos de Ensino: Nos textos e trabalhos lidos, todos são unânimes em afirmar que a escola tem que proporcionar o acesso a mais de uma perspectiva no ensino de Probabilidade. Coutinho (1994) defende, ainda, que o acesso aos conceitos ocorra nas séries iniciais. Os PCN (1998) também trazem essa orientação, para que os alunos apreendam os conceitos sem a preocupação com a formalização.

Desta forma, observamos novas orientações pedagógicas, não a presença de novos objetos a ensinar, além do que já relatamos, ou seja, a exclusão gradativa de exercícios e exemplos que se apropriam de técnicas presentes na Teoria dos Conjuntos, passando a se apropriarem de técnicas presentes na Análise Combinatória, ao introduzir probabilidades.

Saber escolar: Parece-nos que o raciocínio determinista tenha sido o maior fruto da cultura escolar em torno do estudo de Probabilidades nos últimos anos.

Este problema foi reconhecido pela instituição pública, pois observamos esse registro no Subsídio para a Implementação da Proposta Curricular (1982) e nos trabalhos recentes de Silva (2002) e de Carvalho e Oliveira (2002) que registram a exclusiva – ou quase exclusiva - abordagem clássica de probabilidade em sala de aula, na qual o raciocínio determinista e a priori dos experimentos está presente, mesmo que não sejam garantidas a sua eqüiprobabilidade e simetria.

Traçando um paralelo entre os quatro períodos do ensino de Probabilidades identificado por Parzysz, que relatamos em nosso estudo do ensino, e as publicações institucionais paulista e brasileira, podemos observar uma correspondência. Embora no currículo francês, o ensino de probabilidade esteja dividido em quatro fases e, no nosso, em três, a relação está presente na década de 70, quando ambos os currículos se apropriaram da Teoria dos Conjuntos para trabalhar a probabilidade e no terceiro período francês, de 1986 a 1990, que coincide com o período de vigência das Propostas curriculares do governo paulista. A relação observada é que, nesse período, a França disponibilizara uma organização curricular de tal forma que os conceitos presentes na Análise Combinatória fossem necessários para resolução de situações probabilísticas, enquanto que, em nossa proposta, as orientações e aplicação nos livros didáticos mesclavam-se no final na década de 80 e excluíam totalmente a Teoria dos Conjuntos nos anos 90.

No final dos anos 90, o governo brasileiro publica os Parâmetros Curriculares Nacionais, suscitando o trabalho experimental, como já abordamos anteriormente, e na França, na década de 90 até os dias atuais, a Probabilidade é vista segundo o ponto de vista freqüentista.

IV. INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Este capítulo tem como objetivo oferecer um panorama geral do nosso instrumento diagnóstico, no qual explicitaremos e justificaremos nossas escolhas em relação às suas questões, à sua aplicação e ao público alvo.

Uma parte integrante e significativa deste capítulo é a análise a priori, que relacionaremos com os capítulos anteriores desta dissertação. Na seqüência, apresentamos nossas análises a posteriori nas formas quantitativa e qualitativa. Após as análises, finalizaremos este capítulo com nossas discussões gerais sobre os resultados obtidos.

É importante ressaltar que este capítulo tem ainda o objetivo de identificar as diferentes concepções sobre probabilidade dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental. Para isso, utilizaremos como referência os tipos de concepções utilizadas por Goded (1996).

4.1. APRESENTAÇÃO DO INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Nosso Instrumento Diagnóstico é constituído de um questionário que possui duas partes, sendo que a primeira destina-se à obtenção do perfil dos docentes e a segunda refere-se ao conhecimento probabilístico.

Apresentaremos, a seguir, o instrumento utilizado para diagnosticar o perfil e as concepções dos Professores pesquisados.

Parte A - Perfil

1) Formação.

		Início	Término	Instituição	
				Pública	Privada
	Ensino Fundamental				
	Ensino Médio				
Graduação	Licenciatura Plena em Matemática				
	Licenciatura Curta				
	Outra formação + Resolução 97/2				
	Pós Graduação				

2) Tempo no magistério como professor de Matemática

	Rede Pública		Rede Privada	
Ensino Fundamental (EF)				
Ensino Médio (EM)				

3) Número de aulas semanais

	Rede Pública		Rede Privada	
	EF	EM	EF	EM
2003				
2002				
2001				
2000				
1999				

4) Turmas para as quais leciona ou lecionou nos últimos 5 anos:

	Ensino Fundamental				Ensino Médio		
	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série	1ª série	2ª série	3ª série
2003							
2002							
2001							
2000							
1999							

5) Você já leu os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática?

- ❑ Sim
- ❑ Não
- ❑ Em parte

6) Você usa os Parâmetros Curriculares Nacionais como diretrizes para o preparo de seu planejamento anual?

- ❑ Sempre
- ❑ Ocasionalmente
- ❑ Raramente
- ❑ Nunca

7) Qual o livro didático adotado para o uso em sala de aula? Qual o critério de escolha?

Livro: ____

Critério de escolha: ____

____

8) Usa algum outro livro de apoio para o preparo de suas aulas? Qual? Qual o critério de escolha?

Livro: ____

Critério de escolha: ____

____

9) No estudo da Geometria, tomemos o exemplo do conteúdo “Áreas e Perímetros”. Qual ou quais recursos você usa com maior freqüência para **introduzir** o tema:

	sempre	às vezes	Raramente	nunca
Trabalhos dirigidos (1)				
Livro didático				
Material manipulativo experimental				
Computador				
Outros (2)				

(1) Preparados por você individualmente ou preparados pelo seu grupo de trabalho.

(2) Identifique: ____

10) No estudo da Álgebra, tomemos o exemplo do conteúdo “Resolução de Equações”. Qual ou quais recursos você usa com maior freqüência para **introduzir** o tema:

	sempre	às vezes	Raramente	nunca
Trabalhos dirigidos (1)				
Livro didático				
Material manipulativo experimental				
Computador				
Outros (2)				

(1) Preparados por você individualmente ou preparados pelo seu grupo de trabalho.

(2) Identifique: ____

11) No estudo do Tratamento de Informações, tomemos o exemplo do conteúdo “Probabilidades. Se na Geometria os entes primitivos são “o ponto”, “a reta” e “o plano”, na sua opinião, quais seriam os entes primitivos sobre os quais se fundamenta a formalização do conhecimento sobre Probabilidades?

____

____

____

Parte B

1)Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face- azul, verde, vermelho e amarelo.
Apresentada esta situação-problema a três alunos, e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:
Aluno 1- Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, a partir dos quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então, concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42%.
Aluno 2 – Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.
Aluno 3 - Este aluno realizou de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, P(A) = ¼, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de ¼.

Explique a estratégia de cada um dos alunos.

2)Em relação à mesma situação anterior, porém, perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso, as respostas que obtivemos foram:
Aluno 1- Não, pois no experimento que realizamos saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor.
Aluno 2- Não sei, pois pelo experimento observamos que não, mas pela solução formal observamos que sim.
Aluno 3- Sim, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro, e como ele é regular, todas têm as mesmas chances.

Das respostas acima, com qual você concorda? E como você explicaria aos outros alunos que suas respostas não são válidas?

3)Outra situação envolvendo o tetraedro regular foi apresentada aos alunos:
Com o mesmo tetraedro regular foram realizados 1000 lançamentos e observadas as seguintes ocorrências: 350 verdes, 150 azuis, 300 vermelhos e 200 amarelos.
Com isso, pode-se afirmar que no 1001º lançamento tenha-se 35% de chance de ocorrer face verde?
Aluno1- Sim, pois no experimento realizado a face verde apareceu maior número de vezes.
Aluno 2- Não sei, pois, experimentalmente, a face verde apareceu 350 vezes num total de 1000 lançamentos, mas a probabilidade de cada face é a mesma (1/4).
Aluno 3- Não, pois todas as cores têm as mesmas chances de ocorrer.

Comente as respostas dos três alunos

4)E com um tetraedro não regular? O que acontece? Esta situação foi apresentada verbalmente aos alunos, momento em que o professor explicou como seria um tetraedro não regular, e as respostas foram:
Aluno 1- Mantenho os experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados.
Aluno 2- A probabilidade de cada face ser contemplada se mantém, pois cada cor continua aparecendo uma única vez.
Aluno 3- As probabilidades de cada cor são diferentes devido aos tamanhos das faces serem também diferentes. Talvez, para se ter uma resposta, seria preciso realizar muitos lançamentos e, a partir daí, verificar a freqüência de cor.

Comente as respostas dos três alunos

5)Um professor propôs aos alunos um problema que perguntava sobre a probabilidade de obter cara num lançamento de uma moeda honesta colocando uma moeda na mão de cada aluno e pedindo que a lançassem algumas vezes para observar os resultados. Disponibilizou também uma tabela contendo os resultados de 3000 lançamentos, ao final dos quais observou-se 2000 resultados “cara”, com a informação de que aquela tabela foi construída para o tipo de moeda que eles estavam usando na classe. Ao final, o professor observou resoluções de quatro alunos:

Aluno 1: P(C) = ½ = 50%, pois só podemos obter cara ou coroa
Aluno 2: Realizou 10 experimentos, obteve 6 caras e concluiu que a resposta da questão seria 60%
Aluno 3: Realizou 100 lançamentos, obtendo 38 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 50%, pois mesmo com estes valores só existem dois resultados possíveis.
Aluno 4: Indicou que a probabilidade de obter cara vale 2/3 por causa da tabela.
Das resoluções acima, com qual você concorda? Justifique.

4.2. JUSTIFICATIVA DO INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Buscamos um instrumento diagnóstico que atendesse à primeira conclusão de Showers, Joyce e Bennet (1987), citado por García (1999), sobre a prática e o conhecimento docente.

“O que o professor pensa sobre o ensino determina o que o professor faz quando ensina”. (GARCÍA, 1999, p.205)

Entendemos que o questionário elaborado e apresentado no parágrafo anterior possa nos fornecer dados relevantes e consistentes em relação às concepções dos Professores sobre Probabilidade e Aleatoriedade, evidenciando, de fato, o que eles pensam e como agem em relação a tais concepções.

Para justificar a escolha do nosso instrumento diagnóstico, recorreremos inicialmente aos nossos problemas de pesquisa:

Nosso Problema central é: "*Há relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, construíram como concepção quando foram alunos do Ensino Básico, e as suas concepções e práticas atuais sobre o Aleatório e Probabilidade?"*

A partir desta questão central, formulamos outros três problemas:

Problema 1: "*Quais são as concepções dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental, em exercício, sobre o Aleatório e Probabilidade?"*

Problema 2: "*Como se deu o Ensino de Probabilidade em São Paulo e no Brasil nas décadas de 70, 80 e 90?"*

Problema 3: "*Quais as concepções que os Professores de Matemática do Ensino Fundamental têm em relação a modelagem e simulação? Eles reconhecem a abordagem freqüentista como um modelo para resolução de situações aleatórias?*"

Dos problemas apresentados, três deles estão diretamente relacionados ao nosso instrumento diagnóstico.

A parte *A* do questionário apresentado tem o objetivo de fornecer-nos os dados relativos ao perfil dos docentes pesquisados, dentre eles, o período de formação básica.

A parte *B* tem o objetivo de fornecer-nos dados relativos às concepções sobre Probabilidade e Aleatoriedade dos professores pesquisados, segundo as categorias utilizadas por Goded (1996): Concepção não Probabilística da realidade, Concepção Probabilística intuitiva, Concepção Probabilística emergente e Concepção Probabilística normativa.

Relacionando os objetivos de cada parte do nosso instrumento diagnóstico com os problemas de pesquisa apresentados, observamos que a parte *B* atende aos Problemas 1 e 3, que são relativos às concepções dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental, e que a parte *A* auxiliará em nosso problema central. Desta forma, teremos condições de relacionar o período de formação da escolaridade básica dos docentes pesquisados com a sua respectiva concepção sobre Probabilidades e Aleatoriedade.

4.3. APLICAÇÃO E PÚBLICO ALVO

O Público alvo para responder ao nosso questionário é composto por Professores da rede Particular ou Pública que lecionam em séries do Ensino Fundamental.

A escolha dos docentes deu-se de forma a compormos uma Amostra por Conveniência[27], contemplando professores de diferentes instituições de ensino.

Nosso objetivo é obter um número igual ou superior a 20 (vinte) questionários respondidos, a nosso ver, um número significativo[28] para podermos realizar nossas análises e conclusões.

4.4.ANÁLISE A PRIORI DOS RESULTADOS

Nossa análise a priori está organizada tendo em vista contemplar os objetivos específicos de cada questão ou bloco de questões, as variáveis didáticas[29], conhecimentos prévios e, por fim, as possíveis soluções de cada questão, motivo pelo qual explicitaremos as questões novamente.

---

[27] É considerada Amostra de Conveniência quando "o pesquisador seleciona membros da população mais acessíveis". (SCHIFFMAN, L. & KANUK, L., 2000 apud Oliveira, 2001)
[28] Número que atende as exigências técnicas do software C.H.I.C.

Para a melhor organização do nosso trabalho, optamos por numerar todas as possíveis soluções de tal modo que, ao final, possamos construir conjuntos de respostas comuns. Paralelamente, a cada possível solução, designaremos uma letra correspondente aos indicadores das categorizações realizadas por Goded (1996), que explicitaremos novamente.

Desta forma, teremos condições de agrupar as possíveis respostas comuns de acordo com tais categorizações.

Indicadores da Concepção “não probabilística” da realidade.

A. Não reconhecimento claro do azar e dos sucessos aleatórios.
B. Modelos de raciocínio determinista.
C. Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos. (GODED, 1996, p.66)

Indicadores da Concepção “Probabilística intuitiva”.

