

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP**

ANTONIO JOSÉ FERNANDES DE MELO

**O ENSINO DE POTÊNCIAS E RAÍZES COM AUXÍLIO DA
CALCULADORA: UMA EXPERIÊNCIA INVESTIGATIVA EM
SALA DE AULA**

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

ANTONIO JOSÉ FERNANDES DE MELO

O ENSINO DE POTÊNCIAS E RAÍZES COM AUXÍLIO DA
CALCULADORA: UMA EXPERIÊNCIA INVESTIGATIVA EM
SALA DE AULA

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como
exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE
PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a
orientação da **Professora Doutora Ana Lúcia Manrique**.*

São Paulo

2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

*Dedico este trabalho
a todos os professores que participaram
destes anos voltados à busca do conhecimento.*

Aos meus pais, pelos primeiros ensinamentos.

*A minha esposa e a meu filho, que muito
contribuíram para a efetiva realização desta conquista.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me concede saúde, paz e alegria.

A minha esposa, Edinéia, e a meu filho, Breno, pelo amor, pelo carinho e pelo apoio ao longo deste percurso.

Aos meus pais, Antonio e Alair, que durante toda vida me apoiaram e me deram o verdadeiro sentido de viver.

A minha irmã, Elaine, que sempre me incentivou e me apoiou no estudo e no aperfeiçoamento profissional.

Ao meu irmão, Adenir, sem o qual esta jornada não seria encerrada: juntos caminhamos, dando-nos força um ao outro..

Aos meus sogros, José Antonio e Maria, que, mesmo distantes, sempre valorizaram o estudo.

À professora Dr^a. Ana Lúcia Manrique, pela competência e pela dedicação na orientação deste trabalho.

Aos professores da banca de defesa: Maria José e Miriam, que muito enriqueceram este trabalho com seus comentários e sugestões.

À direção da E.E. "Sebastião Gomes", pela oportunidade de desenvolver meu trabalho com os alunos.

Aos professores e aos colegas que me apoiaram todo o tempo, ao longo desta caminhada.

Aos alunos do 2º ano A do Ensino Médio de 2007, da E.E. "Sebastião Gomes", pela disponibilidade e pela seriedade na realização das atividades.

Às professoras Adriana e Débora, por terem cedido suas aulas para aplicação e desenvolvimento das atividades.

RESUMO

A tecnologia de informação cada vez mais se faz presente em nosso meio, mas muitas vezes, em nossas escolas, é deixada de lado. Este trabalho buscou, com o uso da calculadora, proporcionar um ensino dinâmico e investigativo por meio da reflexão e da elaboração de conjecturas. Para isso, desenvolveu atividades em uma sala de aula do Ensino Médio da rede pública de ensino do Estado de São Paulo e demonstrou ser possível uma nova forma de tratar conteúdos matemáticos. Nossa análise foi dividida em quatro eixos: manuseio da calculadora, erros cometidos, atitude investigativa e dinâmica da sala de aula. Em relação ao eixo do manuseio da calculadora, analisaram-se as dificuldades e as facilidades encontradas com sua utilização em sala de aula, oferecendo aos professores um material de estudo, caso queiram inserir novas tecnologias em suas aulas, com uma abordagem investigativa. No caso do eixo de análise dos erros cometidos buscou-se analisar as dificuldades encontradas em relação aos conteúdos de potências e raízes, tentando justificar os erros encontrados, assim como propor meios que possam solucionar algumas dessas dificuldades. Analisou-se também a quantidade de erros dos alunos em cada atividade. O eixo da atitude investigativa em sala de aula, um dos pontos de maior importância neste trabalho, pretende fazer dos alunos cidadãos reflexivos e atuantes no processo de aprendizagem. O processo acompanhou a evolução dessa prática reflexiva, a partir da análise das dificuldades iniciais. O eixo da dinâmica da sala de aula teve análise centralizada no papel do professor como mediador em aulas investigativas.

Palavras-chave: investigação matemática; Educação Matemática; calculadora; análise de erros; sala de aula.

ABSTRACT

Technology of information is more and more present in our environment, but most of times it's set aside. This job searched, with the use of the calculator, provide a dynamic and investigative education through the reflection and development of conjectures. There for, it developed activities in a classroom of a High School in a public network of the State of São Paulo and showed it's possible a new way of teaching Mathematics contents. Our analysis was divided in four areas: handling a calculator, committed errors, investigative attitudes and dynamics in the classroom. In relations to the area of handling a calculator we analyzed the difficulties and the facilities found with its use in the classroom, offering the teachers a material for study, if they want to insert new technologies in the classrooms with an investigative broach. In case of analysis' area of the committed errors we searched to analyze the difficulties found in relation to power and roots contents, trying to justify the errors found, as well as offer ways to solve some of these difficulties. We also analyzed the amount of the students' errors in each activity. The area of the investigative attitudes in classroom, one of the greatest important point of our work, intend to become the students into reflexive an active citizens in the learning process. The process followed the evolution of this reflexive practice from the analysis of the beginning difficulties. The dynamic area of the classroom had it analysis centralized on the teacher's role as a mediator in investigative classes.

Key words: Mathematics Research, Mathematics Education, Calculator, analysis of errors, Classroom.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1	19
Novas tecnologias e a escola	19
1.1 Novas tecnologias	20
1.2 Aulas investigativas	27
1.3 Levantamento bibliográfico	34
CAPÍTULO 2	39
Procedimentos Metodológicos	39
2.1 Proposta e objetivos das atividades	41
2.2 Atividades propostas	42
2.2.1 Apresentação da atividade 1	42
2.2.2 Apresentação da atividade 2	46
2.2.3 Apresentação da atividade 3	49
2.2.4 Apresentação da atividade 4	52
CAPÍTULO 3	57
Discussão dos dados	57
3.1 Categorias de análise	57
3.1.1 Manuseio da calculadora	58
3.1.2 Erros cometidos	65
3.1.3 Atitude investigativa	75
3.1.4 Dinâmica da sala de aula	82
CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
ANEXOS	107

INTRODUÇÃO

Nosso estudo envolve um experimento de ensino de um conteúdo da Matemática para o Ensino Médio, utilizando a calculadora. Inicialmente, faremos algumas considerações sobre como entendemos o potencial desse artefato tecnológico na atividade matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, p. 111) dizem que:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

De acordo com esse documento, devemos propor atividades que venham a desenvolver habilidades em nossos alunos, buscando alternativas que visem estimular novas idéias de transformação da realidade escolar, a fim de adaptar-se a esse novo mundo. Alternativas que podem vir a inserir as novas tecnologias, mais especificamente, a utilização de calculadoras como meio de diminuir dos cálculos, de construir de conhecimentos, de desenvolver o raciocínio e de explorar de conteúdos.

Os próprios PCN (2002, p. 116) nos estimulam a fazer uso de novos instrumentos para dinamizar e incrementar as aulas:

*Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos; por exemplo, discriminar o melhor instrumento para medir, comparar ou calcular comprimentos e distâncias, ângulos, volumes ocupados por líquidos, em dada situação específica. Usar adequadamente réguas, esquadros, transferidores, compassos, ¹**calculadoras** e outros instrumentos ou aparelhos.*

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais podemos entender que a calculadora pode ser um agente motivador em sala de aula, contribuindo para a investigação e a realização de tarefas exploratórias.

Nesse mesmo documento (2002, p. 42), pode-se ler a respeito das tecnologias: “abre novas possibilidades educativas, como a de levar o aluno a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea”.

Entretanto, a tecnologia, assim como outros artefatos pedagógicos que buscam desenvolver o raciocínio do aluno, não é tão usualmente utilizada pelos professores, apesar de proporcionar um novo ambiente em sala de aula, motivando os alunos, estimulando sua participação nas aulas e melhorando todo o processo de ensino e aprendizagem.

Consideramos que a calculadora é um instrumento de uso popular, assim como outros aparelhos eletrônicos. Basta observar, por exemplo, que ela está ao alcance dos jovens, por meio do telefone celular, e pode propiciar novas formas de trabalho.

De acordo com D’Ambrósio (1993, p. 20):

Hoje, todo mundo deveria estar utilizando a calculadora, uma ferramenta importantíssima. Ao contrário do que muitos professores dizem, a calculadora não embota o raciocínio do aluno – todas as pesquisas feitas sobre aprendizagem demonstram isso.

Percebemos que D’ Ambrósio, já em 1993, manifestava sua preocupação com a utilização da calculadora como uma ferramenta a ser utilizada na Educação

¹ Grifo nosso.

e, com Fedalto (2006, p. 26), mais recentemente, podemos verificar que não utilizá-la devido ao seu preço não mais se justifica:

*Por outro lado, as calculadoras evoluíram na sua capacidade operacional. As calculadoras denominadas científicas operam com números em notação científica, na forma fracionária, operam em outras bases como a binária, o octal e a hexadecimal, operam com funções trigonométricas e suas inversas, fazem cálculos estatísticos, etc.² **e o seu preço chega a ser compatível com os recursos das escolas e alunos de um modo geral.***

Assim, com o passar dos anos e com a crescente evolução das tecnologias na sociedade e sua utilização nas diversas áreas sociais, as calculadoras devem também vir a ser aproveitadas nas escolas, que buscam estar em constante atualização e inserção na realidade.

Nesse contexto, um de nossos desafios como professores de Matemática é permitir que a calculadora seja mais um instrumento que auxilie a construção de conhecimentos matemáticos, oportunizando ao aluno o desenvolvimento do seu raciocínio. Além disso, ao fazer uso da máquina, o aluno pode ter domínio cada vez maior de suas funções, tirando máximo proveito desse recurso tecnológico em situações extra-escolares.

Com o uso da calculadora, o tempo gasto na realização de cálculos pode ser utilizado pelo aluno para concentrar sua atenção no desenvolvimento de estratégias de resolução e na aquisição de conhecimentos, desobrigando-se de cálculos repetitivos e extensos.

Também podemos perceber que o ensino de conteúdos matemáticos tem empobrecido ao longo dos últimos anos, como afirma Segurado (2002, p. 57):

A pouca atenção dada na sala de aula à interpretação e validação de resultados, à conjectura e prova, à discussão e argumentação contribui para criar nos alunos uma visão empobrecida do modo de trabalhar e aprender nesta disciplina. A atividade investigativa, apelando a estas capacidades de ordem superior, proporciona aos alunos o contato com uma parte essencial da Matemática.

De acordo com a autora, ainda se valoriza muito a memorização, o treino, como resolução de exercícios e, por isso, uma alternativa para a melhoria da

² Grifo nosso.

Educação, na intenção de observar as implicações do processo de ensino e aprendizagem, é buscar desenvolver, por meio de aulas investigativas, atividades que visem à construção de conhecimentos, com a utilização da calculadora.

Segundo Bigode (1997, p. 2):

A calculadora possibilita aos indivíduos enfrentar os problemas realmente reais com seus números verdadeiros, tal como aparecem na vida cotidiana e nas atividades profissionais, números mal comportados, com muitas casas decimais ou aquelas frações com seus denominadores esquisitos. Não se trata de uma questão nova, Malba Tahan em seu livro Didática da Matemática (1961) já propunha que os cálculos trabalhosos e intrincados fossem feitos por máquinas de calcular, isto num tempo que as máquinas eram movidas a manivela.

A utilização de recursos que venham a desafiar nossos alunos pode ser um meio de aprofundar seus conhecimentos e de proporcionar um significado diferente aos conteúdos trabalhados.

Ao desenvolvermos os conteúdos com novos recursos tecnológicos, é importante ter em mente que as atividades propostas não devem meramente desenvolver os conteúdos, utilizando os novos recursos, mas buscar propiciar aos alunos situações que realmente se traduzam em maior entendimento dos conteúdos trabalhados. Situações essas nas quais buscarão entender o significado das respostas que a máquina de calcular lhes propicia.

Buscamos, com a inserção das tecnologias, que os estudantes se sintam envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, motivados com desafios a que se propõem no desenrolar das atividades. O professor necessita estar atento a essas novidades e incorporá-las a sua rotina, fazendo as mudanças pertinentes na sua sala de aula.

De acordo com Dallazen e Scheffer (2003, p. 5):

As tecnologias combinam com uma aula cooperativa, investigativa, informativa e crítica, levando o professor a participar e auxiliar na aprendizagem, atuando como um facilitador de aprendizagem. De um modo geral, percebe-se a importância que é atribuída às tecnologias no ensino de Matemática, ficando claro também a necessidade de introduzi-las cada vez mais na sala de aula.

Para uma proposta de alteração da rotina escolar envolvendo atividades a serem desenvolvidas em uma aula com o uso de novas tecnologias, o professor deverá ter claras as idéias e os objetivos que busca desenvolver com essas atividades, lembrando que o trabalho com novas tecnologias almeja um sentido maior para nossa educação, buscando melhor estruturar o raciocínio dos alunos.

Segundo Mocosky (1997, p. 20):

O ensino da disciplina Matemática está caracterizado pelo peso demasiado no cálculo e memorização de regras e fórmulas pré-fabricadas, sendo que estes dois aspectos, de certa forma, acabam distorcendo a arte do raciocínio e criatividade, tão esquecida nos programas dessa disciplina em benefício do currículo a ser cumprido.

Acreditamos que, com o desenvolvimento de atividades investigativas, possamos dar alguma contribuição para a melhoria do ensino de Matemática, diminuindo os cálculos e a memorização de fórmulas pelos alunos, mais precisamente como forma de contribuir para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos.

Julgamos também que a calculadora seja uma das possibilidades que pode nos apoiar para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em sala de aula, assim como afirma Rocha (2002b, p. 3): “não é razoável esperar que os alunos usem e compreendam os gráficos instintivamente, apenas porque dispõem duma calculadora. Torna-se assim fundamental dar atenção, entre outros aspectos, à forma como esta é utilizada.”

De acordo com a autora, pressupõe-se que o papel do professor sofra alterações, deixando muitas vezes de ser ele o detentor de todo conhecimento, atendo-se inicialmente ao processo de construção e elaboração das atividades, de forma a propiciar aos alunos uma maior compreensão do que seja Matemática e dar-lhes efetiva atenção durante a resolução das atividades elaboradas.

Essa idéia é corroborada por Skovsmose (2000), que diz que mover-se em direção ao cenário da investigação pode contribuir para o enfraquecimento da autoridade na sala de aula tradicional de Matemática e para o engajamento ativo dos alunos em seus processos de aprendizagem.

Como afirma Segurado (2002, p. 58):

Se pretende que a aula se centre realmente na atividade dos alunos, há que privilegiar o desenvolvimento de atitudes questionadoras, a observação e análise de situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações e de argumentação, onde a criatividade e o desenvolvimento de idéias próprias têm um papel muito importante. É fundamental a forma que assume a interação professor – aluno e aluno – professor.

O desenvolvimento de atividades investigativas com a calculadora, abordado como uma possibilidade da construção de conhecimento, sugere aulas em que o mediador esteja sujeito a imprevistos, e tal fato pode gerar certo desconforto aos professores, que normalmente preferem trabalhar como antes estavam acostumados.

Como afirmam Borba e Penteado (2005) e Skovsmose (2000), devemos ter em mente que o modo de gerir as aulas durante o processo de desenvolvimento das atividades sofre alterações, no que se refere tanto ao papel do professor como às reações dos alunos a essas atividades e também ao tratamento dado pelo professor às dificuldades encontradas. Saindo da chamada “zona de conforto”, lugar em que está acostumado a trabalhar, o professor tem como desafio enfrentar essa nova situação.

Ainda segundo esses autores, devemos promover uma reorganização completa e afastar-nos das zonas de conforto e de previsibilidade, lugares estes em que não precisamos estar muito atentos a nossas ações e intervenções, o que nos leva a não avaliar com freqüência as suas conseqüências.

De acordo com Skovsmose (2000), podemos propor uma abordagem investigativa, contrapondo-nos à aula tradicional, a qual na maioria das vezes tem seu formato dividido em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas idéias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados.

A partir dessas considerações e de nossa prática docente, surgiu a idéia de construir situações de aprendizagem significativa, envolvendo cálculo exato e aproximado de potências e raízes, com a utilização da calculadora.

Percebemos por nossa prática que, muitas vezes, potências e raízes são apresentadas pela explanação do professor, tornando-se desinteressantes suas aprendizagens.

Notamos também que a motivação pela busca do conhecimento leva o aluno a investigar, explorar e produzir seu próprio conhecimento.

Ao procurar descobrir em nossa escola o que os alunos pensavam sobre a aprendizagem de potências e raízes, envolvendo cálculos com números exatos e aproximados, percebemos que não valorizavam a sua aprendizagem, e somente o número inteiro tinha algum significado.

Buscamos, então, inserir a tecnologia por meio da utilização da calculadora em aulas investigativas, na busca de observar a dinâmica na sala de aula e as dificuldades encontradas pelo professor e pelo aluno no desenvolvimento dessas atividades. Para isso, apresentamos, ao longo desta dissertação, discussões sobre a elaboração e a preparação das atividades a serem aplicadas.

O Capítulo 1 trata dos fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem na sala de aula; das dificuldades de trabalhar com a inserção de tecnologias na escola; da rotina de trabalho do professor; do desenvolvimento de atividades.

No Capítulo 2 apresentamos as atividades elaboradas e o que esperamos com a aplicação de cada uma delas.

No Capítulo 3 analisamos as atividades, focando quatro eixos de análise: o manuseio da calculadora, os erros cometidos, a investigação matemática e a dinâmica na sala de aula.

E no final apresentamos nossas considerações, apontando nossas observações e constatações no desenvolvimento das atividades.

Não podemos deixar de mencionar que não temos a intenção de resolver todos os problemas de nossas escolas em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática; tampouco pensamos que a utilização da calculadora em sala de aula tenha efeito mágico ou que a investigação seja o único meio de promover o desenvolvimento e o conhecimento nos alunos.

Estamos apenas refletindo cientificamente sobre uma experiência que foi realizada com a intenção de fornecer contribuições para as discussões realizadas sobre a melhoria da Educação Básica.

CAPÍTULO 1

Novas tecnologias e a escola

Com base na realidade escolar que presenciamos em nossas escolas, podemos perceber que a qualidade de ensino, assim como o valor dado à aprendizagem da Matemática, atualmente está muito baixa (SEGURADO, 2002).

Percebemos que os cálculos com radicais e potências, por exemplo, são desenvolvidos em nossas escolas a partir do conhecimento dos professores, que transmitem para os alunos as regras e as fórmulas.

Mesmo com essa transmissão pelo professor, percebemos que o aluno muitas vezes não chega a dominar esses conteúdos, estudando, com frequência, somente raiz quadrada e cúbica; portanto, não estende seus conhecimentos para compreender o significado das raízes e das potências com índice e grau acima de 3, nem da operação inversa. Esse ensino limitado aos índices 2 e 3 pode ser explicado por ser um conteúdo com cálculos enfadonhos, desvinculados da realidade do aluno e, dependendo da forma como é apresentado, o conteúdo pode tornar-se muitas vezes desinteressante.

Abordaremos, assim, neste capítulo, discussões envolvendo: novas tecnologias, aulas investigativas e um levantamento bibliográfico. Buscamos, com nossa análise das aulas investigativas e com o envolvimento das tecnologias em nosso estudo, ampliar nossa metodologia de ensino e obter uma possível melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

1.1 Novas tecnologias

Como afirmam Simião e Reali (2006), nossa sociedade está em constante transformação, e a cada momento temos novas descobertas tecnológicas e avanços científicos que alteram toda a relação da sociedade em seus mais diversos segmentos. A calculadora faz parte desse conjunto de produtos.

Algumas pessoas têm em mente que a utilização da calculadora no ensino de conteúdos matemáticos possa afetar negativamente o desenvolvimento do raciocínio e fazer com que os alunos não queiram aprender os algoritmos das operações básicas.

Na verdade, como afirma Ponte (1989, p. 1):

Não faltarão anedotas com exemplos caricatos, pretendendo demonstrar as vantagens do cálculo com papel e lápis e dos métodos tradicionais. Mas a verdade é que não devemos atribuir à calculadora nem um caráter milagroso, nem um caráter demoníaco. Como qualquer outro instrumento, pode, simplesmente, ser bem ou mal usada.

Independentemente do uso que se faz da calculadora, podemos perceber que sempre aparecerão pessoas contrárias ao seu manuseio. Ela pode, de fato, ajudar no processo da construção do conhecimento de nossos alunos, mas também não devemos pensar que solucionará nossos problemas relacionados à Educação.

Oliveira (1999), em sua pesquisa sobre a utilização da calculadora em sala de aula, aponta os fatores que levam ao não-uso dessa máquina em nossas escolas por parte dos alunos, dos professores, da escola e dos pais.

Os motivos levantados em referência aos alunos são: falta de recursos financeiros para adquirir calculadora; dificuldades em saber fazer contas; impossibilidade de utilizar a calculadora em sua vida, como no vestibular e em concursos públicos; desvantagem dos alunos que não têm a calculadora em relação àqueles que a possuem; necessidade de treinar a tabuada; importância de trabalhar com materiais concretos no Ensino Fundamental.

Sobre o raciocínio dos alunos, os argumentos são: se o aluno não usar o raciocínio, ele atrofia e não efetua operações nem com números pequenos; a calculadora atrapalha o raciocínio, pois, ao usar a calculadora, os alunos não o estariam usando; há falta de base matemática em relação à tabuada, aos números decimais e ao raciocínio; o aluno fica com preguiça mental ao manipular uma calculadora, o que pode torná-lo apenas um apertador de teclas.

Os motivos levantados em referência aos professores são: não sabem como trabalhar com a calculadora; não tiveram a oportunidade de ensinar como trabalhar com a calculadora; nunca a utilizaram quando alunos, por isso acham que a calculadora não deve ser utilizada; não vêem avanços quanto ao seu uso.

Em relação à escola e aos pais, os motivos levantados são: a direção da escola não permite seu uso; os pais não concordam com o uso da calculadora; a escola não tem recursos financeiros para adquirir calculadoras.

