PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

HELENA NISHIMOTO

CONTRIBUIÇÕES DE DIFERENTES LINGUAGENS NA HABILIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

HELENA NISHIMOTO

CONTRIBUIÇÕES DE DIFERENTES LINGUAGENS NA HABILIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Sônia Pitta Coelho.***

SÃO PAULO

2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

____________________________ ____________________________

Assinatura *Local e Data*

Durante a nossa vida:

Conhecemos pessoas que vem e que ficam,
Outras que, vem e passam.
Existem aquelas que,
Vem, ficam e depois de algum tempo se vão.
Mas existem aquelas que vem e se vão com uma enorme vontade de ficar...

Charles Chaplin

AGRADECIMENTOS

Muitas pessoas contribuíram direta e indiretamente para a realização deste trabalho, em especial:

À Professora Doutora Sônia Pitta Coelho, por orientar-me com dedicação e competência, agradeço também seus incentivos e confiança demonstrada durante este trabalho.

Aos professores Doutores Celina A. A. Pereira Abar e Vinício de Macedo Santos, que aceitaram o convite para participar da banca examinadora e pelas preciosas orientações e contribuições no momento da qualificação.

Aos Professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, pela contribuição para minha formação.

Aos funcionários da PUC/SP, pelo acolhimento e carinho demonstrado por seus serviços.

Aos meus colegas de mestrado, pelo convívio e amizade, em especial: Alessandra, Cristina, Edgar, Fernando, Givanildo, Idalise, Jediane, Léia, Luciana, Lucimara e Salete, pelos bons momentos e trocas de saberes.

À amiga Cristiane Santander, pelo carinho, pelo apoio e companheirismo durante todo o curso, e sua família por compreender o espaço ocupado pela minha presença.

À direção e coordenação da EE Sidrônia Nunes Pires, por permitirem a utilização da escola para o desenvolvimento das atividades.

À professora Luciana, que colaborou na elaboração e aplicação das atividades do projeto.

Às professoras, Ana Alice, Irene, Lia e Mirian por auxiliarem neste projeto durante a aplicação das atividades e na correção final do texto.

Às alunas que participaram da pesquisa, colaborando com a investigação e aos seus pais por permitirem que suas filhas participassem deste projeto.

À Secretaria do Estado da Educação do Estado de São Paulo pela concessão da Bolsa Mestrado.

Aos amigos, pela confiança, amizade e companheirismo que propiciaram a tranqüilidade necessária para a elaboração deste trabalho.

Aos meus pais, além de compreenderem minhas "ausências" com paciência, estavam prontos para apoiar, incentivar, auxiliar e socorrer-me nos momentos de adversidades.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo investigar se o uso de diferentes linguagens influencia a competência de sujeitos do ensino fundamental na resolução de problemas.

A pesquisa é um estudo qualitativo sobre a aprendizagem de sujeitos de 7a série, relativa a conceitos matemáticos e uso de representações, baseado na teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.

Para identificar as apropriações de registros, foi aplicado a 5 duplas, de sujeitos, um instrumento, a ser respondido em papel e lápis, contendo atividades nas quais os sujeitos necessitavam decidir qual registro deveriam utilizar e outras que explicitamente requeriam mudança de registro.

Verificou-se que as duplas, em geral, efetuaram corretamente as mudanças de registro solicitadas, e, nas atividades onde deveriam, espontaneamente, mobilizar as conversões, quais as representações foram apropriadas.

Ao final da pesquisa, notou-se que gradativamente houve uma evolução no desempenho dos sujeitos. Ao realizar a mudança de registro na resolução de problemas, demonstraram satisfação nesse tipo de experiência e sentiram que são capazes de desenvolver conhecimento matemático utilizando as diferentes linguagens.

Palavras-chave: Registros de Representação, Resolução de Problemas, Ensino-Aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This work has as purpose to investigate whether the use of different languages influence the ability of subjects of basic education in solving problems.

The research is a qualitative study on the subject of learning of the 7th grade on the use of mathematical concepts and representations, based on Theory of the Registers of Representation Semiotics of Raymond Duval.

To identify the appropriations of records, was applied to 5 double from subjects, an instrument to be answered on paper and pencil, with activities in which the subjects needed to decide which record use and others that explicitly required change of registration.

There was double, in general, made the changes of record properly requested, and, in activities which should, spontaneously, mobilize conversions, what representations were appropriated.

At the end of research, it was noted that, gradually, there has been an evolution in the performance of the subjects. In making the change of record in solving problems, showed satisfaction in that kind of experience and felt that they can carry mathematical knowledge using the different languages.

Key-words: Records of Representation, Problem Solving, Teaching-Learning of Mathematics

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EJA	Educação de Jovens e Adultos
FEUSP	Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
HTPC	Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo
OFA	Ocupante de Função Atividade
PUC/SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
SARESP	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SEE/SP	Secretaria da Educação do Estado de São Paulo
UNICAMP	Universidade de Campinas

Capítulo 3

Capítulo 4

Capítulo 5

Capítulo 6

LISTA DE QUADROS

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 5

Capítulo 5

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

"Não basta ensinar ao homem uma especialidade. Porque se tornará assim uma máquina utilizável, mas não uma personalidade. É necessário que se adquira um senso prático daquilo que vale a pena ser empreendido, daquilo que é belo, do que é moralmente correto. A não ser assim, ele se assemelhará, com seus conhecimentos profissionais, mais a um cão ensinado do que uma criatura harmoniosamente desenvolvida. Deve aprender a compreender as motivações dos homens, suas quimeras e suas angústias para determinar com exatidão seu lugar exato em relação a seus próximos e à comunidade. Os excessos do sistema de competição e de especialização prematura, sob o falacioso pretexto da eficácia, assassinam o espírito, impossibilitam qualquer vida cultural e chegam a suprimir os progressos nas ciências do futuro. É preciso, enfim, tendo em vista a realização de uma educação perfeita, desenvolver o espírito crítico na inteligência do jovem".

(Einstein)

O meu interesse pelo ensino de matemática vem desde os tempos do "antigo Ginásio", hoje Ensino Fundamental. Já nessa época se percebia que alguns professores procuravam despertar a curiosidade nos alunos, para que eles descobrissem soluções dos problemas propostos. A necessidade de saber um pouco mais sobre os mistérios da matemática, encaminhou-me, então, ao curso de licenciatura em matemática, em 1988, quando iniciei o curso na Pontifícia

Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e, em seguida, transferí-me para a Universidade de Campinas (UNICAMP), por ser uma instituição pública.

Após terminar a graduação, não tive interesse imediato em exercer a profissão. Só em 1995 surgiu a oportunidade de trabalhar perto de casa, numa escola estadual, onde lecionei para classes de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental.

A participação em cursos de formação para professores, oferecidos pela Secretaria da Educação, como “Teia do saber” em 2004 e 2005, e também em oficinas realizadas na diretoria de Ensino de Carapicuíba, em particular “Competência leitora nas diferentes disciplinas” em 2005 e 2006, marcaram meu interesse por retornar aos estudos.

Durante o curso Teia do Saber - módulo I - ministrado pelas professoras da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), percebi que muitos conceitos matemáticos estavam por mim esquecidos e desatualizados, e no curso ”Competência leitora nas diferentes disciplinas”, ministrado pelas professoras da Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP), observei a importância da leitura para interpretar os enunciados, corretamente, na matemática.

Foi a partir daí que resolvi ingressar no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática na PUC, em 2006. Meu propósito era estudar e buscar elementos para entender melhor o processo de aprendizagem dos alunos e, mais especificamente, observar se o desenvolvimento da leitura interpretativa e a escrita, não só na resolução de problemas como também na elaboração de enunciados, nas aulas de matemática poderiam facilitar o entendimento de conceitos matemáticos.

Esta é a temática de que se ocupa minha pesquisa, que investiga as contribuições das diferentes linguagens – algébrica, pictórica, linguagem natural e numérica - presentes na aprendizagem da matemática do Ensino Fundamental para a habilidade de resolução de problemas.

O primeiro capítulo – Problemática - apresenta trabalhos realizados por pesquisadores sobre leitura e escrita, nas aulas de matemática. O que possibilitou levantar resultados de pesquisa, sobre a utilização das diferentes linguagens, nas aulas de matemática e delimitar a questão de pesquisa.

O segundo capítulo - Referências Teóricas – apresenta a teoria das representações semióticas de Duval, onde esta pesquisa se apoiou, em especial nos diferentes registros e a importância da diversidade das representações matemáticas.

O terceiro capítulo – Escolhas Metodológicas - descreve os procedimentos, em particular, as atividades aplicadas e como foi desenvolvida durante as aulas, com o grupo dos sujeitos de nossa pesquisa e a aplicação do instrumento de pesquisa.

O quarto capítulo – A Escola, a Classe e os Sujeitos – mostra o resultado da aplicação de um questionário, aplicado no fim do primeiro semestre, para verificar as crenças dos alunos em relação ao Ensino de Matemática, fazendo-se uma comparação entre os sujeitos e seus demais colegas da classe.

O quinto capítulo - Análise dos Protocolos - destina-se à descrição dos dados obtidos na aplicação do instrumento de pesquisa e da análise das soluções apresentadas pelos sujeitos.

O sexto capítulo – Percurso das duplas 2 e 5 – neste momento foram examinadas detalhadamente o percurso das duplas 2 e 5 durante todo o período da pesquisa.

Nas Considerações Finais, apresentam-se as principais conclusões da pesquisa, além de algumas reflexões dessa pesquisadora.

CAPÍTULO 1

PROBLEMÁTICA

“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino... Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo.”

(Paulo Freire)

Após a participação nos cursos “Teia do Saber” e “Competência Leitora nas Diversas Áreas”, despertou em mim, o interesse em investigar a aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental, com relação às habilidades e competências de leitura e escrita, nas aulas de matemática.

As avaliações estaduais apontaram lacunas na aprendizagem dos alunos em diversos níveis, em alunos do Ensino Fundamental e Médio. As deficiências, em grande parte, são evidenciadas pela falta de capacidade de raciocínio, de análise e de visualização, na resolução de problemas matemáticos. Estas dificuldades aparecem na aprendizagem dos conceitos matemáticos e sua complexidade epistemológica.

A Secretaria de Estado da Educação (SEE) de São Paulo apresenta um quadro crítico, quanto ao conhecimento matemático de alunos do Ensino Fundamental e Médio, na avaliação do SARESP[1]/2005.

O SARESP, nas primeiras edições, procurou avaliar habilidades cognitivas, desenvolvidas pelos alunos em séries e componentes curriculares diversos. Nos últimos anos, porém, o Sistema vem centrando na avaliação de habilidades cognitivas de Leitura e Escrita e na área de Matemática.

Os resultados do desempenho na avaliação, em matemática, no Estado de São Paulo, na Diretoria de Ensino de Carapicuíba e na Escola, são mostrados no quadro 1.1.

	Estado de São Paulo			Diretoria de Carapicuíba			Escola Sidrônia Nunes Pires		
série	Manhã	Tarde	Noite	Manhã	Tarde	Noite	Manhã	Tarde	Noite
5 EF	**39,7**	41,1	43,2	**34,4**	37,5	**-**	**36,1**	**-**	**-**
6 EF	41,8	40,9	40,2	39,3	38,5	-	43,0	45,8	-
7 EF	37,1	35,1	32,6	33,9	32,6	-	49,3	33,2	-
8 EF	31,8	30,5	32,2	29,6	29,2	31,5	30,7	30,5	-
1 EM	35,4	32,3	36,5	32,9	32,1	34,9	-	36,6	39,6
2 EM	29,9	32,2	29,6	27,6	31,8	28,6	-	36,6	29,5
3 EM	27,7	31,4	28,8	26,4	31,1	27,4	-	34,2	31,8

Quadro 1.1 - Resultado do SARESP/2005 no Estado de São Paulo, Diretoria de Carapicuíba e Escola Sidrônia Nunes Pires.

[1] SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

Pode-se observar, que a escola que participou da pesquisa, não apresenta diferença significativa na média de acertos com relação à Diretoria a que pertence e nem ao Estado em que está situada. E em relação a classe que as duplas da pesquisa fez parte no ano letivo de 2005, quando cursavam a 5ª série, o rendimento não foi diferente, apresentaram acerto médio de 36,3.

Constatou-se, também, que as deficiências de aprendizagens dos alunos, de modo geral, são em conseqüência de dificuldades nos seguintes conceitos de matemática quanto ao ensino/aprendizagem:

- No conjunto dos números racionais, e seus usos e aplicações, principalmente no conceito de razões e proporções;
- Da álgebra com sua semântica e sintaxe próprias;
- De geometria, para a resolução de problemas, onde se empregam as noções algébricas.

O primeiro passo para a pesquisa, foram as leituras de referências, que examinam o hábito da leitura e da escrita, nas aulas de matemática, que contribuem para o desenvolvimento do processo de aprendizagem dos alunos, facilitando o entendimento de conceitos matemáticos.

O trabalho de mestrado em Educação Matemática, apresentado por Salmazo (2005) intitulado: “Atitudes e procedimentos de alunos frente à leitura e interpretação de textos nas aulas de matemática”, procurou investigar a reação dos alunos frente à leitura de textos de diferentes gêneros nas aulas de matemática.

O estudo revelou que os alunos têm grande dependência do professor na leitura e interpretação de textos nos diferentes níveis de escolaridade, requisitando freqüentemente a sua presença para confirmar ou descartar a sua hipótese, receosos do seu próprio entendimento. Percebeu-se que há uma desvinculação entre a interpretação do texto (enunciado) e a resolução dos exercícios de matemática.

Segundo esse trabalho:

> Um dos fatores importantíssimo na nova concepção de compreensão da leitura se encontra no leitor, que deixa de assumir uma posição de passividade frente ao texto e começa a interagir com o mesmo, criando o sentido do texto, a partir da sua intenção de leitura (SALMAZO, 2005 p.114).

A nova concepção referida por Salmazo (2005), consiste em desenvolver a competência leitora e escritora, nas aulas de matemática, vinculando o texto a resolução dos exercícios, transferindo aos alunos a discussão da temática, para que eles próprios cheguem a um entendimento e sejam protagonistas de seu conhecimento e atuem nas relações sociais.

O pesquisador concluiu, que o trabalho com diferentes gêneros textuais, pode ser um facilitador do processo de comunicação e desenvolvimento da linguagem, propiciando a prática colaborativa e desenvolvendo a interação entre os envolvidos. Desse modo, o professor de matemática deve fazer uso de atividades diversificadas e interessantes, envolvendo gêneros textuais, para que o desempenho na leitura, escrita e interpretação de textos seja favorecido.

Outra pesquisadora que examina o uso de diferentes textos nas aulas de matemática é Dalcin (2002). Para esta pesquisadora, quanto maior for a articulação entre a simbologia Matemática, o texto escrito e as ilustrações, complementadas com o uso de material paradidático de matemática, melhor será a compreensão da leitura, tomando os cuidados necessários para que haja coerência entre o que está sendo dito, por meio do texto escrito, e a simbologia Matemática. Esta simbologia vem auxiliar, complementando diretamente o texto escrito, seja por meio da realização de algum cálculo, da representação de alguma expressão, de uma representação geométrica, etc; ou seja, através das várias representações utilizadas pela Matemática.

Mas, geralmente, o domínio da linguagem, na sua forma oral ou escrita, apresenta-se como um recurso para representação da realidade.

Segundo Machado (1993), o aprendizado da língua materna, tanto na forma oral quanto escrita, representa a construção de sistemas de representação da realidade, e, portanto, se traduz em dois sistemas que se complementam. Por isso, se não há aprendizagem da linguagem escrita, o indivíduo é classificado como analfabeto. Dessa forma, a linguagem Matemática, como outras, através de seus códigos, constitui uma maneira de apreender o significado das coisas, isto é, de ler e compreender o mundo. A aprendizagem em matemática não se refere apenas saber operar com símbolos, mas também está intimamente relacionada com a capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender, extrapolar e projetar.

Na Educação Matemática, vários pesquisadores têm se ocupado da relação entre escrita e aprendizagem matemática.

Powell e Bairral (2006) discorrem sobre a escrita como importante recurso de natureza metacognitiva, no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos e resolução de problemas. Os autores mostram estudos sobre o desenvolvimento da cognição matemática, que usam a escrita na sua importante função catalisadora de reflexões críticas efetivas no plano individual e coletivo. A utilização da escrita como ferramenta, influenciaria assim, a aprendizagem matemática e contribuiria para uma análise da cognição.

Recentemente, esses estudos têm sido objeto de interesse da Educação Matemática. Além do uso convencional (com lápis e o papel), a produção da escrita tem sido cada vez mais habitual nos meios eletrônicos.

Powell e Bairral (2006) consideram ainda que a escrita na matemática, pode propiciar oportunidades para que os alunos trabalhem com conceitos matemáticos e reflitam sobre o seu pensamento matemático:

> Estudantes adquirem mais controle sobre sua aprendizagem e desenvolvem critérios para fiscalizar seu processo. Essa capacidade de controlar e fiscalizar o processo do aprendizado causa sentimentos de realização. Alunos também desenvolvem confiança e motivação para fazer e entender matemática (POWELL e BAIRRAL, 2006, p. 28).

Os registros dos processos de pensamento estão sendo cada vez mais utilizados, como veículo importante na investigação do processo de ensino aprendizagem. As diferentes alternativas e meios de uso da escrita, seja em salas de aulas presenciais ou em contextos à distância, são enfatizados. As estratégias de registro e escrita podem ainda ser utilizadas como instrumento de avaliação.

Com relação à dinâmica de sala de aula, os pesquisadores enfatizam que o processo de construção de idéias matemáticas, fortalecido pela interação pessoa-grupo, constitui também diferentes significações, que podem ser representadas a partir de gestos, desenhos, escritas ou qualquer outra maneira de representar.

Para eles, a cognição matemática deve ser desenvolvida em contexto de produção, que vai além da expressividade e da individualidade. Deve promover reflexão crítica, bem como preconizar processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sobre as experiências individuais e coletivas. Powell e Bairral afirmam que:

> O papel do professor na análise da escrita, seja ela produzida em cenários presenciais ou mediados pelas ferramentas da Internet, deve ser o de incentivar o escritor, de buscar e de explicitar o entendimento de partes do texto e de instigar o autor com novos questionamentos. Dessa forma, uma postura de apresentar tarefas fechadas, respostas prontas e de indicação de erros não é recomendável (POWELL e BAIRRAL, 2006, p.102).

Segundo esses pesquisadores, a escrita é uma ferramenta potencial no desenvolvimento do pensamento matemático, utilizada em diferentes momentos e séries. A utilização de diferentes instrumentos, combinada com a produção em espaços comunicativos distintos, deve ser constante em nossa prática. Além de desenvolver o pensamento crítico, pode propiciar mudanças reais na aprendizagem matemática.

Outros pesquisadores que estudam o valor da leitura, da escrita e da comunicação são Smole e Diniz (2001) que afirmam que desenvolver as diferentes formas de comunicação na resolução de problemas, utilizando-se das linguagens para apreender significados - transformando-os e combinando-os - construindo assim novas aprendizagens, facilita questionamentos sobre esses significados.

A competência na resolução de problemas envolve a compreensão da situação, a identificação de seus dados, a mobilização de conhecimentos, a construção de uma estratégia ou um conjunto de procedimentos, a organização e perseverança na busca da resolução, a análise constante do processo de resolução e da validade da resposta, e se for o caso, a formulação de outras situações-problema.

A utilização da comunicação nas aulas de matemática justifica-se pois, ao comunicar idéias, o aluno tem a necessidade de refletir sobre o que fez ou pensou, modificando e organizando esquemas de pensamento, tornando-os mais elaborados e planejando ações para aprender com maior qualidade e profundidade.

Quanto à leitura e escrita, as autoras afirmam que a aprendizagem de matemática pode complementar-se e fortalecer-se, quando se aproxima da aprendizagem dessas habilidades, podendo desenvolver-se em parceria com outras disciplinas, dentro das estruturas curriculares. Se no ensino de matemática, os alunos se utilizam além da linguagem específica da matemática, de outras formas de linguagem, cria-se um ambiente planejado e interdisciplinar, fomentando a capacidade interpretativa em nossos alunos.

Para Smole e Diniz (2001):

> A compreensão de um texto é um processo que se caracteriza pela utilização que o leitor faz, no ato de ler, do conhecimento que ele adquiriu ao longo de sua vida: o conhecimento lingüístico, o conhecimento textual, o conhecimento de mundo. Para chegar à compreensão do que leu e, conseqüentemente, para aprender algo novo a partir da leitura realizada, é preciso que conhecimentos anteriores sejam ativados durante a leitura e que o leitor indague, questione, busque e procure identificar os aspectos relevantes de um texto, encontrando pistas e percebendo os caminhos que o texto sugere. (SMOLE e DINIZ, 2001, p.70).

A proposta de uma aprendizagem significativa no ensino de matemática deve, portanto, encorajar a exploração de uma grande variedade de idéias matemáticas não apenas numéricas, mas também aquelas relativas à geometria, à medida e às noções de estatística de forma que os alunos se desenvolvam com prazer e conservem uma curiosidade acerca da matemática. Percebendo as diferentes formas da realidade, apresentadas nessa proposta, as crianças descrevem suas observações, justificam soluções e registram seus pensamentos.

Segundo Smole e Diniz:

> Portanto, quanto mais as crianças têm oportunidades de refletir sobre um determinado assunto – falando, escrevendo ou representando -, mais elas o compreendem. Assim como a comunicação será cada vez mais acentuada, objetiva e elaborada, à medida que a criança compreende melhor o que está comunicando (SMOLE e DINIZ, 2001, p.16).

Entre os educadores, há um consenso quanto à escrita. O aluno deve sair da escola sabendo escrever de maneira adequada e autônoma, inclusive em matemática. Assim, “a produção dos textos nas aulas de matemática deve ter sempre um destinatário, o qual pode ser uma outra pessoa ou mesmo quem escreveu o texto, quando esse foi elaborado para não esquecer algo ou para organizar algum tema estudado” (SMOLE e DINIZ, 2001, p.32).

Num estudo mais diretamente focado em produções realizados por alunos, encontra-se Pimm (1998). Ele se preocupa com investigações em relação a escrita espontânea dos alunos. Ele mostra algumas das muitas diferenças entre o emprego da língua falada e linguagem escrita; investiga as funções intelectuais e sociais de uma língua no sistema de escrita.

Na visão de Pimm (1998), os registros matemáticos escritos nem sempre expressam a fala. Como os alunos apresentam dificuldade em escrever o que acabam de dizer, não conseguem representar o pensamento através de palavras ou expressar de forma simbólica. Então o professor deve utilizar, em sua prática, registros que poderão ser consultados posteriormente, com o objetivo de detectar possíveis erros, estimulando a atenção e a concentração de todos. Os trabalhos escritos permitem a comunicação direta de todos os alunos de uma vez, já que nem sempre é possível atendê-los individualmente. As intervenções pontuais do professor, nas concepções divergentes, facilitam a verificação do desempenho individual do aluno e também o êxito pessoal desse professor.

Os registros escritos servem de memória externa e expressam os pensamentos. Quando se escreve para o outro, exigir-se uma expressão mais exata das idéias. É necessário escrever de maneira clara, para que o leitor possa entender. Já, quando se escreve para si mesmo – exemplo: lembrete - não é necessário se preocupar tanto com as convenções.

Os estilos de escritas podem ser: verbal (escreve-se como se fala), mista (utiliza-se palavra e símbolos) ou simbólica (são expressões generalizadas, representadas por símbolos). São formas de escritas para representar as idéias e generalizações matemáticas.

O autor cita que o professor necessita dedicar mais atenção à questão relativa a forma espontânea de escrita matemática, que parece adequada aos alunos em determinados contextos, evitando que regras mais rígidas comprometam a expressão das idéias.

Existe um sentimento generalizado de que a matemática se representa por símbolos, e, entre os professores, há uma forte tendência em se utilizar as variáveis com uma única letra. Os símbolos têm muitas vantagens sobre as palavras como um meio de escrever idéias matemáticas, mas a escolha dos símbolos não é absoluta ou definitiva.

Os alunos, em geral, não têm muito claro o motivo pelo qual se escreve e nem o seu objetivo. Às vezes é difícil entender se os alunos não conseguiram se expressar, escrevendo de forma ambígua, ou se eles não compreenderam.