D. Alguma compreensão do azar e dos sucessos aleatórios.
E. Raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo.
F. Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitas diferentes valorações das situações dependendo da experiência pessoal (GODED, 1996, p.67)

Indicadores da Concepção “Probabilística Emergente”:

G. Uma compreensão inicial sobre a existência de múltiplas representações matemáticas do azar, a partir de diferentes perspectivas.
H. Habilidade para aplicar modelos normativos a problemas simples e familiares
I. Diferenciação reconhecida entre as crenças[30] intuitivas e os modelos matemáticos. (GODED, 1996, p.67).

Indicadores da Concepção “Probabilidade normativa”:

J. Uma profunda compreensão da noção de aleatoriedade e sua aplicação ao estudo da realidade.

---

[29] As variáveis didáticas são aquelas para as quais as escolhas de valores de determinadas variáveis provocam modificações ao nível das estratégias. (ALMOULOUD, 2000, p.102)

[30] A autora considera as crenças ou percepções como sendo uma forma pessoal de entender e utilizar a informação e que não compõem um sistema coerente e nem consistente.

K. Habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.

L. Capacidade para comparar e contrastar os diferentes modelos e raciocínio sob critérios normativos nas distintas situações aleatórias. (GODED, 1996, p.68)

Em relação à parte A do questionário, levantaremos somente os objetivos das questões, uma vez que esta constitui as variáveis suplementares.

1) Formação.

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>Início</td><td>término</td><td colspan="2">Instituição</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td><td></td><td>Pública</td><td>Privada</td></tr>
<tr><td></td><td>Ensino Fundamental</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ensino Médio</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Graduação</td><td>Licenciatura Plena em Matemática</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Licenciatura Curta</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Outra formação + Resolução 97/2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Pós Graduação</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Objetivo: Com estas informações, verificaremos se há uma relação entre as concepções dos professores com uma tendência de abordagem do ensino de probabilidade que possam ter adquirido em sua formação quando aluno. Estes dados serão complementados com a análise de livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90.

2) Tempo no magistério como professor de Matemática

	Rede Pública		Rede Privada	
Ensino Fundamental (EF)				
Ensino Médio (EM)				

Objetivo: Com estas informações, poderemos verificar se há uma relação entre as concepções dos docentes em relação aos elementos da probabilidade e as séries com as quais os professores trabalham.

3) Número de aulas semanais

	Rede Pública		Rede Privada	
	EF	EM	EF	EM
2003				
2002				
2001				
2000				
1999				

Objetivo: Estas informações poderão complementar a anterior, pois, ao sabermos o número de aulas semanais desses docentes, verificaremos também se dar mais aulas no Ensino Médio ou no Ensino Fundamental exerce influência na aquisição das concepções dos elementos de probabilidade.

4) Turmas para as quais leciona ou lecionou nos últimos 5 anos:

	Ensino Fundamental				Ensino Médio		
	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série	1ª série	2ª série	3ª série
2003							
2002							
2001							
2000							
1999							

Objetivo: Os livros didáticos são organizados de tal maneira que probabilidade seja contemplada na segunda série do Ensino Médio. Desta forma, esta questão busca filtrar ainda mais as anteriores, no sentido de localizar o docente quanto à formação e à atuação, pois muitos podem ter tido a mesma formação daqueles que não tiveram aprendizado significativo sobre probabilidade, porém, ao trabalhar com uma série na qual se vê obrigado a lecionar o conteúdo, iniciam um estudo autônomo.

5) Você já leu os Parâmetros Curriculares Nacionais para Matemática?
- ❑ Sim
- ❑ Não
- ❑ Em parte

6) Você usa os Parâmetros Curriculares Nacionais como diretrizes para o preparo de seu planejamento anual?
- ❑ Sempre
- ❑ Ocasionalmente
- ❑ Raramente
- ❑ Nunca

Objetivo: Estas questões nos permitirão analisar duas características distintas dos docentes: uma, relacionada ao fato de se atualizar quanto às orientações institucionais de ensino, e outra, relacionada às contradições que também estaremos sujeitos a encontrar, pois muitos professores afirmam que lêem os PCN, mas suas respostas poderão ser contraditórias na segunda parte deste questionário.

7) Qual o livro didático adotado para o uso em sala de aula? Qual o critério de escolha?

Livro:

Critério de escolha:

Possíveis respostas:

Critério 1: Livros que seguem orientações dos PCN.

Critério 2: Sem critério definido.

Critério 3: Pela quantidade de exercícios que o livro oferece.

8) Usa algum outro livro de apoio para o preparo de suas aulas? Qual? Qual o critério de escolha?

Livro:

Critério de escolha:

Possíveis respostas:

Critério 1: Livros que seguem orientações dos PCN.

Critério 2: Sem critério definido.

Critério 3: Pela quantidade de exercícios que o livro oferece.

Objetivo: Com estas questões, analisaremos quais são os critérios de escolha dos livros, dos materiais de apoio utilizados, se consideram uma proposta mais experimental ou tradicional, podendo verificar, ainda, se há coerência entre as respostas dadas às questões anteriores.

9) No estudo da Geometria, tomemos o exemplo do conteúdo "Áreas e Perímetros". Qual ou quais recursos você usa com maior freqüência para **<u>introduzir</u>** o tema:

	Sempre	às vezes	Raramente	Nunca
Trabalhos dirigidos (1)				
Livro didático				
Material manipulativo experimental				
Computador				
Outros (2)				

(1) Preparados por você individualmente ou preparados pelo seu grupo de trabalho.
(2) Identifique: ____

10) No estudo da Álgebra, tomemos o exemplo do conteúdo "Resolução de Equações". Qual ou quais recursos você usa com maior freqüência para **introduzir** o tema:

	Sempre	às vezes	Raramente	Nunca
Trabalhos dirigidos (1)				
Livro didático				
Material manipulativo experimental				
Computador				
Outros (2)				

(1) Preparados por você individualmente ou preparados pelo seu grupo de trabalho.
(2) Identifique: ____

11) No estudo do Tratamento de Informações, tomemos o exemplo do conteúdo "Probabilidades". Se na Geometria os entes primitivos são "o ponto", "a reta" e "o plano", na sua opinião, quais seriam os entes primitivos sobre os quais se fundamenta a formalização do conhecimento sobre Probabilidades?

Objetivo: Estas informações serão úteis para verificar se o professor reconhece os diferentes recursos e qual a importância dada a eles. Em especial, estaremos mais atentos aos recursos manipulativos e experimentais, por possibilitar uma relação maior com os aspectos da modelagem.

Possíveis Respostas:

Entes Primitivos 1: Espaço Amostral e Evento.

Entes Primitivos 2: Proporção, Razão, Freqüência.

Entes Primitivos 3: Princípio Fundamental da Contagem e Análise Combinatória.

Entes Primitivos 4: Não sei identificar.

Antes de iniciar a segunda parte de nosso questionário, optamos por descrever algumas variáveis didáticas presentes nas questões.

Quantidade de alunos. Cada questão tem um número mínimo e fictício de três alunos. A escolha por este número de alunos está associada à diversidade de conceitos envolvidos em cada uma, pois isto nos permitiu construir respostas hipotéticas não somente opostas, mas também contendo algumas semelhantes que contenham distinções conceituais.

O objeto. A escolha pelo tetraedro regular foi motivada pelo encontro de um objeto diferente, mas que mantivesse as propriedades de eqüiprobabilidade.

Agrupamos as questões um, dois e três nesta análise inicial devido à apresentação de variáveis didáticas e objetivos comuns.

Variáveis Didáticas: A primeira variável didática que destacamos refere-se à quantidade de experimentos realizados pelo aluno um. São quantidades pequenas e de fácil transformação para assumir uma representação de porcentagem, pois o nosso objetivo não é verificar se o público pesquisado possui a técnica de conversão para porcentagem, a qual poderão realizar mentalmente, conferindo, desta forma, os valores apresentados.

Objetivos: Este bloco de questões foi elaborado de modo a podermos identificar a presença de raciocínios deterministas, freqüentista, de eqüiprobabilidade, de crenças intuitivas para justificá-las, da compreensão da noção de aleatoriedade e sua aplicação em situações reais.

1)Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face- azul, verde, vermelho e amarelo.

Apresentada esta situação-problema a três alunos, e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:

Aluno 1- Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, dentre os quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então, concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42%.

Aluno 2 – Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.

Aluno 3 - Este aluno realizou de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, P(A) = ¼, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de ¼.

Explique a estratégia de cada um dos alunos.

Conhecimentos Prévios: Para que o docente possa responder e refletir sobre esta questão, é necessário que tenha as noções de eqüiprobabilidade e de probabilidade nas abordagens clássica e freqüentista e, ainda, que saiba converter os números obtidos para uma representação em porcentagem.

Possíveis Soluções:

Antes de relacionarmos as possíveis soluções propriamente ditas, ressaltamos que utilizamos uma única seqüência numérica para todas possíveis soluções de todas as questões apresentadas nessa parte B do questionário. Justificamos este procedimento pelo fato de identificarmos cada uma, a fim de proporcionar a posterior aplicação do software C.H.I.C.

Em relação ao aluno 1, o professor poderá justificar:

1. O aluno tirou sua conclusão de acordo com o que tinha como resultado de um experimento. (A,E)[31]
2. O aluno ignorou ou desconhece a resolução formal[32] de probabilidades. (B,D)

Em relação ao aluno 2, o professor poderá justificar:

3. O aluno conhece o modo formal de resolver probabilidade e também reconhece a experiência como válida numa situação de probabilidade. (G,D)
4. O aluno não sabe ou está confuso entre os dois processos de resolução. (C,I)

Em relação ao aluno 3, o professor poderá justificar:

5. O aluno conhece o modo formal de resolver probabilidade. (B,J,K)

---

[31] As letras que aparecem ao final de cada possível solução está associada a um tipo de indicador das diferentes categorizações das concepções de Probabilidade segundo Goded (1996) que apresentamos no início deste mesmo parágrafo.

[32]Chamamos de resolução formal, a resolução por meio da razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis em um experimento (enfoque laplaciano)

2)Em relação à mesma situação anterior, porém, perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso. as respostas que obtivemos foram:

Aluno 1- Não, pois no experimento que realizamos saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor.

Aluno 2- Não sei, pois pelo experimento observamos que não, mas pela solução formal observamos que sim.

Aluno 3- Sim, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro e, como ele é regular, todas têm as mesmas chances.

Das respostas acima, com qual você concorda? E como você explicaria aos outros alunos que suas respostas não são válidas?

Conhecimentos Prévios: Para que o docente possa responder e refletir sobre esta questão, consideramos ser necessário ter as noções de eqüiprobabilidade e de acaso.

Possíveis Soluções:

Ao concordar com a resposta do aluno 1, identificamos:

6. O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não tem as mesmas chances de serem contempladas. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas porque o dado pode estar viciado. (D,J)
7. O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não tem as mesmas chances de serem contempladas. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas porque somente reconhecemos como válidos os resultados das experiências. (C,E)

Ao concordar com a resposta do aluno 2, identificamos:

8. O aluno 2 observa o experimento, porém, como também tem um conhecimento formal, não o valida, já que os resultados são diferentes. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas porque o dado pode estar viciado, o que justifica a conclusão do aluno em não saber. (D,E,F,I)

Ao concordar com a resposta do aluno 3, identificamos:

9. O aluno 3 se apropriou de um modo formal de resolução, o que está correto. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão corretas devido à quantidade de experimentos realizados, pois 50 é muito pouco. (B,J,K,L)
10. O aluno 3 se apropriou de um modo formal de resolução, o que está correto. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão corretas porque os resultados entre as experiências e o formal teriam que ser iguais. (A,F)

3) Outra situação envolvendo o tetraedro regular foi apresentada aos alunos: Com o mesmo tetraedro regular foram realizados 1000 lançamentos e observados as seguintes ocorrências: 350 verdes, 150 azuis, 300 vermelhos e 200 amarelos. Com isso pode-se afirmar que no 1001º lançamento tenha-se 35% de chance de ocorrer face verde? Aluno1- Sim, pois no experimento realizado a face verde apareceu maior número de vezes. Aluno 2- Não sei, pois, experimentalmente, a face verde apareceu 350 vezes num total de 1000 lançamentos, mas a probabilidade de cada face é a mesma (1/4). Aluno 3- Não, pois todas as cores têm as mesmas chances de ocorrer. Comente as respostas dos três alunos

Conhecimentos Prévios: Para que o docente possa responder e refletir sobre esta questão, consideramos ser necessário ter as noções de eqüiprobabilidade e de aleatoriedade.

Possíveis Soluções:

Ao comentar a resposta do aluno 1, identificamos:

11. O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não tem as mesmas chances de serem contempladas. (B,G,H)
12. O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não tem as mesmas chances de serem contempladas, uma vez que o número de experimentos realizados foi significativo. (D,G,K,L)

Ao comentar a resposta do aluno 2, identificamos:

13. O aluno 2 observa o experimento, porém como também tem um conhecimento formal, não o valida já que os resultados são diferentes. (D,E)

Ao comentar a resposta do aluno 3, identificamos:

14. O aluno 3 só reconhece como válida a resolução formal. (B,J)
15. O aluno 3 só reconhece como válida a resolução formal, ignorando o fato de que o tetraedro pode estar viciado. (J,H,G,L)

4)E com um tetraedro não regular? O que acontece? Esta situação foi apresentada verbalmente aos alunos, momento em que o professor explicou como seria um tetraedro não regular, e as respostas foram:
Aluno 1- Mantenho os experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados.
Aluno 2- A probabilidade de cada face ser contemplada se mantém, pois cada cor continua aparecendo uma única vez.
Aluno 3- As probabilidades de cada cor são diferentes devido aos tamanhos das faces serem também diferentes. Talvez, para se ter uma resposta, fosse preciso realizar muitos lançamentos e, a partir daí, verificar a freqüência de cor.