Percebemos nesses apontamentos inúmeras dificuldades referentes à utilização da calculadora em sala de aula, mas, em sua própria pesquisa, Oliveira aponta que, em estudos já realizados, não são evidenciadas essas ocorrências, indicando que alunos que utilizam a calculadora apresentam mais êxito no desenvolvimento de atividades, se comparados com os que não utilizam esse recurso.

Segundo D'Ambrósio (1993), as calculadoras, por serem objetos muito simples, já deveriam ter sido incorporadas ao currículo em nossas escolas, e suas funções pedagógicas já deveriam estar devidamente articuladas.

O NCTM, Normas para o Currículo e a Avaliação de Matemática Escolar, em uma de suas reuniões, afirmou (1991) que:

As calculadoras permitem às crianças a exploração de idéias numéricas e de regularidades, a realização de experiências importantes para o desenvolvimento de conceitos e a investigação de aplicações realistas, ao mesmo tempo em que colocam a ênfase nos processos de resolução de problemas. O uso inteligente das calculadoras pode aumentar, quer a qualidade do currículo, quer a qualidade da aprendizagem.

Assim, podemos perceber que a utilização de calculadoras já era uma preocupação na década de 1990, tendo em vista a melhoria da qualidade de ensino, proporcionando um tratamento realista a problemas enfrentados em sala de aula.

Também podemos perceber essa preocupação, nessa época, em D'Ambrósio (1990, p. 17), que nos diz:

Creio que um dos maiores males que a escola faz é tomar a atitude de que computadores, calculadoras e coisas do gênero não são para as escolas dos pobres. Ao contrário: uma escola de classe pobre necessita expor seus alunos a esses equipamentos que estarão presentes em todo o mercado de futuro imediato. Se uma criança de classe pobre não vê na escola um computador, como jamais terá oportunidade de manejá-lo em sua casa, estará condenada a aceitar os piores empregos que se lhe ofereçam. Nem mesmo estará capacitada para trabalhar como um caixa num grande magazine ou num banco. É inacreditável que a Educação Matemática ignore isso. Ignorar a presença de computadores e calculadoras é condenar os estudantes a uma subordinação total a subempregos.

A calculadora, portanto, abre as portas para um novo trabalho do professor: números que dificilmente seriam trabalhados em nossas escolas, como números irracionais ou racionais na forma decimal, vêm à tona, tendo a chance de ser assim abordados.

A calculadora torna possível a discussão de determinados conteúdos, não meramente realizando cálculos, mas proporcionando um trabalho mais abrangente, desenvolvendo habilidades e permitindo construir conhecimentos.

De acordo com Mônico e Mizukami (2005), a tecnologia disponível em nossa sociedade implica a necessidade de o professor adaptar-se a essa nova realidade, assumindo um novo papel na criação de ambientes de aprendizagem que envolvam essas transformações e as novas tecnologias, com a finalidade de manter o processo de ensino e aprendizagem atualizado e modernizado.

Ainda segundo esses autores, torna-se essencial ao ser humano, que vive do trabalho, não somente dominar o conteúdo, mas compreender e ter o domínio do método, uma vez que as tecnologias se tornam obsoletas após pouco tempo

de uso, e o aprender a aprender fica complexo, dada a velocidade com que se criam novas tecnologias.

Segundo Valente (apud SIMIÃO e REALI, 2006, p. 128):

O profissional da sociedade “enxuta” deverá ser um indivíduo crítico, com capacidade de pensar, de aprender a aprender, de trabalhar em grupo, de utilizar os meios automáticos de produção e disseminação da informação e de conhecer o seu potencial cognitivo, afetivo e social.

Notamos nesses autores certa inquietação que vem ao encontro de nossa pesquisa, uma vez que buscamos em nosso trabalho inserir a calculadora como uma das tecnologias de informação e comunicação (TIC), com a finalidade de tentar preparar nossos alunos para a realidade.

Ainda de acordo com Mônaco e Mizukami (2005), pensamos que a calculadora, apesar de poder ser considerada uma tecnologia ultrapassada, pode dar grande contribuição para a Educação.

Também é importante que os alunos percebam as limitações da máquina e façam as leituras da tela o mais perto possível da realidade, ultrapassando dificuldades com que freqüentemente se deparam em situações matemáticas.

Muitas vezes o professor utiliza a calculadora como um facilitador de cálculos; entretanto, seu manuseio merece reflexão, como sugere Silva (1989, p. 4): “A calculadora, se introduzida na aula de Matemática sem qualquer projeto educativo que a sustente, será mais um ‘modernismo’ que nada mudará para além de poder criar grande insegurança em professores e alunos”.

De acordo com Lima (2004), as calculadoras são extremamente eficazes para fazer cálculos, principalmente os longos, os repetidos e os difíceis, mas é preciso atentar para algumas desvantagens:

- a) As calculadoras mais simples não operam com frações, somente com números decimais, e em alguns casos é mais conveniente utilizar uma fração para representar uma parte de um todo. Por exemplo, é mais simples fazer cálculos com frações de denominadores iguais do que traduzi-las para números decimais e depois realizar os cálculos.

- b) Os valores que as calculadoras nos mostram muitas vezes são valores aproximados.
- c) As calculadoras simples não permitem calcular expressões literais.

Entendemos que não basta os alunos saberem fazer cálculos com a calculadora; eles devem também conseguir interpretar enunciados, analisar situações de solução de problemas, fazer a verificação de resultados e tomar decisões em favor da melhor resposta à situação.

Para Ponte (1989), o uso das calculadoras não anuncia o fim do cálculo, mas implica que o cálculo seja encarado de uma outra maneira. Para esse autor, devemos utilizar a calculadora como uma ferramenta pedagógica, não simplesmente para efetuar cálculos, mas para ter a consciência de quando utilizá-la (ou não), verificando a necessidade de cada turma e o domínio de algoritmos mais simples. Ainda para Ponte (1989, p. 2), a calculadora “estimula novas formas de trabalhar, favorecendo uma atitude mais prática e experimental na Matemática”.

A utilização de calculadoras no processo de ensino e aprendizagem proporciona aos professores uma maior gama de atividades que podem ser trabalhadas, abordando a Matemática de maneira não convencional, trabalhando a experimentação e favorecendo um maior contato com situações verdadeiras, envolvendo situações reais de aplicação da Matemática.

Uma pesquisa, realizada por Hembree e Dessart (1986, apud OLIVEIRA, 1999, p. 15), que analisou estudos relacionados a implicações da utilização da calculadora, comparando-a ao uso de lápis e papel, conclui que:

1) quando usam calculadoras em testes, os alunos obtêm melhores resultados do que quando usam lápis e papel, quer se trate de efetuar operações aritméticas básicas, quer se trate de resolver problemas; 2) os alunos que usam calculadoras revelam atitudes mais positivas relativamente à Matemática do que aqueles que não a utilizam; 3) o uso das calculadoras pode melhorar o desempenho dos alunos tanto na execução de operações com papel e lápis como na resolução de problemas.

Podemos perceber que o uso da calculadora apresenta vantagens, quando comparado ao uso de lápis e papel, podendo o primeiro desempenhar função coadjuvante no processo de ensino e de aprendizagem.

De acordo com Fedalto (2006, p. 26):

No caso específico da calculadora, que é uma tecnologia simples, barata, de fácil manuseio, que pode ser usada na própria sala de aula, que pode sempre acompanhar o aluno, ela precisaria ser mais explorada pelo professor e este deveria se mobilizar a perder o medo de se expor diante das dúvidas e procurar junto com os alunos saídas para as atividades propostas, bem como criar novas alternativas.

Verificamos que a calculadora simples apresenta certas vantagens quanto a sua utilização em sala de aula, em relação a outras tecnologias: além de seu baixo custo, é desnecessário um local apropriado, o que possibilita naturalmente trabalhar na própria sala de aula.

Como afirma Rocha (2002b, p. 3):

tentativas de integrar a utilização do computador no processo de ensino/aprendizagem deparam-se sempre com diversos obstáculos, principalmente ao de nível da acessibilidade. Com algumas características semelhantes às do computador e sem alguns dos inconvenientes que pareciam obstar à divulgação destes, as calculadoras gráficas surgiram então como uma nova esperança.

Percebemos que as calculadoras oferecem facilidades, quando comparadas aos computadores; uma delas relaciona-se ao preço. Também podemos compará-la com certa vantagem na questão do espaço físico e no deslocamento em situações de aplicação.

A calculadora como recurso pedagógico pode ter várias funções relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem em nossas escolas, como afirma Rubio (2003, p. 72):

- *Recurso de auxílio na resolução de problemas, buscando, por tentativas e erros, a solução da situação.*
- *Instrumento de investigação e exploração de conteúdos, descobrindo relações nos conteúdos estudados, propiciando um estudo mais aprofundado dos conteúdos.*

- *Verificação de resultados, correção de erros e auto-avaliação.*
- *Análise de conteúdos, verificando as relações entre as situações abordadas, podendo apreciar os conceitos matemáticos e partir da construção do conhecimento pelo aluno, e não mais de definições indiscutíveis.*
- *Agente motivador da aprendizagem, uma vez que a tecnologia exerce certo fascínio em nossos alunos.*
- *Recurso de operações aritméticas, livrando os alunos de contas desnecessárias ao processo de aprendizagem e deixando, assim, mais tempo para desenvolver o raciocínio.*

Esse potencial que a calculadora apresenta possibilita ao professor a abordagem e o desenvolvimento de conteúdos de formas diferentes e inovadoras, uma vez que a calculadora tem a facilidade de gerar muitos exemplos rapidamente, ajudando os alunos a desenvolver novos conhecimentos.

De acordo com Oliveira (1999), a calculadora pode estimular a atividade matemática, libertando o processo de ensino e aprendizagem dos excessivos cálculos, possibilitando novas condições e maior disponibilidade para os aspectos conceituais.

Com certeza, tanto nossos alunos como nós, professores, perceberemos grandes vantagens em sua utilização, como, por exemplo, trabalhar com problemas reais e com números não exatos, assim como desenvolver a habilidade de estimativa e de previsão de resultados.

De acordo com Lima (2004), ao final do 5º ano do Ensino Fundamental, é necessário que os alunos saibam a tabuada e realizem as quatro operações fundamentais manual e mentalmente; mesmo assim, não se pode deixar de usar a calculadora, devido às vantagens que pode proporcionar, como eficiência, precisão e rapidez.

O professor necessita analisar a situação de seus alunos e trabalhar de acordo com seus níveis de desenvolvimento, elaborando tarefas com vistas ao avanço do conhecimento.

Ao potencializarmos nossas atividades com o uso da calculadora, podemos transformar as aulas em verdadeiros laboratórios de exploração e investigação de

conteúdos, de tal forma que nossos alunos possam atingir um nível de aprendizagem muito mais profundo do que têm hoje.

Elaboramos atividades com o uso da calculadora em nossa pesquisa com o objetivo de:

- Desenvolver procedimentos de cálculo exato e aproximado, mental e escrito.
- Observar regularidades.
- Estimar e verificar resultados de operações numéricas.

Na construção das atividades formulamos questões que visavam à discussão entre os alunos, em busca da reflexão e da elaboração de conjecturas.

Com a finalidade de apropriação desses conteúdos e pensando em algumas das possibilidades que a calculadora permite desenvolver em sala de aula, em nossa pesquisa buscamos poder proporcionar um novo tratamento ao ensino de potências e raízes, com a utilização da calculadora como recurso motivador, libertadora dos excessivos cálculos.

Esperamos criar em nossos alunos, com o uso da calculadora, um ambiente propício para a aprendizagem de conteúdos matemáticos e evitar que fiquem somente nas atividades propostas na sala. Buscamos permitir que extrapolem os limites da aula com suas observações e verificações de padrões e que possam encarar de uma nova maneira o ensino de Matemática.

1.2 Aulas investigativas

Passamos hoje por uma inovação tecnológica, tendo a cada momento um invento novo, com novas funções e recursos a serem adquiridos. Pensando nessa nova realidade que cada vez mais vem se firmando diante dessas necessidades, o papel do professor em sala de aula – e, conseqüentemente, sua formação – passa por mudanças e, como afirmam Simião e Reali (2006), o professor deixa

seu papel de instrutor e transmissor de conhecimento para o de organizador e orientador da aprendizagem.

Nesse sentido, segundo esses autores, podemos dizer que o aluno passa a ser o centro do processo de ensino e aprendizagem e, a partir de suas reações, o professor tomará as devidas medidas dentro desse processo para fazer com que as aulas passem a ser mais criativas, ativas, dinâmicas, libertadoras, apoiadas na descoberta, na investigação e no diálogo.

Segundo Fonseca (2002), o trabalho investigativo diz respeito aos papéis do professor e do aluno. O professor passa a ter o papel de instigador, possibilitador, facilitador, ouvinte, questionador, avaliador positivo e observador. Esse estudioso ainda diz que o professor que tenha sido sujeito de uma formação tradicional dificilmente estará consciente desses papéis.

Notamos que alterações profundas no processo de ensino e aprendizagem dificilmente ocorrem rapidamente, mas devemos estar cientes de que, se essas alterações não tiverem início o mais rápido possível, dificilmente ocorrerão também a longo prazo, uma vez que o ensino desenvolvido por esses professores tende a gerar novos profissionais com a mesma formação.

Para Ponte et al. (1999), o papel do professor para a realização de aulas investigativas tem como aspectos marcantes:

- Desafiar os alunos, colocando boas questões na fase de introdução.
- Avaliar o progresso dos alunos, verificando se estão atingindo os objetivos propostos na agenda.
- Raciocinar matematicamente, servindo de exemplo aos alunos para realizar as devidas conexões com outros conteúdos.
- Apoiar o trabalho dos alunos com a finalidade de fazer progredir seu trabalho, considerando a gestão da situação didática e promovendo a participação equilibrada dos alunos com perguntas adequadas, de preferência perguntas abertas.
- Fornecer e recordar informações que venham a ser solicitadas ou que julgue necessárias naquele momento.

- Promover a reflexão dos alunos e, no momento da discussão final, visar à formalização do conhecimento.

Podemos perceber que o professor tem um papel importante para o desempenho do aluno ao longo do desenvolvimento investigativo.

Segundo Simião e Reali (2006), durante uma aula investigativa, o professor deve considerar dois conceitos fundamentais relacionados à aprendizagem profissional da docência: a reflexão-na-ação e a reflexão-sobre-a-ação. O primeiro diz respeito à prática pedagógica no momento em que o professor ministra as atividades em sala de aula, e o segundo relaciona-se à sua análise das ocorrências após o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Em ambos os casos, o professor deve ficar atento ao tratamento dado a cada situação gerada durante o processo e à forma como trata os fatos, para que não prejudique seu desenvolvimento nem tampouco altere seu objetivo.

Como afirmam Ponte et al. (1999), o professor deve criar um ambiente favorável à investigação, promovendo o envolvimento dos alunos nas tarefas e servindo de exemplo ao modo de trabalhar em Matemática.

Segundo Skovsmose (2000), perguntas do tipo “O que acontece se?...”, “Por que isto?...”, dependendo de como o professor convida e de como leva os alunos a aceitarem o convite, instigam os alunos a se engajarem no cenário de investigação.

Notamos ser fator primordial o tratamento dado a situações geradas em sala de aula; tal reflexão pode levar o professor a melhor gerenciar posteriores atividades investigativas, além de detectar possíveis falhas nas atividades e nas posturas que possam vir a gerar conflitos em sala de aula, fazendo com que as propostas não sejam desenvolvidas em sua plenitude.

De acordo com Segurado (2002), uma abordagem investigativa desenvolve estruturas de nível superior, como: a resolução e a formulação de problemas, a interpretação e a validação de resultados, a conjectura e a prova, a discussão e argumentação. A construção dessas atividades, segundo Ramos (apud SANTOS, 2000), recai sobre o professor, que necessita construir seus próprios materiais de

ensino, tarefa na qual tem de investir muito tempo, mas que tem grande importância no desenvolvimento de seu trabalho.

De acordo com Ribeiro (2000), percebemos que a investigação matemática, quando elaborada e trabalhada, promove o desenvolvimento de estruturas de nível maior, se comparada com outras formas de processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Shulman (apud FERNANDES e REALI, 2005), o trabalho da docência envolve conhecimentos do conteúdo, do pedagógico geral, do curricular, do pedagógico do conteúdo, dos alunos e de suas características, do contexto educacional e dos fins educacionais. No caso da elaboração de atividades investigativas, esses fatores interferem tanto na quantidade como na qualidade dos exercícios a serem propostos pelo professor aos alunos, assim como podem alterar todo o desenvolvimento das atividades ao longo das aulas e comprometer o bom andamento da investigação.

Para que alterações possam ser sentidas na sala de aula, pensamos que esse professor precisa dominar os conteúdos e a forma com que os propõe aos alunos, permeando-os com suas intervenções, na intenção de levá-los a construir seu próprio conhecimento e, em nosso caso, considerando o uso das novas tecnologias.

De acordo com Fiorentini (2002, p. 102):

penso que todos os professores que optam por um trabalho investigativo deveriam receber apoio e condições para tal, pois, como mostram os trabalhos investigativos relatados no livro, o trabalho investigativo exige do investigador envolvimento, dedicação, paixão e investimento intelectual e emocional.

Podemos dizer, pela realidade vivenciada pelos professores da rede estadual de ensino de São Paulo, que nem sempre há essa disponibilidade de tempo e de envolvimento dos professores para organizar e elaborar tais atividades. Em relação a essas atividades investigativas, se disponíveis para utilização, penso que sua divulgação poderia ser mais ampla, com a finalidade de minimizar o ônus desse tempo para essa classe profissional.

Como afirmam Ponte et al. (1999), o desafio dos sistemas educativos é tornar acessível esse tipo de experiência à maioria dos profissionais educadores que atuam nas redes de ensino público, propiciando uma nova forma de encarar o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Moran (apud FERNANDES e REALI, 2005), aprendemos quando vivenciamos experiências, quando nos relacionamos, quando damos significado ou novos sentidos ao que nos é apresentado, quando temos interesse e motivação, quando desenvolvemos hábitos que facilitam a ação de aprender e quando sentimos prazer no que estudamos e na forma de fazê-lo.

Podemos perceber que aprendemos a nos colocarmos em situações que possibilitem nosso desenvolvimento pessoal, com tratamentos que agucem nossa curiosidade e atenção. O mesmo devemos pensar quando propomos aos nossos alunos atividades sem sentido algum para desenvolverem e queremos que se motivem. Nesse caso, uma abordagem investigativa com a utilização da tecnologia pode favorecer o aguçar da curiosidade e a motivação dos alunos.

De acordo com Fernandes e Reali (2005), podemos classificar algumas formas como a aprendizagem se verifica: a aprendizagem por tentativa, a aprendizagem por meio da realização de exercícios e da prática na sala de aula, a aprendizagem com os pares e a aprendizagem por meio de instrução.

A aprendizagem por meio do trabalho investigativo com a calculadora, que pretendemos utilizar, contempla todos os itens acima citados, uma vez que visamos trabalhar em grupos, buscando as respostas por meio de tentativas e erros, com o auxílio da ferramenta calculadora. Ao final de cada atividade, tencionamos discutir as respostas obtidas e as esperadas, sanando os possíveis erros e dificuldades que ainda persistirem, o que chamaremos de institucionalização, sendo essa fase elemento fundamental.

Podemos pensar que os erros detectados nas atividades e as dificuldades encontradas durante seu desenvolvimento serão o material bruto com que trabalharemos ao longo de nossa dissertação. A utilização de tecnologias pode fazer o professor afastar-se da zona de conforto, conforme afirmam Borba e Penteadó (2005). E, dependendo de como se enfrentam as dificuldades e os

erros que surgem com o uso das tecnologias, podemos transformá-los em novas formas de ensinar, a partir da reflexão, tentando traduzir as ocorrências de sala de aula em elementos que possam gerar novas conjecturas.

Como Feltes (2007, p. 28) diz:

Em muitos momentos no processo da construção do conhecimento, o mais importante não é corrigir incansavelmente os erros, comparando com o número de acertos, mas saber que existem aspectos a serem corrigidos, melhorados e outros que até devem ser mantidos, pois em muitas situações de sala de aula o que está certo aqui pode estar errado acolá.

Percebemos que o erro faz parte do processo de construção do conhecimento e que muitas vezes se aprendem novas maneiras de interpretar determinados conhecimentos, deixando o professor de ser dono da verdade absoluta e indiscutível, o que lhe permite ser parte integrante do processo de construção do conhecimento do aluno.

Entendemos, ainda, que uma abordagem investigativa promove o desenvolvimento de uma Educação Matemática crítica (SKOVSMOSE, 2000) e da competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática e amparada na reflexão de situações. Então, como desenvolver um trabalho investigativo?

De acordo com Ponte et al. (1999), o trabalho investigativo distingue três etapas: a formulação da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e o momento de síntese e conclusão final.

Ainda, segundo esses autores, deve-se preparar uma agenda, prevendo todas as ações possíveis para o desenvolvimento das atividades, monitorando os passos de acordo com o que se desenrola, avaliando o processo. E, por fim, ao encerrar as atividades, o professor deve fazer um balanço sobre as reações dos alunos, os resultados obtidos e as suas próprias ações.

Para Segurado (2002), a introdução de uma tarefa de investigação necessita de atenção especial, podendo ser apresentada aos alunos por escrito ou oralmente. No caso de os alunos serem iniciantes nesse tipo de atividade, é

mais vantajoso fazer por escrito, realizando alguns comentários para entenderem o que se pretende e também para motivá-los.

De acordo com Segurado (2002), corroborado por Ponte et al. (1999), a fase de desenvolvimento de aulas investigativas tem certas características que privilegiam o desenvolvimento de atitudes questionadoras, tais como a observação e a análise de situações, a formulação de conjecturas, a procura de explicações e de argumentação, nas quais as idéias vindas dos alunos têm papel importante, propiciando-lhes a oportunidade de pensar matematicamente.

É nesse novo cenário que se forma a habilidade do professor para atuar nas aulas investigativas. De acordo com Skovsmose (2000), a tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, estabelecendo um trabalho colaborativo.