As leituras me levaram a alguns questionamentos que apontaram para a necessidade de mais estudos sobre o desenvolvimento das habilidades de leitura e escrita, nas aulas de matemática. Assim se pensou na seguinte questão de pesquisa: Em que medida as diferentes linguagens – algébrica, pictórica, linguagem natural e numérica – influenciam a competência de sujeitos do Ensino Fundamental na resolução de problemas?

CAPÍTULO 2

REFERÊNCIAS TEÓRICAS

"Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse, mas a aquisição, não é a presença, mas o ato de atingir a meta."

(Gauss – Carl Friedrich)

2.1 Registro de Representação Semiótica

Esta pesquisa baseou-se na teoria de Registros de Representação Semiótica, criada por Raymond Duval. Este estabelece, como fator fundamental para o desenvolvimento cognitivo do aluno, o domínio dos diversos registros de representação semiótica, desta maneira possibilitando uma maior compreensão e controle da diversidade de processos matemáticos que lhe são propostos.

Em matemática, as representações semióticas desempenham um importante papel na evolução do pensamento, havendo uma grande variedade de registros de representações, tais como: sistemas de numeração, gráficos, escritas algébricas e formais ou mesmo a linguagem natural.

Para nossa pesquisa, foram considerados pelo menos quatro registros de representação de objetos matemáticos: a língua natural, e os registros: algébrico, numérico e figural.

Segundo este autor, cada objeto matemático pode ser representado em diversos registros de representação. Numa determinada situação, um registro pode ser privilegiado, mas deve-se ter a oportunidade, em situações didáticas, da passagem de um registro ao outro: “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas” (DUVAL, 2003, p. 15).

Ainda segundo Duval, existem quatro tipos de registros de representação utilizados em matemática: os multifuncionais - de representação discursiva e não discursiva - e os monofuncionais - de representação discursiva e não discursiva.

O quadro abaixo indica os quatro tipos diferentes de registros:

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0,1 ou 3). • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária, decimal, fracionária...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • Mudança de sistemas de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Quadro 2.1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (Duval, 2003, p. 14).

Pode-se observar, por meio da tabela acima, que os diversos registros de representação não possuem a mesma natureza. Os registros monofuncionais foram desenvolvidos com finalidades específicas de tratamento – noção que será detalhado a seguir - e os registros plurifuncionais foram desenvolvidos como a língua natural. (DUVAL, 2003, p.25).

Para escrever as condições de aquisição de conhecimento matemático, Duval propõe algumas idéias essenciais:

> 1. O desenvolvimento da capacidade mental de representação depende do desenvolvimento cultural de sistemas semióticos, porque esses sistemas não preenchem somente uma função de comunicação, mas também uma função de transformação de representações (“tratamento”) e de objetivação consciente para o

> sujeito. Um dos “cacifes” da formação inicial é a apropriação e o domínio desses sistemas.
> 2. Nos indivíduos em período de desenvolvimento e de formação inicial, o processo de aquisição de conhecimentos matemáticos depende da coordenação de registros de representação semiótica. Essa coordenação não é espontânea, mas deve ser levada em conta na apropriação de cada um dos sistemas semióticos.
> 3. Certas variáveis cognitivas podem ser retomadas como variáveis didáticas.
> 4. Na medida em que a matemática tende a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica pode contribuir fortemente para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais dos indivíduos. Visar a esse desenvolvimento sem se fixar de forma míope sobre a aquisição de tal ou tal noção particular é provavelmente o aporte maior que se pode esperar da aprendizagem matemática para a sua educação (DUVAL, 2003, p.29).

Assim, para analisar o funcionamento cognitivo dos alunos, Duval propõe examinar, em suas produções, as mobilizações dos diversos registros e as transformações entre registros. Ele privilegia dois tipos de transformação semiótica de um mesmo objeto matemático que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões.

O Tratamento de uma representação é a transformação da representação numa outra equivalente, permanecendo num mesmo registro, ou seja, ocorre quando a transformação semiótica se mantém no mesmo registro/sistema. Em sua maioria, os tratamentos correspondem a procedimentos de justificação. Não representam grande importância no desenvolvimento cognitivo do aprendizado do aluno.

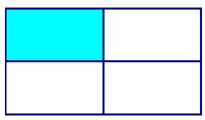
Eis um exemplo de transformação semiótica constituindo tratamento:

$$
\begin{aligned}
6x + 3 &= 2x + 7 \\
6x - 2x &= 7 - 3 \\
4x &= 4 \\
x &= 4 : 4 \\
x &= 1
\end{aligned}
$$

Neste exemplo, tem-se o tratamento no registro algébrico.

A Conversão é a transformação da representação de um objeto matemático numa outra equivalente, mas não permanecendo no mesmo registro. Esta tem papel fundamental no desenvolvimento cognitivo do aluno. Há mudança de representação, porém, conserva-se a referência aos mesmos objetos.

Eis um exemplo de transformação semiótica utilizando a conversão:

$\frac{1}{4}$ representa 

Neste exemplo, tem-se a conversão do registro numérico fracionário para o registro figural, envolvendo o conceito de área.

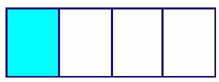
Faz-se uma distinção entre o papel da conversão do ponto de vista matemático e do ponto de vista cognitivo. Do ponto de vista matemático, a conversão consiste apenas na mudança para o registro mais econômico. Não tem papel intrínseco nos processos matemáticos de justificação ou de prova, sendo tratada como uma atividade lateral. Porém, do ponto de vista cognitivo, é a conversão que tem papel fundamental e que conduz a mecanismos subjacentes da compreensão.

Quando se apresenta a conversão como simples regra de “tradução”, não se apreende a compreensão global e qualitativa que integra a aprendizagem. Quando o aluno realiza conversões, há sempre a necessidade de articular as variáveis cognitivas pertinentes. Portanto, para que a conversão se torne operacional, é necessário explicitar variáveis cognitivas próprias de cada registro.

No contexto do ensino aprendizagem, a conversão enfrenta dois tipos de fenômenos: as variações de congruência e de não congruência e a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão.

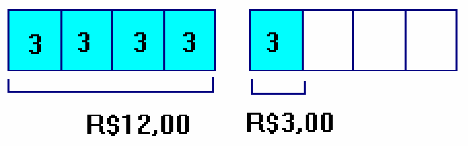
Para analisar a congruência, basta comparar o registro de partida com o registro de chegada. Quando todas as relações transparecem, totalmente, na situação de chegada, ocorre a congruência. Quando não, ocorre o fenômeno da não-congruência, geralmente relacionado aos casos de fracasso nas operações de conversão.

Os exemplos abaixo mostram casos de congruência (quadro 2.2) e de não congruência (quadro 2.3) dos registros.

Registro da língua natural	**Registro figural**
Represente numa figura a fração correspondente a 1/4.	

Quadro 2.2 – Exemplo do fenômeno de congruência

No exemplo acima, as duas representações, no registro de partida e no registro de chegada, apresentam uma correspondência entre o enunciado e a figura, neste caso tem-se uma representação congruente.

Registro da língua natural	**Registro figural**
Marcos comprou da editora alguns livros ao preço de R$ 12,00 cada um, decidiu vender por 5/4 do valor que pagou, represente o valor que ele deverá vender cada livro numa figura.	 Ele venderá o livro por R$ 15,00

Quadro 2.3 – Exemplo do fenômeno de não-congruência.

Neste exemplo, não há uma correspondência entre os dois registros. Para obter uma correspondente é necessária uma reorganização dos dados do registro de partida; neste caso, houve necessidade de entender que R$12,00 correspondem a 4/4 e que ¼ equivale a R$ 3,00, logo 5/4 corresponde a R$15,00. Esta é uma conversão não congruente.

A heterogeneidade dos dois sentidos de conversão, por outro lado, é o fenômeno que explicita, do ponto de vista cognitivo, que passar do registro A ao registro B não é equivalente a passar do registro B ao registro A.

Segundo Duval (2003):

> Geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela idéia de que o treinamento efetuado num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. Os exemplos propostos aos alunos são instintivamente escolhidos, evidentemente, nos casos de congruência. Infelizmente esses não são os casos mais freqüentes (DUVAL, 2003, p.20).

O exemplo a seguir mostra o fenômeno de heterogeneidade.

Registro de partida	Registro de chegada
1) Determine o perímetro do retângulo, sabendo que a largura mede 12cm e o comprimento mede 4cm.	P = 2.(c + l) P = 2.(12 + 4) P = 2.(16) P = 32 cm
2) 2a + 10 = 18	O dobro da idade de Ana, daqui a dez anos será dezoito anos.

Quadro 2.4 – Exemplo do fenômeno de heterogeneidade

No exemplo acima se apresenta o fenômeno de heterogeneidade, ocorre a conversão em ambos os sentidos, na questão 1, a representação do registro de partida é na língua natural e o registro de chegada é na linguagem algébrica; na questão 2, a representação do registro de partida é na linguagem algébrica e o registro de chegada é na língua natural.

Do ponto de vista didático, para a articulação entre dois registros de representação de um objeto matemático, duas condições devem ser respeitadas:

- A seqüência deve ser representada por tarefas que tratem dos dois sentidos de conversão;
- Para cada sentido deve haver tarefas que comportem casos de congruência e de não-congruência.

A confusão entre o objeto matemático a ser estudado e sua representação é bastante comum. A mobilização pelo aluno, dos diversos registros, permite não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado. Daí decorre a importância de prover o aluno com, pelo menos, dois registros de representação do mesmo objeto.

Para ocorrer a compreensão/conceitualização, é necessário integrar todos os registros de representação significativos com suas especificidades próprias. O aluno, tendo a possibilidade do trabalho com vários registros de representações, entendendo os tratamentos próprios de cada representação, efetivará uma melhor apreensão do objeto matemático, representado através da coordenação destes sistemas de representação.

2.2 Uso dos Registros de Representação na Pesquisa

Algumas conversões utilizadas nesta pesquisa são especificadas a seguir:

- Conversão do registro da língua natural para o registro algébrico;
- Conversão do registro algébrico para o registro da língua natural;
- Conversão do registro algébrico para o registro numérico;
- Conversão do registro misto (figural e natural) para o registro algébrico;

Além disso, serão examinados os tratamentos, dentro de alguns registros.

No primeiro momento, especificou-se a representação que as duplas deveriam fazer uso. O intuito era verificar se as duplas estavam aptas a usá-la. Em um segundo momento, elas teriam que escolher que tipo de representação resolveria o problema, e assim, poder observar quais as duplas apropriaram-se na resolução das situações propostas.

CAPÍTULO 3

ESCOLHAS METODOLÓGICAS

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer."

(Einstein)

Esta pesquisa tem por objetivo, analisar as linguagens, que alunos utilizam ao desenvolver problemas e para atingir esse objetivo, escolheu-se um estudo diagnóstico de abordagem qualitativa. O processo contou com 3 etapas: um período preliminar, uma seqüência de atividades aplicadas aos sujeitos da pesquisa e as impressões deixadas pela experiência.

3.1 Procedimentos

No início do ano letivo de 2007, fez-se um convite aos alunos de duas classes (84 alunos) de 7as séries do Ensino Fundamental, para participarem de atividades que faziam parte de um projeto de pesquisa de mestrado. Apenas 10 alunas, da mesma turma, aceitaram o convite para fazer parte da pesquisa; todas com 13 anos de idade e regularmente matriculadas no período diurno (manhã), da Escola Estadual Sidrônia Nunes Pires, localizada no distrito de Caucaia do Alto, Município de Cotia.

Às alunas que se propuseram a participar foi solicitado que seus pais ou responsáveis assinassem um termo de autorização[2], para que as imagens dos filhos, porventura, possam ser divulgadas. Na solicitação, encaminhada por escrito, explicava-se o objetivo e a importância do envolvimento no projeto.

Houve um período preliminar à pesquisa, cuja função, era gerar uma cultura, em que os sujeitos deveriam ser protagonistas do projeto, questionando e encontrando soluções, sem muita dependência dos professores envolvidos - a pesquisadora fazia parte deste grupo - e que incluísse o hábito da comunicação, do registro escrito, de uma postura inquiridora frente as tarefas propostas e da interlocução entre os membros das duplas. O relato desse período está na seção 3.2.

Segundo Vila e Callejo (2006) é importante identificar as crenças dos alunos, de que a matemática seria apenas números, cálculos, resolução de problemas, decodificação de símbolos, memorização de fórmulas, ou ainda se esses conhecimentos são partes integrantes para a interpretação dos dados implícitos ou explícitos, finalmente se são conectados à prática, para que o professor possa traçar estratégias que favoreçam o aprendizado, devemos investigar as possíveis crenças:

[2] O termo de autorização para concessão de imagens se encontra nos anexos.

> (...) para tentar compreender melhor sua importância, sua natureza, sua origem, como se relacionam entre si e sua conexão com as práticas. Interessa-nos principalmente entender o binômio crenças-práticas para projetar e desenvolver o currículo de modo que favoreça aquelas experiências e visões que consideramos mais genuínas e ricas da matemática (VILA e CALLEJO, 2006, p.41).

Assim, no fim do primeiro semestre aplicou-se um questionário[3] aos 10 sujeitos da pesquisa e sua classe com o objetivo de identificar as crenças deles e dos demais colegas sobre a matemática e, em seguida compará-las.

A aplicação do questionário foi feita numa aula de matemática da 7ª série, a qual os sujeitos da pesquisa pertencem, com duração de 50 minutos.

Inicialmente, os 43 alunos foram informados que esta atividade fazia parte de uma pesquisa e que, independentemente de suas respostas, não seria considerada para as avaliações escolares.

Os resultados analisados deste questionário estão descritos na seção 4.2.

Após essa etapa aplicou-se para as 10 alunas, o instrumento da pesquisa propriamente dito, que se encontra descrito na seção 3.3, e os resultados analisados no capítulo 5.

O instrumento foi dividido em três partes: as partes I e II investigam as conversões de registro estimuladas a partir dos enunciados, enquanto que a parte III examina as conversões espontâneas.

---

[3] O questionário completo se encontra nos anexos.

A análise dos protocolos das 5 duplas foi feita no capítulo 5.

No encerramento das atividades extra-classe, foi aplicado um questionário, para colher impressões dos alunos sobre a vivência durante a pesquisa. Os comentários dos resultados estão na seção 5.2.

O capítulo 6 descreve o percurso detalhado de duas duplas, escolhidas segundo critérios formulados no fim do capítulo 5. Neste capítulo algumas observações registradas pelos observadores foram incluídas.

3.2 O período preliminar

Nessa seção descrevemos o período preliminar.

Para que a pesquisa ocorresse durante o ano letivo de 2007, foi elaborado um Projeto de Matemática – Construção geométrica: discussão e prática; esse projeto e as atividades encontram-se nos anexos.

Foram organizadas aulas semanais de 50 minutos, em horário extra-classe, sempre às 5as feiras das 11:30 às 12:20 horas, utilizando-se do horário disponibilizado para reforços e recuperação aos alunos com defasagem de aprendizado.

Na primeira etapa do projeto, trabalhou-se o estudo de construções geométricas. Escolheu-se este tema, pois as construções geométricas propiciam o uso de várias linguagens; além disso, o ensino de Desenho Geométrico não tem sido trabalhado regularmente como disciplina - não consta na proposta curricular de matemática para as escolas públicas.

As primeiras aulas foram sobre construções elementares como: construção de segmento e ângulos; obtenção de ponto médio de segmentos, mediatriz e bissetriz. Durante as construções os alunos puderam aprender a usar os materiais de geometria – régua não graduada e graduada, compasso – e desenvolveram a capacidade de visualização dos conceitos de geometria e de outras áreas da matemática. Além disso, tiveram oportunidade de questionar, expor e serem questionados quanto a suas idéias.

Nas atividades, durante o ano, contou-se com a colaboração da professora Luciana[4], que auxiliou na elaboração e aplicação das atividades; em alguns momentos houve a presença de outros professores, direção e coordenação observando as alunas em suas ações. Aparentemente, a presença dessas pessoas não intimidou o desenvolvimento das atividades.

Todas as atividades propostas foram desenvolvidas em duplas. Incentivou-se a colaboração e interação. Para as construções geométricas, trabalhou-se a interpretação do enunciado do problema. A seguir, os sujeitos deveriam, em duplas, procurar desenvolver as construções. Quando encontravam dificuldade, expunham ao grupo dos 10 sujeitos as dúvidas e idéias que surgiam. Após as construções, conjecturavam definições de alguns termos mencionados nas atividades. Esses objetivos foram atingidos com mediação mínima do professor.

---

[4] Luciana Fagundes Silva, professora efetiva na disciplina de matemática da Escola Estadual Sidrônia Nunes Pires.

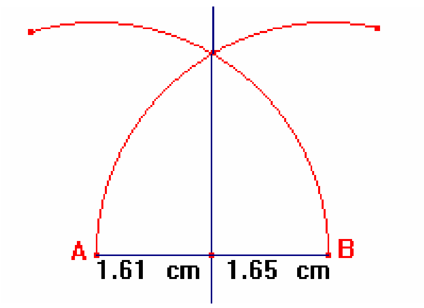
Após a definição dos alunos que participariam da pesquisa, foram elaboradas atividades de introdução ao desenho geométrico. As duplas deveriam compartilhar as informações, mas cada um tinha o seu próprio material.

Durante todo esse período foram desenvolvidas 8 atividades, que se encontram nos anexos. Algumas serão descritas a seguir. O período preliminar teve início no mês de março e finalizou em novembro.

A primeira atividade proposta foi a construção de segmentos de mesma medida que os apresentados no enunciado e determinação de seu ponto médio. Para a construção dos segmentos, não poderiam utilizar a medida da régua; então, procederam traçando um segmento qualquer e em seguida mediram com o auxilio do compasso - fixando uma ponta numa das extremidades e abrindo o compasso até a outra extremidade - depois transportaram essa medida para o novo segmento. Levaram 2 aulas para concluírem todos os itens desta atividade.

Na construção do ponto médio, levaram em consideração a etimologia da palavra, conforme comentou uma das duplas, “Já que o ponto M é o ponto médio, tem que estar no meio do segmento”. Tentaram medir com a régua, mas foram alertados que não poderiam fazer uso desse meio, só deveriam utilizar o compasso e a régua não graduada. Fizeram várias tentativas, até que surgiu a idéia de fixar o compasso, em uma das extremidades, e abri-lo até a outra. Com uma das extremidades fixa, fez-se um arco na parte superior do segmento. Procedeu-se da mesma forma, fixando a outra extremidade, obtendo um ponto de encontro. Em seguida, com o uso da régua, traçaram uma linha que cruzaria o 'centro' do segmento. Ao fazer a verificação, perceberam que esta reta não determinava o ponto médio. Então, uma delas sugeriu: "Se construir um outro ponto igual, na parte de baixo, a reta sai 'retinha' passando pelo meio do segmento", procederam da mesma forma, construindo outro ponto de encontro na parte inferior. Com estes dados, usaram a régua para ligar o ponto superior ao inferior, cruzando o segmento. Após construírem a reta, fizeram a verificação com o auxílio do compasso e concluíram que foram bem sucedidas. Essa atividade foi desenvolvida em uma aula.

Na figura 3.1 pode-se observar alguns passos utilizados pelas duplas para obter o ponto médio do segmento dado AB.



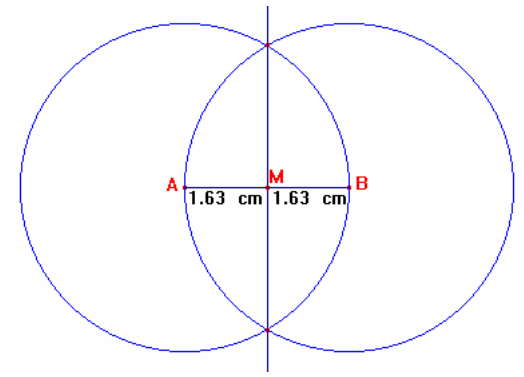


Figura 3.1 – Procedimento utilizado pelas duplas na construção do ponto médio do segmento AB.

Na segunda atividade, sobre ângulos, foram fornecidas várias figuras com ângulos diferentes e foi solicitada a construção de vários ângulos congruentes aos dados. As duplas tinham que transferir as medidas dos ângulos propostos e construir os seus próprios.

Na última questão foi proposta construção dos ângulos de 360º, 180º, 90º e 270º, nessa ordem. A construção do ângulo de 360º foi realizado com sucesso.

Para a construção do ângulo de 180º, a dupla 2 construiu um segmento, construiu o ponto médio e com o centro no ponto médio definiu a semicircunferência. A maioria usou o método tradicional, isto é, pegou um ponto qualquer no segmento e construiu uma semicircunferência. A dupla 2 que se utilizou do procedimento da construção do ponto médio, teve facilidade em construir os ângulos de 90º "quando traçamos a mediatriz, formamos quatro ângulos de 90º e o ângulo de 270º é 3 vezes 90º". As outras duplas utilizaram deste método somente na construção dos ângulos de 90º e 270º. Nesta atividade foram necessárias três aulas.

Na figura 3.2 pode-se verificar os procedimentos utilizados pela dupla 2.

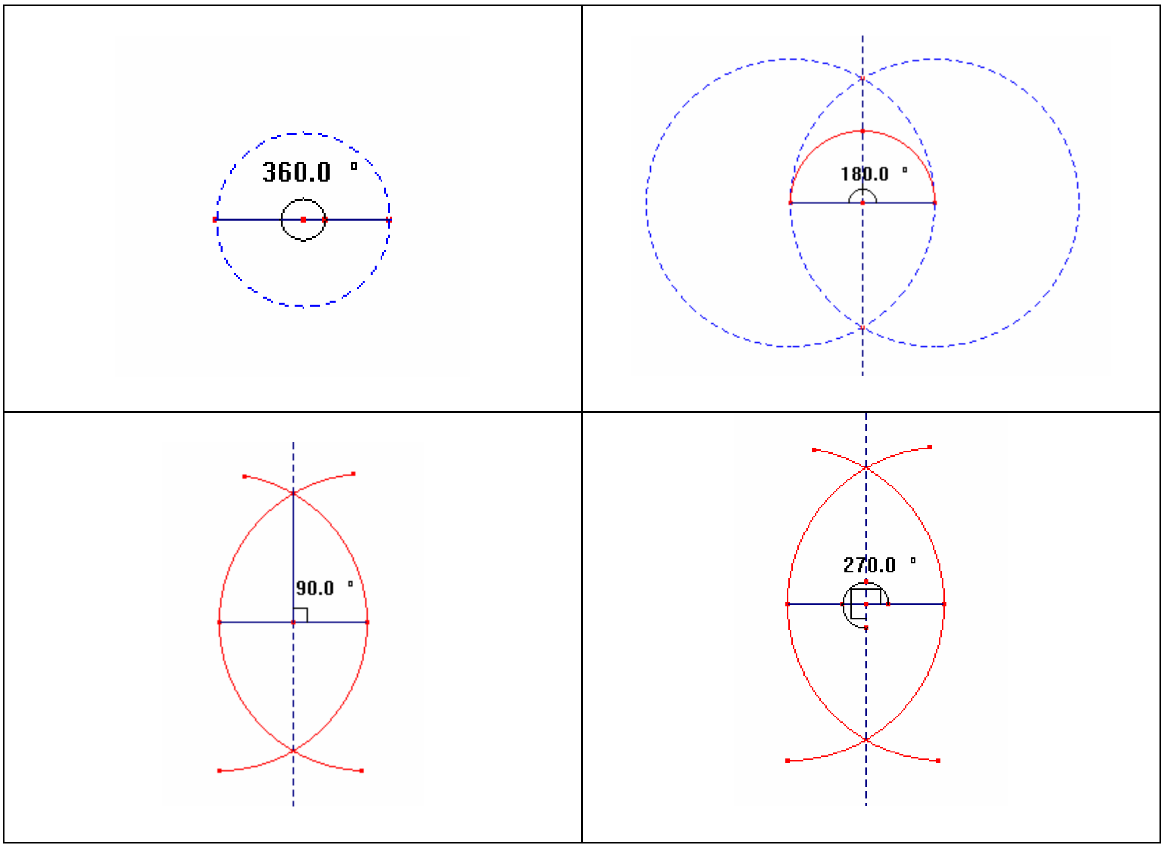


Figura 3.2 – Procedimento utilizado pela dupla na construção dos ângulos de medida 360º, 180º, 90º e 270º.