Comente as respostas dos três alunos

Objetivo: Esta questão apresenta como objetivo específico as concepções de espaço amostral eqüiprovável e, ainda, o reconhecimento de uma resolução experimental numa situação distinta, onde a eqüiprobabilidade é inexistente.

Variáveis Didáticas: Nesta questão Identificamos uma variável, a forma do dado, que assume uma forma não regular, o tetraedro.

Conhecimentos Prévios: Para que o docente possa responder e refletir sobre esta questão, consideramos ser necessário ter as noções de eqüiprobabilidade e de sólido não regular. Para isso, é importante uma compreensão de simetria do sólido para justificar a presença ou ausência da eqüiprobabilidade.

Possíveis Soluções:

Ao comentar as respostas do aluno 1, identificamos:

16. O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo experimental. (G)
17. O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo experimental, ignorando a regularidade ou não do tetraedro. (G,H,I,J)

Ao comentar a resposta do aluno2, identificamos:

18. O aluno 2 relaciona com o modelo anterior de tetraedro, ignorando o fato de não ser regular. (I,J)

Ao comentar a resposta do aluno3, identificamos:

19. O aluno 3 só reconhece como válida a abordagem freqüentista. (L,K)
20. O aluno 3 tem noções de eqüiprobabilidade. (B,H,J,K,L)

5)Um professor propôs aos alunos um problema que perguntava sobre a probabilidade de se obter cara num lançamento de uma moeda honesta, colocando uma moeda na mão de cada aluno e pedindo que a lançassem algumas vezes para observar os resultados. Disponibilizou, também, uma tabela contendo os resultados de 3000 lançamentos, ao final dos quais observou-se 2000 resultados “cara”, com a informação de que aquela tabela foi construída para o tipo de moeda que eles estavam usando na classe. Ao final, o professor observou resoluções de quatro alunos:

- Aluno 1: $P(C) = \frac{1}{2} = 50\%$, pois só podemos obter cara ou coroa
- Aluno 2: Realizou 10 experimentos e obteve 6 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 60%
- Aluno 3: Realizou 100 lançamentos, obtendo 38 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 50%, pois mesmo com estes valores só existem dois resultados possíveis.
- Aluno 4: Indicou que a probabilidade de obter cara vale 2/3 por causa da tabela.

Das resoluções acima, com qual você concorda? Justifique.

Objetivo: Semelhante ao primeiro bloco de questões, esta também tem seus objetivos voltados às concepções de eqüiprobabilidade e de reconhecimento de uma resolução experimental; porém, diferenciamos na quantidade de lançamentos, o que evidenciará se o professor ainda não reconhece uma resposta por meio de um processo experimental, mesmo que tenha um número alto de experimentos. Com esta questão, também objetivamos reconhecer, no professor, a concepção de vício de um experimento e, ainda, possíveis contradições entre as questões anteriores.

Variáveis: Identificamos nesta questão três variáveis, a forma da moeda que assume uma simetria geométrica, a quantidade de lançamentos e a quantidade contemplada em cada face. A escolha pela moeda foi motivada pelo encontro de um objeto comum e clássico dentro do estudo das probabilidades. A quantidade de lançamentos, consideramos ser significativa, de forma que a freqüência do evento começa a se estabilizar[33]. A quantidade contemplada em cada face foi escolhida de forma a assumirem uma diferença significativa entre elas, e ainda considerando-se que seja de fácil conversão para uma representação em porcentagem.

Conhecimentos Prévios: Para que o docente possa responder e refletir sobre esta questão, consideramos ser necessário ter as noções de eqüiprobabilidade e de probabilidade - número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis - e, ainda, saber converter os números obtidos para uma representação em porcentagem.

Possíveis Soluções:

Ao concordar com a resposta do aluno 1, identificamos:

21. O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo formal. (B)
22. O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo formal, ignorando o fato de o dado ser ou não viciado. (H)

Ao concordar com a resposta do aluno 2, identificamos:

23. O aluno 2 fez novos experimentos e a partir deles chegou à sua conclusão. (A,E)

Ao concordar com a resposta do aluno 3, identificamos:

24. O aluno 3 fez novos experimentos, pois reconhece o modelo experimental como solução de um problema de probabilidade, porém discorda dos resultados, mantendo-se no resultado formal. (D,G)

Ao concordar com a resposta do aluno 4, identificamos:

25 O aluno 4 reconhece a tabela e valida os resultados, uma vez que o número de experimentos é bastante significativo. (H,J,K,L)

Desta forma, em nossa análise, estaremos atentos para a ocorrência de alguns conjuntos de soluções que nos proporcionarão as categorias de concepções de cada professor pesquisado.

A partir dessas informações, construímos, a seguir, a tabela que relaciona o conjunto de possíveis soluções da parte B do questionário com os tipos de

---

[33] A interpretação freqüentista de probabilidade constitui uma base adequada para se conceitualizar e até estimar as probabilidades de eventos associados a experiências que possam ser repetidas de uma forma estável um número significativo de vezes. (GUIMARÃES, 1997, p.76)

concepções já apresentadas, a partir dos seus respectivos indicadores.

TABELA 4. 1 – POSSÍVEIS SOLUÇÕES E OS TIPOS DE CONCEPÇÕES

Possíveis Soluções	**Tipos de concepção**
1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 14, 20, 21, 23	Concepção não probabilística da realidade
1, 2, 3, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 20, 23, 24	Concepção probabilística intuitiva
3, 4, 8, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 25	Concepção probabilística emergente
5, 6, 9, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 25	Concepção probabilística normativa

À luz dos estudos realizados, passamos, agora, à analise dos resultados obtidos na aplicação dos questionários.

4.5. DISCUSSÕES GERAIS DOS RESULTADOS

Neste momento, faremos um estudo geral dos resultados de nossa pesquisa e, objetivando uma análise mais completa, optamos por realizá-la qualitativa e quantitativamente, o que justifica os dois parágrafos subseqüentes.

4.5.1.Análise Qualitativa dos Resultados

Para a realização da análise qualitativa dos resultados dos questionários aplicados, utilizaremos o software C.H.I.C. (Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva) que, apropriando-se de uma estatística implicativa, nos permitirá a construção de implicações, representadas de diversas maneiras entre as respostas das questões. Segundo Gras[34] (2003):

> A partir das respostas a um questionário permitindo determinar as características de comportamentos utilizadas nas regras de um sistema “expert”, a análise implicativa tem permitido verificar a adequação dos itens às características e a validade das relações orientadas entre as características (GRAS, 2003, p.181, tradução nossa)

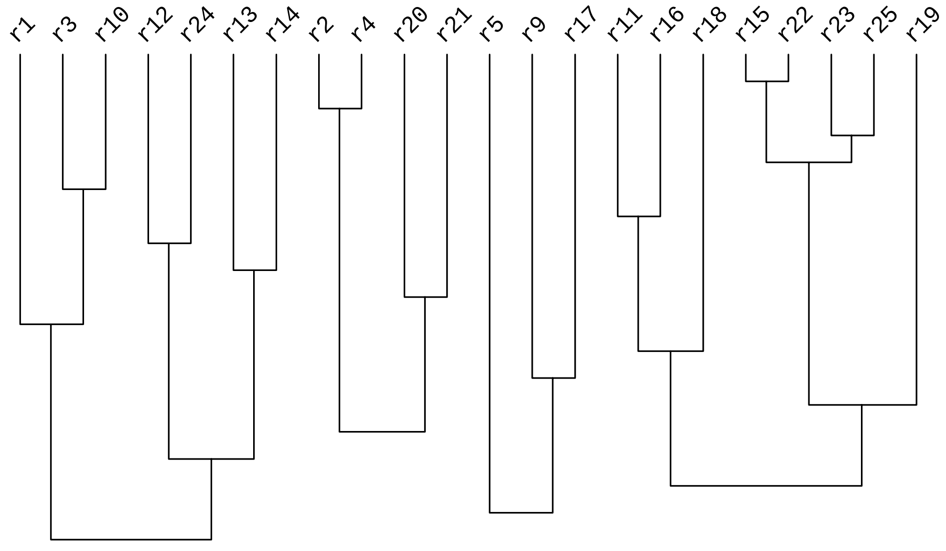
Na medida em que apresentarmos os resultados, disponibilizaremos

[34] A partir des résponses à un questionnaire permettant de déterminer des traits de comportement utilisés dans les règles d’un système expert, l’analyse implicative a permis de vérifier l’adéquation des items aux traits, la validité des relations orientées entre traits. (GRAS, 2003, p.181)

também algumas explicações sobre o software, de forma que o leitor possa compreender e acompanhar nossas análises.

A análise qualitativa será realizada a partir do gráfico da árvore de similaridade[35]. Neste gráfico, disponibilizamos as possíveis soluções de cada questão apresentada no questionário, que chamamos de r1, r2, r3,..., r25, ou seja, r1 representa a possível resposta um do questionário,r2 a segunda possível resposta,..., r25 a vigésima quinta possível solução do questionário. Vale ressaltar que as possíveis soluções constam em nossa análise a priori, neste mesmo capítulo.

Ressaltamos, também, que a ausência de algumas das possíveis soluções na árvore de similaridade significa a não ocorrência das referidas soluções por parte dos Professores, o que poderá ser confirmado em nossa análise quantitativa.

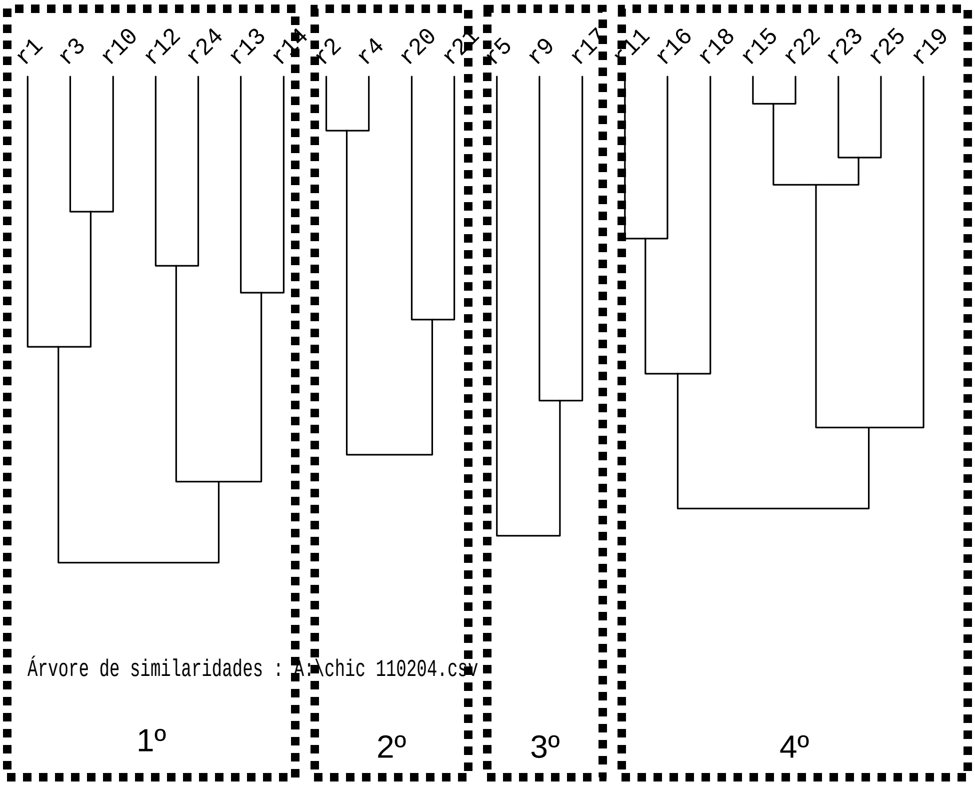


Árvore de similaridades : A:\chic 110204.csv

Este gráfico nos permite observar a presença de quatro grupos[36], a saber:

[35] O gráfico de similaridades é uma das representações dos resultados obtidos pelo software C.H.I.C.

[36] O software C.H.I.C. considera estes agrupamentos como sendo classes de similaridade, porém optamos por referir as classes como grupos devido ao entendimento pejorativo que isso poderia causar. Exemplo: Professores da primeira classe, da segunda classe.



Desta forma, compreendemos que as possíveis soluções 1, 3,10,12, 24, 13 e 14 constituem um grupo de similaridade, que chamaremos de primeiro grupo. As possíveis soluções 2, 4, 20 e 21 constituem o segundo grupo. As possíveis soluções 5, 9 e 17 constituem o terceiro grupo e as possíveis soluções 11, 16, 18, 15, 22, 23, 25 e 19 constituem o nosso quarto grupo.

Vale ressaltar que não estamos disponibilizando os grupos por ordem de importância, mas pela ordem em que apareceram no gráfico de similaridade.

Passemos, neste momento, a analisar cada grupo a partir dos conjuntos de respostas que atendem aos diversos indicadores das quatro concepções levantadas por Goded (1996), as quais explicitaremos novamente para melhor confrontar os dados. Com este mesmo objetivo, organizamos os dados do gráfico de similaridade em uma tabela.

A partir do gráfico de similaridade, temos:

TABELA 4. 2 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES E OS GRUPOS DE SIMILARIDADE DO C.H.I.C.

Grupos	**Possíveis soluções**
Primeira	1,3,10,12, 24, 13 e 14
Segunda	2, 4, 20 e 21.
Terceira	5, 9 e 17.
Quarta	11, 16, 18, 15, 22, 23, 25 e 19.

