

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC / SP

CELSO PEDROSA FILHO

UMA EXPERIÊNCIA DE INTRODUÇÃO DO RACIOCÍNIO
COMBINATÓRIO COM ALUNOS DO PRIMEIRO CICLO DO ENSINO
FUNDAMENTAL (7 - 8 anos)

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC / SP

CELSO PEDROSA FILHO

**UMA EXPERIÊNCIA DE INTRODUÇÃO DO RACIOCÍNIO
COMBINATÓRIO COM ALUNOS DO PRIMEIRO CICLO DO ENSINO
FUNDAMENTAL (7 e 8 anos)**

*Trabalho Final apresentada à Banca Examinadora da
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como
exigência parcial para a obtenção do título de
**MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE
MATEMÁTICA**, sob a orientação do(a) **Prof(a). Dr(a).**
Maria Inez Rodrigues Miguel.*

São Paulo
2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ Local e data: _____

Agradecimentos

À minha querida esposa a Catarina, que me deu tranquilidade, incentivou, acompanhou e compreendeu tudo e em todos os momentos desta etapa da nossa vida, sempre demonstrando seu amor e carinho, pois, sem o seu apoio, este trabalho não seria possível e tão pouco participar do Programa de Mestrado.

À minha filha a Layla, que me fez de espelho para o seu sucesso nos estudos, vendo a minha alegria e o gosto pelo estudo em poder estar adquirindo novos conhecimentos e também descobrindo nesta etapa de vida, minhas capacidades e limitações, sendo nas limitações que encontramos os verdadeiros amigos.

À minha orientadora que antes de tudo, uma verdadeira luz que pela segunda vez em minha vida ilumina com tanto brilho o meu caminho. É fato que por meio de sua experiência profissional, apresentou uma valiosa participação em todo o projeto do nosso trabalho, tanto na instrumentação quanto na seqüência de ensino desenvolvida. Deste modo com sua compreensão e paciência, somando às suas leituras, sempre juntas de críticas e sugestões, só enriqueceu o nosso trabalho.

Às professoras doutoras Cileda e Irene, pelas sugestões, comentários e críticas, que muito contribuíram para o enriquecimento e evolução deste trabalho.

Aos meus pais, Celso e Daisy, por me ensinarem a nunca desistir e por acreditarem em mim.

Às minhas cunhadas, Sô e Eliana, pelo acompanhamento e colaboração na confecção dos materiais para o trabalho.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional, pelo incentivo e apoio, experiências e conhecimentos, oferecidos durante o curso.

À Direção do colégio “Santo Ivo”, pela autorização da aplicação da seqüência de ensino e em especial a orientação da escola por ceder horas de trabalho com seus alunos a nós.

Às crianças, que com entusiasmo participaram de todos os encontros.

Enfim a todos os colegas que nesse período participaram junto comigo deste momento especial.

Resumo

O objetivo desta dissertação é investigar a aquisição e o desenvolvimento de noções introdutórias do raciocínio combinatório com crianças entre sete e oito anos de idade. Nesse estudo, construímos uma seqüência de atividades, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) e na Teoria dos Registros de Representação (Duval, 1993), partindo de situações concretas. Nossa hipótese é que o trabalho em duplas possa contribuir no desenvolvimento das atividades, visto que favorece a troca de informações, a socialização dos sujeitos e das idéias, além da necessidade de justificativa em relação ao seu par. O desenvolvimento desta pesquisa segue os pressupostos de uma Engenharia Didática (Douady, 1987), ou seja, inicialmente fizemos uma breve introdução histórica e um levantamento do que encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) e em livros didáticos, no que se refere ao tema, além de uma visita a duas publicações diretamente relacionadas ao foco de nosso estudo. Na seqüência, construímos e fizemos uma análise preliminar de dois tipos de atividades, para as quais foram confeccionados materiais; uma delas visou à determinação de combinações de roupas em modelos, valendo-se de peças imantadas, e a outra, de possibilidades de caminhos, em um quadriculado, para se chegar a um determinado destino, a partir de lançamentos de um objeto semelhante a uma moeda. Depois de aplicá-las a um grupo de alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, fizemos uma análise do comportamento das duplas, dos procedimentos e dos registros obtidos. Os resultados evidenciaram que o uso de material manipulável e o trabalho em duplas favorecem não só o interesse pelo estudo proposto, mas, também o desenvolvimento de idéias de organização, leitura, contagem, visualização de resultados e dos primeiros passos na relação entre os campos: aditivo e multiplicativo, fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório; Primeiro ciclo do Ensino Fundamental; Materiais Manipuláveis; Trabalho em duplas.

Abstract

The intention of this dissertation is to investigate the attainment of knowledge and development of introductory notions of combinatory reasoning with children between seven and eight years of age. In this sense, we have built a sequence of exercises, based on the Conceptual Fields Theory (Vergnaud, 1990) and on Records of Semiotic Representation Theory (Duval, 1993) starting with concrete situations. Our hypothesis is that the work done in groups can contribute to the development of the activities, as it helps the exchange of information, the socialization of the involved and of the ideas, in addition to the need to justify to one's partner. The development of this research follows the Didactic Engineering (Douday, 1987) presumptions, that is, at first we made a small historic introduction and a survey of what we found in the National Curriculum Parameters (PCN, 1997) and in didactic books, in reference to the theme, research of two publications directly related to the focus of our study. Right after, we built and made a preliminary analysis of two types of activities for which we confectioned materials, one of which viewed the determination of combinations of clothes and models, using magnetized parts, and the other, the possibilities of different routes, on a checkered board, to reach a determined destiny, based on the launching of an object similar to a coin. After applying them to a group of students, we analyzed the behavior of the pairs, on the procedures and registers they obtained. The results evidenced that the use of manipulative material and the work developed in pairs favored not only the interest for the work proposed, but also the development of organization ideas, reading, counting, and visualization of results and of the first steps in relation to the addition and multiplication fields, fundamental for the development of the combinatory reasoning.

Key words: Combinatory Reasoning; First Cycle of Elementary School; Manipulative Materials; Pair Work.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO 1 ESTUDOS PRELIMINARES PROBLEMÁTICA.....	22
1.1 História	22
1.2 Parâmetros Curriculares Nacionais	26
1.3 Livros Didáticos	29
1.4 Pesquisas sobre o tema	33
1.4.1 A pesquisa de Esteves.....	33
1.4.2 O livro de Cazorla e Santana.....	34
1.4.3 Hipóteses, Objetivos e Questão de Pesquisa.....	36
CAPÍTULO 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS.....	38
2.1 Considerações Teóricas	38
2.1.1 Teoria dos Campos Conceituais	38
2.1.2 Teoria dos Registros de Representação.....	42
2.2 Considerações Metodológicas.....	44
2.2.1 Pressupostos da Engenharia Didática	44
2.2.2 Trabalho em grupo.....	46
2.2.3 Materiais Manipuláveis.....	48
2.2.4 Os sujeitos da pesquisa.....	53
2.2.5 O material concebido para o experimento	54
2.2.5.1 Tabuleiro das Combinações	56
2.2.5.2 Tabuleiro Cara ou Coroa	59
CAPÍTULO 3 A SEQUÊNCIA DE ENSINO	63
3.1 Primeiro Encontro.....	64
3.1.1 Tabuleiro das Combinações	64
3.1.1.1 Concepção e Análise a priori	65
3.1.1.2 Experimentação.....	67
3.1.1.3 Análise a posteriori e validação	71
3.1.2 Tabuleiro Cara ou Coroa.....	73

3.1.2.1	Concepção e Análise a priori	73
3.1.2.2	Experimentação	75
3.1.2.3	Análise a posteriori	77
3.2	Segundo Encontro	81
3.2.1	Tabuleiro das Combinações	81
3.2.1.1	Concepção e Análise a priori	81
3.2.1.2	Experimentação	83
3.2.1.3	Análise a posteriori	88
3.2.2	Tabuleiro Cara ou Coroa.....	89
3.2.2.1	Concepção e Análise a priori	89
3.2.2.2	Experimentação	90
3.2.2.3	Análise a posteriori	93
3.3	Terceiro Encontro	95
3.3.1	Tabuleiro das Combinações	95
3.3.1.1	Concepção e Análise a priori	95
3.3.1.2	Experimentação	96
3.3.1.3	Análise a posteriori	97
3.3.2	Tabuleiro Cara ou Coroa.....	100
3.3.2.1	Concepção e Análise a priori	100
3.3.2.2	Experimentação	101
3.3.2.3	Análise a posteriori	102
3.4	Quarto Encontro	105
3.4.1	Tabuleiro das Combinações	106
3.4.1.1	Concepção e Análise a priori	106
3.4.1.2	Experimentação	109
3.4.1.3	Análise a posteriori	110
3.4.2	Tabuleiro Cara ou Coroa.....	114
3.4.2.1	Concepção e Análise a priori	114
3.4.2.2	Experimentação	115
3.4.2.3	Análise a posteriori	117
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	120

REFERÊNCIAS.....	125
ANEXO A Os Tabuleiros	129
APÊNDICE A Nova lei de mudança de série para ano	131
APÊNDICE B Carta à escola.....	137
APÊNDICE C Carta aos pais	138
APÊNDICE D Autorização.....	139

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ficha de registro da observação dos pés de feijões	17
Figura 2 - Os Materiais utilizados na experiência dos pés de feijões	18
Figura 3 - O uso da régua na experiência dos pés de feijões	18
Figura 4 - O registro das informações sobre os pés de feijões	19
Figura 5 - Medindo e registrando a altura dos pés de feijões.....	19
Figura 6 - Triângulo Chu Shih-Chieh (Eves, p. 250; apud Esteves, 2001)	23
Figura 7 - O Triângulo de Pascal.....	25
Figura 8 - Parâmetros Curriculares Nacionais (1997)	27
Figura 9 - Os sujeitos da pesquisa	54
Figura 10 - Capa dos Tabuleiros das Combinações (meninos e meninas)	55
Figura 11 - Capa dos Tabuleiros Cara ou Coroa (meninos e meninas)	56
Figura 12 - Tabuleiro das Combinações aberto	57
Figura 13 - Os Personagens modelos masculinos	58
Figura 14 - Os Personagens modelos femininos.....	58
Figura 15 - Bichinhos de estimação - dupla feminina.....	59
Figura 16 - Amigos do circo - dupla masculina.....	60
Figura 17 - Tabuleiro Cara ou Coroa aberto	60
Figura 18 - Percurso de uma seqüência de lançamentos	62
Figura 19 - Exemplo de Atividade - 1º encontro - Tabuleiro das Combinações	66
Figura 20 - O uso do material manipulável - 1ºEncontro - Tabuleiro das Combinações	67
Figura 21 - O uso das cores na folha de rascunho - 1ºEncontro - Tabuleiro das Combinações	68
Figura 22 - O uso da folha de rascunho com a manipulação do material - 1ºEncontro - Tabuleiro das Combinações	69
Figura 23 - Rascunho de uma dupla masculina - 1ºEncontro - Tabuleiro das Combinações	70
Figura 24 - Rascunho de uma dupla feminina - 1ºEncontro - Tabuleiro das Combinações	70

Figura 25 - Protocolo da dupla de masculina - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações	72
Figura 26 - Exemplo de Atividade - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	74
Figura 27 - A posição oposta e o uso do rascunho - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina	75
Figura 28 - O Tabuleiro com as moedas - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina	76
Figura 29 - Folha com tabuleiros os registros após o lançamento da moeda - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina.....	77
Figura 30 - Rascunho da dupla masculina - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	78
Figura 31 - Protocolo da dupla masculina - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa.	79
Figura 32 - Protocolo da dupla feminina – 1º encontro – Tabuleiro Cara ou Coroa ..	80
Figura 33 - Interação duplas e formador - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa ...	81
Figura 34 - Exemplo de Atividade - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	82
Figura 35 - O conhecimento dos outros Tabuleiros - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	84
Figura 36 - O Registro na Linguagem Natural - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	84
Figura 37 - Protocolo da dupla feminina - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	86
Figura 38 - Protocolo da dupla masculina - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	87
Figura 39 - A divisão do trabalho pelas duplas - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações	88
Figura 40 - O registro das operações - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações....	88
Figura 41 - Exemplo de Atividade - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	90
Figura 42 - O lançamento das moedas - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	91
Figura 43 - Protocolo da dupla feminina - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa....	92
Figura 44 - Protocolo da dupla masculina - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa.	93
Figura 45 - A manipulação das moedas imantadas no 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	94
Figura 46 - Exemplo de Atividade - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações	96

Figura 47 - A Cor como registro - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações	97
Figura 48 – Protocolo da dupla masculina - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações	99
Figura 49 – Protocolo da dupla feminina - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações	99
Figura 50 - Exemplo de Atividade - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	100
Figura 51 - Registro na linguagem natural - 3ºencontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	102
Figura 52 - Protocolo da - dupla feminina - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	104
Figura 53 - Protocolo da - dupla masculina - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	104
Figura 54 - Novos modelos - 4º encontro - <i>Sandra Bullock e Tom Cruise</i> – Tabuleiro das Combinações	107
Figura 55 - Exemplo de Atividade - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações	108
Figura 56 - O comprometimento da dupla feminina - 4ºencontro - Tabuleiro das Combinações	109
Figura 57 - O comprometimento da dupla masculina - 4ºencontro - Tabuleiro das Combinações	110
Figura 58 - Representações dos registros - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações	111
Figura 59 - O processo multiplicativo - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações .	111
Figura 60 – Protocolo da dupla masculina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações	113
Figura 61 - Protocolo dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações .	113
Figura 62 - Exemplo de Atividade - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	114
Figura 63 - Os Caminhos com o auxílio dos materiais manipuláveis - 4ºencontro Tabuleiro Cara ou Coroa.....	115
Figura 64 - O registro do encontro dos amigos - 4ºencontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	116
Figura 65 - O uso dos próprios dedos - 4ºencontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	117
Figura 66 - Protocolo da - dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	118
Figura 67 - Protocolo da - dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa	119

INTRODUÇÃO

Após vinte e cinco anos lecionando no Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Ensino do Jovem Adulto (E.J.A.), convivendo diariamente com a realidade em que estou inserido profissionalmente, um novo desafio me foi proposto, o desenvolvimento de uma experiência com crianças entre sete e oito anos de idade cursando o primeiro ciclo do Ensino Fundamental.

Embora observemos que as crianças trazem do cotidiano, conceitos matemáticos que podem ser explorados, infelizmente, vemos a matemática da escola transformada em disciplina fora de contexto, com o objetivo de alcançar conteúdos mínimos para cada ano não vinculados à prática do educando. Tal abordagem transforma a Matemática em matéria pouco interessante e problemática para muitos alunos que, mesmo antes de tentarem aprendê-la, já a consideram destinada a alguns privilegiados. No papel de professor pude observar que existem problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem desde os primeiros contatos com a Matemática.

Dentro desta realidade, segundo Nacarato (2003), os professores polivalentes apresentam um discurso que enaltece a importância de se trabalhar com materiais concretos para se ensinar Matemática. Quando nos propomos a entender o que está por trás desse discurso, descobrimos que, na verdade, esse concreto refere-se ao uso de materiais manipuláveis. Segundo o psicólogo Bruner (1974, apud Orey e Rosa, 2004), o primeiro passo quando estamos tentando entender um objeto é ver como este funciona; para que isto ocorra, utilizamos materiais manipuláveis a fim de que possamos realizar as experimentações no concreto. Segundo Orey e Rosa (2004), é nesse sentido que podemos entender o concreto; quando trabalhamos com material manipulável, estamos trabalhando no contexto do que é possível fazer

com aquele material, isto é, existe um contexto que nos ajuda a entender o processo de manipular ou utilizar o material.

Diante do exposto e o fato de termos a oportunidade de um encontro com alunos e professores do Ensino Fundamental I, fomos inspirados a desenvolver um trabalho experimental com alunos desse ciclo de ensino. Esta experiência foi desenvolvida com alunos entre sete e oito anos, em uma escola particular do Estado de São Paulo, visando a familiarização com o pesquisador, observando o comportamento das crianças diante de situações em que estão envolvidos conhecimentos elementares de Matemática e de outras disciplinas. Neste estudo, foi proposta uma experiência de acompanhamento do crescimento de pés de feijões, tendo como base a observação e anotação de informações obtidas como: tamanho, número e cor, durante cinco semanas.

Para tal acompanhamento, foi apresentada aos alunos uma ficha (Figura 1), na qual os alunos escreveram (registraram) as informações obtidas durante a experiência, uma vez que, teriam a observar o crescimento de feijões em quatro situações diferentes: feijão branco e preto, expostos à luz natural e artificial. Os materiais utilizados foram: um copo plástico transparente, algodão, água e os grãos de feijão: dois brancos e dois pretos (Figura 2). O instrumento que utilizaram para fazer as medidas foi uma régua de 30 cm. (Figura 3).

<u>O USO DO MATERIAL MANIPULAVEL "O PE DE FEIJAO"</u>				
ANO _____ PROF. ^a _____ EQUIPE _____				
COMPONENTES: _____ _____ _____				
	Data	Ativ. do dia	Medições (cm)	Observações
			Nat. Bcn =	Aluno:
			Nat. Esc. =	
1º Dia	/ /		Comentários	
			Art. Bco. =	Professor:
			Art. Esc. =	
			Nat. Bcn =	Aluno:
			Nat. Esc. =	
2º Dia	/ /		Comentários	
			Art. Bco. =	Professor:
			Art. Esc. =	
			Nat. Bcn =	Aluno:
			Nat. Esc. =	
3º Dia	/ /		Comentários	
			Art. Bco. =	Professor:
			Art. Esc. =	

Figura 1 - Ficha de registro da observação dos pés de feijões



Figura 2 - Os Materiais utilizados na experiência dos pés de feijões



Figura 3 - O uso da régua na experiência dos pés de feijões

O objetivo principal desta atividade, além da familiarização com o pesquisador, foi explorar a potencialidade dos alunos mediante o uso de materiais manipuláveis. Assim as perguntas, as dificuldades, as medições e seus registros (Figura 4 e 5), a expectativa (ansiedade) de resultados e a forma de apresentar as informações foram observadas nos trabalhos apresentados pelos alunos desta faixa

etária. Pretendemos dessa forma, obter dados que nos orientassem no desenvolvimento de um trabalho com material manipulável com tais crianças.



Figura 4 - O registro das informações sobre os pés de feijões

Esta atividade foi acompanhada por mim, semanalmente, e diariamente pelas professoras de classe, com registro das observações em relatórios, sendo estes também utilizados como suporte para aulas de Ciências, nas quais exploraram o crescimento dos pés de feijões, tornando-a, assim, uma atividade interdisciplinar.



Figura 5 - Medindo e registrando a altura dos pés de feijões

Na atividade, entre outros aspectos, foi proposta a medição diária da altura dos pés de feijões nas quatro situações (Figura 5); com o andamento da atividade, o crescimento dos pés de feijão (em algumas situações) foi acelerado e algumas crianças sugeriram às professoras que as medições fossem feitas antes e após as aulas. Tal fato evidencia que o contato com uma atividade diferente pode, além de favorecer a aprendizagem, motivar o aluno (pelo menos dessa faixa etária) a sugerir novas explorações da situação proposta.

Inspirados nos relatos e reações das crianças na experiência descrita, o objetivo desse trabalho é estudar a aquisição e o desenvolvimento de noções introdutórias ao raciocínio combinatório, voltado a crianças entre sete e oito anos de idade, cursando o primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Em encontros e discussões com colegas e professores da área, observamos que existem, no processo de ensino e de aprendizagem, dificuldades para as crianças compreenderem e utilizarem tais conteúdos e, desse modo, na formação desse campo conceitual.

Com esta proposta, nosso trabalho está organizado em três capítulos e considerações finais cujos conteúdos estão apresentados no que se segue.

O capítulo I, mostra um breve estudo histórico, com a intenção de ressaltar a origem, o desenvolvimento e os objetivos da Análise Combinatória. Posteriormente, apresentamos elementos que orientam o desenvolvimento deste conteúdo no Ensino Fundamental, por meio de tópicos relacionados à Análise Combinatória dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) e de livros didáticos. Tais elementos servem de orientação para o desenvolvimento inicial do raciocínio combinatório em alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, objetivo do nosso estudo. Finalmente, relatamos alguns resultados de pesquisas que possam contribuir para este trabalho. Finalmente, baseando-nos nestes estudos preliminares, apresentamos nossos objetivos, hipóteses e questão de pesquisa.

O capítulo II é dedicado aos aspectos teóricos e metodológicos envolvidos neste trabalho. Assim sendo, nele abordaremos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), a Teoria dos Registros de Representação de Duval (1993) e os

pressupostos de uma Engenharia Didática de Douady (1987), os sujeitos, o trabalho em grupo e os materiais confeccionados para a fase experimental.

O capítulo III é destinado à concepção da seqüência de ensino, aplicação e resultados obtidos. Nela elaboramos dois tipos de atividades para serem desenvolvidas em duplas com auxílio de materiais manipuláveis por nós construídos. Com o objetivo de favorecer o acompanhamento em cada encontro, apresentamos inicialmente a atividade proposta aos alunos, a seguir uma análise a priori e as condições de suas realização e, finalmente, uma análise dos resultados.

Nas considerações finais, retomamos nosso estudo buscando validar, ou não, nossas hipóteses e, responder nossa questão de pesquisa, além de propor novos rumos para futuras pesquisas.

CAPÍTULO 1

ESTUDOS PRELIMINARES

PROBLEMÁTICA

Nosso objetivo neste capítulo é proporcionar uma breve volta à história e as condições para o surgimento e desenvolvimento da Análise Combinatória. Posteriormente, buscamos, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e em livros didáticos elementos relacionados ao nosso estudo. Na sequência apresentamos duas publicações inerentes à nossa proposta de trabalho que sugeriram caminhos a serem seguidos. Tais estudos preliminares nos permitiram definir objetivos a alcançar, hipóteses a serem validadas e questão de pesquisa a ser respondida, que se encontram no final deste tópico.

1.1 História

Neste item buscamos proporcionar uma visão geral das necessidades e objetivos que contribuíram para o surgimento da Análise Combinatória, ressaltando os principais colaboradores para o seu desenvolvimento. Tendo como base a compreensão das dificuldades encontradas em relação ao ensino e à aprendizagem da Análise Combinatória, apresentamos algumas contribuições dos chineses, gregos, latinos, hindus e europeus, em uma pequena volta à história.

Diferentes correntes de concepções indicam que o conceito de número e o processo de contagem tenham surgido mesmo antes dos registros históricos. Provavelmente o trabalho mais antigo relacionado à sistematização do processo de

contagem, seja o livro chinês I – King ou o livro das permutações (1182 – 1135 a C), base para a escrita de outros livros sobre o assunto.

O desenvolvimento do binômio $(1 + x)^n$ aparece entre os primeiros problemas relacionados à Análise Combinatória; o caso $n = 2$, já é encontrado nos Elementos de Euclides, (300 a C). O Triângulo de Pascal era conhecido por Chu Shih – Chieh (Figura 6), na China (por volta de 1300) e antes pelos hindus e árabes.

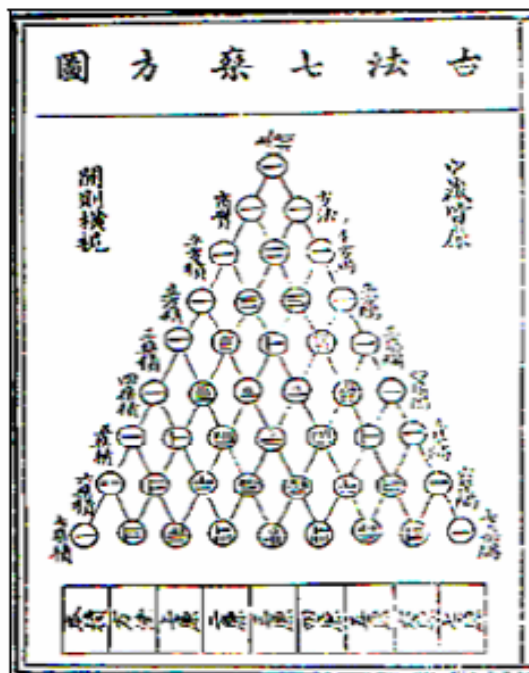


Figura 6 - Triângulo Chu Shih-Chieh (Eves, p. 250; apud Esteves, 2001 p. 15)

Da Grécia, sabe-se que Chrysippus (280 – 270 a C) achou que o número de combinações de dez axiomas era maior que 1000000. Dos matemáticos latinos, o único a desenvolver uma regra para determinar combinações de n elementos tomados dois a dois foi Boecio (510).

Da matemática hindu, destacamos Bhaskara (1114 – 1185), conhecido no Brasil como o criador da fórmula resolutiva das equações do segundo grau, que forneceu regras para o cálculo de arranjos, com ou sem repetições, e combinações, sem repetição. Sua contribuição aparece na obra “Lilavati”, onde ainda relaciona a idéia de permutação com situações práticas.

Podemos destacar o interesse na Europa sobre o tema como também contribuições, onde no início da Era Cristã, em vários manuscritos hebreus,

encontramos relações entre permutações e combinações, por meio da ciência mística denominada Cabala. Na idade média, Rabbi bem Ezra (1140) usou permutações e combinações com aplicações na astronomia.

Levi bem Gerson (1288 – 1384), francês, tentou demonstrar o quinto postulado de Euclides e sistematizou as fórmulas de arranjo, permutação e combinação de n elementos tomados k a k , sem repetição. Outro francês, Nicole Oresme (1323 – 1384), apresentou em seu manuscrito “*Tractatus de Figuratione potentiorum et mensurarum diffinitum*” a soma de seis elementos tomados 1 a 1, 2 a 2, 3 a 3, 4 a 4 e 5 a 5.

A primeira obra, o importante documento conhecido é um poema, chamado “*De Vetula*”, escrito por um erudito eclesiástico francês, Richarde de Fournival, em 1250, no qual é descrito o cálculo de combinações referente ao lançamento de três dados. (Coutinho, 2001).

Uma obra impressa que contém problemas de Análise Combinatória foi a “*Summa de Arithmetica, Geometria, proportione et proportionalita*”, de Luca Pacioli (1455 – 1514), onde ele apresenta o número de permutações de qualquer quantidade de pessoas sentadas ao redor de uma mesa.

Na Inglaterra, W. Buckley (1540) trabalhou em casos especiais de combinações de n elementos formados k a k . Nicollo Tartaglia (1500 – 1557), foi o primeiro a utilizar noções de Análise Combinatória em jogos de dados, posteriormente desenvolvido por Joanes Buteo (1485 – 1560). Tartaglia relacionou os elementos do triângulo de Pascal com as potências de $(x + y)$. O primeiro aparecimento desse triângulo no ocidente foi no “frontispício” de um livro escrito por Petrus Apinus (1495 – 1552).

No século XVII, deu-se destaque à obra de Blaise Pascal (1623 – 1662), “*Traité du triangle arithmétique*” (Figura 7), em que o triângulo aritmético era construído de modo que se obtinha qualquer elemento da segunda linha em diante, como a soma de todos os elementos da linha precedente, situada exatamente acima ou a esquerda do elemento desejado.

1	1	1	1	1	...
1	2	3	4	5	...
1	3	6	10	15	...
1	4	10	20	35	...
1	5	15	35	70	...
...	...	...	...	...	...

Figura 7 - O Triângulo de Pascal

Os números ao longo da diagonal do triângulo apresentado por Pascal, são os coeficientes sucessivos de uma expansão binomial. Por exemplo, os números ao longo da terceira diagonal: 1, 2, 1 são os coeficientes sucessivos da expansão de $(a + b)^2$.

Como vimos, Pascal não foi o primeiro a mostrar o triângulo aritmético, porém foi o primeiro matemático conhecido a utilizar-se do triângulo no mundo ocidental e por muito tempo foi o único a desenvolver e aplicar propriedades; por esse motivo o triângulo aritmético, ficou conhecido como “O Triângulo de Pascal”.

O Triângulo de Pascal serviu como base para algumas demonstrações importantes; Jakob Bernoulli (1645 – 1705) em “Ars Conjectandi” usou a interpretação de Pascal para desenvolver $(x + y)^n$. A segunda parte desse livro contém a teoria de Análise Combinatória que conhecemos atualmente.

Não podemos deixar de citar Euler (1707 – 1783) e seu livro clássico “Introductio in Analysin Infinitorum”, no qual desenvolveu a técnica das funções geradoras, utilizada para atacar o problema das partições de um inteiro.

Podemos, ainda, citar uma teoria mais recente, elaborada pelo lógico inglês Frank P. Ramsey (1903 – 1930), que garante a existência de certas configurações; por exemplo, as aplicações do chamado Teorema de Ramsey que afirma que, se tivermos em um plano, um conjunto de seis ou mais pontos, tais que nenhum subconjunto com três pontos seja colinear, e, se unirmos todos os pontos dois a dois, usando duas cores distintas, por exemplo, preto e azul, para traçar os segmentos de

reta, então forçosamente teremos formado um triângulo cujos lados são todos da mesma cor (preto ou azul).

Este breve levantamento histórico relacionado à Análise Combinatória nos permite inferir que muitas foram as dificuldades até o desenvolvimento dos conceitos que conhecemos hoje e que, no trabalho com as crianças, devemos considerar situações que favoreçam a sua aquisição de modo gradativo; há indícios, também que o estudo das combinações deva preceder aos de arranjo e permutação. Por esse motivo, propomos neste estudo que as primeiras etapas visando à construção do raciocínio combinatório deva ser iniciada com as combinações e que possam ser desenvolvidas já no primeiro ciclo do Ensino Fundamental, sendo retomadas e complementadas ao longo da escolaridade em todo o período do Ensino Básico.

Não só a história sugere o trabalho a ser desenvolvido visando à introdução do raciocínio combinatório, mas também os documentos oficiais, como é o caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) que trataremos no próximo item.

1.2 Parâmetros Curriculares Nacionais

Neste item abordaremos brevemente, os aspectos dos PCN (1997) que se referem ao nosso estudo, qual seja, a Análise Combinatória no primeiro ciclo do Ensino Fundamental (Figura 8).

B823p Brasil. Secretaria de Educação Fundamental.
Parâmetros curriculares nacionais : matemática /
Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília :
MEC/SEF, 1997.
142p.

1. Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática :
Ensino de primeira à quarta série. I. Título.

CDU: 371.214

Figura 8 - Parâmetros Curriculares Nacionais (1997)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN 1997) cujo objetivo é consiste apenas em introduzir o raciocínio combinatório, sem a preocupação com casos particulares. Estes parâmetros foram elaborados pelo Ministério da Educação e do Desporto por intermédio da Secretaria de Educação Fundamental, com o objetivo de ser uma referência curricular nacional. Ao nos referirmos ao ano de escolaridade, falaremos em ciclos, pois é assim que os Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que as séries, atualmente com a reforma do Ensino Fundamental de nove anos (Anexo A), sejam organizadas: primeiro ciclo (primeiro, segundo e terceiro ano), segundo ciclo (quarto e quinto ano).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destinados ao Ensino Fundamental, correspondentes aos ciclos I e II, trazem entre seus objetivos:

Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar, e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.

Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

Utilizar diferentes registros gráficos como: desenhos, esquemas, escritos numéricos e também como recurso para expressar idéias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados.

Demonstrar interesse para investigar, explorar e interpretar, em diferentes contextos do cotidiano e de outras áreas do conhecimento, os conceitos e procedimentos matemáticos abordados neste ciclo.

Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução e comunicar a resposta. (BRASIL, 1997, v. 3, p. 37).

Os conteúdos de Matemática apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais estão divididos em cinco blocos:

Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal

Operações com Números Decimais

Espaço e Forma

Grandezas e Medidas

Tratamento da informação (BRASIL, 1997, v. 3, p. 39).

Em relação ao Tratamento da Informação para os ciclos I e II, encontramos as seguintes citações:

Os assuntos referentes ao Tratamento da Informação serão trabalhados nestes ciclos de modo a estimularem os alunos a fazer perguntas, estabelecer relações, construir justificativa e desenvolver o espírito de investigação.

Nestes ciclos é importante que o professor estimule o aluno a desenvolver atitudes de organização, investigação, perseverança, além de ser fundamental que eles adquiram uma postura diante sua produção que leve a justificar e validar suas respostas. Dentro dessa situação os erros farão parte do processo de aprendizagem e nesse contexto, é que o interesse, a cooperação e o respeito pelo colega, começam a se construir. (BRASIL, 1997, v. 3, p. 49).

Ainda em relação aos conteúdos, os Parâmetros Curriculares Nacionais dos ciclos I e II apresentam os seguintes Conteúdos Conceituais e Procedimentais:

Exploração da função do número como código na organização de informações (linha de ônibus, telefones, placa de carros, registro de identidade, bibliotecas, roupas, calçados,...).

Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráfico de barras para comunicar a informação obtida.

Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e contabilizá-las usando estratégias pessoais. (BRASIL, 1997, v. 3, p. 52).

De uma forma mais específica, nos Parâmetros Curriculares Nacionais tem-se que, em se tratando de combinatória, o objetivo é colocar os alunos diante de situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e especialmente, o princípio multiplicativo; a idéia de combinatória deve ser explorada em situações que busquem dar significado às operações de multiplicação e divisão.

O conteúdo de Análise Combinatória referente ao Ensino Fundamental é pouco e é apresentado no segundo ciclo, por meio de possíveis maneiras de combinar elementos e contabilizá-los usando estratégias pessoais, com objetivo apenas de introduzir o raciocínio combinatório, sem a preocupação de se deter em casos particulares.

Observa-se também que existe uma valorização em relação às formas de representações, onde se tem a pretensão que o aluno compare as situações concretas desenvolvidas, com as obtidas por meio da contagem direta, fazendo uso de representações como processo de resolução.

1.3 Livros Didáticos

As publicações didáticas são as principais fontes de pesquisas para os professores, uma vez que as editoras oferecem aos professores uma grande variedade de coleções, o que torna seu acesso fácil e abundante. Levando em conta que o livro é adotado para os alunos e usado na sala de aula, e que cada um tem o seu, podendo realizar registros, em certos momentos, com folhas suplementares que se encontram no final do livro (somente para o primeiro ano), consideramos que esse é um grande meio de atuação na aula e, portanto, influenciador do processo de ensino e de aprendizagem.

O texto produzido no livro didático contribui para o processo de ensino e de aprendizagem como mais uma ferramenta de comunicação entre o professor e o aluno. As funções mais importantes do livro didático na relação com o aluno são:

- favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes;

- propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos;
- auxiliar na auto-avaliação da aprendizagem;
- contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania. (PNLD 2007, p.11).

No que se segue, nos restringiremos a apresentar um breve resumo do que foi publicado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-2007) com relação ao Bloco do Tratamento da Informação no que se refere exclusivamente à Análise Combinatória.

Fazer observações com base em informações qualitativas, ou quantitativas, e trabalhar com a idéia de chance, também faz parte das competências importantes. No primeiro ciclo do Ensino Fundamental, o princípio multiplicativo da contagem pode ser um bom organizador para a contagem de possibilidades, o que, por sua vez, indica caminhos para solucionar problemas simples e interessantes.

Em quase todas as coleções avaliadas, os gráficos e tabelas são utilizados; algumas delas reservam um ou dois capítulos para um estudo mais detalhado sobre o tema, segundo o guia dos livros didáticos. Deve-se ressaltar que, no bloco tratamento da informação, as maiores deficiências das coleções de Matemática para o Ensino Fundamental estão na abordagem dos conceitos de chance, probabilidade e possibilidade, segundo observações extraídas do guia dos livros didáticos.

Segundo O Guia de Livros Didáticos (PNLD, 2007) para a Matemática do primeiro ciclo, os princípios gerais e sua abordagem sobre o tratamento de informações são convergentes com o PCN (1997). Das coleções analisadas pelo guia, destaca-se:

Nas 35 coleções aprovadas, pode-se dizer que 82% já incluem atividades de leitura e interpretação de dados em gráficos e tabelas. Um número bem menor das coleções, aproximadamente 31%, vai além e apresenta atividades em que o aluno deve coletar e organizar dados. Uma percentagem ainda menor, 28%, discute conceitos como possibilidade, chance, probabilidade, princípios de contagem. (PNLD 2007, p. 36).

A seguir apresentaremos resumos da avaliação de alguns Livros Didáticos, extraídos do Guia de Livros Didáticos (2007) e nos limitaremos aos livros cujos comentários apresentam referências à Combinatória e/ou ao uso de Materiais Manipuláveis, que são de interesse em nosso estudo.



Viver e aprender Matemática
Editora Saraiva - Iracema Mori

A seleção de conteúdos contempla adequadamente os conhecimentos relativos aos blocos: números e operações; grandezas e medidas; geometria; e tratamento da informação, normalmente trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Nos dois últimos volumes, a coleção focaliza o pensamento combinatório, associado à operação da multiplicação de números naturais, bem como algumas noções de probabilidade. (PNLD, 2007, p. 98)



Vivência e Construção Matemática
Editora Ática - Luiz Roberto Dante

Os blocos de conteúdos estão distribuídos ao longo de todos os volumes e são abordados de maneira alternada na coleção. Além disso, um mesmo conteúdo é trabalhado periodicamente, ampliado e aprofundado.

No tratamento da informação, é elogiável a ênfase dada aos raciocínios combinatórios e probabilísticos, trabalhados a partir de situações diversificadas. A metodologia de ensino-aprendizagem possibilita ao aluno interpretar, expressar e registrar idéias e procedimentos bem como desenvolver habilidades de visualização. Valoriza, também, a participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento. As atividades são diversificadas e, em várias situações, os alunos são solicitados a refletir e a interagir com os colegas e com o professor.

A coleção incentiva o uso de materiais concretos variados, bem como o emprego da calculadora. Há, ainda, o cuidado de estabelecer a ligação entre o significado de termos ou expressões na Matemática e no cotidiano. O tratamento da informação é reduzido ao uso de gráficos e tabelas, com algumas muito poucas abordagens de combinatória, porcentagem e probabilidade. (PNLD, 2007, p. 110)



Matemática Paratodos

Editora Scinione - Marcelo C. T. Lellis e Luiz M. P. Imenes - Estela D. M. dos Santos

Cada livro é organizado em pequenos capítulos, com atividades que envolvem um ou mais conteúdos dos blocos: números e operações; geometria; grandezas e medidas; e tratamento da informação.

São estimulados a discussão de estratégias para a resolução de problemas e o uso de diversos materiais concretos. Os jogos propostos favorecem descobertas e o trabalho em grupo e também contribuem para a socialização de conhecimentos. Valoriza a compreensão dos procedimentos, por meio do uso de materiais concretos de manipulação, como o ábaco.

Além disso, o cálculo mental e as estimativas são trabalhados em vários momentos. Há uma grande variedade de jogos desafiadores, que envolvem regras, estratégias e soluções que podem contribuir para a aprendizagem. (PNLD, 2007, p. 152)



Matemática

Editora Ihep - Ieda Medeiros C. E. Santo

Aurea Joana Schwarz Darin

O tratamento da informação aumenta progressivamente ao longo das séries.

A associação da multiplicação com o estudo de possibilidades é apresentada, mas as situações de contagem de configurações retangulares são pouco trabalhadas. Nos dois últimos livros, essa diversidade é ampliada, com outros enfoques para as operações fundamentais e com vários significados de fração. Textos e atividades sobre as medidas e o tratamento da informação são os que mais oferecem oportunidade de evidenciar as contribuições da Matemática para as demais práticas sociais. (PNLD, 2007, p. 196)

Os documentos oficiais solicitam o ensino da Análise Combinatória na escola e a sociedade reconhece a importância do assunto para a formação do cidadão, no entanto, raramente faz parte da prática de sala de aula. Os livros didáticos, que são quase a única fonte de pesquisa dos professores, segundo o PNLD (2007), e embora os documentos orientem para o ensino da Análise Combinatória, são poucos os livros que o fazem, e os que o fazem, o apresentam de forma discreta e desvinculada da realidade; os dados são apresentados prontos, sem que o aluno precise registrar, organizar, contar e interpretar.

Os livros didáticos, segundo Buehring (2005, p. 23), que são fontes de pesquisa dos professores, não têm clareza do que é Tratamento da Informação e aqueles que incluem o assunto em seus conteúdos, fazem-no de forma desvinculada da realidade, com dados prontos, sem que o aluno precise coletar, organizar e

interpretar. O principal responsável para que a população brasileira tenha maior intimidade com o Tratamento da Informação é o professor, mas para que ele sinta a necessidade de ensinar e saber como desenvolver um trabalho sobre o tema, ele recorre aos livros didáticos. Segundo o autor, estes meios de pesquisa do professor precisam valorizar a Análise Combinatória e deixar claro que ensiná-la não pode ser uma simples aplicação de fórmulas, visando contagens de placas de automóveis, organizações de comissões, escolha de bolas, mas a participação do aluno na construção do processo de contagem.

Um grande passo já foi dado, em relação ao ensino da Análise Combinatória, quando os documentos oficiais o sugeriu e, mesmo que ainda timidamente, começou a fazer parte dos conteúdos dos livros didáticos. Falta a conscientização de que o seu ensino deva acontecer de forma contextualizada e participativa, permitindo ao aluno construir suas próprias estratégias de contagem.

1.4 Pesquisas sobre o tema

Com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento do nosso trabalho, buscamos nas pesquisas realizadas nesta área, resultados que pudessem sugerir estratégias a serem adotadas e dificuldades que pudessem ser minimizadas.