Podemos perceber que o papel do professor é uma das questões mais complicadas, uma vez que a forma de suas intervenções e o modo como valida os conhecimentos dos alunos podem gerar conflitos desnecessários em sala de aula. Seu papel, então, é administrar discussões e buscar resolver esses conflitos.

Até o momento, discutimos muito sobre a investigação matemática, mas o que é uma investigação matemática?

De acordo com Fonseca (2002, p. 182):

é uma situação aberta, na qual o investigador define os objetivos, formula e testa hipóteses; é sempre uma “viagem ao desconhecido”; é uma forma de trabalhar em matemática de modo criativo; o investigador parte de uma pista ou de uma idéia e depois escolhe em qual direção seguir; é necessário colocar questões interessantes e produtivas; é essencial correr o risco de formular conjecturas ou conduzir à elaboração de outras; durante uma investigação matemática podem surgir dificuldades, suposições erradas e pistas que podem não resultar; provas formais e argumentos plausíveis podem fornecer argumentos para confirmar ou rejeitar as conjecturas feitas, podendo também surgir novas questões para investigar.

Nesse sentido, pretendemos desenvolver nossas atividades conscientes do ambiente investigativo e esperamos, apesar de nossa formação tradicional,

conseguir superar as dificuldades e verificar implicações decorridas ao longo de nosso trabalho.

Tentamos superar as dificuldades mencionadas em estudos como os de Rocha (2002b), que indicam a utilização da calculadora somente como substituta do cálculo mental, e buscamos superar as dificuldades de processar informações ou conceitos com mais de uma forma de representação.

De acordo com Dick (apud OLIVEIRA, 1999, p. 4):

se olharmos sob o prisma dos ambientes pedagógicos, integrando a calculadora num processo de descoberta e investigação matemática, onde a situação problemática é ponto de partida e chegada deste processo, estão criadas as condições para o aparecimento de novos ambientes dos quais resultarão novas capacidades e novas atitudes em alunos com papel mais ativo e criativo na construção do seu próprio conhecimento.

Nessa intenção, pretendemos trazer o aluno para uma discussão dos resultados obtidos, visando transformar a sala de aula em um ambiente investigativo; para isso, a calculadora serviria como agente de verificação e de validação de resultados.

1.3 Levantamento bibliográfico

Percebemos que, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, não existem muitos estudos sobre aulas investigativas com a utilização da calculadora como ferramenta para a construção do conhecimento.

Observamos, porém, em determinadas pesquisas, o estudo de conteúdos a partir de tabelas a serem preenchidas, verificando como o conhecimento se faz presente com seu preenchimento, como no caso do trabalho de Karrer (1999).

Ela investigou a aplicação de uma seqüência didática de aprendizagem significativa para o ensino de logaritmos e exponenciais com a utilização da calculadora, observando a formação desse conceito.

Em seu trabalho analisou dois grupos de alunos: um por uma abordagem tradicional e o outro grupo, por sua seqüência de aprendizagem. Em seu grupo experimental, ou seja, aquele que desenvolveu sua seqüência de aprendizagem, basicamente apresentou aos alunos uma tabela a ser preenchida e, a partir desta, aplicou uma seqüência de perguntas que levam o aluno a refletir sobre os resultados encontrados nas tabelas.

Em sua análise de resultados, a pesquisadora verificou que os alunos que desenvolveram a seqüência de aprendizagem significativa apresentaram um resultado melhor em relação aos alunos trabalhados de forma tradicional.

Observamos em Karrer um trabalho muito interessante, sendo ele nossa base de inspiração para construirmos nossas atividades, embora ele não tivesse como o foco principal a observação investigativa da inserção da calculadora como ferramenta tecnológica de informação; a calculadora servia somente como ferramenta de cálculo na busca de resultados.

Um outro estudo é o de Nascimento (2005), que busca desenvolver uma aprendizagem significativa da tabela trigonométrica, envolvendo contextos históricos para investigar a apropriação do significado dos conceitos das razões trigonométricas. Apesar de se tratar de uma investigação matemática, não introduz a calculadora como tecnologia de informação.

Essa autora tenta, ao construir uma tabela trigonométrica, não se afastar da realidade vivenciada cotidianamente, tampouco da origem do conhecimento trigonométrico e, para tanto, busca evitar a mecanização do conhecimento. Também constatamos nesse trabalho a existência de tabela como um dos meios de construir o conhecimento.

Percebemos que as tabelas podem ser um recurso para o ensino de conteúdos matemáticos, aliado à elaboração de conjecturas, quando refletimos sobre os erros decorrentes da resolução das atividades propostas.

Verificamos, em outras pesquisas, uma abordagem focada na análise de erros dos conteúdos matemáticos, como a de Feltes (2007), que analisa os erros cometidos em uma investigação desenvolvida com alunos de Ensino

Fundamental e Médio, ao resolverem testes sobre potenciação, radiciação e equações exponenciais.

A pesquisadora compara a quantidade de erros do Ensino Fundamental com a do Ensino Médio, porém em nenhum momento insere a calculadora em suas atividades. Os erros encontrados nas respostas escritas das atividades desenvolvidas pelos alunos a autora classificou em 17 categorias, tanto os do Ensino Fundamental como do Ensino Médio, observando que as maiores dificuldades encontradas foram relativas às operações numéricas e às propriedades da potenciação.

Esse trabalho também aborda a busca, pelos professores, de argumentos e soluções para as dificuldades encontradas em ambos os níveis de ensino.

Costa (1997) investigou a aprendizagem da trigonometria em dois diferentes contextos: no mundo experimental e com a utilização do recurso computacional, tendo inicialmente abordado dois grupos de estudo com ordem inversa entre computador e experimentos.

Essa autora aborda a investigação matemática, mas não enfoca a utilização da calculadora como ferramenta; busca desenvolver o conhecimento por meio da observação de regularidades na execução dos experimentos.

Observou-se em sua análise uma maior apropriação dos conteúdos, quando se trabalha o aluno fazendo uso do computador; pode-se dizer que um completa o outro. Essa prática de ensino apresenta uma quantidade menor de erros, se comparados com o valor inicial do pré-teste. Assim, em sua atividade, a pesquisadora busca traduzir uma aprendizagem significativa, quando vivenciada por atividades reflexivas, surtindo mais efeitos do que as atividades abstratas, que podem gerar mais erros e dificuldades de aprendizagem em nossos alunos.

Em seu trabalho nota-se que a inserção de tecnologias, quando bem elaborada, pode trazer avanços na aprendizagem, promovendo a reflexão e a compreensão de conhecimentos pelos alunos. Podemos pensar que um recurso tecnológico mais simples e de fácil acesso, como a calculadora, também pode ter influências na aprendizagem, como comprovam algumas pesquisas relacionadas a seguir.

Fedalto (2006) visava compreender algumas facetas da relação entre o professor de Matemática e o conhecimento de sua disciplina, em situações em que a calculadora poderia ser utilizada como recurso durante as aulas no Ensino Médio.

Em sua investigação, adotou a hipótese de que o uso da calculadora poderia favorecer a compreensão de conceitos, de algoritmos e auxiliar na resolução de problemas. Porém, não abordou atividade que levasse ao uso da calculadora e sua investigação em sala de aula, ficando restrito às possibilidades do trabalho do professor, à utilização da calculadora ou não e aos fatores que interferem positivamente e negativamente em sala de aula.

Constatou que o uso da calculadora em sala de aula depende da formação do professor; de suas concepções e de seu ensino; das diretrizes da escola e do governo e que, muitas vezes, fica seu acesso restrito a raros momentos de permissão, sob a vigilância do professor, para que não saia de seu controle.

Oliveira (1999) buscou verificar a visão dos professores de Matemática sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática de escolas do estado do Paraná: foi elaborado um questionário contendo perguntas sobre os aspectos relacionados à vida universitária e profissional dos sujeitos e sua visão em relação à utilização da calculadora nas aulas de Matemática.

Foram pesquisados 141 professores com atuação na rede pública, no Ensino Médio e no Ensino Superior. Verificou-se uma diferença entre os professores que utilizam a calculadora como recurso de ensino e os que não a utilizam, podendo-se mesmo dizer que tal instrumento leva os alunos a “saber-fazer” e que “gera cidadania”, provocando melhoria na aprendizagem. Portanto, nesse caso temos um aliado quanto à sua utilização no ensino.

O trabalho de Mocosky (1997) teve como objetivo conhecer o que os professores de Matemática pensavam a respeito do uso da calculadora em sala de aula, buscando compreender o que consideravam importante para essa prática pedagógica.

Foram pesquisados professores das redes públicas e particulares de Ponta Grossa e Rio Claro, num total de 22 depoimentos. Nesse estudo a autora

definiu três fatores essenciais para a utilização da calculadora em sala de aula, apontados pelos depoentes: domínio das operações básicas, a calculadora como recurso didático e a formação do professor.

Rubio (2003) busca justificar a utilização da calculadora no Ensino Fundamental, especialmente nas séries iniciais, com a finalidade de construir o conhecimento e de diminuir o tempo gasto com os cálculos.

Nesse trabalho, chega à conclusão de que o professor não deve ser mero transmissor de conhecimentos e as escolas devem modernizar-se: assim como toda a sociedade alia a tecnologia com a evolução, deve a escola ficar em consonância com a realidade fora de seus muros. O estudo também diz que a calculadora não se restringe a realizar contas e, por isso, deve haver atividades bem elaboradas e professores capacitados para inserir essas novas tecnologias, de forma que elas possam ajudar a melhorar o rendimento dos alunos.

Ainda em relação à utilização da calculadora em sala de aula, temos o trabalho de Karrer (1999), que utiliza essa máquina como uma ferramenta na realização de cálculos para posterior construção do conhecimento, ao analisar os resultados obtidos em uma tabela.

No que diz respeito à investigação matemática em sala de aula, temos alguns trabalhos como os de Karrer (1999) e de Nascimento (2005), que analisam determinados conteúdos em sala de aula, mas não com ênfase nas implicações em sala de aula.

Podemos observar ainda que, para o tema aulas investigativas focadas na utilização da calculadora com atividades dentro da sala de aula, somente o trabalho de Karrer (1999) aborda esses dois temas em conjunto, embora não observe a sala de aula em sua totalidade.

CAPÍTULO 2

Procedimentos Metodológicos

Neste capítulo, inicialmente descreveremos a escola e a sala de aula onde se realizaram as atividades que compuseram nossa pesquisa; posteriormente apresentaremos essas atividades, que envolveram potências e raízes e utilizaram cálculo exato e aproximado.

O trabalho foi desenvolvido em 2007, em uma segunda série do Ensino Médio do período diurno de uma escola pública estadual situada na periferia da cidade de Conchal, estado de São Paulo.

Trata-se de uma escola que atende alunos de famílias de baixo nível socioeconômico, cuja principal fonte de renda é o trabalho rural. A escola acolhe em torno de mil alunos de Ensino Fundamental e Médio, divididos em três períodos. O período da manhã atende alunos de 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental e de todo o Ensino Médio; o período da tarde atende 5^a e 6^a séries; e no período do noturno, todas as séries do Ensino Médio.

Com a finalidade de refletir sobre o papel do professor, da calculadora e dos alunos, durante o desenvolvimento das atividades, filmamos sua resolução, gravamos as conversas de três duplas e um acompanhante realizou observações.

Elaboramos quatro atividades que, neste trabalho, são tratadas com os números 1, 2, 3 e 4.

Pensamos que uma abordagem investigativa diferenciada, cujos conteúdos fossem do conhecimento dos alunos, com situações envolvendo números difíceis

de serem manipulados e utilizando a calculadora, propiciaria uma análise mais efetiva do efeito da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.

Nossa proposta foi trabalhar com todos os alunos da sala, para que todos tivessem acesso às situações de ensino e também para analisarmos como eles se dispõem em uma situação nova de aprendizagem que pensamos estar bem elaborada.

As atividades foram desenvolvidas na própria sala de aula da referida escola, na qual estudavam os alunos. Trabalharam em duplas, pois entendemos que isso favoreceria o trabalho coletivo, e o conhecimento descoberto seria compartilhado. As duplas – em um total de 20 alunos, em média – foram escolhidas pelos alunos por afinidade, mas nem sempre se manteve a mesma formação inicial, ocorrendo alterações dos membros no decorrer das atividades, o que provocou uma dinâmica na troca de informações entre as duplas.

As atividades foram desenvolvidas em duas sessões de duas horas e meia cada uma: na primeira sessão, os alunos responderam as atividades 1, 2 e 3; na segunda, responderam a atividade 4.

Todos os alunos presentes às aulas desenvolveram as atividades em duplas, munidos de uma calculadora científica da marca Casio FX-82 MS, material adquirido e fornecido pelo professor, uma vez que a escola não possui recursos para essa compra.

Cada dupla tinha acesso a uma única calculadora, para estimular a discussão das atividades e para, juntos, os alunos concluírem suas respostas. Portanto, todos os alunos presentes passaram por todos os momentos de resolução das atividades.

No momento em que uma das calculadoras falhava por algum imprevisto, era imediatamente repostada por outra, para não atrapalhar o andamento das atividades.

Para o desenvolvimento dos trabalhos, foi fornecida uma cópia das atividades para cada dupla: no primeiro dia de aplicação, foram distribuídas as

atividades 1, 2 e 3 simultaneamente e, no segundo dia, somente a atividade 4, considerada mais trabalhosa.

Ao longo do desenvolvimento das atividades foram recolhidos todos os documentos produzidos pelos alunos, para posterior análise, e a maior parte dos registros feitos pelo professor, contendo observações e impressões sobre o trabalho desenvolvido, foi realizada imediatamente após as aulas.

Durante os momentos em que os alunos se encontravam a realizar as atividades, procuramos não conduzir demasiadamente suas discussões, assumindo um papel de orientador e moderador do processo, observando o trabalho realizado nas duplas da forma mais próxima possível.

Em nossa investigação utilizamos uma metodologia qualitativa – baseada, sobretudo, nas situações de aula – que acompanhou as diversas etapas do trabalho: apresentação da atividade à turma; desenvolvimento da investigação, observando os alunos trabalhando em pequenos grupos; discussão final ou institucionalização, procurando fazer com que os alunos conjecturassem; e redação deste trabalho, abordando episódios que refletissem a pesquisa realizada.

Consideramos quatro eixos de análise: o manuseio da calculadora, os erros cometidos, a atitude investigativa e a dinâmica da sala de aula.

2.1 Proposta e objetivos das atividades

A proposta de nosso estudo teve por base a construção de situações de aprendizagem sobre potências e raízes.

Com o desenvolvimento das atividades, o aluno pode ter a oportunidade de observar regularidades e padrões, trazendo conhecimentos adquiridos anteriormente para a discussão ocorrida na sala de aula.

Assim sendo, elaboramos situações de aprendizagem visando:

- A exploração do uso da calculadora para o cálculo de potências e raízes.

- A exploração de características de número decimal exato e de número decimal não exato.
- A exploração de técnicas de arredondamento.

Com isso, ao final do desenvolvimento das atividades, tínhamos por objetivo que o aluno fosse capaz de:

- Conceituar e diferenciar número decimal exato e não exato.
- Perceber que potências e raízes são operações inversas, dados expoentes e índices iguais.
- Resolver cálculos de raízes e potências com a utilização da calculadora.
- Efetuar o arredondamento (quando necessário).
- Utilizar a calculadora como recurso tecnológico na construção de conhecimentos.
- Ter maior autonomia no desenvolvimento do próprio conhecimento.

No final dessas atividades, esperamos ter dado um pequeno avanço no processo de aprendizagem de nossos alunos.

2.2 Atividades propostas

A seguir apresentamos as atividades propostas e sua análise prévia, além da descrição dos objetivos das questões.

2.2.1 Apresentação da atividade 1

Nossa primeira atividade envolveu o trabalho com potências e expoentes de 2, além de uma parte escrita composta por perguntas que buscam trabalhar com o conteúdo abordado na tabela.

Buscou-se contemplar tanto os cálculos matemáticos como a escrita da linguagem matemática refletida durante o desenvolvimento da atividade.

Considerada introdutória, esta atividade teve por objetivo retomar o conteúdo de potência de 2 e de raiz quadrada. Para os alunos retomarem esses conceitos, no início da atividade introduzimos uma tabela com números que, progressivamente, aumentavam o grau de dificuldade e possibilitavam verificar as variações ocorridas no cálculo de sua raiz. Outro objetivo era potencializar o uso da calculadora com números que dificultariam aos alunos encontrar sua raiz e, conseqüentemente, a base da potência de 2.

Para completar essa tabela, os alunos puderam utilizar a calculadora, artefato esse trabalhado como facilitador de cálculos, evitando as enfadonhas contas e aumentando a confiabilidade dos resultados na busca de alternativas de resposta ao completar as lacunas.

O quadro a seguir apresenta a tabela:

1) Com o auxílio de uma *calculadora*, preencha a tabela abaixo e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (n)	Representar o número n como <i>potência de</i> <i>expoente 2</i>	Representar na <i>notação de raiz</i> <i>quadrada</i> \sqrt{n}	Apresentar o <i>cálculo</i> <i>da raiz</i> <i>quadrada</i>
0			
1			
4,2			
9			
10,5			
750			
2025			
-16			
-20,8			
-150			

Quadro 1 – Tabela da Atividade 1

No início desta atividade, o professor pode fazer uma introdução, esclarecendo que o valor a ser representado na 2ª coluna como base da potência de 2 é um número que, multiplicado por ele mesmo, é o número n da 1ª coluna. Por exemplo: se $n=9$, então o valor a ser representado na 2ª coluna é 3^2 , pois $3.3=9$.

Ao completar a tabela, espera-se que o aluno perceba que a base da potência de 2 da 2ª coluna é calculada extraindo a raiz quadrada do valor n dado. Com a calculadora, ele poderá fazer testes necessários para conseguir perceber essa relação entre a potência e a raiz.

Se o aluno realizar os cálculos de cada uma das colunas para cada valor n , poderá perceber, ao completar a 4ª coluna, que esse valor é o mesmo usado como base na representação do número como potência de expoente 2 na 2ª coluna e conjecturar que a potência de 2 e a raiz quadrada são operações inversas.

Abaixo apresentamos a tabela da atividade 1, preenchida com cinco casas decimais.

1) Com o auxílio de uma *calculadora*, preencha a tabela abaixo, e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (n)	Representar o número n como <i>potência de expoente 2</i>	Representar na <i>notação de raiz quadrada</i> \sqrt{n}	Apresentar o <i>cálculo da raiz quadrada</i>
0	0^2	$\sqrt{0}$	0
1	1^2	$\sqrt{1}$	1
4,2	$2,04939^2$	$\sqrt{4,2}$	2,04939
9	3^2	$\sqrt{9}$	3
10,5	$3,24037^2$	$\sqrt{10,5}$	3,24037
750	$27,38613^2$	$\sqrt{750}$	27,38613
2025	45^2	$\sqrt{2025}$	45
-16	Não existe	$\sqrt{-16}$	Não existe
-20,8	Não existe	$\sqrt{-20,8}$	Não existe
-150	Não existe	$\sqrt{-150}$	Não existe

Quadro 2 – Tabela da Atividade 1

Espera-se que o aluno complete a tabela linha por linha, facilitando a verificação de operação inversa entre potências e raízes. Se, durante o desenvolvimento da atividade for observado que tal fato não está ocorrendo, torna-se necessário orientar os alunos.

A terceira coluna tem por objetivo integrar a notação matemática convencional de raiz quadrada, para posteriormente determinar seu valor.

As questões elaboradas tinham o intuito de fazer com que o aluno desenvolvesse a habilidade de escrever suas verificações, observadas e refletidas no grupo por ocasião do preenchimento da tabela.

Abaixo temos as questões que compuseram a parte escrita da atividade 1, apresentadas aos alunos junto com o quadro 1:

2) Agora, responda as seguintes questões:

- a) O que representa o cálculo da raiz quadrada na última coluna? Explique.**
- b) Analisando os números dados (da primeira à sétima linha), podemos notar que eles aumentam e são positivos. O que acontece com suas raízes quadradas?**
- c) O que você observa nos cálculos das raízes quadradas de -16, -20,8 e -150?**
- d) Você conseguiu representar os números -16; -20,8 e -150 na forma de potência com expoente 2? Por quê? Justifique sua resposta.**
- e) Comparando a representação dos números na forma de potência de expoente 2 com os resultados obtidos pelo cálculo de sua raiz quadrada, descreva qual a relação entre estas duas operações.**
- f) Baseado nesta atividade, procure escrever com suas palavras qual é a função da tecla $\sqrt{\quad}$ da calculadora.**

Quadro 3 – Questões da Atividade 1

A constatação de carências em relação à linguagem matemática, bem como de dificuldades em transcrever as discussões e as conclusões para o papel tornou necessário buscar estimular a reflexão e a análise nos alunos.

Para valores negativos assumidos por n , a calculadora exibe uma mensagem de erro em sua tela, cujo significado provavelmente os alunos, se totalmente alheios ao uso da máquina para o cálculo da raiz quadrada, podem

não reconhecer. Nesse caso, cabe ao professor ajudar no entendimento dessa mensagem quando a atividade for inicial e os alunos estiverem reconhecendo a calculadora com suas possibilidades. A discussão sobre a existência de raiz quadrada de número negativo, nessa situação, pode surgir entre os alunos.

Durante a resolução dessa atividade, o aluno pode notar a existência de valores de n cuja raiz quadrada não é um número exato e por isso precisam de arredondamento para serem informados na tabela. Ao final desta atividade, torna-se necessário que o professor não apenas discuta os erros que podem advir do arredondamento, mas também levante situações que permitem ou não efetuar aproximações.

Utiliza-se como regra para arredondamento que, para valores iguais ou acima de 5, arredonda-se uma unidade a casa decimal anterior e, abaixo de 5, mantém-se o valor da casa decimal anterior.

Esperava-se que os alunos percebessem a relação entre as teclas da raiz quadrada e potência de base 2, o que poderia facilitar a resolução da atividade.

Com isso finalizou-se nossa primeira atividade. À medida que cada grupo ia encerrando a atividade, discutíamos e questionávamos se valeriam as mesmas regras vistas nesta atividade para potência de base 3 e raiz cúbica, instigando-os para a próxima atividade.