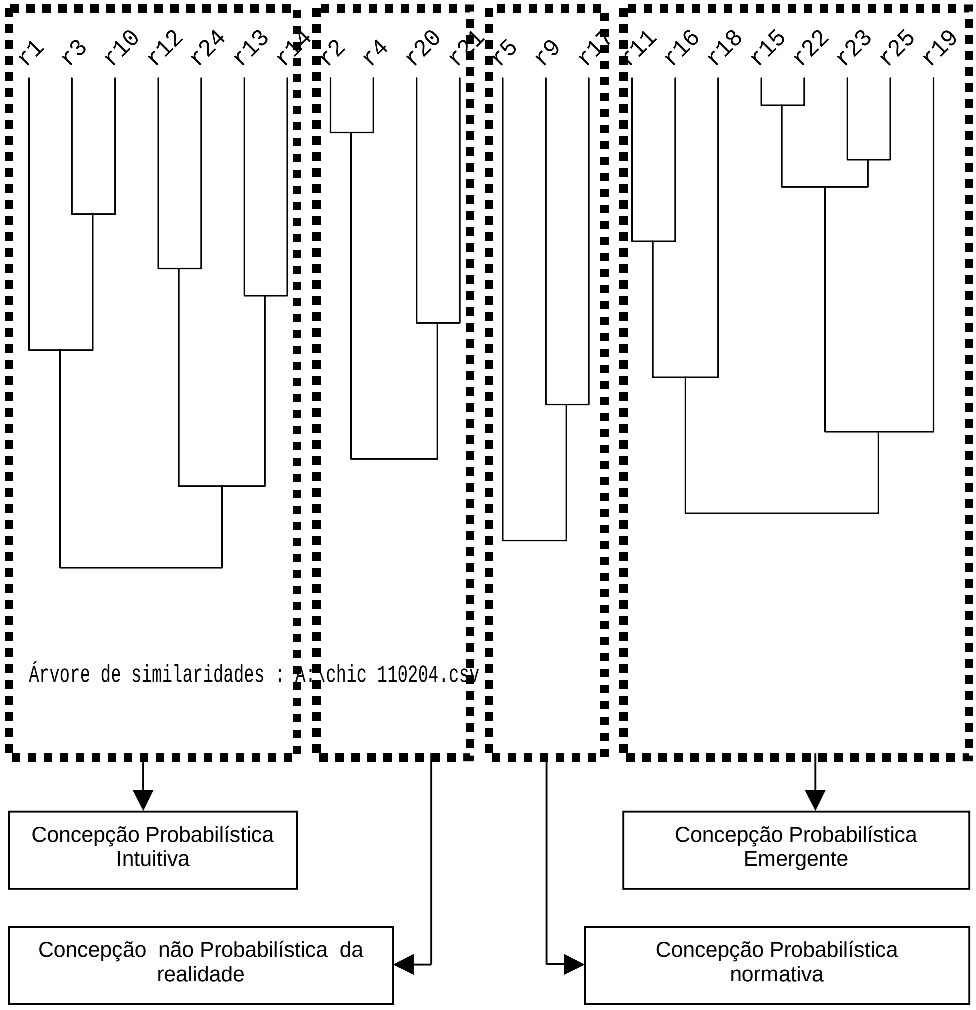
Retomando os tipos de concepção apresentados, temos:

TABELA 4. 3 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES E OS TIPOS DE CONCEPÇÕES

Possíveis Soluções	Tipos de concepção
1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 14, 20, 21, 23	Concepção não probabilística da realidade
1, 2, 3, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 20, 23, 24	Concepção probabilística intuitiva
3, 4, 8, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 25	Concepção probabilística emergente
5, 6, 9, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 25	Concepção probabilística normativa

Comparando as ocorrências das possíveis soluções que contemplam os diferentes tipos de concepção de probabilidade com as possíveis soluções agrupadas por similaridade, identificamos que o primeiro grupo corresponde à Concepção Probabilística Intuitiva, enquanto o segundo corresponde à Concepção não Probabilística da Realidade, o terceiro, à Concepção Probabilística Normativa e o quarto, à Concepção Probabilística Emergente.

Então temos,



A partir das classes de possíveis soluções agrupadas por similaridade pelo C.H.I.C. e categorizadas pelos indicadores de Goded (1996), passaremos a analisar, também via C.H.I.C, o perfil dos Professores que responderam ao questionário e que possuem os diferentes tipos de concepção, ou seja, passaremos a relacionar estas informações com a parte A do questionário aplicado.

Esta relação entre as concepções e o perfil dos Professores será feita através da análise do índice de contribuição[37] entre as variáveis suplementares[38] com os quatro grupos encontrados.

Analisando as principais características dos Professores pertencentes ao primeiro grupo, temos: a formação do Ensino Fundamental ocorreu na década de 80; a formação do Ensino Médio, por sua vez, na década de 90; lecionam há mais tempo para turmas do Ensino Médio; não usam os PCN; o critério de escolha de livros didáticos utilizado para preparação de aulas é a quantidade de exercícios que o livro disponibiliza; consideram que os entes primitivos da probabilidade são a razão, proporção e freqüência.

Em relação às características dos Professores pertencentes ao segundo grupo, cuja concepção é a não Probabilística da realidade, temos: a formação do Ensino Fundamental ocorreu na década de 80; lecionam mais aulas e há mais tempo para turmas do Ensino Fundamental; usam os PCN; utilizam materiais manipulativos como metodologia de trabalho em conceitos algébricos; os livros didáticos adotados e utilizados na preparação de aulas seguem o critério da orientação dos PCN.

Em relação às características dos professores pertencentes ao terceiro grupo, cuja concepção é a Probabilística Normativa, temos: a formação no Ensino fundamental ocorreu na década de 70; a formação no ensino Médio, na década de 80; tanto os livros adotados como os utilizados para preparação das aulas são escolhidos sem critérios definidos, e a razão, proporção e a freqüência são considerados entes primitivos da Probabilidade.

---

[37] É uma ferramenta do C.H.I.C. que relaciona cada variável suplementar com os grupos encontradas. Esta relação se dá por meio de um índice que aponta o risco de contribuição, portanto quanto menor for o índice, mas confiável é a relação. Um exemplo disso é a variável “Não usa os PCN”, que contribui ao primeiro grupo com um risco de 0.04.

[38] São as variáveis referentes ao perfil dos pesquisados.

O quarto grupo, cuja concepção é a Probabilística Emergente, é composto por Professores que tiveram a formação do Ensino Médio na década de 90; têm o maior número de aulas no Ensino Médio; lecionam há mais tempo para o Ensino Médio, inclusive para a segunda série do referido nível. Em relação à leitura dos PCN, este grupo é composto por uma parte significativa de Professores que declaram ter realizado a leitura e, outra parte, também significativa, que afirma não ter realizado a leitura; porém, mesmo os que afirmam ter lido, utilizam-se raramente dos seus conteúdos; os livros que são adotados são escolhidos pelo critério quantidade de exercícios disponíveis; os livros utilizados na preparação das aulas seguem as orientações dos PCN; e, ainda, temos aqueles que utilizam materiais manipulativos para lecionar conceitos de geometria e consideram o acaso, o evento e o espaço amostral como sendo os entes primitivos da Probabilidade.

Para melhor visualização dos resultados já expostos, construímos a tabela abaixo, que aponta cada variável suplementar e a sua ocorrência nos diferentes tipos de concepções e grupos encontrados.

TABELA 4. 4 – AS VARIÁVEIS SUPLEMENTARES E SUAS OCORRÊNCIAS

Variável	1º Grupo: Concepção Probabilística Intuitiva	2º Grupo: Concepção não Probabilística da realidade	3º Grupo: Concepção Probabilística Normativa	4º Grupo: Concepção Probabilística Emergente
Formação no E.F.	Década de 80	Década de 80	Década de 70	-
Formação no E.M.	Década de 90	-	Década de 80	Década de 90
Leciona há mais tempo	No E.M	No E.F.	-	No E.M., inclusive para a 2ª série.
Leciona mais aulas	Para turmas do E.M.	Para turmas do E.F.	-	Para turmas do E.M.
Já leu os PCN?	-	-	-	Sim/Não
Usa os PCN?	Não	Sim	-	Raramente
Critério de escolha de livros Didáticos	-	Seguem propostas dos PCN	Sem critérios definidos	Pela quantidade de exercícios
Critério de escolha de livros auxiliares	Pela quantidade de exercícios	Seguem propostas dos PCN	Sem critérios definidos	Seguem propostas dos PCN
Metodologia em Geometria	-	-	-	Material manipulável
Metodologia em Álgebra	-	Material manipulável	-	-
Entes Primitivos da Probabilidade	Razão, proporção e freqüência	-	Razão, proporção e freqüência	Acaso, evento e espaço amostral

Os campos que estão em branco representam um índice de contribuição cujo risco é alto; portanto, há uma relação não confiável entre as variáveis suplementares e os respectivos grupos.

Analisando a tabela 4.4, temos como conclusão inicial que tanto os Professores pertencentes ao 1º grupo – Concepção Probabilística Intuitiva - como os pertencentes ao 2º grupo – Concepção não Probabilística da Realidade - formaram-se no Ensino Fundamental na década de 80.

O que nos chamou a atenção nestes dois grupos é o fato de terem se formados no mesmo período, porém possuírem concepções distintas em relação aos entes primitivos probabilísticos e, observando para quais turmas lecionam e há quanto tempo, verificamos que o primeiro grupo, além de atuar há mais tempo em turmas do Ensino Médio, leciona mais aulas neste nível de ensino. Já os Professores do segundo grupo, além de atuar há mais tempo em turmas do Ensino Fundamental, lecionam mais aulas neste nível.

Em relação ao segundo grupo, observamos inicialmente uma contradição, pois afirmam usar os PCN, adotar e escolher livros para o preparo das aulas que seguem as orientações dos PCN, entretanto não opinaram significativamente sobre os entes primitivos probabilísticos.

Outra análise a que nos permitimos está relacionada ao 1º e o 4º grupos, ou seja, aos Professores pertencentes aos grupos Concepção Probabilística Intuitiva e Concepção Probabilística Emergente, respectivamente.

Observamos que nestes dois grupos a formação dos Professores no Ensino Médio ocorreu na década de 90 e que possuem diferentes concepções sobre os entes primitivos probabilísticos, na medida em que o primeiro grupo considera a razão, a proporção e a freqüência, e o quarto grupo considera o acaso, o evento e o espaço amostral.

Uma observação relevante, ao analisar estes grupos, é o fato de que ambos lecionam mais aulas e há mais tempo para turmas do Ensino Médio, porém os Professores pertencentes ao quarto grupo lecionam mais aulas e há mais tempo para a segunda série do Ensino Médio.

Desta forma, finalizamos nossa análise qualitativa e passamos para a análise quantitativa dos resultados.

4.5.2. Análise Quantitativa dos Resultados

Este parágrafo tem o objetivo de analisar a amostra de Professores pesquisados segundo a Estatística Descritiva[39]. Ao final da aplicação dos questionários, totalizamos 20 unidades em condições de análises, pois 6 foram desconsiderados por não conter dados referente à parte A, ou seja, ao perfil.

Organizamos nossa análise em tabelas de distribuição de freqüência, proporcionando, desta forma, uma leitura mais rápida e mais organizada dos dados.

A tabela 4.5 mostra a quantidade de Professores que cursaram o que atualmente chamamos de Ensino Fundamental nos diferentes períodos.

TABELA 4. 5 – PROFESSORES E A FORMAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL

Formação do Ensino Fundamental	**Freqüência Absoluta**
Década de 70	15
Década de 80	05
Década de 90	00

A tabela 4.6 mostra a quantidade de Professores que cursaram o que atualmente chamamos de Ensino Médio nas diferentes décadas.

TABELA 4. 6 - PROFESSORES E A FORMAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Formação do Ensino Médio	**Freqüência Absoluta**
Década de 70	04
Década de 80	13
Década de 90	03

A próxima tabela evidencia a quantidade de Professores que lecionam há mais de 5 anos nos níveis Fundamental ou Médio de Ensino.

TABELA 4. 7 – PROFESSORES E O TEMPO DE ATUAÇÃO NOS DIFERENTES NÍVEIS

Lecionam a mais de 5 anos	**Freqüência Absoluta**
No Ensino Fundamental	12
No Ensino Médio	08
Para 2ª série do Ensino Médio	06

[39] “Como o próprio nome sugere, estatística descritiva se constitui num conjunto de técnicas que objetivam descrever, analisar e interpretar os dados numéricos de uma população ou amostra”. (FONSECA, 1996, p.101)

É importante ressaltar que, na tabela 4.7, dos oito professores que lecionam no Ensino Médio, seis deles lecionam também para a segunda série do Ensino Médio.

A próxima tabela mostra a relação entre Professores e a leitura dos PCN.

TABELA 4. 8 – PREFESSORES E A LEITURA DOS PCN

Relação de leitura com os PCN	Freqüência Absoluta
Afirmaram ter lido	10
Afirmaram ter lido em partes	08
Afirmaram não ter lido	02

A próxima tabela, a 4.9, mostra a relação entre Professores e o uso dos PCN como diretriz nos planejamentos anuais.

TABELA 4. 9 – PROFESSORES E O USO DOS PCN

Relação com o uso os PCN	Freqüência Absoluta
Afirmaram usar	05
Afirmaram usar ocasionalmente	09
Afirmaram usar raramente	04
Afirmaram não usar	02

A tabela abaixo mostra a relação entre os Professores e os critérios utilizados na escolha de livros didáticos adotados.

TABELA 4. 10 – PROFESSORES E OS CRITÉRIOS DE ESCOLHA DOS LIVROS

Critérios de escolha dos livros	Freqüência Absoluta
Que seguem propostas dos PCN	07
Pela quantidade de exercícios	04
Sem critérios definidos	09

Estes números se repetem quando perguntamos quais os critérios utilizados na escolha de livros didáticos auxiliares, ou seja, aqueles que contribuem na preparação das aulas.