1.4.1 A pesquisa de Esteves

Na dissertação de Esteves (2001) tem-se a concepção, aplicação e análise de uma sequência de ensino, visando estudar a aquisição e o desenvolvimento dos primeiros conceitos de Análise Combinatória, com crianças entre quatorze e quinze anos de idade. Para tal, a sequência foi fundamentada em teoria psicológica, sendo composta de situações-problema que se aproximassem da realidade dos alunos.

Na pesquisa, a autora trabalhou com dois grupos: o experimental e o de referência. Enquanto o grupo experimental realizou o estudo por meio de uma

seqüência de ensino elaborada pela autora, sem a introdução de fórmulas, o grupo de referência seguiu a abordagem tradicional apresentada pelos livros didáticos.

A investigação proposta visou responder a seguinte questão de pesquisa: “Em função do ensino oferecido, os sujeitos demonstram progresso verificável no que tange ao campo conceitual considerado?” E como questão derivada e operacional: “Tal evolução se diferencia daquela observada no grupo de referência?”.

As dificuldades mais freqüentes dos alunos foram: falta de organização para enumerar os dados sistematicamente, confusão sobre a relevância da ordem, principalmente em problemas de combinações, dúvida na identificação da operação aritmética a ser usada na situação proposta e interpretação de um problema, quando este apresenta mais de uma etapa na organização da solução.

A dissertação de Esteves (2001) nos auxiliou, principalmente, no procedimento dado à análise do comportamento das duplas quanto ao desempenho ao longo do estudo, além de sugerir o uso de material manipulável.

Apesar das dificuldades identificadas pela autora, os resultados apontaram significativa superioridade de progresso do grupo experimental em relação ao de controle, que pode ser devida às abordagens adotadas que envolveram os alunos em situações reais em um ambiente favorável, além do trabalho desenvolvido em duplas; mesmo assim, algumas dificuldades na interpretação dos problemas propostos continuaram a persistir.

A seqüência de atividades sugerida pela autora ajudou a orientar e desenvolver a organização desta dissertação, no que tange à organização do estudo, ao uso de material manipulável e ao trabalho em duplas.

1.4.2 O livro de Cazorla e Santana

O livro de Cazorla e Santana (2006) é formado por quatro seqüências didáticas envolvendo conceitos e procedimentos, que não se limitaram a um guia de procedimentos, mas que a partir deles, tenta-se instigar o professor a refletir sobre

novas formas e técnicas que possam ser aplicadas e desenvolvidas com alunos, nos diversos níveis de ensino.

A sequência por nós adaptada é a Seqüência Didática 4 – “Os Passeios Aleatórios da Mônica”. Nela, as autoras têm como objetivo geral apresentar, de forma acessível, os conceitos básicos de Probabilidade, auxiliando o professor na sua implementação na educação básica. O livro é formado por seqüências didáticas envolvendo situações cotidianas e interessantes, que permitem desenvolver competências em relação aos conceitos e procedimentos, bem como orientam o professor sobre a forma de implementá-las em sala de aula.

O referido livro apresenta, ainda, estudos com experimentos determinísticos e aleatórios, eventos, espaço amostral, simulações e amostragem. Utiliza a Análise Combinatória para construir caminhos aleatórios, introduzir noções elementares de probabilidade, construir tabelas, fazer estimações, identificar eventos independentes, determinar o valor esperado, construir gráficos e diagramas de árvore são outros tópicos tratados no livro.

A atividade intitulada “Os Passeios aleatórios da Mônica” foi apresentada por Fernandez e Fernandez (1999), para introduzir a Distribuição Binomial no Ensino Superior. Foram realizadas várias adaptações visando o ensino da probabilidade a professores da educação infantil e de anos iniciais do Ensino Fundamental, cursando o 4º ano de Licenciatura em Pedagogia. A história fora adaptada e foram colocadas instruções em cada atividade; em um quadro, Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Bidú, criações de Mauricio de Souza, foram colocados na diagonal de um quadrado quadriculado e a Mônica, saindo de um dos cantos do quadro, deveria visitar um dos amigos, conforme os resultados de lances de uma moeda, cuja instrução definiria a direção a seguir, dependendo do ponto de partida e caminhando segundo a rota formada pelos quarteirões representados pelos quadriculados. A adaptação visou à exploração dos conceitos de probabilidade, os caminhos possíveis, o número de visitas, padrões de comportamento, entre outros aspectos.

A atividade, Os Passeios aleatórios da Mônica, serviu de referência para a elaboração de um tipo de tarefa a ser proposto em nossa pesquisa, por meio de pequenas adaptações visando o uso de material manipulável e trabalho em duplas.

Esse estudo preliminar nos permite levantar hipóteses a serem consideradas, objetivos a serem atingidos e questão de pesquisa a ser respondida, que fazem parte do próximo tópico a ser apresentado.

1.4.3 Hipóteses, Objetivos e Questão de Pesquisa

Considerando o desenrolar da história, que evidencia um longo período repleto de dificuldades até se chegar à Análise Combinatória como conhecemos na atualidade, as orientações oficiais para sua introdução desde o início do ensino básico, valorizando o raciocínio e devendo observar que as fórmulas devem ser introduzidas quando surgirem como consequência da aprendizagem e levando em conta as sugestões encontradas nos trabalhos de Esteves (2001) e de Cazorla e Santana (2006), apresentamos, neste item, nossas hipóteses e objetivos na intenção de responder a questão de pesquisa a que nos propomos neste trabalho.

Nossa experiência com crianças da faixa etária visada nesse estudo nos induz a acreditar que o uso de material concreto no desenvolvimento de atividades possa facilitar o processo de ensino e de aprendizagem, com crianças dessa faixa etária; assim considerando, nesta pesquisa admiti-se a hipótese de que o uso do material manipulável é um facilitador de habilidades em leitura e interpretação, além de admitir que o trabalho em grupo possa contribuir para que os resultados esperados sejam atingidos.

Decidimos, então, fazer um estudo intervencionista, ou seja, elaborar dois tipos de atividades e aplicá-las a um grupo de estudantes do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Para a formulação da seqüência de ensino, o método utilizado considera situações que se aproximem da realidade dos alunos, visando facilitar a compreensão dos conceitos envolvidos, a partir de outros já conhecidos e mais simples, além de envolver o uso do material manipulável.

Sendo assim, a partir desse contexto, a questão de pesquisa central que se apresenta neste estudo é: *É possível criar situações que possibilitem a introdução de noções iniciais que favoreçam o desenvolvimento da Análise Combinatória*

direcionadas a crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental? Como questão secundária, nos propomos a investigar: O uso do material manipulável favorece a introdução do raciocínio combinatório para crianças desse ciclo de ensino?

As situações propostas em nossa sequência serão desenvolvidas de forma que o aluno tenha condições de acompanhá-las naturalmente, sem a necessidade de utilizar formas matemáticas pré-estabelecidas, seguindo seu próprio caminho, até chegar à formalização. Segundo Nunes (1997; apud Esteves, 2001, p. 2), quando os alunos fazem uso da representação, eles criam ferramentas diferentes para a resolução de problemas, ou seja, o conceito pode ser aplicado de diferentes modos.

Com as pretensões apresentadas até o momento, nosso próximo passo foi buscar elementos teóricos que fundamentassem o estudo pretendido e de orientações metodológicas para a sua execução; estes pontos fazem parte do próximo capítulo que será apresentado a seguir.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentaremos subsídios que fundamentam nossa pesquisa, ou seja, a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1993), o Trabalho em grupo, o uso de materiais manipuláveis, a Engenharia Didática (Douady, 1987), os sujeitos e o material elaborado para a pesquisa.

2.1 Considerações Teóricas

Neste item são feitas considerações a respeito das teorias que fundamentam nosso trabalho, ou seja, a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1993).

2.1.1 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) é cognitivista e tem como objetivo fornecer dados coerentes e alguns princípios básicos para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, principalmente aquelas que se revelam das ciências e das técnicas. Pelo fato de proporcionar dados para a aprendizagem, interessa à didática, mas, não é por si só uma teoria didática.

A principal finalidade de tal teoria é apresentar um quadro que permita compreender as continuidades e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por conhecimento, tanto o saber fazer como os saberes expressos. Os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo intervêm sempre conjuntamente nos sujeitos. Embora a Teoria dos Campos Conceituais não seja específica da Matemática, ela começou a ser elaborada para explicar os processos de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, multiplicativas, números e espaço (relações) e da álgebra.

Trata-se de uma teoria psicológica do conhecimento, ou ainda, a conceitualização do real que permite localizar e estudar as filiações e as rupturas que os alunos fazem durante a aquisição do conhecimento. Ela explicita, também, a relação entre significados e significantes, que são as situações que dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas próprias situações, nas palavras e nem nos símbolos matemáticos. Apesar disso, diz-se que uma representação simbólica, palavras ou enunciado matemático têm sentido, ou vários sentidos, ou não tem sentido para este ou aquele sujeito; diz-se da mesma forma que uma situação tem ou não sentido. O sentido é uma relação do sujeito com a situação e os significantes, ou seja, os esquemas evocados por essa situação no sujeito individual constituem o sentido dessa situação para esse sujeito.

Um conceito adquire sentido para uma criança, quando é apresentado por meio de situações e problemas para se resolver. Estes problemas podem ser teóricos ou práticos e é por meio deles que um conceito adquire sentido. Para Vergnaud, conceito é:

[...] uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los. (VERGNAUD, 1996, apud CAETANO, 2004, p. 42).

A definição de conceito, segundo Vergnaud (1996, apud Caetano, 2004) é constituída de um tripé de três conjuntos interligados, denominados pelo autor de S – I – R, onde:

S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (o referente);

I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações (o significado);

R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes, facilitando em como lidar com esse conceito (o significante).

Por tudo o que foi dito, um único conceito não se refere a um só tipo de situação e uma única situação não pode ser analisada com um só conceito.

Segundo Vergnaud (1993, p. 2), chamamos esquemas “à organização invariante da conduta para uma classe de situações”. Os esquemas investigam os conhecimentos em ação, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operatória. O conceito de esquema é interessante para duas classes de situações, mas funciona de forma diferente nos dois casos. O primeiro caso refere-se à conduta automatizada do sujeito e organizada por meio de um esquema único; já no segundo caso tem-se o desencadeamento sucessivo de diversos esquemas que podem entrar em competição e que, para culminar na solução procurada, devem ser acomodados, descombinados e recombinaados, sendo este processo acompanhado de descobertas.

As competências matemáticas são sustentadas por esquemas organizadores de conduta. O funcionamento cognitivo do aluno comporta operações que se automatizam progressivamente e decisões conscientes que permitem ter em conta valores particulares das variáveis de situações. A confiabilidade do esquema para o aluno, em última análise, está no conhecimento, explícito ou implícito, que ele tem das relações entre o algoritmo e as características do problema que tem para resolver.

A automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação, além de não impedir que o aluno conserve o controle da condição na qual determinada operação é ou não apropriada. Por exemplo, o algoritmo da adição em numeração decimal tem sua execução, na grande maioria das crianças, automatizada no final do segundo ciclo do Ensino

Fundamental; contudo as crianças são capazes de criar uma seqüência de ações diferentes em função da característica da situação. Por meio deste exemplo, percebemos que algoritmos são esquemas, ou ainda que, os esquemas são objetos do mesmo tipo lógico que os algoritmos, faltando-lhes apenas a efetividade, isto é, a propriedade de se chegar ao fim com segurança em um número seguro de passos.

Quando uma criança utiliza um sistema ineficaz para uma situação, a experiência nos mostra que ela quer a mudança do esquema, quer enfim alterá-lo. Por meio dos conceitos de Piaget, podemos dizer que os esquemas se encontram no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação. Para crianças explicitarem regras é difícil, quase impossível, embora sejam capazes de executar a seqüência das operações.

Designam-se pelas expressões “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação” os conhecimentos contidos nos esquemas; podemos igualmente designá-las pela expressão mais global “invariantes operatórios”. Teoremas-em-ação são definidos por Vergnaud (1990 – apud Esteves, 2001) como sendo relações matemáticas desenvolvidas pelos alunos quando estes optam por uma operação ou seqüência de operações para solucionar um problema. Normalmente essas relações não são expressas por meio de uma ação verbal. Deste modo, teorema-em-ação não possui o sentido convencional de um teorema, pois não é explícito, podendo não ser verdadeiro, estando subjacente ao comportamento dos alunos e seu campo de ação de validade é local.

Observa-se que os alunos fazem uso dos teoremas-em-ação onde possuem domínio do contexto com valores numéricos simples e fáceis. Entretanto, eles são a primeira base intuitiva que os professores podem usar para formalizar conceitos e, desta forma, estender o uso dessas inter-relações para situações mais complexas.

O estudo da Teoria dos Campos Conceituais é destaque em nosso trabalho em dois momentos. O primeiro quando pensamos em criar encontros onde as situações propostas deveriam propiciar o desenvolvimento de competências a partir daquelas apresentadas pelos próprios alunos e o segundo, quando julgamos importante observar e analisar as atitudes procedimentais que os alunos utilizam nas resoluções das situações.

2.1.2 Teoria dos Registros de Representação

Nesta pesquisa, pretendemos tomar como base noções da teoria de Raymond Duval (1993, p. 38), onde afirma que, na Matemática tanto a comunicação como o pensamento dependem de representações, pois essa ciência, que não trata de objetos reais ou físicos, necessita representar semioticamente os seus objetos, de modo que se tornem acessíveis ao sujeito.. Deste modo, a representação desempenha um papel fundamental no ensino da matemática.

Um objeto matemático não pode, nem deve ser confundido com sua representação, uma vez que não é acessível diretamente à percepção e nem à experiência intuitiva. No entanto, as atividades sobre o objeto matemático ocorrem sempre pela sua representação semiótica, sendo essa representação, portanto, essencial à atividade cognitiva, afirma Duval (1996, apud COLOMBO, MORETTI, 2005).

Representar, tratar e converter registros de representação semiótica são argumentos fundamentais na proposta teórica de Duval (2003, p. 16). acredita que para cada atividade matemática, seja necessário mobilizar sistemas cognitivos específicos, onde é essencialmente ligada às operações semióticas. Deste modo, segundo Duval, só é possível conhecer, compreender e aprender matemática utilizando-se das representações semióticas do objeto matemático.

Duval (2003, p.21) defende a idéia de que “não se deve jamais confundir um objeto e sua representação”. Uma vez operando em mais de um sistema de representação, é implícito e primordial o entendimento de que nenhum dos registros de representação “é” o objeto matemático, mas apenas o “representa”, está “no lugar dele” para permitir o acesso a esses objetos matemáticos.

Cada registro apresenta certas limitações representativas específicas, surgindo daí à necessidade da utilização de outros sistemas de expressão e de representação, além da linguagem natural e das imagens, como sistemas de escrita para os números, notações simbólicas para os objetos, escrita algébrica, etc.

Nessa perspectiva, Duval coloca ainda que:

[...] a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. (DUVAL, 2003, p. 14).

Essas trocas de registros são caracterizadas em dois tipos de transformações semióticas que são totalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. O tratamento de uma representação refere-se às operações dentro de um mesmo registro de representação, por isso é dita “interna a um registro”. Já a conversão de uma representação refere-se às operações onde o registro inicial é transformado em outro registro, por essa razão é dita como uma “transformação externa”.

Segundo Duval (1996, apud COLOMBO, MORETTI, 2005), é no trânsito entre esses diversos registros de representação que se encontra a chave para a aprendizagem em matemática; escolher o registro mais apropriado para aplicar os tratamentos implica em um desenvolvimento do raciocínio e, conseqüentemente, leva à resolução dos problemas matemáticos, finalizando com a aprendizagem.

Mas será possível que a criança no início da escolaridade não confunde o objeto matemático com sua representação, sendo que as representações são o único meio de acesso a esse objeto? Esta é uma preocupação importante para Duval (1993, p. 49, 50); a conceitualização acontece quando o sujeito é capaz de mobilizar rapidamente um registro de representação semiótica do objeto matemático, entre os muitos que se apresenta, de modo a favorecer a resolução de um dado problema da forma mais econômica possível.

Segundo Duval,

[...] A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. (DUVAL, 1993, p. 51).

Esse argumento é essencial para se entender a proposta de Duval e permite perceber o quanto a matemática é dependente das representações que utilizamos para acessá-la, ao mesmo tempo que proporciona estratégias específicas para o trabalho pedagógico do professor com essa disciplina.

2.2 Considerações Metodológicas

Neste tópico apresentaremos os pressupostos da Engenharia Didática que norteará o desenvolvimento de nossa pesquisa, além de procedimentos metodológicos, como o trabalho em dupla e, os materiais manipuláveis utilizados no estudo.

2.2.1 Pressupostos da Engenharia Didática

Na Didática da Matemática, os estudos das relações entre os projetos de pesquisa e os resultados na sala de aula são preocupações que, no início dos anos 80, deram origem à Engenharia Didática, com o objetivo de desenvolver uma metodologia de pesquisa, útil para a complexidade da sala de aula. Segundo Douady (1987), um projeto de engenharia didática consiste em:

[...] uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) ao mesmo tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decorrer das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor. (DOUADY 1987; apud NUNES, 2001, p. 25).

A Engenharia Didática tem como objetivo o estudo de processos de aprendizagem de um determinado conceito, trabalhos desenvolvidos em grupos, estudos com aplicações de estratégias didáticas e debates científicos, entre outros. O nome Engenharia Didática deve-se à comparação com o trabalho de um engenheiro, no caso o professor, que prepara um projeto de ensino para seus alunos com base em conhecimentos científicos onde, diante de situações que diferem das previstas, precisa fazer escolhas e a partir do novo, toma decisões, tornando o processo dinâmico e propício às adaptações. (Miguel, 2003, p. 46).

Segundo Artigue (1988), um estudo experimental seguindo os pressupostos de uma Engenharia Didática é composto de quatro fases: Análises preliminares, Concepção e Análise a priori, Experimentação, Análise a posteriori e Validação.

As análises preliminares consistem em estudos sobre a epistemologia do conteúdo visado para caracterizar o conceito em sua gênese histórica, a diversidade dos problemas onde ele intervém como ferramenta adaptada e localização de outros conceitos que interagem com ele e contribuem para lhe dar significado. O levantamento de condutas dos alunos tendo em vista o ensino habitual (erros, procedimentos, concepções, etc.) permite formular hipóteses cognitivas e didáticas, considerando os objetivos específicos da pesquisa. As análises preliminares são feitas principalmente para embasar a concepção da pesquisa, porém elas são retomadas e aprofundadas durante todo o transcorrer do trabalho.

A concepção e análise a priori consistem na preparação de seqüências didáticas e do esquema experimental para a ação em classe, onde serão delimitadas as variáveis de controle que possibilitem conhecer o que se pretende experimentar. A análise a priori comporta uma parte descritiva e outra de previsão e está centrada nas características de uma situação a-didática (ação, formulação e validação) que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados na experimentação. Na análise a priori deve-se descrever as escolhas feitas e as características da situação a-didática decorrente de cada escolha, analisar o desafio da situação para o aluno e possibilidades de ação, escolha, decisão, controle e validação de que ele disporá durante a experimentação, prever os comportamentos possíveis e mostrar no que a análise efetuada permite controlar o sentido desses comportamentos; além disso, deve-se assegurar que, se tais comportamentos ocorrerem, eles resultarão do desenvolvimento da aprendizagem.

A experimentação é a fase da execução dos processos desenvolvidos; deve-se observar o envolvimento dos alunos por meio das atitudes no decorrer das atividades. A experimentação supõe a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da pesquisa, o estabelecimento do contrato didático, a aplicação dos instrumentos de pesquisa, o registro das observações, os comentários descritos em relatórios, os registros audiovisuais, etc.

A última fase da Engenharia Didática é a análise a posteriori e validação. Esta é a fase da compreensão e interpretação dos resultados da experimentação; o

confronto entre as análises a priori e a posteriori permite validar as hipóteses de pesquisa, o que caracteriza esta metodologia como tendo validação interna.

2.2.2 Trabalho em grupo

O trabalho em grupo, segundo Zacharias (1999), é uma estratégia didática que se emprega com frequência nas salas de aula. Trabalhar em grupo é um modelo que vem sendo seguido e tem se modificado ao longo do tempo.

Atualmente se tem dado mais valor à aprendizagem cooperativa, isto é, um grupo de alunos trabalha e o resultado deste trabalho deve refletir que todos e cada um deles tenham trabalhado com as mesmas informações. Este seria o modelo ideal; porém, quando o trabalho não foi recíproco, os professores devem orientar os alunos a adquirirem destrezas sociais cooperativas que tenham como resultado a habilidade de trabalhar em grupo. Do mesmo modo, existem alguns padrões para estabelecer os grupos cooperativos; deve-se fazer o planejamento do tamanho do grupo, que varia de acordo com as metas de aprendizagem traçadas; se for para repassar ou praticar uma informação, bastará que as equipes sejam pequenas: duplas ou trios; se o propósito é debater, fomentar a participação e resolver problemas, então os grupos deverão ser de tamanho maior.

Como Zacharias (1999) ressalta, é indispensável que o professor percorra os grupos para verificar se todos participam e aprendem; da mesma maneira; cabe ao professor destinar aos alunos funções para apoiar a aprendizagem, tais como o incentivo à discussão, levantamento de idéias, sondagens e criatividade. Outras dinâmicas como perguntas para serem respondidas entre os alunos, repartindo em turnos aqueles que questionam e os que respondem é uma outra estratégia eficiente que permite a participação de todos. A leitura prévia de um texto e depois comentários de problemas, dúvidas, resumos e ao final uma correção que permita compartilhar com os outros alunos os novos conteúdos a serem retidos, também pode ser usada com proveito.

Segundo Silva e Kodama, (2004), ao apresentar o material manipulável, deve-se permitir que os alunos o explorem antes de iniciar a atividade; o ideal é que cada aluno tenha o seu e se isso não for possível, deve-se formar pares, ou trios. As autoras definem o trabalho em grupo que envolve um problema, como uma tarefa e uma meta em comum, em aprendizagem cooperativa, que requer que os membros do grupo percebam que cada um é parte de uma equipe com objetivo comum. Seus componentes têm que estar conscientes de que qualquer problema que resolvam será patrimônio do grupo e o sucesso ou o fracasso terá que ser compartilhado por todos. Posteriormente, deve-se explicar como ele será usado. A seguir, a situação-problema apresentada deve ter significado para o aluno, a ponto de estimulá-lo a resolvê-la. É importante observar os alunos para perceber o raciocínio de cada um, estimulando-os a pensar sobre o que estão fazendo. A avaliação da aprendizagem pode ser feita por meio do registro das atividades realizadas com o material, na forma de desenho, linguagem natural ou matemática.

As atividades com materiais manipuláveis devem ser instrumentos para exercitar e estimular a agilidade de pensamento com lógica e critério, condições para desenvolver bem e ter um bom desempenho escolar. As participações em grupos oferecem conquistas cognitivas no aspecto emocional, moral e social para o aluno, uma vez que pode fazer interagir seu conhecimento com os colegas, tomando decisões e resolvendo problemas. Tal fato consiste em um estímulo para o desenvolvimento da competência matemática e a formação de verdadeiros cidadãos; é essencial a escolha de uma metodologia de trabalho que permita a exploração do potencial dos “jogos” no desenvolvimento de todas as habilidades (raciocínio lógico e intuitivo), o que pode ser feito por meio da resolução de problemas. (Silva; Kodama, 2004).

Carvalho (2001) em sua tese desenvolveu uma pesquisa investigativa, com grupos de alunos do sétimo ano na disciplina de Estatística, com o objetivo de estudar a interação entre duplas nas salas de aula de Matemática. O objetivo central da autora foi a compreensão dos progressos obtidos quando os alunos trabalham em duplas, tanto no desenvolvimento lógico quanto o estatístico.

Segundo Carvalho (2001),

[...] Trabalhar em grupos cria a oportunidade de ampliar os momentos de apropriação do conhecimento matemático. O trabalho em dupla constitui uma das hipóteses possíveis para que se atinja os objetivos mais ambiciosos dos atuais currículos do ensino básico e documentos de política educacionais: desenvolver atitudes mais positivas face à Matemática, promover o pleno desenvolvimento dos alunos, incluindo a sua socialização e o seu sucesso escolar.

[...] Assim, a clara aderência dos alunos ao trabalho em dupla, o fato de ele estar muito bem adaptado às exigências da sociedade atual, que realçam a necessidade de se trabalhar em grupo, tornam particularmente interessante o domínio deste estudo, alertando-nos para as suas potencialidades na preparação de uma cidadania plena. (p.479)

[...] Trabalhar colaborativamente pode, como objetivo último, contribuir para que os princípios da escola inclusiva deixem de ser apenas idéias e passem a ser práticas que funcionam nas nossas escolas, pois foi nítido que nenhum dos alunos se negou a trabalhar com o par designado, pelo que não existiram alunos rejeitados; que todos afirmaram ter gostado de resolver estas tarefas; que muitos deles pediram aos professores para trabalharem desta forma nas aulas de Matemática, o que não estava previsto no plano empírico; que muitos dos alunos apontados como pouco empenhados e que rejeitavam a Matemática tiveram desempenhos estatísticos superiores aos que habitualmente tinham nas aulas de Matemática. (CARVALHO, 2001, p. 478 – 479).

Finalmente, cabe ainda citar que tudo o que foi exposto não pode ser concretizado sem um planejamento e supervisão cuidadosa do professor.

2.2.3 Materiais Manipuláveis

A discussão sobre os materiais manipuláveis se faz presente desde os anos 90, segundo Schliemann, Santos e Costa (1992, apud Nacarato, 2005), quando já se discutia o mito do material concreto, ou seja, acreditava-se que a manipulação do concreto poderia garantir a aprendizagem da matemática. Mansutti (1993, apud Miyasaki, 2003) resgata o significado das palavras Material e Instruir, para depois criar uma definição que envolve não só os materiais manipuláveis como, também, outros recursos que o professor necessita para trabalhar, como ela descreve em seu texto: “[...] organizadores do trabalho do professor” (p.17, apud Miyasaki, 2003). Para Mansutti (1993, apud Miyasaki, 2003), há várias especulações a respeito da

importância dos materiais concretos e as respostas, são basicamente: “tornam as aulas interessantes”, “os alunos gostam”, “quebram a rotina da sala de aula”.

O uso de materiais manipuláveis nas aulas de Matemática foi destacado por Pestalozzi (1746-1827) e Froebel (1872-1852), no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil, esse período foi marcado pelo surgimento de uma tendência no ensino de Matemática que ficou conhecida como empírico ativista, decorrente dos ideais da escola-novista trazido por Dewey (1859-1952), onde as preocupações com um “método ativo” de aprendizagem ganharam força. Pesquisadores como Montessori (1870-1952) e Decroly (1871-1932), inspirados nos trabalhos de Dewey, Pestalozzi e Froebel, criaram inúmeros jogos e materiais que tinham como objetivo melhorar o ensino de Matemática.

Segundo Fiorentini (1995, apud Nacarato 2005), na concepção empírico-ativista na escola-novista, o aluno passa a ser considerado o centro do processo e dos métodos de ensino, tendo como pressupostos a descoberta e o princípio de que “aprende-se a fazer fazendo”, onde os alunos se pautavam em atividades, valorizando a ação, a manipulação e a experimentação. O ensino era baseado em atividades desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipuláveis, situações lúdicas e experimentais, que se contrapunham ao modelo tradicional de ensino, no qual o professor era tido como elemento central do processo.

No entanto, esses ideais em nada influenciaram o ensino de Matemática da época, quer pelo despreparo dos professores, quer pelas poucas inovações que foram introduzidas pelos livros didáticos.

Esse ideário empírico-ativista da escola-novista, segundo Fiorentini (1995, apud Nacarato, 2005) é retomado, com certa força, a partir da década de 70, em decorrência de uma discussão mundial pautada pelos questionamentos ao Movimento da Matemática Moderna, cujo fracasso se evidenciava. Assiste-se, assim, a um grande movimento nacional de produção de novos materiais para o ensino de Matemática. Muitos grupos foram constituídos, durante o movimento modernista e acabaram produzindo vários materiais, principalmente nos finais dos

anos 70 e início dos anos 80. Muitas das discussões que ocorreram no interior desses grupos foram incorporadas pelos autores de livros didáticos e para didáticos. No caso do Estado de São Paulo, houve um investimento muito grande da Secretaria da Educação na produção de materiais didáticos, como atividades matemáticas e documentos curriculares, subsídios e propostas. Paralelamente a esse movimento de produção e divulgação de novos materiais, há todo o incentivo governamental quanto ao livro didático.

A partir dos anos 90, vários recursos didáticos foram sugeridos para o ensino de Matemática, além dos materiais manipuláveis, embora esses recursos ainda estejam distantes da maioria das salas de aula. A ampliação da comunidade de educadores matemáticos e as produções na área vêm apontando outras tendências para o ensino de Matemática e, provavelmente, em decorrência disso, a discussão sobre a importância ou não da utilização de materiais manipuláveis tenha ficado em um plano secundário.

Para Silva e Kodama (2004), uma criança, ao se deparar com uma atividade com material manipulável, demonstra prazer, alegria em aprender e tem oportunidade de lidar com suas manifestações em busca da satisfação e ao encontro de seus conhecimentos. Vencer as frustrações aprendendo a agir estrategicamente diante das dificuldades e obstáculos que operam no ambiente reafirma sua capacidade de enfrentar os desafios com segurança e confiança. A curiosidade que a move para participar da atividade manipulável é, em certo sentido, a mesma que move os educadores em suas pesquisas. Assim sendo, o objetivo desejado é conseguir conciliar a alegria da atividade manipulável com a aprendizagem escolar.

Um fato importante ao se trabalhar com material manipulável é que não basta abrir uma caixinha ou pasta cheia de pecinhas coloridas e deixar os alunos “quebrarem a cabeça” sozinhos, segundo Smole e Monteiro (2006). Alguns professores acreditam que o simples fato de usar o material manipulável torna suas aulas “construtivistas” e que isso garante a aprendizagem. A maioria das vezes, o aluno, além de não entender o conteúdo proposto, não compreende porque o material está sendo usado. Ao levar o material manipulável para a sala de aula, é

preciso planejar e se perguntar se ele vai ajudar a classe a avançar no conteúdo proposto.

Todo recurso didático deve servir para que os alunos aprofundem e ampliem os conhecimentos. Desde pequena, a criança já constrói hipóteses sobre diversos conceitos matemáticos e não há um momento definido em que ela passa do pensamento concreto para o abstrato; o concreto para ela não significa necessariamente aquilo que se manipula e manipular um material não é sinônimo de trabalhar no concreto, nem garante a construção de significados, mas a auxiliam no que diz respeito à aprendizagem, segundo Smole e Monteiro (2006).

Em situações acadêmicas, segundo Silva e Kodama (2004), a mais produtiva é a que envolve as atividades manipuláveis; em alguns momentos são tratadas como um “jogo”, devido aos atrativos proporcionados, como meios de favorecer os processos que interferem no ato de aprender. Como não se ignora o aspecto afetivo que se encontra no próprio ato de participar, o elemento mais importante é o envolvimento do indivíduo. A atividade lúdica é, essencialmente, um grande laboratório em que ocorrem experiências inteligentes e reflexivas e podem produzir conhecimento.

Silva e Kodama (2004) acrescentam, ainda, que no contexto da atividade manipulável, a participação ativa do aluno sobre o seu saber é valorizado por pelo menos dois motivos; um deles deve-se ao fato de oferecer uma oportunidade para os alunos estabelecerem uma relação positiva com a aquisição de conhecimento, pois conhecer passa a ser percebido como real possibilidade. Outro motivo, que justifica valorizar a participação do aluno na construção do seu próprio saber, é a possibilidade de desenvolver seu raciocínio. Alunos com dificuldades de aprendizagem vão, gradativamente, modificando a imagem pelo fato de conhecer, vivenciando uma experiência em que aprender é uma atividade interessante e desafiadora. Por meio de atividades manipuláveis, os alunos vão adquirindo autoconfiança, sendo incentivados a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista, organizando e cuidando dos materiais utilizados.

As situações-problema podem aparecer por meio de uma intervenção oral, com pedidos de justificativas sobre o que está acontecendo, uma revisão de um momento da atividade, ou ainda, uma situação escrita ou desenhada. No trabalho com os alunos, é interessante propor, sempre que possível e adequado à idade, diferentes possibilidades apresentando novos obstáculos a serem superados.

O uso do material manipulável, na forma de um jogo, segundo Silva e Kodama (2004), representa, em sua essência, uma alternância de postura do professor. Ele deixa neste momento de ser o comunicador de conhecimento para ser o observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem no processo de construção do saber pelo aluno. Irá interferir, quando isso se fizer necessário, por meio de questionamentos que possibilitem a socialização das descobertas dos grupos.

Um aspecto importante para incrementar as discussões sobre estratégias é o registro das atividades manipuláveis, tanto as eficientes como as frustradas. Tendo em mãos os registros das manipulações experimentadas, torna-se mais fácil a análise dos resultados.

Segundo Silva e Kodama, (2004), quando usamos materiais manipuláveis na sala de aula, o barulho é inevitável; apenas por meio de discussões é possível chegar-se a resultados convincentes e é preciso encarar esse barulho de forma construtiva. O barulho pode diminuir se os alunos estiverem acostumados a se organizar em equipes. Por meio do diálogo, com trocas de componentes das equipes e, principalmente, enfatizando a importância das opiniões contrárias para descobertas de estratégias vencedoras, pode-se conseguir resultados positivos. Vale ressaltar que o sucesso pode não ser imediato e o professor deve ter paciência para colher os frutos desse trabalho.

Tomando como base os aspectos teóricos apresentados, nosso trabalho tem como objetivo estudar a aquisição e o desenvolvimento das primeiras noções da Análise Combinatória entre alunos de sete e oito anos de idade, cursando o primeiro ciclo do Ensino Fundamental, por meio de atividades que visem à utilização de

material manipulável, com o intuito de otimizar o tempo disponível em sala de aula e ser mais um componente motivador dos alunos dentro da escola.

As atividades são tratadas de forma que o aluno as desenvolva sem a necessidade de qualquer pré-requisito, pois o objetivo é introduzir o conceito matemático em questão, com uma forma de representação coerente com sua faixa etária. Como nossa intenção é introduzir as primeiras idéias de combinatória, elaboramos atividades que valorizam o método da tentativa e erro, do desenho e da sistematização.

2.2.4 Os sujeitos da pesquisa

O grupo de alunos que participou do trabalho foi de uma Instituição Particular de Ensino da capital do Estado de São Paulo, representantes de uma classe social média-alta, já alfabetizados. Foi encaminhado aos pais dos alunos, por meio de circular (Apêndice C), o convite para a participação no projeto na área de matemática, com a duração de um encontro semanal no período da tarde, durante quatro semanas, com previsão de 90 minutos cada.

Vinte alunos participaram das atividades sendo oito do segundo ano (quatro meninas e quatro meninos) e doze do terceiro ano (seis meninas e seis meninos) do Ensino Fundamental I (ciclo I), com idades entre sete e oito anos. O grupo de alunos (Figura 3, uma das meninas só compareceu no primeiro encontro) foi dividido em 10 duplas formadas exclusivamente por meninos ou meninas, não havendo duplas mistas, sendo quatro do segundo ano e seis do terceiro. Trabalharemos toda a seqüência de ensino em duplas, pois segundo Maury e Fayol (apud, Esteves, 2001, p. 82), pode-se obter um efeito positivo durante o aprendizado, por meio dessa interação social.



Figura 9 - Os sujeitos da pesquisa*

O ambiente de desenvolvimento das atividades foi uma sala de aula onde os alunos trabalharam em mesas e em duplas. As duplas tiveram a oportunidade de interagir entre elas, tendo espaço suficiente para que pudessem manipular o material e os demais objetos necessários à atividade, como folhas de papel e lápis coloridos.

O trabalho contou com a presença de duas pedagogas, coordenadora e orientadora educacional da própria escola, que, por estarem próximas do dia a dia das crianças e pela inexperiência do formador com crianças dessa faixa etária, auxiliaram com observações e participações no desenrolar das atividades.

2.2.5 O material concebido para o experimento

Atendendo a aplicação específica deste trabalho, inicialmente foi elaborado o material didático manipulável em duas versões denominadas “Tabuleiro das Combinações” e “Tabuleiro Cara ou Coroa”. Estes materiais foram construídos com o objetivo de serem guias auxiliares dos alunos durante a fase experimental.

Os Tabuleiros foram construídos utilizando uma pasta de papelão colorida, uma folha de aço de espessura igual a um milímetro, uma folha de papel imantada,

* O pesquisador possui autorização do uso de imagem dos alunos participantes do experimento, conforme autorização contida no Apêndice D desta pesquisa.

figuras representativas das situações propostas e uma lâmina de papel adesivo e transparente. Os tabuleiros foram criados para serem utilizados em duplas, podendo ser manipulado por dois alunos ao mesmo tempo. Foram criados dez Tabuleiros, sendo seis Tabuleiros de Combinações e quatro Tabuleiros Cara ou Coroa.

Dentro das seis pastas referentes ao Tabuleiro das Combinações (Figura 10) temos duas versões: uma com capa cor de rosa destinada às duplas femininas e outra com capa azul destinada às duplas masculinas.



Figura 10 - Capa dos Tabuleiros das Combinações (meninos e meninas)

Analogamente, as versões das quatro pastas do Tabuleiro Cara ou Coroa (Figura 11) são de cor vermelha para meninas; com bonecas e seus bichinhos de estimação, e verde para os meninos, com a turma do circo.



Figura 11 - Capa dos Tabuleiros Cara ou Coroa (meninos e meninas)

O material manipulável não tem a pretensão de substituir o livro didático, mas ser um marco inicial para os alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental construírem novos conhecimentos por meio de outras estratégias de ensino, que não a tradicional, podendo ser estendido aos demais ciclos.

Em função das características teóricas que fundamentam este trabalho, cada encontro não é composto de uma única tarefa, e sim uma seqüência delas, que chamamos de folhas de atividades, onde as observações e as soluções encontradas devem ser registradas.

2.2.5.1 Tabuleiro das Combinações

A pasta do Tabuleiro das Combinações, quando aberta (Figura 12), apresenta, na página esquerda, seis modelos vestindo seis conjuntos de roupas de cores diferentes e divididas em duas partes; as peças são de material imantado, colocadas

sobre os desenhos; na página da direita tem-se dois modelos para serem vestidos utilizando as peças da página da esquerda. O Tabuleiro tem duas versões: masculina e feminina.



Figura 12 - Tabuleiro das Combinações aberto

O Tabuleiro das Combinações teve como referência uma atividade que é apresentada no site <<http://www.100megsfree4.com/gogators4/Index.html>> com o título *Paper Doll*, na qual as crianças podem brincar recortando as roupas das bonecas para depois vesti-las. Utilizando os modelos do site, foram compostas as pastas com modelos e roupas masculinas e femininas.

Para o desenvolvimento da atividade prevista para seis duplas, o Tabuleiro das Combinações foi apresentado em seis pastas, divididas em três para as meninas e três para os meninos, cujos personagens eram diferentes: *Meg Ryan*, *Lizzie McGuire* e *Avril Lavigne* para as meninas e *Ric Lansing*, *Eric Bana* e *Orlando Bloom* para os meninos, exibidos nas Figuras 13 e 14. Todos os personagens

apresentados nos tabuleiros, tanto femininos, quanto masculinos, são de pleno conhecimento dos alunos.

As roupas de cada pasta são compostas de duas partes imantadas: calção e camiseta para os modelos masculinos e calça comprida e blusa para os femininos. Assim, cada criança da dupla pode escolher duas peças na parte esquerda da pasta e vestir o modelo que se encontra no lado direito.

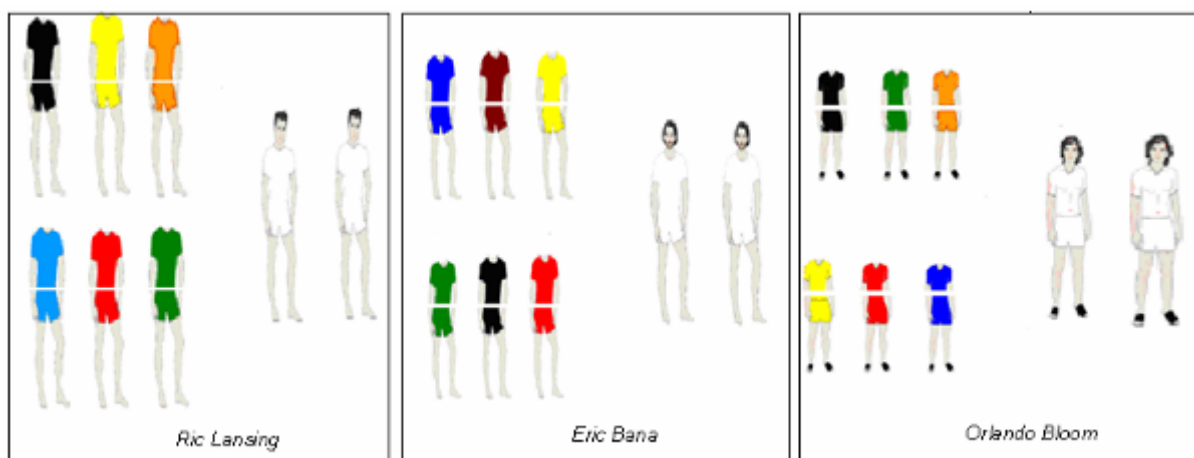


Figura 13 - Os Personagens modelos masculinos



Figura 14 - Os Personagens modelos femininos

2.2.5.2 Tabuleiro Cara ou Coroa

O Tabuleiro Cara ou Coroa é uma adaptação da atividade intitulada “Os passeios da Mônica” de Cazorla e Santana (2006), que por sua vez foi inspirada em Fernandez e Fernandez (1999; apud Cazorla e Santana 2006, p. 44).