2.2.2 Apresentação da atividade 2

Na atividade 2, pretendia-se que o aluno utilizasse seus conhecimentos sobre raiz cúbica e potência de expoente 3 e que, com a utilização da calculadora, elaborasse as relações pertinentes entre essas duas operações.

Esta atividade é semelhante à atividade 1, porém buscando maior entendimento dos conceitos de raízes e potências de índices ímpares.

No início, o professor talvez necessite apresentar a tecla da raiz cúbica e a tecla da potência de expoente 3, explicando sua utilização, uma vez que os alunos podem ainda ter dificuldades em manusear a calculadora científica.

Ao completar a tabela, o aluno pode perceber que a função raiz cúbica é crescente e que as raízes existem para todos os números reais, tanto positivos quanto negativos. E, por comparação com a atividade 1, os valores encontrados na quarta coluna são iguais à base do expoente da segunda coluna.

O aluno também pode notar a existência de valores de n cuja raiz cúbica não seja um número exato e para tanto precise de arredondamento.

É necessário atentar para os casos de arredondamento, que sempre ocorrem por falta ou excesso e que podem gerar propagação de erros na resolução, em situações matemáticas.

Abaixo temos o quadro com uma parte da atividade 2:

1) Preencha a tabela abaixo, com o auxílio da calculadora e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (n)	Representar o número n como <i>potência de expoente 3</i>	Representar na <i>notação de raiz cúbica</i> $\sqrt[3]{n}$	Apresentar o <i>cálculo da raiz cúbica</i>
0			
1			
2			
3,5			
27			
50			
90,2			
-10			
-11			
-13,3			

Quadro 4 – Tabela da Atividade 2

No final desta atividade, é possível que os alunos representem um número em forma de potência com expoente 3, tanto negativo como positivo, e percebam que existe raiz cúbica de números positivos e negativos. Nesse caso, em que o

índice da raiz é um número ímpar, valida-se a regra de sinais na multiplicação, observando que não se altera o sinal da base.

As perguntas propostas para esta segunda atividade tinham o intuito de proporcionar ao aluno, assim como na atividade 1, um momento de reflexão no preenchimento da tabela, trazendo para a aula de Matemática a possibilidade de mais de um modo de representação dos números reais.

A seguir encontra-se a tabela da atividade preenchida com cinco casas decimais e com os devidos arredondamentos, com a finalidade de minimizar a propagação do erro e possibilitar a comparação entre os valores das colunas 2 e 4.

1) Preencha a tabela abaixo, com o auxílio da calculadora e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (n)	Representar o número n como <i>potência de expoente 3</i>	Representar na <i>notação de raiz cúbica</i> $\sqrt[3]{n}$	Apresentar o <i>cálculo da raiz cúbica</i>
0	0^3	$\sqrt[3]{0}$	0
1	1^3	$\sqrt[3]{1}$	1
2	$1,25992^3$	$\sqrt[3]{2}$	1,25992
3,5	$1,51829^3$	$\sqrt[3]{3,5}$	1,51829
27	3^3	$\sqrt[3]{27}$	3
50	$3,68403^3$	$\sqrt[3]{50}$	3,68403
90,2	$4,48472^3$	$\sqrt[3]{90,2}$	4,48472
-10	$-2,15443^3$	$\sqrt[3]{-10}$	-2,15443
-11	$-2,22398^3$	$\sqrt[3]{-11}$	-2,22398
-13,3	$-2,36928^3$	$\sqrt[3]{-13,3}$	-2,36928

Quadro 5 – Tabela da Atividade 2

Completando a atividade e percebendo o estudo realizado, o aluno pode verificar, por comparação, que existe raiz cúbica de números negativos, embora não haja para a raiz quadrada. Nesse momento o professor pode solicitar que os

alunos conjecturem sobre a relação entre expoentes e raízes, ímpares e pares, motivando o início da atividade 3.

A seguir temos o complemento da atividade 2:

2) Responda as questões:

- a) O que você observou em relação aos resultados obtidos pelo cálculo da raiz cúbica de 0 a 90,2?
- b) O que você observa nos cálculos das raízes cúbicas de -10; -11 e -13,3?
- c) Qual a relação entre a representação dos números como potência de expoente 3 e o cálculo de suas raízes cúbicas?
- d) Analisando os números dados, podemos notar que alguns deles são positivos, enquanto que outros números são negativos. O que há em comum com as raízes?
- e) Explique com suas palavras a função $\sqrt[3]{n}$ da calculadora.

Quadro 6 – Questões da Atividade 2

2.2.3 Apresentação da atividade 3

A atividade 3 trabalha com potências e raízes de índice acima de 3, deixando em aberto o índice a ser trabalhado pelo aluno, com a finalidade de possibilitar a verificação de regularidades. Também tem uma parte com questões abertas, que busca desenvolver nos alunos a reflexão e a anotação de suas verificações e discussões, assim como as possíveis representações de números reais.

O professor talvez necessite fazer a apresentação da tecla de função enésima da calculadora, com a finalidade de proporcionar maior autonomia para a realização da atividade aos alunos que ainda não tenham conhecimento de sua utilização ou de sua manipulação.

Nesta atividade pretendia-se que o aluno pudesse construir conjecturas a respeito de potências e raízes, caso ainda não as tivesse formalizado anteriormente. Uma delas é quando a base é negativa e não existirá raiz de índice par, ao contrário das raízes de índice ímpar, havendo solução.

A seguir temos a atividade apresentada ao aluno:

1) Com o auxílio da calculadora, preencha a tabela abaixo e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais:

Obs: Escolher os números pares e ímpares maiores que 3.

Número	Representar o número como potência de expoente par	Representar na notação de raiz de índice par	Apresentar o cálculo da raiz de índice par	Representar o número como potência de expoente ímpar	Representar na notação de raiz de índice ímpar	Apresentar o cálculo da raiz de índice ímpar
0						
2,5						
5						
-3						
-7						
-10,2						

Quadro 7 – Tabela da Atividade 3

Com as questões propostas, mais uma vez se desejava que os alunos descrevessem as relações observadas, percebendo que o n do expoente das potências é o mesmo n do índice no radical, e concluíssem que uma é operação inversa à outra.

Ao responder as questões *a* e *b*, o aluno pode perceber, por comparação com as atividades de seus colegas – que poderão ter índices diferentes dos seus – que, quando o índice do radical é ímpar, existe raiz tanto de números positivos como de números negativos. Com isso, pode representar um número como potência de índice ímpar, o que não acontece com a raiz de índice par para os números negativos.

A última questão pode propiciar ao aluno uma reflexão quanto ao uso da calculadora e seu potencial, uma vez que a resposta esperada é verificar se o resultado dado, multiplicado n vezes de acordo com o índice, tem como resultado o número da raiz, ou vice-versa. Isso possibilita que o aluno observe as operações inversas, atentando mais uma vez para o erro que pode surgir em situações que necessitam de maior precisão matemática.

Encontra-se a seguir a tabela preenchida da atividade 3, com uma suposta resolução que poderia ocorrer em sala de aula, lembrando que os índices a serem escolhidos pelos alunos eram de livre arbítrio, sem a interferência do professor.

1) Com o auxílio da calculadora, preencha a tabela abaixo e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais:

Obs: Escolher os números pares e ímpares maiores que 3.

Número	Representar o número como potência de expoente par	Representar na notação de raiz de índice par	Apresentar o cálculo da raiz de índice par	Representar o número como potência de expoente ímpar	Representar na notação de raiz de índice ímpar	Apresentar o cálculo da raiz de índice ímpar
0	0^4	$\sqrt[4]{0}$	0	0^5	$\sqrt[5]{0}$	0
2,5	$1,25743^4$	$\sqrt[4]{2,5}$	1,25743	$1,20112^5$	$\sqrt[5]{2,5}$	1,20112
5	$1,49535^4$	$\sqrt[4]{5}$	1,49535	$1,37973^5$	$\sqrt[5]{5}$	1,37973
-3	Não existe	$\sqrt[4]{-3}$	Não existe	$-1,24573^5$	$\sqrt[5]{-3}$	-1,24573
-7	Não existe	$\sqrt[4]{-7}$	Não existe	$-1,47577^5$	$\sqrt[5]{-7}$	-1,47577
-10,2	Não existe	$\sqrt[4]{-10,2}$	Não existe	$-1,59118^5$	$\sqrt[5]{-10,2}$	-1,59118

Quadro 8 – Tabela da Atividade 3

Nos casos que necessitem do arredondamento, ao final da atividade, no momento da institucionalização dos conhecimentos, o professor pode discutir o arredondamento, generalizando que, para valores acima de 5, arredonda-se para cima a casa decimal anterior e, para valores abaixo de 5, mantém-se o valor da casa decimal anterior. É importante lembrar que esse arredondamento pode gerar erros e uma conseqüente propagação destes, devido às operações que ainda serão realizadas; portanto, deve-se atentar às situações envolvidas e à sua importância para efetivar ou não o arredondamento.

A seguir temos a parte escrita complementar da atividade 3:

2) Responda as questões:

- a) Compare os resultados dos cálculos das raízes de índice par com os colegas; o que você verifica nesses resultados?
- b) Faça o mesmo para as raízes de índice ímpar e descreva o que você observa.
- c) O que você observa no cálculo da raiz de índice ímpar ou par do número 0? E do número 1?
- d) Qual a relação entre uma potência com expoente n e a raiz de índice n ?
- e) Usando a calculadora, encontre diferentes formas para verificar as igualdades abaixo. Registre cada verificação, justificando sua resposta.

i) $\sqrt[8]{117649} = 7$ ii) $\sqrt{5220,0625} = 8,6$ iii) $\sqrt[5]{112} = 2,5694703$

Quadro 9 – Questões da Atividade 3

Assim, terminada essa atividade, o professor pode discutir, conjecturar e validar as respostas dos alunos, possibilitando a percepção dos conhecimentos adquiridos no final dessas três primeiras atividades e também proporcionando uma reflexão sobre como esses conhecimentos foram trabalhados com a utilização da tecnologia, possibilitando não somente a realização de cálculos matemáticos, mas também a depuração de seus erros.

2.2.4 Apresentação da atividade 4

A atividade 4 trabalhou as operações básicas de: adição, subtração, multiplicação e divisão, com radicais, com a utilização da calculadora como ferramenta.

O objetivo era verificar se o aluno, pela observação das colunas: I e II, III e IV, V e VI, VII e VIII, conjecturava relações de igualdade ou desigualdade, pertinentes a essas colunas.

A seguir temos a tabela a ser completada pelos alunos:

Usando uma calculadora, complete a tabela abaixo:

a	b	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a-b}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
3	2								
5	3								
17	10								
49	34								
135	121								
68	32								
500	212								
1428	386								
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

Quadro 10 – Tabela da Atividade 4

Com o preenchimento e a reflexão sobre cada linha da tabela, os alunos puderam perceber diferenças e igualdades que ocorrem nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de raízes.

A respeito da utilização da calculadora, pode ocorrer alguma dificuldade quanto à digitação e à efetuação dos cálculos, uma vez que os alunos devem atentar para o fato de que a calculadora nos fornece o resultado do valor da raiz imediatamente após seu teclar. Isso torna possível prosseguir com a seqüência de cálculos, sem que haja a necessidade de zerar a tela da calculadora ou de anotar seu resultado, para depois dar prosseguimento aos cálculos.

Apresenta-se a seguir a tabela anterior, agora completada com números com 5 casas após a vírgula, para minimizar a propagação do erro e para efeito de comparação entre as colunas propostas nas questões de discussão a serem respondidas pelos alunos.

Usando uma calculadora, complete a tabela abaixo:

a	b	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a-b}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
3	2	3,14626	2,23607	0,31783	1	2,44949	2,44949	1,22474	1,22474
5	3	3,96812	2,82842	0,50402	1,41421	3,87298	3,87298	1,29099	1,29099
17	10	7,28538	5,19615	0,96083	2,64575	13,03840	13,03840	1,30384	1,30384
49	34	12,83095	9,11043	1,16905	3,87298	40,81666	40,81666	1,20049	1,20049
135	121	22,61895	16	0,61895	3,74166	127,80845	127,80845	1,05627	1,05627
68	32	13,90307	10	2,58936	6	46,64761	46,64761	1,45774	1,45774
500	212	36,92090	26,68332	7,80046	16,97056	325,57641	325,57641	1,53574	1,53574
1428	386	57,43577	42,59108	18,14201	32,28002	742,43383	742,43383	1,92340	1,92340
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

Quadro 11 – Tabela da Atividade 4

Pensamos que tal dificuldade com o manuseio da calculadora pode ocorrer, uma vez que os alunos não estão totalmente acostumados com sua utilização e seu manuseio com autonomia requer certo tempo e habilidade. Nesta primeira parte da atividade 4, esperava-se que, ao completar a tabela, o aluno pudesse perceber as relações entre as colunas, notando as igualdades e as diferenças entre os resultados e os radicais.

Ao completar a tabela com a utilização da calculadora, necessita-se ainda atentar para os devidos arredondamentos, de modo que tanto a quantidade de dígitos após a vírgula como o arredondamento sigam uma mesma regra para todas as lacunas, para posterior análise.

No ato de completar a tabela, esperava-se que os alunos percebessem que podem ocorrer alguns erros verificáveis com a calculadora. Era desejo nosso notar modos diferentes de digitação dos dados na calculadora, que geram resultados diferentes para um mesmo cálculo matemático.

No quadro a seguir encontram-se as perguntas relacionadas à tabela anterior:

a) Observe os resultados obtidos na tabela.

- Compare os resultados das colunas I e II. Que relação você acha que existe entre eles?
- Compare os resultados das colunas III e IV. Que relação existe entre eles?
- Compare os resultados obtidos nas colunas V e VI e nas colunas VII e VIII. O que você pode dizer sobre eles?
- Tente expressar as conclusões a que você chegou nos itens anteriores, na forma de uma igualdade ou desigualdade, usando os símbolos que aparecem na primeira linha da tabela.

b) Essas conclusões ainda serão válidas se a ou b forem iguais a zero? O que muda em suas conclusões se $a = 0$? E se $b=0$?

c) Na tabela inicial, você realizou cálculos utilizando a tecla $\sqrt{\quad}$ e depois verificou as relações existentes entre as colunas. Agora, teste, com sua calculadora, se essas mesmas relações valem para as raízes cúbicas ou para outras raízes.

Obs: Registrem os testes realizados com a calculadora, assim como as observações das relações existentes entre as colunas, tanto para as raízes cúbicas quanto para as demais.

(Atividade extraída do livro *Matemática Ensino Médio*, de Kátia Cristina Smole e Maria Inez de Souza Diniz, 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. p 25, v.1.

Quadro 12 – Questões da Atividade 4

Ao responder as questões do item a), esperava-se que os alunos conseguissem verbalizar suas observações sobre os resultados encontrados – iguais ou diferentes – nas colunas, além de escrever suas conjecturas após as discussões realizadas pela dupla de alunos.

Esperava-se também que os alunos formulassem suas conclusões, usando expressões algébricas com igualdades ou desigualdades, chegando à conclusão:

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Nesta atividade, a calculadora foi utilizada como um facilitador de cálculos, quando o aluno estivesse preenchendo as lacunas, para evitar enfadonhas contas, mas também para ajudar o aluno a conjecturar sobre os resultados das colunas.

Esperava-se que os alunos percebessem os casos possíveis de arredondamento, uma vez que não foi determinada a quantidade de casas decimais depois da vírgula; percebessem também que, ao preencher a tabela, os valores obtidos nem sempre são exatos, necessitando do arredondamento e de uma definição em relação à quantidade de casas utilizadas depois da vírgula. Quando necessário, indicou-se que efetuassem novamente os cálculos, retirando dúvidas sobre a igualdade ou a desigualdade da sentença matemática.

Esse fato pode gerar algumas dificuldades, uma vez que, se os valores obtidos não forem iguais ou não possuírem a mesma quantidade de casas decimais, para os casos de multiplicação e divisão, os alunos podem concluir que as colunas com os respectivos cálculos sejam diferentes. Neste momento, o professor, como mediador das discussões, por meio de novos questionamentos, pode conduzir o aluno a pensar as afirmações feitas.

No final desta atividade o professor pode necessitar discutir as observações apresentadas pelos alunos, sanando possíveis dificuldades e analisando todo o desenvolvimento das atividades.

CAPÍTULO 3

Discussão dos dados

Neste capítulo buscamos analisar as atividades de maneira qualitativa, considerando os erros e os procedimentos utilizados na resolução das questões propostas. Utilizamos nomes fictícios, como Paula, Beto e Joana, para indicar algumas falas dos alunos ocorridas durante a atividade. Nos dias de aplicação das atividades estavam presentes 20 alunos e todos desenvolveram as atividades, agrupando-se em 10 duplas no total.

Após a apresentação inicial da atividade, em que distribuímos aos alunos as atividades impressas a serem desenvolvidas – um jogo de atividade para cada dupla, para facilitar aos iniciantes em atividades investigativas, conforme recomendações citadas anteriormente –, propusemos sua resolução.

3.1 Categorias de análise

Dividimos nossa análise em quatro eixos: manuseio da calculadora, erros cometidos, atitude investigativa e dinâmica da sala de aula. Ponte (1999) recomenda, para pessoas iniciantes no trabalho investigativo, poucos eixos de análise do estudo; como este é nosso primeiro trabalho, procuramos identificar os eixos que forneceriam informações pertinentes para a sua melhoria. Em relação ao eixo do manuseio da calculadora, analisamos as dificuldades e as facilidades encontradas na sua utilização em sala de aula, oferecendo aos professores um material de estudo, caso queiram inserir novas tecnologias em suas aulas, com

uma abordagem investigativa. Esperamos conseguir deixar claro como foi a aplicação das atividades, demonstrando a realidade então vivenciada.

No caso do eixo de análise dos erros cometidos, buscamos analisar as dificuldades encontradas em relação aos conteúdos de potências e raízes presentes no nível de ensino em que a sala de aplicação se encontrava, tentando justificar os erros cometidos, assim como propor meios que possam solucionar algumas das dificuldades surgidas. Também analisamos a quantidade de erros das atividades desenvolvidas pelos alunos em cada atividade.

O eixo da atitude investigativa em sala de aula é um dos pontos de maior importância em nosso trabalho, pois é com ele que tentamos transformar nossos alunos em cidadãos reflexivos e atuantes no processo de aprendizagem. Para tanto, analisamos as dificuldades iniciais encontradas pelos alunos no desenvolvimento das atividades, acompanhando a evolução dessa prática reflexiva ao longo de nosso trabalho.

Para o eixo da dinâmica da sala de aula, focamos nossa análise no papel do professor atuando como mediador em aulas investigativas, diante desse novo cenário de desconforto a que investigação matemática pode levar dentro da sala de aula.

3.1.1 Manuseio da calculadora

No desenvolvimento das atividades, percebemos as dificuldades dos alunos em relação à utilização da calculadora, principalmente no manuseio das funções básicas. Nesse momento a atenção do professor, requisitado várias vezes por todos os grupos, chegou a ser insuficiente, em função do tempo e das necessidades dos alunos.

A falta de tempo para dedicar atenção aos alunos e solucionar dúvidas quanto à utilização da máquina nos levou à chamada zona de desconforto: a grande dificuldade encontrada pelos alunos no manuseio da calculadora proporcionou dificuldades inesperadas em relação à atenção do professor aos alunos. Como estávamos com mais de uma pessoa acompanhando a aplicação

da atividade, observamos que o acompanhante, mesmo após a explicação sobre seu papel na sala de aula, muitas vezes foi solicitado para retirar dúvidas quanto ao manuseio da calculadora.

Percebemos que os alunos não tinham o hábito de nenhum tipo de interação com a calculadora – tiveram dificuldade desde ligar e desligar da máquina até efetuar qualquer tipo de cálculo e não deram início à resolução da atividade exploratória com seu equipamento.

Questionamo-nos, assim, perante essa dificuldade inicial de manuseio da calculadora, se, antes de iniciar o desenvolvimento das atividades, a apresentação da calculadora científica teria ajudado os alunos, possibilitando-lhes conhecer e operar melhor a máquina, para que, ao trabalhar com as atividades, tivessem a possibilidade de desenvolver ao máximo suas potencialidades, sem as dificuldades encontradas na manipulação. Entretanto, entendemos que a necessidade de resolução de um problema favorece a compreensão das funções da calculadora.

Porém, no início das atividades, mesmo após explicações, os alunos continuavam encontrando dificuldades na utilização da máquina e pediam constantemente ajuda para a digitação dos números e para efetuar as operações. Como a calculadora era imprescindível para a resolução da atividade, buscamos estimular sua utilização com exemplos semelhantes, que os alunos pudessem relacionar com os exercícios propostos, e assim acompanhamos inicialmente suas digitações.

No caso da calculadora científica, sua tecla de “segunda função” apresentou dificuldades ainda maiores para sua utilização. A quantidade de recursos oferecidos é vasta, porém sem utilidade, se sua utilização não se faz de maneira correta, o que muitas vezes não é de fácil entendimento para um leigo habituado à calculadora e, menos ainda, para os alunos que nunca tiveram a oportunidade de trabalhar com esse recurso tecnológico.

Percebemos que havia a necessidade de maior integração entre o aluno e a máquina; então, chamamos a atenção dos alunos para a explicação sobre os

comandos básicos da calculadora, como por exemplo, o acesso à segunda função da calculadora científica.

Presenciamos um avanço no tratamento das atividades 2 e 3 em relação à atividade 1, uma vez que foi verificado progresso no tocante ao manuseio da calculadora. Vimos, em determinados grupos, por várias vezes, a busca por uma resposta com auxílio da ferramenta e, em outros, certa facilidade de utilização, adquirida na atividade anterior em relação à raiz quadrada, mas dificuldades quando se utilizava a tecla de segunda função, tendo sido necessária a intervenção do professor.