Em relação às perguntas sobre metodologia de trabalho em aulas de Geometria, temos a seguinte resultado:

TABELA 4. 11 – PROFESSORES E A METODOLOGIA NAS AULAS DE GEOMETRIA

Metodologia de trabalho em aulas de Geometria	Freqüência Absoluta
Trabalhos dirigidos	19
Livros didáticos	16
Material Manipulativo	11
Recursos Computacionais	03

É importante ressaltar que, nesta questão, todos os professores fizeram mais de uma opção.

Em relação às perguntas sobre metodologia de trabalho em aulas de Álgebra, temos a seguinte resultado:

TABELA 4. 12 - PROFESSORES E A METODOLOGIA NAS AULAS DE ÁLGEBRA

Metodologia de trabalho em aulas de Álgebra	Freqüência Absoluta
Trabalhos dirigidos	18
Livros didáticos	10
Material Manipulativo	06
Recursos Computacionais	01

Nesta questão, também houve a escolha de mais de uma opção por parte dos Professores.

Perguntados sobre quais os entes primitivos na Probabilidade, obtivemos a seguinte resposta:

TABELA 4. 13 - PROFESSORES E OS ENTES PRIMITIVOS DA PROBABILIDADE

Entes Primitivos da Probabilidade	Freqüência Absoluta
Acaso, Aleatoriedade, Espaço Amostral e Evento	11
Proporção, razão e freqüência	08
Princípio Fundamental da Contagem	07

Por se tratar de uma questão aberta, obtivemos seis respostas que contemplaram mais de um destes agrupamentos de possíveis soluções, motivo pelo qual a somatória das freqüências ultrapassou as vinte unidades.

Passamos, agora, a analisar os dados relativos à parte B do questionário aplicado. Para isso, explicitaremos novamente as questões e suas respectivas possíveis soluções realizadas a priori, para que o leitor não tenha que retornar às páginas anteriores para compreender as análises

As possíveis soluções estarão organizadas em tabelas de duas colunas, onde na primeira coluna explicitaremos as possíveis soluções e na segunda coluna explicitaremos a quantidade de ocorrências.

As questões da segunda parte do questionário também são de modalidades subjetivas, justificando, desta forma, as diferentes respostas obtidas, que em alguns casos contemplaram mais de uma possível solução e, em outros casos, não. Há também casos em que os professores não responderam a todos os itens.

1)Considere um tetraedro regular que possui uma cor diferente em cada face- azul, verde, vermelho e amarelo.

Apresentada esta situação-problema a três alunos e questionando-os sobre a probabilidade da face não visível ser azul, as estratégias e conclusões dos alunos foram:

Aluno 1- Este aluno, de posse do tetraedro, realizou 50 lançamentos, dentre os quais observou que em 21 vezes ocorreram faces azuis; então, concluiu que a probabilidade de ocorrer face azul é de 42%.

Aluno 2 – Este aluno acompanhou a estratégia do aluno 1, porém discordou da conclusão, afirmando que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de 1 em 4.

Aluno 3 - Este aluno realizou, de modo formal, como razão entre número de sucessos sobre o número total de chances, $P(A) = 1/4$, concluindo, então, que a probabilidade de ocorrer face azul num tetraedro regular é de $1/4$.

Explique a estratégia de cada um dos alunos.

TABELA 4. 14 – POSSÍVEIS SOLUÇÕES DA QUESTÃO 1 E SUAS OCORRÊNCIAS

Possíveis Soluções	Ocorrência
Em relação ao aluno 1, o professor poderá justificar:	
O aluno tirou sua conclusão de acordo com o que tinha como resultado de um experimento	15
O aluno ignorou ou desconhece a resolução formal de probabilidades.	01
Em relação ao aluno 2, o professor poderá justificar:	
O aluno conhece o modo formal de resolver probabilidade e também reconhece a experiência como válida numa situação de probabilidade.	09
O aluno não sabe ou está confuso entre os dois processos de resolução.	03
Em relação ao aluno 3, o professor poderá justificar:	
O aluno conhece o modo formal de resolver probabilidade.	18

As respostas que obtivemos, nesta primeira questão, confirmaram a identificação, por parte dos Professores, de dois métodos utilizados para determinar a probabilidade da ocorrência de um evento: um relacionado à abordagem clássica e outro, relacionado à prática de sucessivas vezes o mesmo experimento. Neste último caso, ainda não podemos relacioná-los à abordagem freqüentista, pelo fato de não termos encontrado, em nenhuma das respostas, a afirmação de que o primeiro aluno se apropriou de um número insuficiente de lançamentos para tirar suas conclusões.

2)Em relação à mesma situação anterior, porém perguntando aos alunos se as cores têm as mesmas chances de serem contempladas num lançamento ao acaso, as respostas que obtivemos foram:

Aluno 1- Não, pois no experimento que realizamos, saíram quantidades de vezes diferentes de cada cor.

Aluno 2- Não sei, pois pelo experimento observamos que não, mas pela solução formal observamos que sim.

Aluno 3- Sim, pois cada cor aparece uma vez no tetraedro, e como ele é regular, todas têm as mesmas chances.

Das respostas acima, com qual você concorda? E como você explicaria aos outros alunos que suas respostas não são válidas?

TABELA 4. 15- POSSÍVEIS SOLUÇÕES DA QUESTÃO 2 E SUAS OCORRÊNCIAS

Possíveis Soluções	Ocorrência
Ao concordar com a resposta do aluno 1, identificamos:	
O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não têm as mesmas chances de serem contempladas. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas porque o dado pode estar viciado.	00
O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não tem as mesmas chances de serem contempladas. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas porque somente reconhecemos como válidas os resultados das experiências.	00
Ao concordar com a resposta do aluno 2, identificamos:	
O aluno 2 observa o experimento, porém como também tem um conhecimento formal, não o valida já que os resultados são diferentes. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão certas, porque o dado pode estar viciado, o que justifica a conclusão aluno de não saber.	00
Ao concordar com a resposta do aluno 3, identificamos:	
O aluno 3 se apropriou de um modo formal de resolução, o que está correto. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão corretas devido à quantidade de experimentos realizados, pois 50 é muito pouco.	18
O aluno 3 se apropriou de um modo formal de resolução, o que está correto. Explicaria aos demais alunos que suas conclusões não estão corretas, porque os resultados entre as experiências e o formal teriam que ser iguais.	02

Esta questão foi a que mais apresentou respostas semelhantes, pois, além de terem justificado e reconhecido o modo formal, reconheceram também que a quantidade apresentada de experimentos é insuficiente para se tirar algumas conclusões.

Desta forma, podemos completar a resposta da questão anterior, pois agora entendemos que os Professores compreendem que a quantidade de experimentos realizados pelo primeiro aluno tenha sido insuficiente, porém, ainda não temos condições de afirmar se estes Professores possuem a concepção da abordagem freqüentista de Probabilidade.

3) Outra situação envolvendo o tetraedro regular foi apresentada aos alunos:

Com o mesmo tetraedro regular foram realizados 1000 lançamentos e observados as seguintes ocorrências: 350 verdes, 150 azuis, 300 vermelhos e 200 amarelos. Com isso, pode-se afirmar que no 1001º lançamento tenha-se 35% de chance de ocorrer face verde?

Aluno1- Sim, pois no experimento realizado a face verde apareceu maior número de vezes.

Aluno 2- Não sei, pois, experimentalmente, a face verde apareceu 350 vezes num total de 1000 lançamentos, mas a probabilidade de cada face é a mesma (1/4).

Aluno 3- Não, pois todas as cores têm as mesmas chances de ocorrer.

Comente as respostas dos três alunos

TABELA 4. 16 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES DA QUESTÃO 3 E SUAS OCORRÊNCIAS

Possíveis Soluções	**Ocorrência**
Ao comentar a resposta do aluno 1, identificamos:	
O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não têm as mesmas chances de serem contempladas.	09
O aluno 1 realizou experimentos, resultando uma quantidade maior de vezes em uma das cores, o que nos leva a concluir que as cores não têm as mesmas chances de serem contempladas, uma vez que o número de experimentos realizados foi significativo.	06
Ao comentar a resposta do aluno 2, identificamos:	
O aluno 2 observa o experimento, porém como também tem um conhecimento formal, não o valida, já que os resultados são diferentes.	15
Ao comentar a resposta do aluno 3, identificamos:	
O aluno 3 só reconhece como válida a resolução formal.	16
O aluno 3 só reconhece como válida a resolução formal, ignorando o fato de que o tetraedro pode estar viciado.	01

Estas respostas permitem-nos afirmar que uma parte significativa da nossa amostra identifica os processos experimentais como sendo uma estratégia de resolução de situações probabilísticas, pois nove professores citaram que as cores não teriam as mesmas chances de serem contempladas, uma vez que o resultado dos experimentos foi bastante divergente. Isto também foi citado por quinze Professores, ao justificar a dúvida do segundo aluno.

4)E com um tetraedro não regular? O que acontece? Esta situação foi apresentada verbalmente aos alunos, momento em que o professor explicou como seria um tetraedro não regular, e as respostas foram:

Aluno 1- Mantenho os experimentos e tiro as conclusões a partir dos resultados.

Aluno 2- A probabilidade de cada face ser contemplada se mantém, pois cada cor continua aparecendo uma única vez.

Aluno 3- As probabilidades de cada cor são diferentes devido aos tamanhos das faces serem também diferentes. Talvez, para se obter uma resposta, fosse preciso realizar muitos lançamentos e, a partir daí, verificar a freqüência de cor.

Comente as respostas dos três alunos

TABELA 4. 17 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES DA QUESTÃO 4 E SUAS OCORRÊNCIAS

Possíveis Soluções	**Ocorrência**
Ao comentar as respostas do aluno 1, identificamos:	
O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo experimental.	09
O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo experimental, ignorando a regularidade ou não do tetraedro.	10
Ao comentar a resposta do aluno2, identificamos:	
O aluno 2 relaciona com o modelo anterior de tetraedro, ignorando o fato de não ser regular.	15
Ao comentar a resposta do aluno3, identificamos:	
O aluno 3 só reconhece como válida a abordagem freqüentista.	07
O aluno 3 tem noções de eqüiprobabilidade.	11

Observando os questionários, podemos afirmar que quinze Professores citaram a não regularidade do tetraedro para justificar a estratégia do segundo aluno da questão quatro. Destes, nove Professores também justificaram que o aluno três tem noção de eqüiprobabilidade.

Desta forma, compreendemos que há indícios de que nove dos vinte professores possuem a concepção de eqüiprobabilidade.

5)Um professor propôs aos alunos um problema que perguntava sobre a probabilidade de obter cara num lançamento de uma moeda honesta, colocando uma moeda na mão de cada aluno e pedindo que a lançassem algumas vezes para observar os resultados. Disponibilizou, também, uma tabela contendo os resultados de 3000 lançamentos, ao final dos quais observou-se 2000 resultados "cara", com a informação de que aquela tabela foi construída para o tipo de moeda que eles estavam usando na classe. Ao final, o professor observou resoluções de quatro alunos: • Aluno 1: P(C) = ½ = 50%, pois só podemos obter cara ou coroa • Aluno 2: Realizou 10 experimentos e obteve 6 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 60% • Aluno 3: Realizou 100 lançamentos, obtendo 38 caras, e concluiu que a resposta da questão seria 50%, pois mesmo com estes valores só existem dois resultados possíveis. • Aluno 4: Indicou que a probabilidade de obter cara vale 2/3 por causa da tabela. Das resoluções acima, com qual você concorda? Justifique.

TABELA 4. 18 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES DA QUESTÃO 5 E SUAS OCORRÊNCIAS

Possíveis Soluções	**Ocorrência**
Ao concordar com a resposta do aluno 1, identificamos:	
O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo formal.	13
O aluno 1 só reconhece como válida a resolução de modo formal, ignorando o fato de o dado ser ou não viciado.	01
Ao concordar com a resposta do aluno 2, identificamos:	
O aluno 2 fez novos experimentos e a partir deles chegou à sua conclusão.	01
Ao concordar com a resposta do aluno 3, identificamos:	
O aluno 3 fez novos experimentos, pois reconhece o modelo experimental como solução de um problema de probabilidade, porém discorda dos resultados, mantendo-se no resultado formal.	11
Ao concordar com a resposta do aluno 4, identificamos:	
O aluno 4 reconhece a tabela e valida os resultados, uma vez que o número de experimentos é bastante significativo.	03

•

Nesta questão, o raciocínio determinista deixa uma marca bastante forte, pois treze dos vinte Professores justificaram que, como há somente duas possibilidades, cara ou coroa, no lançamento de uma moeda, a probabilidade de se obter cara é 50%, ignorando desta forma o fato de que a moeda poderia não ser honesta[40]. Esta não observação por parte dos Professores, talvez, deve-se ao fato de que "*a ausência de informações sobre condições da experiência aleatória conclui-se a eqüiprobabilidade de seus resultados*" (COUTINHO, 1994, p. 66) e como no enunciado da questão consta "moeda honesta", o dúvida sobre ela não assumir esta propriedade nem surgiu.

Relacionando os dados obtidos nas diferentes questões temos que, dos dezoito Professores que afirmaram na segunda questão serem os cinqüenta lançamentos insuficientes para qualquer conclusão, três deles identificaram a estratégia do quarto aluno da última questão, que se apropriou de uma tabela com 3000 lançamentos para justificar sua resposta.

Compreendemos, desta forma, que três Professores de nossa amostra possuem a concepção da abordagem freqüentista, que pode não ser a única, mas é mobilizada corretamente.