Como no caso do Tabuleiro das Combinações, ele também foi construído utilizando uma pasta de papelão colorida, uma folha de aço de espessura igual a um milímetro, folhas de papel imantadas, figuras representativas das situações propostas e uma lâmina de papel adesivo e transparente. Foram confeccionadas quatro pastas, para serem utilizadas por duplas de crianças; as pastas destinadas às duplas femininas contêm dois personagens: uma Boneca Loira e uma Boneca Morena que deverão ir ao encontro dos seus bichinhos de estimação; as masculinas, com os personagens Mico e Mica, deverão ir ao encontro de seus amigos do circo, como mostrado nas Figuras 15 e 16, respectivamente.

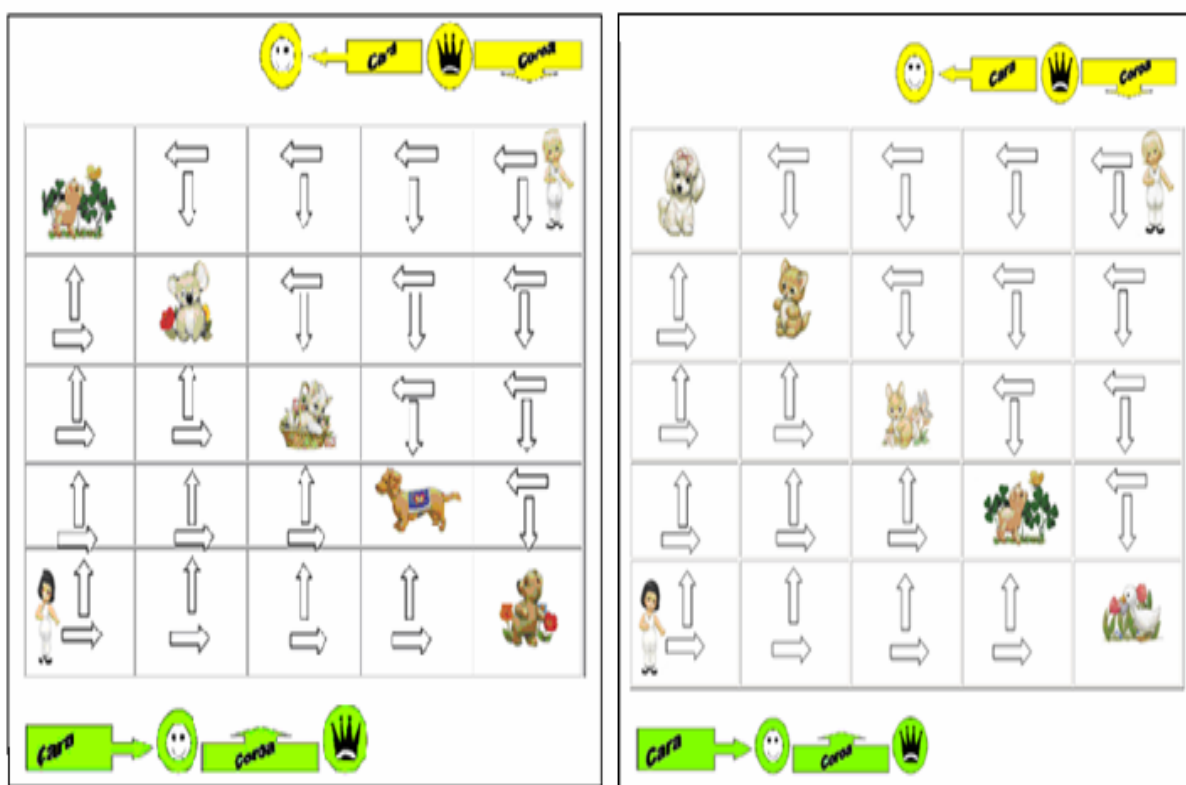


Figura 15 - Bichinhos de estimação - dupla feminina

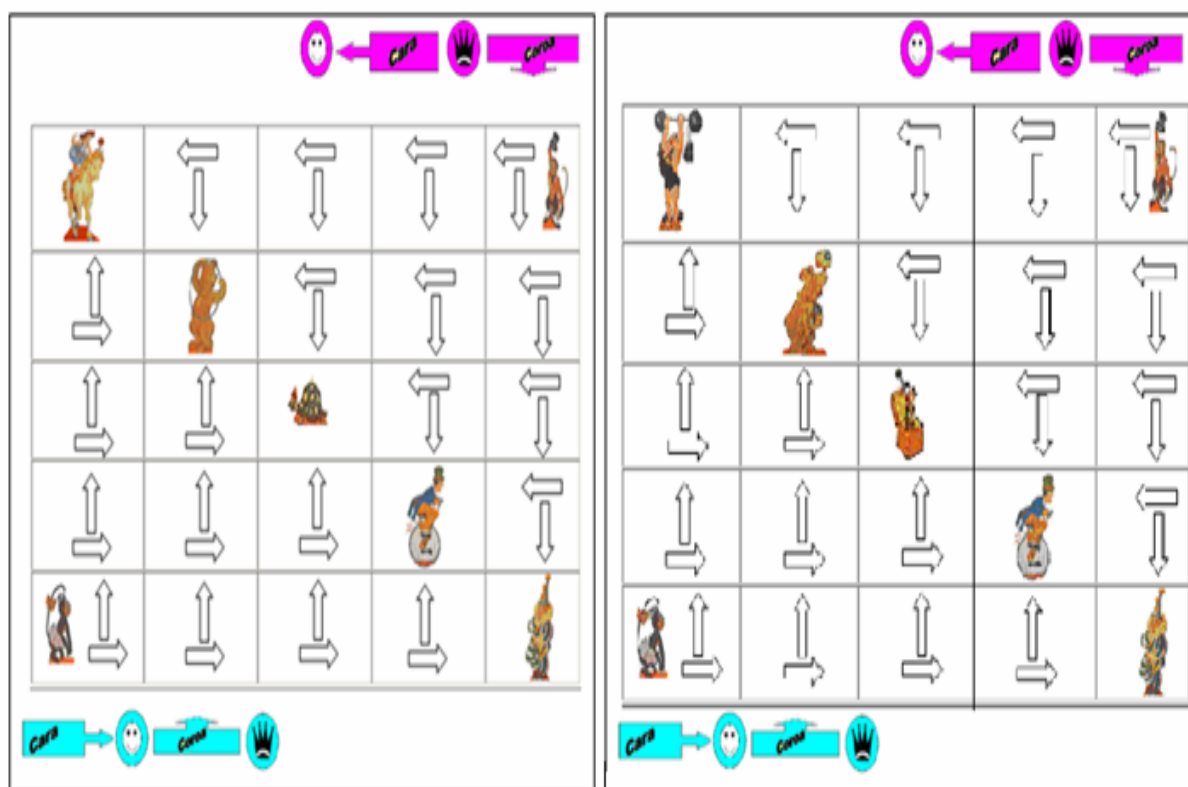


Figura 16 - Amigos do circo - dupla masculina

O Tabuleiro Cara ou Coroa pode ser utilizado por dois alunos ao mesmo tempo; quando aberto apresenta no lado esquerdo, as orientações referentes ao lançamento das moedas e moedas imantadas em cores diferentes, respeitando a cor da moeda de cada aluno (figura 17).



Figura 17 - Tabuleiro Cara ou Coroa aberto

A página da direita contém o tabuleiro em que cada personagem irá percorrer o caminho para atingir o destino final, após quatro lançamentos de uma moeda; as moedas foram confeccionadas em papelão, cobertos com papéis coloridos e com desenhos de cara e coroa.

O objetivo central dessa atividade é, valendo-se dos quatro lançamentos seqüenciais de uma moeda, fazer o registro dos resultados obtidos com as moedas imantadas que estão no lado esquerdo da pasta, mostrando o caminho percorrido pelo nosso personagem para chegar até a casa de seu amigo, ou bichinho de estimação.

No lançamento da moeda, como a dupla encontra-se sentada em posição oposta, se o resultado no lançamento da moeda for “cara” o caminho para um aluno da dupla será o “leste” e para o outro “oeste”; e caso seja coroa, será “norte” ou “sul”. Os lançamentos não exigem alternância, pois cada aluno da dupla possui uma cor própria e registra os seus lançamentos. Para exemplificar, apresentamos uma seqüência de lançamentos de uma dupla de meninas e o percurso correspondente representado na Figura 18.

Boneca Morena - moeda verde; coroa – norte, cara – leste

Lançamentos: cara – cara – coroa – cara

Bichinho de estimação encontrado: **Porquinho**

Boneca Loira - moeda amarela; coroa – sul, cara – oeste

Lançamentos: cara – coroa – coroa – cara

Bichinho de estimação encontrado: **Coelhinho**

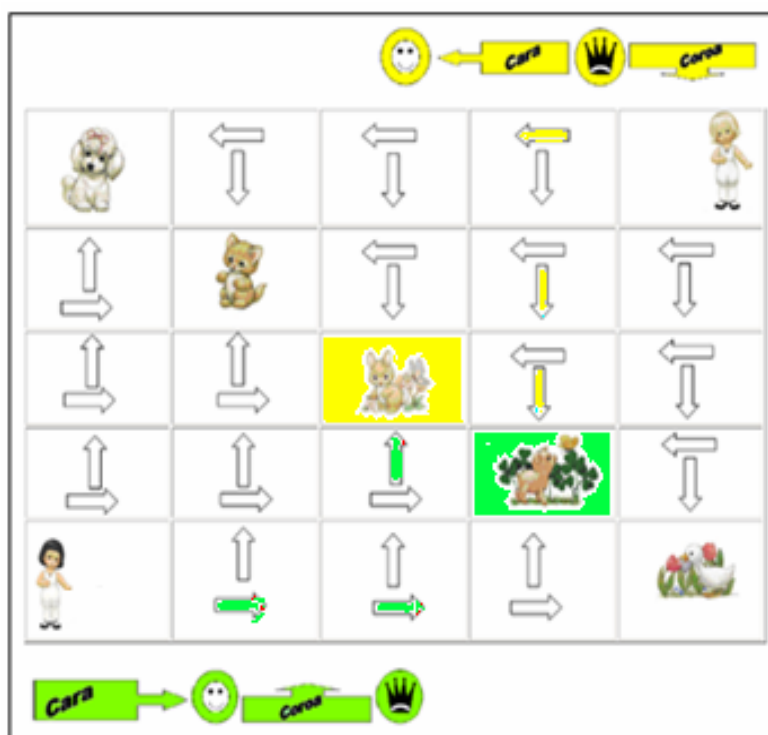


Figura 18 - Percurso de uma seqüência de lançamentos

Considerando que as atividades estão previstas para um trabalho com crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, estamos interessados em investigar, em um primeiro momento, qual estratégia será usada para responder as questões que envolvem o Princípio Fundamental da Contagem e qual organização os alunos escolhem para sua representação.

No capítulo 3 a seguir, apresentamos a concepção da seqüência de atividades prevista, a análise a priori, sua aplicação ao grupo de alunos e a análise dos resultados, confrontando com o que foi previsto.

CAPÍTULO 3

A SEQÜÊNCIA DE ENSINO

Para a seqüência de ensino, elaboramos atividades básicas para crianças no início do primeiro ciclo do Ensino Fundamental. As atividades foram propostas seguindo as idéias de Vergnaud e Duval ao afirmarem que a ação é fonte e critério do saber e que a construção do conhecimento consiste na construção progressiva da representação mental, implícita ou explícita, homomórfica à realidade para alguns aspectos e não para outros e que a representação é um reflexo da realidade, um instrumento de simulação. Como nosso objetivo é auxiliar o aluno na construção de um conceito e não apenas em técnicas, temos como meta criar situações em que o aluno seja motivado a resolver os problemas propostos.

O trabalho está dividido em dois tipos de atividades diferentes, envolvendo material manipulável: O Tabuleiro das Combinações e o Tabuleiro Cara ou Coroa, apresentado anteriormente. Cada tipo de atividade foi desenvolvido em quatro encontros. No que se segue, descrevemos os passos planejados em cada encontro e para cada tipo de atividade, apresentando uma análise a priori, a fim de situá-las em nosso referencial teórico, explicitando nossos objetivos e expectativas. O relato da fase experimental, procurando relacionar os objetivos da atividade e seu resultado prático, constituindo-se na explicitação e análise dos registros colhidos são apresentados na seqüência e para cada atividade, nos quais os dois tipos foram aplicados simultaneamente, com grupos distintos de crianças.

O tempo disponibilizado pela escola para o nosso estudo não permitiu a aplicação dos dois tipos de atividades a todo o grupo de alunos, ficando essa oportunidade para futuras reaplicações, devido ao sucesso obtido, segundo pais, alunos e administração da escola. O acompanhamento dos trabalhos por duas

pedagogas da escola, cuja função além da colaboração na experiência e convivência com o grupo, foi dividida na observação, orientação e relatos do desenvolvimento das duplas, ficando cada uma responsável por acompanhar os trabalhos em tabuleiros distintos, focando principalmente e particularmente o desenvolvimento das duplas citadas nesta pesquisa.

Em nossa apresentação das atividades desenvolvidas pelas duplas, acompanharemos apenas uma dupla de cada tipo de atividade (Tabuleiro das Combinações e Tabuleiro Cara ou Coroa), ou seja, estaremos apresentando sempre uma dupla masculina e outra feminina em cada encontro, uma vez que a socialização entre as duplas foi uma freqüência nos encontros.

3.1 Primeiro Encontro

Nesse primeiro encontro, inicialmente organizamos as duplas de acordo com o ano escolar. A distribuição das atividades para as duplas ficará a cargo das próprias crianças após apresentação das mesmas.

Informaremos que não haverá contabilização de notas, pois o estudo tem por finalidade, observar o trabalho das duplas na atividade proposta com o uso de material manipulável. Acreditamos que esse esclarecimento permitirá que as crianças sintam-se livres para expressarem suas idéias, sem a preocupação de uma resposta inadequada, ou diferente daquela esperada pelo professor, como é costume no ensino tradicional. Nossa preocupação é avaliar os resultados que essa atividade, que se vale de material manipulável, pode apresentar.

3.1.1 Tabuleiro das Combinações

Nesta primeira atividade, a apresentação das folhas de atividade e rascunho foram feitas juntamente com o Tabuleiro e devem ser desenvolvidas após a leitura do

pequeno texto junto às duplas e indicando as tarefas a serem desenvolvidas no processo de execução da tarefa proposta.

3.1.1.1 Concepção e Análise a priori

Ao receber a primeira atividade (Figura 19) composta de duas folhas sendo uma para rascunho, as duplas deverão apresentar, por meio de desenhos, coloração ou linguagem natural, solução a duas situações propostas, cuja leitura oral deverá ser feita junto com as crianças, após a entrega da folha de atividade. Essa leitura faz-se necessária, pelo menos em um primeiro encontro, segundo orientação das pedagogas. A finalidade da folha de rascunho é ser a primeira forma de apresentação escrita por eles e de fazer uma sondagem das possíveis estratégias utilizadas nas conversões de registros, segundo Duval. Por se tratar de atividades que podem ser desenvolvidas de forma intuitiva, as duplas, com o auxílio do material manipulável, poderão ter condições de resolvê-las por meio de um processo de tentativas e erros. A forma de resolução ficará a cargo de cada dupla.

Na primeira situação é pedido aos alunos para encontrarem as combinações de roupas possíveis com os modelos usando as duas peças com uma única cor. Para realizar essa tarefa, os alunos serão orientados a usar as peças imantadas que se encontram no lado esquerdo da pasta do tabuleiro, a fim de vestir os modelos que estão no lado direito, observando que as duas peças de roupas devem ter cores iguais.

A primeira parte da atividade, objetiva analisar, a forma de registro de representação que cada dupla utilizará e quais as combinações de roupas que eles conseguem montar. Por ser uma questão, relativamente fácil, espera-se que as duplas sejam capazes de montar todos os casos, podendo utilizar a linguagem natural para identificar as cores, ou colorir as figuras dos modelos na folha de rascunho, com lápis coloridos.

Terminada essa primeira etapa da atividade, uma segunda tarefa será colocada: vestir o modelo com pares de roupas (calça e blusa) de cores diferentes. Como o número de combinações é bem maior que no primeiro caso, espera-se que

seja utilizado o processo aditivo, por tentativas, mas, não se tem a pretensão de que cheguem a todos os casos possíveis, nem que sejam capazes de criar uma forma sistemática de organização, embora se pretenda observar a estratégia que eles irão desenvolver para resolver a tarefa proposta.

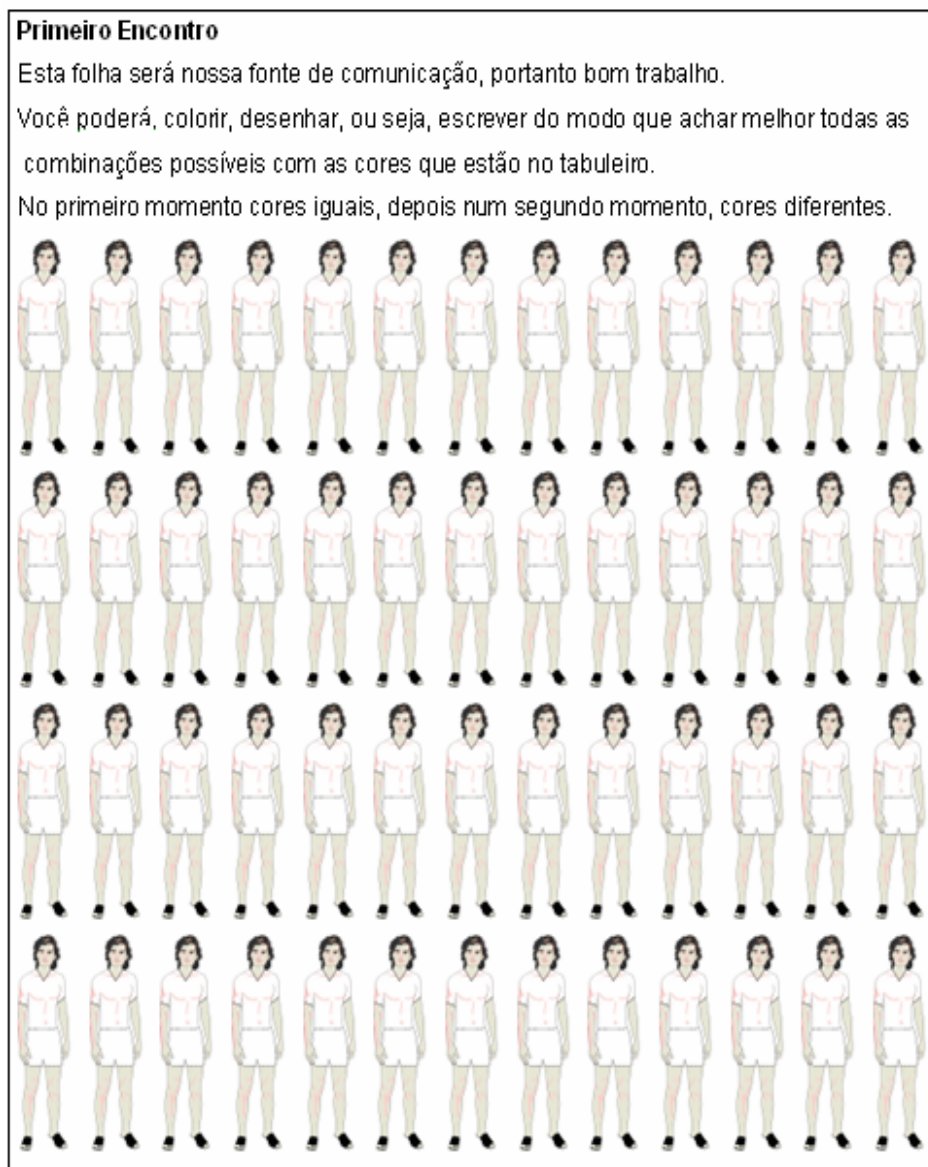


Figura 19 - Exemplo de Atividade - 1º encontro - Tabuleiro das Combinações

Apesar de termos seis tabuleiros com diferentes personagens e conjuntos de roupas a serem combinados, a primeira questão da atividade permite a obtenção de seis pares de roupas de mesma cor e a segunda, trinta conjuntos com cores diferentes.

3.1.1.2 Experimentação

A organização das duplas foi feita com bastante euforia, como não poderia deixar de ser. Como tínhamos oito crianças do segundo ano, sendo quatro meninas e quatro meninos e doze do terceiro ano, sendo seis meninas e seis meninos, não encontramos dificuldades em montarmos as duplas, compondo, dessa forma, três femininas e três masculinas. Assim, duas duplas do segundo ano, uma masculina e outra feminina, ficaram com o Tabuleiro das Combinações e quatro duplas, sendo duas masculinas e duas femininas, do terceiro ano, ficaram com o Tabuleiro das Combinações. Depois de acomodadas as seis duplas em suas respectivas mesas, as seis pastas referentes ao Tabuleiro das Combinações foram entregues, juntamente com as folhas de atividade e rascunho. Lembramos que cada pasta era diferente das demais no que se refere ao personagem a ser vestido.

Na primeira parte da atividade o fato de os alunos terem a possibilidade, por meio do material manipulável (Figura 20), de organizar as combinações sem ter que efetuar mudança de cor das peças utilizadas pelo modelo proporcionou com certa facilidade a composição das roupas; o registro na folha foi feito por meio de pintura com lápis de cor, material adequado para a faixa etária das crianças.



Figura 20 - O uso do material manipulável - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações

O desenvolvimento da primeira atividade no primeiro encontro mostrou fatos já previstos como: necessidade de leitura oral junto com os alunos, pois a leitura individual ainda é uma realidade nova para eles. Houve certa hesitação em sua

execução, mas com o auxílio, sempre importante, das pedagogas da escola que possuem um contacto direto e constante com os alunos, ela se tornou viável. Fizemos a leitura e discussão da atividade. A seguir, mais um problema surgiu: o vocabulário que estava sendo utilizado não era compatível com a idade escolar dos alunos, pois a palavra “registro”, utilizada por nós não era conhecida; explicado o significado da palavra no texto, ou seja, escrever, desenhar, pintar, a atividade teve continuidade.

A maioria dos alunos, cerca de dezesseis, estavam com os materiais que foram previamente solicitados para que trouxessem, ou seja, o estojo com lápis e canetas coloridas (Figura 21); para aqueles que por ventura os esqueceram, as pedagogas logo providenciaram substituições para que isto não fosse empecilho para o desenvolvimento das atividades.



Figura 21 - O uso das cores na folha de rascunho - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações

Pelo fato de a primeira parte da atividade não ter muitas opções e com isso ter sido executada sem maiores dificuldades, os alunos ao receberem a segunda, não esperando as informações suplementares, foram logo despejando um rol de perguntas, muito comum nesta idade, segundo as pedagogas que acompanharam o processo.

Nessa fase, com a mudança da atividade em vestir o modelo com peças de roupas com cores diferentes e o tabuleiro ser composto de seis pares de roupas com cores distintas, muitas questões foram levantadas pelas crianças como: Quais as

cores que iriam escolher? Será que teriam que usar todas? Poderia usar só duas? Como deveria ser feito? Cada um faria o seu, ou poderia ser feito um para a dupla? Poderia começar pela cor que desejasse ou era pela cor que estava no tabuleiro? Como deveria ser feito se acabassem os modelos da folha? Haveria a possibilidade de outra folha de rascunho?

As respostas às questões foram assim direcionadas: poderiam começar pela cor que quisessem, deveriam trabalhar em dupla, isto é, os dois vestiriam o mesmo modelo, se necessário poderiam utilizar mais folhas para rascunho e as cores eram as expostas no Tabuleiro.

Após responder todas as perguntas, os alunos iniciaram a composição de seus modelos e respectivas representações com os lápis coloridos nas folhas de atividades (Figura 22). A preocupação nesse momento foi verificar não apenas quais foram às possibilidades encontradas pelas duplas, mas, principalmente, a forma como eles se organizavam e registravam os casos possíveis.



Figura 22 - O uso da folha de rascunho com a manipulação do material - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações

A folha de rascunho (Figuras 23 e 24) foi útil para evidenciar o processo de obtenção das combinações pelas duplas. Um fato importante, observado neste encontro, foi a dificuldade de interpretação da leitura do texto pelas duplas, sendo necessário mais uma vez a intervenção do formador e das pedagogas, agora orientando em separado, cada uma das duplas.

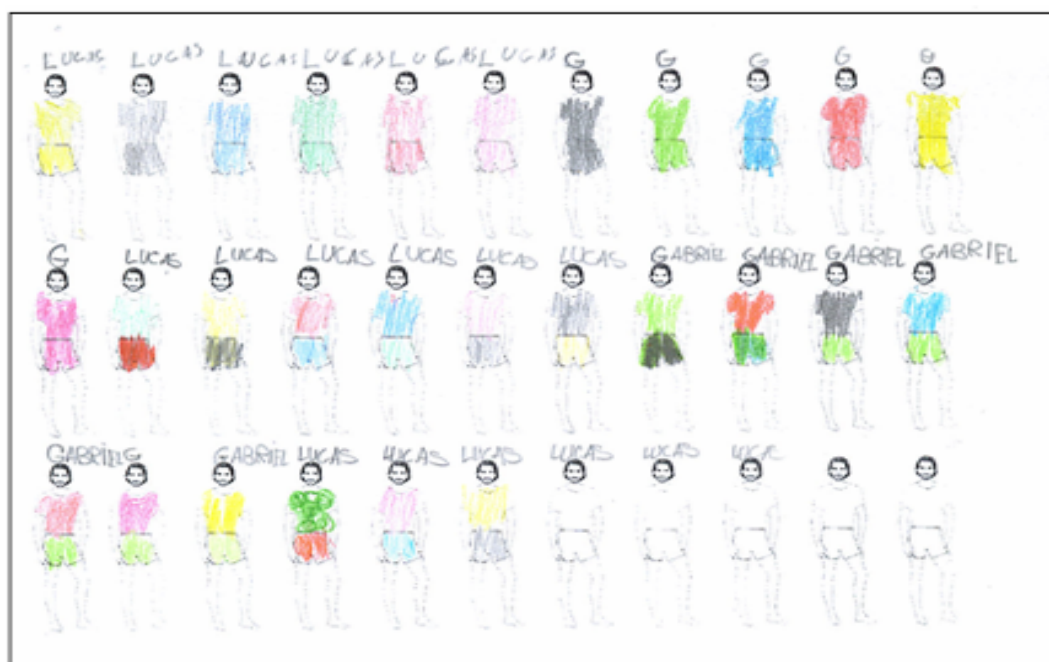


Figura 23 - Rascunho de uma dupla masculina - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações



Figura 24 - Rascunho de uma dupla feminina - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações

Como a segunda parte da atividade foi composta de um número maior de combinações e o tempo do encontro já havia se esgotado, foi proposto às duplas,

que a atividade fosse concluída em casa. Para tanto foi entregue a cada componente das duplas uma cópia colorida do Tabuleiro que a dupla trabalhou na tarde. Ficou acordado entre as duplas e o formador, que as atividades seriam devolvidas nos próximos dois dias, independente de estarem com seus companheiros de dupla, isto é, poderiam executá-las individualmente em casa.

3.1.1.3 Análise a posteriori e validação

Como esperado, a primeira parte da atividade foi realizada por todas as duplas com sucesso, uma vez que as pastas dos Tabuleiros continham as peças de roupas imantadas com as cores que deveriam utilizar.

Já na segunda parte, um fato foi verificado com certa frequência: a resposta verbal aparecia sempre em primeiro lugar, às vezes sendo esquecido de ser feito o seu registro. Nesta fase de desenvolvimento, o aluno já se depara com as tonalidades de cores, sendo o professor constantemente questionado sobre a possibilidade de se fazer uso de outra tonalidade de cor para compor o modelo.

O uso do material manipulável, nesta primeira atividade, foi fundamental, pois o fato de um Tabuleiro ser dividido entre dois alunos possibilitou a troca de informações e interação entre os sujeitos, não havendo prejuízo nos registros. O uso da folha de rascunho, com os modelos sem a roupa, possibilitou o registro dos casos encontrados e, junto com os materiais manipuláveis, a determinação de novos casos.

O destaque das duplas foi chamar a atenção sobre sua atividade estar relacionada à Matemática, fato que em um primeiro momento foi muito discutido, pois estava longe da realidade e visão dos alunos da Matemática que estão acostumados a trabalhar na sala de aula.

Um aspecto interessante foi observar que, após algumas tentativas, aos poucos, as duplas foram se organizando na composição dos modelos, escolhendo em primeiro lugar uma cor para a calça e variando a cor da blusa, obtendo, então, as possíveis combinações com aquela cor de calça, repetindo o processo. Como as

combinações foram apresentadas primeiramente na folha de rascunho, as duplas utilizaram a primeira cor (Figura 25) para um mesmo tipo de combinação, ou seja, repetindo, na mesma ordem, as combinações já apresentadas. Após a conclusão das combinações obtidas, apenas uma dupla masculina, do terceiro ano registrou todas as combinações possíveis, mas não tiveram a curiosidade de contar o número de possibilidades encontradas, ficando apenas na coloração dos modelos, mesmo porque a atividade não exigia tal aspecto. Vale ressaltar que essa sistematização não foi observada individualmente por todas as duplas, mas, uma vez que uma delas encontrou tal estratégia, socializou-a às demais duplas, sendo impossível controlar tal comunicação.

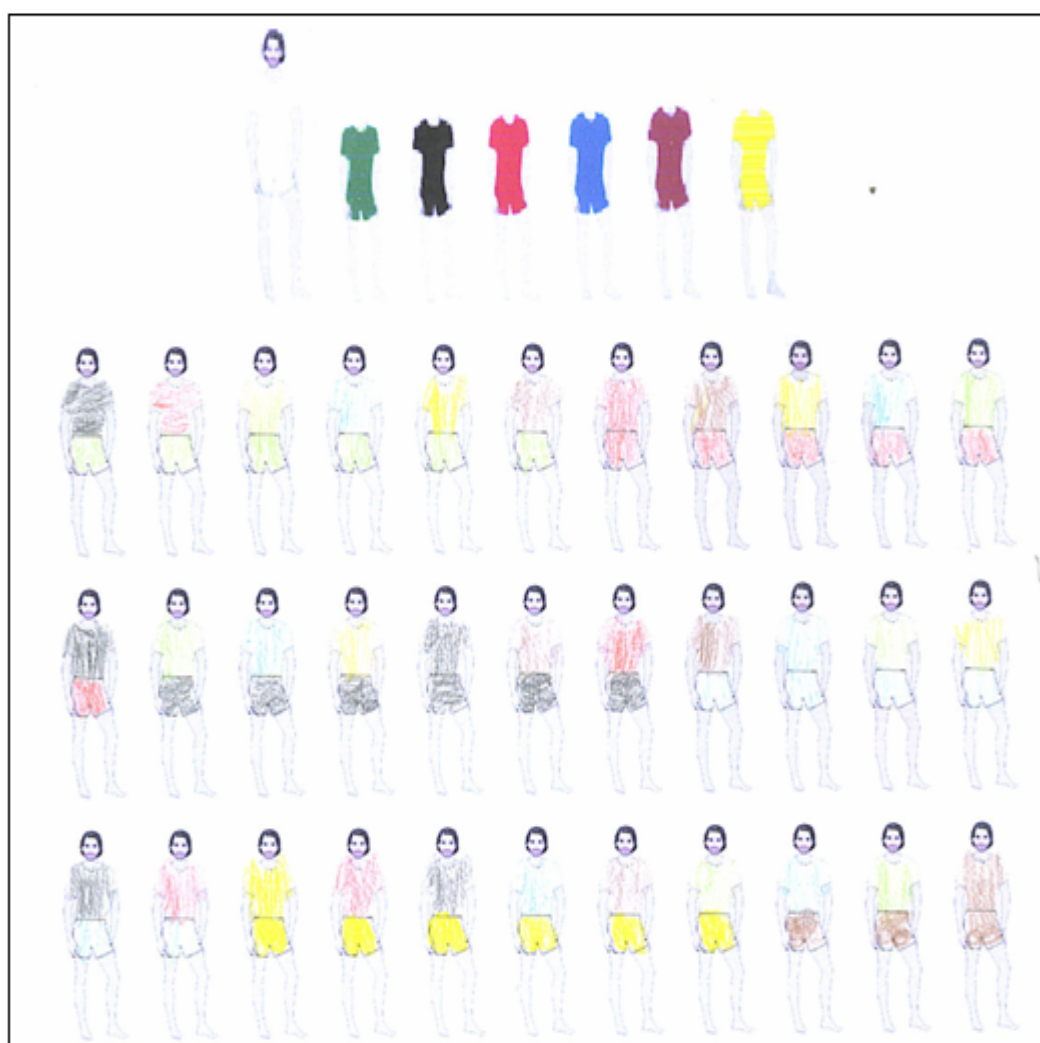


Figura 25 - Protocolo da dupla de masculina - 1º Encontro - Tabuleiro das Combinações

Nos dias subsequentes ao primeiro encontro, com a entrega por todos os alunos da atividade proposta, pôde-se notar a participação dos pais na execução das atividades. Tal fato é evidenciado nas pinturas nos modelos.

Em visitas feitas às salas de aula durante a semana, ficou evidente a motivação dos alunos para os próximos encontros e certa ansiedade pelas perguntas que iriam ser formuladas. Como o convite para a participação do encontro não foi aceito pela totalidade dos alunos da classe, foi proposto pelos próprios participantes a socialização das atividades desenvolvidas no encontro. Como a propaganda estava sendo feita pelos alunos, ficou a critério da direção da escola a programação de uma nova re-aplicação do projeto para novas turmas.

3.1.2 Tabuleiro Cara ou Coroa

Na primeira atividade com o Tabuleiro Cara ou Coroa, inicialmente prevê-se a apresentação das folhas de atividade e rascunho e a leitura do texto referente à junto com as duplas, indicando as tarefas e o processo de execução. Na apresentação das pastas referentes ao Tabuleiro Cara ou Coroa deve-se orientar as crianças em como proceder para a movimentação das peças imantadas. Como tínhamos quatro Tabuleiros Cara ou Coroa, dois para meninos e dois para meninas, a divisão foi igual para todos os anos, sendo que oito alunos participaram desta atividade.

3.1.2.1 Concepção e Análise a priori

Nesta primeira atividade com o Tabuleiro Cara ou Coroa, como no Tabuleiro das Combinações, a leitura do texto com as duplas e a apresentação da atividade com as devidas orientações de manuseio do material manipulável será o ponto de partida para que os alunos possam desenvolvê-la com sucesso. A Figura 26 apresenta as duas partes da atividade proposta neste encontro.

Em relação aos itens apresentados neste encontro, queremos observar o tipo de representação que as duplas irão apresentar para o caminho feito sem o uso da

moeda e para aquele em que os lançamentos da moeda são efetuados. Uma forma de representação dos caminhos a seguir, no caso de não se usar as moedas, acredita-se que seja por meio de símbolos coloridos. Já com o lançamento das moedas, o preenchimento por meio de lápis de cor pode ser a forma de registro de representação que cada dupla utilizará para indicar o caminho.

Primeiro Encontro
 Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.
 1º) Você deverá mostrar através de uma forma de representação, desenhada, escrita, pintada, ou seja, qualquer jeito, quais são os caminhos possíveis para chegar ao seu amigo.
 2º) Você agora usará a moeda para determinar os caminhos possíveis, lembre-se que para chegar a cada amigo você deverá lançar a moeda 4 vezes. (Use as cores e as folhas de rascunho)

Figura 26 - Exemplo de Atividade - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Espera-se que, sem o lançamento da moeda, as duplas comecem a escolher o caminho dos amigos ou bichinhos, por aquele que esteja mais próximo em uma linha reta do seu personagem, embora todos sejam equidistantes. Acredita-se que deva ser feito um breve comentário sobre os pontos cardeais com as duplas, para que não seja motivo de dificuldades. O número de caminhos possíveis é: 1 - 4 - 6 - 4 - 1, respectivamente a cada amigo.

O objetivo inicial é discutir a concepção das duplas acerca dos pontos cardeais e dos resultados obtidos no lançamento de uma moeda. Quais os possíveis

resultados ao se lançar uma moeda? Qual a chance de obtermos uma cara ou uma coroa? Obviamente deseja-se trabalhar essas idéias de modo intuitivo, sem aprofundamento quanto à noção de acaso e de probabilidade.

3.1.2.2 Experimentação

Para essa atividade tivemos uma dupla feminina e uma dupla masculina de cada um dos anos, tanto do segundo ano, como do terceiro, uma vez que tínhamos quatro Tabuleiros Cara ou Coroa.

Como dito anteriormente, paralelamente ao desenvolvimento da Atividade do Tabuleiro das Combinações, outras duplas trabalharam com o Tabuleiro Cara ou Coroa. Foram distribuídas as quatro pastas junto com as folhas de rascunho e da atividade e a apresentação das duas tarefas a serem desenvolvidas e registradas nas folhas.

O uso do material manipulável, nesta primeira tarefa, foi fundamental: o fato de um tabuleiro ser preparado para o uso de dois alunos proporcionou a interação no entendimento da atividade, não havendo prejuízo em sua execução, uma vez que se encontravam em posição oposta um ao outro (Figura 27). O uso da folha de rascunho permitiu o registro das possibilidades encontradas com o auxílio do Tabuleiro.



Figura 27 - A posição oposta e o uso do rascunho - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina

Na primeira parte da atividade, como as duplas deveriam encontrar os caminhos que os levassem ao amigo ou bichinho de estimação, conforme Tabuleiro masculino ou feminino, a folha de rascunho serviu para os registros dos caminhos encontrados. As folhas foram completadas rapidamente, uma vez que o caminho escolhido para o encontro não dependia do lançamento da moeda. A forma de representação dos caminhos deveria ser registrada nos retângulos até atingir o personagem.

Na segunda parte da atividade, agora com o uso das moedas para a orientação dos caminhos a serem seguidos, uma nova folha de rascunho foi entregue às duplas para que fizessem seus registros. As quatro duplas que estavam em mesas próximas e trabalhando com esse Tabuleiro (Figura 28), ao fazer uso das moedas preparadas para a atividade, sempre duas da mesma coloração, apresentaram como sugestão, a socialização das jogadas, ou seja, fazendo lançamentos alternados, um componente da dupla de cada vez, registrando o caminho observado. Com a obtenção dos caminhos feita por meio dos lançamentos das moedas, o trabalho ficou mais demorado, embora tenha propiciado uma melhor forma de obtenção dos resultados.



Figura 28 - O Tabuleiro com as moedas - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina

As formas de representação dos caminhos foram variadas: uso de setas, pintura das setas, linguagem natural ou somente as cores. Os lançamentos efetuados eram fixados no Tabuleiro e registrados nas folhas (Figura 29).



Figura 29 - Folha com tabuleiros os registros após o lançamento da moeda - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa - Dupla feminina

A repetição de resultados dos caminhos obtidos foi um fator que em um determinado momento provocou um pequeno desânimo, pois a cada lançamento era feita a sua representação na folha e as duplas aguardavam até o último lance para ver se havia mudança; quando não ocorria, segundo eles, era trabalho perdido, uma vez que apagar a pintura dos lápis coloridos era muito custosa; tal fato começou a desgastar o interesse pela sequência da atividade, embora as duplas tenham levado a cabo a atividade em casa, pois o tempo do encontro fora esgotado antes de sua finalização. Como no caso do Tabuleiro das Combinações, ficou acordado entre formador e alunos que elas poderiam ser finalizadas individualmente em casa e entregue nos dias subseqüentes.

3.1.2.3 Analise a posteriori

Ao efetuar os primeiros lançamentos com a moeda e relacionar o resultado obtido com o caminho a seguir para o encontro do amigo ou bichinho de estimação, as duplas se depararam com dificuldades diferentes das que esperávamos. Como exemplo, os pontos cardeais precisavam de esclarecimentos; uma das pedagogas que estavam acompanhando e dando suporte à experimentação se encarregou

dessa explicação. Após os esclarecimentos e orientações em relação à execução da atividade, o encontro transcorreu sem maiores problemas.

Logo no primeiro encontro, as duplas começaram a expor resultados por meio de supostas previsões, que com o decorrer dos encontros foram sendo comprovadas. Como exemplo, podemos citar a frase de uma das crianças que afirmou: “Quanto mais longe o amigo, menor será o número de caminhos; já o mais perto terá mais caminhos”, evidenciando a apreensão perceptiva e a visualização global que o uso do material pode ter favorecido.

Com o desenrolar da atividade, as duplas puderam se certificar que a forma de representar os caminhos seria fundamental para a descoberta de todos eles, enquanto lançavam por quatro vezes a moeda. Os caminhos eram representados em primeiro lugar no tabuleiro e na folha de rascunho, para depois serem passados na folha da atividade (Figura 30).