Essa ajuda, na forma de explicação da tecla segunda função da raiz cúbica e do expoente 3, para muitos não foi suficiente. Necessitavam constantemente de um acompanhamento mais próximo, tendo sido necessário trabalhar exemplos com cada dupla de aluno, explicando a correta digitação de valores na calculadora, com a finalidade de evitar erros, sendo estes uma das barreiras constantes para os alunos. Tentamos, durante o desenvolvimento das atividades, discutir os erros e com eles progredir em nossas observações.

Buscamos trabalhar exemplos extras bem simples, exatos e de fácil aprendizagem, como a raiz cúbica de 8, que os alunos tomariam como modelo para o uso da tecla segunda função, a fim de perceber a correta digitação na calculadora. Esses exemplos serviriam para realizar testes e para os alunos caminharem sozinhos na digitação de novos valores a serem pesquisados.

Talvez por ser o mesmo dia de aplicação da atividade 1, após todo trabalho desenvolvido anteriormente, percebemos novamente que a cada momento os alunos tinham dificuldades em manipular corretamente a calculadora, sendo necessárias novas intervenções para apropriarem-se das técnicas necessárias para o desenvolvimento das atividades. Nosso observador relatou que os alunos pareciam não conseguir acumular conhecimentos, eram imediatistas, porém acreditamos que o desenvolvimento das três atividades no mesmo dia não favoreceu a compreensão e a aplicação desses conhecimentos de forma satisfatória.

Durante o desenvolvimento da atividade 2, os alunos foram tomando maior conhecimento das funções da calculadora na busca de resultados e do papel que ela pode representar dentro da sala de aula para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos. Vários alunos verbalizaram o gosto por sua utilização, que aguçou a curiosidade pelas funções de outras teclas.

A atividade 3 propunha uma generalização para os conceitos de potências e raízes, inserindo a tecla da função enésima de raiz e potência. Percebemos que somente alguns alunos ainda tiveram dificuldades para o uso adequado da calculadora científica, não conseguindo digitar ou lembrar-se da ordem correta, tendo o professor de auxiliá-los, retomando esse conhecimento.

Pensamos que pudesse ser comum essa ocorrência nesse momento, dadas as dificuldades encontradas no início de nosso trabalho com a raiz quadrada, e também por nunca terem utilizado essas teclas, necessitando de tempo para adaptarem e incorporarem essa habilidade a sua rotina de trabalho.

Nesse mesmo dia, muitos alunos já demonstravam, nessa atividade, certa curiosidade e motivação na busca pelo método correto de digitação e utilização da calculadora, propondo-se a sair da monotonia de espera pela resposta ou pela intervenção do professor e tentando achar possíveis regularidades dentro das atividades.

Na atividade 4, no segundo dia de aplicação, os alunos inicialmente tiveram dificuldades em interpretar a expressão algébrica da parte superior da tabela e, depois, em operar com a calculadora para determinar o valor discriminado nas colunas. Essa dificuldade pode ter ocorrido provavelmente por nunca terem efetuado esse tipo de cálculo com a referida ferramenta.

Com o passar do tempo, tomando por base as atividades anteriormente trabalhadas e já com certa familiarização na utilização da calculadora científica, os alunos conseguiram manipular a máquina de calcular para resolver as questões.

Demoraram longo tempo, mais do que o previsto, para completar a tabela, argumentando quão cansativo estava completar, e o professor, discutindo sobre a

atividade, instigava, perguntando como seria se não tivessem a calculadora para efetuar as contas, obtendo como resposta que já teriam desistido.

Pudemos observar que os membros das duplas interagiam alternadamente entre as respostas e a efetuação dos cálculos com a calculadora; portanto, todos os alunos manusearam a máquina, havendo integração dos conhecimentos. Verificou-se esta alternância de papel no grupo: um aluno orientando o outro, tanto na escrita das respostas como na digitação dos dados com a calculadora.

Na verdade, a todo tempo solicitavam ajuda para a digitação dos dados, sendo esta a maior dificuldade encontrada, como também afirmou nosso observador: *“A dificuldade maior é usar a calculadora, fazer os cálculos”*.

Auxiliamos os alunos a manusearem corretamente a calculadora, muitas vezes realizando atendimento individual, com a intenção de sanar dificuldades específicas de cada dupla.

Percebemos, em relação à dificuldade de utilizar a calculadora, que muitas vezes buscavam no professor “detentor do saber” a resposta que validasse alguma conjectura ou esperavam que partisse dele o caminho a ser trilhado para a resposta correta, o que é típico de aulas tradicionais, nas quais o professor é, possivelmente, praticamente o único a refletir sobre uma resposta obtida.

Em nosso caso investigativo, propusemo-nos a colaborar de forma mais próxima aos alunos, com a finalidade de evitar dificuldades maiores, pois não estávamos acostumados a desenvolver atividades com essa abordagem.

Quanto à calculadora, a tecla de raiz e a de potência tinham sua distribuição pelo teclado da calculadora de maneira a facilitar o entendimento e a visualização da relação de operações inversas, para sua utilização nesses cálculos, uma vez que suas teclas eram muito próximas, mas nossos alunos não se reportaram a essa visualização.

Em nosso trabalho presenciemos alunos com dúvidas em relação ao ponto e a vírgula encontrados na calculadora, não sabendo diferenciar sua aplicação, o que gerava erros nas digitações e na validação de resultados.

O professor, para evitar erros, argumentou que o ponto encontrado em nossa máquina de trabalho é a vírgula que encontramos em nossas situações diárias, mas salientou que há máquinas que trazem a vírgula como é utilizada usualmente.

Cada calculadora traz consigo tecnologias diferentes às quais temos de nos adaptar, e essas variações de ferramentas, com que a cada momento nos deparamos, forçam-nos a adaptar-nos a esse manuseio, fazendo lembrar dos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002), que afirmam que, por si só, o uso das tecnologias justifica seu emprego para a obtenção de conhecimentos.

Outra observação importante foi o aparecimento da mensagem de erro na calculadora, quando se calculava a raiz quadrada de número negativo, verificada na fala de Paula, que salientou o aparecimento da mensagem de erro da calculadora ao fazer esse cálculo.

Nesse caso, o professor interagiu, diagnosticando que essa mensagem é o modo com que a calculadora indica a inexistência de alguma conta, e incentivou a busca de um número que, multiplicado por ele mesmo, tivesse como resultado um número negativo. Após várias tentativas, chegaram à conclusão de que não havia tal número, o que os levou a concluir sobre a mensagem de erro anterior.

Em nossa sala de experimentação, nossos alunos conheciam as calculadoras simples e as encontradas em celulares, mas muitos também tinham dificuldades em manuseá-las; uma das alunas possuía uma calculadora simples com as quatro operações, e insistia em fazer ali alguns cálculos. Após certo tempo, verificou que sua máquina não conseguia resolver todos os cálculos necessários para o desenvolvimento das atividades, e assim começou a fazer uso da calculadora fornecida pelo professor.

Podemos fazer um paralelo desse caso da relutância dos alunos em sair de sua rotina de trabalho, onde tudo acontece dentro do previsto, com a resistência dos professores em inserir novas tecnologias no ensino, que os tiram do lugar em que estão acostumados a trabalhar, a zona de conforto. A aluna provavelmente relutava em usar uma nova máquina porque utilizava a sua regularmente, tinha certa intimidade com ela, que lhe passava confiança, sendo que a nova exigiria

um período de adaptação e a aluna não teria tanta confiança em sua manipulação – era o medo do novo.

Em relação aos erros na utilização da calculadora, nosso papel foi tentar sanar essas dificuldades, uma vez que esses erros nada mais são do que uma ponte para nossa reflexão, com a finalidade de efetuar posteriores melhoramentos em nossas atividades e na conduta de sala de aula. O objetivo era superar essas dificuldades de manuseio e promover o conhecimento da ferramenta, suprimindo as necessidades para atingir o melhor resultado possível.

Concordamos com Feltes (2007, p. 74), quando se reporta aos conhecimentos dos alunos em relação a determinadas situações de aprendizagem:

acredito que a Matemática admite falhas na construção dos conhecimentos e que os alunos podem construir suas estratégias de resoluções através de acertos e erros, para que se convençam de que, em suas falsas generalizações (estratégias inventadas), eles passam por obstáculos ainda não superados, por conhecimentos ainda não totalmente construídos, como os conceitos e as propriedades, em que não houve uma consolidação do conhecimento, uma apropriação por parte do sujeito. Não basta dizermos quais são os caminhos corretos e qual é o caminho que nossos educandos devem percorrer em suas estratégias para a superação de seus próprios erros. Mas é necessário que o aluno reconheça suas dificuldades, que os seus conhecimentos ainda são insuficientes, pois só assim ele perceberá que, se insistir nas estratégias erradas, continuará tendo dificuldades e não chegará a conhecer o que a comunidade escolar considera como saber básico.

Verificamos, pelo desenvolvimento de nossas atividades, que os alunos tiveram um avanço na questão do manuseio da calculadora, tendo obtido, mais ao final do trabalho, das atividades, maior domínio, mas não percebemos casos aparentes de utilização da calculadora como um dos meios para solucionar dificuldades; parecem não ter buscado em seus recursos estratégias que pudessem auxiliar no desenvolvimento do trabalho. Pensamos ser necessário maior tempo de adaptação e de relação com a calculadora, para que possamos desenvolver em nossos alunos estruturas de nível superior de aprendizagem.

Em nossas atividades ficou claro um dos papéis que a calculadora pode desenvolver em sala de aula: facilitadora de cálculos. Também percebemos que os alunos não notaram a diferença que poderia ocorrer no caso de digitar separadamente as raízes, para depois realizar os cálculos pedidos nas tabelas: nenhum dos alunos verbalizou essa possibilidade; assim também, nosso observador nos relatou que nenhum aluno percebeu a diferença que poderia ocorrer com os valores, se não utilizassem a memória da calculadora.

Como esperávamos, observamos que nossos alunos deram um valor muito alto à questão da utilização da calculadora como ferramenta de resolução de contas, pois não estavam acostumados a conjecturar, fazendo uso dessa ferramenta para buscar regularidades que lhes permitissem refletir sobre os conteúdos.

3.1.2 Erros cometidos

Em nossas atividades visualizamos nos alunos a fragilidade dos conceitos referentes a potências e raízes. Percebemos inicialmente que não tinha havido uma aprendizagem consistente desses conceitos ao longo das séries anteriores, uma vez que os alunos não conseguiam demonstrar tais conhecimentos por meio da escrita ou mesmo por verbalização oral.

A fragilidade ficou mais aparente no desenvolvimento das atividades quando foi necessária a percepção de operação inversa, para facilitar os cálculos e completar a tabela proposta.

Essa dificuldade detectada pode ser atribuída ao fato de não ter sido desenvolvida a noção de operação inversa entre raiz e potência, mas também pode ser inerente ao fato de os alunos não terem o hábito de refletir para a resolução de uma atividade e de não utilizar todos os recursos disponíveis para sua resolução, um deles, a calculadora.

De acordo com Feltes (2007), para compreender a falta de interesse diante das dificuldades encontradas em nossas atividades, podemos entender o erro, em

nossas atividades, como resultado do despreparo e da falta de base de nossos alunos em séries anteriores, nas quais foram trabalhados esses conteúdos.

Segundo esse autor, os erros, em atividades do Ensino Médio, não são diferentes dos do Ensino Fundamental e, ao analisar erros de alunos do Ensino Médio, considera-se que uma das causas para essas dificuldades seja o excesso de memorização em séries anteriores do Ensino Fundamental, em detrimento da exploração do raciocínio. Com o passar do tempo, o esquecimento do conteúdo que foi apenas memorizado geralmente ocorre. Se o aluno tivesse passado por reflexões significativas nas séries anteriores do Ensino Fundamental, pode ser que tivesse uma maior retenção dos conteúdos e possivelmente as dificuldades encontradas no Ensino Médio seriam menores.

Zunino (1995, apud FELTES, 2007, p. 64) refere-se à falta de compreensão do enunciado do exercício: “devemos levar em conta qual é o grau de complexidade das noções e relações que estão implicadas no enunciado, assim devemos favorecer a discussão entre os alunos sobre estas dificuldades”.

Notamos inicialmente, nas atividades desenvolvidas pelos alunos, diversos erros e levamos em conta em nossa correção uma Matemática absoluta, que não tem espaço para o erro. Refletindo posteriormente sobre modos diferentes de interpretação para um mesmo enunciado, notamos que havia respostas que poderiam ser mais bem elaboradas e discutidas pelo professor, dado o grau de complexidade das atividades propostas para os alunos.

Feltes (2007, p. 76) nos diz que:

Existem duas visões sobre a análise de erros em Educação Matemática, não rigidamente separadas. A primeira, que aponta para a remediação dos erros, parte da expectativa de se alcançar uma verdade absoluta, para evitar os erros. A segunda visão, em que os erros são aceitos como pontos de partida para explorações, apóia-se em uma concepção falibilista da Matemática, em que se admitem falhas e erros, mas por meio deles se pode construir o conhecimento.

Esse autor pressupõe uma abordagem que considera os erros na Matemática como um meio para construir a aprendizagem. Pensamos que seria interessante que nossos alunos pudessem conjecturar ao longo de sua

aprendizagem, podendo aprender ao analisar seus próprios erros, construindo conhecimentos.

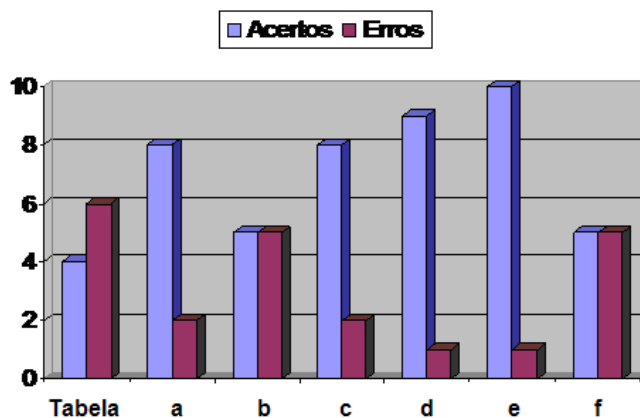
Segundo Cury (2006, apud FELTES, 2007, p. 72):

A partir dos resultados da investigação, podemos elaborar estratégias de ensino e auxiliar os alunos a superarem suas dificuldades no conteúdo em questão e a construir um saber matemático condizente com o nível de ensino em que se encontram.

Podemos dizer, então, que, dependendo de como encaramos os erros encontrados, podemos analisar e construir caminhos para que os alunos possam tentar sanar possíveis dificuldades. Em nosso caso, buscamos discutir os resultados encontrados e aqui propor possíveis alterações, com a finalidade de facilitar o desenvolvimento dessas atividades.

A seguir encontramos o gráfico da atividade 1, com a quantidade de erros e acertos:

Gráfico da atividade 1



Quanto ao preenchimento da tabela da atividade 1, podemos verificar que os erros cometidos são mínimos, podendo ser gerados ocasionalmente por falta de atenção ou por falta de interpretação dos enunciados. O professor, atento ao desenvolvimento, acompanhava a resolução das atividades, propondo novas considerações de análise das respostas, e o que se presenciava era o reconhecimento, pelos alunos, de respostas certas e sua observação ao professor, mas pudemos comprovar alguns erros em suas atividades, mesmo após várias discussões.

Verificamos que quatro duplas apresentaram erros na quantidade de casas decimais após a vírgula, de acordo com o enunciado proposto, por não aproveitarem o total de casas recomendado ou por não efetuarem um arredondamento. E, dentre esses erros, encontramos em três duplas erros de representação dos cálculos obtidos na tabela.

Nas respostas dos itens *a*, *b*, *c*, *d*, *e* e *f* observamos que os erros, em sua maioria, foram possivelmente cometidos por falta de interpretação e de reflexão dos enunciados ou por falta de hábito dos alunos de escrever seus conhecimentos, traduzindo-os em linguagem matemática. Muitas vezes, observamos que, no contato durante o desenvolvimento da atividade, o aluno emitia as respostas corretas oralmente em cada um dos itens acima, mas, no momento de traduzi-las por escrito, não o conseguia e acabava por desistir, mesmo após forte insistência do professor em incentivar suas respostas tal qual dizia oralmente.

No item *b*, observamos que os erros foram cometidos puramente por falta de hábito de observação e de reflexão para determinar a resposta correta da atividade; também verificamos, em algumas dessas atividades, a falta de interpretação dos dados obtidos na tabela, uma vez que o professor mediou a discussão das atividades, e provavelmente os alunos teriam respondido adequadamente às perguntas.

No item *f*, a grande quantidade de erros cometidos reflete como nossos alunos se encontram quanto ao conhecimento de potências e raízes e à noção de operação inversa.

De acordo Alves (1980, apud FELTES, 2007, p. 64), assim podemos pensar em relação aos erros citados acima:

O aluno não entendeu bem o conceito de potência e raiz quadrada. Mas é o caso de perguntar desde quando esse aluno “tem” o conceito é necessário que, com frequência, façamos um inventário da bagagem conceptual que carregamos. E eu descubro que há muitos conceitos que estão aí e que ou não significam nada, realmente, ou se desgastaram, pelo uso. E quando o uso os desgastou, é necessário que se lhes imponha uma quarentena de silêncio para que o seu sentido seja recuperado.

Percebemos que conhecimentos que os alunos não incorporaram em sua vida logo caem no esquecimento, necessitando ser novamente reestruturados; portanto, talvez com essa investigação possamos dar uma maior contribuição para a formação dos alunos.

Alves (1980, apud FELTES, 2007, p. 62), em relação à falta de estudo, ao despreparo dos alunos e às dificuldades de aprendizagem, diz:

a economia pragmática e libidinal do corpo só retém os conceitos que funcionam como extensão de si mesmo ou que tenham uma função lúdica: eficácia e prazer. O que é imediatamente experimentado não precisa ser ensinado nem repetido para ser memorizado.

Percebemos que a aprendizagem se efetua quando o educando é exposto a situações de aprendizagem que o colocam em uma real situação de aplicação ou quando ele percebe a finalidade de aplicação dos conhecimentos, assim como verificamos em Moran (apud FERNANDES e REALI, 2005) que aprendemos quando sentimos prazer no que estudamos e na forma de o fazer.

Ainda de acordo com Feltes (2007), os alunos têm dificuldades de resolver problemas pelo fato de, muitas vezes, não só desconhecer as estratégias de resolução, mas, especialmente, por não dominar as operações e as propriedades.

Durante a resolução da atividade 2, notamos que havia alunos que não tinham conhecimento ou não se recordavam da raiz cúbica, uma vez que perguntavam ao professor o que seria raiz cúbica. Este precisou retomar noções básicas desse conteúdo em lousa, explicando-as por meio do exemplo do volume de um cubo cuja raiz cúbica determinaria a medida de sua aresta (largura, comprimento e altura); portanto, a raiz cúbica de um número seria, por exemplo, uma das arestas desse cubo.

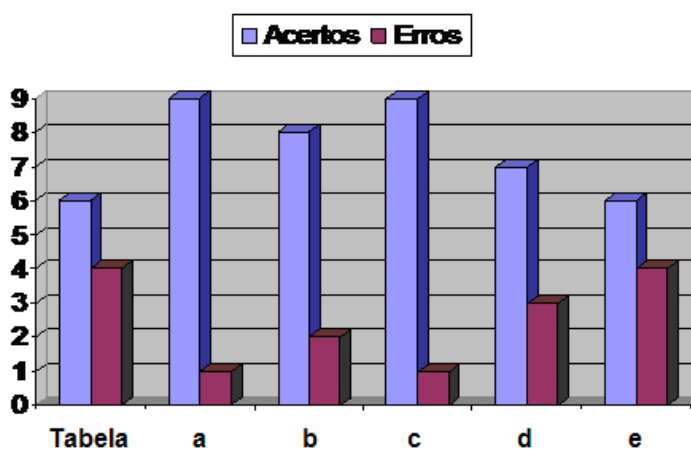
Notamos, em relação a esse conteúdo, que alguns alunos tiveram dificuldades em perceber a existência da raiz de um número negativo, o que os levou ao erro, à anotação de sua inexistência. Esse erro pode ser comparado com as respostas encontradas na atividade 1: os alunos possivelmente fizeram um paralelo entre as atividades e não tentaram elaborar ou sequer testar na calculadora a existência dessa raiz.

Percebemos tal fato, durante o desenvolvimento da atividade, pelas perguntas feitas ao professor, quando os alunos pretendiam desenvolver a atividade de acordo com a atividade 1, sem se dar ao trabalho de validar as respostas. O professor precisou instigar e preparar os alunos para a verificação das respostas com a utilização da calculadora.

O fato de termos distribuído as atividades 1, 2 e 3 juntas pode ter contribuído para levar ao erro, pois os alunos podiam ter julgado serem iguais. Podemos, nesse caso, ter induzido ao erro, uma vez que os índices não chamavam a atenção para os referidos cálculos.

A seguir, trazemos o gráfico de nossa análise, observando um avanço tanto na quantidade de erros como nas respostas dadas pelos alunos, quando comparados com os resultados da atividade 1. Pensamos estar dando os primeiros passos em direção à construção do aluno investigador.

Gráfico da atividade 2



Nesta atividade, nos itens *a*, *b*, *c*, *d* e *e*, cujas respostas geralmente não satisfaziam totalmente o que era esperado, mas revelavam algum conhecimento, encontramos poucos erros em nossa análise inicial. A quantidade de erros ficou em torno de dois em cada questão, os quais, em nossa observação, foram gerados pelo fato de os alunos não terem interpretado adequadamente os enunciados das atividades ou pela falta de paciência no seu desenvolvimento durante a aula: os alunos, mesmo após instigados, não manifestavam uma resposta adequada.

No item *e*, em que a quantidade de erros foi um pouco maior em relação aos itens iniciais desta atividade, a causa pode ter sido a falta de reflexão dos alunos ou ainda o fato de não terem desenvolvido suficientemente a noção de operação inversa. Foi possível, porém, verificar uma pequena diminuição em relação à quantidade de erros cometidos na atividade inicial.

Notamos, nesta atividade, determinada familiarização com a calculadora e também certo grau de conhecimento proposto sobre as operações inversas entre potências e raízes, como percebemos na fala do aluno Beto: *“Professor, agora que eu entendi como digita os números na calculadora, e uma conta é o contrário da outra”*.