[40] Um objeto viciado garante a não eqüiprobabilidade dos resultados de um experimentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa teve como objetivo identificar as concepções atuais sobre Probabilidade dos Professores de Matemática em exercício no Ensino Fundamental e verificar se há relação entre estas concepções e as diferentes tendências do Ensino de Probabilidade nas diferentes décadas estudadas, 70, 80 e 90. Este período foi escolhido por ser a fase na qual os professores, sujeitos da nossa pesquisa, tiveram sua formação na escola básica.

Para melhor organização das nossas Considerações Finais, optamos por explicitar nossos Problemas de Pesquisa e Hipóteses e, na seqüência, faremos nossas análises, reflexões e conclusões remetendo-nos aos estudos dos diversos capítulos apresentados.

Iniciaremos, portanto, pelo nosso primeiro subproblema de Pesquisa.

Quais são as concepções dos Professores de Matemática do Ensino Fundamental, em exercício, sobre o Aleatório e Probabilidade?

Para esta questão, nossa hipótese era que encontraríamos nos Professores pesquisados Concepções relacionadas às abordagens Clássica ou Formal de Probabilidades, dentre elas, o raciocínio determinista.

Para responder a esta questão e verificar se há validade da nossa hipótese, retomemos alguns resultados relevantes do instrumento diagnóstico e que foram explicitados no Capítulo IV desta dissertação.

No questionário, os resultados foram categorizados a *priori* , segundo as Concepções apresentadas por Goded (1996) e confirmados a *posteriori*; portanto, concluímos que, da amostra analisada, temos os quatro tipos de Concepções:

A *Não Probabilística da Realidade* que se caracteriza pela ausência da compreensão do azar e de sucessos aleatórios. As respostas são baseadas em crenças, com modelos deterministas de raciocínio e suas explicações se apoiam em ocorrência de sucessos simples e imediatos.

A *Probabilística Intuitiva* que se caracteriza pela presença de alguma compreensão do azar e sua relação com sucessos aleatórios, porém em caráter parcial e junto aos modelos concretos. Os juízos heurísticos são fundamentais nos esquemas de resolução de diferentes situações.

A *Probabilística Emergente* que se caracteriza pela aceitação e compreensão das múltiplas representações matemáticas do azar. Há uma compreensão de alguns modelos probabilísticos e certa capacidade de aplicação em determinados casos, os mais familiares. Esta concepção supõe a presença de alguma instrução em probabilidade e estatística, ainda que seja de caráter inicial.

A *Probabilística Normativa* que se caracteriza pela profunda compreensão de modelos probabilísticos e sua aplicação em situações diversas. Apresentam habilidades para comparar e contrastar as diferentes situações aleatórias, em função dos diferentes modelos.

Como mostramos em nossa análise qualitativa dos resultados, há um grupo de Professores que possuem a Concepção Probabilística Normativa, ou seja, Professores que compreendem as diferentes abordagens e modelos probabilísticos e possuem habilidades para comparar, relacionar, construir exemplos e justificativas para diferentes situações.

Ressaltamos que em nosso questionário teríamos condições de constatar somente os enfoques Formal, Clássico e Frequentista, pois as questões não foram elaboradas de modo a verificar a existência dos enfoques subjetivo e geométrico. Esta opção ocorreu após termos analisados os livros didáticos e as orientações institucionais que, com exceção do Subsídio para a Implementação da proposta Curricular de Matemática para o Segundo Grau do Estado de São Paulo, de 1982, não abordam tais concepções.

Com isso, podemos concluir que os Professores categorizados como tendo a Concepção Probabilística Normativa apresentam concepções relacionadas aos enfoques Clássico e Frequentista. Não identificamos e nada podemos afirmar sobre a Concepção Formal ou Axiomática, pois não encontramos respostas que tivessem como justificativa qualquer elemento referente a esta abordagem.

Ambos os enfoques, Clássico e Frequentista, também foram contemplados em nossa análise qualitativa, pois em várias questões identificamos justificativas relacionadas ao raciocínio determinista e ao uso exclusivo da razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis de um evento, características do enfoque Clássico.

Em relação ao ponto de vista Frequentista, já constatamos que três dos Professores de nossa amostra mobilizam uma concepção de probabilidade associada a esse enfoque, pois validam situações aleatórias por meio da experimentação; além disso, distinguem a quantidade de lançamentos que são significativos ou não para tirar qualquer conclusão numa determinada situação e identificam os espaços amostrais eqüiprováveis e não eqüiprováveis.

Em relação a esse problema de pesquisa e a partir dos resultados de nossa análise quantitativa, chama-nos a atenção, e também remete-nos à importância de pesquisas futuras, dois fatos encontrados e que compreendemos ser de muita relevância ao estudo do ensino de probabilidade:

Quais as razões pelas quais sete Professores, uma quantidade significativa dos Professores pesquisados, consideram o Princípio Fundamental da Contagem como sendo o ente primitivo da Probabilidade? Embora pudéssemos ter entrevistado estes professores para tentar melhor compreender suas respostas ao questionário, este tipo de aprofundamento nos levaria a uma outra problemática que não o nosso problema inicial: um estudo diagnóstico. Deixamos, assim, como perspectiva de pesquisa, um tal estudo em profundidade.

A segunda observação está relacionada à dúvida sobre o vício de um determinado objeto ao se realizar experimentações, o que surgiu somente quando este número foi alto (acima de 1000). Portanto, há relação entre a quantidade de experimentos e a conclusão sobre a eqüiprobabilidade deste evento?

Passemos, agora ao nosso segundo sub-problema de Pesquisa.

Como ocorreu o Ensino de Probabilidade em São Paulo e no Brasil nas décadas de 70, 80 e 90?

Para esta questão, nossa hipótese era que encontraríamos nos livros didáticos e nas orientações institucionais propostas compatíveis e correlacionadas às Concepções dos Professores, neste caso, Clássico e Formal.

Para responder a esta questão e validar ou não a referida hipótese, remeteremo-nos ao Capítulo III desta Dissertação, no qual disponibilizamos parágrafos específicos para o estudo do ensino de probabilidades no Brasil por meio de livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90 e de algumas orientações institucionais do Estado de São Paulo.

Com estes estudos, tornam-se possíveis a elaboração e a construção de características gerais de cada período.

Na década de 70, o Guia Curricular do Estado de São Paulo de 1975 não faz referências ao ensino de Probabilidades em séries iniciais.

O livro didático deste período traz consigo situações cujas técnicas de resolução estão presentes na abordagem Clássica e Axiomática, apropriando–se exclusivamente de elementos pertencentes à Teoria dos Conjuntos, como é o caso do diagrama de Venn.

Na década de 80, embora a Proposta Curricular do Estado de São Paulo tenha sido realizada no ano de 1989, ressaltamos que houve, em 1982, a divulgação dos Subsídios da Implementação da Proposta Curricular que expôs a Probabilidade a partir de suas várias abordagens, como também registramos em nosso capítulo III.

O livro didático deste período apropria-se de todas as técnicas de resolução de situações probabilísticas que encontramos ao analisar livros das três décadas, ou seja, técnicas presentes na Teoria dos Conjuntos e técnicas presentes na Análise Combinatória.

Na década de 90, a nova orientação institucional, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo para o Segundo Grau surge em 1992, com desejos explicitados pelos autores de negação à Teoria dos Conjuntos, embora fizessem uso de seus elementos para formalizar suas definições. Nesta Proposta Curricular, encontramos o uso das abordagens Clássica e Axiomática para definir os elementos probabilísticos.

O livro didático analisado deste período segue as orientações da referida Proposta, cujas definições atendem às abordagens Clássica e Axiomática. Observamos, porém, que as técnicas de resolução das diferentes tarefas, na maioria absoluta das vezes, são pertencentes à Análise Combinatória.

Desta forma, considerando que os livros didáticos escolhidos para nossa análise são representativos das respectivas décadas, podemos inferir que o

Ensino de Probabilidades no Brasil, no decorrer das décadas de 70, 80 e 90, ocorreu por meio das abordagens Clássica e Axiomática e que houve variação somente nos tipos de tarefas, técnicas e discursos teórico-tecnológicos das situações apresentadas como exercícios ou exemplos, ou seja, na década de 70 as técnicas para a resolução das tarefas consistiam na Teoria dos Conjuntos, na década de 90 as técnicas, na Análise Combinatória e, na década de 80, encontramos um período de transição, que se apropriou de ambas as Teorias que justificassem suas técnicas.

Passemos ao nosso último sub-problema de Pesquisa

Quais as concepções que os Professores de Matemática do Ensino Fundamental têm em relação a modelagem e simulação? Eles reconhecem a abordagem freqüentista como modelo para resolução de situações aleatórias?

Para esta questão, nossa hipótese era que encontraríamos sinais intuitivos e pragmáticos nos Professores pesquisados sobre modelagem e simulação, sem necessariamente relacioná-los à abordagem freqüentista de Probabilidade.

Em relação a este terceiro problema, teremos condições somente de respondê-lo parcialmente, pois pretendíamos obter respostas sobre quais concepções os Professores do Ensino Fundamental têm em relação a modelagem e simulação, por meio das respostas pessoais ao questionário aplicado.

A partir destas respostas, faríamos uma relação com a Modelagem proposta por Coutinho (2001), que apresentamos no Capítulo I desta Dissertação.

Entendemos que a não contemplação de respostas que nos desse sinais sobre as Concepções de modelagem e simulação por parte dos Professores ocorreu devido ao questionário que elaboramos e apresentamos. Tal questionário apropriou-se de situações de simulação e de modelagem, nas quais os Professores puderam validar ou não as estratégias que as envolvessem e não explicitou, de fato, o que pensam sobre estes elementos.

Desta forma, não podemos realizar qualquer análise sobre as concepções dos Professores sobre Simulação e Modelagem. Podemos inferir somente sobre a aparente validade da hipótese, mas que também é um ponto que nos remete a pesquisas futuras para aprofundamento dos estudos, pois a consideramos extremamente relevante à Pesquisa em Ensino de Probabilidades.

Este nosso posicionamento frente a esta questão deve-se ao fato de encontrarmos sinais pragmáticos de reconhecimento da simulação como modelo para resolução de situações probabilísticas, como é o caso da quinta questão do questionário aplicado, em que alguns Professores validaram as respostas que se apropriaram de uma tabela com 3000 experimentos.

Em relação à segunda parte desta questão, podemos concluir que três dos vinte Professores pesquisados reconhecem a abordagem freqüentista como modelo para resolução de situações aleatórias, pois por meio de nossa análise quantitativa e qualitativa, apresentadas no capítulo IV desta Dissertação, observamos que há a mobilização correta e coerente dos conceitos presentes nesta abordagem, que já explicitamos em nosso primeiro sub-problema.

Passemos, agora, a discutir sobre o nosso Problema central:

Há relação entre o que os Professores de Matemática, hoje em exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico, e suas Concepções atuais sobre Aleatoriedade e Probabilidade?

Para este problema central, nossa hipótese era a confirmação desta relação.

Iniciamos nossa discussão pela não validação de nossa hipótese, pois há indícios de que a relação entre o que os Professores de Matemática, hoje exercício, construíram quando foram alunos do Ensino Básico e suas Concepções atuais sobre Aleatoriedade e Probabilidade não é verdadeira.

Esta afirmação decorre da constatação entre as diferentes características do Ensino de Probabilidades nas décadas de 70, 80 e 90 e as diferentes Concepções atuais que os Professores possuem.

Como vimos, ao longo das décadas de 70, 80 e 90, o Ensino de Probabilidade apoiou-se basicamente nas abordagens Clássica e Axiomática e variaram somente as tarefas, técnicas e discursos teorico-tecnológicos das situações apresentadas como exemplos ou exercícios, como já apresentamos na resposta do nosso segundo sub-problema.

Para justificar a afirmação em relação a nossa hipótese, apresentamos novamente a tabela que construímos no último capítulo desta Dissertação, referente à análise qualitativa dos resultados obtidos dos questionários e que relaciona as quatro Concepções probabilísticas apresentadas por Goded (1996) com o perfil dos professores presentes em cada grupo. Desta forma, ao final, discutiremos tais resultados.

TABELA 4. 19 - AS VARIÁVEIS SUPLEMENTARES E SUAS OCORRÊNCIAS

Variável	**1ª Grupo: Concepção Probabilística Intuitiva**	**2ª Grupo: Concepção não Probabilística da realidade**	**3ª Grupo: Concepção Probabilística Normativa**	**4ª Grupo: Concepção Probabilística Emergente**
Formação no E.F .	Década de 80	Década de 80	Década de 70	-
Formação no E.M.	Década de 90	-	Década de 80	Década de 90
Leciona há mais tempo	No E.M	No E.F.	-	No E.M., inclusive para a 2ª série.
Leciona mais aulas	Para turmas do E.M.	Para turmas do E.F.	-	Para turmas do E.M.
Já leu os PCN?	-	-	-	Sim/Não
Usa os PCN?	Não	Sim	-	Raramente
Critério de escolha de livros Didáticos	-	Seguem propostas dos PCN	Sem critérios definidos	Pela quantidade de exercícios
Critério de escolha de livros auxiliares	Pela quantidade de exercícios	Seguem propostas dos PCN	Sem critérios definidos	Seguem propostas dos PCN
Metodologia em Geometria	-	-	-	Material manipulável
Metodologia em Álgebra	-	Material manipulável	-	-
Entes Primitivos da Probabilidade	Razão, proporção e freqüência	-	Razão, proporção e freqüência	Acaso, evento e espaço amostral

Em nossa conclusão parcial, ainda no capítulo IV, apontamos que tanto os Professores pertencentes ao 1º grupo – Concepção Probabilística Intuitiva - como os pertencentes ao 2º grupo – Concepção não Probabilística da realidade - formaram –se no Ensino fundamental na década de 80.