A terceira atividade foi sobre mediatriz e bissetriz. Foi proposta a construção da mediatriz de um segmento de 6 cm e a bissetriz de um ângulo de 90º. O primeiro questionamento foi: “o que é uma mediatriz e uma bissetriz?” Chegou à conclusão de que mediatriz é o meio e bissetriz, “a sílaba bi tem a ver com dois, duplo”. Assim, traçaram um segmento de comprimento 6 cm, com o uso do compasso. Como já tinham visto o conceito de ponto médio, resolveram a questão sobre mediatriz facilmente e visualizaram os quatro ângulos de 90º. Para construção da bissetriz, usaram a mesma idéia da mediatriz, fizeram um arco com centro no vértice em seguida encontraram o ponto médio e traçaram uma reta, que passava pelo ponto médio e o vértice, formando dois ângulos de 45º. Esta atividade foi realizada em uma aula.

A quarta atividade foi sobre construção de quadrado, retângulo e triângulo retângulo. Foi proposta a construção de um quadrado com 5cm de lado, um retângulo com base de 6cm e altura de 4cm e um triângulo retângulo onde os lados do ângulo reto têm a medida de 3cm e 4cm. Para o quadrado, construíram um segmento qualquer e transferiram a medida de 5cm da régua, usando o compasso, para este segmento. Em ambas as extremidades construíram ângulos de 90º, transportaram para os novos segmentos a medida de 5cm e finalizaram a construção, fechando o quadrado. Para a construção do retângulo usaram os mesmos conceitos, adequando-os às medidas solicitadas. Na construção do triângulo retângulo, a maior parte dos sujeitos construiu um retângulo com base de 4cm e altura 3cm e dividiram em duas partes, traçando uma reta diagonal. Outros fizeram um segmento horizontal de 3cm, construíram um ângulo de 90º em uma das extremidades, computaram 4cm na vertical e construíram um terceiro segmento para fechar o triângulo. Para esta atividade foram utilizadas duas aulas.

A quinta atividade foi sobre construção de triângulos. Os sujeitos tinham que construir triângulos: eqüilátero, escaleno, isósceles e retângulo. Constatou-se que não houve dificuldade em realizá-la, pois as atividades anteriores serviram de apoio. Concluíram esta atividade em duas aulas.

A sexta atividade foi um estudo sobre a soma dos ângulos internos de triângulos. Eles tinham que construir um triângulo isósceles de base 6cm e descobrir a soma dos ângulos internos.

Na sétima atividade foi trabalhada a construção de um triângulo eqüilátero e de um hexágono regular, inscritos em uma circunferência. Foi solicitado que fizessem um triângulo eqüilátero inscrito em uma circunferência e o mesmo procedimento para um hexágono. O primeiro passo foi construir uma circunferência. Em seguida, dividiram-na em quatro partes iguais, através do conceito de mediatriz. No ponto de encontro da mediatriz inferior, fixaram o compasso e levaram a outra ponta até o centro traçando um arco, obtendo dois pontos na circunferência e traçando um segmento por eles, formando a base do triângulo. Aproveitando a mediatriz superior, fecharam o triângulo. Iniciaram, com os mesmos princípios da construção do triângulo, a construção do hexágono. Repetiram o mesmo procedimento, com a fixação do compasso no ponto de encontro da mediatriz superior, formando quatro pontos distintos na circunferência, ligando-as com as mediatrizes superior e inferior. Para a realização desta atividade utilizaram duas aulas. A figura 3.3 mostra a construção do triângulo eqüilátero e os procedimentos utilizados por uma das duplas.

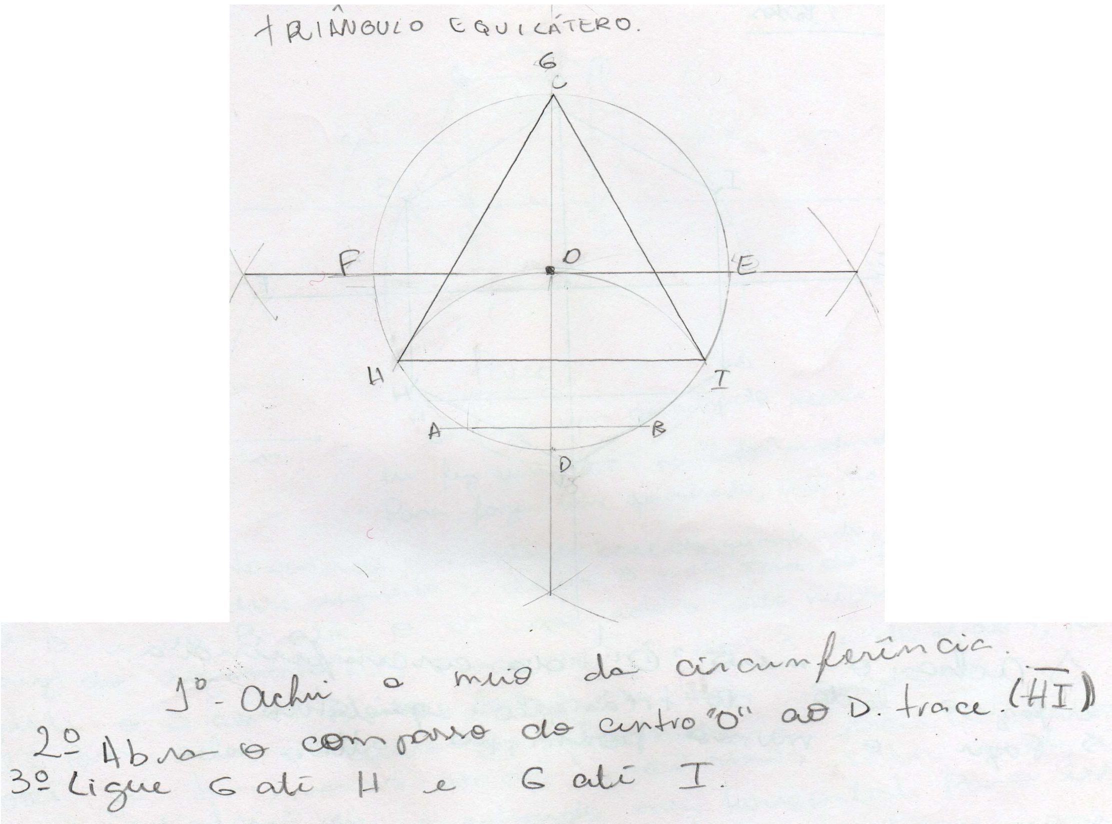


Figura 3.3 – Procedimento utilizado para construção de um triângulo inscrito numa circunferência.

A oitava atividade versou sobre o quadrado inscrito e circunscrito na circunferência: A partir do quadrado os sujeitos deveriam circunscrever a circunferência e vice-versa. Traçaram as diagonais no quadrado, obtendo o centro no encontro delas. Com uma ponta do compasso fixada no centro e com a outra num vértice traçaram a circunferência. Para circunscrever o quadrado traçaram um segmento qualquer interceptando a circunferência em dois pontos e obtiveram a mediatriz vertical através dos dois pontos que interceptavam-na. Em seguida tomaram os pontos da mediatriz que interceptavam a circunferência e encontrou a mediatriz horizontal, conseqüentemente o centro. Com a ligação das interceptações das mediatrizes vertical e horizontal construíram um quadrado inscrito. Foi necessária uma aula para a realização desta atividade.

3.3 O instrumento de pesquisa e sua aplicação

As atividades do instrumento foram aplicados em três encontros, nos dias 20, 25 e 27 de setembro de 2007, no horário das 11:30 às 12:20 horas, e para isso, utilizou-se a sala de informática da escola.

O instrumento da pesquisa foi incluído no anexo V, composto por três partes, e teve como objetivo verificar, nas duas primeiras partes, se as duplas fizeram as conversões de registros propostos pelo enunciado e na terceira parte observar as conversões que as duplas mobilizaram.

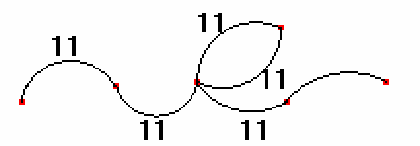
As duas primeiras partes consistiam de 5 questões, envolvendo os registros algébricos, língua natural, figural e numérico.

O objetivo foi verificar se os sujeitos extraíam informações das situações apresentadas em um registro e transformavam em outro registro. Os registros de saída foram: algébrico, figural e língua natural, e língua natural; solicitava-se que a informação fosse transcrita na língua natural ou em forma algébrica.

Parte I

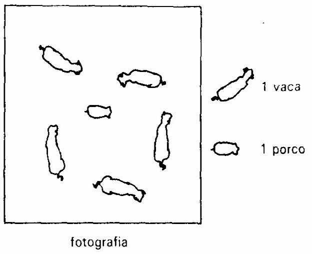
1ª Questão: Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, em que “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.

2ª Questão: Uma nave espacial viaja por “etapas”, cada uma com a mesma extensão:



Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

3ª Questão: De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Parte II

1ª Questão: Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

2ª Questão: Traduza cada sentença para a linguagem matemática:

a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.

b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.

c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

A terceira parte consistia de cinco questões, envolvendo os registros: algébrico e da língua natural, no contexto do conteúdo “equações do 1º grau”.

O objetivo foi examinar a habilidade de resolução de situações-problema que conduzem a equações e relacioná-la com a competência nas diferentes formas de comunicar – algébrica, pictórica, linguagem natural, etc.

Parte III

1ª Questão: O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?

2ª Questão: À distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foram percorridos 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?

3ª Questão: Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

4ª Questão: Qual é o valor de **x**: $\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$

5ª Questão: O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

a) $5 + \mathbf{a} = 12$
b) $2\mathbf{c} = 18$
c) $3\mathbf{x} + 6 = 21$

As duplas tiveram um gravador ou filmadora registrando suas ações, como pode se observar na figura 3.4 e, em alguns momentos, foram acompanhadas de observadores, que fizeram registros das ações dos sujeitos.

Figura 3.4- Aplicação do instrumento de pesquisa

Para observação das duplas, contou-se com a colaboração de três professoras de matemática.

A filmagem geral, as gravações de voz e as fotografias do ambiente foram realizadas por voluntários, que eram alunos do Ensino Médio da mesma escola.

CAPÍTULO 4

A ESCOLA, A CLASSE E OS SUJEITOS

"O aprender contínuo é essencial em nossa profissão. Ele deve se concentrar em dois pilares: a própria pessoa do professor, como agente, e a escola, como lugar de crescimento profissional permanente."

(Antonio Nóvoa)

Os sujeitos da pesquisa, como já foi citado anteriormente, estudam numa Escola Estadual e são alunas da 7ª série de uma mesma classe.

4.1 Apresentação da escola e da classe

A Escola Estadual Sidrônia Nunes Pires, pertence à Diretoria de Ensino de Carapicuíba, localizada no centro do Distrito de Caucaia do Alto, município de Cotia que faz parte da grande São Paulo.

Caucaia do Alto é considerado um "bairro-dormitório". A população é de aproximadamente 40.000 habitantes, compostos por pessoas que aqui nasceram, além de descendentes de japoneses (foi nesta região que surgiu a Cooperativa Agrícola de Cotia), e mais recentemente por migrantes (pessoas oriundas de outros estados e da periferia de São Paulo) que vieram em busca de terras com preços mais acessíveis.

A equipe gestora é formada por 1 diretora, 2 vice-diretoras, 2 coordenadoras. O quadro de docente é formado por 54 professores efetivos e10 professores não efetivos (OFAs). São 25 funcionários que exercem funções na: secretaria, biblioteca, cozinha e em serviços gerais.

O funcionamento da escola é em 3 períodos: manhã: das 07:00 às 12:20h; tarde: das 12:40 às 18:00h; noite: das 19:00 às 23:00h. O Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC[5]) é o seguinte: às terças, quartas, quintas: das 18:00 às 19:00h, atendendo os professores do período da tarde e noite; quintas-feiras: das 11:30 às 13:30h, destinados aos professores do período da manhã e alguns da tarde.

Os alunos estão distribuídos da seguinte forma:

- Manhã: 647 alunos no Ensino Fundamental – de 5ª à 7ª série;
- Tarde: 270 alunos no Ensino Fundamental – 7ª e 8ª série e 350 no Ensino Médio Regular – 1º ao 3º ano;
- Noite: 304 alunos no Ensino Médio Regular – 1º ao 3º ano e 267 alunos no Ensino de Jovens e Adultos (EJA) – 1º ao 3º ano.

[5] HTPC - Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo: Horário onde são realizadas reuniões semanais entre a equipe gestora e os docentes para tratar de assuntos pedagógicos.

A escola dispõe de 17 salas de aulas com capacidade de 45 alunos cada, exceto uma que comporta apenas 25 alunos. As salas estão dispostas em três pisos.

O acervo da biblioteca é formado por 19.907 livros catalogados. Além disso, 100 DVDs da TV ESCOLA, 200 DVDs diversos, livros didáticos, dicionários, atlas, 1 máquina copiadora, 1 computador, 1 retro- projetor, 7 mesas redondas com 35 cadeiras, que os alunos podem utilizar para fazer suas pesquisas e leituras.

A sala de informática conta com 10 computadores, 2 aparelhos de ar condicionado, cadeiras, bancos, mesas, 1 TV de 29 polegadas, 1 telão. A escola também dispõe de 1 data show, 1 videokê, 2 TV volantes nos outros pisos.

O laboratório de ciências/biologia/física/química possui 10 mesas quadradas para os alunos realizarem as atividades em grupo, uma geladeira, uma pequena quantidade de material de laboratório e reagentes químicos para as experiências.

Além das aulas de Educação Física, outras atividades extra-classe que envolvem a escola toda como: Concurso de Paródias, Gincanas, Festa Julina, são realizadas na quadra de esportes.

A classe dos sujeitos de pesquisa, do período da manhã, é composta por 43 alunos regularmente matriculados na 7ª série B, sendo que 28 são meninas e 15 meninos; com idades variando entre 12 e 15 anos.

4.2 Os sujeitos e sua classe

Powell e Bairral (2006) ponderam que a “nossa prática revela que estudantes têm crenças e sentimentos negativos em relação à matemática e sobre si mesmos como aprendizes dessa disciplina”.

Com o intuito de examinar tais crenças e sentimentos em nossos sujeitos e a classe a qual pertencem, aplicou-se um questionário aos alunos, incluindo os sujeitos. O objetivo de incluir todos os alunos desta classe era verificar se havia um diferencial entre eles e os sujeitos da pesquisa.

Foram elaboradas questões contendo alternativas, das quais se poderia escolher no máximo duas; e em uma delas o aluno poderia exemplificar.

O questionário[6] - em parte inspirado em Vila e Callejo (2006), que afirmam ser necessário diagnosticar as crenças para poder planejar adequadamente as atividades - é composto por dez perguntas. Uma pergunta é referente ao pensamento dos alunos sobre o que seus pais gostariam que eles fossem capazes de fazer nas aulas de matemática; duas perguntas estão relacionadas ao que os alunos pensam que o seu professor de matemática enfatiza nas aulas, e as demais perguntas se referem à utilização e relação dos alunos com a matemática.

O questionário foi respondido por 43 alunos da 7ª série do Ensino Fundamental, dos quais 10 são os sujeitos da pesquisa.

A primeira questão relaciona os alunos com seus pais:

---

[6] O questionário completo encontra-se nos anexos.

1) O que acha que seus pais mais gostariam que você fosse capaz de fazer em uma aula de matemática?

(a) ter resolvido um problema difícil;
(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;
(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;
(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;
(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

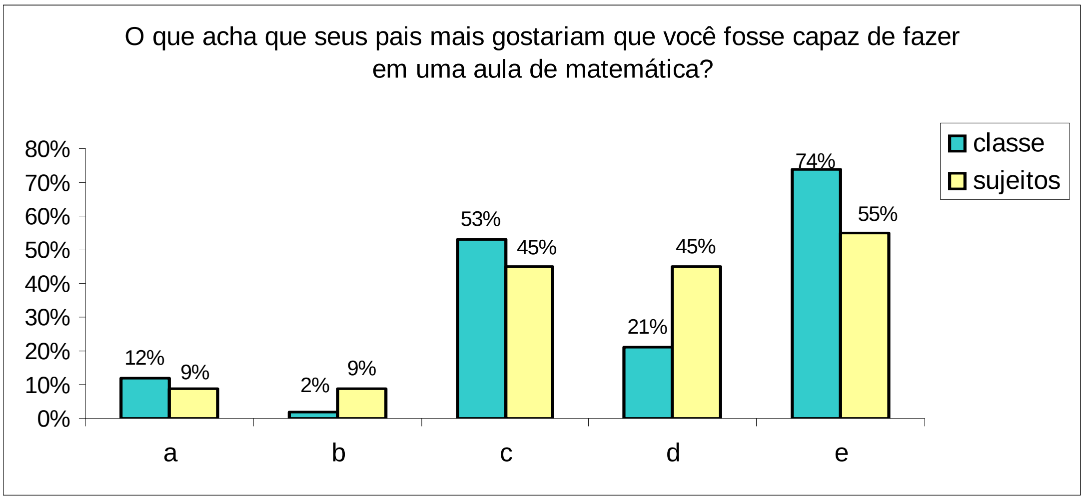


Gráfico 1: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Dos 43 alunos, 32 se mostram preocupados com a cobrança dos pais, para que estes tirem boas notas nas atividades propostas e 23 também percebem que os pais acham importante manter seu ponto de vista na discussão sobre um problema. Entre os 10 sujeitos da pesquisa verificaram-se: 6 têm a percepção de que seus pais se preocupam com as notas, 5 acreditam que os pais valorizam que eles mantenham seu ponto de vista e ainda 5 pensam que os pais acham importante a realização de difíceis cálculos mentais.

Na comparação entre o perfil da classe e dos sujeitos, destaca-se: dentre os sujeitos da pesquisa, 45% acreditam que seus pais valorizam a habilidade de realização de cálculos mentais difíceis; já para o conjunto da classe, esse percentual é de apenas 21%.

A segunda e a décima questões se referem aos alunos e ao professor.

2) O que acha que seu professor de matemática mais gostaria que você fosse capaz de fazer?

(a) ter resolvido um problema difícil;
(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;
(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;
(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;
(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

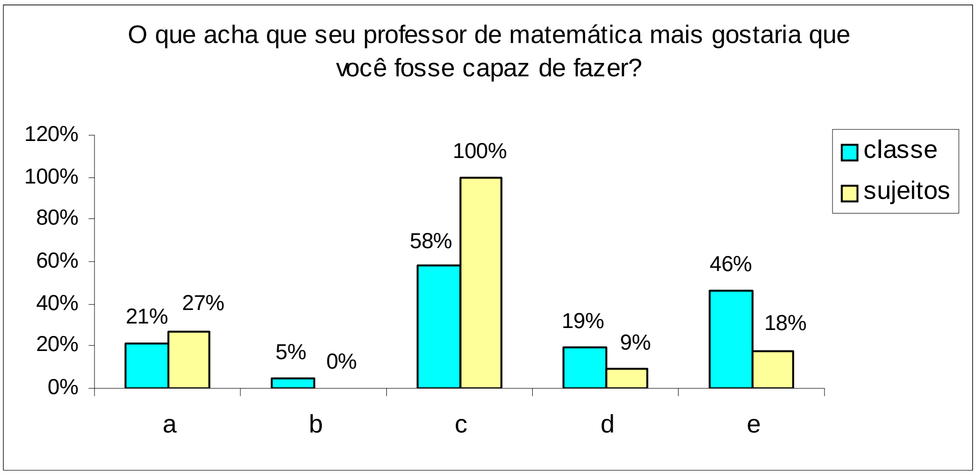


Gráfico 2: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Já com relação ao professor de matemática, dos 43 alunos, 25 pensam que a prioridade para seu professor é manter seu ponto de vista nos debates com o professor ou colega; ainda, 20 alunos sentem que existe uma cobrança de um bom rendimento nas avaliações, embora a maioria dos sujeitos não se sinta pressionada para que tenha um bom desempenho (apenas 2 sujeitos declaram isso); porém, todos os sujeitos da pesquisa perceberam que o professor dá prioridade, nas aulas, à discussão sobre um problema.

Os dados mostram que 46% dos alunos da classe sentem que o professor cobra bom rendimento. Já entre os sujeitos, o percentual é de apenas 18%. Por outro lado, 100% dos sujeitos acreditam que o professor valoriza que os alunos defendam suas idéias nas discussões sobre problemas, enquanto na classe esse percentual é de 58%.

10) Sinto-me seguro(a) e tranqüilo(a) quando, o professor de matemática pede que:

(a) reflita sobre o que fiz;
(b) explique no papel tudo o que fiz;
(c) veja se há outros caminhos de resolução;
(d) compare o resultado;
(e) compartilhe minhas idéias com outros colegas.

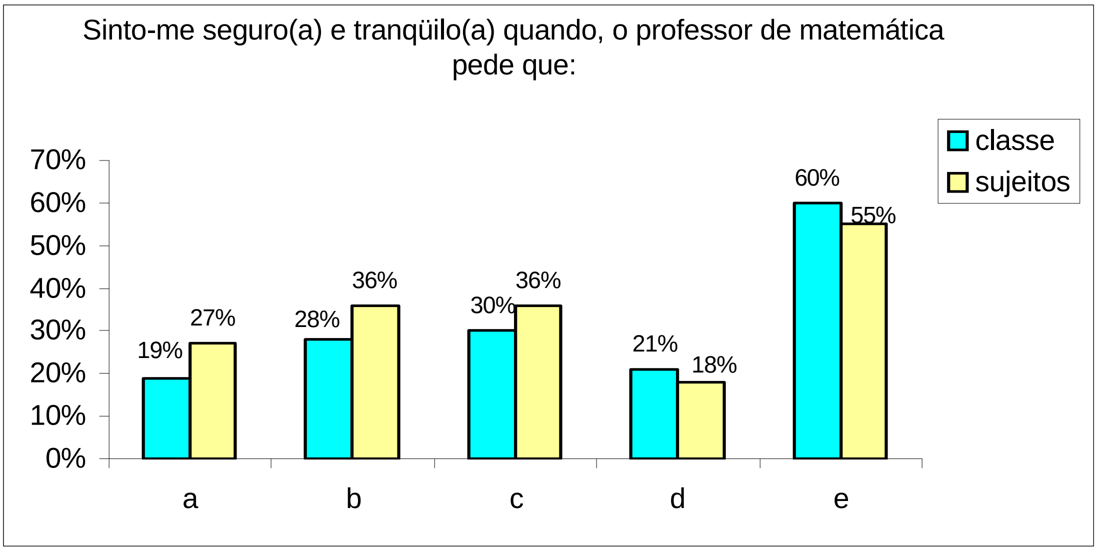


Gráfico 3: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Declaram sentir-se seguros e tranqüilos, ao compartilharem suas idéias com os outros, 26 alunos; 12 acreditam explicar seus procedimentos no papel sem muita dificuldade, 13 alunos procuram outros caminhos para resolver as atividades com segurança, 9 alunos comparam seus resultados com os outros e 8 refletem sobre o que fizeram. Dos 10 sujeitos da pesquisa, 6 sujeitos se sentem à vontade quando estão compartilhando suas idéias com os outros, 4 conseguem utilizar a escrita para mostrar o que fizeram, 4 fazem a atividade por outros caminhos, 3 colocam que procuram refletir sobre o que fizeram e 2 comparam seus resultados com os demais colegas.

Nesta questão observa-se que os sujeitos não apresentam diferenças significativas em relação a sua classe - 60% dos alunos compartilham suas idéias com os colegas contra 55% dos sujeitos.

As questões 3 a 9 se referem à relação do aluno com a disciplina de matemática.

3) A matemática serve para:
(a) saber um conjunto de regras e operações;
(b) saber calcular e fazer operações;
(c) desenvolver nossas capacidades intelectuais;
(d) aplicar algumas técnicas à vida real;
(e) poder enfrentar situações complicadas da realidade.