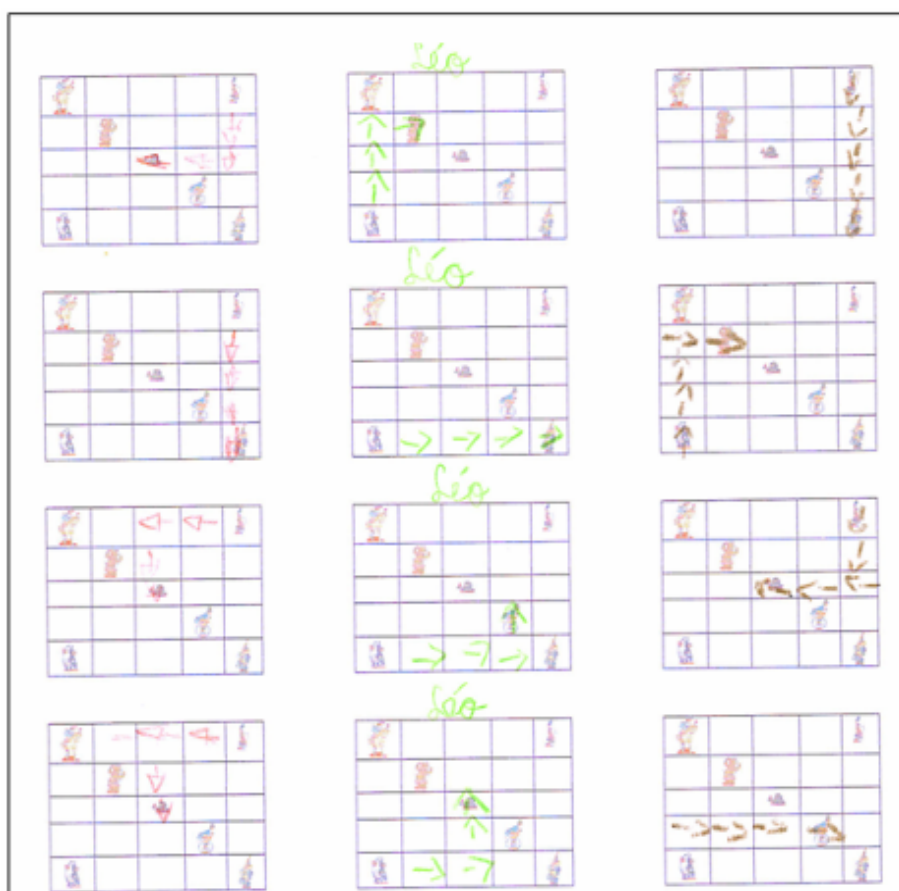


Figura 30 - Rascunho da dupla masculina - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

O material manipulável facilitou o encontro dos caminhos, uma vez que por meio de sua imantação fixava-se com facilidade no tabuleiro. A folha de rascunho teve a função de determinar, qual a forma mais fácil de se representar os caminhos obtidos no lançamento da moeda.

Nas figuras 31 e 32 tem-se o registro da folha de atividade de uma dupla masculina e outra feminina, respectivamente, que desenvolveram todos os caminhos possíveis, após as orientações e uma pequena colaboração caseira, visto que a atividade fora proposta para conclusão em casa, devido a falta de tempo para sua conclusão neste primeiro encontro.

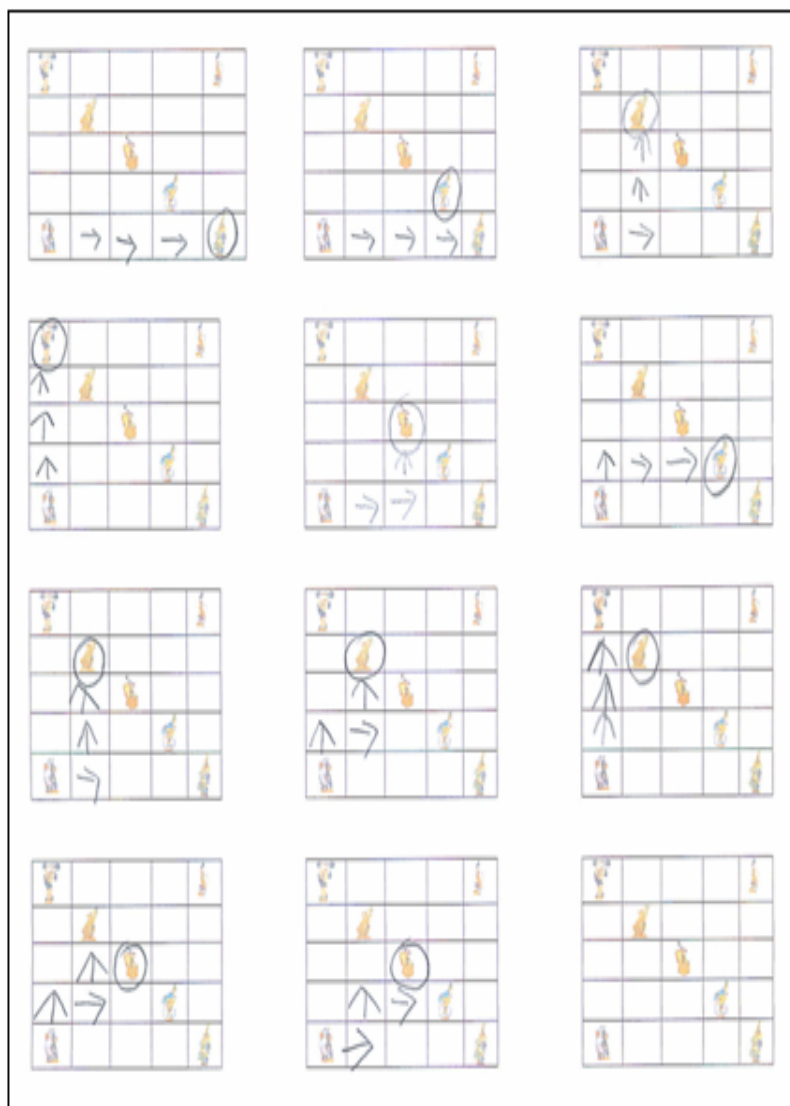


Figura 31 - Protocolo da dupla masculina - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

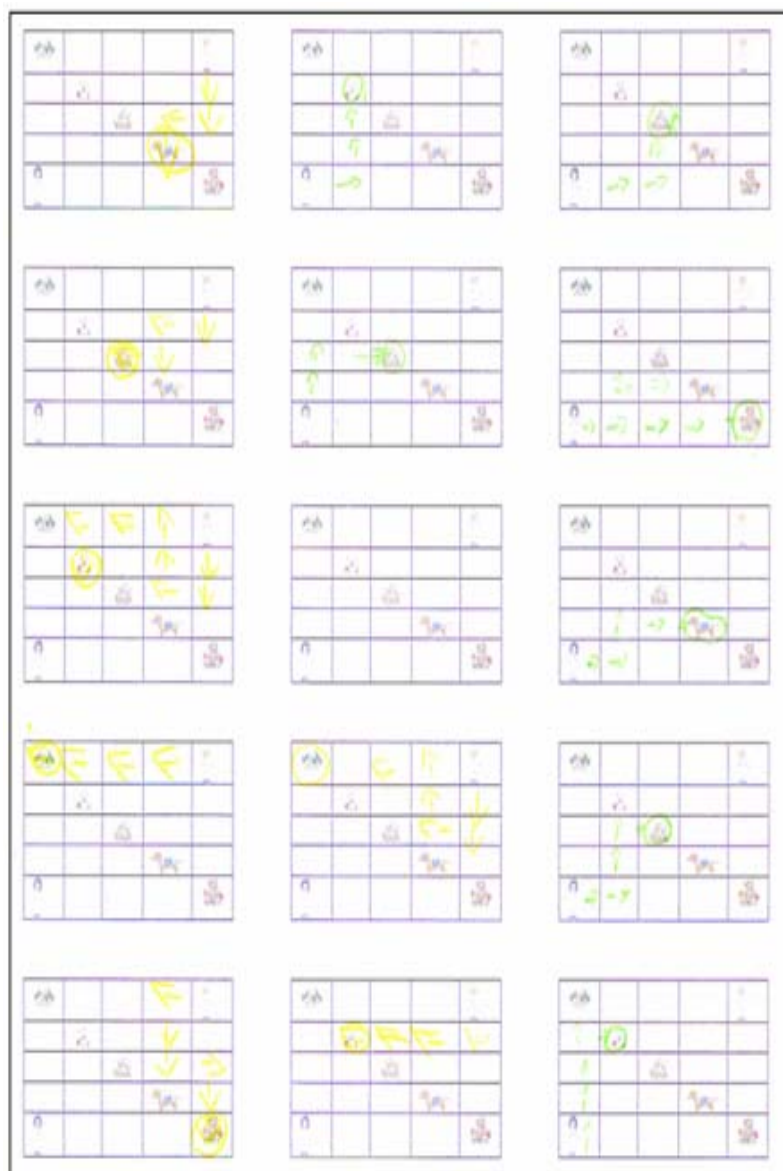


Figura 32 - Protocolo da dupla feminina – 1º encontro – Tabuleiro Cara ou Coroa

Pode-se notar que, neste momento, ainda não há uma apresentação mais organizada e nem objetiva de uma dupla em relação à outra.

Os resultados dos caminhos encontrados eram representados por meio de flechas, e aos poucos permitiam, que as suposições iam sendo confirmadas e cativando as duplas para atingir o resultado esperado, o que segundo Duval (2004) pode ser representado por meio de registros de representações muito diferentes

sem perder a referência. A boa relação e interação entre o formador e as duplas prevaleceu para o sucesso do encontro (Figura 33).



Figura 33 - Interação duplas e formador - 1º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

3.2 Segundo Encontro

A forma de representação desenvolvida pelas duplas no primeiro encontro será referência para este, em acordo com os pressupostos da Engenharia Didática, já que a cada atividade deve-se fazer um realinhamento do projeto de engenharia conforme os resultados e problemas não previstos encontrados.

3.2.1 Tabuleiro das Combinações

3.2.1.1 Concepção e Análise a priori

Os tipos de atividades propostas para os meninos e meninas no segundo encontro são praticamente iguais, sendo que as diferenças, como já foi explicitado, referem-se, apenas, aos personagens que os modelos representam. A Figura 34 é exemplo do tipo de atividade desse encontro.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

- 1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

- 2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

- 3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

- 4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

- 5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Figura 34 - Exemplo de Atividade - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

A atividade é composta de cinco questões, onde a dupla deverá registrar quais as possíveis combinações de pares de peças de roupas referentes a cada questão. Neste momento as questões deixam de ser gerais e passam a respeitar determinadas condições. O último item busca uma relação entre os anteriores, no sentido de saber quantas são as combinações possíveis, sem necessidade de representar quais são essas possibilidades.

Nos quatro primeiros itens, o objetivo é levantar os diversos registros de representação apresentados pelas duplas e sugerir uma forma de organização para a montagem dos resultados obtidos.

O primeiro item é uma repetição do que já fora trabalhado no primeiro encontro, para que a criança relembre e reforce o que fez, além de servir de fundamento para os demais. No segundo item, os conjuntos de roupas devem ser diferentes, porém é fixada uma cor na parte de baixo; espera-se uma representação por meio da linguagem natural, pois as questões estão nessa forma, embora as duplas tenham as folhas de rascunho com os modelos para colorir, se assim o desejarem. Acreditamos que todas as duplas irão questionar qual a cor da roupa que deve ser fixada, ou, se essa escolha fica a critério deles, uma vez que tal questionamento, nessa faixa etária, é extremamente pertinente.

Nos terceiro e quarto itens tem-se um aumento gradativo no número de cores para a parte de baixo; o objetivo com esses itens é observar se as crianças continuam a se valer do processo aditivo, ou, se o aumento no número de soluções sugere a passagem ao processo multiplicativo. Continuamos, ainda, com a expectativa de que as duplas façam os registros por meio da linguagem natural, após uso do Tabuleiro seguido do seu registro na folha de rascunho, valendo-se dos lápis coloridos.

Com o quinto item, deseja-se observar se o processo aditivo continua sendo usado na busca da solução, ou, se o fato de se questionar apenas quanto ao aspecto numérico das soluções sugere o processo multiplicativo, caso não tenha sido usado anteriormente.

As soluções aos itens propostos, respectivamente, são: seis combinações, cinco combinações, dez combinações ($5 + 5$), quinze combinações ($5 + 5 + 5$, ou, 3×5) e, no último item, seis combinações com peças de cores iguais e trinta (6×5) com peças de cores diferentes.

3.2.1.2 Experimentação

Este segundo encontro foi marcado pela curiosidade dos alunos em conhecer os tabuleiros dos colegas (Figura 35). Como os formatos dos tabuleiros eram todos iguais, mudando apenas os personagens, ficou acordado que poderiam ser feitas trocas entre as duplas para darmos sequência às nossas atividades.



Figura 35 - O conhecimento dos outros Tabuleiros - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

Inicialmente as duplas foram mantidas, organizadas e acomodadas. Os Tabuleiros foram distribuídos juntamente com as folhas de atividades e rascunho para as duplas, que iniciaram, logo a seguir, sua resolução (Figura 36).



Figura 36 - O Registro na Linguagem Natural - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

Como na folha de atividade não apareciam figuras dos modelos, a folha de rascunho e a pasta com o material manipulável foram fontes de referência para o desenvolvimento da atividade, como previsto. Nesta atividade o registro em linguagem natural é inicialmente oral, fato preponderante, uma vez que as respostas se apresentam com facilidade, pois o trabalho em duplas e o uso do material manipulável facilitaram sua execução.

Neste momento o fato de na folha de questões estar reproduzido praticamente o tabuleiro imantado, algumas duplas já começaram a fazer previsões dos resultados a serem obtidos, sem o seu uso. Isso pôde ser constatado quando em um determinado momento, em que era solicitado que os modelos tivessem somente calça vermelha e blusa com uma cor diferente, a maioria dos alunos pintou toda uma linha da folha de modelos com calça vermelha e quando foram pintar a blusa de cor diferente perceberam que só havia necessidade de ter alguns modelos com calça vermelha, pois o número de opções de cores era somente seis.

Tal acontecimento gerou comentários entre os alunos, pois eles achavam trabalhoso apagar uma pintura com lápis colorido, além de deixar o trabalho com uma apresentação não muito agradável para eles. Nessa idade é importante desenvolver também a preocupação com a apresentação das tarefas.

A integração da folha de rascunho e as soluções das questões, apresentadas uma a uma, foi negociada com as duplas a fim de completar a atividade. O registro na linguagem natural é a apresentação escolhida pelas duplas masculinas e femininas conforme se observa nas atividades, embora se tenha deixado livre, inclusive a possibilidade de recorte da folha de rascunho.

A seguir, nas Figuras 43 e 44 apresentamos os registros das atividades de duas duplas feminina e masculina, respectivamente.

USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

amarelo e amarelo, rosa e rosa, vermelho e vermelho, azul e azul, roxo e roxo, cinza e cinza

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

amarelo com cinza, amarelo com rosa, amarelo com vermelho, amarelo com azul, amarelo com roxo

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

rosa e azul, rosa e roxo, rosa e amarelo, rosa e vermelho, rosa e cinza, azul e roxo, azul e amarelo, azul e rosa, azul e cinza, azul e vermelho

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

roxo e azul, roxo e amarelo, roxo e cinza, roxo e rosa, roxo e vermelho, cinza e rosa, cinza e vermelho, cinza e amarelo, cinza e azul, cinza e roxo

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

com numero 6

Figura 37 - Protocolo da dupla feminina - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

1-)

laranja
2
vermelho
2
amarelo
2
verde
2
azul
2
preto
2

CDU
1
x 6
6

CDU
7
1
6

CDU
5
1
6

Figura 38 - Protocolo da dupla masculina - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

3.2.1.3 Análise a posteriori

Neste encontro, um fato que pudemos constatar junto aos observadores colaboradores (as pedagogas) foram os trabalhos sendo executados em dupla, uma vez que ficou clara a divisão do trabalho pelos alunos, ou seja, quando um manipulava os modelos na pasta o outro fazia as anotações na forma escrita ou na pintura nos modelos (Figura 39).



Figura 39 - A divisão do trabalho pelas duplas - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

Esta situação nos apresenta com clareza o que Vergnaud define como conjunto de situações, operações e representações simbólicas. Nesta atividade já são evidenciados os processos aditivos e multiplicativos, registrados por meio de contas, ou com resultados das combinações obtidas (Figura 40).

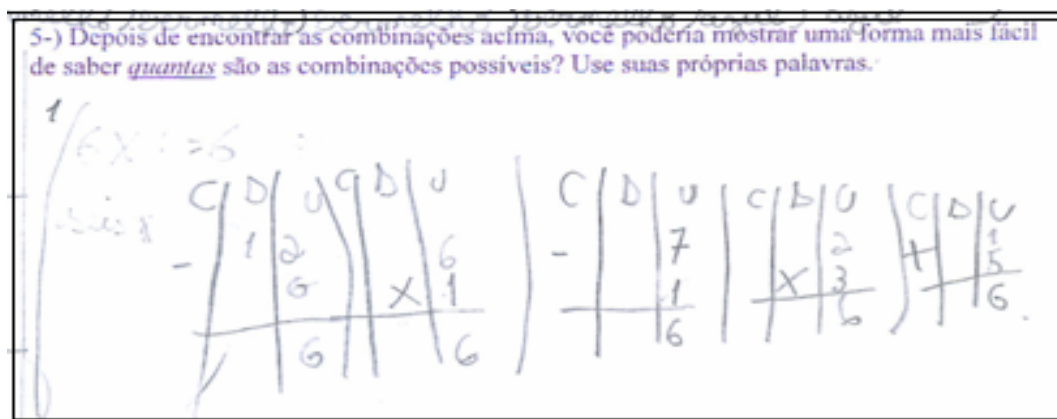


Figura 40 - O registro das operações - 2º encontro - Tabuleiro das Combinações

A socialização das soluções foi um fator marcante, o que mostra que a parceria existente entre alunos desta idade é notória, sendo também realçada a apresentação das meninas, marcadas pelo capricho e ordem.

As formas de apresentação de registros nesta faixa etária sugerem, por mais que acreditamos ter conhecimento de todas as possibilidades de soluções, uma grande variedade de representações, fazendo-se entender, por meio de: sistemas de numeração, figuras, escritas em língua natural que, segundo Duval, permitem ver o objeto por meio de percepção de estímulos (cor) que têm valor de significantes.

3.2.2 Tabuleiro Cara ou Coroa

3.2.2.1 Concepção e Análise a priori

Neste encontro a identificação entre a folha de atividade e o tabuleiro evidencia o desenvolvimento das duplas em relação às suas representações e registros. Nesta atividade, as duplas terão o encontro com o amigo ou bichinho de estimação pré-definidos, ou seja, o material manipulável associado com a folha de rascunho são os responsáveis pelo sucesso da atividade, uma vez que terão a possibilidade de usar as moedas imantadas para orientar a determinação dos caminhos.

Como objetivo desta atividade, pretende-se observar se as duplas percebem alguma regularidade na forma de descobrir os caminhos, ou seja, se elas seguem algum padrão, ao fixar um amigo ou um bichinho para ser visitado.

A expectativa é que o uso do material manipulável, com suas peças imantadas, como também as folhas de rascunho sejam freqüentes no desenvolvimento da atividade. Acreditamos que todas as duplas irão utilizar as moedas, sendo o seu registro feito por meio do desenho de setas e estas registradas uma a uma. Espera-se, aos poucos que, as duplas percebam que, nas situações abordadas, o número de lançamentos da moeda está relacionado ao número de quadrinhos a percorrer para chegar à casa do amigo ou bichinho, ou seja, quatro lançamentos, quatro quadrinhos, igual a um encontro.

A Figura 41 é exemplo de atividade proposta neste encontro; nela temos como meta observar, por meio do comportamento das duplas, se a forma de representação dos registros dos caminhos percorridos pelos personagens, para todos os amigos e bichinhos, é a mesma e se continuam a fazer uso do material manipulável.

Segundo Encontro
 Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o "COALA"
 Não esqueça cada quadrinho é um caminho.
 Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira
 Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa
 Loira ← cara ↓ coroa

Figura 41 - Exemplo de Atividade - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

3.2.2.2 Experimentação

Inicialmente, as mesmas duplas foram mantidas e elas se acomodaram nas mesas onde se encontravam os Tabuleiros correspondentes ao seu trabalho. A orientação

do uso dos quadrinhos para indicar o caminho a seguir após o lançamento da moeda foi suficiente para os alunos iniciarem o trabalho.

A análise dos problemas em relação ao primeiro encontro, conforme prevê a Engenharia Didática, sugeriu que a folha de questões fosse modificada já no segundo encontro de modo a apresentar um número menor de tabuleiros e em tamanho maior. Tal mudança possibilitou melhores resultados, com mais fluidez e segurança. O fato de o aluno ter a liberdade de representação, uma seta, uma bolinha ou um pequeno símbolo criado pelo próprio aluno, favoreceu a seqüência da atividade.

A linguagem natural prevaleceu; cara ou coroa (ca ou co) ou a indicação por meio de setas facilitou a representação, pois a visualização das combinações no Tabuleiro feito por um componente da dupla e o registro por outro forneceram resultados positivos (Figura 42).



Figura 42 - O lançamento das moedas - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Começa, a partir deste encontro, a percepção, pelos alunos, das possibilidades no lançamento de uma moeda, sendo verbalizada por mais de um aluno que a possibilidade no lançamento de uma moeda, era “sempre a metade”, fato compartilhado posteriormente com os colegas. Neste encontro, houve um problema com a moeda utilizada por um dos alunos e tivemos que substituí-la por uma moeda de um real; para surpresa do aluno, a moeda de um real só possuía cara; onde, ou por quê, o outro lado da moeda era a coroa? A justificativa foi

relacionada ao fato de a expressão ser muito antiga e na época tinha-se uma coroa em uma das faces e uma figura de um rosto na outra.

Esta atividade foi desenvolvida pela dupla feminina de forma diferente da dupla masculina; as meninas da dupla optaram por registrar seus encontros em Tabuleiros separados (uma no lado direito e a outra no lado esquerdo); já a dupla de meninos registrou os caminhos de cada um no mesmo Tabuleiro (Figuras 43 e 44).

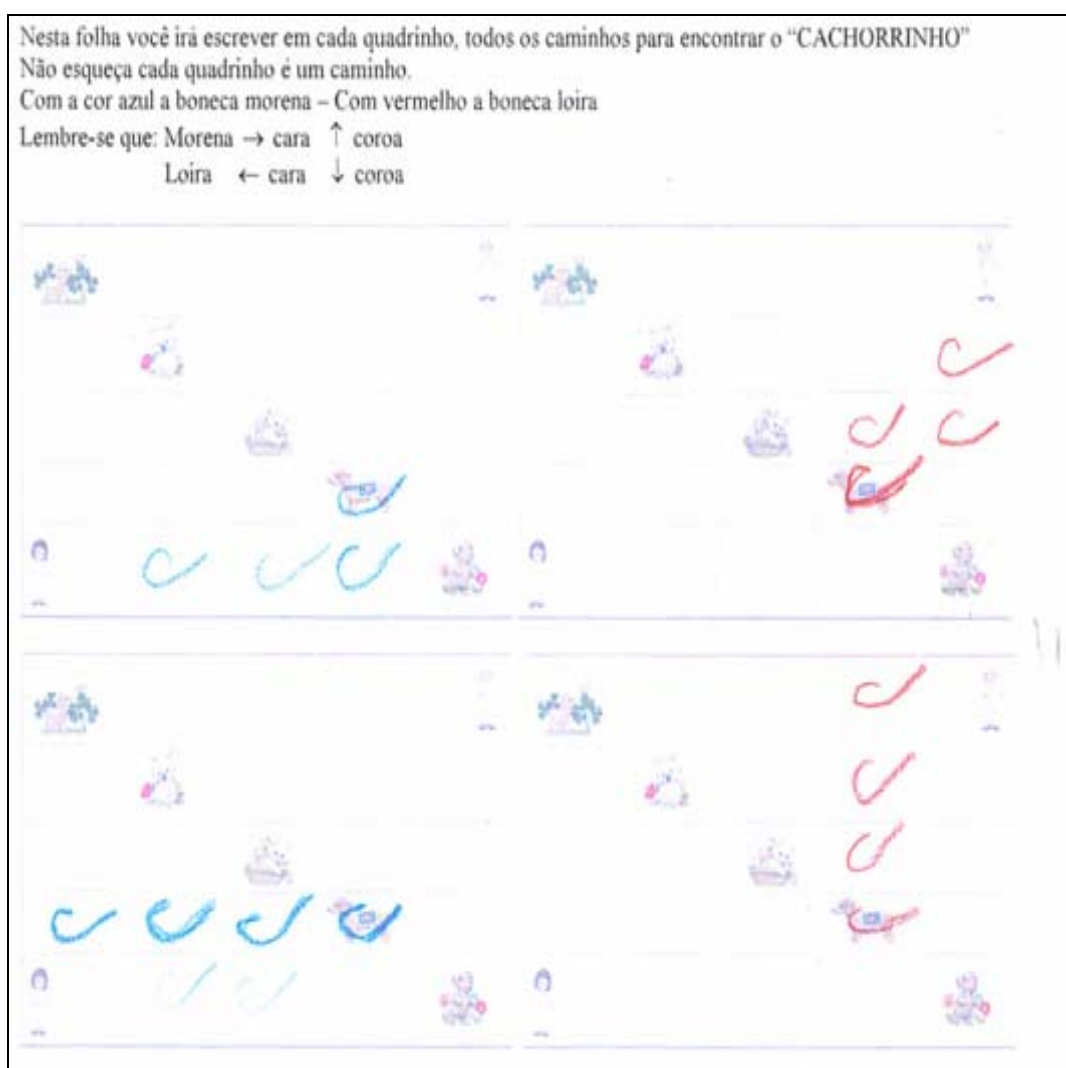


Figura 43 - Protocolo da dupla feminina - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

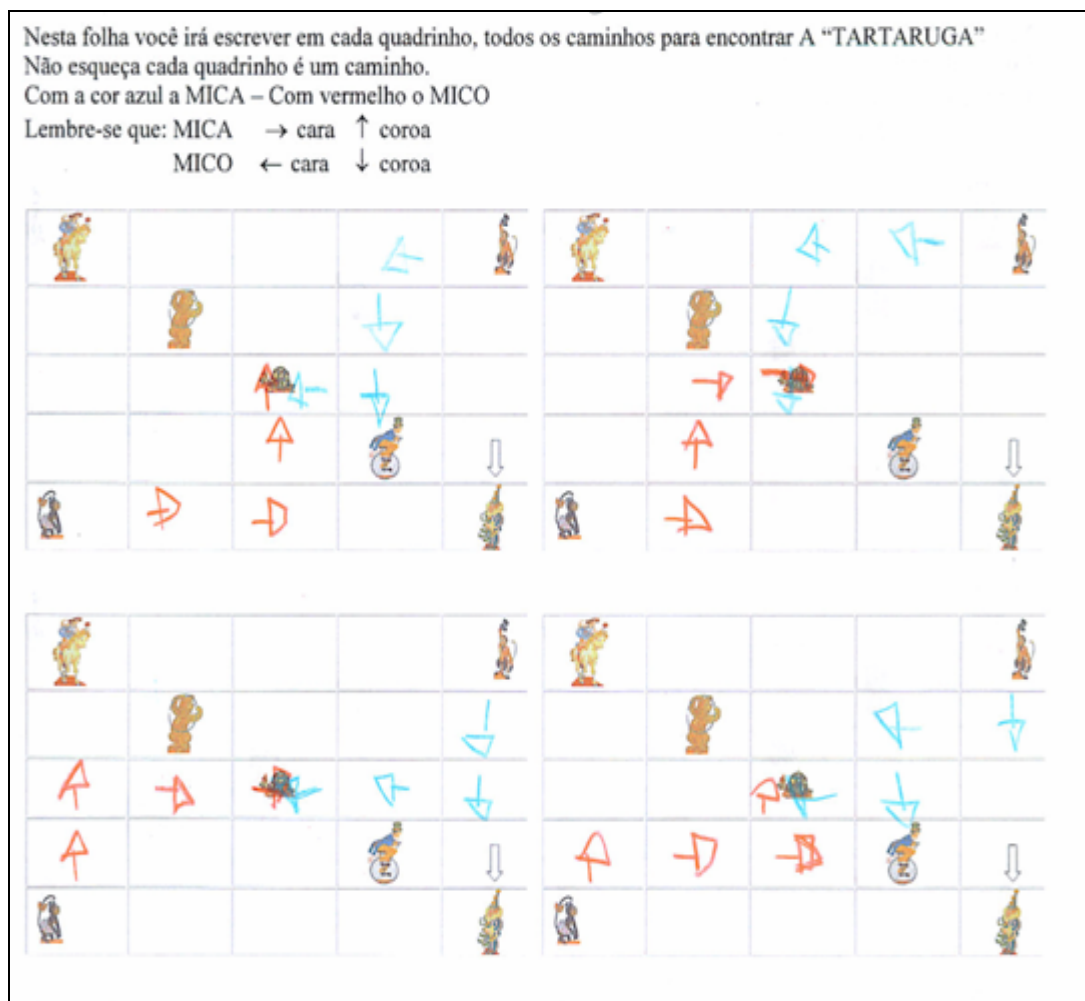


Figura 44 - Protocolo da dupla masculina - 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

3.2.2.3 Análise a posteriori

Os resultados obtidos pelas duplas nesta atividade ultrapassaram as nossas expectativas e a dos alunos. O fato de a atividade considerar fixado um personagem, ou seja, os alunos sabiam qual era o amigo ou bichinho a ser visitado e precisavam determinar os caminhos possíveis para tal, permitiu que as duplas, por meio de uma estratégia desenvolvida por elas, criassem caminhos com as moedas imantadas, sem o lançamento da moeda, sendo o caminho posteriormente passado para a folha da atividade.

A utilização do material manipulável facilitou a descoberta dos caminhos para o encontro do personagem pré-determinado, sem a necessidade do lançamento da

moeda, uma vez que algumas seqüências de lançamentos estavam se repetindo e tornando a atividade demorada (Figura 45).

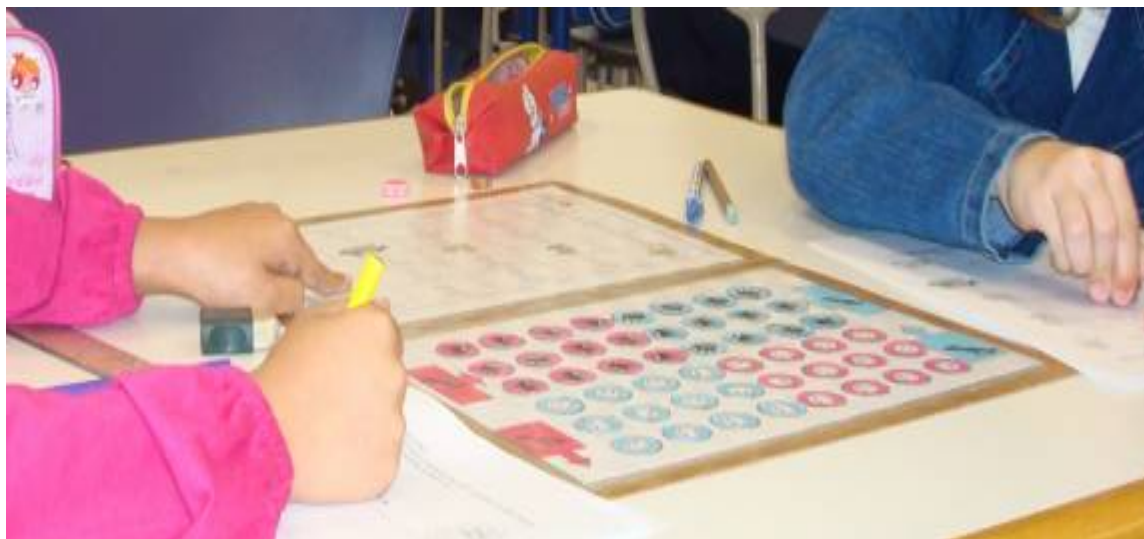


Figura 45 - A manipulação das moedas imantadas no 2º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Esta inversão na utilização do material manipulável possibilitou a determinação de todos os caminhos possíveis, tendo como referência o posicionamento dos personagens no tabuleiro; a noção de equidistância foi evidenciada em afirmações orais nos encontros, mostrando que o conhecimento pode ser explícito na forma da linguagem natural ou implícito no sentido que o aluno pode usá-lo na ação escolhendo formas adequadas, segundo Vergnaud (1990) que, define teoremas-em-ação, como sendo relações matemáticas desenvolvidas pelos alunos quando estes optam por uma operação ou seqüência de operações para solucionar um problema.

Para Vergnaud, (1994, p. 14) resultados empíricos mostram que os alunos trabalham muito bem certas classes de problemas que envolvem transformações e relações, enquanto fracassam em outras. Esse é o exemplo mais importante em favor da estrutura do campo conceitual. Existem diferentes aspectos e diferentes operações para o mesmo conceito, cujo aprendizado leva muito tempo para acontecer. Os alunos, quando defrontados com uma situação nova, usam o conhecimento que tem sido desenvolvido pela sua experiência em situações simples e familiares e tentam adaptá-la à nova situação.

3.3 Terceiro Encontro

Neste encontro será apresentada uma seqüência de questões com identificações diretas com os Tabuleiros; a representação com as cores associada à linguagem natural comporão este encontro.

3.3.1 Tabuleiro das Combinações

3.3.1.1 Concepção e Análise a priori

Neste terceiro encontro, deixamos de apresentar a folha de rascunho e apresentamos as atividades com frente e verso da folha, ou seja, uma forma de se apresentar possibilidades de combinações, indicando quais as cores que as duplas terão que utilizar nas composições. São colocadas quatro propostas de combinações e ao final uma sugestão de indicar a quantidade de combinações, sem apresentá-las.

No terceiro encontro, já com a pasta do Tabuleiro das Combinações, cada dupla receberá a atividade em duas folhas, com impressão igual à da pasta, onde foram apresentados cinco itens. A Figura 46 é exemplo dessa atividade. Nela temos quatro situações de combinações, variando o número de peças das partes superior e inferior do vestuário dos modelos.

O objetivo é favorecer o processo de abstração para a obtenção das combinações propostas, por meio da visualização e representação dos casos. Acredita-se que o uso do material manipulável possa contribuir para que as duplas estabeleçam relações entre os números de peças e a solução encontrada. Espera-se que, aos poucos, as duplas percebam que as situações abordadas, envolvendo as cores e suas representações nos modelos, possam ser relacionadas com a multiplicação, uma etapa inicial para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

O encontro deverá marcar o relacionamento entre as combinações possíveis e suas quantidades, ou seja, o início de uma aplicação do processo multiplicativo.

Terceiro Encontro



Você vai montar nossa modelo com:
Calça: roxo
Camisas: amarela, azul, verde, rosa e laranja.



Você vai montar nossa modelo com:
Calças: roxo e amarelo
Camisas: amarela, verde e laranja.



Agora você vai montar nossa modelo com:
Calça: vermelho e azul
Camisas: amarelo e rosa



Por último você deve montar nossa modelo com:
Calça: verde, amarelo e azul.
Camisas: rosa, roxo e vermelho.



Você poderia escrever quantas são as combinações possíveis em cada situação?

Figura 46 - Exemplo de Atividade - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações

3.3.1.2 Experimentação

No terceiro encontro, mantidas as duplas, as crianças já se organizaram nas mesas correspondentes às suas pastas com a folha de atividade do encontro. Como os itens foram lidos em conjunto, foram feitos alguns comentários em relação à representação, se poderia ser escrita ou colorida; depois de esclarecido, mais uma vez, que a opção era livre, as duplas começaram a escrever ou pintar todas as combinações que cada item propunha (Figura 47).



Figura 47 - A Cor como registro - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações

Durante a execução da atividade, dúvidas foram surgindo, como: ao usar uma única cor para a calça, teríamos que fazer todas as combinações? Bastaria fazer com uma cor e depois multiplicar as outras? Os comentários sobre os questionamentos foram apresentados mediante a leitura e observação de toda a atividade visto que, a última questão, estava relacionada à dificuldade apresentada. Feito isso a atividade pôde dar continuidade.

Foi pedido às duplas, que somente indica-se a quantidade de combinações, pois faltavam apenas quinze minutos para o final do encontro e não daria tempo para representar todas as combinações. A atividade poderia ser completada em casa e entregue no dia seguinte, no período normal de aulas.

3.3.1.3 Análise a posteriori

Neste encontro pôde-se observar que os alunos já apresentavam maior desenvoltura, principalmente no que se refere à apresentação dos resultados, pois as folhas eram similares ao Tabuleiro e após a verificação dos resultados na pasta imantada, os registros eram feitos diretamente na folha da atividade, usando o Tabuleiro e as peças imantadas como rascunho para as suas respostas. Outro fato que também chamou a atenção foi o de nenhum aluno usar os modelos da folha anexa que serviria como um pequeno rascunho, usando a pasta para responder as perguntas.

Os alunos demonstraram mais confiança na execução das atividades pelo fato de já estarem adaptados ao material manipulável associado ao registro por ele apresentado. Um exemplo marcante, no desenvolvimento de cerca de 50% dos alunos, foi a escolha de blusas verde ou vermelha com calça azul, amarela ou preta, no que se refere à ordem em que foi efetuada a pintura das peças. Pintaram-se, em primeiro lugar, três blusas verdes e três blusas vermelhas, completando posteriormente com as cores solicitadas para as calças. Esta forma de representação deixa bem evidente que, intuitivamente, já começa a despontar o princípio multiplicativo por meio das quantidades de cores (duas) para as blusa (três), esta relação das crianças tem, ao mesmo tempo, uma tripla experiência com números: como quantidade, como transformação e como relação de comparação, podemos traçar interessantes teoremas-em-ação com números (Vergnaud, 1994 p.13). Todas as questões, apresentadas verbalmente por mim, no decorrer do encontro, foram prontamente respondidas pelos alunos, antes de serem apresentadas na forma de registro escrito ou simbólico (colorindo).

Segundo Vergnaud (1988, p. 143), um simples conceito não se desenvolve isolado, mas em inter-relação com outro, por meio de vários tipos de problemas e com a ajuda de várias expressões e simbolismos. Ao propor outras combinações verbalmente às duplas, procurando pelas quantidades das combinações, todas as duplas davam suas respostas se valendo do processo multiplicativo. Nos registros apresentados a seguir, tem-se apenas as combinações possíveis ao vestir o modelo, conforme questionamento efetuado (Figuras 48 e 49).

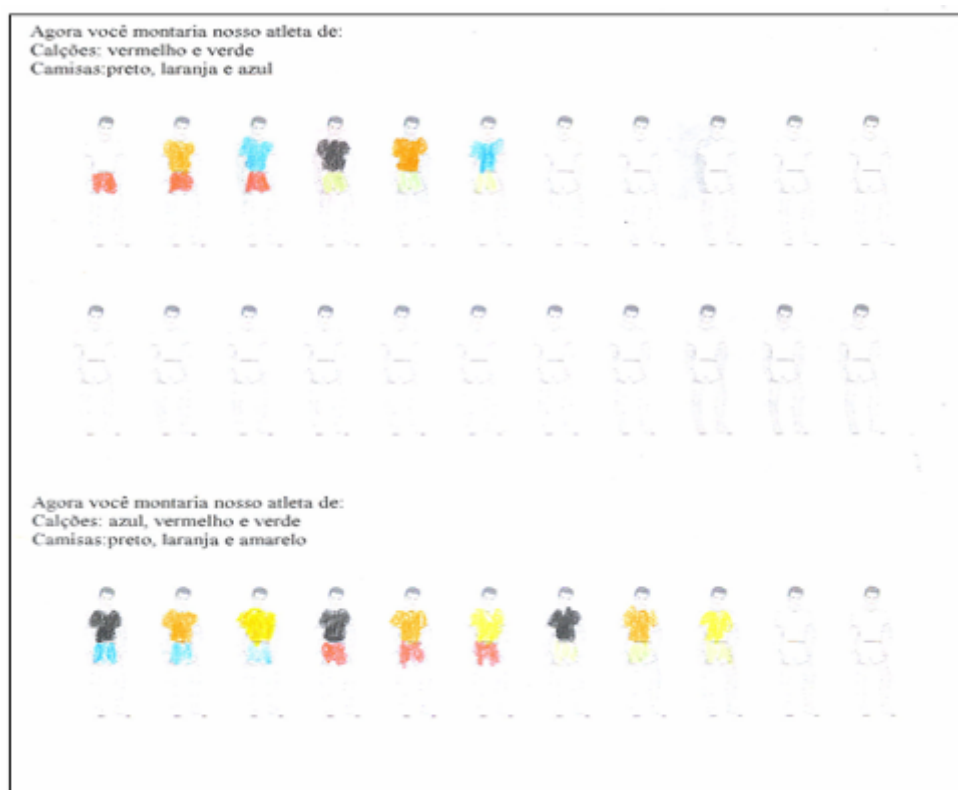


Figura 48 – Protocolo da dupla masculina - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações

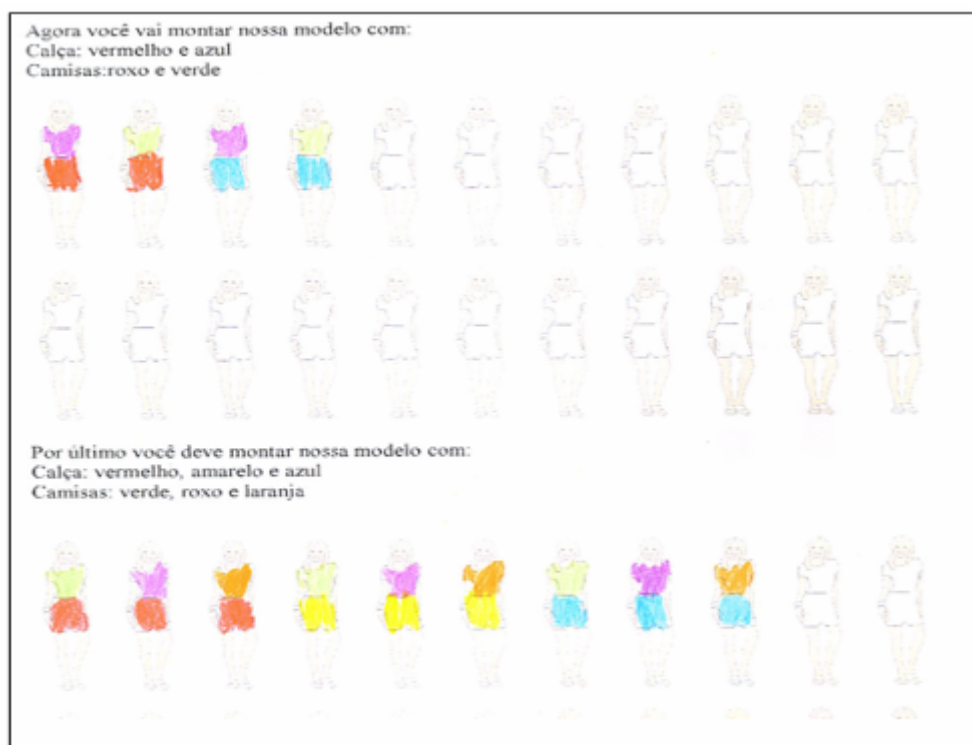


Figura 49 – Protocolo da dupla feminina - 3º encontro - Tabuleiro das Combinações

3.3.2 Tabuleiro Cara ou Coroa

3.3.2.1 Concepção e Análise a priori

Neste terceiro encontro, após verificação do desenvolvimento obtido nos encontros anteriores, as duplas terão que apresentar todos os caminhos possíveis para o encontro dos seus personagens e registrarem suas respostas, da forma que melhor lhes aprouver. A Figura 50 é exemplo desse tipo de atividade.