Em relação a estes dois grupos, o que nos chama a atenção é o fato de ambos terem se formado no mesmo período, porém possuírem concepções distintas em relação aos entes primitivos probabilísticos.

Na ocasião, ressaltamos que ambos os grupos lecionam para turmas distintas, sendo que o primeiro, além de lecionar há mais tempo para turmas do Ensino Médio, leciona mais aulas para este mesmo público. Os Professores do segundo grupo lecionam há mais tempo para turmas do Ensino Fundamental e ministram mais aulas para este mesmo público.

Outra análise que fizemos está relacionada ao 1º e 4º grupos, ou seja, aos Professores pertencentes aos grupos Concepção Probabilística Intuitiva e a Concepção Probabilística Emergente, respectivamente.

Estes dois grupos, cuja formação no Ensino Médio ocorrera na década de 90, possuem diferentes concepções sobre os entes primitivos probabilísticos. O primeiro grupo considera a razão, proporção e a freqüência e o quarto grupo considera o acaso, o evento e o espaço amostral.

Em relação a estes dois grupos, observamos que ambos lecionam mais aulas e há mais tempo para turmas do Ensino Médio; porém, os Professores pertencentes ao quarto grupo lecionam mais aulas e há mais tempo para a segunda série do Ensino Médio, série em que os livros didáticos apresentam o conteúdo sobre Probabilidade.

Relacionando tais análises, podemos observar que nossa hipótese inicial não é contemplada, pois os Professores que estudaram no mesmo período teriam que possuir as mesmas concepções caso a relação entre o que construíram quando alunos e a concepção atual sobre probabilidade fosse verdadeira.

O que observamos é que há indícios de haver uma relação mais pragmática, ou seja, a Concepção atual sobre Probabilidade pode estar relacionada à atuação profissional do Professor nas séries e ao tempo em que atua.

Embora não tenhamos validado nossa hipótese, esta pesquisa tem uma função relevante ao considerarmos a importância dos cursos de atualização profissional, pois, de acordo com o que pudemos observar, a prática tem grande influência sobre as Concepções que são construídas e reconstruídas, enquanto que os cursos de formação inicial e continuada têm ações muitas vezes local sobre estas concepções. Enfatizamos a necessidade de que tais cursos promovam reflexão sobre a própria prática.

Sobre a importância de cursos de formação continuada, podemos nos remeter aos resultados apresentados por Manrique (2003) que realizou um estudo objetivando analisar se as concepções dos Professores em relação à Geometria e seu ensino sofreram mudanças ao longo do processo de formação continuada.

Após a efetivação da metodologia proposta, que compreendeu a elaboração de um questionário, observação de encontros de formação e de aulas ministradas pelos pesquisados, entrevistas com os participantes e de relatórios diários, a autora pode concluir:

"De modo geral, a análise dos dados obtidos nos permite afirmar que os professores operaram mudanças em concepções e há indícios de alterações em sua prática pedagógica" (MANRIQUE, 2003, p. 155)

Num primeiro momento, tais resultados podem parecer divergentes, porém não os entendemos desta forma, na medida em que os resultados do nosso trabalho mostram que há fortes indícios de que a prática influencia diretamente na construção ou reconstrução de concepções e, embora os professores pertencentes à nossa amostra participem de alguma forma de algum projeto de formação contínua, sabemos que tais cursos trabalham conteúdos pontuais e locais, e Manrique (2003) mostrou a importância e a eficiência do curso de formação contínua em relação às alterações e mudanças de concepções geométricas.

Tal relação só nos faz ressaltar a importância de pesquisas e projetos de formação contínua em Probabilidades voltadas aos Professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da Didática da Matemática, CEMA, PUC-SP: 2000.

ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 2-3, p. 241-286, 1990.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro Concepções de Probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na Licenciatura em Matemática: Clássica, Freqüentista, Subjetiva e Formal. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25, 2002, Caxambu. **Anais da XXV Reunião Anual da ANPEd- Trabalhos selecionados e não apresentados**. Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.anped.org.br/25/excedentes25/dionelucchesicarvalhot19.rtf> Acesso em: 10 out.. 2003.

CHEVALLARD, Y. La Fonction professoral e: Esquisse d'un modele didactique . In : ECOLE ET UNIVERSITE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHMATIQUES, 8, 1995, Saint-Sauves d'Auvergne. **Actes de lécole d'ete.** Saint-Sauves d'Auvergne : IREM de Clermont-Ferrand, 1996. p.83 – 122

CHEVALLARD, Y.; JOSHUA, M. **La Transposition Didactique** du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Penseé Sauvage Editions, 1991.

COUTINHO, C. Q. S.; GONÇALVES, M. C. livro didático e a formação do Professor de Matemática para o ensino de Probabilidades. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003, Santos. **Anais do II SIPEM – Trabalhos selecionados e apresentados.** São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003. CD-ROM

COUTINHO, Cileda de Q.S. **Intodução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Freqüentista. Estudo Epistmológico e Didático**. Dissertação de Mestrado em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- São Paulo, 1994

COUTINHO, Cileda de Q.S. **Introduction aux situations aléatoires dès Collège: de la modélisations à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. Thése de docteur de l'Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 2001

COUTINHO, Cileda de Q.S. Probabilidade Geométrica : Um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias em Cabri. In : REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25, 2002, Caxambu. **Anais da XXV Reunião Anual da ANPEd- Trabalhos selecionados e apresentados**. Rio de Janeiro. Disponível em: <http:// www.anped.org.br> Acesso em: 30 mar. 2004.

FINI, M.E. Probabilidade. In SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas**. Subsídios para a implementação da proposta curricular de Matemática para o 2º grau**. Coord. Suzana Laino Cândido. São Paulo,SE/CENP, 1982.

FONSECA, J. S; MARTINS, G. A. **Curso de Estatística**. 6. Ed. São Paulo: Atlas, 1996.

FRANCHI,A. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais. In MACHADO, S. (org).**Educação Matemática**. Uma Introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

GARCÍA, C. M. **Formação de Professores** – Para uma Mudança Educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

GODED, P. A. Estudio de las Concepciones disciplinares de futuros Profesores de Primaria en torno a las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad. Granada: Comares, 1996.

GRAS, R.; PETER, P.; BAQUÉDANO, S. L'analyse implicative pour l'étude d'un questionnaire de personnalité. PROCEEDINGS DES JOURNÉES EXTRACTION ET GESTION DES CONNAISSANCES EGC. Nantes, p.181-187, jan. 2001

GUIMARÃES, R.C; CABRAL, J.A. **Estatística**. Lisboa: McGrw-Hill, 1997.

HENRY, M. (Coord). **Autour de la modélisation en Probabilités**. Paris: Pufc, 2001. 258 p.(Didactiques)

IREM. Enseigner les Probalités au lycée. **Ouvertures statistiques, enjex épistémologiques, questions didaticques et idées d'activités** – Commission Inter- IREM. Edition: Remis, 1997.

LOPES, C. A. E.; MORAN, R. C. C. P. A estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL EXPERIÊNCIAS E PERSPECTIVAS DO ENSINO DA ESTATÍSTICA - DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI, 1999, Florianópolis. **Anais de artigos selecionados - Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1999, p. 167-174.

MANRIQUE, A. L. **Processo de Formação de Professores em Geometria: Mudanças em Concepções e Práticas.** São Paulo, 2003. 194 f. Tese (doutorado em educação)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

OLIVEIRA, T. M. de V. Amostragem não Probabilística: Adequação de Situações para uso e Limitações de amostras por Conveniência, Julgamento e Quotas. **Administração On Line – Prática – Pesquisa - Ensino,** v. 2, n. 3, set. 2001. Disponível em: < http://www.fecap.br/adm_online/art23/tania2.htm> Acesso em: 20 jan. 2004.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática**. Uma influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Subsídios para a implementação da proposta curricular de Matemática para o 2º grau.** Coord. Suzana Laino Candido. São Paulo,SE/CENP, 1982.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas Curricular para o Ensino de Matemática**: 1º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1988.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Propostas Curricular para o Ensino de Matemática**: 2º grau. 3 ed. São Paulo: SE/CENP,1992.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Guias Curriculares para o Ensino do 1º grau**. São Paulo, CERHUPE, 1975.

SILVA, I. de M. **Probabilidade: A visão Laplaciana e a visão Freqüentista na Introdução do Conceito**, 2002, 173 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

APÊNDICE – FOLHA DE ROSTO DOS QUESTIONÁRIOS

Caro(a) Professor(a)

Este questionário é um dos instrumentos utilizados em nossa pesquisa sobre ensino de Probabilidades. Este tema é bem atual e está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais desde as primeiras séries do Ensino Básico. Estamos trabalhando nessa pesquisa desde 1994, e no estágio atual, buscamos estudar a formação inicial e continuada de professores para que atuem em um enfoque experimental. Nosso foco é o ensino pela modelagem: quais as dificuldades, as vantagens e as desvantagens dessa forma de ensino.
Sua contribuição nos é muito importante e suas respostas nos ajudarão enormemente a avançar em nossos estudos, esperando poder brevemente contribuir com a formação e a atuação em classe do professor do Ensino Básico.

Agradecemos antecipadamente sua contribuição.

Prof. Mauro César Gonçalves
Mestrando em Educação
Matemática PUC-SP

Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho
Pesquisadora e orientadora do projeto PUC-SP

ANEXO 1 – CATEGORIZAÇÕES DAS VARIÁVEIS SUPLEMENTARES

1FEF70: Concluiu o Ensino Fundamental na década de 70,

1FEF80: Concluiu o Ensino Fundamental na década de 80,

1FEF90: Concluiu o Ensino Fundamental na década de 90,

1FEM70: Concluiu o Ensino Médio na década de 70,

1FEM80: Concluiu o Ensino Médio na década de 80,

1FEM90: Concluiu o Ensino Médio na década de 90,

1PGR70: Concluiu Pós-Graduação na década de 70,

1PGR80: Concluiu Pós-Graduação na década de 80 e

1PGR90: Concluiu Pós-Graduação na década de 90

2TEF10: Se leciona há mais de dez anos no Ensino Fundamental e

2TEM10: Se leciona há mais de dez anos no Ensino Fundamental,

3NEF: Se leciona mais aulas no Ensino Fundamental e

3NEM: Se leciona mais aulas no Ensino Médio.

4TEF: Se leciona mais aulas para turmas do Ensino Fundamental e

4TEM: Se leciona mais aulas para turmas do Ensino Médio.

4T2EM: Se leciona mais aulas para turmas do segundo ano do Ensino Médio.

5LPCNS: Se o professor já leu os PCN.

5LPCNN: Se o professor não leu os PCN.

5LPCNP: Se o professor leu em parte os PCN.

6UPCNS: Se o professor usa os PCN.

6UPCNO: Se o professor usa ocasionalmente os PCN.

6UPCNR: Se o professor usa raramente os PCN.

6UPCNN: Se o professor nunca usa os PCN.

Critério 1: Livros que seguem orientações dos PCN (7LAPCN)

Critério 2: Sem critério definido (7LASCRI)

Critério 3: Pela quantidade de exercícios que o livro oferece (7LAQEX)

Critério 1: Livros que seguem orientações dos PCN (8LPPCN)

Critério 2: Sem critério definido (8LPSCRI)

Critério 3: Pela quantidade de exercícios que o livro oferece (9LPQEX)

9GEOTD: Há ocorrência de trabalhos dirigidos.

9GEOLD: Há ocorrência de livros didáticos.

9GEOMM: Há ocorrência de trabalhos com material manipulativo.

9GEOCOM: Há ocorrência de trabalhos com computadores.

10ALTD: Há ocorrência de trabalhos dirigidos.

10ALLD: Há ocorrência de livros didáticos.

10ALMM: Há ocorrência de trabalhos com material manipulativo.

10ALCOM: Há ocorrência de trabalhos com computadores.