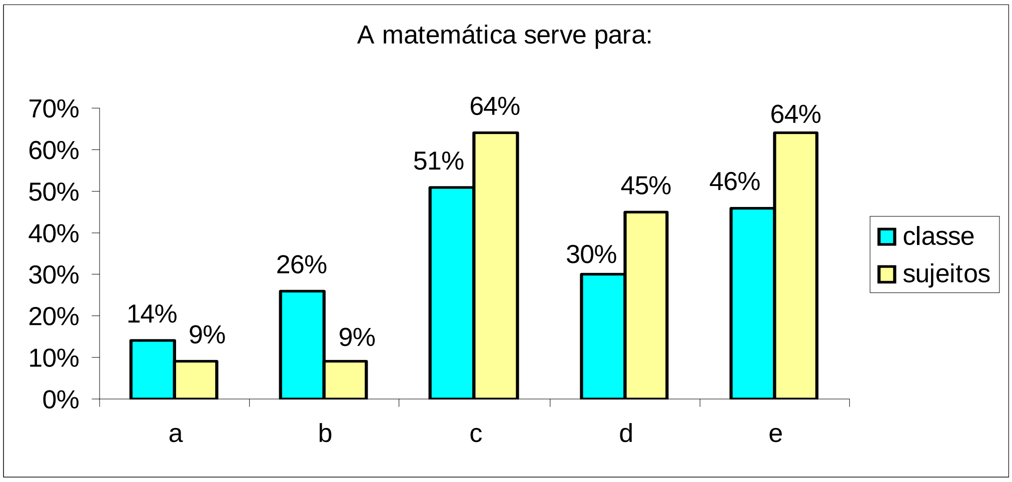


Gráfico 4: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Para 22 alunos, a matemática é uma ferramenta para resolução de problemas da realidade; 20 alunos consideram que desenvolvem as capacidades intelectuais com o estudo da matemática e apenas 2 alunos relacionam a matemática com saber calcular e fazer operações. Algumas técnicas que a matemática fornece, para a vida, são apontadas por 13 alunos; destes, 5 são os sujeitos da pesquisa. As duas primeiras opções, também foram citadas por 7 sujeitos da pesquisa .

Para 46% dos alunos da classe, a matemática serve para enfrentar problemas da realidade; para 26%, serve para saber calcular e fazer operações. Os sujeitos, nestes itens, respectivamente apresentaram os percentuais 64% e 9%; assim verifica-se que, proporcionalmente, os sujeitos relacionam menos que sua classe a matemática ao simples ato de calcular.

4) Você se depara com situações complicadas na vida cotidiana em que tem de utilizar a matemática?

(a) muitas vezes
(b) poucas vezes
(c) nenhuma vez
Se houver situações, dê algum exemplo.

Alguns exemplos citados, pelos alunos, como pode se observar nas figuras 4.1 e 4.2, onde a maioria relaciona o uso da matemática ao conferir o troco numa compra e em jogos que necessitam de fazer cálculos para obter o ganhador. Outros, descrevem a utilidade em cálculos de distância ou de tempo para um determinado percurso, verificados nos exemplos das figuras 4.2 e 4.3, também associaram ao ato de cozinhar, é preciso saber calcular a quantidade dos ingredientes nas receitas (figura 4.4).

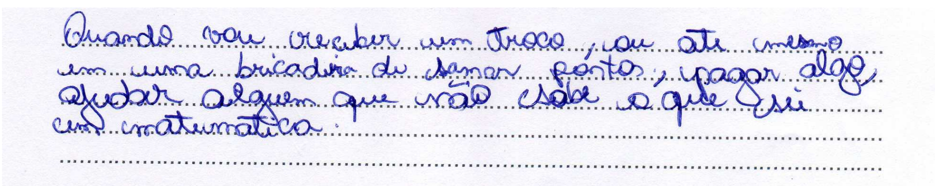
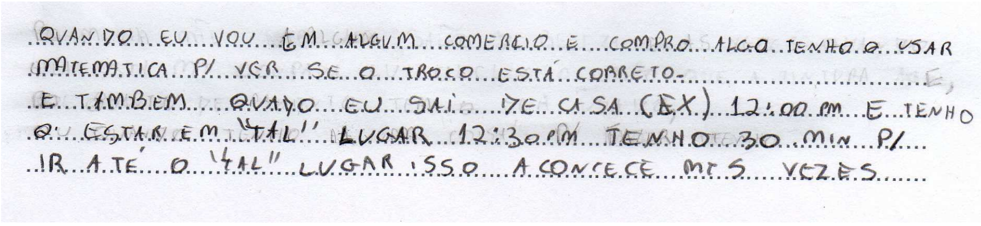
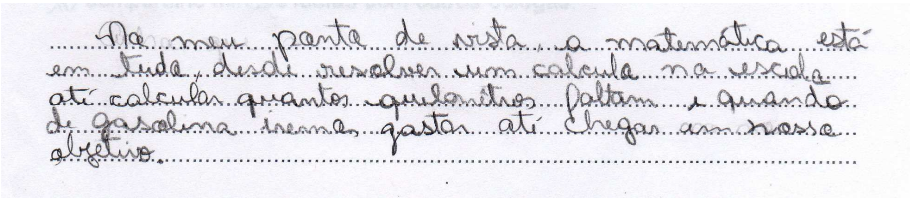

Quando vou receber um troco, ou até mesmo em uma bricadeira de somar pontos, pagar algo, ajudar alguem que não sabe o que é sei em matemática.

Figura 4.1- Utilidade da matemática nas situações do cotidiano.



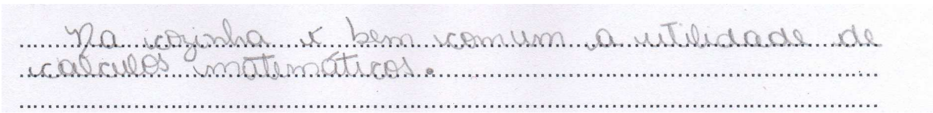
QUANDO EU VOU EM ALGUM COMERCIO E COMPRO ALGO TENHO Q USAR MATEMATICA P/ VER SE O TROCO ESTÁ CORRETO. E TAMBEM QUANDO EU SAI DE CASA (EX) 12:00 PM E TENHO Q ESTAR EM "TAL" LUGAR 12:30 PM TENHO 30 MIN P/ IR ATÉ O "TAL" LUGAR ISSO ACONTECE MTS VEZES

Figura 4.2 - Utilidade da matemática nas situações do cotidiano.



Na meu ponto de vista a matemática está em tudo, desde resolver um calculo na escola até calcular quantos quilometros faltam e quanto de gasolina iremos gastar até chegar em nosso objetivo.

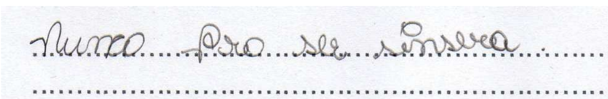
Figura 4.3 - Utilidade da matemática nas situações do cotidiano.



Na cozinha é bem comum a utilidade de calculos matemáticos.

Figura 4.4 - Utilidade da matemática em situações do cotidiano.

Na figura 4.5 o aluno escreveu que nunca passou por uma situação em seu cotidiano, que houvesse necessidade de utilizar a matemática.



Nunca pra ser sincera

Figura 4.5 - Não utiliza a matemática em situações do cotidiano.

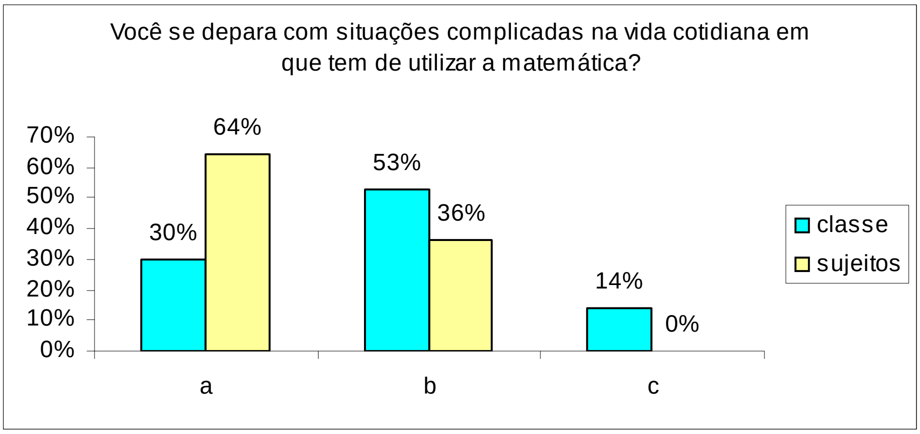


Gráfico 5: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Dos 43 alunos, 23 se deparam poucas vezes com situações que necessitam fazer uso da matemática para solucionar problemas do cotidiano, enquanto que13 alunos, se deparam freqüentemente com situações que utilizam a matemática no cotidiano; desses, 7 são sujeitos da pesquisa.

Na comparação, temos: 64% dos sujeitos se deparam freqüentemente com situações em que é necessário o uso da matemática; para a classe, esse percentual é de apenas 30% e 14%, nenhuma vez, sentiram necessidade de recorrer ao aprendizado de matemática em seu cotidiano. Assim conclui-se que os sujeitos percebem, mais em situações do cotidiano, a utilidade da matemática, quando comparado com sua classe.

5) Acho que sei fazer bem em matemática:

(a) cálculos;
(b) resolver problemas;
(c) entender regras e propriedades;
(d) descobrir e inventar regras matemáticas;
(e) raciocinar e pensar.

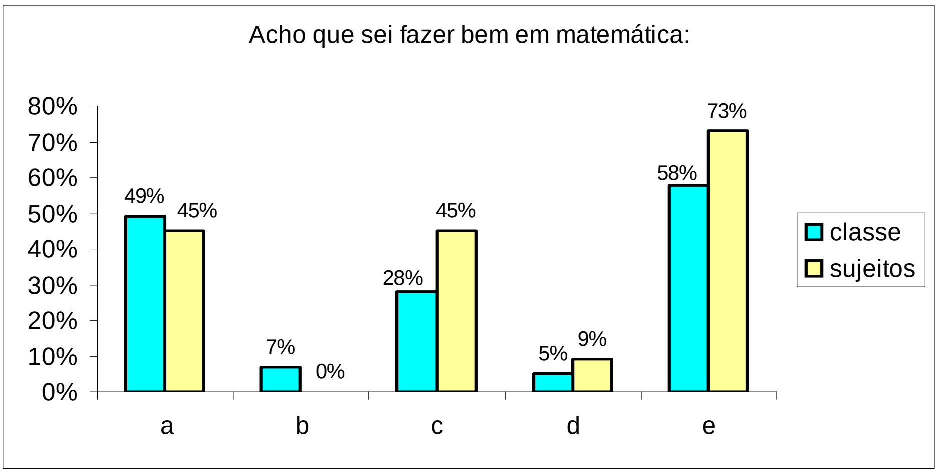


Gráfico 6: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Quanto às habilidades em matemática, 25 alunos da classe acham que têm um bom raciocínio matemático; 21 acreditam que são competentes em cálculos; 12 pensam entender as regras e propriedades da matemática. No grupo dos 10 sujeitos de pesquisa, temos: a facilidade de pensar e raciocinar em matemática são reconhecidos como uma capacidade própria para 8 sujeitos, e 5 consideram saber fazer bem cálculos e entender as regras e propriedades da matemática.

A diferença digna de menção entre classe e sujeitos se refere ao item c; enquanto 28% dos alunos da classe consideram que entendem bem regras e propriedades, no grupo de pesquisa esse percentual é de 45%.

6) Você gosta de matemática?

(a) muito
(b) pouco
(c) nada

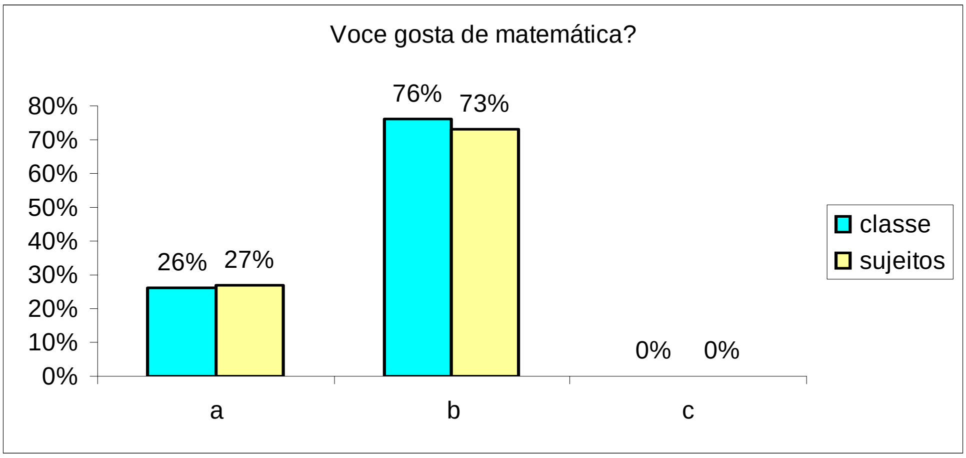


Gráfico 7: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Dos 43 alunos, apenas 11 declaram gostar muito de matemática, e os demais (32 alunos) gostam pouco; não é diferente com os sujeitos da pesquisa: apenas 3 gostam muito; nenhum dos alunos colocou que não gostava de matemática.

Como se poderia esperar, a grande maioria, tanto os sujeitos quanto seus colegas, demonstram não ter afinidade com a disciplina de matemática.

7) Você tem dificuldade nas aulas de matemática?

(a) muito
(b) pouco
(c) nada

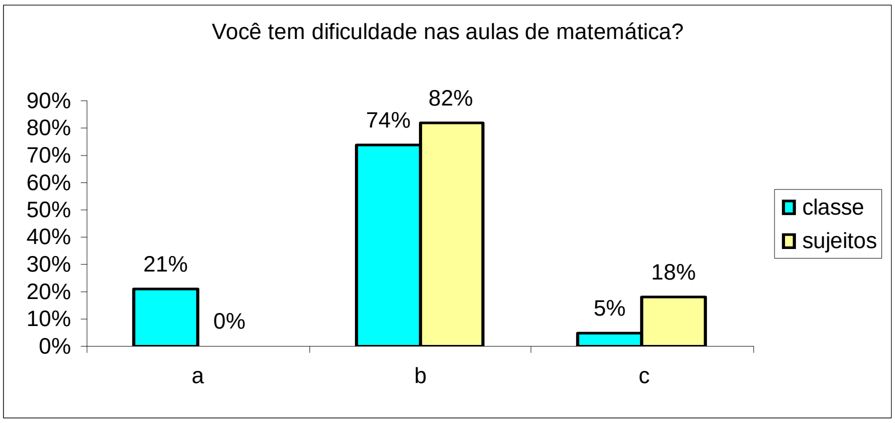


Gráfico 8: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Nas aulas de matemática, poucas são as dificuldades para 32 alunos; e para 9 alunos as dificuldades são muitas; dos sujeitos da pesquisa, 2 colocaram que não têm dificuldade nas aulas de matemática e os demais (8 sujeitos) têm um pouco de dificuldade.

Como na questão anterior, aqui também o perfil do grupo de sujeitos é semelhante ao de sua classe.

Constatou-se que a falta de afinidade – 76% e73%, classe e sujeitos respectivamente - não significa dificuldade de entendimento – 5% e 18%.

8) Quando é proposta uma atividade de matemática você:

(a) lê com atenção e procura resolvê-la;
(b) lê e se não entende, pergunta a um colega se ele a entendeu;
(c) lê e se não entende, pergunta ao professor;
(d) lê e se não entende, espera a correção para tentar entendê-la;
(e) não lê e espera a correção para copiar a resolução.

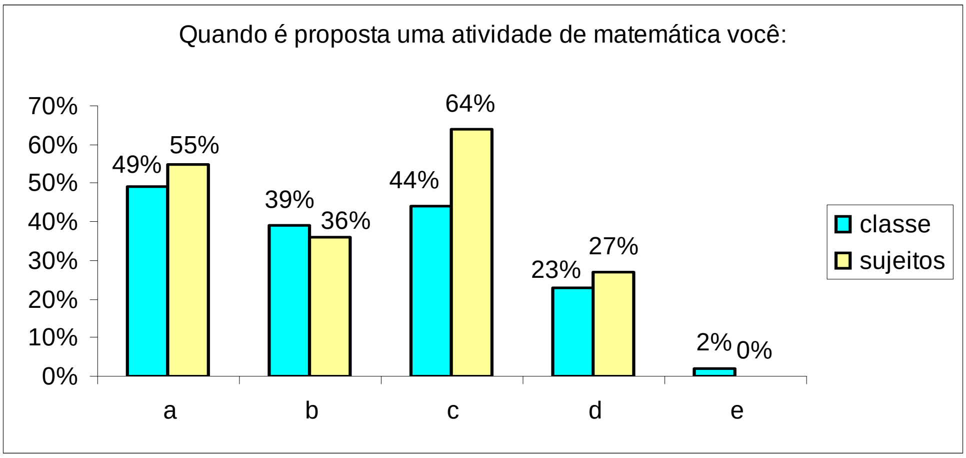


Gráfico 9: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Quando são propostos resoluções de problemas, 21 alunos lêem a atividade com atenção e procuram resolvê-la; 36 alunos declararam que, se não conseguem resolver a atividade, perguntam para um colega e/ou professor; 10 esperam a correção para tentar entender o problema proposto e apenas 1 aluno espera a correção para copiar a resposta. Entre os sujeitos da pesquisa, 6 são os que lêem e tentam resolver o problema, e os 10 declararam que se não conseguem resolver a atividade, perguntam ao colega e/ou professor; ainda, 4 colocaram que esperam a correção para entender melhor o problema.

Quanto às dúvidas nas resoluções de problemas, 64% dos sujeitos recorrem ao professor quando necessário, e apenas 44% dos seus colegas de classe; isso indica que os sujeitos possivelmente se sentem à vontade para fazer questionamentos ao professor.

9) Entre as atividades, qual é mais importante para você?

(a) ter resolvido um problema difícil;
(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;
(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;
(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;
(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

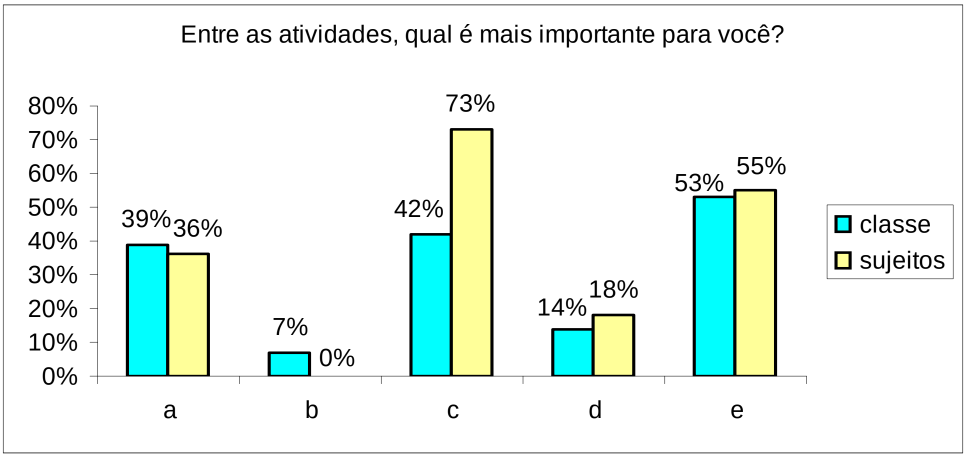


Gráfico 10: Questionário sobre as crenças dos alunos em relação à matemática.

Finalmente, na última questão, tem-se: 26 alunos se sentem seguros e tranqüilos ao compartilharem suas idéias com os outros; 12 acreditam explicar seus procedimentos no papel sem muita dificuldade; 13 alunos procuram outros caminhos para resolver as atividades com segurança; 9 alunos comparam seus resultados com os outros e 8 refletem sobre o que fizeram. Dos 10 sujeitos da pesquisa, 6 sujeitos se sentem à vontade quando estão compartilhando suas idéias com os outros; 4 conseguem utilizar a escrita para mostrar o que fizeram; 4

fazem a atividade por outros caminhos, 3 colocam que procuram refletir sobre o que fizeram e 2 comparam seus resultados com os demais colegas.

No que se refere à importância de manter seu ponto de vista nas discussões, destacamos: os sujeitos são 73%; sua classe, 44%. Nota-se que os sujeitos valorizam sua participação nas discussões das atividades propostas.

Para finalizar, sintetizamos algumas conclusões relativas a esse questionário sobre o perfil dos sujeitos:

No que se refere aos seus pais:

- Acreditam que seus pais valorizam a habilidade de realização de cálculos mentais difíceis.

No que se refere ao professor:

- Acreditam que o professor valoriza que os alunos defendam suas idéias nas discussões sobre problemas;
- Sentem se seguras e tranqüilas ao compartilharem suas idéias com os outros colegas.

No que se refere à disciplina de matemática:

- Pensam que a matemática serve para enfrentar problemas da realidade e não simplesmente como ato de calcular;

- Percebem, freqüentemente, em situações do cotidiano, a utilidade da matemática;
- Consideram que entendem bem regras e propriedades da matemática;
- Demonstram não ter afinidade com a disciplina de matemática;
- Declaram que tem um pouco de dificuldade na aprendizagem de conceitos matemáticos;
- Sentem à vontade para fazer questionamentos ao professor, quando surgem dúvidas nas resoluções de problemas;
- Valorizam sua participação nas discussões das atividades propostas.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DOS PROTOCOLOS

"A imaginação é mais importante do que o conhecimento, pois o conhecimento tem limites, ao passo que a imaginação abarca o mundo todo."

(Albert Einstein)

Os protocolos das 5 duplas, abaixo numeradas de 1 a 5, foram analisados juntamente com observações registradas por professores observadores, além das gravações de áudio e vídeo.

As questões do instrumento de pesquisa foram inspirados em parte no descrito em Lochhead e Mestre (1995).

O instrumento de pesquisa[7] foi dividido em três partes.

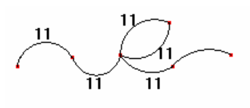
A primeira parte consistia de 3 questões envolvendo registros: algébrico, da língua natural, figural e numérico. O objetivo foi verificar a habilidade de extrair informações apresentadas num registro e representá-las em outro registro.

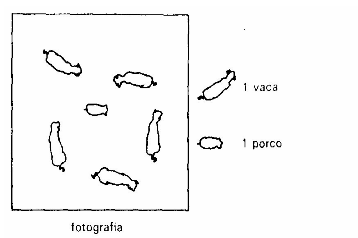
[7] Todas as atividades do instrumento de pesquisa se encontram nos anexos.

A segunda parte é composta por 2 questões, que foram apresentadas na língua natural. Teve como objetivo verificar se as duplas transformavam as informações para o registro algébrico.

A terceira parte apresentou 5 questões, no contexto de equações tendo como registro de partida os registros algébricos ou da língua natural. O objetivo foi examinar a habilidade de resolução das questões e relacioná-la com a competência nas diferentes linguagens – algébrica, pictórica, linguagem natural.

Cada questão com os seus respectivos objetivos estão nos quadros 5.1, 5.2 e 5.3.

<table>
<tr><th>Questões</th><th>Objetivos</th></tr>
<tr><td>1) Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.</td><td>A partir do registro algébrico da expressão dada os sujeitos deveriam transformá-la numa informação em linguagem natural no registro de chegada.</td></tr>
<tr><td>2)Uma nave espacial viaja por “etapas”, cada uma com a mesma extensão:


Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.</td><td rowspan="2">Com o registro de partida na representação figural associada à linguagem natural; esperava-se que o aluno transformasse a informação para a linguagem algébrica.</td></tr>
<tr><td>3) De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.

</td></tr>
</table>

Quadro 5.1- Questões do instrumento de pesquisa da parte I

<table>
<tr><th>Questões</th><th>Objetivos</th></tr>
<tr><td>1) Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.</td><td rowspan="2">Transformação que se esperava é da linguagem natural para a representação na linguagem algébrica.</td></tr>
<tr><td>2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:
a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.
b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.
c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.</td></tr>
</table>

Quadro 5.2- Questões do instrumento de pesquisa da parte II

Questões	Objetivos
1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?	Procurou-se investigar se as duplas espontaneamente mobilizavam outros registros em suas resoluções, além, daqueles nos quais o enunciado está formulado. Ou seja, procurou-se verificar se as duplas se apropriaram dos diferentes registros para resolver as questões.
2) A distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foram percorridos 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?	
3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.	
4) Qual é o valor de **x**: $\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$	
5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**. a) 5 + **a** = 12 b) 2**c** = 18 c) 3**x** + 6 = 21	

Quadro 5.3 - Questões do instrumento de pesquisa da parte III

Abaixo são descritos os tipos de registros de representações utilizados nesta pesquisa. Foram adotados símbolos para identificar os diferentes registros de representação semiótica:

Símbolo	**Registro de representação**
A	algébrico
N	natural
F	figural

Tabela: 5.1- Classificação dos diferentes registros de representação utilizados na pesquisa.