Na atividade 3, verificamos certa melhora de rendimento de nossos alunos ao longo do desenvolvimento das atividades propostas, tendo diminuído a quantidade de erros cometidos ao completar a tabela. Notamos, na atividade 1, em quatro duplas, três erros quanto à quantidade de casas decimais; três de representação de um número em forma de potência de expoente 3; e somente encontramos um único erro na resolução dos cálculos com a calculadora.

O item *a* teve maior quantidade de erros em toda atividade; tal fato pode ter ocorrido porque os alunos tinham de comparar os resultados obtidos em sua atividade com os de seus colegas, com a finalidade de validar a existência ou não de raízes de índices pares e ímpares.

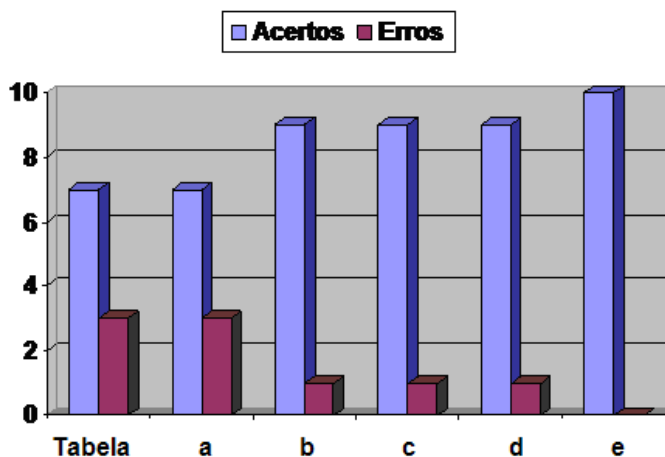
No caso do item *b*, tivemos um erro, possivelmente gerado pelo erro encontrado na resolução da tabela, propagando-se na resposta da atividade subsequente.

Nos itens *c* e *d* encontramos uma das atividades em branco, sem qualquer vestígio de resolução e, quando perguntado sobre o motivo de não terem respondido, disseram que acabaram se esquecendo dela, durante a resolução das demais atividades.

Na última questão não encontramos nenhum erro; nesta atividade, que praticamente não necessitava de linguagem escrita para traduzir seus conhecimentos, saíram-se melhor, demonstrando ter maior domínio no uso da calculadora, na busca dos resultados e na compreensão dos enunciados.

A seguir, expomos nosso gráfico com a quantidade de erros em cada item, para uma melhor visualização da quantidade de acertos e de erros desta atividade.

Gráfico da atividade 3



Segundo Feltes (2007, p. 72), podemos nos levar a dizer, em relação à diminuição de erros encontrados:

Quando o professor se apropria das soluções encontradas pelos alunos e faz a reflexão em cima dos caminhos que os levaram a chegar naquele ponto, ele está agindo de forma a não remediar, evitar, erradicar os erros, mas a desconstruir todo um processo de construção de conceitos inadequados e, a partir deles, construir novos conceitos.

Percebemos aqui um avanço na questão da quantidade de erros encontrados: houve uma diminuição significativa, o que permite dizer que realmente nosso aluno necessitava de maior tempo de adaptação para aulas investigativas e que passou a melhor refletir e propor suas conjecturas.

Na atividade 4, analisando seu rendimento, verificamos que três duplas, das dez existentes, continham tabelas com erros. Dentre esses erros, observa-se um único que, ao completar uma das lacunas, pode ter sido gerado por erro de escrita ou por engano nos valores, quando estes foram inseridos na calculadora, em uma dupla cujas demais respostas se encontravam corretas.

Também encontramos três erros em tabelas em que os alunos não preencheram adequadamente as lacunas, o que dificultou a comparação entre as

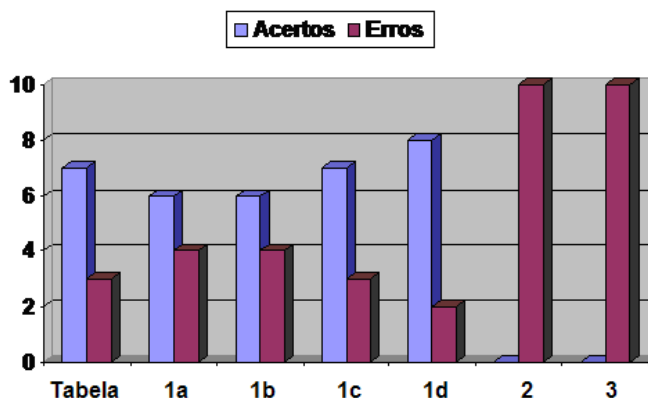
colunas. Esse tipo de erro nos aponta uma deficiência em nossos alunos: somente desenvolvem adequadamente quando orientados e não conseguem refletir e traduzir de forma satisfatória os resultados para comparação. Nesse caso, o professor não notou tais erros durante o processo em sala de aula e, portanto, não houve meios de transformá-lo numa discussão que agregasse novos conhecimentos.

Na questão 1a, verificamos quatro erros, somente um justificado pela falta de comparação entre as respectivas colunas; os demais três erros foram gerados pelas atividades em que os alunos não conseguiam desenvolver adequadamente a tabela. Em relação à falta de comparação, o mesmo ocorreu com as duas questões posteriores, 1b e 1c, porém as respostas encontradas denotavam certo domínio sobre aquele conteúdo, tendo faltado expressar melhor seus conhecimentos. Pode ser que, se trabalharmos com mais atividades desse tipo, possamos incentivar a escrita matemática com argumentos próprios dos alunos.

Na questão 1d tivemos dois erros que, comparados com os das questões anteriores desta atividade, podem ser explicados pelo fato de esta questão trabalhar somente a expressão algébrica, não tendo sido necessário explicar por escrito a resposta. Mesmo os alunos que não completaram adequadamente a tabela, nesse momento conseguiam chegar às conclusões adequadas.

Podemos verificar, no gráfico a seguir, dado o número de erros encontrados nas respostas para as questões discursivas, principalmente nas questões 2 e 3, que nossos alunos tiveram um pouco de dificuldade no desenvolvimento desta atividade.

Gráfico da atividade 4



Percebemos, pela tabela, que 70% dos alunos conseguiram concluir as semelhanças entre as colunas de multiplicação e divisão e as diferenças entre as colunas de adição e subtração, realizadas com raízes quadradas.

Na questão 2, tivemos apenas uma dupla que buscou responder essa questão em sua plenitude, mas não conseguiu explicar adequadamente. A maioria dos alunos não conseguiu interpretar essa questão, nem sequer buscou outros meios para resolução.

Na questão 3 ocorreu um fato curioso: mesmo não tendo nenhum acerto, observamos que somente uma dupla não tentou responder e não buscou comparar, nem desenvolver métodos alternativos de solução. Mas tivemos oito duplas que buscaram algum método de solução e de comparação com a calculadora, registrando suas experiências. Dessas oito, duas validaram somente a raiz cúbica e duas, somente a raiz quarta, esquecendo que o enunciado pedia para validar para qualquer índice par ou ímpar. Mesmo assim, notamos avanço na questão investigativa de nossos alunos, que tentaram desenvolver atividades com a utilização da calculadora, buscando conjecturas que viessem ao encontro das atividades, para responderem as questões.

Ao final desta atividade, discutimos e refletimos sobre ela, descobrindo que nossos alunos a acharam muito cansativa e repetitiva. Pensamos que uma quantidade menor de valores bastaria para que pudessem efetivar a comparação, otimizando o tempo de resolução da atividade, tornando-a mais atrativa, principalmente para séries de ensino mais avançadas, que têm maior noção desse tipo de conteúdo.

Também poderíamos propor, para o enunciado das questões, a confecção de novas tabelas ou qualquer outro meio de verificação de resultados que pudesse levar os alunos à reflexão, instigando-os a criar novas formas de conjecturas.

3.1.3 Atitude investigativa

Supúnhamos que a facilitação dos cálculos com a utilização das calculadoras aliviaria os cálculos a serem realizados com esse recurso e que os alunos buscariam refletir sobre as atividades, podendo assim dar prioridade ao raciocínio e à elaboração de conjecturas sobre as atividades propostas, o que não ocorreu inicialmente, mesmo após todo incentivo do professor.

Percebemos o imediatismo, em muitos de nossos alunos, em relação ao manuseio da calculadora, uma vez que não buscavam testar algum cálculo para verificação de resultados e requisitavam o professor a todo instante para solucionar essas dificuldades. A este cabia, então, contornar essas situações, mediando com perguntas que favoreciam a reflexão e a elaboração de conjecturas.

Notamos nos alunos, como havíamos previsto, a falta de hábito de testar na calculadora suas observações para verificar conjecturas, precisando o professor, a todo instante, incentivar a utilização da calculadora nesse sentido.

Nossa observação e nossos contatos com os alunos permitiram constatar essa falta de atitude investigativa: vários comentários sobre dúvidas em contas simples, como a raiz de zero, não foram seguidos da atitude de testar na calculadora para verificar o resultado – buscaram no professor a validação de suas possíveis conjecturas. O mesmo ocorreu em relação à raiz do número 1: foi necessário incentivar a utilização da calculadora para verificação do resultado.

A dificuldade dos alunos em manipular valores com a utilização da calculadora também deixou claro que, apesar de terem conhecimento de tal conteúdo, não conseguem desenvolver e não têm condições de, mesmo com a calculadora, tentar buscar um método de resolução para lembrar-se das operações com radicais.

Transcrevemos abaixo um pequeno trecho de um diálogo ouvido em uma dupla cujas atividades acompanhamos:

- *É tudo elevado a dois, certo!*
- *Um número elevado ao quadrado dá o valor de dentro da raiz.*
- *Um número ele vezes ele mesmo!*
- *Nós somos idiotas, com o resultado aqui, fica procurando o resultado.*
- *O resultado está dando igual aqui, só é aproximado.*
- *A relação entre a segunda e a quarta coluna é que na 2ª tem que colocar elevado ao quadrado.*

Podemos perceber nessa dupla de alunos uma origem do espírito investigativo, pois puderam verificar, com sua análise, relações entre as colunas da tabela; de tal relação, não explicitada na conversa, pode-se deduzir já um encaminhamento do entendimento de operação inversa entre as raízes e as potências.

A falta de atitude de nossos alunos pode ser inerente a um estudo mecanizado, no qual o professor é o detentor do saber, controlando a sala de aula e ministrando aulas de forma tradicional. Como a mecanização ao estudar determinados conteúdos não desenvolve estruturas de raciocínio, posteriormente, ao serem requisitados para sua ampliação, os alunos passam a não se lembrar desses conteúdos ou estes deixam de existir.

A noção de operação inversa dificultou o preenchimento da tabela, uma vez que os alunos não atentaram para as relações entre as colunas, o que talvez possa ter ocorrido por falta de experiência no desenvolvimento desse tipo de atividade, como nosso observador nos declarou: *“Os alunos não analisam os resultados obtidos na tabela, não conseguem observar as regularidades”*. Isso denota, mais uma vez, a falta de um aluno reflexivo e atuante em seu aprendizado.

Quanto ao arredondamento das respostas obtidas, os alunos não tinham nenhum tipo de regularidade, inicialmente, como nas atividades 1 e 2. Com o desenvolvimento das atividades, verificamos que os alunos passaram a adotar regras de arredondamento, pelo menos com igualdade de casas após a vírgula, para que o confronto com atividades de outrem pudesse ser efetivamente realizado com mais confiabilidade.

Na atividade 4, seria necessário aos alunos realizar certos arredondamentos, em função da quantidade de casas decimais em determinadas situações, para facilitar as devidas comparações posteriores. Percebemos que alguns alunos realizavam arredondamentos diversos, uma vez que nessa atividade não delimitamos a quantidade de casas após a vírgula; assim, a quantidade de casas decimais após a vírgula poderia variar em cada lacuna da tabela.

Nessa atividade, houve alguns casos em que os alunos precisaram de ajuda do professor para realizar as comparações entre as colunas da tabela, sendo que, no momento de efetuar os cálculos, não tinham arredondado os valores com a mesma quantidade de casas após a vírgula. Portanto, não conseguiram chegar à conjectura sobre igualdade ou desigualdade entre as colunas e, conseqüentemente, tampouco entre as operações das raízes; foi necessário, portanto, orientá-los com as perguntas referidas ao longo de nossa dissertação “Será que?...”, promovendo maior discussão entre as duplas.

Como afirma Feltes (2007, p. 13):

Quando o professor destaca ou questiona o educando para que aponte onde está o erro na solução, muitos estudantes não sabem analisá-lo e nem todos conseguem destacá-lo, mostrando que não conseguem refletir sobre sua aprendizagem. Aqui transparecem seus problemas iniciais de alfabetização matemática, pois apresentam dificuldade de dialogar sobre um determinado conteúdo, em que poderiam aparecer as dúvidas, as perguntas e as justificativas sobre as soluções encontradas. Essa forma de questionar o aluno, de fazê-lo refletir sobre sua maneira de resolver as questões não está acontecendo em nossas salas de aula, o que acarreta diversas dúvidas na aprendizagem de conteúdos e possíveis novos erros matemáticos.

Muitas vezes foi sugerido aos alunos que descobrissem o erro cometido com o arredondamento e realizassem novamente os cálculos de verificação dos resultados obtidos, para adequação dos valores. Nesse momento, os alunos repetiam os cálculos e rapidamente atentavam às suas resoluções, buscando o conhecimento e as regularidades esperadas da atividade.

Quanto às respostas das questões escritas, podemos perceber que houve um avanço, se compararmos a primeira com a segunda atividade, em razão da semelhança entre as questões.

Ao notar tal fato, os alunos por diversas vezes verbalizaram, questionando se as perguntas eram as mesmas da atividade 1, e, olhando as respostas dadas, verificamos que os alunos responderam sem refletir sobre as questões, muitas vezes dando respostas iguais às da atividade 1.

As atividades 1 e 2, de potência e índice 2 e 3, respectivamente, tinham o intuito de gerar uma discussão, mas ninguém, em momento algum, sequer perguntou se as regularidades percebidas para o índice 2 ou 3 valiam para as demais raízes e índices, como havíamos previsto. Nesse caso, ao analisar nossas atividades, penso que poderíamos ter proposto, ao final da atividade 2, uma questão de discussão a respeito dessa reflexão, vindo ao encontro do início da atividade 3.

A discussão realizada entre os grupos, na atividade 3, para comparação de resultados das potências e de raízes de índices pares e ímpares possibilitou a construção de conhecimento e a verificação de regularidades e gerou discussão e conseqüente reflexão sobre o conteúdo entre os membros do grupo. Mostrou-se muito produtivo o resultado, visto que nenhum grupo errou a tabela nem as respostas a ela relacionadas.

Notamos também, no desempenho geral de desenvolvimento das três atividades iniciais, um avanço dos alunos quanto às respostas dadas: acertaram mais questões do que nas atividades anteriores. Verificamos que, na atividade 3, os alunos tiveram uma quantidade muito pequena de erros, se comparados aos das atividades 1 e 2.

Percebemos também, na atividade 3, que somente três duplas apresentaram pequenos erros na resolução da tabela. Destes, dois ocorreram na quantidade de casas decimais; dois foram erros de representação e dois foram erros nos cálculos com a calculadora, o que podemos considerar comum, dada a falta de experiência de nossos alunos nesse tipo de atividade.

Esses erros podem ser oriundos da falta de atenção dos alunos nos dois casos iniciais, mas, no terceiro, pode ser resultado da falta de compreensão da utilização da calculadora na resolução de cálculos com raízes enésimas. Como já foi dito anteriormente, nossos alunos não haviam tido nenhum contato com a

calculadora e necessitavam de maior tempo de contato para familiarização, bem como de um pouco mais de autonomia para conseguir refletir sobre as atividades e desenvolver uma atitude investigativa.

Segundo Rico (1995, apud FELTES, 2007, p. 74):

o aparecimento de erros nas produções dos alunos acontece por várias causas, entre elas, as concepções inadequadas sobre os aspectos fundamentais da Matemática, resultados de utilização de procedimentos imperfeitos que, às vezes, não podemos reconhecer ou exemplos de métodos e estratégias inventadas, não formais mas originais, para solução de alguns problemas propostos.

Podemos supor que os erros encontrados em atividades possam ser traduzidos como o indício da ausência de autonomia ou de atitude investigativa, e as respostas inadequadas ou incompletas, como o surgimento da prática reflexiva em um aluno. Por exemplo, verificamos em um diálogo com um aluno a presença de determinado conhecimento, mas ele não consegue se traduzir para o papel em conjecturas.

Percebemos também que os alunos notaram a diferença entre números inteiros, decimais exatos e aproximados. Conceitos básicos que, não trabalhados em sala de aula, muitas vezes podem fazer diferença em determinada atividade de aplicação. Notamos tal fato pela fala de Joana: *“Professor, esse número vezes ele mesmo dá o resultado certinho. Mas esse aqui que arredondei vezes ele mesmo não dá o valor inicial”*.

Também podemos notar que essas conjecturas foram percebidas em falas dos alunos, muito parecidas com a da aluna Paula: *“Professor, esse número aproveita quantas casas após a vírgula? Ele não é exato! E aqui? Esse número aproveita tudo!”*

Podemos perceber, nessas falas de alunos, exemplos de entendimento em relação a números inteiros, decimais exatos e aproximados.

Também notamos a verificação de um grupo em relação à raiz de índice par, que dizia: *“Não tem raiz quarta de um número negativo, pois é um número par de multiplicações”*.

Quanto à raiz de índice ímpar, observamos comentários do tipo: “A raiz ímpar vai ter sempre raiz, porque sempre existe um número multiplicado por ele mesmo, em números ímpares de fatores, dá um número negativo”.

Alguns alunos chegaram à conclusão que gostaríamos que a maioria tivesse alcançado: perceberam a existência de raízes de índices ímpares para qualquer valor e a inexistência de raízes de índices pares para números negativos. Notamos, já na atividade 3, uma postura mais reflexiva na elaboração de conjecturas, fator principal da atitude investigativa que buscamos em nosso trabalho.

No início da atividade 4, os alunos sentiram dificuldade em trabalhar com as expressões algébricas da tabela. Tinham dificuldades em entender a finalidade daquela atividade com tantas contas, mas, com o passar do tempo e ao responder as questões discursivas, passaram a compreender seu objetivo.

Ao final desta atividade, para realizar as comparações, tiveram ainda um pouco de dificuldade em trabalhar com expressões algébricas e comparar colunas ou, até mesmo, em buscar respostas sozinhos, sem a ajuda do professor, uma vez que não estavam acostumados a desenvolver suas próprias conjecturas, tampouco a organizar dados para verificar regularidades e analisar possíveis semelhanças ou diferenças entre as colunas.

Ao concluírem sobre as relações entre as colunas, ficaram receosos quanto à forma de representar a resposta, tendo sido preciso argumentar e incentivá-los a ler novamente os enunciados e fazer nova inferência a partir de suas observações em relação à forma de representação.

De acordo com Hoch e Dreyfus (2004, apud FELTES, 2007, p. 57):

referem-se ao “sentido da estrutura”, mencionando uma habilidade de reconhecer uma expressão ou sentença algébrica como uma estrutura previamente encontrada. Os alunos desta pesquisa parecem ter, portanto essa habilidade, porém seu problema está localizado nas dificuldades com as propriedades da potenciação e radiciação.

Assim como no estudo citado acima, nossa pesquisa demonstrou haver entre os alunos maior envolvimento quando apresentou expressões algébricas

para trabalhar, mas, mesmo assim, houve dificuldades na resolução e na compreensão do significado de potências e raízes.

De acordo com Marquis (2001, apud FELTES, 2007, p. 61):

ao apontar erros comuns em Álgebra, propõe um tipo de exercício que consiste em apresentar aos alunos uma lista de afirmativas falsas, baseadas em erros que costuma encontrar em provas, e solicitar aos estudantes que corrijam as afirmativas, de forma a discuti-las posteriormente.

Desse modo, com as dificuldades e os erros encontrados nas atividades e nas discussões ao final da atividade, podemos buscar, por meio de outras atividades que venham ao encontro dos objetivos, sanar as dificuldades apontadas, melhorando a postura investigativa de nossos alunos, promovendo a discussão e a reflexão sobre as conjecturas elaboradas por eles, cabendo ao professor validá-las ou não.

Podemos tentar solucionar algumas dificuldades encontradas, apresentando uma lista de exercícios extras e, no momento da discussão das respostas encontradas, reforçar uma possível retomada desse conteúdo.

Em relação aos cálculos envolvendo os números 1 (um) e 0 (zero), os alunos tiveram respostas variadas, mas sem um método de verificação eficiente que comprovasse efetivamente a resposta. Muitos parecem ter respondido essa questão pelo “achismo”, sem apresentar nenhum tipo de cálculo ou observação, validando as sentenças anteriores para esses dois números.

Em torno de 80% dos alunos tentaram buscar um método alternativo para o item c, como a construção de uma tabela para validar as sentenças das operações com radicais, trazendo para aula o fator primordial de nossas discussões: promover a investigação por parte de nossos alunos, que neste caso eram iniciantes nesse tipo de atividade. Podemos verificar, pela porcentagem de busca de algum método de exemplificação de raciocínio, que, com um pouco de perseverança, podemos conseguir melhorar a elaboração de conjecturas.

Para conclusão da atividade 4, os alunos demonstraram certa criatividade, ao elaborar uma nova tabela, semelhante à apresentada pelo professor para sua

resolução, aplicando diferentes índices de raízes para visualizar se as operações verificadas na tabela inicial valiam para outros.

Ao final das atividades, tivemos alunos que verbalizaram que não sabiam das regras de operações de radicais e que a calculadora ajudou a descobrir essas regras, quando calculavam e realizavam as comparações. Nesse caso, percebemos uma melhora na reflexão e na elaboração de conjecturas, levando os alunos a pensar matematicamente.

Podemos dizer que, apesar do pouco tempo de aplicação das atividades propostas, sentimos certo avanço na atitude investigativa nos alunos presentes na sala de aula. Verificamos muitas experimentações na parte final de nosso trabalho por parte dos alunos, ao responderem as atividades finais.