3º Encontro
 USE A FOLHA DE RASCUNHO
 MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS QUE O MICO PODE FAZER PARA
 ENCONTRAR A TURMA DO CIRCO

VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PRÓPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS
 POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE O MICO PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS
 AMIGOS DO CIRCO?
 DESAFIO: TENTE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS
 POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAOA DO TABULEIRO.

Figura 50 - Exemplo de Atividade - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

A linguagem natural ou simbólica são as formas de representação que se espera para esta atividade, assim como a identificação com o posicionamento dos personagens no Tabuleiro relacionado com o número de caminhos possíveis. Esta terceira atividade está solicitando das duplas que encontre e registrem todos os caminhos possíveis para que se encontre o amigo ou o bichinho de estimação, registrando por meio da linguagem natural ou por desenhos estes caminhos. É sugerido que tentem representar todos os caminhos fazendo uso das moedas imantadas, utilizando a capa do tabuleiro.

O objetivo principal desta atividade é descobrir a quantidade de caminhos diferentes para o encontro, pelos personagens, dos amigos ou bichinhos, que obedece a uma distribuição Binomial, pela forma que foram dispostos no Tabuleiro. Espera-se que as duplas observem o fato, criando nomes ou expressão para a forma de resultado obtido.

Acredita-se que as duplas observem o fato de o número de caminhos aumentar ao se aproximar da posição central, diminuindo para as extremidades. Continuamos, ainda, com a expectativa de que as duplas façam os registros por meio da linguagem natural.

Neste encontro, será proposto às duplas que façam uma representação, com as moedas imantadas, de todas as possibilidades de encontros obtidos na atividade, com o objetivo de investigar o surgimento de uma forma que se assemelha ao Diagrama de Árvore ou Árvore de Possibilidades. Como o material manipulável proporciona uma organização simples e prática das moedas, espera-se que as duplas devam realizar com sucesso a construção de todas as possibilidades, obtendo, assim, um tipo de representação parecido com diagrama de árvore ou árvore de possibilidades.

3.3.2.2 Experimentação

Neste terceiro encontro, as duplas foram mantidas e logo a seguir foi entregue a folha de atividade com os desenhos impressos, onde a dupla deverá fazer o registro do caminho percorrido pelo personagem principal do seu Tabuleiro da forma mais

conveniente. Os alunos ficaram livres para se valerem do lançamento da moeda, ou não, a fim de encontrar todos os caminhos e, a partir deles, relacionar o número de possibilidades para chegar ao amigo ou bichinho de estimação.

A atividade do encontro anterior foi, após alguns minutos, relacionada à atual e socializada pelas duplas que na ansiedade de escrever todos os caminhos possíveis, comprometeram a apresentação dos resultados obtidos. No decorrer da representação dos caminhos, o tempo foi o principal empecilho, uma vez que as duplas evidenciaram as soluções verbalmente, mas não registraram todas elas, pois já que sabiam a quantidade; o registro de representação utilizado foi a linguagem natural (Figura 51).



Figura 51 - Registro na linguagem natural - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Foi proposta uma tentativa de construção da árvore de possibilidades respectiva ao lançamento das moedas, sendo sugerido que os alunos fizessem os lançamentos da moeda e os registros dos resultados obtidos de uma cor e os não obtidos outra; para essa tarefa os alunos poderiam usar a imantação do Tabuleiro para a fixação das moedas.

3.3.2.3 Análise a posteriori

Nesta atividade, o fator tempo comprometeu o registro dos resultados, uma vez que a forma escolhida pelas duplas para o registro dos caminhos foi a linguagem natural,

onde, algumas duplas solicitaram a possibilidade de uma abreviação, mesmo assim, com pouco sucesso.

A verbalização dos resultados no decorrer da atividade foi o ponto alto do encontro. A manipulação das peças imantadas foi fundamental, pois, a partir do momento em que um dos alunos propôs que fosse reduzido o número de amigos ou bichinhos, o número de lançamentos da moeda também diminuiu; na mesma proporção do número de visitas, ou seja, surgiu a idéia de eqüidistância. Este fato é retratado por Vergnaud (1990) onde o conhecimento contido nos esquemas (teoremas-em-ação e conceito-em-ação) constitui a base conceitual, ou seja, permite obter informação e a partir dela e da meta de atingir, inferir as regras de ação para atingir o resultado.

Toda essa discussão, muito produtiva, serviu para que os alunos apresentassem todas as possibilidades de caminhos; os registros foram apresentados por meio da linguagem natural, embora com falhas, devido a uma pequena falta de sincronismo com a oralidade, ou seja, falavam muito e não escreviam tudo, comprometendo parte da sua apresentação, conforme podemos observar na Figuras 52 e 53.

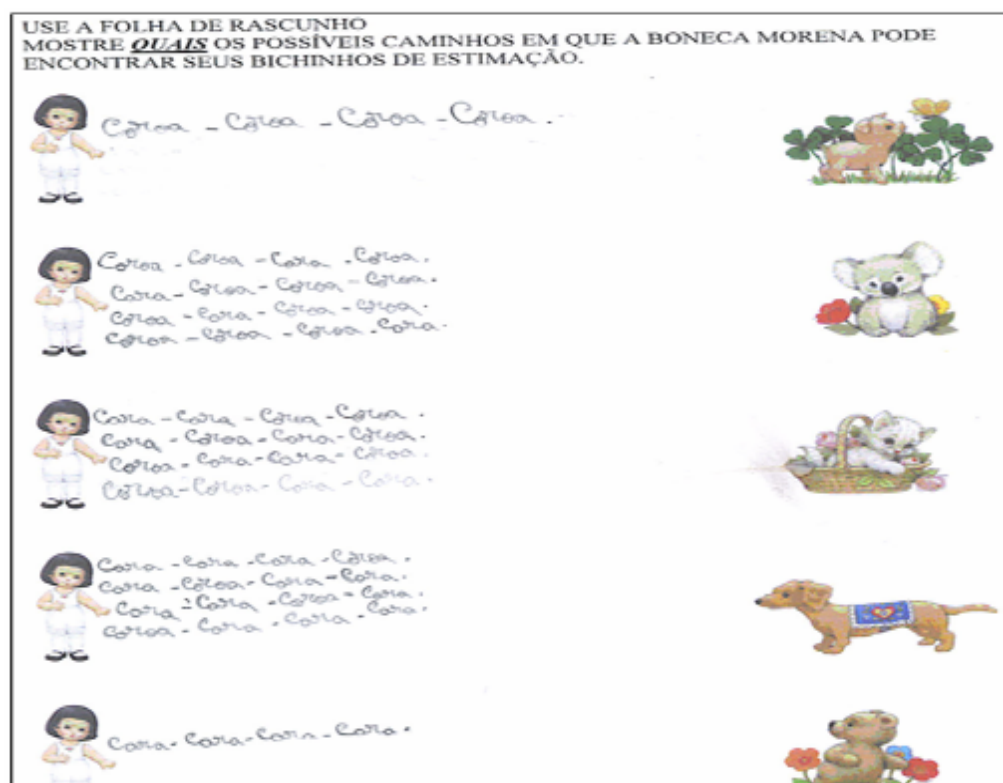


Figura 52 - Protocolo da - dupla feminina - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

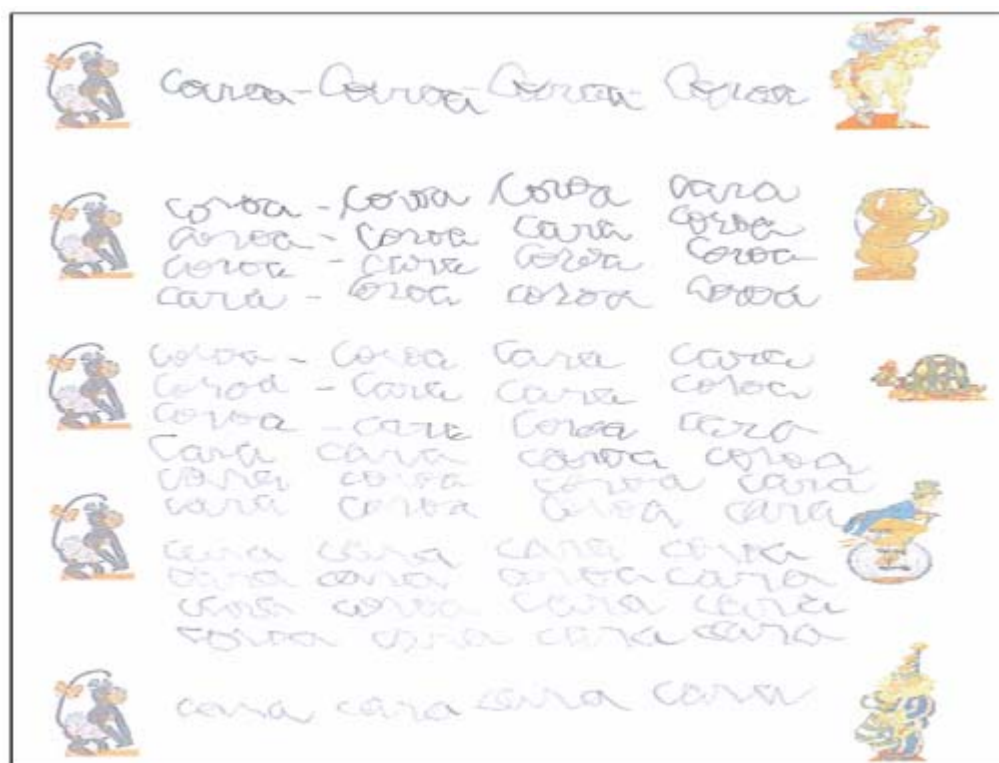


Figura 53 - Protocolo da - dupla masculina - 3º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

A árvore de possibilidades pretendida não apareceu, mas os resultados obtidos com o lançamento das moedas imantadas foram apresentados pelas duplas. Segundo Duval (1993, apud Buehring, 2006), a ausência da coordenação entre registros não impede toda a compreensão, mas se limita ao contexto semiótico de um só registro, não favorecendo as transferências e as aprendizagens. Essa idéia justifica a importância dos tratamentos e conversões entre registros onde a meta é a contextualização, relacionando essa coordenação à apreensão conceitual.

Desta forma, para Duval (1993) a conversão é um tipo de transformação que ocorre entre registros alterando a forma ou sistema de representação, embora conserve o objeto matemático inicial. A conversão não pode ser confundida com codificações, elas podem ser ilustrações, traduções e descrições. A conversão é essencial, pois está ligada diretamente à compreensão.

A verificação dos caminhos para o encontro dos personagens foi feita com mais agilidade e objetividade pelos meninos, que por sua vez também determinaram a quantidade de caminhos relacionando a posição com o resultado, ou seja, percebendo que o aumento ou a diminuição de personagens, estaria vinculado à quantidade de caminhos. Este tipo de informação foi identificado por mais de uma dupla, pois a socialização de resultados entre eles é bastante positiva.

3.4 Quarto Encontro

O último encontro marcará o fechamento de uma seqüência de ensino onde o material manipulável e o trabalho em grupo associado ao desenvolvimento do campo conceitual das estruturas multiplicativas é o principal objetivo visado.

3.4.1 Tabuleiro das Combinações

3.4.1.1 Concepção e Análise a priori

O uso do Tabuleiro neste encontro poderá evidenciar se o material manipulável é um instrumento que auxilia a descoberta das combinações de roupas possíveis, tendo em vista que nas atividades propostas, as figuras dos personagens são diferentes dos encontrados nos Tabuleiros, mas as questões pela busca das combinações foram mantidas, ou seja, continua a indagação a respeito de quais e quantas são as combinações propostas na atividade.

Neste último encontro, as duplas devem registrar todas as combinações de roupas possíveis com seus novos modelos e roupas, diferentes das apresentadas na pasta do Tabuleiro. Saber quais e quantas são as combinações de roupas e se o fato de serem outras roupas, ou outros modelos, mantendo a mesma quantidade de peças para vestir, não deveria alterar os resultados. A novidade nesta tarefa é que será pedido que escrevam também a operação utilizada. Nossa pretensão é observar a forma de representação e registro que os alunos irão utilizar com os novos modelos (Figura 54).

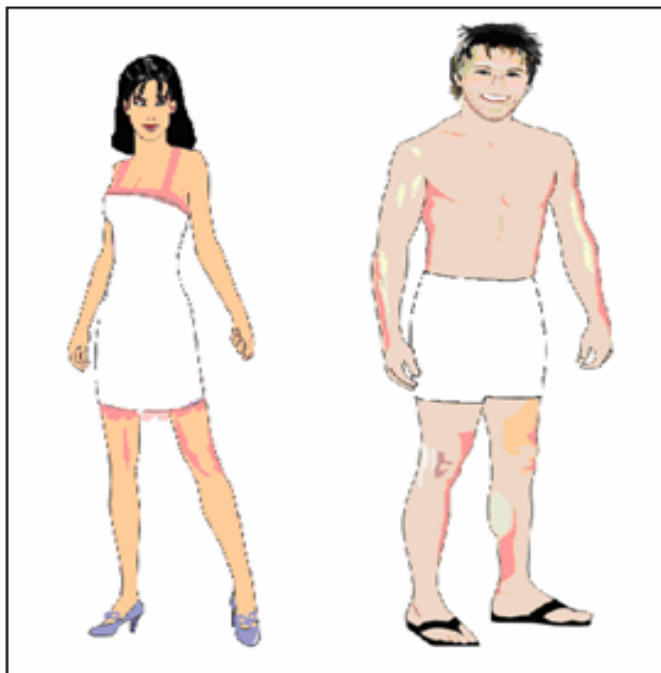


Figura 54 - Novos modelos - 4º encontro - Sandra Bullock e Tom Cruise – Tabuleiro das Combinações

A Figura 55 é exemplo de atividade proposta nesse encontro. Nele, porém, novamente são apresentadas situações de combinações e, desta vez, além das quantidades de peças na montagem dos conjuntos de roupas, os modelos são diferentes; o objetivo é observar o comportamento das duplas, com essa mudança, as estratégias que irão se valer para chegarem aos resultados.

Pretende-se observar se as duplas continuam a fazer uso do Tabuleiro das Combinações, já que os modelos são outros, ou, se a mudança os incentiva a obter os resultados sem a necessidade de manipular o material.

Espera-se que as duplas já sejam capazes de utilizar o processo multiplicativo na obtenção das respostas, embora não se descarte a possibilidade de algumas se valerem, ainda, do processo aditivo. Os registros em língua natural, desenhos pintados com as respectivas cores e soluções numéricas devem ser utilizados.

Como nessa atividade não há restrição, pretendemos observar a escolha feita pelas duplas, já que nosso objetivo, ao final destas atividades, é que eles sejam capazes de fazer uso do raciocínio multiplicativo. É provável que as duplas questionem se podem colocar apenas a conta e seu resultado, pois é costume no

ensino tradicional que se responde o que o professor espera; nesse momento, iremos reforçar nossa opção de que a resposta é livre.

Quarto Encontro

Este é o nosso novo atleta e precisamos uniformizá-lo, QUANTAS são as combinações que posso fazer em cada caso? Lembre-se, agora quero saber quantas são as combinações não quais, você sabe que em uma única conta temos a solução, mas não é a única forma de dar a resposta, então qual é a conta e qual é o resultado? Responda no retângulo ao lado dos uniformes. Nosso atleta só usa uma camiseta e um calção é claro.

O diagrama apresenta um tabuleiro de atividades com o seguinte layout:

- Topo Esquerda:** Ilustração de um atleta e um texto explicativo sobre o problema de contagem.
- Topo Direita:** Um conjunto de roupas (camiseta azul e calção preto) com um retângulo adjacente para a resposta.
- Middle Esquerda:** Um conjunto de roupas (camiseta preta e calção amarelo) com um retângulo adjacente para a resposta.
- Middle Direita:** Um conjunto de roupas (camiseta amarela e calção laranja) com um retângulo adjacente para a resposta.
- Bottom Esquerda:** Um conjunto de roupas (camiseta amarela e calção laranja) com um retângulo adjacente para a resposta.
- Bottom Direita:** Um conjunto de roupas (camiseta laranja e calção azul) com um retângulo adjacente para a resposta.

Figura 55 - Exemplo de Atividade - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações

As possíveis respostas numéricas para os itens, respectivamente, são: $1 \times 2 = 2$; $2 \times 3 = 6$; $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$ e $3 \times 2 = 6$.

3.4.1.2 Experimentação

No quarto encontro as duplas se apresentaram ansiosas para saber como seria a última atividade. Ao se colocar as pastas na mesa principal, cada dupla foi direto ao seu material para começar a atividade. O último encontro foi marcado por momentos em que os alunos mostraram comprometimento, interesse e aplicação das idéias que foram desenvolvidas no decorrer dos encontros anteriores. Como nesta atividade foi dado a cada questão o vestuário a ser utilizado para a verificação de todas as combinações possíveis e não havia nenhuma frase ou texto que estivesse relacionado à questão, praticamente não houve dúvidas e sim um silêncio e uma atenção redobrada na execução da tarefa.

Durante a realização da atividade pelas duplas, os questionamentos sobre os registros das soluções e combinações foram das formas mais diferentes possíveis, desde aquele muito parecido com os exemplos das atividades anteriores, assim como em algumas duplas, os modelos serem retratados sob a forma de uma figura geométrica (dois quadradinhos na vertical, um indicando a calça o outro a blusa). O uso da linguagem natural nas respostas continuou sendo questionado. As Figuras 56 e 57 mostram o comprometimento e os registros da dupla feminina e masculina respectivamente.



Figura 56 - O comprometimento da dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações



Figura 57 - O comprometimento da dupla masculina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações

3.4.1.3 Análise a posteriori

Nossa atenção nesse encontro esteve voltada para o tipo de registro que seria apresentado. Para nossa surpresa o fato de termos a questão sem texto e representada por meio de figuras, as duplas iniciaram registrando as possibilidades de combinações de roupas por meio de desenho e ao lado do desenho a representação da operação que deveria ser executada para a obtenção do resultado.

Nesta atividade, os registros das combinações foram apresentados das formas mais diferenciadas possíveis, mas sempre de forma correta. A representação por meio de figuras trouxe mais clareza na percepção do processo multiplicativo, sendo citada pela quase totalidade das duplas que desenvolveram a atividade (Figuras 58 e 59).



Figura 58 - Representações dos registros - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações



Figura 59 - O processo multiplicativo - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações

O processo multiplicativo esteve mais uma vez presente em todas as atividades e as representações utilizadas foram as mais diferentes possíveis. Linguagem natural, desenhos e troca entre as peças de roupa para determinar a

quantidade de combinações determinaram uma conclusão entre os próprios alunos: “se tivéssemos uma peça de roupa diferente das anteriores a mais, como por exemplo, um par de tênis, este terceiro componente também entraria nas combinações, formando três tipos de roupas para serem combinados”. Esta observação foi apresentada por um aluno, que previamente perguntou se haveria a possibilidade de se fazer uma multiplicação com três números; como a resposta foi afirmativa, mostramos para os colegas, por meio dos materiais manipuláveis improvisados, as tampinhas de caneta como tênis, como poderíamos nos organizar para resolver esse problema.

Além de ser ressaltado com confiança o processo multiplicativo, a propriedade comutativa da multiplicação surgiu como novidade para os alunos. Ao confrontarem as atividades, as duplas perceberam que uma começou pela blusa e utilizou uma operação e a outra, que começou pela calça, utilizou outra operação, mas, na realidade, o resultado era o mesmo.

As relações multiplicativas (Esteves, 2001, p. 68) servem não somente a um conjunto de composições numéricas, mas igualmente à composição sobre as dimensões. Vergnaud afirma que a solução de novos problemas é impossível sem a linguagem, sobretudo se essa solução necessita de novas contextualizações e a transformação de certos elementos em objetos de pensamento bem identificados. A linguagem tem a função de comunicar, representar e auxiliar o pensamento e a organização da ação.

As representações das combinações possíveis, associadas às multiplicações utilizadas para se obter as quantidades, são apresentadas a seguir pelas duplas masculina e feminina, respectivamente, nas Figuras 60 e 61.

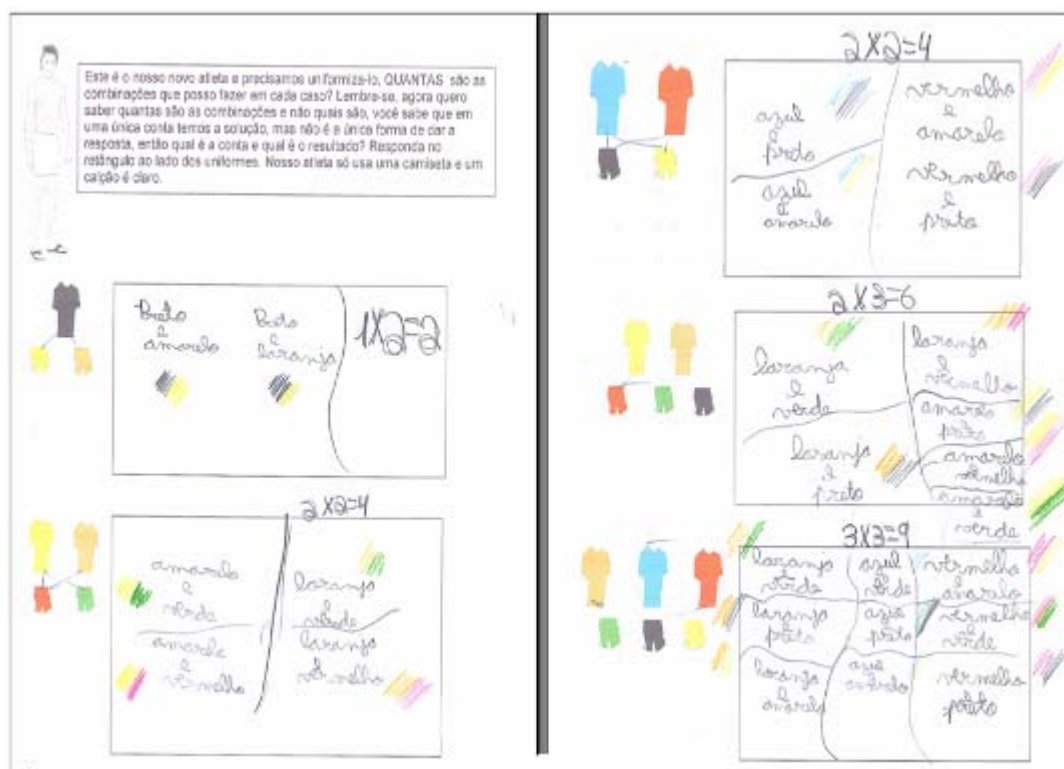


Figura 60 – Protocolo da dupla masculina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações

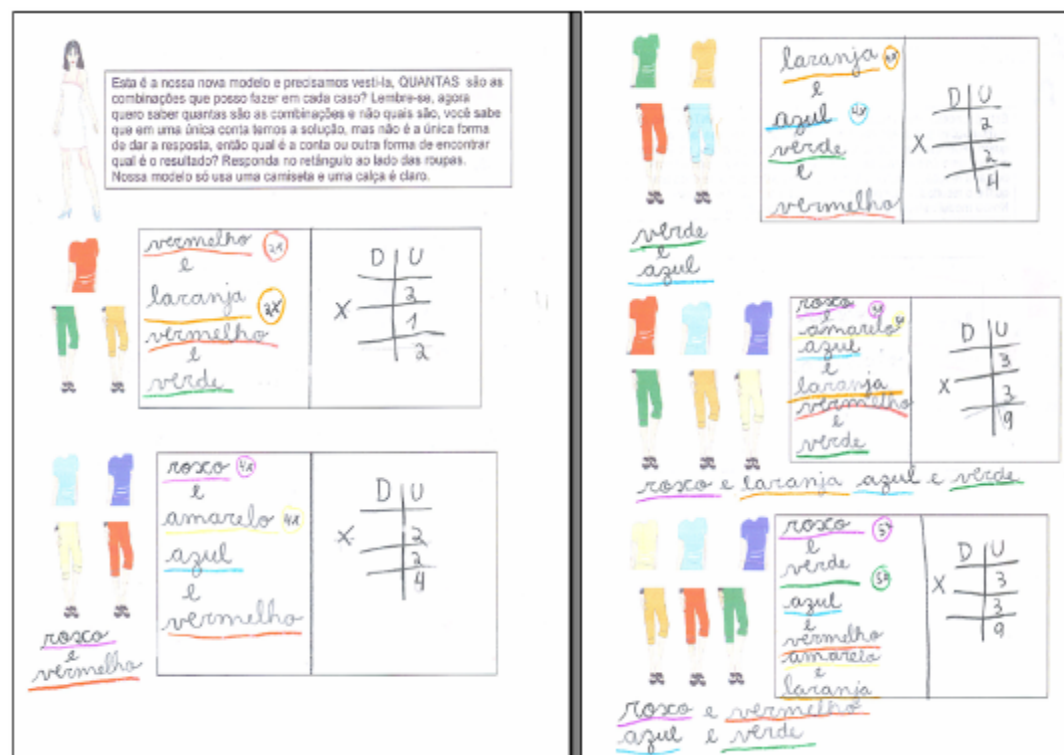


Figura 61 - Protocolo dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro das Combinações

3.4.2 Tabuleiro Cara ou Coroa

3.4.2.1 Concepção e Análise a priori

No quarto encontro, a atividade forneceu todas as representações dos quatro lançamentos das moedas, tendo as duplas que identificar qual o personagem a ser visitado. O Tabuleiro com suas peças imantadas poderão servir para a execução desta última atividade, contendo todos os caminhos para encontrar os personagens.

Portanto, neste encontro, são apresentadas situações onde o objetivo é relacionar os caminhos possíveis para cada amigo ou bichinho de estimação, utilizando-se do material manipulável conforme Figura 62.

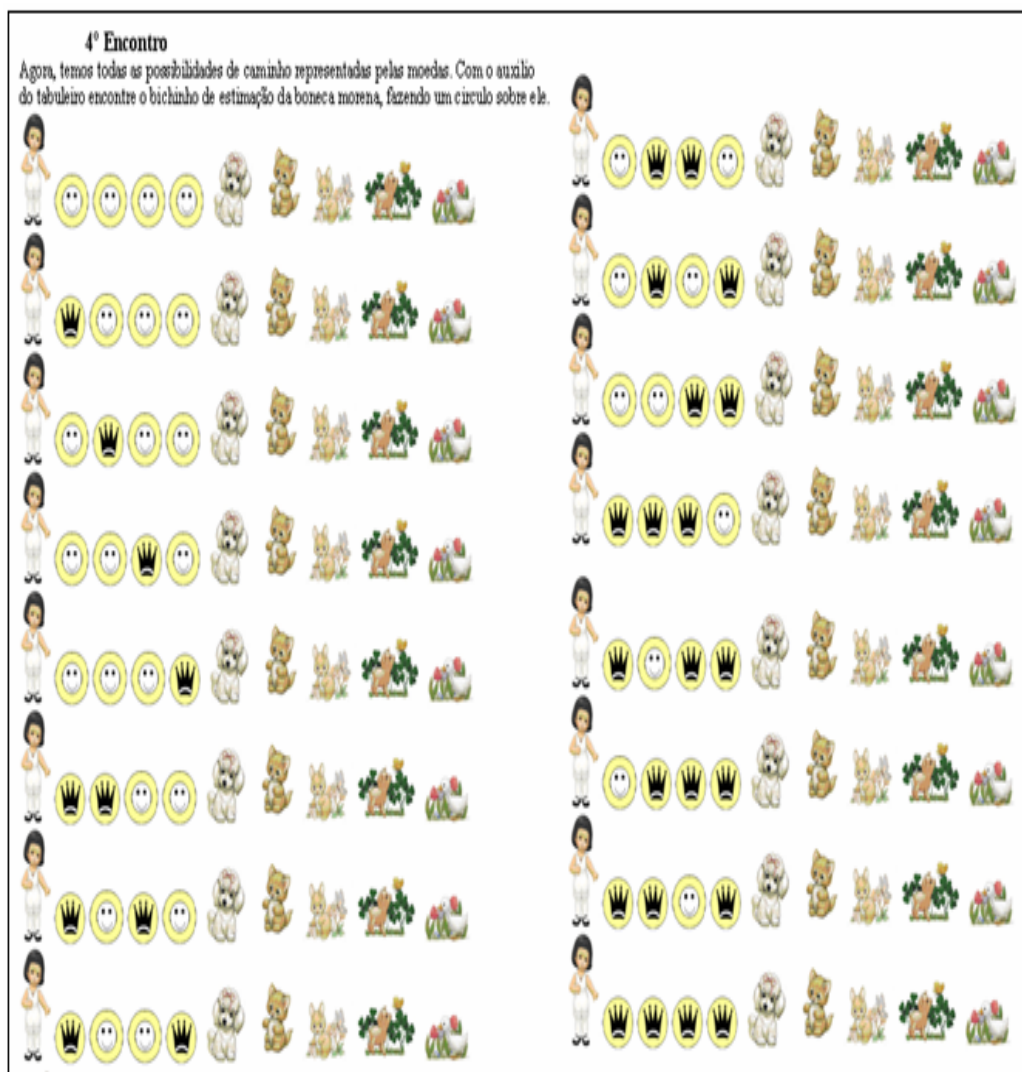


Figura 62 - Exemplo de Atividade - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Devido ao posicionamento dos personagens a serem visitados (na diagonal do Tabuleiro) e as duplas já estarem familiarizadas com o material manipulável, acredita-se que os alunos desenvolverão, no decorrer da atividade, critérios próprios e sigam um padrão para a obtenção da quantidade de visitas a cada personagem.

A representação dos registros do encontro deve ser simples, talvez uma marca em volta de seu amigo ou bichinho de estimação. Com todos os lançamentos já representados na folha, esperamos favorecer o encontro do amigo ou bichinho de estimação. É por meio desta representação que se espera obter o número de encontros (um – quatro – seis – quatro – um) relacionados ao posicionamento dos amigos ou bichinhos de estimação. Pretende-se observar se as duplas continuam a fazer uso do Tabuleiro Cara ou Coroa e se, ainda como investigação, obtenha-se uma possível construção da árvore de possibilidades.

3.4.2.2 Experimentação

Ao entrarmos na sala neste último encontro, as duplas se encaminharam para as mesas correspondentes aos seus Tabuleiros e ao receber a tarefa do encontro, após uma leitura em grupo e pequenos comentários, começaram os primeiros registros com o auxílio das moedas imantadas do Tabuleiro, exibidas nas Figuras 63 e 64.



Figura 63 - Os Caminhos com o auxílio dos materiais manipuláveis - 4º encontro Tabuleiro Cara ou Coroa



Figura 64 - O registro do encontro dos amigos - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

Como na atividade proposta, já estavam registrados desenhos de moedas como as do Tabuleiro e com a sequência dos quatro lançamentos obtidos, o registro do encontro, por parte das duplas, ocorreu sem dificuldades, pelo fato de os alunos já estarem habituados ao uso do material manipulável e mostrar habilidade no seu manuseio.

Com o decorrer da atividade, uma dupla apresentou a folha de atividade com todas as suas respostas já definidas. Ao fazer a verificação dos resultados obtidos, a socialização do processo aplicado por esta dupla difundiu-se entre eles. O uso constante das moedas imantadas no decorrer de todos os encontros sugeriu, nesta última, o uso dos próprios dedos, por um componente da dupla, para mostrar o sentido a ser seguido chegando assim ao encontro do personagem procurado. Os quatro desenhos da moeda eram apresentados pelo outro componente da dupla, ou seja, utilizando o Tabuleiro em paralelo com a folha de atividade (Figura 65).



Figura 65 - O uso dos próprios dedos - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

3.4.2.3 Análise a posteriori

Neste último encontro, além de serem encontrados todos os personagens e os caminhos para chegar a cada amigo ou bichinho, as duplas mostraram mais uma vez a segurança nos conceitos adquiridos no encontro anterior, quando o número de lançamentos da moeda estava relacionado ao o número de caminhos possíveis.

Nossa expectativa de que ainda pudesse haver certa dificuldade foi deixada de lado, pois a solução da atividade por completo veio após alguns minutos da entrega da folha de atividade. A percepção visual dos alunos da globalidade superou as expectativas e com o uso do Tabuleiro, as respostas foram aparecendo naturalmente.

Com relação às perguntas feitas durante o desenvolvimento do trabalho, tais como: Quais os resultados possíveis ao se jogar uma moeda? Cara ou coroa; cara e coroa (esta resposta abriu um leque de discussão com frutos positivos para o futuro dessa criançada). Qual é a chance de sair cara ou coroa? Igual; metade; tem que jogar muito para saber; etc. Qual personagem pode receber visita mais vezes? O do meio, porque tem mais caminhos? As respostas foram sempre simples e objetivas.

As compreensões dos movimentos desenvolvidos e comparados com situações vividas pelas duplas mostraram que o material manipulável facilitou a

compreensão da situação proposta e que o trabalho se completa com a interação das duplas pois, enquanto um faz a leitura do lançamento o outro segue a orientação pelo Tabuleiro atingindo o objetivo final.

Segundo Carvalho (2001), trabalhar em dupla cria a oportunidade de ampliar os momentos de apropriação do conhecimento matemático. O trabalho em dupla constitui uma das hipóteses possíveis para que se alcance os objetivos pretendidos no ensino básico. Os registros da Figuras 66 e 67 mostram atividades apresentadas pelas duplas feminina e masculina, respectivamente.

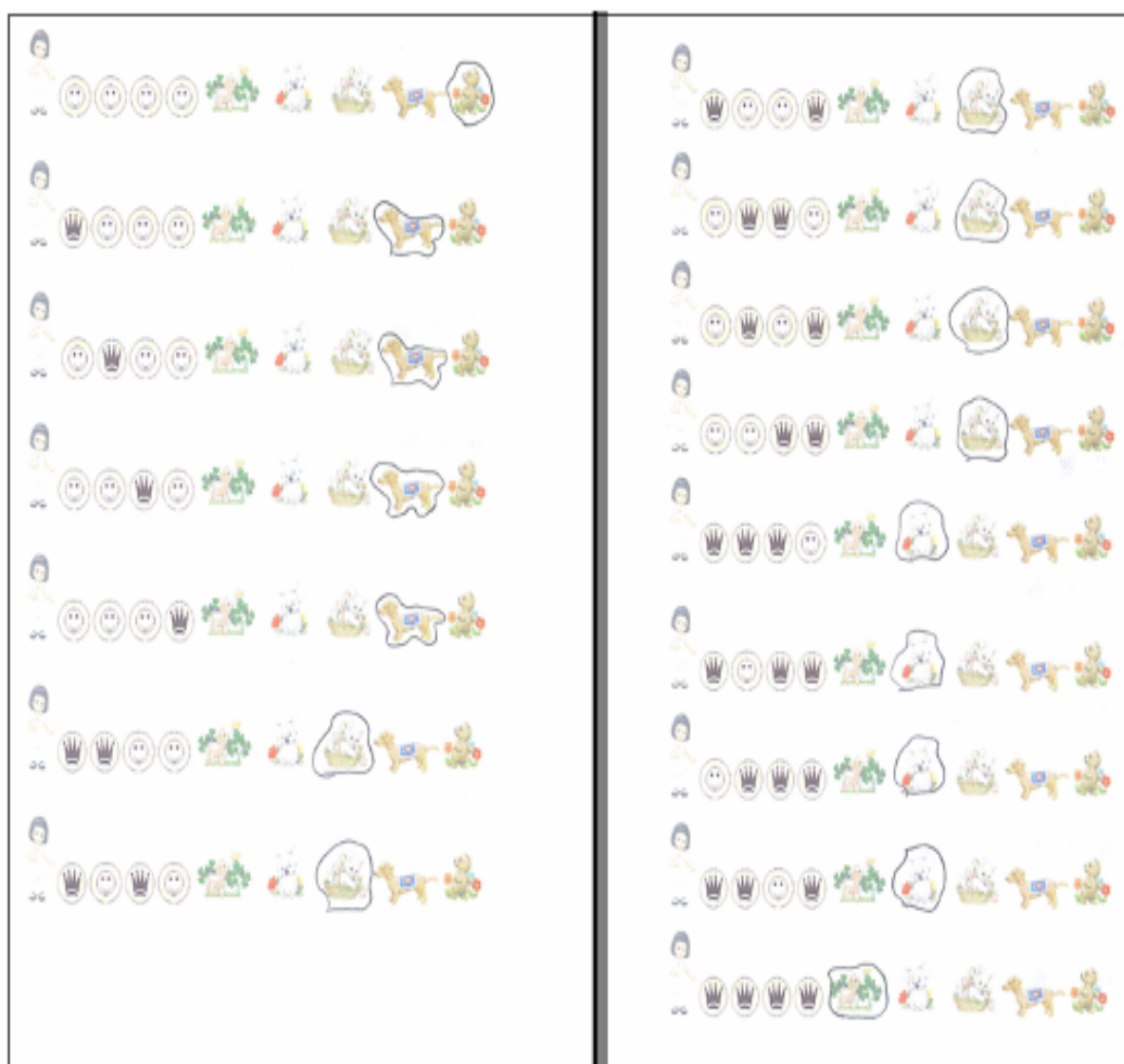


Figura 66 - Protocolo da - dupla feminina - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa



Figura 67 - Protocolo da - dupla masculina - 4º encontro - Tabuleiro Cara ou Coroa

O registro desta ultima atividade mostra que por meio das informações apresentadas as duplas, as formas de registros e os conceitos adquiridos e aplicados no decorrer dos encontros, proporcionou a apresentação de uma solução simples e objetiva para a atividade proposta às duplas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, estudamos a aquisição dos primeiros passos para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, com crianças entre sete e oito anos de idade, cursando o primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Cientes de nossa condição, não pretendemos concluir esta pesquisa, mas rever os resultados a que chegamos e apontar algumas perspectivas, tendo em vista as experiências nela vivenciadas. Tampouco generalizarmos os resultados aqui encontrados, que valem para o grupo pesquisado, mas que podem sugerir novos estudos.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, observamos, na riqueza das pequenas experiências vividas, como a do crescimento de pés de feijão, a possibilidade de introduzir noções básicas com crianças dessa faixa etária. A metodologia de pesquisa utilizada nos permitiu ter uma idéia de como a Análise Combinatória é tratada no ensino atual, por meio dos documentos e publicações, relacionando nossa experiência com essas realidades.

No que se refere ao conceito de Campo Conceitual (Vergnaud, 1988), destacamos, em nosso trabalho, dois momentos: o primeiro, na formulação da seqüência de ensino, quando pensamos em criar encontros que possibilitassem a apropriação do objeto em estudo por meio do desenvolvimento de concepções e competências próprias dos alunos; o segundo, quando julgamos importante observar e analisar as atitudes procedimentais dos alunos nas resoluções das situações propostas. Para Vergnaud (1988), o campo Conceitual das estruturas multiplicativas consiste em todas as situações que podem ser analisadas como problemas simples, ou de múltiplas proporções, ou ainda, os que precisam normalmente multiplicar ou dividir; nele, as relações entre as situações, os invariantes (objetos, propriedades e relações) e as representações simbólicas dão sentido ao conceito.

Segundo Duval (1993), quando os alunos coordenam as soluções das atividades utilizando diferentes registros de representação semiótica é sinal que eles

estão se apropriando do objeto matemático em estudo. O autor salienta, ainda, que não podemos reduzir a utilização das representações semióticas apenas para a função de expressão, porque as representações atendem a quatro funções cognitivas do pensamento: comunicação, tratamento, objetivação e identificação; as três primeiras são importantes e indispensáveis para o funcionamento cognitivo e a quarta destina-se ao tratamento da informação, sendo que todas auxiliam no processo de educação matemática. Segundo Buehring (2006),

[...] o interesse pelo conhecimento da existência deste mundo das representações semióticas não se dá, tão somente, pela possibilidade de entendimento cognitivo para a aprendizagem matemática, mas pelas funções cognitivas que estas representações preenchem e que, portanto, auxiliam no processo da educação matemática. (FLORES, MORETTI - apud BUEHRING, p. 38, 2006).