5.1. Análises de Protocolos

Seguem-se as análises dos protocolos das cinco duplas, que foram feitas por questão.

5.1.1 Análise dos protocolos das duplas da parte I:

As 3 questões dessa parte tratam de conversões da linguagem algébrica para a natural, e da linguagem figural e natural para a linguagem algébrica.

1ª questão: A→ N

Na primeira questão utilizou-se como registro de partida a linguagem algébrica, sendo que o objetivo era que os sujeitos dessem a mesma informação em linguagem natural no registro de chegada.

No quadro 5.4 encontra-se uma síntese das soluções da questão 1, apresentadas pelas 5 duplas.

Soluções das duplas da parte I: questão 1: A→N

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Tratamento no registro algébrico	Conversões corretas
S+ S+ S+ S+ S+ S+ S→7S Número de montadores é igual a 7	**A quantidade de montadores é igual a 7 vezes a quantidade de soldadores**	M é o número oculto dos montadores da fábrica	**M = S**	O número de montadores é igual ao número de sete soldadores da fábrica	Corretos: 1 Incorretos: 2	1
O “S” é menor do que o “M” porque “7S” é igual a “M”		**M = 7 e S = 7**				

Quadro 5.4 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa parte I, questão 1.

Questão 1: Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.

A dupla (2) fez corretamente a conversão da linguagem algébrica para a linguagem natural, apresentada na figura 5.1. A dupla (1) interpretou a equação com algum sentido: fizeram uso de alguma linguagem simbólica para representar que existem mais montadores que soldadores, como se pode observar na figura 5.2 as anotações que a dupla fez e as tentativas de tradução da sentença, porém não converteram completamente a informação para a linguagem natural.

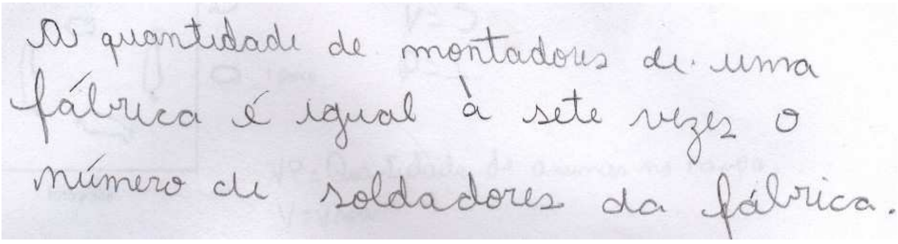

A quantidade de montadores de uma fábrica é igual à sete vezes o número de soldadores da fábrica.

Figura: 5.1- protocolo da dupla 2, da parte I, questão 1.

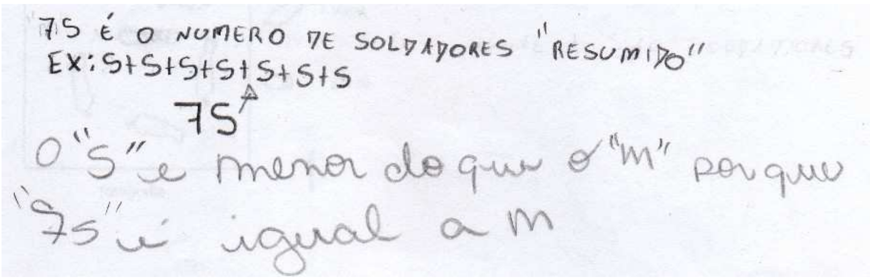

7S É O NUMERO DE SOLDADORES "RESUMIDO"
EX: S+S+S+S+S+S+S
7S
O "S" é menor do que o "M" porque "7S" é igual a M

Figura: 5.2- protocolo da dupla 1, da parte I, questão 1.

As outras duplas fizeram traduções imperfeitas da informação algébrica, afirmando que M é igual a 7 ou que S é igual a 7 ou ainda, que o número de montadores é igual ao número de soldadores.

Pode-se verificar que quatro duplas tiveram dificuldade na conversão do registro A para o registro N.

2ª e 3ª questões: F + N → A

Na segunda e terceira questões utilizou-se como registro de partida a representação figural associada à linguagem natural; esperava-se que o aluno transformasse a informação para a linguagem algébrica (registro de chegada).

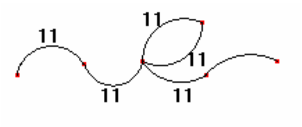
As soluções da questão 2, apresentadas pelas 5 duplas estão no quadro 5.5.

Soluções das duplas da parte I: questão 2: F + N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
Y = um valor indeterminado	Y = 5	**11 anos-luz x Y etapas**	**6 etapas, 11 anos-luz**	De que Y seria as etapas que foi percorrida durante a viagem		
Cada 11anos- luz 11anos- luz + Y	**Y.11**	11 anos-luz x 6y 6y→ nº de etapas		A extensão de cada etapa, seria de **6Y anos-luz ou Y anos-luz**	Incompleto: 1 Incorretos:2	2
11.10 → **11.Y**	5.11 ↓ 55 anos-luz					

Quadro 5.5 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa, da parte I, questão 2.

Questão 2: Uma nave espacial viaja por "etapas", cada uma com a mesma extensão:



Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

Apenas as duplas (1) e (2) apresentaram a resposta correta - 11. y – na questão (2); as figuras 5.3 e 5.4 nos mostram que essas duplas utilizaram expressões aritméticas, associando números que não estavam presentes na situação do problema. Possivelmente essa conversão facilitou a obtenção da resposta correta.

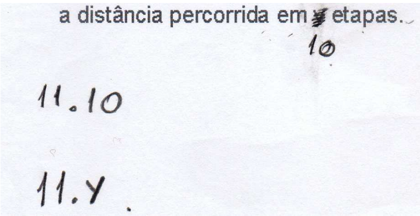


Figura: 5.3- protocolo da dupla 1, da parte I questão 2

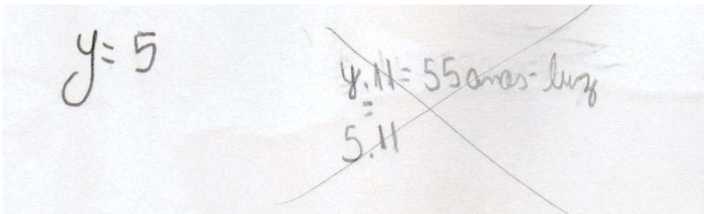


Figura: 5.4- protocolo da dupla 2, da parte I questão 2

A dupla (3) apresentou a solução incompleta da questão -11 anos-luz x Y etapas - tudo leva a crer que não percebeu que estava próxima da solução correta.

As duplas (4) e (5), que responderam incorretamente, apresentaram erros na interpretação dos problemas. A ilustração da figura 5.5 mostra a confusão entre variável e rótulo: consideram y como etapa e não como quantidade de etapas. Na figura 5.6 observa-se outro erro cometido pelas duplas que foi considerar a trajetória da nave sendo apenas de seis etapas, isso provavelmente devido à figura. Assim, apresentaram como solução 6y – o que ilustra novamente a confusão acima, pois provavelmente 6y é uma abreviação para “6 etapas”.

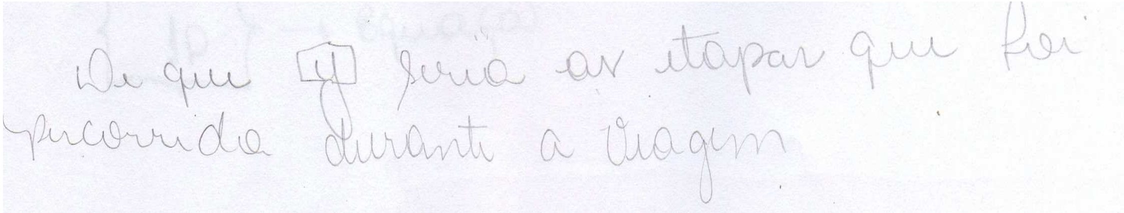


Figura: 5.5- protocolo da dupla 5, da parte I questão 2

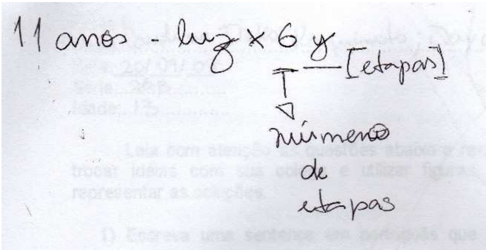


Figura: 5.6- protocolo da dupla 4, da parte I questão 2

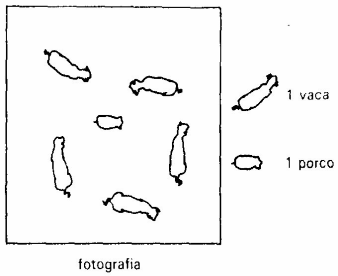
As soluções das 5 duplas para a questão 3, estão no quadro 5.6.

Soluções das duplas da parte I: questão 3: F + N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
1P + 5V	P = 1, V=5 VP = 6 6 – 5 = 1	V = 5 vacas P = 1 porco	(V+V+V+V+V+P) (5V + 1P)	A letra V é equivalente a “vaca” e P a “porco” e A “animais” então: 5V + 1P=6A	Conversões incorretas: 5	0
6VP = 1P + 5V	5V + 1P = (6V)P –P=5V	5V + 1P	6 animais 6a = 5V + 1P	1P =5V ou 5V =1P		
	V/P e P/V					

Quadro 5.6 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa, da parte I, questão 3.

Questão 3: De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheio de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Nenhuma dupla conseguiu representar corretamente as informações da questão 3 na linguagem algébrica. Ao se deparar com a figura, tomaram como resultado o número de animais da fotografia, não considerando a idéia de amostra e apresentando como resposta registros como os da figura 5.7 e 5.8.

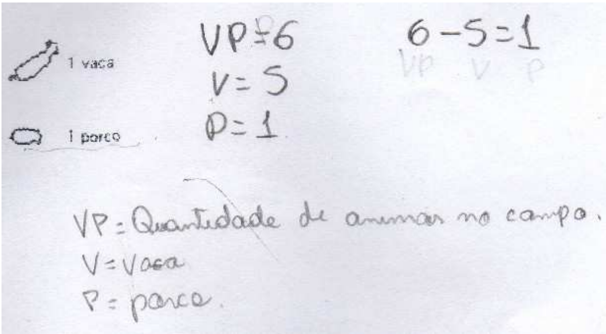


Figura: 5.7- protocolo da dupla 2, da parte I questão 3.

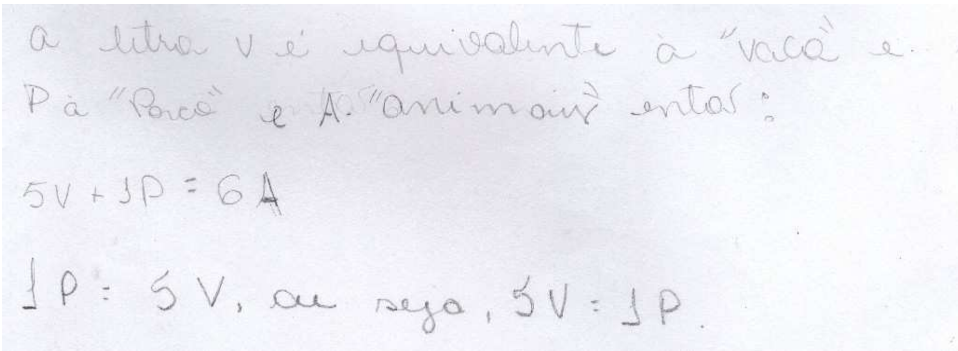


Figura: 5.8- protocolo da dupla 5, da parte I questão 3.

As duplas tiveram dificuldades com a representação figural: ocorreu novamente a confusão entre variável e rótulo, em que 5V + 1P = 6A é uma escrita abreviada para: “5 vacas mais um porco são 6 animais”.

Lochhead e Mestre (1995), comentam que esse tipo de confusão, infelizmente, é comum em todos os níveis de ensino, nesse problema “em que a equação deve ser escrita a partir de dados pictóricos; no caso, 5V e P são os rótulos convenientes para as cinco vacas e o único porco da figura, e assim os alunos escrevem a equação 5V = P” (p.148).

Lembramos que, para Duval (2003), “há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática” (p.31).

No caso da parte I de nosso instrumento, no que diz respeito à articulação dos registros A, N e F, apenas a dupla 2 mostra alguma desenvoltura, embora tenha concluído apenas umas das conversões F + N $\rightarrow$ A solicitadas (a da questão 2). A dupla 1 apresentou alguns indícios de articulação, porém ainda não consegue finalizar as passagens entre as representações.

5.1.2 Análise dos protocolos das duplas da parte II:

As duas questões dessa parte são apresentadas na linguagem natural para serem convertidas à linguagem algébrica e/ou numérica.

1ª e 2ª questões: N $\rightarrow$ A

Em ambas as questões, utilizou-se como registro de partida a linguagem natural; a transformação que se espera é a representação na linguagem algébrica.

Uma síntese das soluções das 5 duplas para a questão 1 está no quadro 5.7.

Soluções das duplas da parte II: questão 1: N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
A=Alunos P= Profs.	A=Alunos P= Profs.	A=Alunos P= Profs.	A=Alunos P= Profs.	6A = 6 alunos		
6x+A do Q PROF	**A = 6P**	P = 6A	A6 x M +P	**P = 6A**		
6x+A - P		6XA = 6 vezes o nº de alunos	P = 6A		Incorreta: 1 **(P = 6A)**	4 **(A = 6P)**
6A - P		A = nº de alunos P= nº de profs	**A = 6P**			
A = 6P		**A = 6P**				

Quadro 5.7 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa, da parte II questão 1.

Questão1: Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

As duplas (1), (2), (3) e (4) acertaram a questão, representando corretamente a equação: A = 6P; mas antes de representarem algebricamente a resposta, procuraram utilizar símbolos para traduzir a sentença (figuras 5.9, 5.10 e 5.11). Observam-se, nos protocolos das duplas 1, 3 e 4, exemplos claros que indicam a maneira como elas concebem a transição da linguagem natural para a algébrica:

- 6 x A como forma contraída de “6 vezes o número de alunos”;
- A6xM+P, provavelmente uma abreviação para “alunos seis vezes mais que professores”.

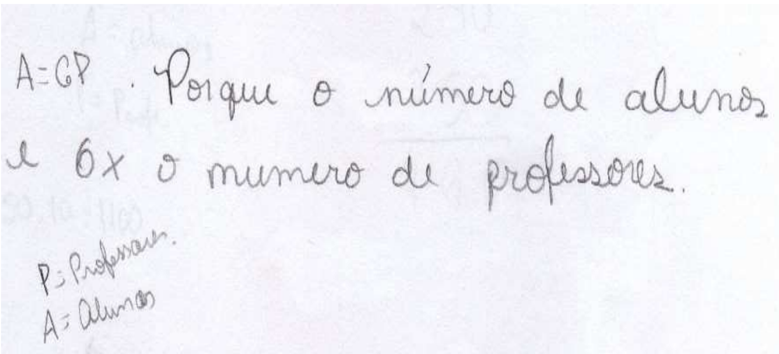


Figura: 5.9 - protocolo da dupla 3, da parte II questão 1

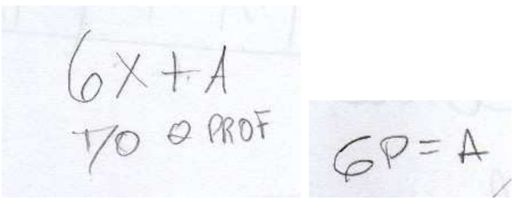


Figura: 5.10- protocolo da dupla 1, da parte II questão 1

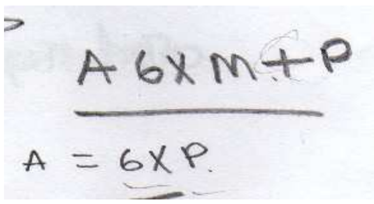


Figura: 5.11- protocolo da dupla 4, da parte II questão 1

Como se observa no protocolo abaixo (figura 5.12), na resposta incorreta da dupla 5, houve confusão entre as variáveis e os rótulos: P = 6 A.

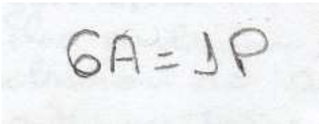


Figura: 5.12 - protocolo da dupla 5, da parte II questão 1.

As soluções das 5 duplas para a questão 2 estão no quadro 5.8, 5.9 e 5.10.

Soluções das duplas da parte II: questão 2a: N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
490 : 2 = 245	240 + 250 = 490	S = Salário F = Fred H = Harry	**490 : 2 = 245** F = H = (245)	SF= salário deFred SH= salário de Harry	Incompleta: 1 Erro comum: **490 : 2 = 245**	4
$\left.\begin{array}{l}\text{F 245}\\ \ +\\ \text{H 245}\end{array}\right\}\rightarrow 490$	F+H = FH FH = salários juntos = R$ 490 F =Fred H = Harry	F+H = R$ 490 SF+SH = R$ 490	F =Fred H =Harry	**SF+SH = 490**		
	F+H = 490 F = salário de Fred H = salário de Harry	**R$F + R$H = R$ 490**	**F+H = R$490**			

Quadro 5.8 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa da parte II questão 2(a).

2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:

a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$490,00.

Soluções das duplas da parte II: questão 2b: N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
KD 1H ganha 30, 20H = 600	20H = 30 + 10H = 50 = 1100	h=hora R$=quanto ganha por hora	**30. 20 + 50.10 = 1100**	T=total h=horas t=trabalhadas		
20H ganhando 30 = 600 +10H = 500 = 1100	**30. 20 + 50.10 = 1100**	R$xh+R$xh = R$1100		**t 20h = 30h e t 10h = 50h resultam 1100Tht**	Incompleta: 2	3 **30. 20 + 50.10 = 1100**
		30. 20 + 50.10 = 1100				

Quadro 5.9 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa da parte II questão 2(b).

> 2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:
>
> b)Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30,00 por hora, mais 10 horas ganhando R$50,00 por hora, recebendo o total de R$110,00.

Soluções das duplas da parte II: questão 2c: N →A

Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Conversões incorretas ou incompletas	Conversões corretas
Larry 4x + Bobby	L=idade de Larry B=idade de Bobby	A idade de Larry é 4x Bobby	20x4=80	L4x+VB →L28A →B7A → L4xMVB	Incorreta: 1 **L4 x B**	4 **L = 4 x B**
L4x+B	**L=4 x B**	Bobby tem 4x (menos) a idade de Larry	Larry é 4x velho Bobby	4x7=28 → 4xB =L		
L4 x B ↓ ↓ 40 10		B x 4 = L	L4xB L= 4 x MB	**L = 4 x B**		
		L = 4 x B	**L = 4 x B**			

Quadro 5.10 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa da parte II questão 2(c).

2)Traduza cada sentença para a linguagem matemática:

c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

No item (a): As duplas (2), (3) (4) e (5) representaram corretamente a equação, escrevendo: F + H = 490 ou SF + SH = 490 (figura 5.13 e 5.14), e a dupla 2 teve o cuidado de identificar as variáveis.

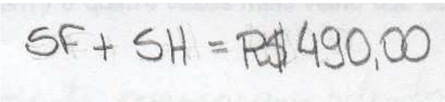


Figura: 5.13 - protocolo da dupla 5 da parte II questão 2a

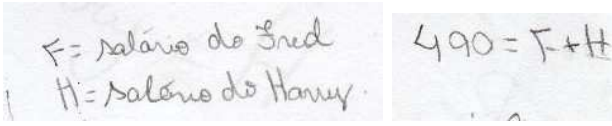


Figura: 5.14 - protocolo da dupla 2 da parte II questão 2a

Percebe-se, no desenvolvimento da atividade, que ainda há confusão entre variável e rótulo: a dupla 4 escreveu F= Fred e H= Harry, ao invés de salário de Fred e salário de Harry. Também se observa que, ao tentar concretizar a informação, as duplas utilizam-se de valores numéricos como exemplo, fazendo uso da representação aritmética na resolução.

Verifica-se outro erro cometido pelas duplas 1 e 4: como o problema relacionava uma certa quantidade de dinheiro e duas pessoas, os registros mostram a divisão de 490 por 2. Apesar deste erro a dupla 4 apresentou a resposta correta, F + H = 490,00 (figura 5.15), o que não aconteceu com a dupla 1(figura 5.16).

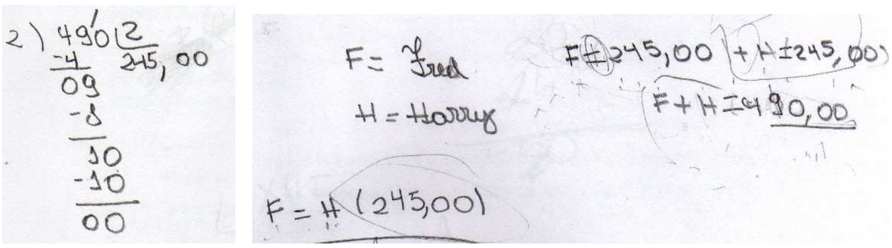


Figura: 5.15- protocolo da dupla 4 da parte II questão 2a

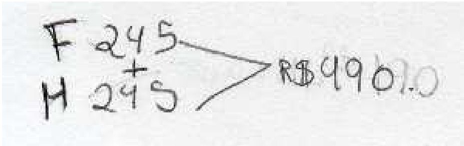


Figura: 5.16- protocolo da dupla 1 da parte II questão 2a

Quanto ao item (b), as duplas (2), (3) e (4) representaram a expressão corretamente: escreveram: 30.20 + 50.10 =1100. As duplas 1 e 5 utilizaram um misto dos registros algébricos, numérico e da linguagem natural, para representar a situação proposta, (figura 5.17 e 5.18). Não conseguiram completar a conversão, perderam-se nas anotações que fizeram durante as discussões entre os membros da dupla.

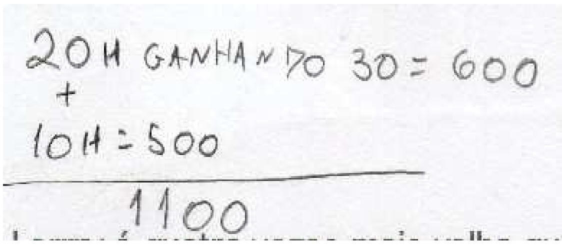


Figura: 5.17- protocolo da dupla 1 da parte II questão 2b

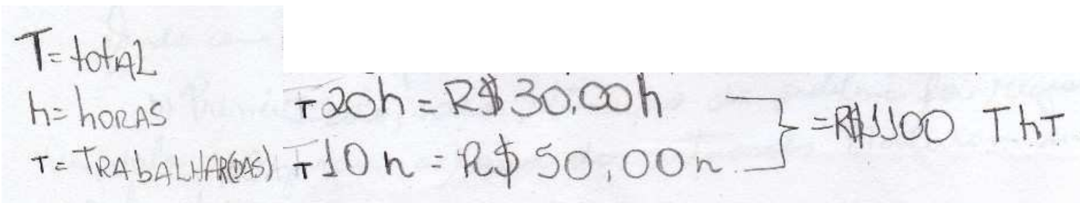


Figura: 5.18- protocolo da dupla 5 da parte II questão 2b

No item (c), a resposta: L= 4.B foi apresentada pelas duplas 2, 3, 4 e 5. Durante a resolução, as duplas 1, 3, 4 e 5 utilizaram, nos registros, representações simbólicas intermediárias, em que figura alguma representação aritmética, com atribuição de valores numéricos, o que pode ser verificado nas figuras 5.19 e 5.20.

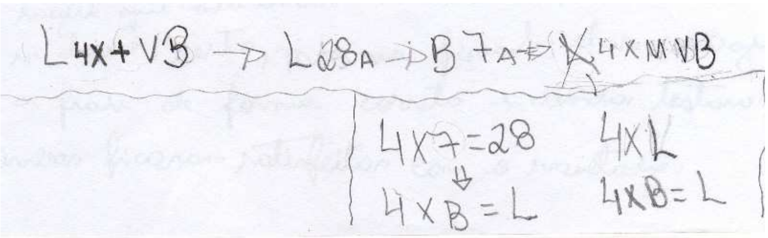


Figura: 5.19 - protocolo da dupla 5 da parte II questão 2c

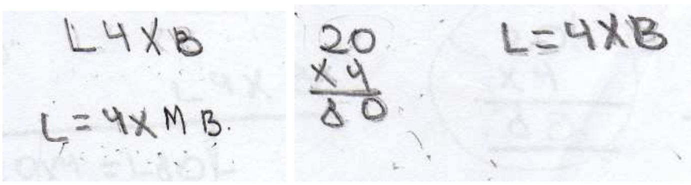


Figura: 5.20- protocolo da dupla 4 da parte II questão 2c

Observa-se novamente a ocorrência, agora na dupla 5, da estratégia da abreviação para fazer a transição N $\rightarrow$ A: L4x+VB para significar "Larry é 4 vezes mais velho que Bobby".