A atitude investigativa que esperávamos observar demorou a aparecer ao responderem as atividades, mas, ao olharmos para as respostas devolvidas pelos alunos, vemos uma diminuição da quantidade de erros e uma melhora na qualidade das respostas. Também percebemos, pelo contato com alunos, uma sensível diminuição da solicitação do professor para a validação de resultados, à medida que as atividades iam sendo desenvolvidas, o que indica um aumento na autonomia dos alunos, tornando-os mais conscientes no desenvolvimento das atividades.

3.1.4 Dinâmica da sala de aula

Nossa principal dificuldade foi a utilização da calculadora em sala de aula. Presenciamos uma embaraço muito grande em sua utilização que, por conseqüência, sobrecarregou o professor em função das intermitentes solicitações de ajuda quanto ao seu manuseio.

Logo no início de nosso trabalho, já percebemos a mudança do papel do professor, adentrando a zona de desconforto, mesmo sabendo dos riscos que o uso de tecnologias poderia proporcionar num novo ambiente de trabalho.

Em relação à utilização da calculadora na atividade 1, o professor foi a todo instante argüido sobre resultados inesperados – encontrados nas telas das calculadoras – que necessitavam ser explicados. Entretanto, perceber a motivação dos alunos ao desenvolver esta atividade foi gratificante.

A falta de hábito de os alunos buscarem o conhecimento e as respostas na calculadora foi um entrave para o trabalho, pois ela facilmente indicaria o rumo e propiciaria uma discussão sobre a resposta obtida em sua tela.

Percebemos que completar as duas primeiras linhas não representou grande dificuldade para os alunos, por tratar-se de números inteiros e de raízes exatas, comumente trabalhadas em nossas escolas e abordadas nos livros didáticos.

Também notamos que muitos alunos não tinham o hábito de completar a tabela linha por linha: completavam por colunas, o que dificultava a visualização das relações entre elas, como já havíamos previsto. Então, orientamos os alunos para que completassem linha por linha, para melhor análise de regularidades e elaboração de conjecturas.

Após muita discussão e diálogo entre eles, com o professor os orientando para completar a tabela, buscando desenvolver características básicas, essenciais para atividades posteriores, os alunos começaram a desenvolver as atividades, observando as relações entre as colunas e formulando conjecturas iniciais.

Pudemos perceber que, ao completar a primeira tabela, os alunos não tinham a idéia de observar o que estava ocorrendo ao longo de suas linhas e não conseguiam refletir sobre o desenvolvimento da atividade; não tinham, em sua maioria, o olhar investigativo.

A inexistência de atitude investigativa em nossos alunos pode ser responsável pela grande dificuldade de interpretação das tabelas; é preciso, portanto, formar esse novo aluno com o qual desejamos trabalhar. (SEGURADO, 2002). Para isso, buscamos sanar tal dificuldade, orientando-os no sentido de instigá-los para compararem a segunda com a quarta coluna, verificando nas linhas iniciais as ocorrências das regularidades, para conjecturar a partir dessas

observações e completar o restante da tabela, observando a operação inversa, com suas respectivas validações na calculadora.

Ao completar o restante dessa tabela, notamos uma grande dificuldade para descobrir o resultado pedido, dado ao fato de alguns valores não serem exatos e outros, inexistentes.

Em relação à aproximação ou arredondamento, notamos que os alunos perceberam que, com o arredondamento, o valor a ser representado em forma de potência de 2 é um número bem próximo do encontrado no cálculo da raiz quadrada, como no trecho abaixo obtido, na transcrição do diálogo entre dois alunos:

- *Aqui é um número que ele vezes ele mesmo dá um valor aproximado.*
- *E quando não dá certo, é aproximado o valor?*
- *Ele vezes ele mesmo dá 9,99 bem próximo do 10.*
- *Então vale para todos os números!*
- *Esse número elevado ao quadrado representa o valor da raiz que é o mesmo cálculo da raiz quadrada.*
- *Número negativo não tem raiz quadrada!*
- *A raiz de um é o outro elevado ao quadrado.*

Verificamos certo amadurecimento das opiniões dos alunos em relação ao arredondamento de valores nestas duplas que acompanhamos, assim como a visualização da operação inversa.

Na terceira dupla analisada não verificamos esse avanço em suas análises, uma vez que essa dupla não percebeu a relação entre as colunas e também não fez nenhum tipo de intervenção nem solicitou algum tipo de ajuda ou explanação de dúvidas ao professor; portanto, este não interveio em seu desenvolvimento, deixando a dupla trabalhar livremente.

Conforme diz Feltes (2007, p. 71):

Nesse conteúdo proposto de Potenciação, não há grandes dificuldades. E acrescenta: Então, nós nos perguntamos sempre: Será que a falha é do professor que não explicou bem ou o aluno que não quer aprender. Por que ele não quer aprender? Esta é a chave – ele não quer ou não conseguiu? Parece que sua indagação está relacionada com aquilo que o aluno pode fazer, por si, no processo de ensino e aprendizagem. Sabemos que não

é fácil desenvolver a autonomia dos alunos. É necessário que se construa, degrau por degrau, por meio de indagação, da exploração do conteúdo, das suas dúvidas, de um ambiente propício para pensar, compreender e, por fim, construir.

Percebemos que nossas atividades não traziam grandes dificuldades para os alunos que, principalmente por já terem desenvolvido o tema em séries anteriores, deveriam ter uma atitude diferente na resposta das questões propostas, mas não apresentavam autonomia, sempre buscando no professor a validação dos resultados.

Pensamos, após uma reflexão sobre as atividades propostas, que poderíamos ter deixado margem para levar ao erro em relação a esse item, uma vez que no enunciado deixamos a mensagem: *“quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais”*, que pode ser interpretada de várias maneiras, de acordo com o entendimento de cada pessoa, podendo ser a margem entendida como de uma a cinco casas após a vírgula.

A quantidade de casas decimais – no máximo cinco – servia para minimizar o erro, levando o aluno a perceber, no momento da operação inversa, que o valor encontrado era muito próximo do desejado, ampliando seus conhecimentos nesse sentido. Mas ocorreram casos imprevistos em que os alunos não concordavam com os valores encontrados e, portanto, não o reconheciam como resposta.

Precisamos discutir muito para chegar a um consenso e, com a utilização da calculadora, pudemos verificar que, quando se utiliza o valor exato, encontra-se o inverso exato; caso contrário, o erro que se verifica é decorrente da aproximação realizada, tanto para mais quanto para menos, devendo-se ter cuidado, de acordo com a situação em que se encontra, para não gerar erros ainda maiores.

Como afirma Oliveira (1999, p. 3):

No mundo atual, a necessidade de formar seres pensantes e atuantes, que sejam capazes de responder criticamente aos desafios que surgem no dia-a-dia com o avanço tecnológico, a capacidade de calcular, com a aplicação de algoritmos, deve ser substituída pela habilidade de manuseio de instrumentos para esse fim.

Portanto, a calculadora nos ofereceu a possibilidade de promover a reflexão em nossos alunos, e para isso ocorrer temos de trabalhar para propiciar sua utilização, uma vez que ela possibilita a utilização de números que não abordaríamos com o lápis e o papel.

Como afirmam Ponte, Brocado e Oliveira (2003, apud FELTES, 2007, p. 71): “Para que o aluno possa, de fato, investigar, é necessário deixá-lo trabalhar de forma totalmente autônoma e, como tal, o professor deve ter somente um papel de regulador da atividade”.

Portanto, tentamos incentivar e motivar os alunos a refletir sobre suas respostas, instigá-los, mas muitas vezes não conseguimos trabalhar com certas dificuldades que nos escapam; entretanto, é necessário deixá-los trabalhar de forma autônoma, atuando o professor como mediador do processo.

De acordo com Feltes (2007, p. 14):

Diante desse desafio, creio que já estou agindo socialmente, pois, ao procurar conscientizar os estudantes sobre suas dificuldades, questionando os seus raciocínios, estou propiciando o desenvolvimento de atitudes críticas, que são importantes não só na vida escolar, mas também no convívio social e nas atitudes face aos problemas do cotidiano.

Buscamos com nossa intervenção alterar a postura de nossos alunos diante dessa nova abordagem de ensino, tentando transformá-lo em membro ativo, colaborador e responsável pela sua aprendizagem. Contudo, os alunos argumentavam sobre a dificuldade de registrarem o modo correto da utilização da calculadora, mas, conforme progrediam nas atividades, notávamos que melhoravam essa técnica.

O trabalho desenvolvido em cada dupla tinha a finalidade de estimular a utilização da calculadora, na busca de resultados e na verificação de regularidades, levando-os à elaboração de conjecturas sobre o conteúdo abordado nas atividades.

Os alunos aceitaram bem o uso da calculadora, mesmo tendo no contexto geral da sala de aula o desconhecimento de sua utilização como um recurso de aprendizagem.

Pensamos nas palavras de Feltes (2007, p. 13), que nos diz:

Quando o professor destaca ou questiona o educando para que aponte onde está o erro na solução, muitos estudantes não sabem analisá-lo e nem todos conseguem destacá-lo, mostrando que não conseguem refletir sobre sua aprendizagem. Aqui transparecem seus problemas iniciais de alfabetização matemática, pois apresentam dificuldade de dialogar sobre um determinado conteúdo, em que poderiam aparecer as dúvidas, as perguntas e as justificativas sobre as soluções encontradas. Essa forma de questionar o aluno, de fazê-lo refletir sobre sua maneira de resolver as questões não está acontecendo em nossas salas de aula, o que acarreta diversas dúvidas na aprendizagem de conteúdos e possíveis novos erros matemáticos.

Notamos, no trecho acima, que uma das partes que merece um pouco mais de atenção no processo de ensino e aprendizagem é a forma com que os professores trabalham em sala de aula: muitas vezes dá-se a resposta correta para que o conteúdo seja desenvolvido o mais rápido possível, quando, na verdade, deve-se propiciar a reflexão dos alunos no sentido de desenvolver conjecturas, para posteriormente terem mais autonomia.

Outro problema percebido no decorrer das atividades, principalmente na inicial, foi a dificuldade dos alunos para expressar os conhecimentos matemáticos por meio da escrita matemática. Pudemos perceber que muitos tinham o conhecimento das respostas das perguntas nesse estágio de desenvolvimento, mas não conseguiam transcrever em papel seus conhecimentos e pensamentos.

Borba (1995, apud OLIVEIRA, 1999, p. 18) salienta que:

a utilização da calculadora na sala de aula proporciona a geração de um espectro mais amplo de discussão por parte dos alunos, apontando um número maior de eixos diretivos de investigação e, apesar de não eliminar totalmente a atitude de passividade dos alunos, aumenta as possibilidades de ocorrer debates matemáticos em sala de aula.

Buscamos estimular nossos alunos a escrever suas respostas orais, muitas vezes certas, para depois analisar se suas respostas contemplavam a pergunta; nesses casos, sentimos forte barreira que se formava, pois não se dispunham a responder, por falta de vontade ou de conteúdo. Mas, na verdade, pensamos que possa ter ocorrido o temor de que a resposta estivesse errada, o que foi contornado com debates em que buscamos estimular e apoiar o trabalho dos

alunos para melhor refletir sobre as atividades. Era importante saber que o erro fazia parte do processo, com conseqüências para aprimorarmos nossas atividades.

De acordo com Feltes (2007, p. 31):

O erro pode ser considerado como ponto de partida, como fonte de informação, proporcionando aprendizagens. Deve ser encarado como uma etapa a ser vencida pelos alunos. Ele denuncia o percurso que o discente traçou, o caminho que ele percorreu até chegar a uma determinada resposta, e esses caminhos, esses percursos fazem parte de possibilidades na construção do seu conhecimento. A retomada das resoluções incorretas por parte do professor faz com que os discentes possam conscientizar-se do que cometeram e, a partir desse ponto, possam observar com mais atenção e direcionamento, traçando estratégias de superação e conseqüentemente diminuir o fracasso escolar.

Percebemos que o erro faz parte do processo de ensino e aprendizagem, e a ele estamos sujeitos dentro da sala de aula; para superarmos essa etapa, podemos nos propor a trabalhar com esses erros, utilizando-os como mais um recurso de aprendizagem e com eles tentar contornar situações de constrangimento que venham a ocorrer em sala de aula.

O professor, assumindo seu novo papel, tentou conscientizar os alunos nesse sentido, diagnosticando possíveis respostas observadas em sala de aula que mereciam atenção e reflexão para a efetiva validação de suas respostas.

Concordamos com Enricone (2001, apud FELTES, 2007, p. 12), quando nos diz a respeito do papel do professor:

São os professores que, em última instância, decidem ou não se querem ou não mudar. Cabe toda uma análise sobre o professor como profissional e, sobretudo, como um profissional reflexivo. Aumentam as responsabilidades dos professores que, pois além dos conhecimentos de suas disciplinas, devem ser facilitadores da aprendizagem de seus alunos e organizadores das atividades na sala de aula.

Notamos que a mudança de postura deve partir do professor, para que seja possível tentar fazer dos alunos pessoas mais reflexivas e autônomas, pois a

atitude investigativa não partirá deles, sem que haja motivação por parte do professor.

Percebemos inicialmente o desenvolvimento de atividades pelos alunos sem reflexão sobre seus atos, sem levar em conta o conhecimento envolvido. Notamos certa ansiedade em responder as atividades, sem atenção alguma ao conteúdo trabalhado, como se a aprendizagem do novo conteúdo fosse uma mera particularidade.

A importância dada ao desenvolvimento das atividades por cada aluno parecia ser uma mera formalidade a ser cumprida na escola: preocupavam-se somente com notas e avaliações, sendo seu conhecimento deixado de lado, sem nenhuma preocupação em desenvolver suas habilidades.

Alguns alunos apresentaram certa resistência inicial a se integrar a outro aluno, por não levar à obtenção de uma nota, e resistiram a desenvolver as atividades. Mas, ao começarem a trabalhar e a manipular a calculadora, foram interagindo e tomando gosto pelas atividades, à medida que foram percebendo a intenção das atividades e do trabalho diferenciado proposto, como foi expresso na fala da aluna Paula: *“Professor, no início não queria responder essas atividades, mas gostei! É diferente. Vai ter mais dessas atividades para respondermos?”*

Assim como essa aluna verbalizou, percebemos, no geral, que os alunos se concentraram no desenvolvimento e mostraram-se bastante motivados, demonstrando envolvimento na busca do conhecimento, principalmente quando o professor atuava como mediador, instigando-os com outra pergunta.

Também ficavam bastante intrigados quando o professor buscava encaminhá-los à resposta correta com perguntas desafiadoras, levando-os a buscar as relações envolvidas, de maneira a provar que seriam capazes de chegar às referidas conclusões.

Durante a resolução das atividades o professor interagiu com os alunos, tentando incentivá-los a responder as atividades, mas percebemos a todo instante certa resistência dos alunos em relação a esse tipo de atividade, com comentários como: *“Nunca vi em Matemática ter que escrever”*. Talvez esse sentimento tenha gerado os erros citados acima. Também seria de esperar a ocorrência desses

erros, uma vez que os alunos não estão acostumados a responder, em aulas de Matemática, questões que exijam observar, analisar, refletir e conjecturar sobre o desenvolvimento de uma atividade.

O professor trabalhou a todo instante, sanando possíveis dificuldades que poderiam bloquear a resolução da atividade, fazendo uso das técnicas de investigação, mas parece bastante difícil para o professor ter essa postura, pois isso não implica conseguir uma quantidade grande de acertos nas atividades, mas significa obter uma mudança de atitude dos alunos.

No final das atividades 1 e 2, não estava prevista uma discussão geral dos dados obtidos, nem tampouco uma correção coletiva, mas pudemos perceber, após certo tempo de trabalho, que seria interessante essa intervenção para sanar dificuldades dos alunos, que, provavelmente por timidez, deixaram de perguntar ao longo da atividade. Quando os alunos faziam perguntas de validação de respostas, normalmente o professor, sem citar nenhuma resposta, encaminhava o trabalho com perguntas, de modo a levar os alunos a pensar se suas respostas estavam corretas.

De acordo com Esteban (2002, apud FELTES, 2007, p. 71), em relação à quantidade de erros:

Alcançar este propósito não é tarefa fácil. O trajeto é longo, sinuoso e muitas vezes obscuro. A complexidade do objeto de estudo exige o manejo de muitos fios e tem sido bastante difícil, para nós, fazê-lo com clareza e coerência, afrontando a dinâmica particular da prática e a flexibilidade dos dados recolhidos. Este trabalho é uma tentativa a mais de percorrer um novo caminho, o que imprime uma dinâmica em que o erro é inevitável.

Portanto, percebemos nestas atividades que trabalhar com uma nova abordagem do ensino parece não ser fácil, pois apresenta certas frustrações para o professor em relação aos erros. Sabemos, porém, que é comum acontecer erros neste tipo de atividade, principalmente em turmas não acostumadas a elas. Há, portanto, um caminho longo a ser percorrido, até que nossos alunos se familiarizem com a investigação matemática.

Muitas das falas dos alunos refletem o que pensam: desenvolver atividades matemáticas não exige ler ou escrever qualquer linha; Matemática é só fazer

contas. Mesmo após várias interferências do professor tentando incentivá-los, havia resistência nesse sentido ainda na segunda atividade.

Na atividade 3 foi possível constatar que os alunos não têm o hábito de comparar resultados com seus colegas para validar suas respostas e escrevem uma resposta somente satisfatória, com o mínimo de detalhes sobre o assunto, sem buscar exemplificar seus argumentos.

Nesta atividade, por outro lado, percebemos um ambiente mais tranquilo, evidenciando maior autonomia dos alunos – que anteriormente necessitavam de ajuda constante para validar suas respostas –, agora dispostos a desenvolver as atividades sem a tutela do professor.

Como estava previsto, ao final dessa atividade realizamos uma discussão das respostas encontradas, das dificuldades verificadas e do conteúdo abordado. Nesse momento, os alunos discutiram sobre a dificuldade de escrever suas respostas, mesmo tendo o conhecimento, pois necessitavam de argumentos e, por isso, preferiam limitar-se a respostas básicas e concisas.

Também colocaram como dificuldade a interpretação dos enunciados, pois em aulas comuns, no dia-a-dia, não estão acostumados a essa tarefa, uma vez que o professor, na urgência de resolver exercícios, normalmente traduz seus enunciados, para viabilizar sua resolução, o que impede que os alunos desenvolvam a habilidade de interpretar enunciados.

Em relação às respostas obtidas, perceberam a necessidade da observação das atividades, dispendo-se a pensar e refletir, uma vez que as atividades não tinham grande nível de dificuldade.

Sobre o conteúdo abordado – potências e raízes – disseram que nunca tinham percebido essa relação em séries anteriores e que gostaram da forma como foi introduzida, com a utilização da calculadora, argumentando que necessitavam de mais atividades deste tipo para manusearem com maior desenvoltura a calculadora. Além disso, perguntaram se tinha como outros professores trabalharem dessa forma, discutindo, assim, a respeito do trabalho. Relataram que o desenvolvimento das três atividades em três aulas de 50 minutos num único dia tornou-se cansativo, mas, como vantagens, disseram que,

como as atividades eram em seqüência, aproveitavam o raciocínio de uma atividade para outra.

O momento da correção foi rico, pois possibilitou ao professor sanar possíveis dificuldades dos alunos e também levou a refletir que nem sempre o que parece fácil e claro para o professor o é para os alunos. Esse fato exige atenção redobrada à organização das atividades.

A atividade 4, proposta na iminência do encerramento de nossos trabalhos, gerou um grande interesse dos alunos: após as aplicações, perguntavam se teriam mais atividades para desenvolver nos mesmos moldes, apesar de a tabela ter sido um pouco extensa e de ter exigido bastante trabalho.

Além disso, em outras salas de aula da escola na qual o professor trabalhava, vários alunos demonstraram curiosidade com relação a esse tipo de ensino, devido à repercussão ocorrida na escola: perguntaram o que estava ocorrendo e o que ele estava ensinando e disseram que gostariam de participar das atividades.

Caso algum professor queira aproveitar estas atividades para o desenvolvimento destes conteúdos, recomendamos trabalhar uma atividade em cada dia, fazendo o fechamento após a final de cada uma. Essa seria uma maneira de ganhar tempo para uma melhor adaptação para a utilização da calculadora e de incentivar e aprimorar a reflexão, com a elaboração de conjecturas por meio de atitudes investigativas, com discussões ao final de cada etapa.

Um dos fatores que levam a incentivar uma abordagem investigativa em sala de aula é a constatação de que, com o passar do tempo e com maior contato com as atividades, nossos alunos foram melhorando sua postura em sala de aula. Conforme mencionamos, com maior contato com este tipo de atividades e com a abordagem investigativa para desenvolver no aluno uma postura reflexiva, provavelmente teríamos alterações no cenário da investigação e da dinâmica das salas de aula.

Após termos refletido muito a respeito da alteração de nosso papel de professor, ao tratar estas atividades investigativamente, percebemos que a aula

investigativa pode aprimorar a aprendizagem em sala de aula em um curto espaço de tempo. Entretanto, notamos que a mudança pontual da rotina de aula a que o professor normalmente está acostumado não foi suficiente para se tornar comum em outras aulas.

Constatamos neste tipo de atividade um material de estudo muito rico, que pode ajudar os educadores a melhorar a aprendizagem de nossos alunos em nossas escolas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo constatamos que a calculadora pode ser um forte aliado no desenvolvimento de conteúdos matemáticos, pois propicia uma série de abordagens com situações de aprendizagem difíceis de serem desenvolvidas com lápis e papel, como trabalhar com números não inteiros e utilizar arredondamento. Além disso, desperta nos alunos um interesse significativo em explorar o conteúdo de forma dinâmica e interativa.

Dessa forma, a atitude da turma em geral foi de grande empenho. No início, provavelmente, o seu interesse vinha da motivação criada pelo professor, mas à medida que realizavam a tarefa era o entusiasmo pela calculadora que o sustentava. Era visível o entusiasmo com que o aluno chamava o professor sempre que fazia uma nova descoberta ou quando queria discutir alguma dúvida quanto à utilização da calculadora.