Na busca de relacionarmos e entendermos o sistema educacional brasileiro para o primeiro ciclo do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao estudo combinatório, recorremos ao que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (1997, volume 3, Matemática) e constatamos que o documento ressalta a leitura e interpretações de situações de contagem direta e o uso de representações, mas, o bloco que se refere ao Tratamento da Informação apresenta poucas referências quanto à idéia de combinatória. Segundo o próprio documento, o referido bloco poderia estar incorporado aos demais, mas ganhou destaque devido à crescente demanda social.

O embasamento teórico e metodológico permitiu o acompanhamento das ações dos alunos e acertos durante a fase experimental, ocorrendo uma comunicação direta entre a teoria e a prática, evidenciada pela sequência de atividades fazendo uso de materiais manipuláveis e valendo-se do trabalho em duplas.

A intimidade que as duplas, aos poucos, foram adquirindo com os Tabuleiros do material manipulável construído, nos permitiu confirmar a possibilidade de introduzir os primeiros passos para o desenvolvimento do raciocínio combinatório com crianças da referida faixa etária. A forma de trabalho adotada contribuiu para que os alunos explorassem habilidades de leitura e escrita, comumente adquiridas nesse período, mas, também, de atenção, organização, análise e interpretação de

resultados, que podem favorecer um melhor entendimento da realidade em que estão inseridos.

A realização dos encontros, com as atividades apresentadas em duas versões de Tabuleiros: das Combinações e Cara ou Coroa, sendo que no primeiro, as duplas tinham como tarefa principal combinar as peças de roupas e no segundo, encontrar caminhos para chegar a um amigo ou bichinho de estimação em um quadriculado, possibilitou o tratamento e conversão de diferentes tipos de registros de representação, a saber, linguagem natural, desenho e numérico, importantes, segundo Duval (1993), para a aquisição de novos conhecimentos.

Tais comentários nos permitem concluir que nossa principal questão de pesquisa, qual seja, *“É possível criar situações que possibilitem a introdução de noções iniciais que favoreçam o desenvolvimento da Análise Combinatória direcionadas a crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental?”*, está respondida e de modo afirmativo; não só podemos concluir que é possível, mas nosso estudo sugere caminhos que podem ser seguidos e certamente melhorados para que os objetivos sejam alcançados. Acreditamos, ainda, que as idéias aqui apresentadas podem ser adaptadas para diferentes níveis de ensino.

Dificuldades existiram, mas elas podem ser minimizadas considerando os estudos aqui apresentados. Destacamos a importância, pelo menos com as crianças que participaram de nossa experimentação, de se fazer a leitura da atividade junto com elas e, aos poucos, estimulá-las a desenvolver habilidades de leitura e interpretação, tão importantes para a formação de um cidadão consciente. Nossa inexperiência não nos permitiu prever tal fato, mas, a ajuda das observadoras, acostumadas a lidar com crianças da faixa etária em questão, orientou nossa mudança de atitude a tempo de não comprometer o desenvolvimento do trabalho.

Outro aspecto a ser salientado é a importância de se dar liberdade para as crianças buscarem suas próprias estratégias na resolução das atividades propostas. Embora tenhamos previsto algumas possibilidades de ação e conduta na realização das tarefas, as crianças nos surpreenderam; por exemplo, o abandono do uso das moedas e sua substituição, indicando com os dedinhos os caminhos possíveis para

se chegar aos bichinhos de estimação ou amigos visados, ou ainda, a passagem da contagem valendo-se do princípio aditivo para o multiplicativo, quando da combinação das peças de roupas, quando questionados sobre o aumento das peças, sem falar na percepção de que os amigos mais próximos em linha reta, teriam mais caminhos que os mais distantes e a obtenção dos valores do Binômio de Newton, de forma natural e espontânea, mesmo quando indagados a respeito da ampliação da atividade para mais amigos ou bichinhos.

Em nossa pesquisa pudemos constatar, ainda, que o material manipulável associado ao trabalho em duplas possibilitou o uso da contagem de um em um elemento até a obtenção do resultado solicitado, uma vez que as peças imantadas representavam uma unidade: vestimenta ou lançamento de moeda. Posteriormente, tal estratégia foi transferida ao contexto do papel e lápis colorido, por meio de desenhos e pinturas. Essas situações se relacionam com a teoria dos Campos Conceituais, ao considerarmos que o processo de formação do conceito requer situações que envolvam vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas conectadas entre si.

Há indícios de que a associação da intervenção de ensino, com o trabalho em duplas e com os materiais manipuláveis possibilitou tanto a abstração necessária ao conhecimento visado, como o desenvolvimento das relações sociais entre as duplas e perante o grupo; as trocas de informações e a divisão do trabalho pelos componentes de cada dupla, favorecida pelos materiais manipuláveis, ou seja, um completando e auxiliando o outro objetivando a realização da atividade, além das relações entre duplas, que não pudemos controlar e no momento achamos que não deveríamos interferir, foram indispensáveis para que nosso estudo pudesse ser levado a cabo com relativo sucesso, no tempo disponível.

Assim, nossa questão de pesquisa secundária, qual seja: *“O uso do material manipulável favorece a introdução do raciocínio combinatório para crianças desse ciclo de ensino?”*, tem, em nosso estudo, indicações de que o uso de material manipulável teve papel fundamental ao propiciar o desenvolvimento de estratégias para a resolução das situações propostas. Acrescentamos, ainda, que nossa

hipótese de que o trabalho em duplas, nos tipos de atividades concebidas, pudesse colaborar com a obtenção dos resultados pretendidos tenha sido validada.

Acreditamos que a limitação dos encontros, devida à imposição da escola do tempo disponibilizado para nossa pesquisa, que acarretou no desenvolvimento dos dois tipos de atividade simultaneamente e com diferentes grupos de estudantes, não tenha comprometido nosso estudo, embora o tenha limitado no que se referem à possível coordenação dos dois tipos de atividades e seus resultados, que certamente é uma indicação de futuros estudos.

Podemos, então, inferir que nosso estudo tenha alcançado os objetivos visados, quais sejam, o desenvolvimento, aplicação e análise de uma seqüência de atividades voltada a crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, valendo-se do trabalho em duplas e fazendo uso de materiais manipuláveis, por nós construídos, visando à introdução de noções de contagem que possam favorecer o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Por fim, esperamos dar continuidade à pesquisa que aqui iniciamos, com novas investigações e divulgando nossos estudos, pois, segundo COSTA (2003), o professor do Ensino Fundamental não conhece o objeto matemático, Análise Combinatória, o suficiente para que possa ensiná-lo; acrescentaria eu: será que o professor do Ensino Médio tem tal conhecimento? E os professores em formação inicial ou continuada, será que estão sendo orientados adequadamente em relação a esse objeto matemático e ao modo de abordá-lo? As orientações dos livros didáticos e dos documentos oficiais favorecem tal orientação? Afinal, são eles os grandes norteadores do desenvolvimento do ensino básico no Brasil.

REFERÊNCIAS

BITTAR, M. *A noção de vetor no ensino secundário francês: um exemplo de metodologia de pesquisa em didática da matemática*. Anais da 22ª reunião da Anped, 1999.

BRASIL. Deliberação CEE nº 61/2006. *Fixa normas sobre a implantação do Ensino Fundamental de 09 anos no Sistema de Ensino do Estado de São Paulo*. 12/112006. Disponível em: <<http://www.sieeesp.org.br/legislacoes/43/detalhe/>> Acesso em: 14 abr. 2007

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática*. Brasília: MEC./SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivo/pdf/livro03.pdf>> Acesso em: 29 abr. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Departamento de Políticas de Educação Infantil e Ensino Fundamental, Coordenação Geral Do Ensino Fundamental de Nove Anos, Orientações Gerais. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivo/pdf/9anosrelat.pdf> >Acesso em 14 abr 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Guia do livro didático, Matemática*. 2007: series/anos iniciais do ensino fundamental. Brasília, Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Avalmat/pnld2007_mat.pdf> Acesso em: 14 abr. 2007

BRUN, J., Didática das Matemáticas, Instituto Piaget – Horizontes Pedagógicos. Direitos reservados para a língua portuguesa, Instituto Piaget. Av. João Paulo II, lote 544, 2º - 1900-726 Lisboa (Didactique des Mathématiques, 1996)

BUEHRING, R. S. O tratamento da informação nos livros didáticos e a teoria dos registros de representação semiótica. *Reremat - Revista Eletrônica de Republicação em Educação Matemática*. UFSC, p. 24-32, 2005. Disponível em: http://w.w.w.redemat.mtm.ufsc.br/reremat/republic_03_artigo.PDF Acesso em 12 mai 2007

BUEHRING, R. S. *Uma análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representações semióticas*. 2006. 118f. Tese (Dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) Universidade Federal de Santa Catarina 2006.

CARVALHO, C., *Interação de Pares, Contributos para a promoção do desenvolvimento estatístico no 7º ano de escolaridade*. 2001. 628f. Tese (Doutorado em Psicologia da Educação) – Universidade de Lisboa 2001.

CAZORLA, I. M., SANTANA, E. R. S., *Tratamento da informação para o Ensino Fundamental e Médio*. Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica – 2006, Itabuna / Ilhéus - Bahia. Ed. Via Litterarum.

COLOMBO, J. A. A., MORETTI, M. T. *Registros de Representação Semiótica e Parâmetros Curriculares Nacionais: Interfaces Presentes e Possíveis* <
http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Resumos/CC86989073934R.doc> Acesso em: 12 mai 2007.

COSTA, C. A. da, *As concepções dos professores de matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental*. 2003. 150f. Tese (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP 2003.

DUVAL, R. *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pense*. Anales de Didactique et de Sciences Cognitives, vol. 5, p. 37 – 65, IREM de Strasbourg, 1993

DUVAL, R. *Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. p. 11 -33. in MACHADO, S. D. A. de (org) *Aprendizagem em matemática: Registro de representação*. Campinas, SP: Papirus, 2003.

ESTEVES, I., *Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do Ensino Fundamental*. 2001. 203f. Tese (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP 2001.

EUREKA NAS ENTRELINHAS, *Manuscrito milenar revela que Arquimedes fazia análise combinatória há 2.200 anos*, Jornal da Ciência 22/12/03. (Publicado no caderno *Mais!* do jornal *Folha de São Paulo* do dia 21 de dezembro). Disponível em: <<http://www.jornaldaciencia.org.br/>> Acesso em: 20 jul. 2007

GÉRARD, F. M. ; ROEGIERS, X. (1998). *Conceber e avaliar manuais escolares*. Porto, Porto Ed. <http://www.100megsfree4.com/gogators4/Index.html> > Acesso em: 3 mai. 2007

MIYASAKI, M. M., PASSOS, C. L. B., MALAGATTI, P. L. A. *Materiais Didáticos Despertam Interesse nas Aulas de Matemática?* . São Carlos 2003. Disponível em: <<http://www2.dm.ufscar.br/~darezzo/tb2003/melissamilitie.pdf>> Acesso em: 12 set. 2007

MOREIRA, M. A. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nessa área* Porto Alegre, RS 1996 <
http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol7/n1/v7_n1_a1.html> Acesso em 10 de mai. 2007

NACARATO, A. M., *Eu trabalho primeiro no concreto*, Revista de Educação Matemática, Volume 9, nº 9 e 10 2005. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/RevEdMatVol9.pdf>> Acesso em: 19 maio 2007.

NUNES, M. N. F., *Seqüências numéricas: Um estudo da convergência através de atitudes*. 2001. 126f. Tese (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) PUC – SP, 2001.

OREY, D. C., ROSA, M. *Algumas Considerações na Perspectiva Etnomatemática e Modelagem*. 2004. Disponível em: <<http://www.csus.edu/>> Acesso em: 16 agost. 2007

PAPER DOLL, *Quarto da Tralha: Bonecas de Papel*. Gail's paper dolls Disponível em: <<http://quartodatralha.blogspot.com/2005/04/bonecas-de-papel.html>> Acesso em 15 abr. 2007.

SILVA, A. F. da, KODAMA, H. M. Y. *Jogos no Ensino da Matemática*, II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA, 25 a 29 de outubro de 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf> > Acesso em: 2 jul.. 2007

SMOLE, K. S.; MONTEIRO, M. S. (*Material concreto: um bom aliado nas aulas de Matemática*) 17 de abril de 2006. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/> > Acesso em: 9 set. 2007

SNYDERS, G. Alunos Felizes. Reflexão sobre a alegria na escola a partir de textos literários. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1993; *Ensino Fundamental De Nove Anos, Orientações Gerais*; p. 14

SOUSA, C. M. S. G. ; FÁVERO, M. H., *Análise de uma situação de resolução de problemas de física, em situação de interlocução entre um especialista e um novato, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud* – 2001. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/> > Acesso em: 29 jul. 2007

TAVARES, C. S., BRITO F. R. M., *História da Análise Combinatória* FAFISETE/FEMM - Sete Lagoas, MG. Revista do Professor de Matemática 57, 2005

TÔRRES, P. L., *Campos Conceituais*, Competências Matemáticas De Jovens e Adultos em Processo de Alfabetização (UNB). 25º Reunião Anual da ANPEd, Caxambu (2002) Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/patriciaalimotorrest19.rtf>> Acesso em: 9 jul. 2007

VERGNAUD, G. *Teoria dos Campos Conceituais*. In: Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, v. 1, p. 1 – 26, 1993.

VERGNAUD, G. *Number Concepts and Operations in the Middles Grades. Multiplicative Structures* – Conceptual Fields, p. 142 – 161, 1988.

VERGNAUD, G. *Por onde começar o ensino de matemática?* Fórum Social pelas Aprendizagens – Porto Alegre, RS. Nº 4 p. 4 - 9: GEEMPA, 2006

VERGNAUD, G. *Epistemologia e Psicologia da Educação Matemática*. Mathematics and Cognition cap. 1, Trad. MAGINA, S., Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

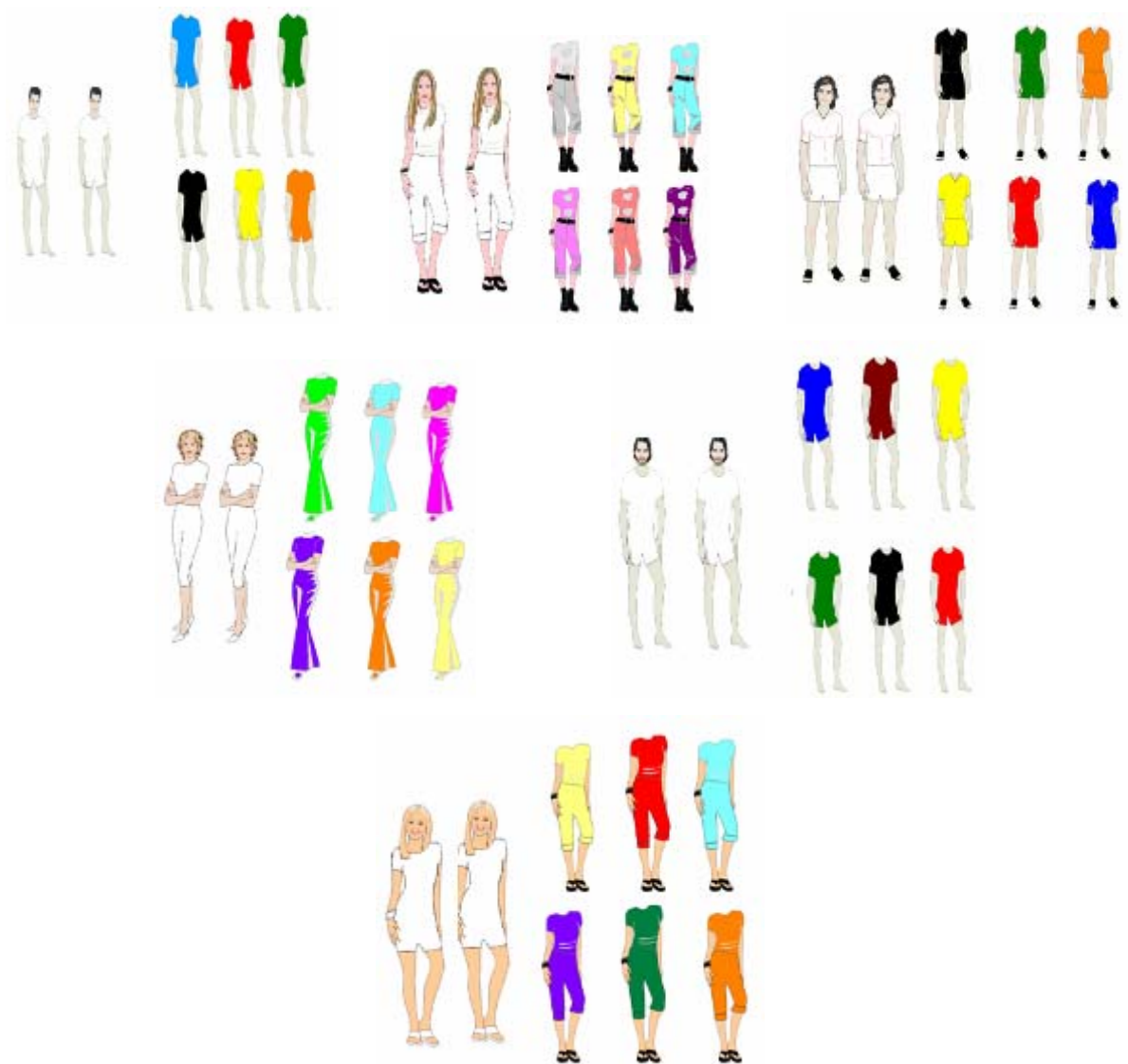
ZACHARIAS, V. L. C., "Psicología Educativa", en *De los grupos a la cooperación*, México, 1999, p.350.

ZAN, D. D. P. e, *Ensino fundamental de nove anos: a quem interessa?* 2005.
Disponível em: < <http://www.comciencia.br/>> Acesso em: 20 jun.. 2007

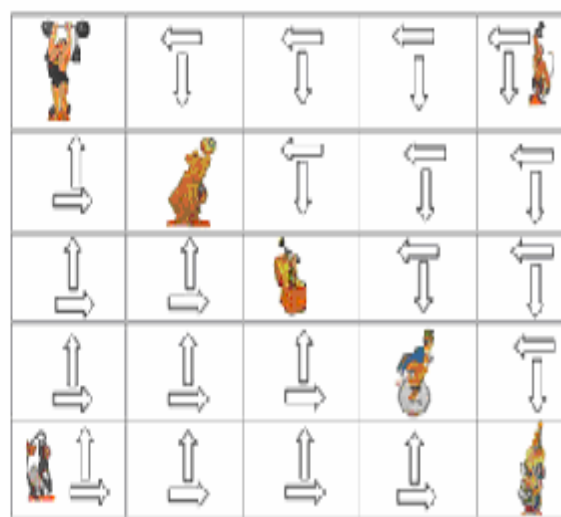
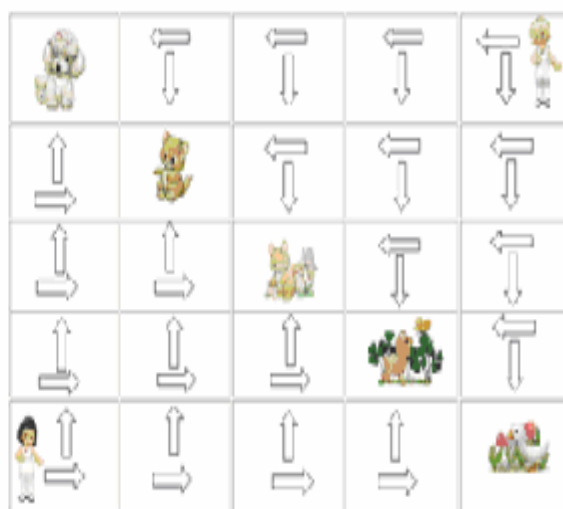
ANEXO A

OS TABULEIROS

TABULEIRO DAS COMBINAÇÕES



TABULEIRO CARA OU COROA



APÊNDICE A

NOVA LEI DE MUDANÇA DE SÉRIE PARA ANO

A Lei Federal n. 11.114, de maio de 2005, modifica a redação dos artigos 6º, 30º, 32º e 87º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB 9394/96), tornando obrigatória a matrícula das crianças, a partir dos seis anos de idade, no Ensino Fundamental e sua ampliação para nove anos de duração, Lei Federal 11.274 de fevereiro de 2006.

A cada idade corresponde uma forma de vida que tem valor, equilíbrio, coerência que merece ser respeitada e levada a sério; a cada idade correspondem problemas e conflitos reais [...] pois o tempo todo, ela (a criança) teve de enfrentar situações novas [...] Temos de incentivá-la a gostar da sua idade, a desfrutar do seu presente. (SNYDERS, 1993)

No Brasil, o número de anos de ensino obrigatório sofreu alterações; nos anos 60 a Lei 4024 de 1961 estabeleceu quatro anos de ensino obrigatório e pelo acordo de Punta Del Este e Santiago estabeleceu seis anos de duração para o ensino primário, fato que perdurou até 1970.

A partir de 1971, a Lei 5692 estabeleceu oito anos de ensino obrigatório. Em meados de 1996, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB 9394/96) que sinalizou para um ensino obrigatório de nove anos, com início aos seis anos de idade. O Ensino Fundamental de nove anos é um movimento mundial e, mesmo na América do Sul, são vários os países que o adotam.

A Lei nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001, aprovou o Plano Nacional de Educação (PNE); segundo ele as intenções com a implantação progressiva do Ensino Fundamental em nove anos foram:

Oferecer maiores oportunidades de aprendizagem no período da escolarização obrigatória e assegurar que, ingressando mais cedo no sistema de ensino, as crianças prossigam nos estudos, alcançando maior nível de escolaridade. (PNE, 2001, p. 13)

O PNE (2001) destacou também, que esta modificação requer planejamento e um direcionamento para o atendimento integral da criança em seu aspecto físico, psicológico, intelectual e social, além de metas para o aumento do atendimento, sem o comprometimento da qualidade. Essa qualidade implica assegurar um processo educativo respeitoso e construído com base nas dimensões e na especificidade da infância, da qual também fazem parte as crianças de sete e oito anos.

Uma justificativa para o Ensino Fundamental iniciar aos seis anos, segundo o Censo Demográfico 2000, é que 81,7% das crianças de seis anos estão na escola, sendo que 38,9% freqüentam a educação infantil, 13,6% as classes de alfabetização e 29,6% já estão no Ensino Fundamental. A pretensão segundo o Ministério da Educação é aumentar o número de crianças mais pobres incluídas no sistema educacional público, uma vez que, aquelas das classes média e alta já se encontram incorporadas ao sistema de ensino na pré-escola, ou na primeira série do Ensino Fundamental.

A adoção de um ensino obrigatório de nove anos iniciando aos seis anos de idade pode contribuir para uma mudança na estrutura e na cultura escolar, podendo possibilitar uma escolarização construtiva, embora não se trata de transferir para as crianças de seis anos os conteúdos tradicionais da primeira série. Para isso, basta conceber uma nova estrutura de organização em um Ensino Fundamental de nove anos, observando o perfil dos alunos e assegurar a todos, um tempo maior de convívio escolar, tendo melhores oportunidades de uma aprendizagem mais ampla.

Passado o período de discussões, duas Leis Federais alteraram a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional para instituir a obrigatoriedade da matrícula no Ensino Fundamental aos seis anos de idade (Lei n.º 11.114, de 16 de maio de 2005) e a ampliação deste nível de ensino para nove anos de duração (Lei n 11.274 de 5 de fevereiro de 2006). Os reflexos de tal alteração foram sentidos diretamente pelas Administrações Públicas, pois a incumbência constitucional de atender ao Ensino Fundamental ficara sob a responsabilidade destas administrações e, conseqüentemente, também com o aumento de despesas decorrentes das modificações legais impostas. A situação pressupõe a abertura de novas turmas, aquisição de material didático em quantidade suficiente e adequada aos novos

alunos, disponibilidade de espaços físicos e de recursos humanos aptos à execução das atividades propostas.

Dentro das orientações para a implementação do Ensino Fundamental de nove anos, divulgados pelo Ministério da Educação, consta a não obrigatoriedade de frequência na educação infantil, como sendo uma das razões para se inserir as crianças com 6 anos no Ensino Fundamental, este sim com caráter de obrigatoriedade.

Vale ressaltar que, segundo Arelaro (2005, apud Zan, 2005), tais mudanças não foram discutidas sequer pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), e obviamente nem por professores e pela comunidade escolar. Essa estratégia reafirma o que Arroyo (1999; apud Zan, 2005) aponta como um estilo próprio das políticas oficiais para a educação no Brasil, ou seja:

[...] acreditar que a inovação só pode vir do alto, de fora das instituições escolares, feita e pensada para elas e para seus profissionais, para que estes troquem por novos, como trocam de camisa ou blusa, velhas fórmulas, currículos, processos e práticas (ARROYO, 1999 apud Zan, 2005, p. 134).

Deliberação CEE nº 61/2006 data 2006-12-11

Fixa normas sobre a implantação do Ensino Fundamental de 09 anos no Sistema de Ensino do Estado de São Paulo

O Conselho Estadual de Educação, no uso de suas atribuições previstas na Lei Estadual nº 10.403, de 06 de julho de 1971, em conformidade com o disposto na Lei Federal nº 11.274, de 06 de fevereiro de 2006, que altera a redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei Federal nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996, na Resolução CNE/CEB nº 03, de 03 de agosto de 2005, e na Indicação CEE nº 63/2006, Delibera:

Art. 1º - O Ensino Fundamental com 09 (nove) anos de duração, a ser implantado em todos os sistemas de ensino, será organizado em duas etapas: cinco anos iniciais e quatro anos finais.

Art. 2º - O cumprimento da obrigatoriedade da matrícula e frequência à escola de toda a criança a partir dos 06 (seis) anos e da ampliação da duração do Ensino Fundamental para 09 (nove) anos, nos sistemas de ensino, obedecerá às normas contidas na presente Deliberação.

Art. 3º - A implantação da antecipação de escolaridade a partir dos seis anos de idade, a se efetivar obrigatoriamente associada à reorganização do Ensino Fundamental de 09 anos, poderá ocorrer imediatamente ou de forma progressiva, impreterivelmente até 2010. Parágrafo único - a importância de colaboração entre os sistemas estadual e municipal de ensino na implantação de que trata o caput deste artigo deverá assegurar: 1. igualdade de condições de acesso a um ensino de qualidade e de efetiva permanência dos alunos nas escolas, com aprendizagens bem sucedidas; 2. diferentes adequações nos âmbitos administrativo e pedagógico, relativas ao funcionamento concomitante de propostas pedagógicas do Ensino Fundamental, estruturado em oito séries ou em nove anos nas instituições escolares.

Art. 4º - A implantação do Ensino Fundamental, nesta conformidade, far-se-á com o acréscimo de um ano no início desse nível de ensino, com os 05 anos iniciais destinados à faixa etária de 06 a 10 anos de idade e, os 04 anos finais à faixa etária de 11 a 14 anos.

Art. 5º - Terão direito à matrícula no 1º ano do Ensino Fundamental, as crianças com 06 (seis) anos completados até 31 de dezembro do ano anterior ao ingresso. § 1º - o ingressante com sete anos completos ou mais, que tenha ou não freqüentado a educação infantil, poderá ser matriculado no 2º ano do Ensino Fundamental de 9 anos, atentando-se, neste caso, para as eventuais necessidades e/ou dificuldades apresentadas pelo aluno, de forma a assegurar que as atividades e os conhecimentos propostos concorram para aprendizagens bem sucedidas. § 2º - Admite-se a possibilidade de acesso ao Ensino Fundamental de crianças com seis anos incompletos se prevista nos Regimentos Escolares e mediante a avaliação da equipe técnico-pedagógica da Instituição.

Art. 6º - A implantação do Ensino Fundamental de nove anos implicará, dentre outras medidas: I - a reorganização curricular e pedagógica de toda a estrutura desse nível de ensino, materiais didáticos, mobiliários, equipamentos, recursos tecnológicos e acervos bibliográficos; II - a organização dos tempos e no redimensionamento dos espaços e ambientes escolares, em especial, àqueles que, sendo compatíveis para crianças de seis anos, garantam-lhes continuidade do contexto sócio afetivo e de aprendizagens anteriormente vivenciadas; III - a

adequação quanto às formas de gestão pedagógica; IV - a manutenção do docente sempre que possível com o mesmo grupo - classe na etapa destinada ao processo de alfabetização; V - o aumento do tempo de permanência diária da criança na escola com atividades que visem ao atendimento às dificuldades específicas de aprendizagem, ao convívio social, às artes, às novas tecnologias e aos esportes; VI - o estabelecimento de programas de formação continuada de professores e demais profissionais, privilegiando a especificidade do docente que irá atender os alunos nos anos iniciais.

Art. 7º - na elaboração da proposta pedagógica, a equipe escolar deverá atentar para a necessidade: I - de articulação entre as demandas e as características da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, procurando prever mecanismos de interação entre a família, a escola e a comunidade e de modo que não haja prejuízo da oferta de Educação Infantil e seja preservada sua identidade pedagógica; II - da preservação do "continuum" formativo que se estende ao longo dos nove anos, mediante à aquisição de conhecimentos contextualizados, habilidades e atitudes que atendam às especificidades da segunda infância e aquelas que caracterizam o desenvolvimento da adolescência; III - da qualificação didática e flexibilidade dos tempos escolares, especialmente no período destinado à alfabetização, sem perder de vista o cumprimento da carga horária mínima anual de oitocentas horas e o mínimo de duzentos dias de efetivo trabalho escolar; IV - da readequação da organização escolar vigente, assegurando mecanismos de avaliação contínua e de recuperação que busquem continuamente a permanência do aluno no grupo idade-ano.

Art. 8º - na fase de transição, a transferência de alunos entre escolas com cursos de Ensino Fundamental organizada sob critérios diferentes, far-se-á baseada na aplicação da correspondência existente entre a idade do aluno, a série ou o ano cursado e o ano ou a série a ser cursada.

Art. 9º - A adoção do mecanismo de reclassificação, quando aplicado no processo de transferência de alunos de cursos de Ensino Fundamental estruturados em oito séries ou em nove anos, não pode ser realizada com o propósito de se obter avanços ou retrocessos, mas ajustes entre projetos educacionais diferentes.

Art. 10 - Os documentos escolares deverão conter as ocorrências curriculares vivenciadas pelo aluno em seu percurso formativo, mediante registro indicativo dos atos normativos federais, estaduais e municipais que tenham amparados a regularidade de seu processo de escolarização.

Art. 11 - As instituições escolares, à medida que adotarem o Ensino Fundamental de 9 anos, deverão proceder aos devidos ajustes ou reformulação dos respectivos Regimentos Escolares, encaminhando-os ao órgão competente para aprovação até 31 de dezembro do ano anterior da implantação.

Art. 12 - As instituições escolares que tenham implantado o Ensino Fundamental de 9 anos em 2006, e as que a implantarem em 2007, excepcionalmente, enviarão até 31-03-07 as alterações regimentais aos órgãos competentes. Parágrafo único: As instituições escolares que implantaram o Ensino Fundamental de 09 anos em 2006, e procederam às adequações necessárias expedirão o certificado de conclusão correspondente ao do Ensino Fundamental de 09 anos, indicando, em seu verso, a fundamentação legal que o ampara.

Art. 13 - Esta Deliberação entra em vigor na data da publicação de sua homologação, revogando-se as disposições em contrário. Deliberação Plenária O Conselho Estadual de Educação aprova, por unanimidade, a presente Deliberação. Sala "Carlos Pasquale", em 29 de novembro de 2006. Pedro Salomão José Kassab – Presidente

APÊNDICE B

CARTA À ESCOLA



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia
Faculdade de Matemática, Física e Tecnologia

São Paulo, 25 de junho de 2007.

Caro diretor do Colégio Santo Ivo

Venho, por meio desta, solicitar sua autorização para a realização de minha pesquisa do curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC-SP no Colégio Santo Ivo.

A programação está prevista para o mês de agosto e necessitaremos de quatro encontros terá duração de hora e meia cada encontro, com duas turmas de 2º ano e 3ºano do Ensino Fundamental I. Todo o material de apoio será apresentado pelo professor.

Contando com sua valiosa colaboração, agradeço antecipadamente,

Celso Pedrosa Filho

APÊNDICE C

CARTA AOS PAIS



Colégio Santo Ivo

Educação Infantil - Ensino Fundamental - Ensino Médio
Sede: Rua Duarte da Costa, 1246 - City Lapa - 05080-000 - São Paulo - SP

Unidade em extensão : Praça Nossa Senhora do Ó, 26 – Alto da Lapa - 05085-110

Fone: 3837-0566 (tronco chave) - Ffax: 3834-9450

e-mail: info@santoivo.com.br <http://www.santoivo.com.br>

Prezados Pais dos alunos do 2º ano A e 3º ano A,

Com o objetivo de conceber e analisar novas estratégias de ensino a fim de aprimorar a aprendizagem, no que se refere às primeiras idéias sobre análise combinatória, o professor Celso Pedrosa Filho (matemática – E.F.II) convida os alunos do 2º ano a e 3º ano a para a participação de um projeto de atividades sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório, através de material manipulável no mês de agosto.

Este trabalho é parte integrante da pesquisa de Mestrado Profissional desenvolvida pelo Prof. Celso, no Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática pela PUC.-SP.

A atividade não é obrigatória, porem de extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. É destinado aos alunos que tiverem interesse e disponibilidade para participarem dos encontros que acontecerão no período da tarde, em todas as 3ª feiras a partir das 14 horas no mês de agosto.

As atividades serão desenvolvidas em sala de aula pelo Prof. Celso e acompanhadas pela Coordenadora Hidely e pela Orientadora Educacional Isolda.

Contamos com a participação de todos!

A direção.

Autorização – Projeto Analise Combinatória

Autorizo meu (minha) filho (a) _____ a participar das atividades de Matemática, no período da tarde, conforme calendário pré-estabelecido.

Assinatura do pai ou responsável

S.P. ____ / ____ / 2007

APÊNDICE D

AUTORIZAÇÃO

São Paulo, 30 de outubro de 2007

Senhores pais

No decorrer desse ano, junto com os alunos do primeiro ciclo, foi por mim, Celso Pedrosa Filho, professor de Matemática do Ensino Fundamental II, desenvolvido um projeto experimental com uma atividade piloto no primeiro semestre e em quatro encontros no segundo semestre, tendo sido fotografado alguns momentos dos encontros com os alunos, com o objetivo de ilustrar o trabalho desenvolvido.

Por este motivo, peço autorização para a publicação de fotos de seu filho(a), na Tese de Mestrado que estou desenvolvendo, com o título “Uma Experiência no Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório no Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental”.

Atenciosamente

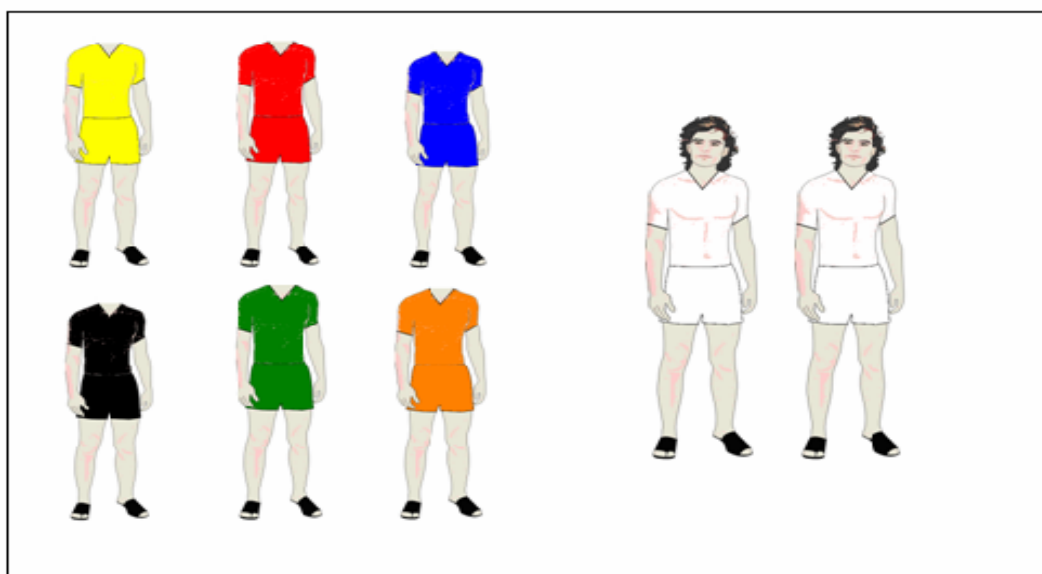
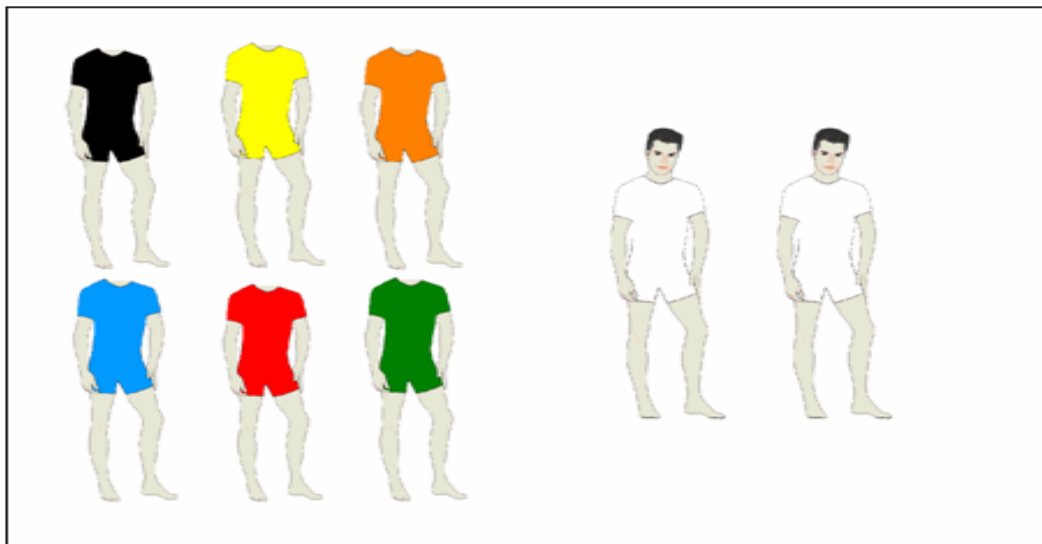
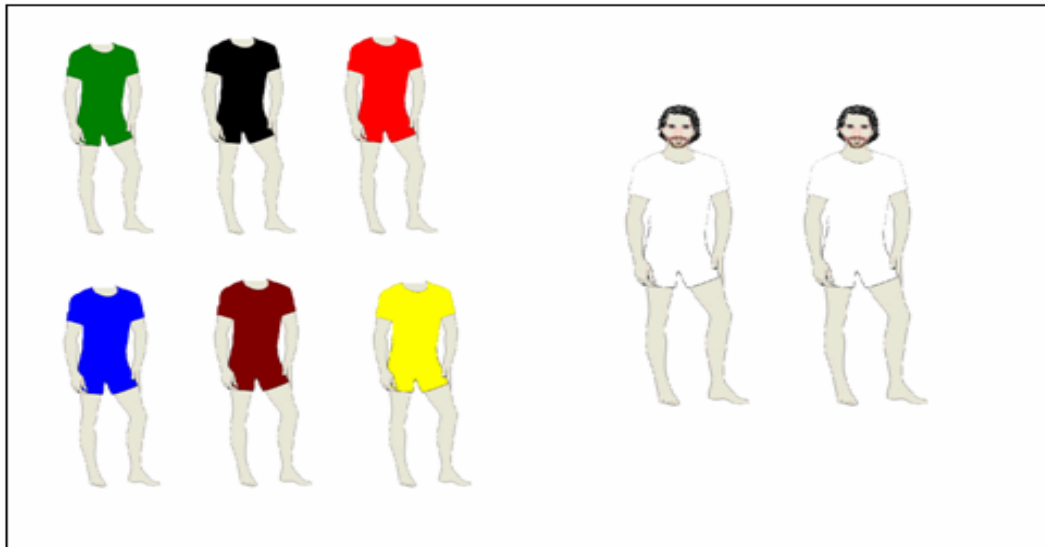
Celso Pedrosa Filho

Autorizo a publicação de fotos de meu filho(a), _____, na Tese de Mestrado do professor Celso Pedrosa Filho, com o título “Uma Experiência no Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório no Primeiro Ciclo do Ensino Fundamental”.