A dupla 1 não conseguiu concluir a tradução, permanecendo em palavras e símbolos intermediários.

Sintetizando, temos: no que diz respeito as 4 conversões N$\rightarrow$ A propostas na parte II, as duplas (2), (3) e (4) fizeram corretamente todas elas. A dupla (5) falhou nas conversões da questão 1 e 2(b). Possivelmente não entendeu a situação apresentada. A dupla (1) mostrou mais dificuldade nas questões desta parte, tendo sucesso apenas na questão 1.

5.1.3 Análise dos protocolos das duplas da parte III:

Enquanto nas partes anteriores, o enunciado explicitamente estimulava a conversão de registros, nesta parte procurou-se investigar se as duplas, espontaneamente, mobilizavam outros registros em suas resoluções, além, daqueles nos quais o enunciado está formulado. Ou seja, procurou-se verificar se as duplas se apropriaram dos diferentes registros para resolver as questões - todas conduzindo a equações - cuja formulação é idêntica à de exercícios rotineiros.

As soluções das 5 duplas da parte III estão sintetizadas no quadro 5.11 e 5.12.

Soluções das duplas da parte III

Conteúdo das questões	Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Registros mobilizados
1ª Questão: Perímetro do quadrado	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação numérica; ● Definição de perímetro.	● registro figural; ● registro numérico; ● registro na língua natural.
2ª Questão: Distância entre duas cidades	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação numérica.	●Representação numérica.	●Representação numérica; ● Reescreveram o enunciado.	● registro figural; ● registro numérico; ● registro na língua natural.
3ª Questão: Perímetro do retângulo	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação figural; ●Representação numérica.	●Representação figural; ●Representação numérica.	● registro figural; ● registro numérico; ● registro na língua natural.

Quadro 5.11 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa da parte III questões (1), (2) e (3).

Soluções das duplas da parte III

Conteúdo das questões	Dupla 1	Dupla 2	Dupla 3	Dupla 4	Dupla 5	Registros mobilizados
4ª Questão: Fração equivalente	●Representação figural; ● Propriedade da fração equivalente.	● Propriedade da fração equivalente; ● Justificativa.	● Propriedade da fração equivalente.	● Propriedade da fração equivalente; ● Justificativa.	● Propriedade da fração equivalente.	● registro figural; ● registro numérico; ● registro na língua natural.
5ª Questão: Item A 5 + a = 12	●Representação numérica.	●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação numérica.	●Representação numérica; ●Representação algébrica.	●Representação numérica; ● Justificativa.	● registro numérico; ● registro na língua natural.
5ª Questão: Item B 2 c = 18	●Representação algébrica; ●Representação numérica.	●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação algébrica; ●Representação numérica.	●Representação algébrica; Representação numérica.	●Representação numérica.	● registro algébrico; ● registro numérico; ● registro na língua natural.
5ª Questão: Item C 3 x + 6 = 21	●Representação algébrica; ●Representação numérica.	●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação algébrica; ●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação algébrica; ●Representação numérica; ● Justificativa.	●Representação numérica.	● registro algébrico; ● registro numérico; ● registro na língua natural.

Quadro 5.12 – Análise dos protocolos das duplas envolvidas na pesquisa da parte III, questões (4) e (5).

Das informações destacadas no quadro 5.11 e 5.12, foram escolhidas algumas para comentários.

1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado? 2) A distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foram percorridos 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B? 3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

Começamos com as questões 1, 2 e 3; que foram formuladas em linguagem natural. As duplas 1 e 2 fizeram uso da representação figural, convertendo a seguir para a representação numérica e encontrando a solução das questões (figura 5.21,5.22 e 5.23).

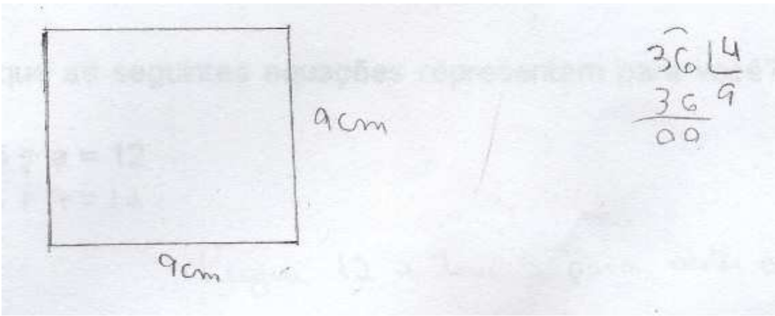


Figura: 5.21- protocolo de solução da dupla 2, parte III - questão 1

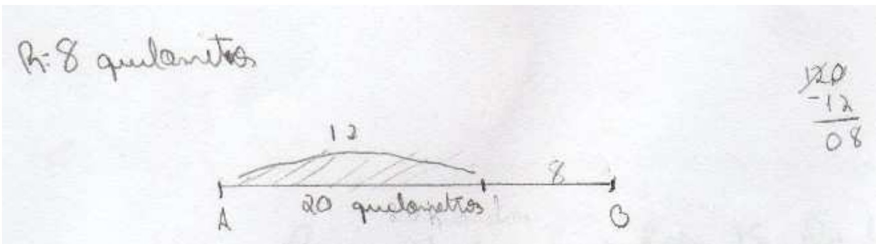


Figura: 5.22 - protocolo de solução da dupla 2, parte III - questão 2

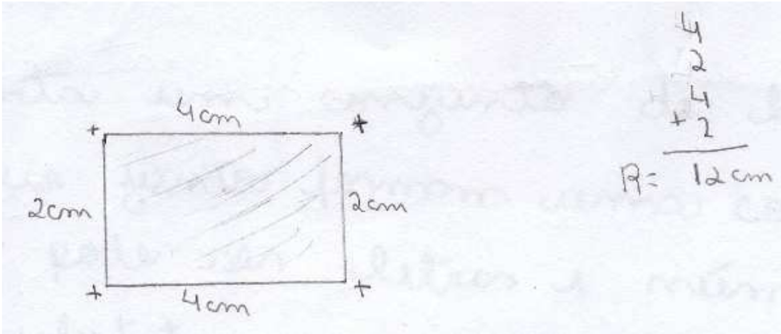


Figura: 5.23- protocolo de solução da dupla 2, parte III - questão 3

A dupla 3 utilizou-se da representação figural apenas na terceira questão, justificando seu resultado em linguagem natural (figura 5.24).

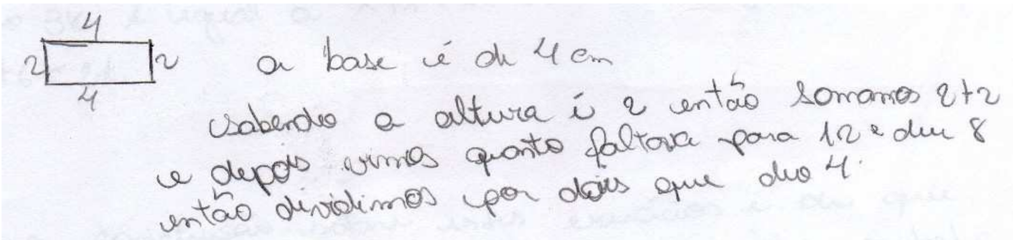


Figura: 5.24- protocolo de solução da dupla 3,parte III - questão 3

A dupla 5, na questão 1, utilizou a linguagem natural para escrever a definição de perímetro na sua resolução; depois, o registro numérico para obter o lado do quadrado. Na questão 2, fez uso da linguagem natural ao reescrever o enunciado, provavelmente isso facilitou a descoberta da solução (figura 5.25 e 5.26).

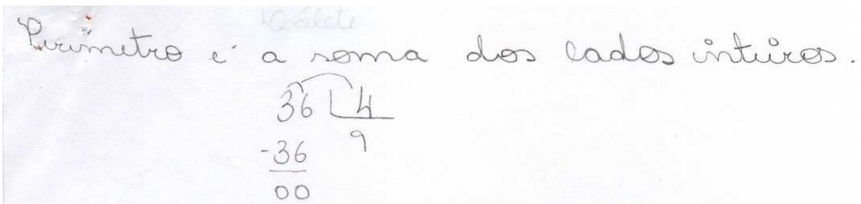


Figura: 5.25- protocolo de solução da dupla 5, parte III - questão 1

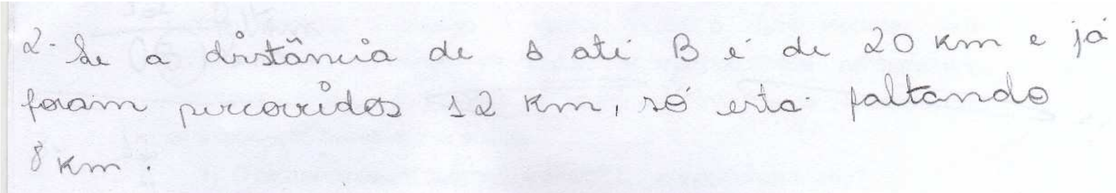

2- Se a distância de A até B é de 20 km e já foram percorridos 12 km, só está faltando 8 km.

Figura: 5.26- protocolo de solução da dupla 5, parte III - questão 2

Segue-se análise das questões 4 e 5.

4) Qual é o valor de **x**:

$$\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$$

5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

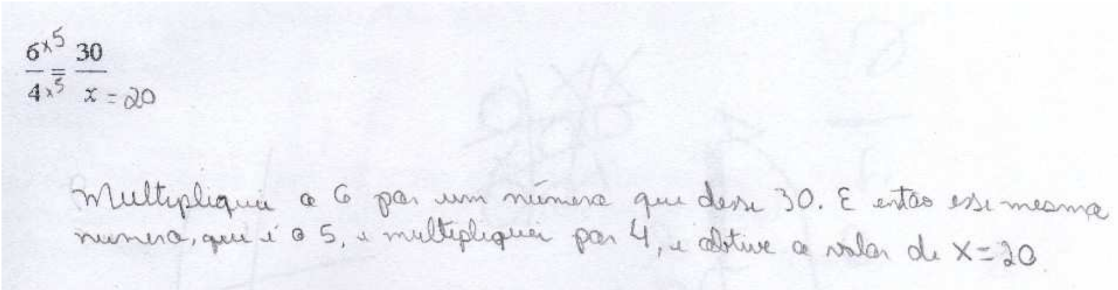
a) 5 + **a** = 12

b) 2**c** = 18

c) 3**x** + 6 = 21

As questões 4 e 5 foram formuladas nos registros algébrico e da linguagem natural.

Na questão 4, todas as duplas perceberam que, se tratava de uma igualdade de razões. Utilizaram a propriedade de fração equivalente para a resolução. Como se pode observar no último quadro, a dupla 2, além da representação numérica, registrou a explicação na linguagem natural (figura 5.27).

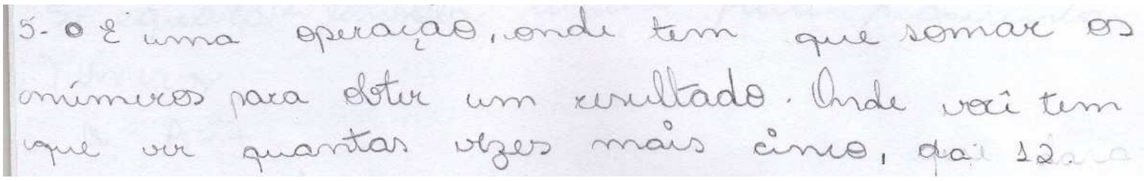


$\frac{6 \times 5}{4 \times 5} = \frac{30}{x}$ $x = 20$

Multipliquei o 6 por um número que desse 30. E então esse mesmo número, que é o 5, e multipliquei por 4, e obtive o valor de X=20

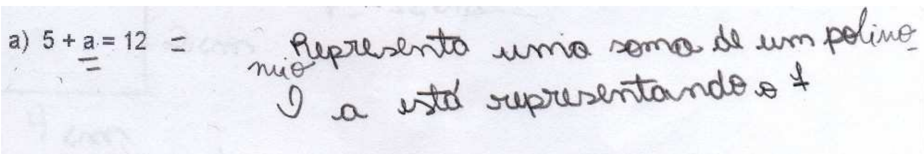
Figura: 5.27- protocolo de solução dupla 2, parte III - questão 4 da

Quanto a pergunta: “O que as seguintes equações representam para você?” – que figura no início da questão 5 - as duplas 2, 4 e 5 responderam. A dupla 5, na explicação do que representa uma equação, expressa suas idéias inadvertidamente, usando a palavra vezes, dando sentido de multiplicar e não adicionar (figura 5.28); a dupla 4 registrou que a equação “representa uma soma de polinômio”, provavelmente se referindo à soma de termos ou monômios – conceito estudado no semestre anterior. Essa resposta encontra-se na solução do item (a) na figura 5.29.



5- É uma operação, onde tem que somar os números para obter um resultado. Onde você tem que ver quantas vezes mais cinco, dai 12

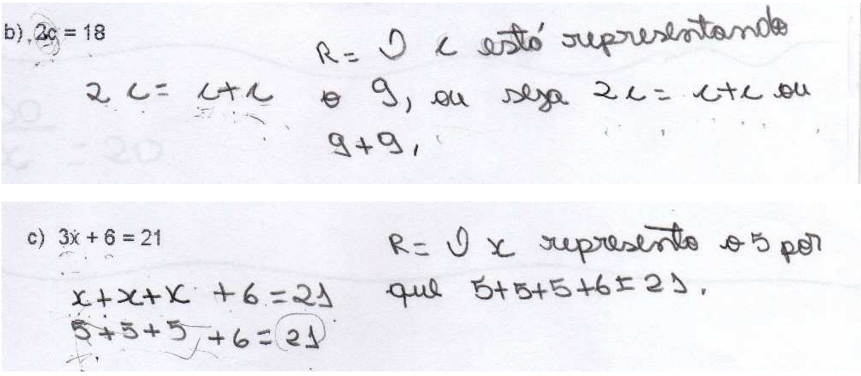
Figura: 5.28- protocolo de resposta da dupla 5, parte III - questão 5.



a) 5 + a = 12 = Representa uma soma de um polinomio
a está representando o +

Figura: 5.29- protocolo de resposta da dupla 4, parte III - questão 5

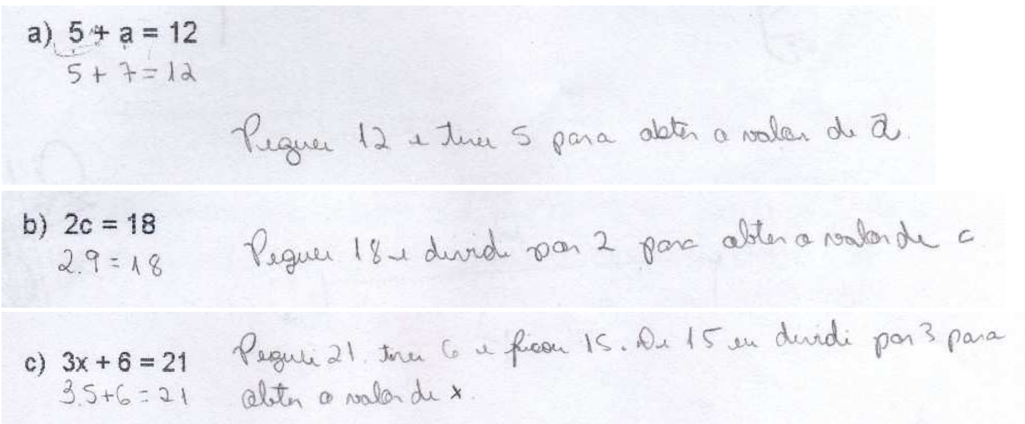
Nos itens seguintes, percebe-se que a dupla 4 recorreu aos registros algébrico e numérico para encontrar a solução destes itens (figura 5.30). As duplas 1, 3 e 5 apresentaram soluções corretas para todos os itens, também de maneira semelhante, fazendo uso de registros, como a dupla 4.


b) 2c = 18
2c = c+c
R= O c está representando o 9, ou seja 2c = c+c ou 9+9,

c) 3x + 6 = 21
x+x+x +6 = 21
5+5+5 +6 = 21
R= O x representa o 5 por que 5+5+5+6=21.

Figura: 5.30- protocolo de solução da dupla 4, parte III - questão 5

A dupla 2 utilizou-se do registro numérico para resolver as equações, mas, na explicação, pode-se observar que faz uso correto de conceitos para resolução das equações (figura 5.31). Lembremos que a dupla 2 é a que demonstra desde o início da aplicação do instrumento, maior articulação dos registros A $\rightarrow$ N.


a) 5 + a = 12
5 + 7 = 12
Peguei 12 e tirei 5 para obter o valor de a.

b) 2c = 18
2.9 = 18
Peguei 18 e dividi por 2 para obter o valor de c

c) 3x + 6 = 21
3.5+6 = 21
Peguei 21, tirei 6 e ficou 15. Daí 15 eu dividi por 3 para obter o valor de x.

Figura:5. 31- protocolo de solução da dupla 2, parte III - questão 5

A tabela a seguir faz uma contagem da mobilização espontânea de registros exibidos na parte III por dupla. Utilizou-se o critério de contar os diversos episódios de mobilização de um mesmo registro. Assim, por exemplo, o número 2 da primeira célula da tabela indica que o protocolo da dupla 1 mostra 2 episódios de mobilização do registro algébrico, na parte III de nosso instrumento de pesquisa.

Análise dos dados quanto aos registros mobilizados pelas duplas, tabela 5.2.

	Algébrico	**Numérico**	**Figural**	**Língua Natural**	**Total**
Dupla 1	2	7	4	0	12
Dupla 2	0	7	3	4	14
Dupla 3	2	7	1	2	12
Dupla 4	3	7	2	2	14
Dupla 5	0	7	1	3	11
Total	6	35	11	12	63

Tabela 5.2 - Registros mobilizados espontaneamente pelas duplas

Observou-se que todas as duplas mobilizaram os registros numérico e figural. O registro menos mobilizado foi o algébrico, sendo que as duplas 2 e 5 não as utilizaram. A dupla 5 mobilizou o menor número de registros diferentes. As 2 e 4 foram as que mais mobilizaram, sendo que a 4 mobilizou todos eles, assim, foram selecionadas as duplas 2 e 5 para análise mais detalhada, pois é possível ter uma visão geral do quadro – totalizaram os maiores e o menor números de registros.

5.2. Repercussão da vivência junto aos sujeitos

Com o objetivo de coletar as impressões dos sujeitos que participaram e verificar se perceberam alguma influência no rendimento escolar, foi elaborado um questionário com as considerações finais do Projeto de Matemática. Foram as seguintes perguntas:

1. O que motivou a sua participação no projeto?
2. Que tipo de dificuldades você encontrou durante o projeto?
3. O projeto contribuiu para a sua aprendizagem?
4. Você gostaria que o projeto continuasse?

O questionário foi respondido individualmente, no encerramento do projeto de matemática do ano de 2007, ocorrido no final do mês de novembro.

Os sujeitos apresentaram os motivos pelos quais resolveram participar do projeto. Apenas três deles declaram que o motivo foi por terem dificuldade em matemática; um sujeito afirmou que gosta da disciplina e tem curiosidade em experimentar coisas novas e para seis dentre eles, o projeto propiciaria vivenciar novas experiências na aprendizagem de conceitos matemáticos e também seria uma boa oportunidade para se aprimorar. Como declarou um dos sujeitos: “Eu nunca fui boa em matemática, nunca gostei também. E quando me falaram sobre o projeto, achei que era uma oportunidade para aprender”.

Constatou-se que as dificuldades encontradas pelos sujeitos foram, principalmente, organizar as idéias no papel e escrever os procedimentos utilizados nas construções. Isso fica evidente no depoimento: “Eu acho que muitas vezes foi difícil eu escrever o que eu tinha falado”. Segundo Pimm é esperado esse tipo de dificuldade. Os alunos não conseguem expressar os pensamentos nos registros escritos. Quando se escreve para o outro, exige-se uma expressão mais elaborada das idéias, ou seja, é necessário descrever, de maneira clara, para que o leitor possa entender.

Outro fator que causou reclamações dos sujeitos foi o número excessivo de horas dedicadas à disciplina de matemática, visto que tinham três aulas no período normal de aula e mais uma extra. Assim, dois sujeitos, declararam respectivamente: “Às vezes ficava com raiva, sono, cansaço, mas não a dificuldade da lição, mas sim da falta de vontade”; e “Às vezes eu tinha que fazer algo importante, mas não podia faltar no grupo de estudo. Outra dificuldade foi a preguiça que dava”.

Quanto à contribuição do projeto na aprendizagem, declararam que foi significativa e se sentem satisfeitos com sua participação. Cinco sujeitos citaram as construções geométricas que realizaram como ponto positivo, pois conseguiram visualizar nas figuras construídas os conceitos envolvidos; outros apontaram as discussões como importantes para desenvolverem a agilidade de raciocínio e interpretação dos enunciados das atividades, além do rendimento nas aulas de matemática ter melhorado. Um dos sujeitos relatou: “Aprendi a passar informações para equações, sem mesmo nunca ter feito uma. É um pouco difícil no começo, mas depois fica bem mais fácil com a prática. Acho que isso ajudou nas aulas do horário normal”. Provavelmente referiu-se às atividades do instrumento de pesquisa, onde tiveram que realizar transformações de representações a partir dos enunciados.

Todas as alunas, que participaram deste projeto, gostariam que tivesse seqüência, pois gostaram muita da experiência e que o mesmo deveria ser estendido aos alunos com dificuldade de aprendizado.

CAPÍTULO 6

PERCURSO DAS DUPLAS 2 e 5

"Erros são, no final das contas, fundamentos da verdade. Se um homem não sabe o que uma coisa é, já é um avanço do conhecimento saber o que ela não é."

(Carl Jung)

Optou-se por examinar detalhadamente o percurso das duplas 2 e 5, pois foram as que apresentaram respectivamente, maior e menor número de diferentes registros durante o desenvolvimento das atividades, onde deveriam mobilizá-los espontaneamente para a solução dos problemas.

Para estes comentários foram considerados os protocolos das duplas, os registros dos observadores, além das gravações de áudio e vídeo.

6.1 Percurso da dupla 2

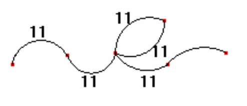
No período preliminar, a dupla 2 participou ativamente das discussões questionando, argumentando. Em cada idéia ou dúvida que surgia, apresentava interessantes conclusões. Por exemplo: na atividade que a proposta era a construção da mediatriz de um segmento e a bissetriz do ângulo, a dupla percebeu que a mediatriz é a reta que passa pelo ponto médio e divide o segmento em duas partes iguais formando dois ângulos de mesma medida. Concluiu que: “então a bissetriz é a reta que divide o ângulo em dois ângulos iguais”.

Passemos aos comentários relativos a dupla 2 durante a aplicação do instrumento. Reproduzimos os enunciados das questões para comodidade do leitor. Como ressaltado na seção 5.1, na parte I do instrumento de pesquisa o objetivo era a conversão da linguagem algébrica para a língua natural, e das linguagens figural e natural para a linguagem algébrica.

> 1) Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.

Na primeira leitura uma delas traduziu a expressão algébrica como: “M é igual a sete vezes S”, e a outra questionou: “Por que 7 vezes?”. Então a primeira explicou que ‘7S’ significava ‘7 vezes S’. O símbolo utilizado para representar a multiplicação neste caso não era necessário**.** Em seguida, formulou, oralmente, algumas sentenças até que se decidiu por registrar: “A quantidade de montadores de uma fábrica é igual a sete vezes o número de soldadores da fábrica”. A dupla sentiu necessidade de verificar se estava correta, voltando à expressão algébrica.