Os alunos demonstraram ter dúvidas sobre o funcionamento da calculadora, sobre a compreensão dos erros que cometeram nas atividades propostas, ou até mesmo sobre o conteúdo, e precisaram do auxílio do professor para superar algumas dessas dificuldades.

Quanto à calculadora científica, nossos alunos sequer conheciam sua existência e nem sabiam manipulá-la, sendo necessárias muitas orientações nesse sentido. Esse fato explicita a falta de utilização das tecnologias em nossas escolas: os alunos não têm o hábito de manusear e trabalhar com esses artefatos, ficando alheios a conhecimentos que as tecnologias podem proporcionar.

A calculadora foi um elemento facilitador, especialmente pela utilização da raiz e do expoente enésimo. Apesar das facilidades que essas máquinas ofereceram, parecem ter sido pouco exploradas pelos alunos em anos anteriores.

Notamos também que os alunos não fixavam as regras de utilização da calculadora e necessitavam, a todo momento, validar a digitação de seus dados, retomando as regras de sua manipulação.

Em relação à calculadora, pensamos que atividades como estas, elaboradas e aplicadas, deveriam ser mais pesquisadas e apresentadas a nossos professores ou o acesso a elas deveria ser mais facilitado com capacitações para aprimoramento da prática profissional. Entendemos, porém, que mudanças de postura na prática pedagógica devem levar tempo, dadas as dificuldades que encontramos, tanto em nossas escolas, como na própria formação inicial a que muito de nós professores fomos submetidos. Esse tipo de atividade poderia ser apresentado em livros didáticos, podendo ser objeto de pesquisas posteriores.

Com nossa investigação, notamos a necessidade de que a calculadora seja encarada com uma tecnologia de informação, que hoje está sendo pouco explorada pedagogicamente, mas que permite criar condições únicas de trabalho em sala de aula.

O desenvolvimento de situações de aprendizagem e a utilização da calculadora como ferramenta nas atividades que compuseram esta pesquisa fizeram com que aos poucos os alunos se sentissem motivados para buscar soluções, não ficando totalmente passivos, ainda que todos tivessem dificuldades na interpretação dos enunciados.

Não podemos dizer que a calculadora seja a solução para os problemas do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, muito embora o trabalho significativo de reflexão com os alunos tenha mostrado resultados positivos, dada a resolução das atividades de investigação.

Com o desenvolvimento dessas atividades, verificamos que a maior parte dos erros cometidos foi devida ao fato de os alunos nunca terem trabalhado com a calculadora e nem terem tido contato com atividades investigativas. Mas notamos progresso tanto nos resultados obtidos, como na motivação, tendo a calculadora operado como uma ferramenta que elevou o ânimo dos alunos na

busca dos resultados. Isso motiva a aplicar mais atividades que contemplem o uso da calculadora em nossa escola, para capacitar nosso aluno diante da tecnologia.

As dificuldades encontradas, tanto pelo aluno como pelo professor, são decorrência da ausência de trabalhos desse tipo, mas é papel do professor ser o mediador entre o conteúdo educacional e a inserção de novas tecnologias, uma vez que ele deveria ser conhecedor de como se dá o processo de ensino e aprendizagem; intervir em situações de aprendizagens; e ajudar o aluno a superar seus erros, tomar consciência de suas dificuldades e superá-las.

Pudemos verificar que propor atividades que integrem experimentação e construção de conhecimento nem sempre é fácil, visto que não estamos acostumados com esse tipo de ensino. Também não é fácil preparar material para uma sala da rede estadual de ensino; tampouco é animador saber que pode haver quebras de material e manuseio incorreto por não estarem os alunos acostumados com o uso de calculadora em sala de aula.

Este trabalho também nos propiciou perceber que, para ocorrer mudanças mais vigorosas, temos de ter um ambiente mais colaborativo entre os membros da escola, uma vez que necessitamos de discussões e reflexões sobre nossa prática.

As primeiras atividades em que foram introduzidas as tarefas de investigação motivaram algumas transformações na forma como os alunos encaram seu papel nas aulas de Matemática. Essas mudanças não ocorreram logo no início da primeira atividade de investigação, mas progressivamente, no decorrer das quatro atividades, melhorando o manuseio da calculadora, a perspicácia e a destreza na busca de padrões e regularidades.

Nossos alunos não têm o hábito de, por si sós, conjecturar ou buscar uma visão mais apurada sobre os conteúdos, limitando-se a responder somente o que é pedido, sem nenhuma curiosidade sobre o domínio de sua aprendizagem, sendo agentes passivos nesse processo.

A atitude inicial dos alunos de tentar responder rapidamente as atividades sem qualquer reflexão parece-nos representar uma postura comum em nossas

escolas, em que o professor é o detentor do conhecimento, sendo de sua responsabilidade transmitir todo o conhecimento.

Pensamos que essa postura do professor transmissor deva mudar, e o aluno necessita assumir uma parcela maior de responsabilidade em seu aprendizado.

O professor deve, sim, propor atividades bem elaboradas, que propiciem o amplo desenvolvimento dos alunos, para juntos construírem novos conhecimentos, tentando reverter a situação que inicialmente presenciamos, em que os alunos se mostravam totalmente passivos, esperando a resposta do professor para continuar a resolver as atividades, sem nenhuma vontade de aprender.

Pensamos que nossos alunos precisam criar o hábito de refletir sobre conhecimentos matemáticos, desmistificando que Matemática seja somente realização de contas, sem nenhuma relação com outras disciplinas e conteúdos.

Contudo, ao longo de nosso trabalho, com insistentes questionamentos de nossa parte, com a finalidade de verificar suas conjecturas, a maior parte dos alunos apresentou dificuldades para essa autonomia: necessitavam da ajuda do professor como detentor da resposta certa.

Percebemos que os alunos têm certa ansiedade de terminar as atividades com muita rapidez, o que gera conflito, podendo ocasionar erros. Também constatamos que eles não têm o hábito de verificar informações, realizar testes, elaborar situações para diagnosticar conhecimentos como certos ou errados; preferem a validação do professor para agilizar a resolução.

O nível de envolvimento foi aumentando durante o desenvolvimento das atividades, tendo-se registrado, no geral, uma boa dinâmica nas duplas e bastante discussão sobre as perguntas das atividades, nas quais os alunos se corrigiam mutuamente, argumentando, defendendo e confrontando as idéias com seu colega.

O professor ficou circulando pelos lugares, verificando as dificuldades que surgiam e incentivando o trabalho dos alunos, tentando, contudo, não direcionar muito as atividades propostas.

A atuação do professor foi diretiva, procurando não apenas estimular os alunos a encontrar as respostas sozinhos, instigando-os a testar ou verificar os resultados, mas também orientá-los com outras perguntas para que pudessem construir seus próprios conhecimentos.

O papel que as atividades de investigação podem desempenhar na aprendizagem da Matemática justifica a atenção especial dada à sua elaboração. A troca de idéias e a experimentação das atividades são componentes que poderão enriquecer as propostas de trabalho em sala de aula e o processo de ensino e aprendizagem.

Na sua aplicação em sala de aula aparecem outras questões sobre a forma de introduzir estas atividades; que apoio dar aos alunos; como promover a discussão entre eles, sem intervir demasiadamente em suas discussões, deixando-os construir o conhecimento. Podem também surgir dúvidas quanto à avaliação e à aprendizagem das atividades de investigação matemática na sala de aula.

A experiência desenvolvida aponta para o valor dessas atividades em sala de aula em relação ao processo de ensino aprendizagem, para:

- criar a oportunidade de explorar conceitos matemáticos em níveis diferentes, com graus de profundidade diferentes;
- desenvolver capacidades e processos matemáticos pouco trabalhados nos conteúdos programáticos;
- permitir que os alunos trabalhem em seu ritmo próprio;
- estimular o professor a refletir sobre sua prática docente.

O desenvolvimento de atividades investigativas com a utilização de tecnologias proporcionou um novo pensar em relação à educação que estávamos acostumados a presenciar em nossa trajetória acadêmica.

Como professor, evoluímos na forma de desenvolver nossas aulas, uma vez que, ao longo do estudo, fomos adquirindo uma melhor compreensão da atividade desenvolvida pelo aluno, assim como do papel que o professor deve assumir em determinadas situações em sala de aula.

Ao avaliar as aulas investigativas, devemos tomar consciência de que os erros encontrados nas atividades são o início de uma análise que devemos realizar, por meio de uma reflexão sobre a postura do professor; sobre a qualidade das atividades propostas; sobre a atitude; e sobre a aprendizagem dos alunos decorrida de sua aplicação.

Nesta mesma turma, tivemos a oportunidade de lecionar no ano seguinte à aplicação dessas atividades e pudemos perceber, diferentemente de outras salas de aula, uma mudança na relação entre professor e aluno, assim como no desenvolvimento da aprendizagem: a relação é mais próxima, com um sentimento de maior colaboração e, em relação à aprendizagem, muitas vezes os alunos conseguem desenvolver certos temas sem a ajuda da validação do professor.

A seleção e a construção de tarefas demonstraram ser um trabalho árduo, desde o momento em que refletíamos sobre as questões propostas e o que esperávamos com seu desenvolvimento; pareciam nunca estar adequadas ao nosso desejo e objetivos, mas pensamos que nosso conhecimento nesse sentido aumentou e, provavelmente, em próximas situações estaremos mais aptos.

De acordo com Falsetta (apud FELTES, 2007), podemos pensar que alterações que venhamos a fazer, como a nossa proposta de aulas investigativas, possam não vir a ter efeito imediato, mas, caso não tenhamos a audácia de nos envolver com novas técnicas, poderemos ficar fadados a um ensino desatualizado, fazendo, possivelmente, de nossos alunos reprodutores de nossos conhecimentos ultrapassados.

Vislumbramos um novo modo de trabalhar que, a nosso ver, pode surgir como uma das possíveis soluções para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de nossos alunos. Pesquisas nesta área, abordando diferentes conteúdos matemáticos, seriam bastante interessantes, proporcionando novos materiais investigativos e melhor entendimento de como proceder com os erros cometidos. Possibilitariam repensar o papel a ser desempenhado pelo professor, dando início a inovações no ensino de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, J. M. Matemática em movimento: uma experiência de utilização das novas tecnologias. In: *Refletir e investigar sobre a prática profissional* – Associação de Professores de Matemática. Portugal: Grupo de Trabalho Sobre Investigação (GTI), 2002. p. 155-175.

BIGODE, A. J. L. Explorando o uso da calculadora no ensino de Matemática para jovens e adultos. Centro de Educação Matemática (CEM). *Alfabetização e Cidadania*, 1997. Disponível em:

http://www.matematicahoje.com.br/telas/Autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Calculadoras. Acesso em: 15 jan. 2008.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Implicações para a prática docente. In: BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. Cap. 4, p. 55-70.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Matemática*. Ministério da Educação - Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL. *PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.

COSTA, N. M. L. *Funções seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador*”. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997.

Cunha, H; Oliveira, H; PONTE, J. P. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Atas do Professor de Matemática – Associação do Professor de Matemática Lisboa, 1995, p. 161-167. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/textos/12Livro-Cunha.PDF>. Acesso em: 07 jul. 2007.

DALLAZEN, A.B. & SCHEFFER, N. F. *Calculadora gráfica no ensino e aprendizagem de Matemática*. Disponível em: <https://ccet.ucs.br/eventos/outros/egem/cientificos/cc22.pdf>. Acesso em: 01 fev. de 2007.

D’AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática*. São Paulo: Summus, 1986.

D’AMBROSIO, B. S. Como ensinar Matemática hoje? *Temas & Debates*, nº 2, p. 15-19, 1989.

D’AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar ou conhecer*. São Paulo: Ática, 1990.

D’AMBRÓSIO, U. *O uso da calculadora*. Disciplina a distância – SBEM, jun, 2003. Disponível em: http://www.ima.mat.br/ubi/pdf/uda_006.pdf. Acesso em: 10 fev. 2007.

FEDALTO, D. L. *O imprevisto futuro das calculadoras nas aulas de Matemática no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

FELTES, R. Z. *Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de Ensino Fundamental e Médio*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FERNANDES, N. L. R.; REALI, A. M. M. R. Professores e Informática na Educação: conhecimentos e saberes em uma experiência de aprender a ensinar. In: MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A. M. M. R. (Org.). *Processos formativos da docência: conteúdos e práticas*. São Carlos: EdUFSCAR, 2005. Cap. 3, p. 75 -97.

FIORENTINI, D. Refletir e investigar sobre a prática profissional. *Quadrante*, Lisboa, v. 11, n. 2, p. 99-109, 2002.

FONSECA, H. Aprender a ensinar investigando. In: *Refletir e Investigar sobre a prática profissional – Associação de Professores de Matemática*. Portugal: Grupo de Trabalho Sobre Investigação (GTI), 2002. p. 177-188.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. P. *As atividades de investigação, o professor e a aula de Matemática*. Atas do Professor de Matemática. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1999. p. 01-16.

KARRER, M. *Logaritmos: proposta de uma seqüência de ensino utilizando a calculadora*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1999.

LIMA, E. L. Deve-se usar máquina calculadora na escola? *Revista do Professor de Matemática – São Paulo*, nº 07, 2004, CD-ROM.

MOCROSKY, L. F. *Uso de calculadoras em aulas de Matemática: o que os professores pensam*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, Rio Claro, 1997.

MONACO, F. M.; MIZUKAMI, M. G. N. Da alfabetização tecnológica à sedução pedagógica: uma questão de conteúdo. In: MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A. M. M. R. (Org.). *Processos formativos da docência: conteúdos e práticas*. São Carlos: EdUFSCAR, 2005. Cap. 4, p. 99-120.

NASCIMENTO, A. Z. *Uma seqüência de ensino para uma construção da tabela trigonométrica*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

NCTM. *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1991.

OLIVEIRA, J. C. G. O. *A visão dos professores de Matemática do Estado do Paraná em relação ao uso de calculadora nas aulas de Matemática*. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

PONTE, J. P. A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. *Educação e Matemática*. Lisboa, n. 11, p. 1-2, jul./set. 1989.

PONTE, J. P. *Saberes profissionais, renovação curricular e prática letiva*. Projeto Didática e Formação. Lisboa, 1994. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte\(Badajoz\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte(Badajoz).rtf). Acesso em: 15 maio 2007.

PONTE, J.P. et al. *O trabalho do professor numa sala de investigação matemática*. Atas do Professor de Matemática – Associação dos Professores de Matemática, 1999, p. 01 - 28. Disponível em: [http://ia.fc.ul.pt/textos/98%20Ponte%20etc%20\(Quadrante-MPT\).pdf](http://ia.fc.ul.pt/textos/98%20Ponte%20etc%20(Quadrante-MPT).pdf). Acesso em: 10 jan. 2008.

RIBEIRO, M. J. B. A formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores de matemática. *Quadrante*, Lisboa, v. 9, nº 2, p. 3-26, 2000.

ROCHA, A. Os alunos de matemática e o trabalho investigativo. In: *Refletir e investigar sobre a prática profissional* – Associação de Professores de Matemática. Portugal: Grupo de Trabalho Sobre Investigação (GTI), 2002a. p. 99-124.

ROCHA, H. A utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica nas aulas de matemática. *Quadrante*, Lisboa, v. 11, nº 2, p. 3-27, 2002b.

RUBIO, J. A. S. *O uso didático da calculadora no Ensino Fundamental: possibilidades e desafios*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de São Paulo, Marília, 2003.

SANTOS, E. “O computador e o professor: um contributo para o conhecimento das culturas profissionais de professores”. *Quadrante*, Lisboa, v. 9, n. 2, p. 55-81, 2000.

SEGURADO, I. O que acontece quando os alunos realizam investigações matemáticas. In: *Refletir e investigar sobre a prática profissional* – Associação de Professores de Matemática. Portugal: Grupo de Trabalho Sobre Investigação (GTI). 2002. p. 57-73,

SILVA, J. C. *A formação de professores em novas tecnologias da informação e comunicação no contexto dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário*. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/matnti.html>. Acesso em: 10 jul. 2007.

SILVA, A. V. Calculadoras na Educação Matemática: contributos para uma reflexão. *Educação e Matemática*. Lisboa, n. 11, p. 3 - 6, jul./set. 1989.

SIMIÃO, L. F.; REALI, A. M. M. R. O uso do computador, conhecimento para ensino e a aprendizagem profissional da docência. In: MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A. M. M. R. (Org.). *Formação de professores, práticas pedagógicas e escola*. São Carlos: EdUFSCAR, 2006. Cap. 5, p. 127-149.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. *Bolema*, nº 14, p. 66 a 91, 2000.

VADIGA, C. Etnomatemática. *Nova Escola*, São Paulo, n. 68, p. 15, ago. 1993.

WIKIPÉDIA-Enciclopédia Livre. São Paulo, 2008. Disponível em:
<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arredondamento>. Acesso em: 16 maio 2008.

ANEXOS

Anexo 1

Nome: _____ Idade: _____

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Data: ____ / ____ / ____

Atividade 1

- 1) Com o auxílio de uma **calculadora**, preencha a tabela abaixo e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (<i>n</i>)	Representar o número <i>n</i> como potência de expoente 2	Representar na notação de raiz quadrada \sqrt{n}	Apresentar o cálculo da raiz quadrada
0			
1			
4,2			
9			
10,5			
750			
2025			
-16			
-20,8			
-150			

2) Agora, responda as seguintes questões:

- a)** O que representa o cálculo da raiz quadrada na última coluna? Explique.
- b)** Analisando os números dados (da primeira à sétima linha), podemos notar que eles aumentam e são positivos. O que acontece com suas raízes quadradas?
- c)** O que você observa nos cálculos da raízes quadradas de -16 , $-20,8$ e -150 ?
- d)** Você conseguiu representar os números -16 ; $-20,8$ e -150 na forma de potência com expoente 2? Por quê? Justifique sua resposta.
- e)** Comparando a representação dos números na forma de potência de expoente 2 com os resultados obtidos pelo do cálculo de sua raiz quadrada, descreva qual a relação entre estas duas operações.
- f)** Baseado nesta atividade, procure escrever com suas palavras qual é a função da tecla $\sqrt{\quad}$ da calculadora.

Anexo 2

Nome: _____ Idade: _____

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Data: ____/____/____

Atividade 2

- 1) Preencha a tabela abaixo, com o auxílio da calculadora e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais.

Número (n)	Representar o número n como potência de expoente 3	Representar na notação de raiz cúbica $\sqrt[3]{n}$	Apresentar o cálculo da raiz cúbica
0			
1			
2			
3,5			
27			
50			
90,2			
-10			
-11			
-13,3			

- 2) Responda as questões:

- a) O que você observou em relação aos resultados obtidos pelo cálculo da raiz cúbica de 0 a 90,2?
- b) O que você observa nos cálculos das raízes cúbicas de -10; -11 e -13,3?

- c) Qual a relação entre a representação dos números como potência de expoente 3 e o cálculo de suas raízes cúbicas?
- d) Analisando os números dados, podemos notar que alguns deles são positivos, enquanto que outros números são negativos. O que há em comum com as raízes?
- e) Explique com suas palavras a função $\sqrt[3]{n}$ da calculadora.

Anexo 3

Nome: _____ Idade: _____

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Data: ____/____/____

Atividade 3

1) Com o auxílio da calculadora, preencha a tabela abaixo e, quando necessário, use aproximação de cinco casas decimais:

Obs: Escolher os números pares e ímpares maiores que 3.

Número	Representar o número como potência de expoente par	Representar na notação de raiz de índice par	Apresentar o cálculo da raiz de índice par	Representar o número como potência de expoente ímpar	Representar na notação de raiz de índice ímpar	Apresentar o cálculo da raiz de índice ímpar
0						
2,5						
5						
-3						
-7						
-10,2						

2) Responda as questões:

a) Compare os resultados dos cálculos das raízes de índice par com os colegas. O que você verifica nesses resultados?

b) Faça o mesmo para as raízes de índice ímpar e descreva o que você observa.

c) O que você observa no cálculo da raiz de índice ímpar ou par do número 0?
E do número 1?

d) Qual a relação entre uma potência com expoente n e a raiz de índice n ?

e) Usando a calculadora, encontre diferentes formas para verificar as igualdades abaixo. Registre cada verificação, justificando sua resposta.

a) $\sqrt[6]{117649} = 7$

b) $\sqrt{5220,0625} = 8,6$

c) $\sqrt[5]{112} = 2,5694703 \dots$

Anexo 4

Nome: _____ Idade: _____

Nome: _____ Idade: _____

Série: _____ Data: ____/____/____

Atividade 4

Usando uma calculadora, complete a tabela abaixo:

a	b	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a-b}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a \cdot b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
3	2								
5	3								
17	10								
49	34								
135	121								
68	32								
500	212								
1428	386								
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

a) Observe os resultados obtidos na tabela.

- Compare os resultados das colunas I e II. Que relação você acha que existe entre eles?
- Compare os resultados das colunas III e IV. Que relação existe entre eles?
- Compare os resultados obtidos nas colunas V e VI e nas colunas VII e VIII. O que você pode dizer sobre eles?

- Tente expressar as conclusões a que você chegou nos itens anteriores na forma de uma igualdade ou desigualdade, usando os símbolos que aparecem na primeira linha da tabela.

b) Essas conclusões ainda serão válidas se a ou b forem iguais a zero? O que muda em suas conclusões se $a = 0$? E se $b=0$?

c) Na tabela inicial, você realizou cálculos utilizando a tecla $\sqrt{\quad}$ e depois verificou as relações existentes entre as colunas. Agora, teste, com sua calculadora, se essas mesmas relações valem para as raízes cúbicas ou para outras raízes.

(Obs: Registrem os testes realizados com a calculadora, assim como as observações das relações existentes entre as colunas, tanto para as raízes cúbicas quanto para as demais).

Obs.: Esta atividade foi extraída do livro *Matemática Ensino Médio*, de Kátia Cristina Smole e Maria Inez de Souza Diniz, 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. v.1, p. 25.