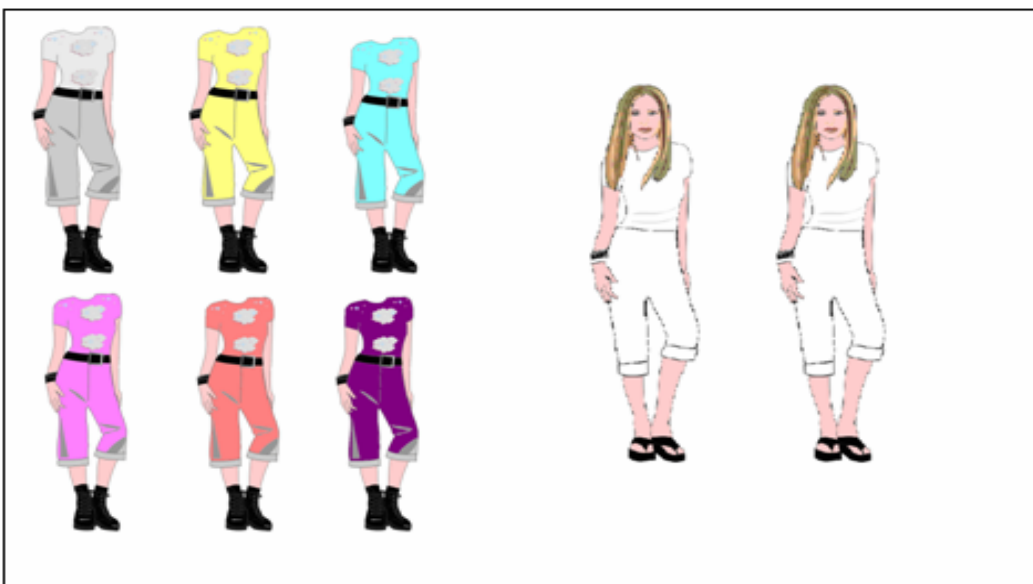
Pais ou Responsáveis

ATIVIDADES

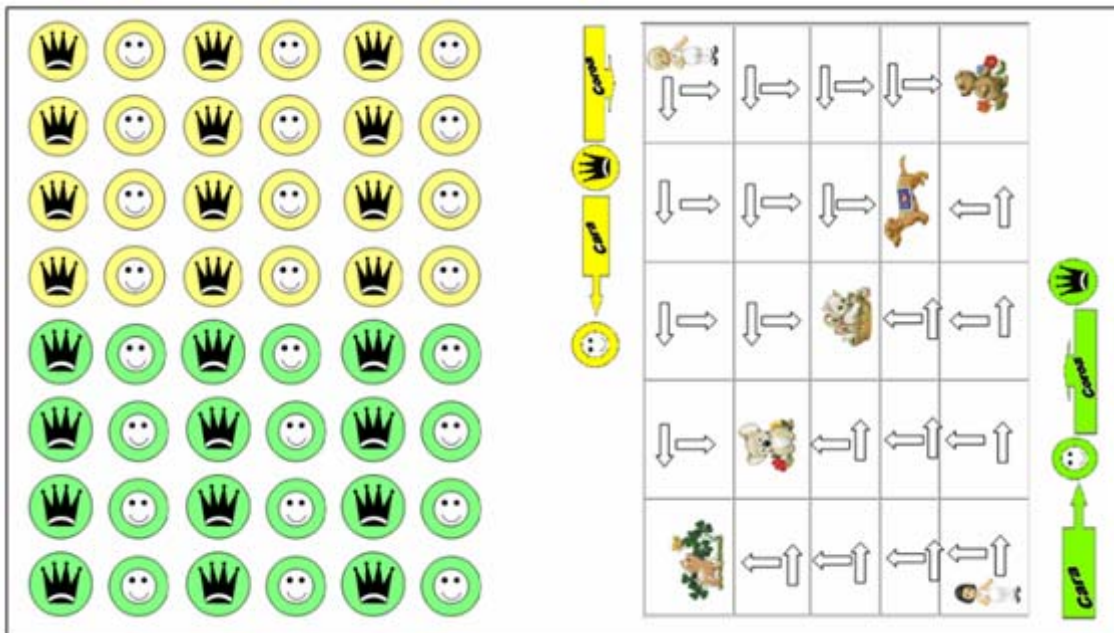
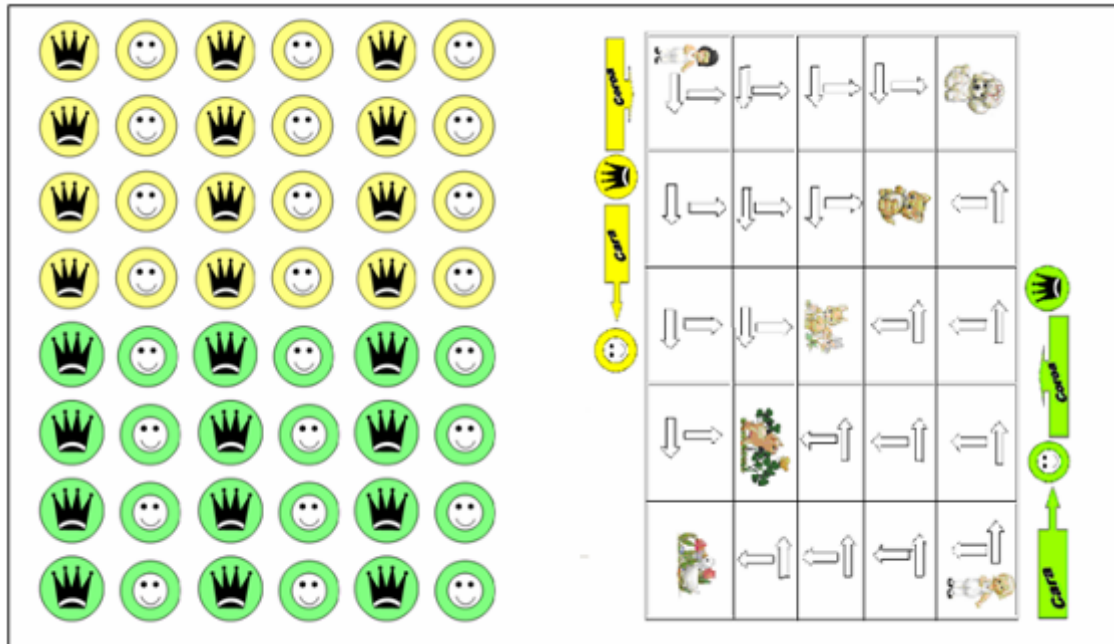
TABULEIRO DAS COMBINAÇÕES MENINOS



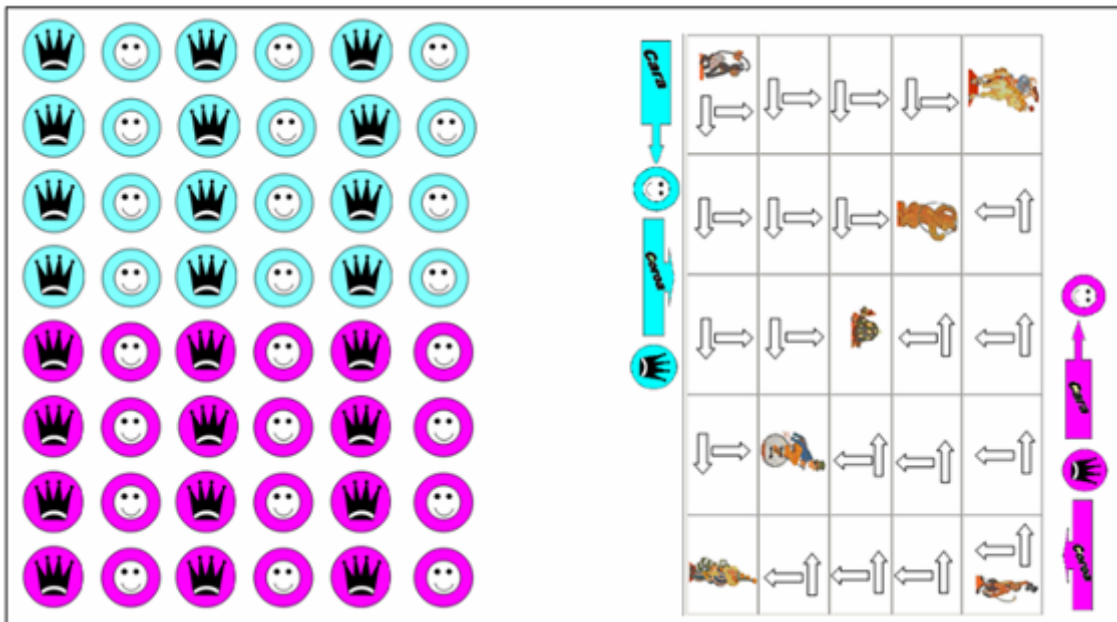
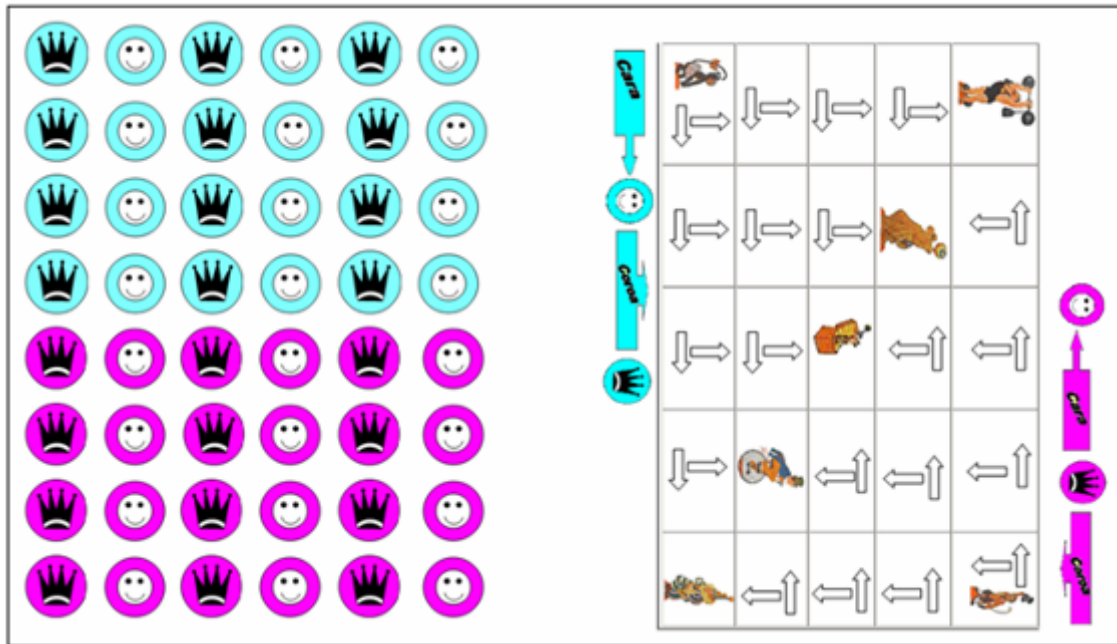
MENINAS



TABULEIRO CARA OU COROA BICHINHOS DE ESTIMAÇÃO



TURMA DO CIRCO





ROTEIRO PARA AS ATIVIDADES

- Formação das duplas para cada Tabuleiro
- Apresentação dos Tabuleiros
- Indicação do uso das peças imantadas
- Orientação do uso de lápis, lápis ou canetas coloridas, apontador e borracha
- Distribuição das folhas de atividades, juntas com as folhas para rascunho
- Leitura das questões apresentadas em cada atividade
- Esclarecimentos a cada palavra que possa surgir diferente do vocabulário da faixa etária
- Tempo mínimo sugerido para um bom desenvolvimento das atividades é de noventa minutos
- Para alunos de menor faixa etária há a necessidade de uma ou duas auxiliares no acompanhamento das atividades
- Bom trabalho

Tabuleiro das Combinações

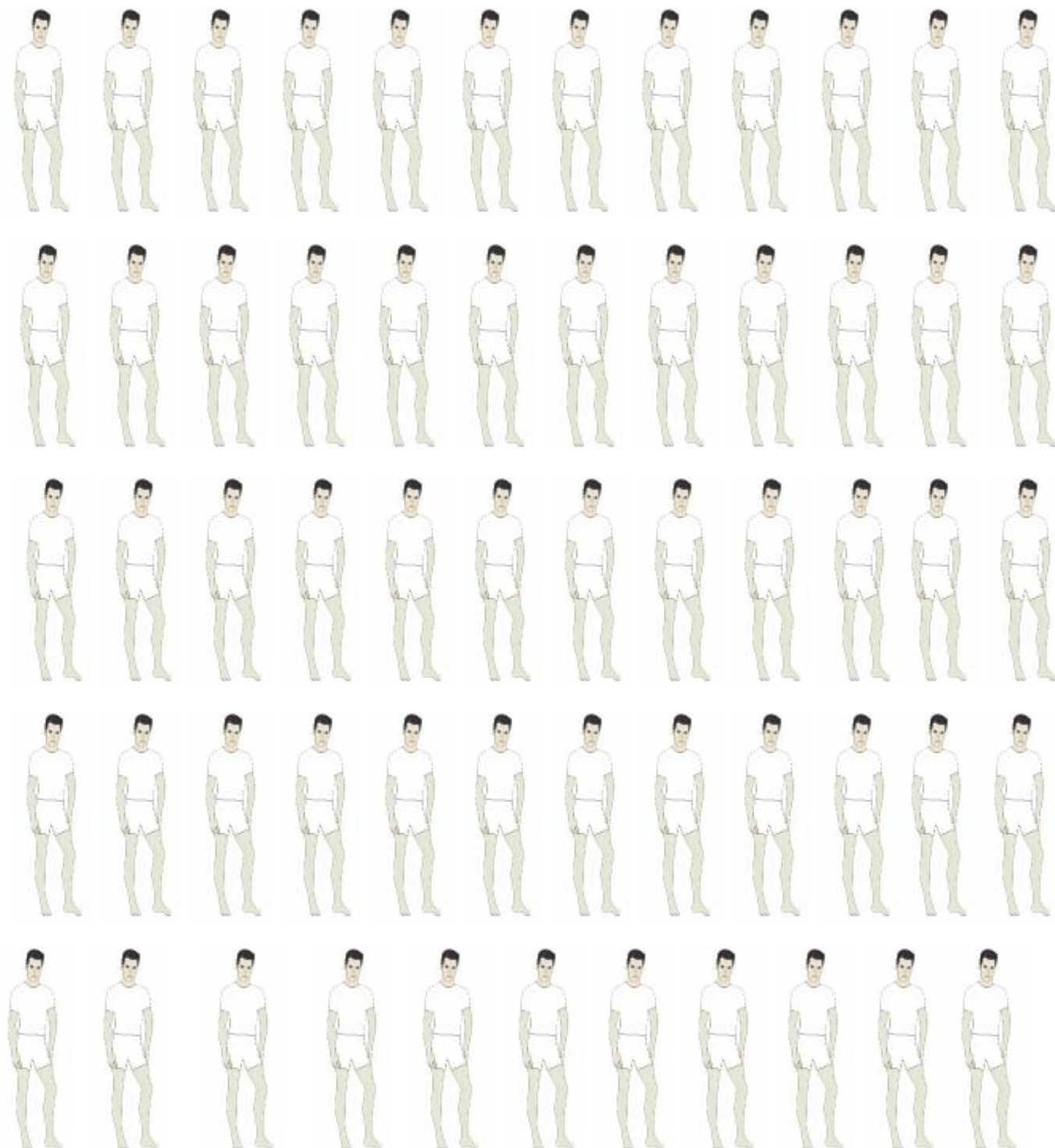
Atividades

Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.

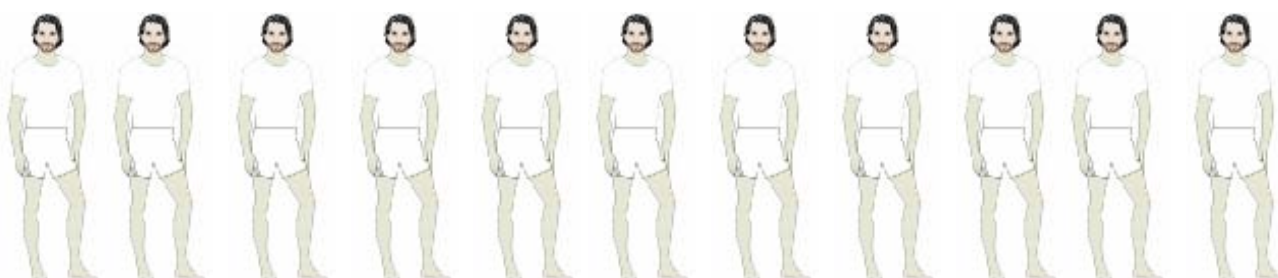
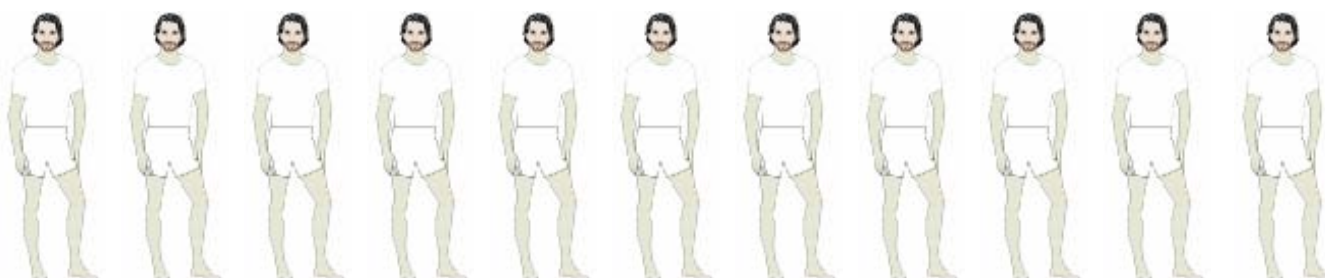


Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.



Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.



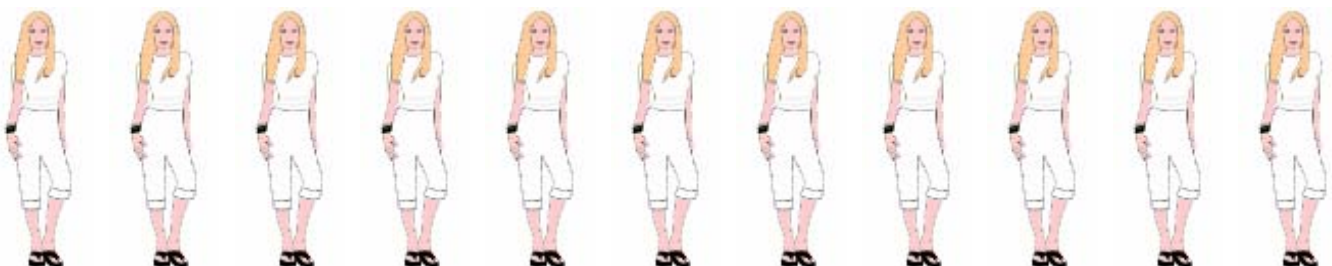
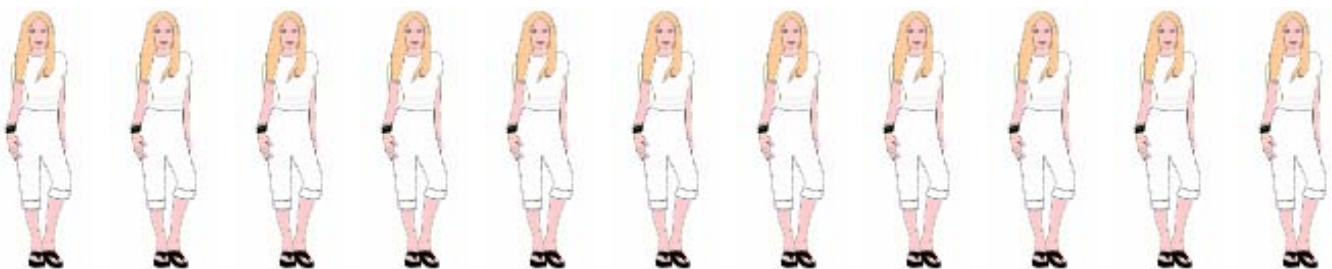
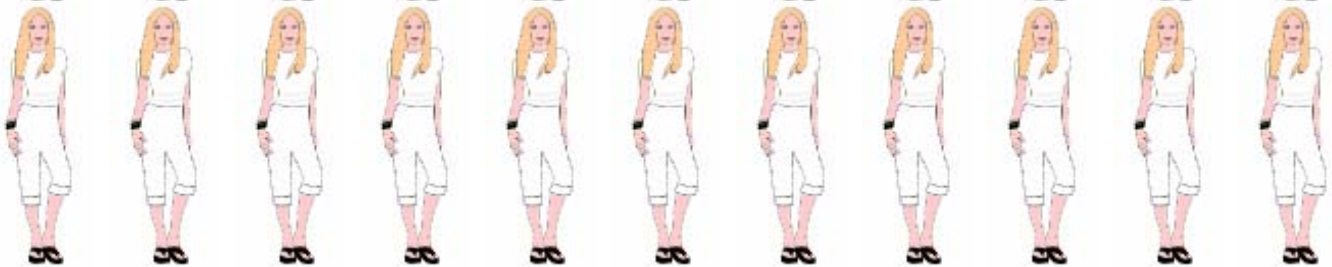
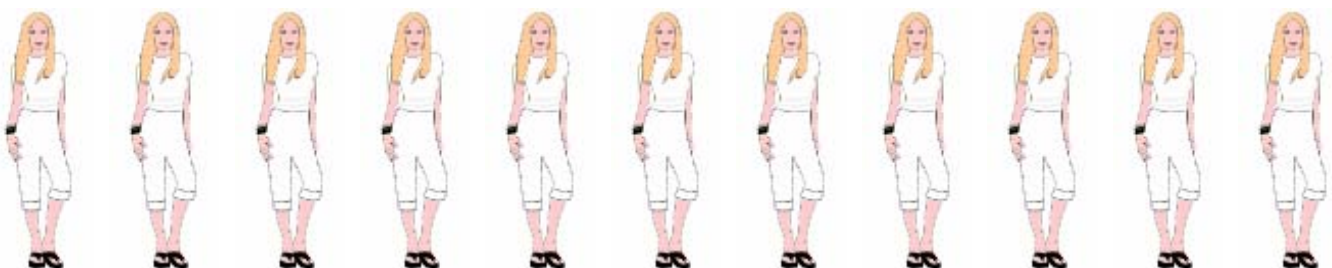
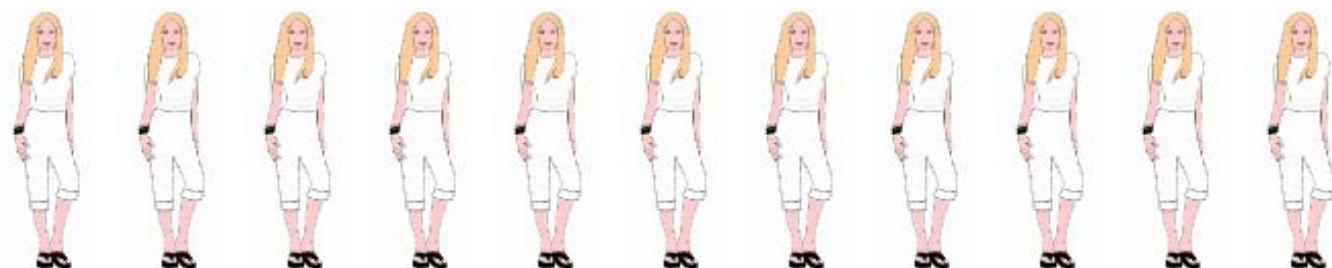


Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.



Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.

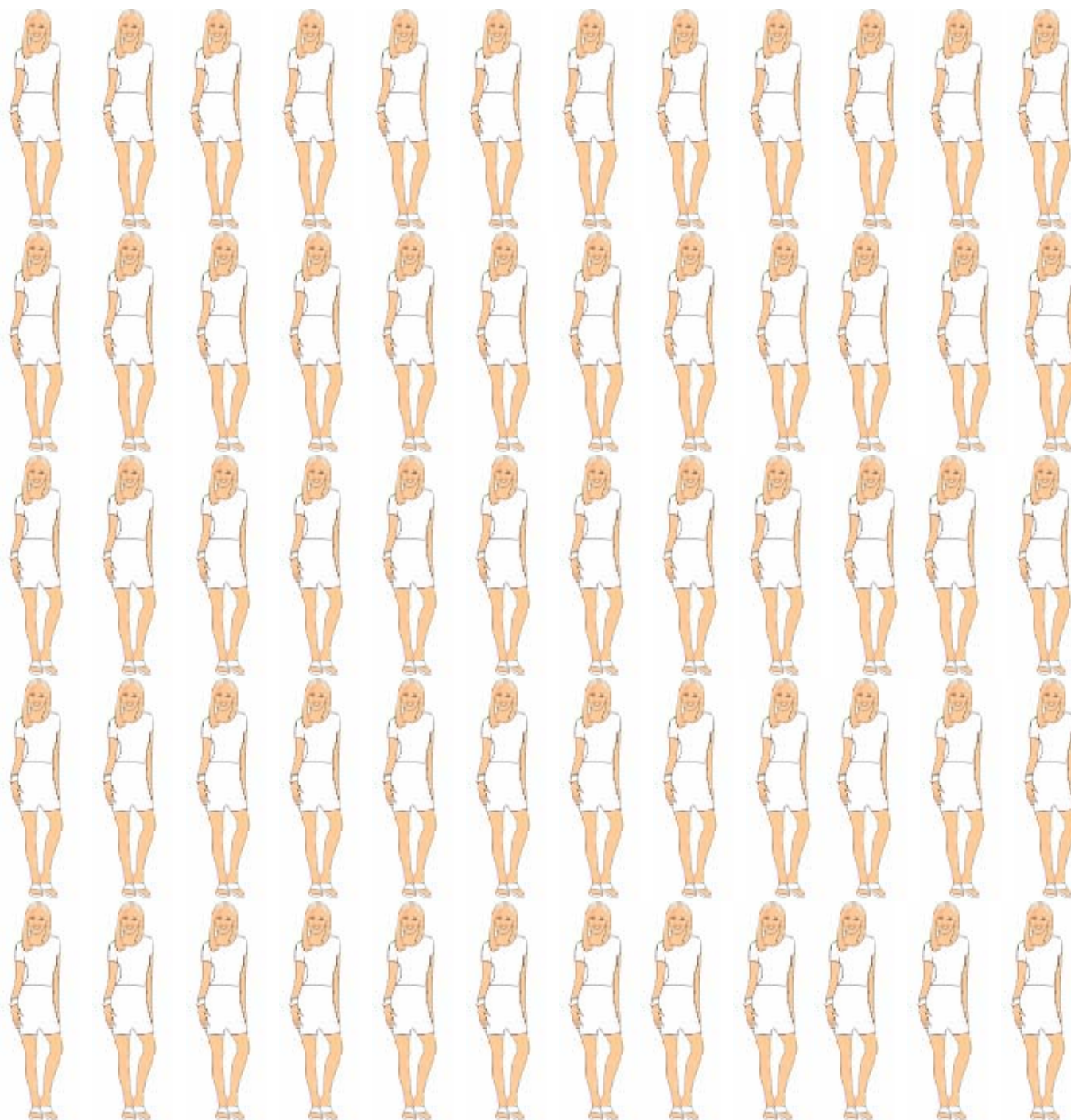


Primeiro Encontro

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

Você poderá pintar, desenhar, ou seja, escrever do modo que achar melhor todas as combinações possíveis com as cores que estão no tabuleiro.

No primeiro momento cores iguais depois, num segundo momento cores diferentes.



Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

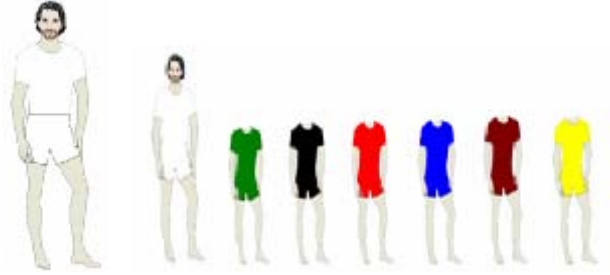
2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

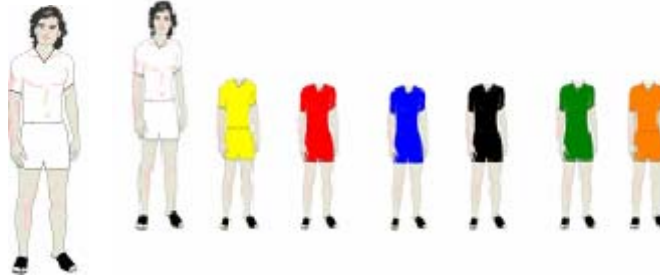
2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Segundo Encontro



USE A FOLHA RASCUNHO

1-) Usando uma só cor, quais são as combinações que você pode montar?

2-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando uma única cor para a parte de baixo?

3-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando duas cores diferentes para a parte de baixo?

4-) Agora as cores das peças devem ser diferentes, quais são as combinações que você pode montar, usando três cores diferentes para a parte de baixo?

5-) Depois de encontrar as combinações acima, você poderia mostrar uma forma mais fácil de saber quantas são as combinações possíveis? Use suas próprias palavras.

Terceiro Encontro



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: preto

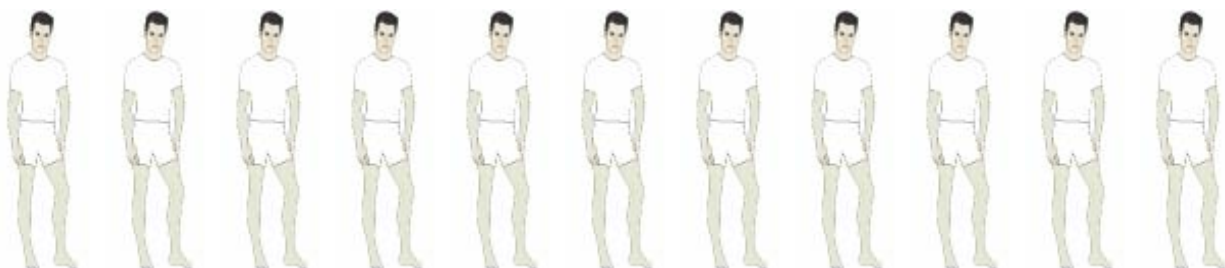
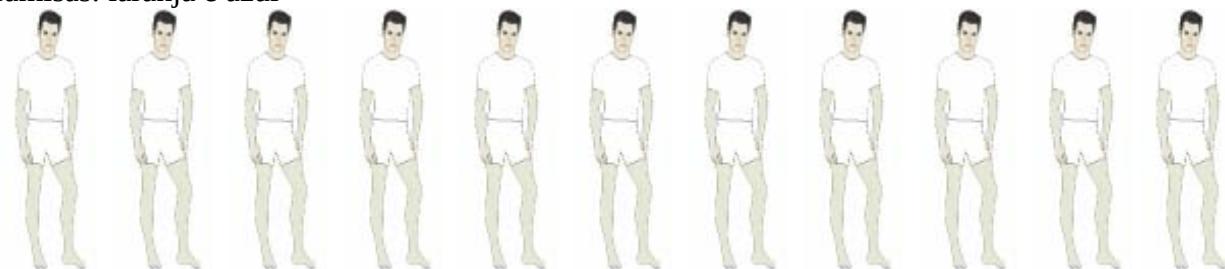
Camisas: amarela, azul, verde, laranja e azul



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: amarelo e verde

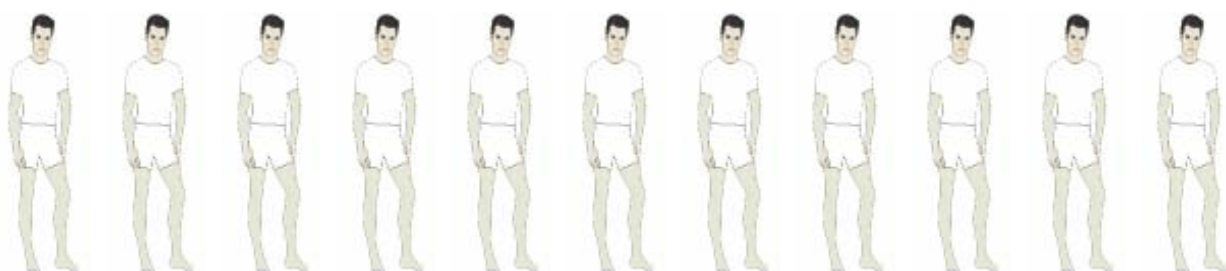
Camisas: laranja e azul



Agora você montaria nosso atleta de:

Calções: vermelho e verde

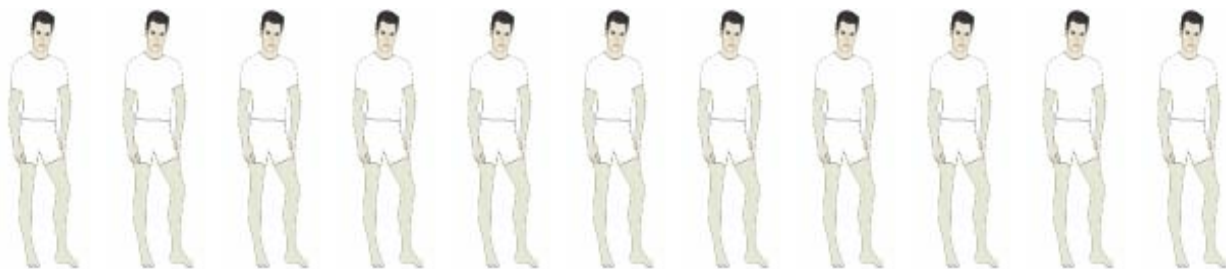
Camisas: preto, laranja e azul



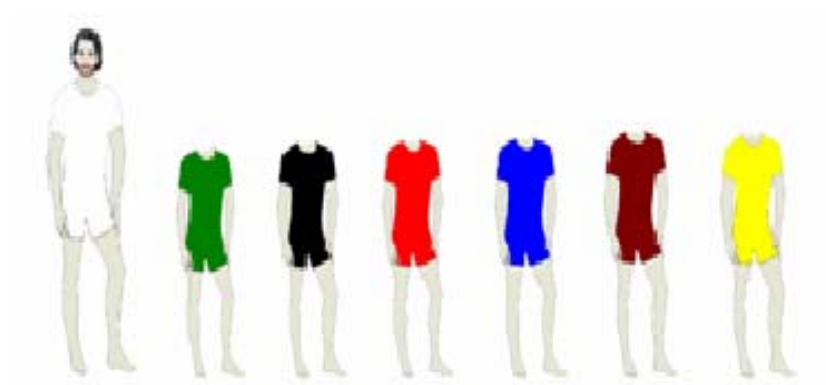
Agora você montaria nosso atleta de:

Calções: azul, vermelho e verde

Camisas: preto, laranja e amarelo



Terceiro Encontro



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: preto

Camisas: amarela, azul, verde, preto e vermelho.



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: amarelo e verde

Camisas: preto e azul



Agora você montaria nosso atleta de:

Calções: vermelho e verde

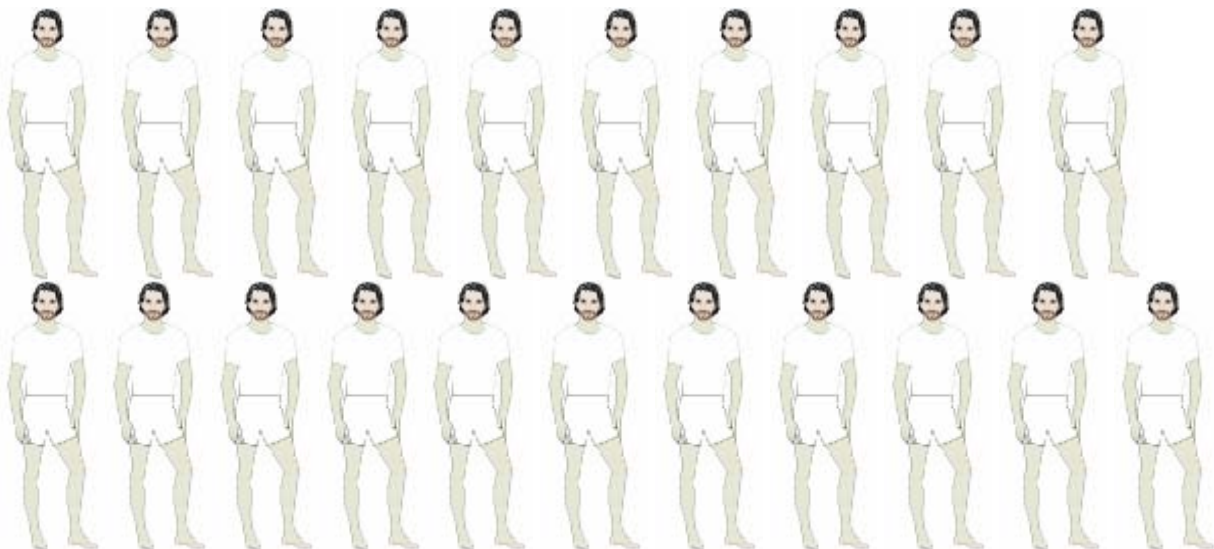
Camisas: preto, vermelho e azul



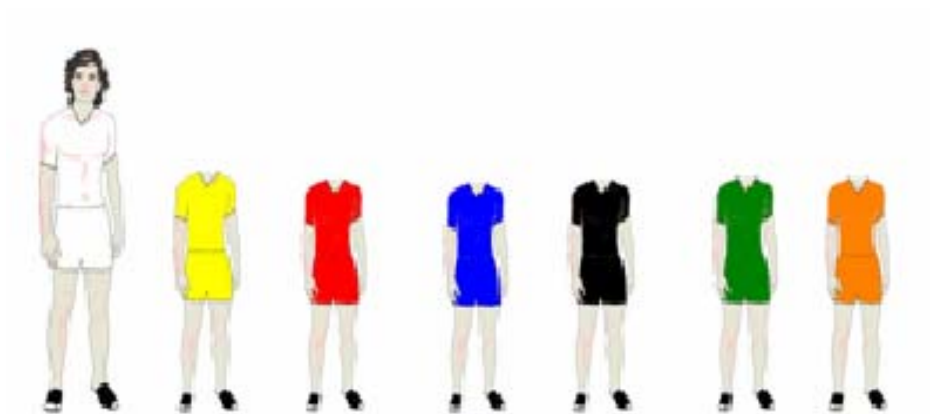
Agora você montaria nosso atleta de:

Calções :amarelo, vermelho e verde

Camisas: preto, marrom e azul



Terceiro Encontro



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: laranja

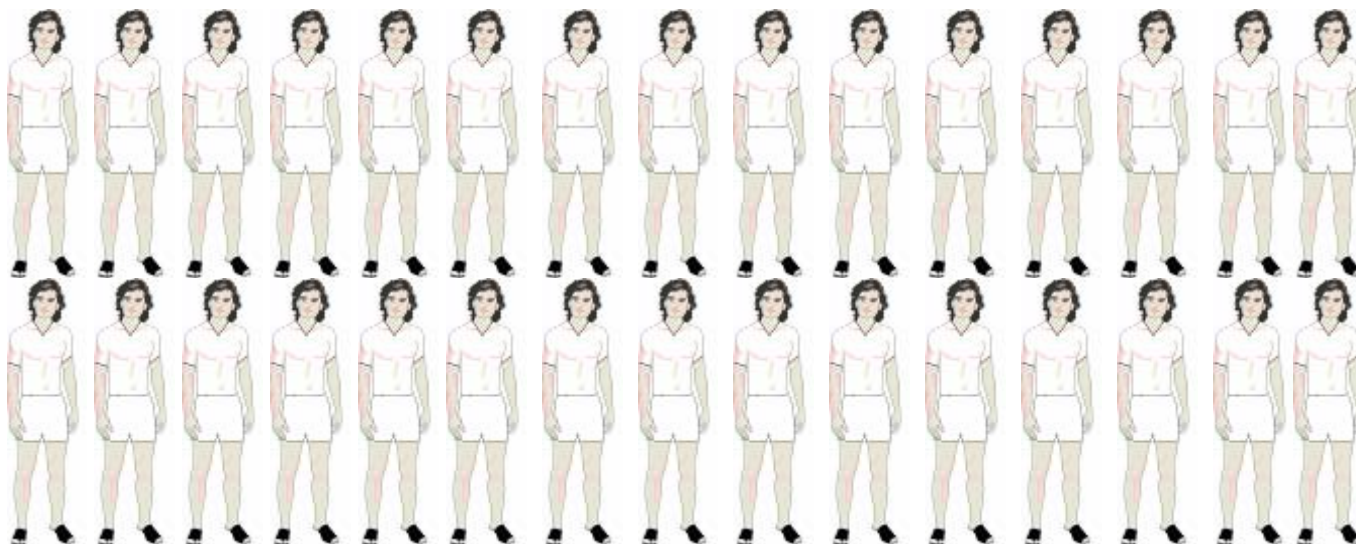
Camisas: amarela, azul, verde, preto e vermelho.