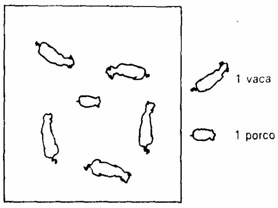
A observadora registrou as seguintes impressões: “inicialmente a dupla não entendeu o que a questão estava solicitando. Pediu auxílio e foi orientada a ler com atenção e tentar responder todas as questões; formulou oralmente algumas sentenças e respondeu a questão, demonstrando a preocupação em não cometer erros gramaticais”.

> 2) Uma nave espacial viaja por “etapas”, cada uma com a mesma extensão:
>
> 
>
>
> Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

A dupla teve dificuldade em entender esta questão. Na primeira leitura teve a impressão de não ter entendido nada. Leu novamente, observando atentamente a figura, formulou oralmente algumas hipóteses, definiu que “y” seria o número de etapas e escreveu “y.11”. Uma delas questionou sobre o verbo ‘percorrida’ do enunciado. Concluiu: “isso significa que já foi percorrido”. Novamente, pela figura, observou que só estava registrado 11 em 5 etapas e que a próxima etapa “provavelmente não foi percorrido”, então não deveria considerar essa etapa, logo fez: “5 vezes 11 é 55”.

A dupla tinha dúvidas, então retomou a questão. Ao reler, uma delas disse: “temos que descobrir o que é essa etapa” e a outra respondeu “isso significa várias etapas, como num número decimal aproximado, que não tem todos os números”. Ela fez um comparativo com um número irracional, ou seja, as etapas não estavam todas representadas, portanto “não dá para dizer quantas etapas são ao todo e todas etapas são todas iguais a 11 anos-luz”. Então, uma delas pergunta: “qual o valor de 11 anos-luz na matemática?”. Esta pergunta ficou sem resposta.

> 3) De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Uma delas diz ter entendido que teria que ser representado, por uma equação, a quantidade de vacas a partir da quantidade de porcos, então começou a escrever algumas expressões (exemplos no quadro da seção 5.1.1), mas logo percebeu que: “não pode somar e nem tirar coisas diferentes”. Então, representaram a figura numericamente, escrevendo: “6 – 5 = 1”. Também tentou representar a situação, utilizando a razão V/P. Comentou que a quantidade de vacas era maior e que deveria estar no denominador, portanto P/V. Uma delas, não satisfeita com a resolução, disse: “estou sentindo que não está completa, depois vamos voltar nela”.

A observadora ressaltou a preocupação da dupla em registrar as idéias: “Vamos colocar no papel o que estamos pensando, mesmo que esteja errado.

Decidiremos depois, com a professora, se está certo ou errado". O tempo foi insuficiente a dupla não conseguiu conclui-la.

Na parte II, solicitava-se a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica ou numérica.

> 1) Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: "Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade". Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

Não houve dificuldade de entendimento do enunciado. Os sujeitos fizeram a comparação com a questão 1 da parte anterior e assim escreveram corretamente a equação e ainda justificaram: "Porque o número de alunos é 6 vezes o número de professores".

> 2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:
> a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.
> b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.
> c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

No item (a), a dupla primeiro pensou em quantidades, que somadas resultavam 490, depois em substituir por uma letra que poderia ser "x". Se os salários fossem representados por "x", teriam "2 x = 490". Uma delas questionou que, no problema, não estava escrito que os salários eram iguais. Sendo diferentes, deviam ser representados com letras diferentes. Sugeriu que utilizassem F e H, e assim a dupla representou a sentença "490 = F + H". Uma delas comentou: "mas está ao contrário" e a outra respondeu: "a questão não está pedindo para resolver, pede para escrever uma sentença matemática, que represente os salários juntos, com o total de 490”. Então se lembrou de escrever o significado das variáveis.

Para o item (b), a dupla foi lendo o enunciado e simultaneamente traduzindo para a linguagem numérica.

No item (c), fez-se a conversão para a linguagem algébrica, tomando o cuidado de descrever as variáveis utilizadas para representar a sentença proposta.

Na parte III, as duplas deveriam extrair informações dos enunciados e, espontaneamente, mobilizar os registros de que sentissem necessidade para resolver os problemas.

> 1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?
> 2) A distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foram percorridos 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?
> 3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

Na primeira questão, lembrou que um quadrado tem quatro lados iguais, então mentalmente fez o cálculo de “36 : 4 = 9”. Depois, a dupla registrou isso. Em seguida, representou a figura do quadrado, anotando nela a medida do lado encontrado.

A dupla leu a questão 2 e disse: “ Se saiu de A e já percorreu 12 km, então basta fazer 20 menos 12”. Assim, representou o trajeto por uma figura com todos os dados que o enunciado forneceu, registrou o cálculo e a resposta do problema.

Na terceira questão, a dupla representou o retângulo colocando a informação da medida da altura de 2cm; em seguida observou que: “se o perímetro mede 12cm, tira 4 de 12, que é igual 8, então como os dois lados são iguais, a base é 4cm”. Uma delas sugeriu fazer a verificação somando tudo para ter certeza se estava certo. E assim foi feito.

A dupla nestas três primeiras questões mobilizou a representação figural e também fez uso do registro numérico.

4) Qual é o valor de **x**: $\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$

Na quarta questão, a dupla lembrou que se tratava de frações equivalentes, então, simultaneamente, formulou, oralmente, a resolução e escreveu: “6 vezes o 5 é 30 e 4 vezes 5 é 20 então x é igual a 20”.

Utilizou o conceito de fração equivalente e o explicou: “Multipliquei o 6 por um número que desse 30. E então esse mesmo número, que é o 5, e multipliquei por 4, e obtive o valor de x = 20”.

5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

a) 5 + **a** = 12
b) 2**c** = 18
c) 3**x** + 6 = 21

No item (a) da quinta questão, a dupla pensou: “qual o número que somando a 5 dá 12?”, e em seguida registrou: “5 + 7 = 12”. Assim, procedeu de maneira semelhante nos demais itens (esses registros encontram-se na seção 5.1.3).

Observa-se que a dupla utilizou conceitos que não foram vistos em sala de aula, isto é, a resolução de equações de primeiro grau.A dupla resolveu as equações substituindo as incógnitas por valores numéricos, apenas observando a informação dada pela equação. Mas, ao explicar o procedimento, demonstrou conhecer as propriedades de uma equação de primeiro grau: “Peguei o 12 e tirei 5 para obter o valor de a”; “Peguei 18 e dividi por 2 para obter o valor de c”; “Peguei o 21 tirei 6 e ficou 15. De 15 eu dividi por 3 para obter o valor de x”.

Quanto à pergunta: “o que as equações representam para você?”, a dupla respondeu: “representam um conjunto de letras, números e sinais, que juntos formam uma conta, que o resultado pode ser letra e números juntos. E a letra substitui um valor que não está definido”.

6.2 Percurso da dupla 5

O percurso da dupla 5 se inicia com alguns relatos, que foram apresentados durante o período preliminar. Essa dupla expôs pouco suas idéias. Procurava ouvir as opiniões das outras e fazia muitas tentativas para obter as construções geométricas propostas. Costumava anotar o significado de novos conceitos e, no final dessas construções, registrava os procedimentos.

As figuras 6.1 e 6.2, ilustra alguns registros da dupla no período preliminar.

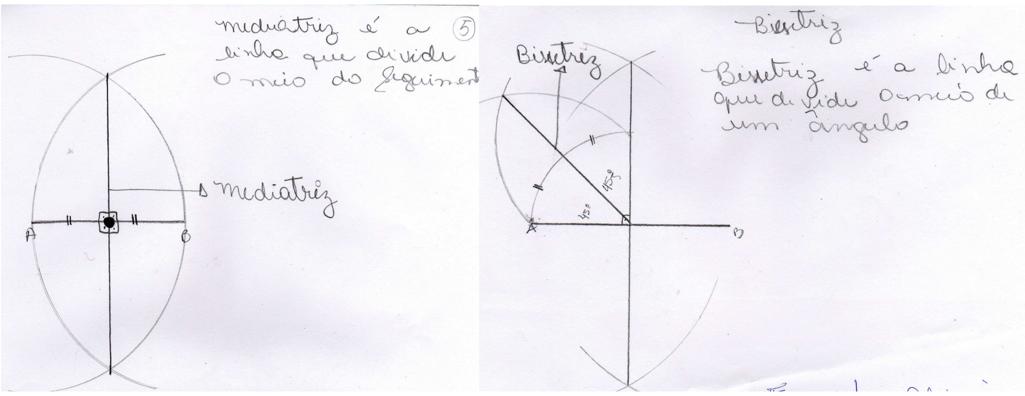


Figura 6.1 – Registro da dupla 5, na construção da mediatriz de um segmento e da bissetriz do ângulo de 90º.

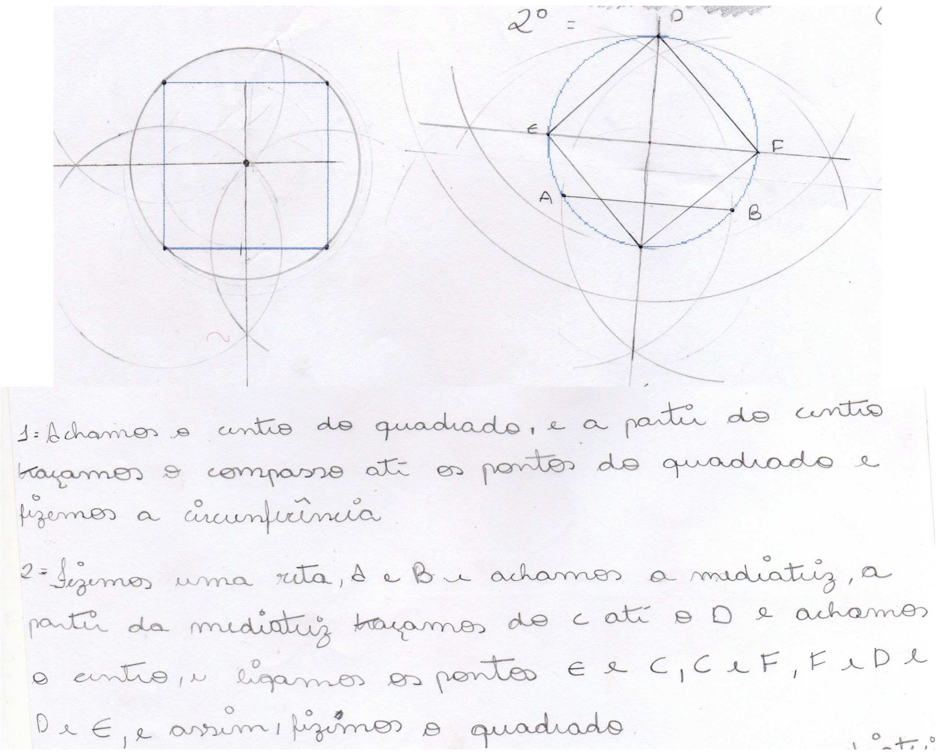


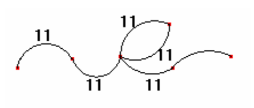
Figura 6.2 – Registro da dupla 5, na construção de quadrados inscritos e circunscrito numa circunferência.

Já nas atividades do instrumento de pesquisa, a observadora conseguiu registrar poucas discussões, pois durante o processo de resolução, a dupla pouco discutiu e procurou pensar na solução individualmente. A seguir, comentamos as interações da dupla durante a aplicação da parte I do instrumento.

> 1) Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: "M = 7S", "M" é o número de montadores de uma fábrica, "S" é o número de soldadores da fábrica.

A partir da expressão algébrica, deveria converter a informação para a língua natural. A dupla teve dificuldade de interpretação. Ela não conseguiu fazer a conversão corretamente. Cada uma apresentou uma expressão: "O número de montadores é igual a 7 soldadores de uma fábrica"; "O número de montadores é igual ao número de 7 soldadores da fábrica". Percebe-se que esse sentido da transformação é mais difícil, pois, em geral, é pouco explorado em sala de aula.

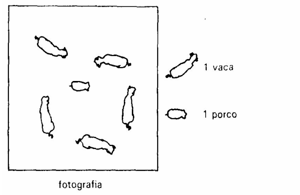
> 2) Uma nave espacial viaja por "etapas", cada uma com a mesma extensão:



> Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

Esta questão que associa o enunciado à linguagem natural e à representação figural provocaram, nesta dupla, dificuldade de entendimento. Ela interpretou como se fossem 6 etapas apenas, visualizando a parte apresentada na figura: "A extensão de cada etapa seria de 6y anos-luz ou y anos-luz". Também não consideraram que cada etapa é de 11 anos-luz: “De que y seria as etapas que foi percorrida durante a viagem”.

> 3) De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Novamente, como na questão anterior, a dupla teve dificuldades para interpretar as informações e realizar a conversão para a linguagem algébrica. Ela confundiu a variável com rótulo, considerando a letra V equivalente a ‘vacas’, a letra P ‘porcos’ e a letra A ‘animais’; então escreveu: “5V + 1P = 6A”. Percebe-se que foi feita uma análise da foto, não como amostragem, mas contando apenas os animais ali contidos.

Nestas atividades, a dupla não apresentou um bom desempenho. Talvez a timidez e a presença de pessoas estranhas filmando, fotografando e observando tenha deixado a dupla pouco à vontade.

Com relação à parte II, a dupla conseguiu desenvolver as atividades, apresentando alguns resultados corretos.

> 1) Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

Nesta questão, a dupla voltou a cometer o mesmo erro da questão 3 da parte anterior, usando as variáveis “A” e “P” como rótulos. Fez a tradução do enunciado para a linguagem matemática literalmente: “6A = 1P”. Segundo Powell e Bairral (2006), esse tipo de erro é bastante comum. A observadora relatou que a dupla ficou em dúvida e atribuiu alguns valores ao número de professores, obtendo o número de alunos, mesmo sabendo que o número de alunos é 6 vezes o número de professores.

> 2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:
> a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.
> b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.
> c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

A transformação das sentenças da língua natural para algébrica passou por algumas representações simbólicas intermediárias. No item (a), a dupla usou “SF” e “SH” para representar os salários de Fred e Harry e lembrou que a palavra ‘juntos’ em matemática significa somar; então, a partir daí, escreveu a equação: “SF + SH = R$490,00”.

No item (b), a dupla procurou usar símbolos para representar o tempo de trabalho, o ganho por hora trabalhada e o total de horas trabalhadas, porém, devido ao excesso de símbolos, não conseguiu representar corretamente (a expressão apresentada pela dupla se encontra na seção 5.1.2).

No item (c), a dupla fez várias tentativas, partindo de uma representação simbólica – linguagem que os jovens costumam se utilizar para se comunicar com seus colegas - e traduzindo a sentença por: “L4X+VB” e chegando a: “4 x B = L”. Para fazer a verificação, utilizou cálculos numéricos, experimentando valores numéricos para a equação.

Na parte 3, a dupla realizou todas as atividades corretamente. Utilizou a linguagem natural, representação numérica, algébrica e figural.

> 1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?
> 2) A distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foram percorridos 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?

Na primeira questão, a dupla iniciou com o registro do conceito de perímetro: “Perímetro é a soma de todos os lados” e, depois fez a divisão do perímetro por 4 e obteve o resultado da medida de cada lado. Na questão seguinte, a dupla aproveitou as informações contidas no enunciado e respondeu: “Se a distância de A até B é de 20km e já foram percorridos 12km, só está faltando 8km”. Fez-se, também, o registro desse cálculo.

> 3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

A observadora relatou que a dupla sentiu necessidade de utilizar a representação geométrica para a resolução, pois não conseguiu solucioná-la, usando outros recursos. Então ela desenhou um retângulo, o que parece ter facilitado os procedimentos. A dupla fez os seguintes cálculos: “12 – 4 = 8”. Em seguida dividiu este resultado por 2, dando como resultado, final a medida da base, igual a 4.

4) Qual é o valor de **x**: $\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$

A dupla observou que a questão se referia ao conceito de fração equivalente. A partir da fração 6/4 multiplicou o numerador e o denominador por 5, obtendo 30/20, então concluiu que: “ x = 20”.

5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

a) 5 + **a** = 12

b) 2**c** = 18

c) 3**x** + 6 = 21

A dupla observou as informações contidas nas expressões algébricas e atribuiu valores às incógnitas, como no item (b): “C = 9”. Fez-se uso da representação numérica, registrando a verificação do resultado obtido: “2 x 9 = 18 ou 9 + 9 = 18”.

Quanto à pergunta: “O que as seguintes equações representam para você?” Cada uma da dupla deu uma resposta diferente. Uma disse “equação é uma conta com símbolos usados para representar números" e a outra: "é uma operação, onde tem que somar os números para obter um resultado. Onde você tem que ver quantas vezes mais cinco, dá 12".

6.3 Comentários

A dupla 2, se destacou durante todo o percurso da pesquisa, seja oralmente, quando discutia em dupla, seja quando se expunha ao grupo, registrando suas idéias. Percebe-se, em momentos já descritos, a capacidade de relacionar vários registros e fazer comparações entre conceitos diferentes.

A dupla 5 tem um perfil diferente. Cada membro tentava desenvolver o seu raciocínio separadamente, discutia pouco, fazia poucos registros e quando uma delas conseguia chegar a alguma conclusão, apenas mostrava o procedimento para outra. Por isso, quando elas concordavam com a resolução, colocavam o resultado. Caso contrário, individualmente, procuravam refazer, por vezes não conseguiam finalizar as atividades, pois não se concentravam na mesma linha de raciocínio. Apesar destas características, a dupla apresentou um bom desempenho, na maior parte do percurso da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

"Ler significa reler e compreender, interpretar. Cada um lê com os olhos que tem. E interpreta a partir de onde os pés pisam. Todo ponto de vista é a vista de um ponto. Para entender como alguém lê, é necessário saber como são seus olhos e qual é sua visão de mundo. Isso faz da leitura sempre uma releitura. A cabeça pensa a partir de onde os pés pisam. Para compreender, é essencial conhecer o lugar social de quem olha. Vale dizer: como alguém vive, com quem convive, que experiências tem, em que trabalha, que desejos alimenta, como assume os dramas da vida e da morte e que esperanças o animam. Isso faz da compreensão sempre uma interpretação. Sendo assim, fica evidente que cada leitor é co-autor. Porque cada um lê e relê com os olhos que tem. Porque compreende e interpreta a partir do mundo que habita".

(Leonardo Boff)
A águia e a galinha

O presente estudo foi desenvolvido com o objetivo de investigar as contribuições, de diferentes linguagens, na habilidade de resolução de problemas, em alunos do Ensino Fundamental.

Diante das dificuldades de compreensão de conceitos matemáticos, principalmente quando se trata de resolução de problemas e a necessidade de coordenar diferentes linguagens, ocorrem obstáculos e fracassos na aprendizagem, como pudemos verificar nos resultados do desempenho na avaliação do SARESP/2005.

Quanto às duplas que participaram da pesquisa, o desempenho na avaliação do SARESP/2005, em particular as duplas 2 e 5 tiveram bom desempenho, respectivamente (65,4% e 57,7%) ; (61,5% e 42,3%). A classe à qual estas duplas[8] pertenciam atingiu a média de 36,1%.

Dessa forma, um modelo pertinente para descrever as condições de aquisição do conhecimento, deve estar centrado nas especificidades de acesso à aprendizagem matemática, daí a importância das representações semióticas e da coordenação dos diferentes registros.

Numa atividade matemática, o que garante a apreensão do objeto matemático, segundo Duval (2003), é a coordenação de vários registros de representação: “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de troca a todo o momento de registro” (p.14).

A questão de pesquisa que norteou este trabalho foi: “Em que medida as diferentes linguagens – algébrica, pictórica, linguagem natural e numérica – influenciam a competência de sujeitos do Ensino Fundamental, na resolução de problemas?”

Para responder à questão, foram desenvolvidas e analisadas atividades realizadas por cinco duplas.

---

[8] A média das duplas 1, 3 e 4 foi, nesta ordem, (34,6% e 30,8%); (53,8% e 36,1%); (43,1% e 38.5%).

Por meio das atividades do instrumento de pesquisa, os sujeitos deveriam fazer conversões de registros de representações semióticas ou tratamento num mesmo registro.

Ao trabalhar alguns conceitos matemáticos, procurou-se incentivar as alunas a expor suas idéias, proporcionando a interação entre as duplas, e, por meio da oralidade e registros escritos propiciar a argumentação e a reflexão sobre conceitos contidos nas atividades.

Nas atividades, o papel do professor foi de mediar as discussões e, se houvesse necessidade de intervenção, nos momentos de dificuldade, dar o mínimo de orientação possível, para que pudessem prosseguir no desenvolvimento delas.

Com relação ao período preliminar, as duplas sentiram um pouco de dificuldade ao manusear os materiais utilizados nas construções geométricas – não estavam habituadas com esse tipo de material - mas a maior dificuldade foi registrar, por escrito, os procedimentos e as conclusões, como ficou evidente na seção 5.2. Oralmente, expuseram com certa facilidade suas idéias e argumentações, ao se sentirem desafiadas a encontrarem a solução das atividades propostas.

Na parte I do instrumento, os enunciados exigiam a conversão dos registros das linguagens da língua natural e figural para a algébrica e da linguagem algébrica para a língua natural. Os resultados mostram que as duplas tiveram maior dificuldade, nas questões em que o registro de partida foi apresentado nas linguagens natural e figural e se esperava que o registro de chegada fosse representado na linguagem algébrica. A dupla 2 teve um desempenho melhor que as demais, como pudemos constatar na seção 6.1.

Na parte II, as questões partiam do enunciado no registro da língua natural, pedindo que transformassem as informações para o registro na linguagem algébrica. O desempenho das duplas nestas atividades foi melhor (quadros da seção 5.1). Notou-se que as duplas se utilizaram dos registros de representações simbólicas intermediárias, para representar a situação proposta. Nestas questões, a dupla 5 apresentou respostas com menos dificuldade que na parte anterior.

Com relação à parte III, procurou-se verificar se as duplas mobilizavam, espontaneamente, outros registros no desenvolvimento das atividades. As cinco duplas apresentaram melhor desempenho nesta parte. Parece que não tiveram muita dificuldade na resolução. Se utilizaram das conversões necessárias e tratamentos para obterem as soluções. Todas as duplas responderam as questões corretamente, sendo que algumas justificaram seus procedimentos.

No início da pesquisa, os sujeitos eram bastante dependentes do professor na realização de atividades matemáticas. Exigia-se a presença constante e, a cada passo, precisavam confirmar se estavam no caminho certo.

O período preliminar foi importante para a mudança de comportamento, pois as atividades de construções geométricas propiciaram o desenvolvimento de características como: tomar iniciativa de ler com atenção o enunciado, procurando extrair as informações a partir dos dados, pensar qual estratégia utilizar para obter o resultado esperado, verificar se a resposta encontrada está de acordo com a atividade proposta. Além das atividades proporcionarem a todo o momento a mudança de registro, fazendo com que os sujeitos mobilizassem pelo menos dois tipos de registros – linguagem natural, figural e algébrica - foi necessário desenvolver habilidades de transformar as informações, passando por diferentes representações, e assim gradativamente foram se tornando autônomos.

O perfil dos sujeitos, possivelmente, colaborou para o desenvolvimento da pesquisa. Apesar de alguns apresentarem dificuldade na aprendizagem, estavam dispostos a participar ativamente das atividades. No questionário examinado no capítulo 5, declararam que é importante a sua participação nas discussões, colocando seu ponto de vista e também questionado as dúvidas e procurando superar suas dificuldades. Por outro lado, aqueles que tinham mais facilidade, aprimoraram o que já sabiam, dando suas opiniões.

Verificou-se que os sujeitos da pesquisa estão abertos a novos desafios e sentem segurança ao enfrentar dificuldades para resolver problemas, ou seja, são capazes de desenvolver a aprendizagem em ambientes diferentes.

As duplas mesmo apresentando perfis diferentes, mostraram que no percurso da pesquisa, as várias competências se desenvolveram, pois ao mobilizarem as diferentes linguagens, mostraram suas habilidades na resolução de problemas.

Finalizando, pode-se concluir, que o emprego de atividades que mobilizem, articuladamente, diferentes linguagens, desenvolve o pensamento matemático e aumenta a competência de sujeitos do Ensino Fundamental, na resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, V. Tópicos de Geometria - Notas de aula, PUC – SP, 2006.

BOOTH, L.R. Dificuldades das Crianças que se Iniciam em Álgebra. In COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (org) As idéias da álgebra; Traduzido por Hygino H. Domingues. - São Paulo: Atual, 1995. p.23 – 36.