Entes Primitivos 1: acaso, espaço amostral, evento (11EP1)

Entes Primitivos 2: proporção, razão (11EP2)

ANEXO 2– ÍNDICES DE SIMILARIDADE DO CHIC

Índices de similaridade :

	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20	r21	r22	r23	r24	r25
r1	1.00	0.19	0.81	0.43	0.45	0.00	0.00	0.00	0.45	0.66	0.25	0.59	0.35	0.39	0.61	0.39	0.43	0.59	0.46	0.60	0.66	0.61	0.61	0.47	0.43
r2	0.19	1.00	0.25	0.99	0.54	0.00	0.00	0.00	0.54	0.38	0.79	0.29	0.61	0.59	0.41	0.79	0.24	0.61	0.28	0.73	0.67	0.41	0.41	0.23	0.35
r3	0.81	0.25	1.00	0.38	0.49	0.00	0.00	0.00	0.35	0.88	0.49	0.79	0.54	0.62	0.79	0.49	0.24	0.54	0.47	0.68	0.68	0.79	0.79	0.51	0.71
r4	0.43	0.99	0.38	1.00	0.15	0.00	0.00	0.00	0.57	0.29	0.71	0.54	0.69	0.65	0.35	0.71	0.34	0.69	0.48	0.61	0.77	0.35	0.35	0.31	0.25
r5	0.45	0.54	0.49	0.15	1.00	0.00	0.00	0.00	0.48	0.56	0.49	0.43	0.45	0.46	0.54	0.49	0.50	0.45	0.45	0.51	0.42	0.54	0.54	0.51	0.57
r6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
r9	0.45	0.54	0.35	0.57	0.48	0.00	0.00	0.00	1.00	0.09	0.49	0.43	0.45	0.46	0.54	0.49	0.63	0.55	0.45	0.51	0.53	0.54	0.54	0.64	0.57
r10	0.66	0.38	0.88	0.29	0.56	0.00	0.00	0.00	0.09	1.00	0.54	0.70	0.66	0.62	0.38	0.54	0.16	0.34	0.64	0.46	0.40	0.38	0.38	0.15	0.29
r11	0.25	0.79	0.49	0.71	0.49	0.00	0.00	0.00	0.49	0.54	1.00	0.05	0.68	0.75	0.79	0.83	0.24	0.54	0.47	0.51	0.68	0.79	0.79	0.19	0.92
r12	0.59	0.29	0.79	0.54	0.43	0.00	0.00	0.00	0.43	0.70	0.05	1.00	0.76	0.71	0.29	0.34	0.50	0.41	0.73	0.43	0.17	0.29	0.29	0.83	0.17
r13	0.35	0.61	0.54	0.69	0.45	0.00	0.00	0.00	0.45	0.66	0.68	0.76	1.00	0.81	0.19	0.68	0.43	0.47	0.63	0.47	0.41	0.19	0.61	0.60	0.43
r14	0.39	0.59	0.62	0.65	0.46	0.00	0.00	0.00	0.46	0.62	0.75	0.71	0.81	1.00	0.59	0.62	0.36	0.50	0.72	0.39	0.45	0.59	0.59	0.53	0.65
r15	0.61	0.41	0.79	0.35	0.54	0.00	0.00	0.00	0.54	0.38	0.79	0.29	0.19	0.59	1.00	0.25	0.24	0.61	0.86	0.23	0.67	1.00	0.41	0.23	0.99
r16	0.39	0.79	0.49	0.71	0.49	0.00	0.00	0.00	0.49	0.54	0.83	0.34	0.68	0.62	0.25	1.00	0.05	0.81	0.26	0.68	0.52	0.25	0.79	0.33	0.71
r17	0.43	0.24	0.24	0.34	0.50	0.00	0.00	0.00	0.63	0.16	0.24	0.50	0.43	0.36	0.24	0.05	1.00	0.29	0.39	0.42	0.42	0.24	0.24	0.74	0.34
r18	0.59	0.61	0.54	0.69	0.45	0.00	0.00	0.00	0.55	0.34	0.54	0.41	0.47	0.50	0.61	0.81	0.29	1.00	0.46	0.60	0.66	0.61	0.61	0.33	0.69
r19	0.46	0.28	0.47	0.48	0.45	0.00	0.00	0.00	0.45	0.64	0.47	0.73	0.63	0.72	0.86	0.26	0.39	0.46	1.00	0.02	0.40	0.86	0.28	0.53	0.48
r20	0.60	0.73	0.68	0.61	0.51	0.00	0.00	0.00	0.51	0.46	0.51	0.43	0.47	0.39	0.23	0.68	0.42	0.60	0.02	1.00	0.76	0.23	0.73	0.49	0.31
r21	0.66	0.67	0.68	0.77	0.42	0.00	0.00	0.00	0.53	0.40	0.68	0.17	0.41	0.45	0.67	0.52	0.42	0.66	0.40	0.76	1.00	0.67	0.67	0.33	0.51
r22	0.61	0.41	0.79	0.35	0.54	0.00	0.00	0.00	0.54	0.38	0.79	0.29	0.19	0.59	1.00	0.25	0.24	0.61	0.86	0.23	0.67	1.00	0.41	0.23	0.99
r23	0.61	0.41	0.79	0.35	0.54	0.00	0.00	0.00	0.54	0.38	0.79	0.29	0.61	0.59	0.41	0.79	0.24	0.61	0.28	0.73	0.67	0.41	1.00	0.73	0.99
r24	0.47	0.23	0.51	0.31	0.51	0.00	0.00	0.00	0.64	0.15	0.19	0.83	0.60	0.53	0.23	0.33	0.74	0.33	0.53	0.49	0.33	0.23	0.73	1.00	0.31
r25	0.43	0.35	0.71	0.25	0.57	0.00	0.00	0.00	0.57	0.29	0.92	0.17	0.43	0.65	0.99	0.71	0.34	0.69	0.48	0.31	0.51	0.99	0.99	0.31	1.00

Classificação ao nível: 1 : (r15 r22) similaridade : 0.999989

Classificação ao nível: 2 : (r2 r4) similaridade : 0.985907

Classificação ao nível: 3 : (r23 r25) similaridade : 0.985907

Classificação ao nível: 4 : ((r15 r22) (r23 r25)) similaridade : 0.944809

Classificação ao nível: 5 : (r3 r10) similaridade : 0.876874

Classificação ao nível: 6 : (r11 r16) similaridade : 0.833718

Classificação ao nível: 7 : (r12 r24) similaridade : 0.825317

Classificação ao nível: 8 : (r13 r14) similaridade : 0.806762

Classificação ao nível: 9 : (r20 r21) similaridade : 0.755488

Classificação ao nível: 10 : (r1 (r3 r10)) similaridade : 0.650865

Classificação ao nível: 11 : ((r11 r16) r18) similaridade : 0.650865

Classificação ao nível: 12 : (r9 r17) similaridade : 0.630559

Classificação ao nível: 13 : (((r15 r22) (r23 r25)) r19) similaridade : 0.557387

Classificação ao nível: 14 : ((r2 r4) (r20 r21)) similaridade : 0.358801

Classificação ao nível: 15 : ((r12 r24) (r13 r14)) similaridade : 0.334061

Classificação ao nível: 16 : (((r11 r16) r18) (((r15 r22) (r23 r25)) r19)) similaridade : 0.296788

Classificação ao nível: 17 : (r5 (r9 r17)) similaridade : 0.25

Classificação ao nível: 18 : ((r1 (r3 r10)) ((r12 r24) (r13 r14))) similaridade : 0.0552383

ANEXO 3– ÍNDICES DE CONTRIBUIÇÃO DO CHIC

Contribuição à classe : r15,r22 (1)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.143
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.0975
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.56
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.642
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 5LPCNN com um risco de : 0.0975

Contribuição à classe : r2,r4 (2)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.337
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.302
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.337
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.56
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.642
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.265
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 1FEF80 com um risco de : 0.226

Contribuição à classe : r23,r25 (3)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.537
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.265
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.302
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.337
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.56
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.642
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 6UPCNS com um risco de : 0.226

Contribuição à classe : r15,r22,r23,r25 (1,3,4)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.794
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.41
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.746
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.271
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.379
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.341

A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.341
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.225
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.469
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.303
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.19
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.41
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.522
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.58
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.485
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.303
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.55
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.608
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.303
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 5LPCNN com um risco de : 0.19

Contribuição à classe : r3,r10 (5)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.794
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.41
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.271
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.469
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.746
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.718
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.718
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.469
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.686
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.522
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.58
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.815
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.55
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.608
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.686
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.522

A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 1FEM90 com um risco de : 0.271
Contribuição à classe : r11,r16 (6)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.485
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.832
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.348
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.579
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.798
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.747
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.537
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.745
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.507
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.537
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.804
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.687
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.448
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.472
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.804
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.348
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.126
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.96
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.76
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.058
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.942
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.526
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.55
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.43
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.216
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.466
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.584
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.21
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.918
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 8LPPCN com um risco de : 0.058

Contribuição à classe : r12,r24 (7)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.539
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.763
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.667
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.578
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.822
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.416
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.7
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.633
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.7
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.399
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.803
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.763
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.925
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.0625
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.867
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.166

A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.9
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.535
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.595
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.803
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.578
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.694
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.585
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.822
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 0.25
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.545
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.867
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 6UPCNN com um risco de : 0.0625

Contribuição à classe : r13,r14 (8)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.461
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.896
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.316
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.794
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.844
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.534
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.794
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.842
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.601
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.886
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.391
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.834
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.601
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.178
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.713
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.367
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.633
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.834
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.738
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.563
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.445
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.601
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.949
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.367
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.886
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.738
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.465
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.63
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.885
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.422
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.519
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.617
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.534
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 0.75
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.197
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.973
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.929
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 4T2EM com um risco de : 0.178

Contribuição à classe : r20,r21 (9)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.739
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.407
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.356
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.834
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.558
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.573

A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.696
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.639
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.523
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.696
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.379
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.639
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.972
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.935
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.698
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.26
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.407
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.85
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.203
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.153
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.85
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.78
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.26
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.683
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.802
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.834
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.586
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.836
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.935
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.26
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.392
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 7LAPCN com um risco de : 0.153

Contribuição à classe : r1,r3,r10 (5,10)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.794
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.41
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.271
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.469
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.746
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.718
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.718
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.469
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.686
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.522
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.57
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.58
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.815
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.55
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.608
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.686
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.522
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 1FEM90 com um risco de : 0.271

Contribuição à classe : r11,r16,r18 (6,11)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.485
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.832
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.348
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.579
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.798
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.747
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.537
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.745
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.507
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.537
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.804
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.687
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.448
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.472
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.804
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.348
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.126
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.96
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.76
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.058
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.942
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.526
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.55
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.43
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.216
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.466
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.584
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.256
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.21
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.918
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 8LPPCN com um risco de : 0.058

Contribuição à classe : r9,r17 (12)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.304
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.969
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.688
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.875
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.344
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.867
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.806
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.637
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.613
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.746
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.746
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.656
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.75
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.855
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.813
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.938
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.25

A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.773
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.254
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.938
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.855
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.363
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.688
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.676
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.773
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.726
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.593
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.588
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.656
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.887
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.0352
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.5
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 11EP2 com um risco de : 0.0352

Contribuição à classe : r15,r22,r23,r25,r19 (1,3,4,13)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.143
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.0975
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.185
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.56
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.642
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 5LPCNN com um risco de : 0.0975

Contribuição à classe : r2,r4,r20,r21 (2,9,14)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.487
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.46
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.337
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.37
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.226
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.302
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.337
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.56
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.603
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.642
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.265
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.431
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 1FEF80 com um risco de : 0.226

Contribuição à classe : r12,r24,r13,r14 (7,8,15)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.539
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.763
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.667
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.578
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.822
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.416
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.7
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.633
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.7
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.399
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.803
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.763
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.925
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.0625
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.867
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.166
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.9
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.684
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.535
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.595
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.803
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.578
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.694
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.585
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.822
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 0.25

A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.545
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.321
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.867
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 6UPCNN com um risco de : 0.0625

Contribuição à classe : r11,r16,r18,r15,r22,r23,r25,r19 (1,3,4,6,11,13,16)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.681
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.556
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.478
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.879
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.386
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.602
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.557
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.401
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.264
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.401
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.224
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.221
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.278
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.556
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.11
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.679
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.11
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.343
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.478
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.559
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.439
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.221
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.386
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.52
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.595
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.623
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.221
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 6UPCNR com um risco de : 0.11

Contribuição à classe : r5,r9,r17 (12,17)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.182
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.356
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.255
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.907
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.696
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.639
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.523
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.696
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.639
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.85
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.558
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.367
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.698
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.937
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.744
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.379

A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.698
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.898
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.166
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.78
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.26
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.908
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.683
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.634
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.809
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.834
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.609
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.586
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 0.558
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.809
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.0885
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.392
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 11EP2 com um risco de : 0.0885

Contribuição à classe : r1,r3,r10,r12,r24,r13,r14 (5,7,8,10,15,18)
A variável 1FEF70 contribui a esta classe com um risco de : 0.833
A variável 1FEF80 contribui a esta classe com um risco de : 0.263
A variável 1FEF90 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1FEM80 contribui a esta classe com um risco de : 0.766
A variável 1FEM90 contribui a esta classe com um risco de : 0.104
A variável 1PGR70 contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 1PGR80 contribui a esta classe com um risco de : 0.738
A variável 1PGR90 contribui a esta classe com um risco de : 0.498
A variável 2TEF10 contribui a esta classe com um risco de : 0.931
A variável 2TEM10 contribui a esta classe com um risco de : 0.262
A variável 3NEF contribui a esta classe com um risco de : 0.832
A variável 3NEM contribui a esta classe com um risco de : 0.442
A variável 4TEF contribui a esta classe com um risco de : 0.866
A variável 4TEM contribui a esta classe com um risco de : 0.262
A variável 4T2EM contribui a esta classe com um risco de : 0.738
A variável 5LPCNS contribui a esta classe com um risco de : 0.678
A variável 5LPCNN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 5LPCNP contribui a esta classe com um risco de : 0.497
A variável 6UPCNS contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNO contribui a esta classe com um risco de : 0.564
A variável 6UPCNR contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 6UPCNN contribui a esta classe com um risco de : 0.04
A variável 7LAPCN contribui a esta classe com um risco de : 0.79
A variável 7LASCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.564
A variável 7LAQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.59
A variável 8LPPCN contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 8LPSCRI contribui a esta classe com um risco de : 0.497
A variável 8LPQEX contribui a esta classe com um risco de : 0.181
A variável 9GEOTD contribui a esta classe com um risco de : 0.545
A variável 9GEOLD contribui a esta classe com um risco de : 0.648
A variável 9GEOMM contribui a esta classe com um risco de : 0.914
A variável 9GECOM contribui a esta classe com um risco de : 0.488
A variável 10ALTD contribui a esta classe com um risco de : 0.499
A variável 10ALLD contribui a esta classe com um risco de : 0.589
A variável 10ALMM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 10ALCOM contribui a esta classe com um risco de : 1
A variável 11EP1 contribui a esta classe com um risco de : 0.914
A variável 11EP2 contribui a esta classe com um risco de : 0.203
A variável 11EP3 contribui a esta classe com um risco de : 0.423
A variável 11EP4 contribui a esta classe com um risco de : 1

A variável que contribui mais a esta classe é 6UPCNN com um risco de : 0.04