DALCIN, A., Um Olhar sobre o Paradidático de Matemática. Mestrado. Campinas, SP, 2002.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, S. D. A. (org) Aprendizagem em Matemática – Registros de representação semiótica, Campinas, Editora Papirus, 2003. p. 11 – 33.

FIDALGO, S.S. LIBERALI, F.C.(org.), Ação Cidadã: por uma formação crítico-inclusiva. Taboão da Serra, SP, Editora Unier, 2006.

FIORENTINI, D., CRISTOVÃO, E. M., Histórias e Investigações de/em aulas de matemática. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

LOCHHEAD J., MESTRE J.P. Das Palavras à Álgebra: Corrigindo Concepções Erradas. In COXFORD A.F. SHULTE A.P. (org), As Idéias da Álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. 144 – 154.

MACHADO, N. J., Matemática e Língua Materna: Análise de uma impregnação mútua, 3ª edição, São Paulo: Cortez, 1993.

MACHADO, S. D. A. (org) Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas, S P: Papirus, 2003.

NACARATO, A.M., LOPES, C. (org) Escritas e Leituras na Educação Matemática, Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2005.

PIMM, D. El Lenguaje Matemático en el aula. Traduzido por Pablo Manzano. Madrid, Ediciones Morata, S.L. 1999. p. 162 – 195.

PONTE, J.P., BROCARDO, J., OLIVEIRA, H, Investigações Matemáticas na Sala de Aula. Belo Horizonte, Autêntica, 2006.

POWELL, A., BAIRRAL, M. A Escrita e Pensamento Matemático – Interações e Potencialidades. Campinas, SP: Papirus, 2006.

POZO, Juan Ignacio et al. A solução de Problemas: Aprender a Resolver, Resolver para Aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

RABELO, E. H. Textos Matemáticos – Produção, Interpretação e Resolução de Problemas, 3ª ed., Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

RODRIGUES, S. Uma Análise da Aprendizagem de Produtos Notáveis com o Auxílio do Programa Aplusix, Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP – 2008.

SALMAZO, R. Atitudes e Procedimentos de Alunos Frente à Leitura e Interpretação de Textos nas Aulas de Matemática, Dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP- 2005.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o ensino de Matemática: 1º grau 4ª ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo. SARESP/2005. Disponível em:
http: // saresp.edunet.sp.gov.br/2005/, Acesso em 22/07/2008.

SMOLE, K.S., DINIZ, M. I. Ler, Escrever e Resolver Problemas – Habilidades Básicas para Aprender Matemática. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

VILA, A., CALLEJO, M. L. Matemática para Aprender a Pensar – O papel das Crenças na Resolução de Problemas; tradução Ernani Rosa. - Porto Alegre: ArtMed, 2006.

ANEXOS

Anexo I

Autorização para concessão de imagens

Pesquisa para dissertação do Programa de Mestrado Profissional PUC – SP
Título do projeto: As diferentes linguagens no ensino de resolução de problemas
Pesquisadora: Helena Nishimoto
Orientador: Sônia Pitta Coelho

O propósito desse projeto de pesquisa é elaborar uma proposta metodológica para o desenvolvimento de conceitos algébricos. Para tanto, serão conduzidas sessões de aulas com alunos da 7ª série/ 8º ano do Ensino Fundamental, da EE Sidrônia Nunes Pires, fora do horário normal de aulas. Durante essas sessões os alunos serão acompanhados na compreensão dos conceitos matemáticos. Os registros serão feitos durante as aulas através de filmagens, fotografias e gravações, que poderão ser divulgadas. Poderá haver benefícios diretos para você enquanto participante neste estudo, uma vez que estaremos desenvolvendo o ensino-aprendizagem da Matemática. Após a comunidade em Educação Matemática tomar conhecimento de nossas conclusões, poderão ocorrer mudanças nas práticas de ensino de Matemática.

Este TERMO é para certificar que eu, ___________________________________,
Concordo em participar como voluntário do projeto científico acima mencionado.
Por meio deste, dou permissão para ser filmado e fotografado e que todas as informações possam ser gravadas. Estou ciente de que, ao término da pesquisa, essas informações e os resultados poderão ser divulgados.

Cotia,___de_______________de 2007.

____
Aluno

___________________________________ ___________________________________

Pesquisadora

Responsável pelo aluno
RG

Anexo II

PROJETO DE MATEMÁTICA

CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA: DISCUSSÃO E PRÁTICA

Público alvo:

Atividade desenvolvida no ano letivo de 2007 com alunos da 6ªsérie/7ºano e 7ªsérie/8ºano do Ensino Fundamental da escola estadual Sidrônia Nunes Pires, localizada no distrito de Caucaia do Alto no município de Cotia, pertencente à diretoria de Ensino de Carapicuíba.

Justificativa

Atualmente o ensino de desenho geométrico não tem sido trabalhado em sala de aula, e também os conceitos não constam na proposta curricular de matemática, com isso dificultou o aprendizado do estudo, especificamente em geometria, e de uma forma geral nas diversas áreas da matemática.

Duração do projeto:

O projeto foi desenvolvido em dois semestres, sendo 1(uma) aula por semana de 50 minutos.

Objetivos:

Geral

Proporcionar a reflexão e argumentação dos alunos sobre as construções geométricas, levando-os a expor suas idéias em relação aos conceitos e práticas por meio da oralidade e escrita.

Específico

1. Fazer com que o aluno aprenda a usar com habilidade os instrumentos de geometria (régua não graduada, compasso e etc).
2. Desenvolver a capacidade de visualização do aluno durante as construções, conceitos de geometria e ampliar esta capacidade para outras áreas da matemática.
3. Proporcionar ao aluno a oportunidade de expor suas idéias, questionar e ser questionado quanto aos conceitos a serem desenvolvidos.

Conceitos Mobilizáveis

Para que o aluno realize as atividades é necessário que ele saiba:

- Ler e interpretar situações e figuras geométricas propostas;
- Utilizar os instrumentos de construção geométrica;
- Identificar ângulos;
- Identificar figuras geométricas planas;
- Operações elementares da matemática.

Variáveis didáticas

O aluno deve reconhecer:

- As propriedades das figuras geométricas e ângulos;
- A construção de figuras geométricas planas;
- Apresentação dos procedimentos de construção de figuras.

Metodologia

O projeto foi desenvolvido com 11 alunas da 7ªsérie/8ºano e 13 alunos da 6ªsérie/7ºano do Ensino Fundamental.

Desta forma as atividades propostas foram inicialmente discutidas em duplas e em seguida socializadas ao grupo, a fim de levar os alunos a exporem suas idéias, de modo que, eles tiveram a necessidade de organizar e reorganizar seu conhecimento sobre os conceitos desenvolvidos. Assim cada indivíduo teve de procurar meios de mostrar o que está raciocinando, enfrentando o problema e discutindo as diferentes maneiras de resolvê-los.

Após entrarem em um consenso quanto à definição do conceito matemático e da construção geométrica, fizeram as atividades propostas e o registro, por escrito, dos procedimentos utilizados na construção, em algumas atividades foi usado o recurso do computador.

Considerações Finais:

A participação do grupo foi motivada pela preocupação de melhorar seu desempenho em matemática, tiveram dificuldade em registrar e alguns alunos, em manusear os materiais utilizados nas construções.

Deste modo podemos considerar que os alunos tiveram oportunidade de conhecer, compreender, analisar e perceber vários procedimentos para resolver uma determinada situação problema, tornando a aprendizagem matemática mais significativa.

Professores responsáveis pelo projeto:
Helena Nishimoto
Luciana Fagundes Silva

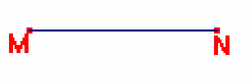
Anexo III

Atividades de Desenho Geométrico

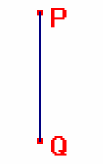
Atividade 1 – Construção de segmentos e o ponto médio de segmentos

Nome:..

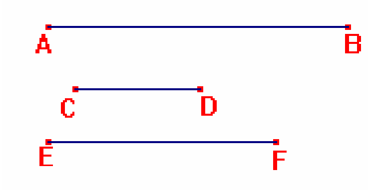
1) Construa um segmento AB cuja medida seja igual à do segmento MN dado:



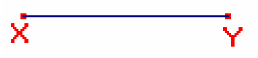
2) Construa um segmento EF cuja medida seja igual à do segmento PQ dado:



3) Construa um segmento cuja medida seja igual à soma das medidas dos segmentos AB, CD e EF dados:

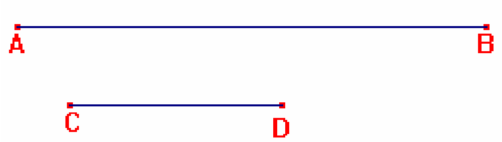


4) Construa um segmento AB cuja medida seja igual ao dobro da medida do segmento XY dado:

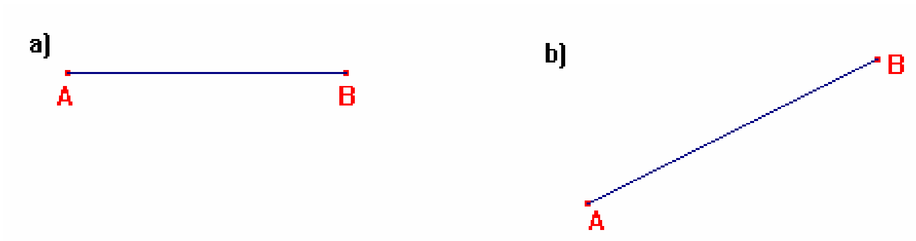


5) Construa um segmento MN cuja medida seja igual ao quádruplo da medida do segmento XY dado:

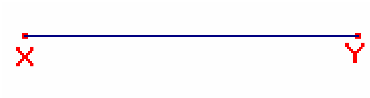
6) Construa um segmento cuja medida seja igual à diferença entre as medidas dos segmentos AB e CD dados:



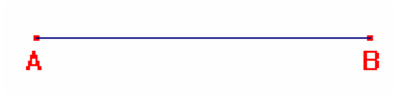
7) Determine o ponto médio M do segmento AB dado em cada item:



8) Construa um segmento AB cuja medida seja igual à metade do segmento XY dado:



9) Divida o segmento AB em quatro segmentos de mesma medida.

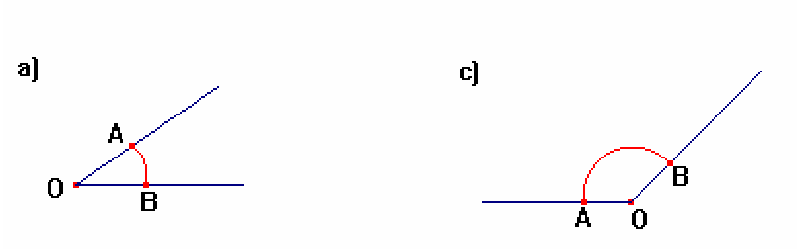


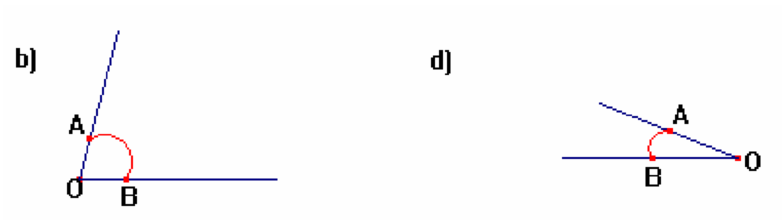
10) Divida o segmento AB em oito segmentos de mesma medida.

Atividade 2 – Construções de ângulos

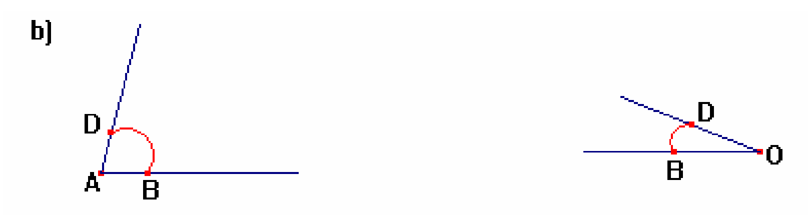
Nome:...

1) Construa um ângulo cuja medida seja igual à do ângulo dado de cada item:





2) Construa os ângulos cuja medida seja igual à soma e a diferença das medidas dos ângulos Â e Ô dados de cada item:



3) Construa ângulos com as seguintes medidas (usando régua e compasso).

a) 360º

b)180º

c) 90º

d) 270º

Atividade 3 – Construção de mediatriz e bissetriz

Nome:...

1) Construa a mediatriz de um segmento de medida 6cm.

2) Construa a bissetriz de um ângulo de 90º.

Atividade 4 – Construções de: quadrado, retângulo e triângulo

Nome:...

1) Construa um quadrado de 5 cm de lado.

2) Construa um retângulo de base 6 cm e altura 4 cm.

3) Construa um triângulo retângulo, de maneira que os lados do ângulo reto meça 3 cm e 4 cm.

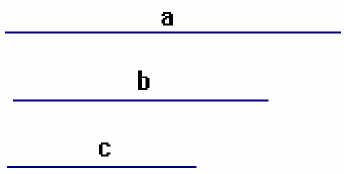
Atividade 5 - Construção de triângulos

Nome:...

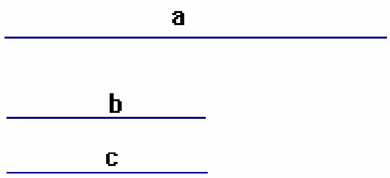
1)Construa um triângulo ABC eqüilátero de lado AB dado:

2)Construa um triângulo ABC cujos lados sejam:

a)



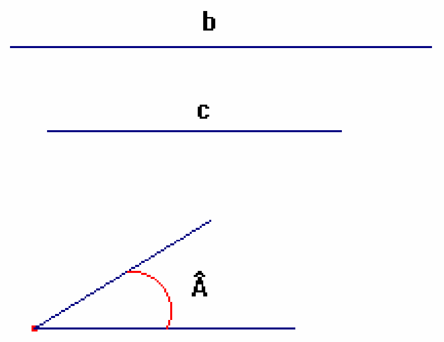
b)



3) Construa um triângulo isósceles ABC cuja base meça BC = 5,0cm e cada lado congruente meçam AB = AC = 6,5cm.

4) Construa um triângulo retângulo ABC.

5) Construa um triângulo ABC, sendo dados:



6) Construa um triângulo ABC, no qual AB = 6,0cm e B = Â = 45º.

Atividade 6 – Soma dos ângulos internos de um triângulo

Nome:..

Construa um triângulo isósceles de base 6 cm e identifique os ângulos internos e em seguida obtenha a soma desses ângulos.

Atividade 7 – Construção de um triângulo e de um hexágono inscrito numa circunferência

Nome:...

1) Construa um triângulo eqüilátero inscrito numa circunferência.

2) Construa um hexágono regular inscrito numa circunferência.

Atividade 8 – Construção de um quadrado inscrito e circunscrito numa circunferência

Nome:...

1) Construa um quadrado inscrito numa circunferência.

2) Construa um quadrado circunscrito numa circunferência.

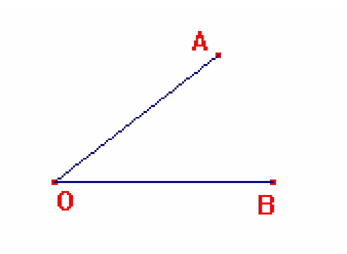
ATIVIDADE DE REVISÃO

NOME:...

1) Obtenha o ponto médio M do segmento AB.

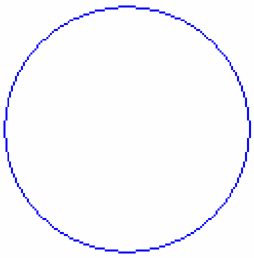
2) Obtenha a mediatriz r do segmento CD.

3) Obtenha a bissetriz t do ângulo AÔB.



4) Construa um quadrado, de lado PQ.

5) Determine o centro O da circunferência dada.



Anexo IV

QUESTIONÁRIO

Nome...

Instruções: Importante que você leia com atenção todas as questões antes de respondê-las. Nas questões com alternativas escolher no máximo 2 alternativas.

1) O que acha que seus pais mais gostariam que você fosse capaz de fazer em uma aula de matemática?

(a) ter resolvido um problema difícil;

(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;

(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;

(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;

(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

2) O que acha que seu professor de matemática mais gostaria que você fosse capaz de fazer?

(a) ter resolvido um problema difícil;

(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;

(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;

(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;

(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

3) A matemática serve para:

(a) saber um conjunto de regras e operações;

(b) saber calcular e fazer operações;

(c) desenvolver nossas capacidades intelectuais;

(d) aplicar algumas técnicas à vida real;

(e) poder enfrentar situações complicadas da realidade.

4) Você se depara com situações complicadas na vida cotidiana em que tem de utilizar a matemática?

(a) muitas vezes (b) poucas vezes (c) nenhuma vez

Se houver situações, dê algum exemplo.

....

....

....

....

5) Acho que sei fazer bem em matemática:

(a) cálculos;

(b) resolver problemas;

(c) entender regras e propriedades;

(d) descobrir e inventar regras matemáticas;

(e) raciocinar e pensar.

6) Você gosta de matemática?

(a) muito (b) pouco (c) nada

7) Você tem dificuldade nas aulas de matemática?

(a) muito (b) pouco (c) nada

8) Quando é proposta uma atividade de matemática você:

(a) lê com atenção e procura resolvê-la;

(b) lê e se não entende, pergunta a um colega se ele a entendeu;

(c) lê e se não entende, pergunta ao professor;

(d) lê e se não entende, espera a correção para tentar entendê-la;

(e) não lê e espera a correção para copiar a resolução.

9) Entre as atividades, qual é mais importante para você?

(a) ter resolvido um problema difícil;

(b) ter feito muitos cálculos em pouco tempo;

(c) ter sido capaz de manter seu ponto de vista sobre um problema com o professor ou colega;

(d) ter feito cálculos difíceis mentalmente;

(e) ter tirado boa nota numa atividade proposta.

10)Sinto-me seguro(a) e tranqüilo(a) quando, o professor de matemática pede que:

(a) reflita sobre o que fiz;

(b) explique no papel tudo o que fiz;

(c) veja se há outros caminhos de resolução;

(d) compare o resultado;

(e) compartilhe minhas idéias com outros colegas.

Anexo V

Instrumento de pesquisa - Parte I

Dupla:..

Data: ..../09/07

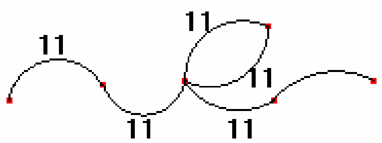
Série:........

Idade:..................

Leia com atenção as questões abaixo e responda por escrito. Você pode trocar idéias com sua colega e utilizar figuras, símbolos ou palavras para representar as soluções.

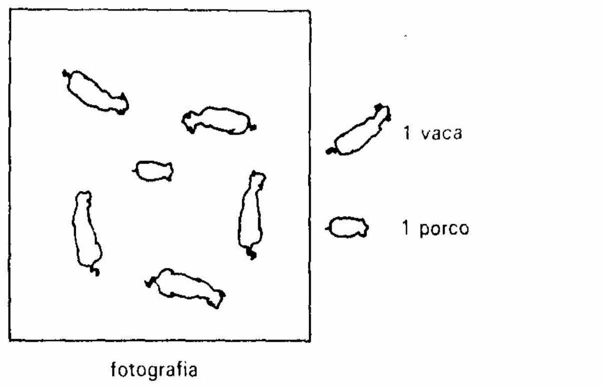
1) Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, em que “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.

2) Uma nave espacial viaja por “etapas”, cada uma com a mesma extensão:



Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

3) De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Instrumento de pesquisa – Parte II

Dupla:..
Data: ..../09/07
Série:........
Idade:...................

Leia com atenção as questões abaixo e responda por escrito. Você pode trocar idéias com sua colega e utilizar figuras, símbolos ou palavras para representar as soluções.

1) Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:

a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.

b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.

c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

Instrumento de pesquisa – Parte III

Dupla:...
Data: ..../09/07
Série:........
Idade:...................

Leia com atenção as questões abaixo e responda por escrito. Você pode trocar idéias com sua colega e utilizar figuras, símbolos ou palavras para representar as soluções.

1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?

2) À distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foi percorrido 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?

3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

4) Qual é o valor de **x**:

$$\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$$

5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

a) 5 + **a** = 12

b) 2**c** = 18

c) 3**x** + 6 = 21

Anexo VI

Roteiro para o observador – Instrumento de pesquisa

Data......./09/07
Dupla:.............................

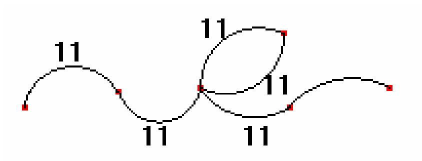
Parte I:

O objetivo desta atividade é verificar se o aluno identifica na linguagem matemática e pictórica, e se ele compreende o significado das formas escritas que estão nos textos matemáticos, observar como se articula e expressa seu conhecimento, na discussão, procedimentos e apresentação da solução.

1) Escreva uma sentença em português que dê a mesma informação da equação seguinte: “M = 7S”, em que “M” é o número de montadores de uma fábrica, “S” é o número de soldadores da fábrica.

Observações:

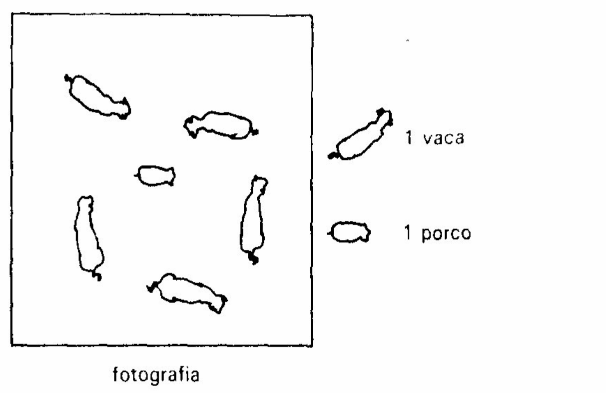
2) Uma nave espacial viaja por “etapas”, cada uma com a mesma extensão:



Se a extensão de cada etapa é de 11 anos-luz, o que se poderia dizer sobre a distância percorrida em y etapas.

Observações:

3) De um avião, um homem tira uma fotografia de algumas vacas e porcos que estão num campo cheios de vacas e porcos. Ele tem certeza de que fotografou uma amostra típica dos animais desse campo. Escreva uma equação com as letras V e P para descrever a relação entre o número V de vacas e o número P de porcos do campo. Essa equação lhe permitirá calcular o número de vacas, dado o número de porcos.



Observações:

Roteiro para o observador - Instrumento de pesquisa

Parte II:

Nesta parte o objetivo é observar se o aluno a partir da leitura reflexiva tenta buscar aspectos relevantes do texto e encontra pistas, e também perceba os caminhos que o propicie apresentar uma solução de maneira que mostre sua interpretação de cada situação.

1) Escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade”. Use A para indicar o número de alunos e P para indicar o número de professores.

Observações:

2) Traduza cada sentença para a linguagem matemática:

    a) Os salários de Fred e Harry totalizam juntos R$ 490.

    b) Um homem trabalha 20 horas ganhando R$30 por hora, mais 10 horas ganhando R$50 por hora, recebendo o total de R$1100.

    c) Larry é quatro vezes mais velho que seu filho Bobby.

Observações:

a)

b)

c)

Roteiro para o observador - Instrumento de pesquisa

Parte III:

Nesse momento o objetivo é verificar como o aluno mobilizar seus conhecimentos, analisando os dados, organizando seus pensamentos, elaborando ações e formulando estratégia ou conjuntos de procedimentos para resolução das situações abaixo.

1) O perímetro de um quadrado é 36cm. Quanto mede cada lado?

Observações:

2) À distância entre duas cidades A e B é de 20 km, saindo de A, se já foi percorrido 12 km, quantos quilômetros faltam para chegar em B?

Observações:

3) Dado um retângulo, cujo perímetro é igual a 12 e a altura mede 2, determine a medida da base.

Observações:

4) Qual é o valor de **x**:

$$\frac{6}{4} = \frac{30}{x}$$

Observações:

5) O que as seguintes equações representam para você? Determine **a**, **c** e **x**.

a) 5 + **a** = 12
b) 2**c** = 18
c) 3**x** + 6 = 21

Observações:
a)

b)

c)