Você vai montar nosso atleta com:

Calções: amarelo e verde

Camisas: laranja e azul



Agora você montaria nosso atleta de:
Calções: vermelho e verde
Camisas: preto, laranja e azul



Agora você montaria nosso atleta de:
Calções: amarelo, vermelho e verde
Camisas: preto, laranja e azul



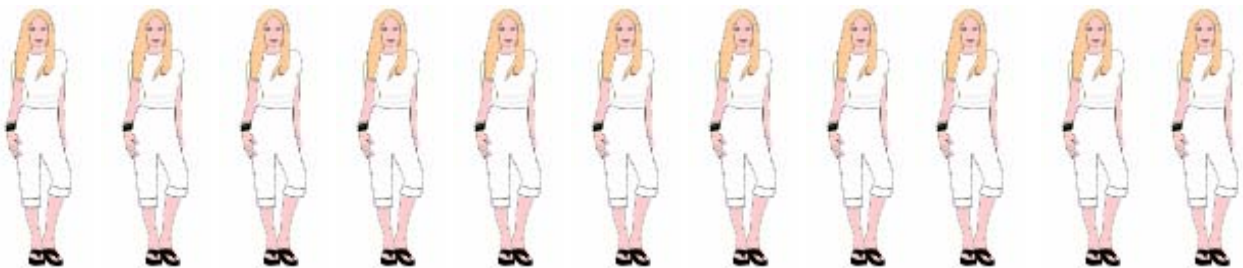
Terceiro Encontro



Você vai montar nossa modelo com:

Calça: cinza

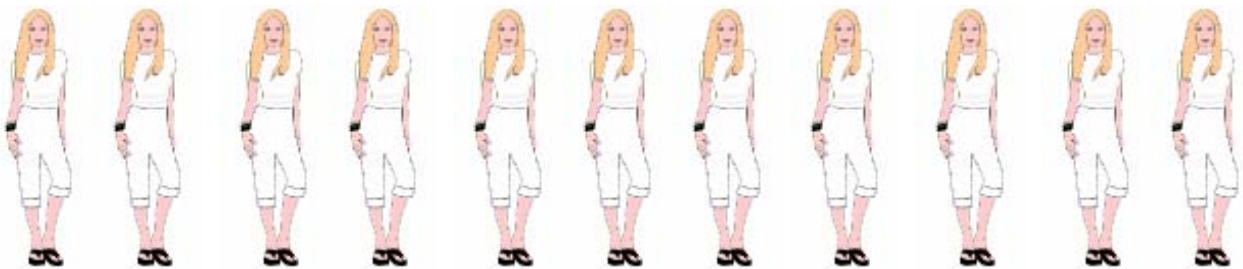
Camisas: amarela, azul, verde, roxo e salmão



Você vai montar nossa modelo com:

Calças: roxo e amarelo

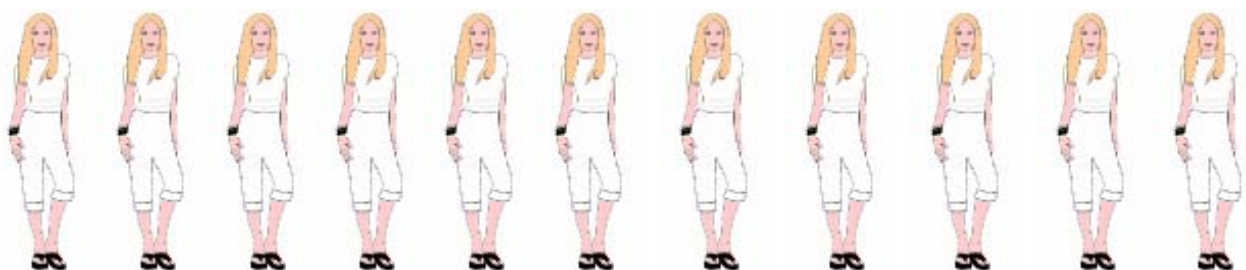
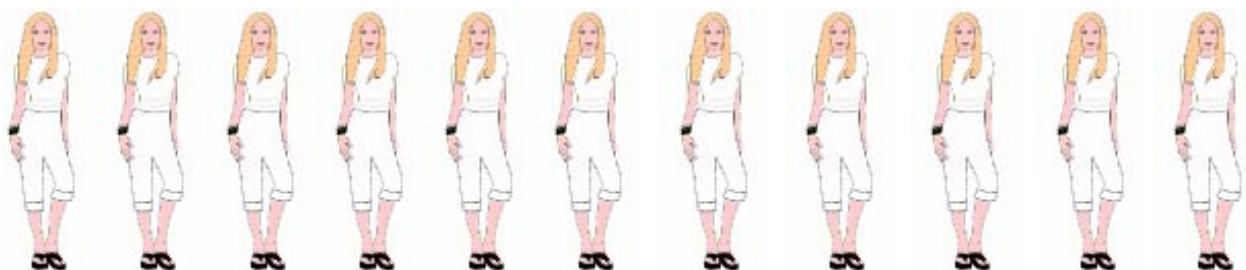
Camisas: cinza, azul e salmão.



Agora você vai montar nossa modelo com:

Calça: vermelho e azul

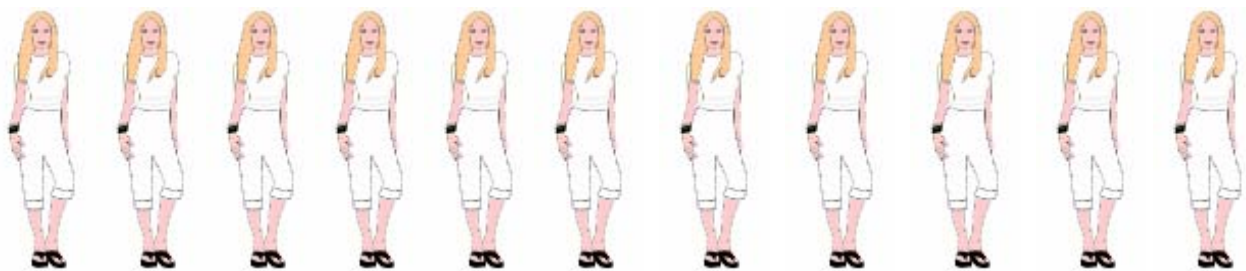
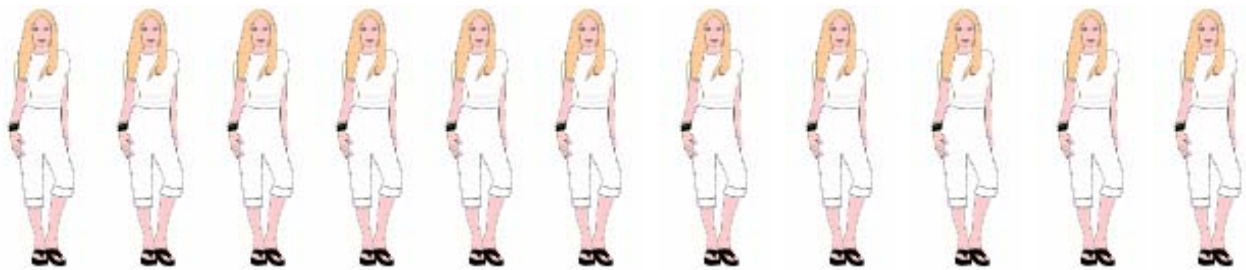
Camisas: cinza e salmão



Por último você deve montar nossa modelo com:

Calça: cinza, amarelo e azul

Camisas: rosa, roxo e salmão



Terceiro Encontro



Você vai montar nossa modelo com:

Calça: roxo

Camisas: amarela, azul, verde, rosa e laranja



Você vai montar nossa modelo com:

Calças: roxo e amarelo

Camisas: amarela, verde e laranja.



Agora você vai montar nossa modelo com:

Calça: vermelho e azul

Camisas: amarelo e rosa



Por último você deve montar nossa modelo com:

Calça: verde, amarelo e azul

Camisas: rosa, roxo e vermelho



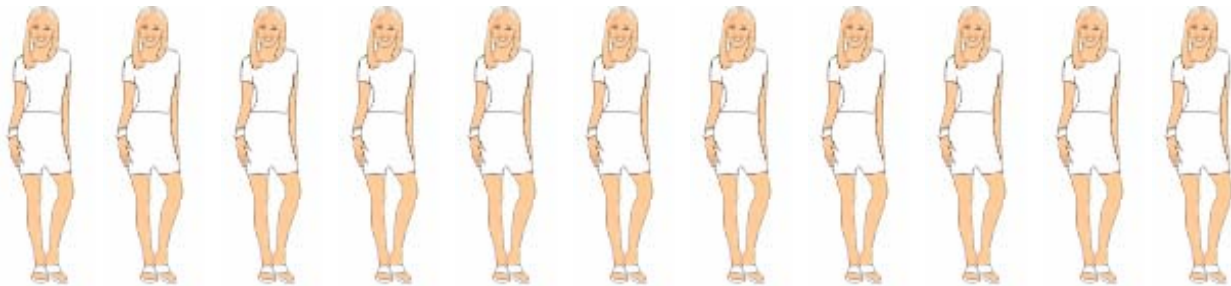
Terceiro Encontro



Você vai montar nossa modelo com:

Calça: laranja

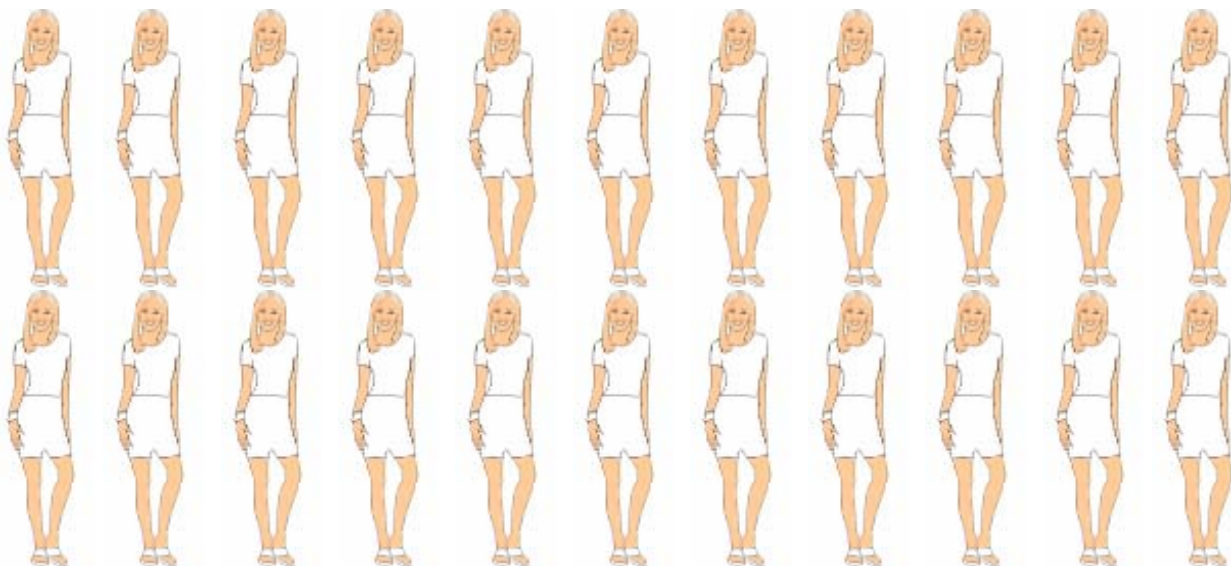
Camisas: amarela, azul, verde, vermelho e salmão



Você vai montar nossa modelo com:

Calças: roxo e amarelo

Camisas: verde, azul e laranja.



Agora você vai montar nossa modelo com:

Calça: vermelho e azul

Camisas: roxo e verde



Por último você deve montar nossa modelo com:

Calça: vermelho, amarelo e azul

Camisas: verde, roxo e laranja

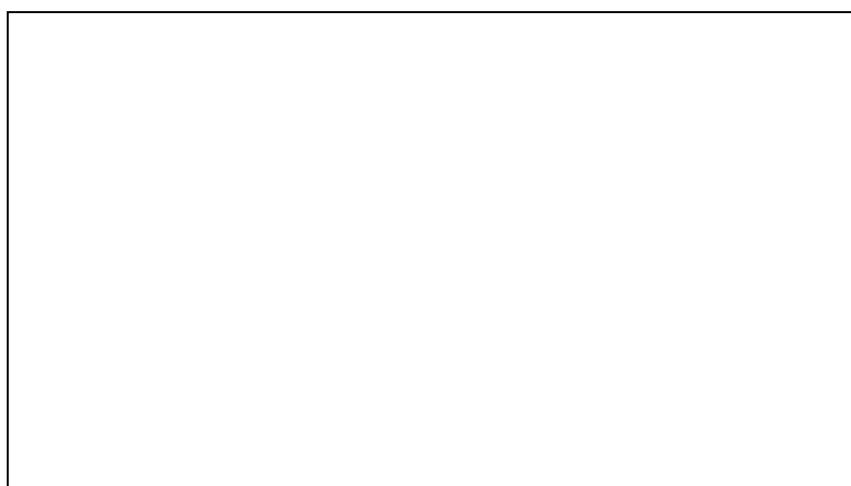


Quarto Encontro



Esta é a nossa nova modelo e precisamos vesti-la, QUANTAS são as combinações que posso fazer em cada caso? Lembre-se, agora quero saber quantas são as combinações e não quais são, você sabe que em uma única conta temos a solução, mas não é a única forma de dar a resposta, então qual é a conta ou outra forma de encontrar qual é o resultado? Responda no retângulo ao lado das roupas. Nossa modelo só usa uma camiseta e uma calça é claro.

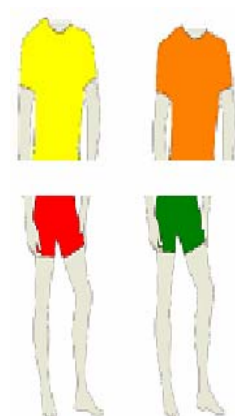
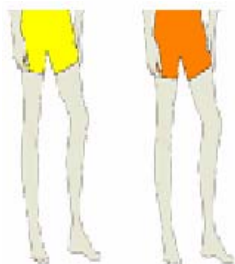


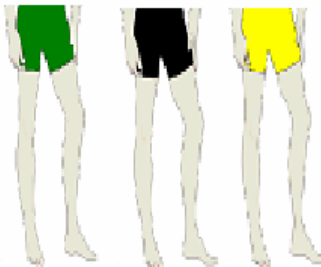
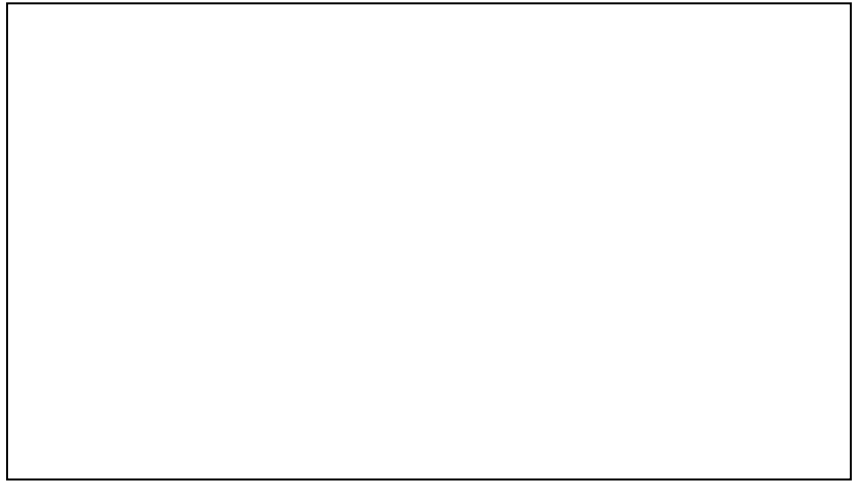
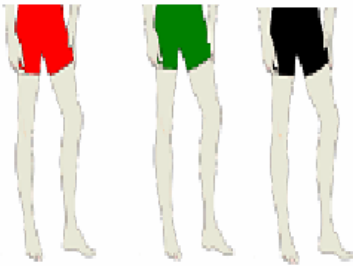
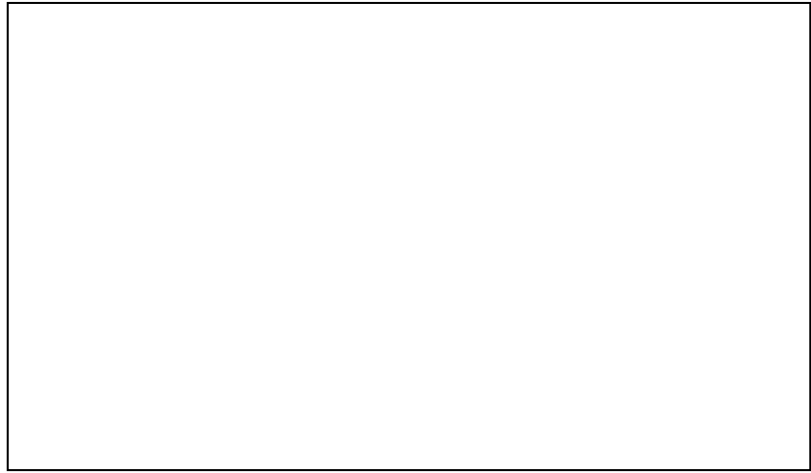


Quarto Encontro

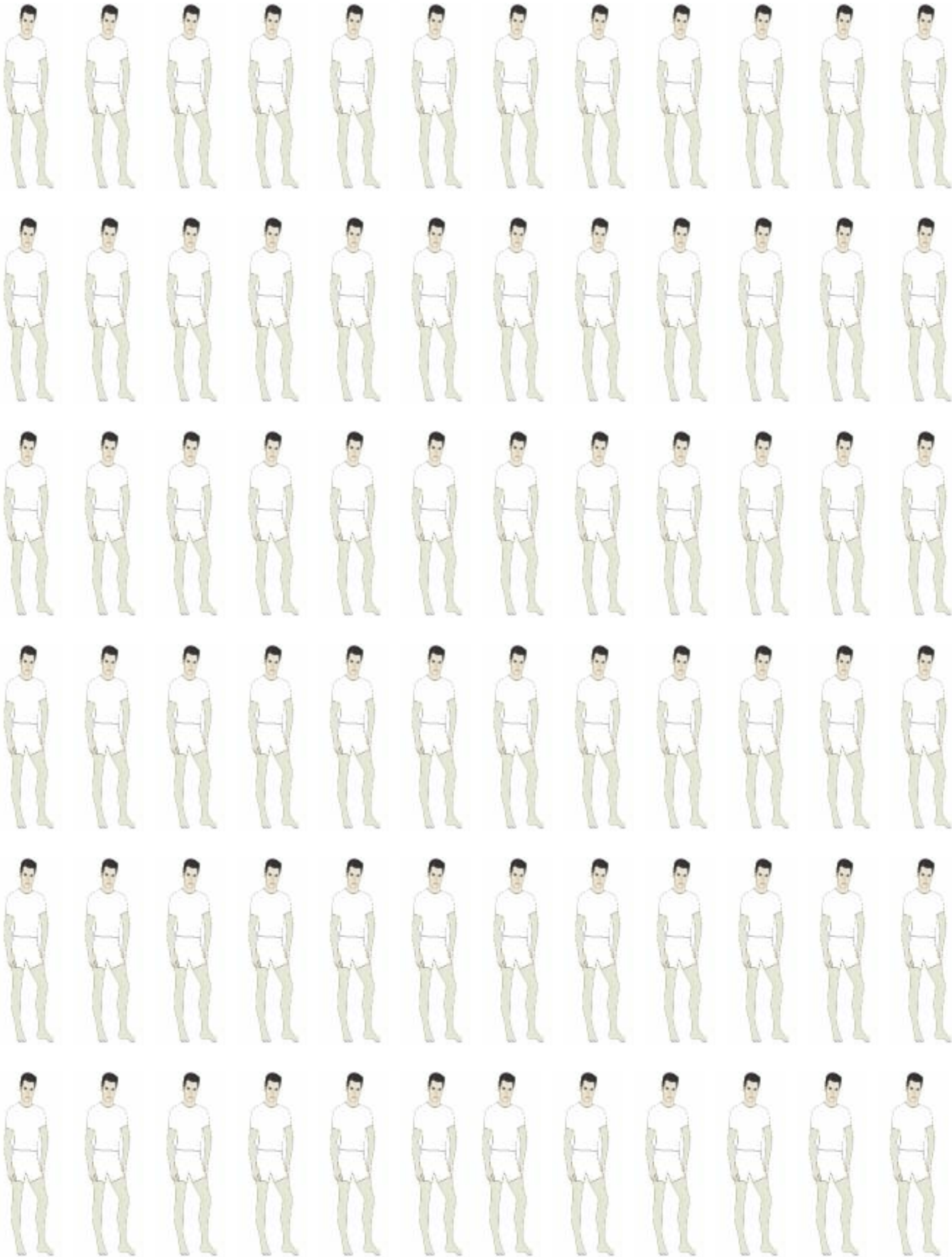


Este é o nosso novo atleta e precisamos uniformizá-lo, QUANTAS são as combinações que posso fazer em cada caso? Lembre-se, agora quero saber *quantas* são as combinações e não *quais* são, você sabe que em uma única conta temos a solução, mas não é a única forma de dar a resposta, então qual é a conta e qual é o resultado? Responda no retângulo ao lado dos uniformes. Nosso atleta só usa uma camiseta e um calção é claro.

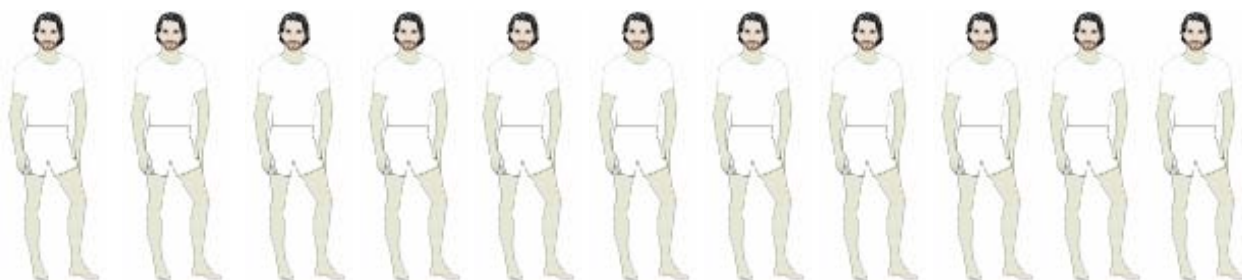
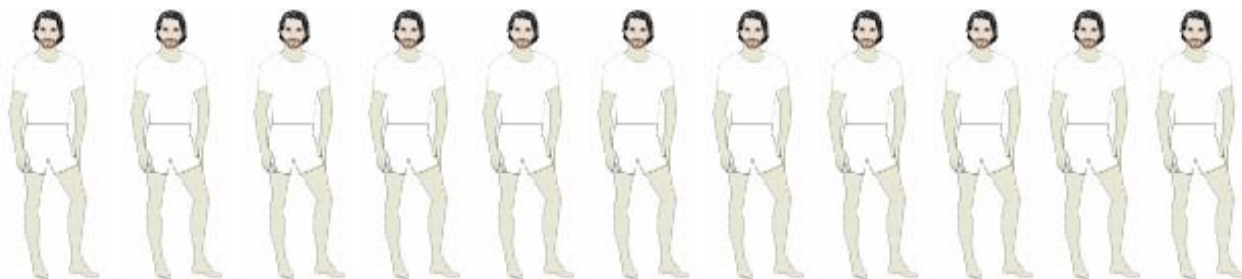




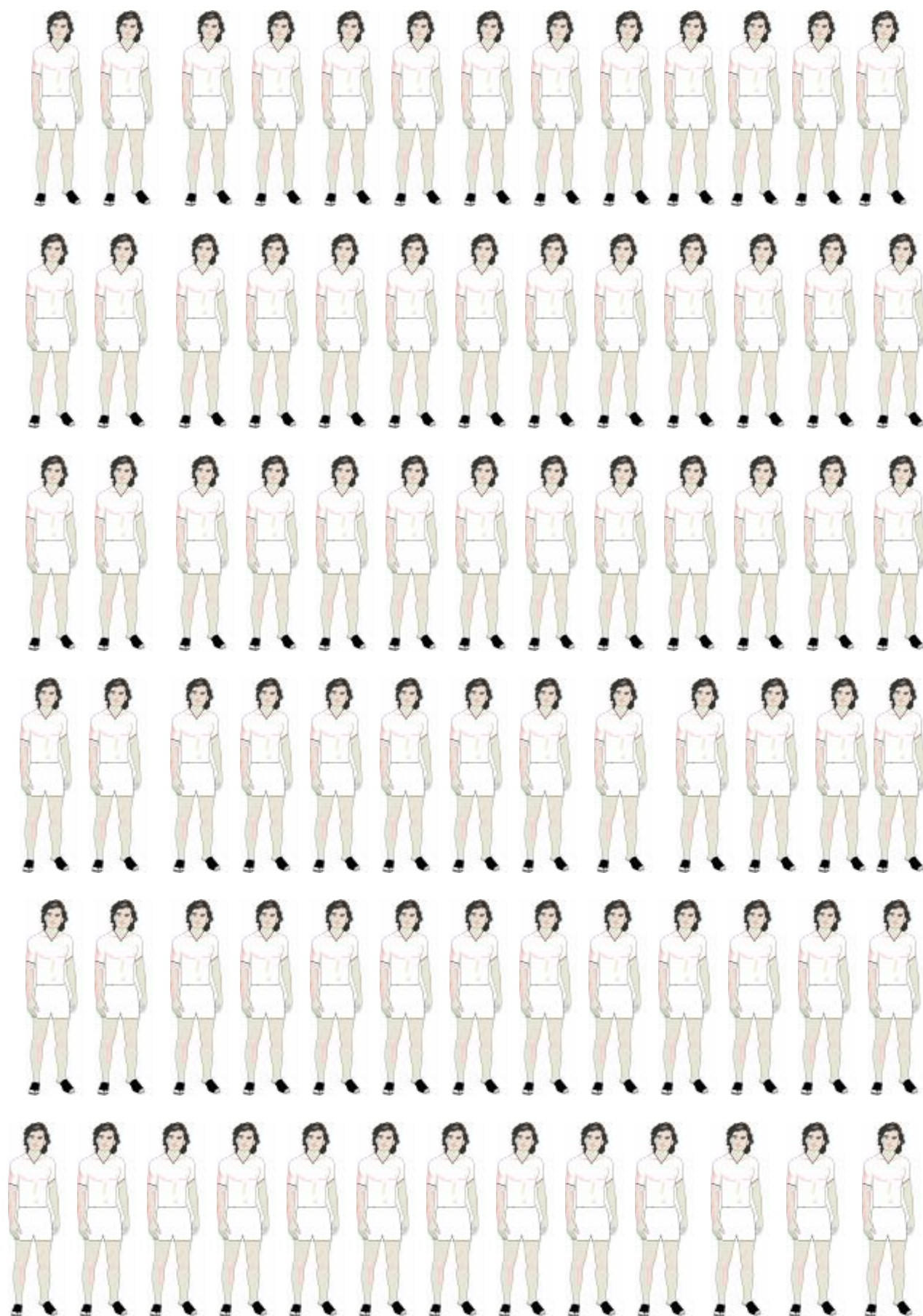
Rascunho



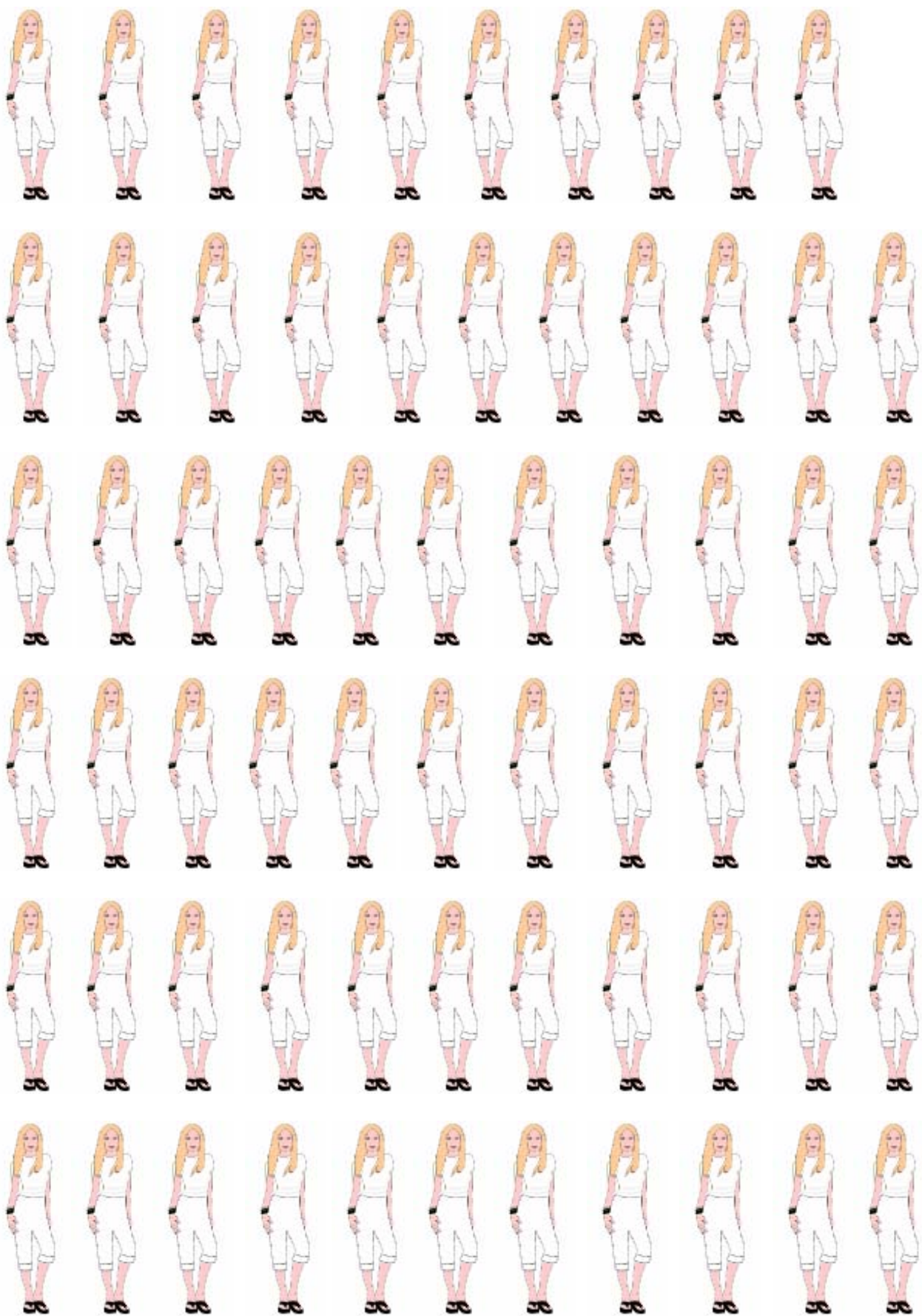
Rascunho



Rascunho



Rascunho



Rascunho



Rascunho



Tabuleiro Cara ou Coroa

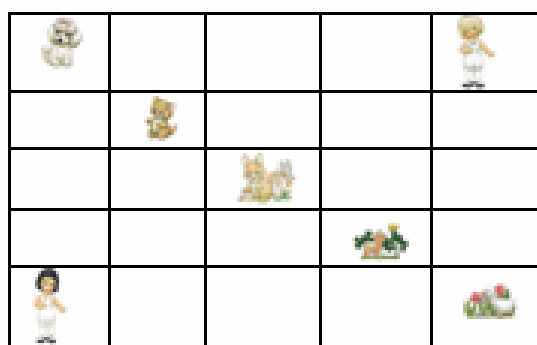
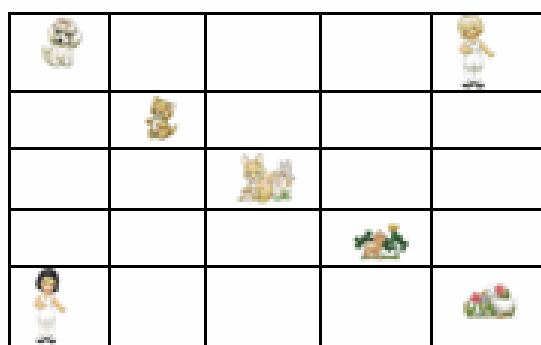
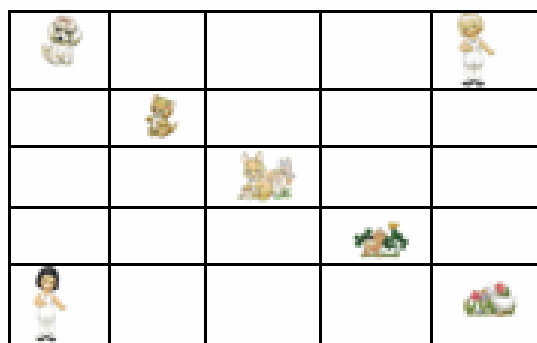
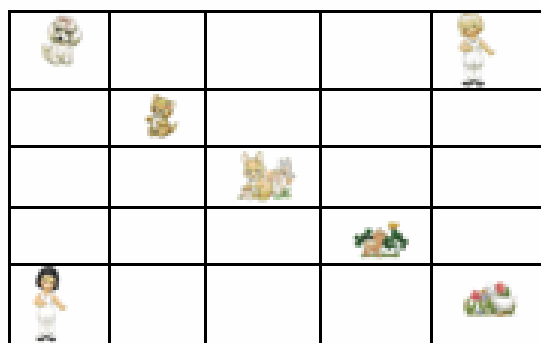
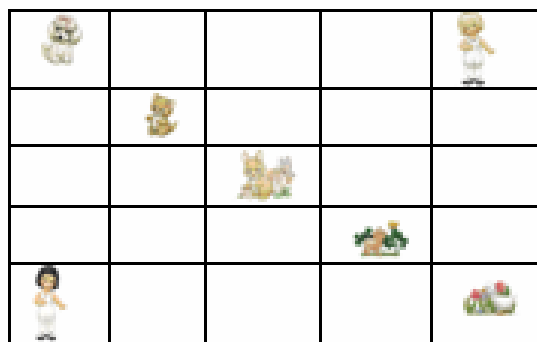
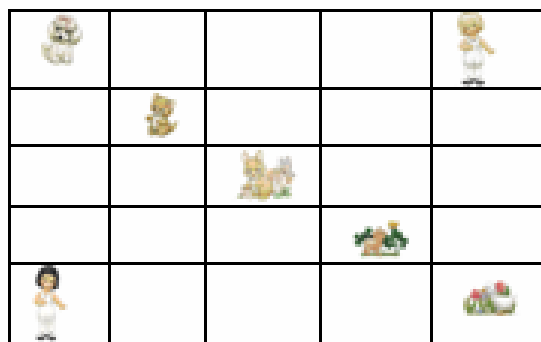
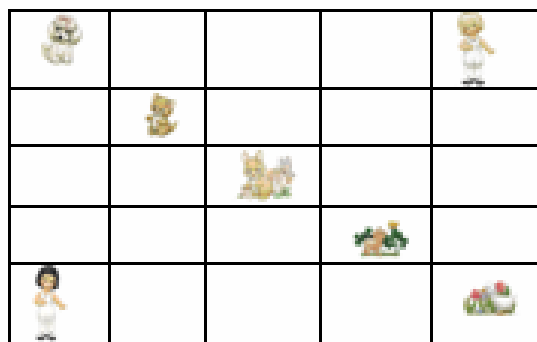
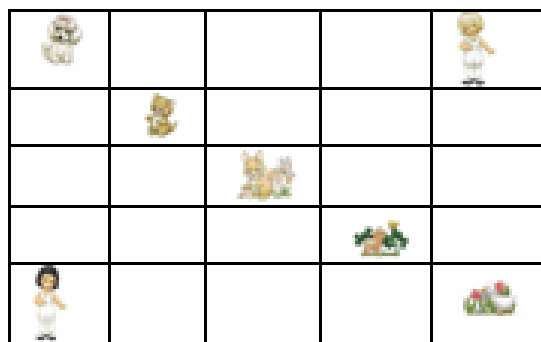
Atividades

PRIMEIRO ENCONTRO

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

1º) Você deverá mostrar através de uma forma de representação, desenhada, escrita, pintada, ou seja, qualquer jeito, quais são os caminhos possíveis para chegar ao seu amigo.

2º) Você agora usará a moeda para determinar os caminhos possíveis, lembre-se que para chegar a cada amigo você deverá lançar a moeda 4 vezes. (Use as cores e as folhas de rascunho)



PRIMEIRO ENCONTRO

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

1º) Você deverá mostrar através de uma forma de representação, desenhada, escrita, pintada, ou seja, qualquer jeito, quais são os caminhos possíveis para chegar ao seu amigo.

2º) Você agora usará a moeda para determinar os caminhos possíveis, lembre-se que para chegar a cada amigo você deverá lançar a moeda 4 vezes. (Use as cores e as folhas de rascunho)

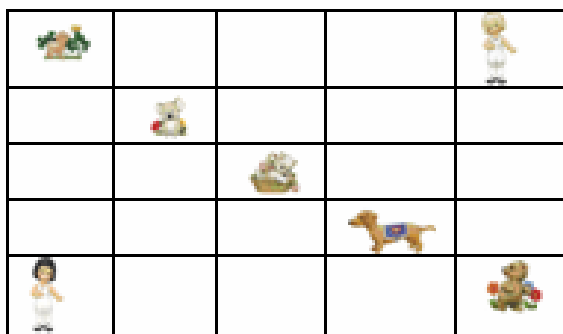
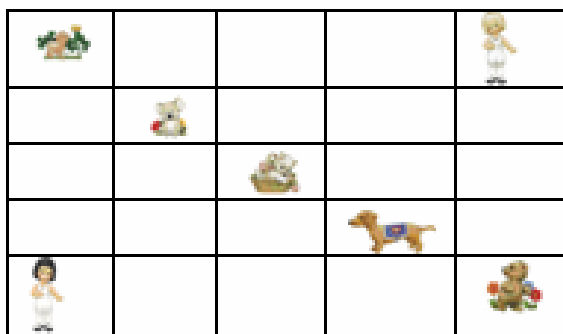
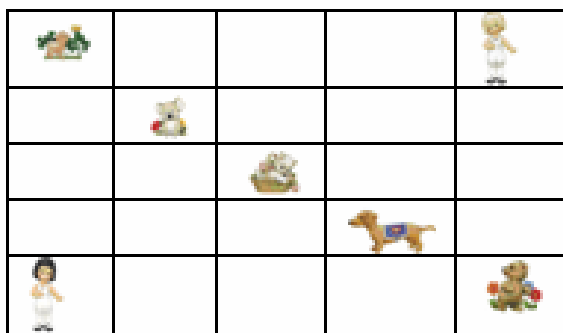
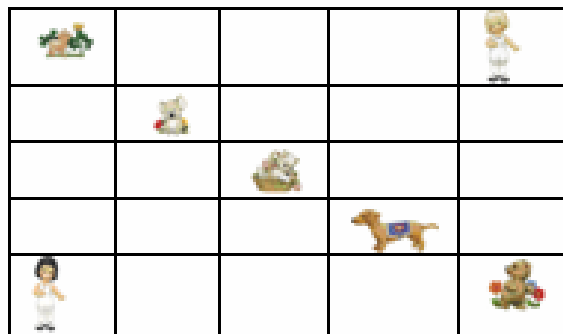
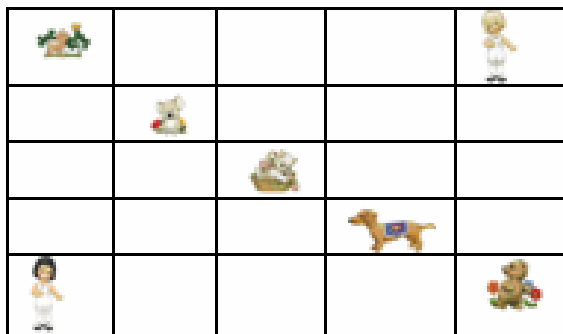


PRIMEIRO ENCONTRO

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

1º) Você deverá mostrar através de uma forma de representação, desenhada, escrita, pintada, ou seja, qualquer jeito, quais são os caminhos possíveis para chegar ao seu amigo.

2º) Você agora usará a moeda para determinar os caminhos possíveis, lembre-se que para chegar a cada amigo você deverá lançar a moeda 4 vezes. (Use as cores e as folhas de rascunho)

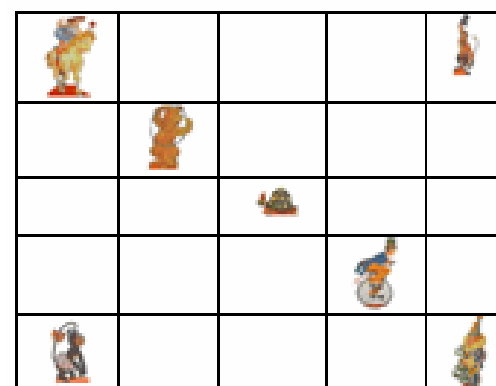
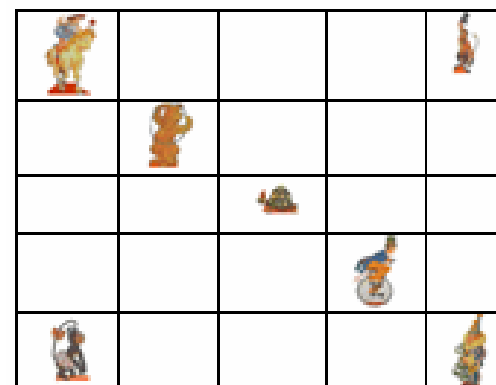
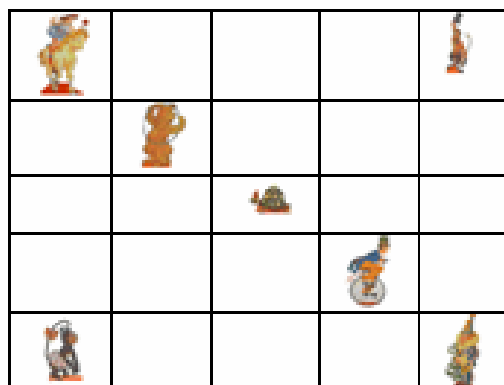
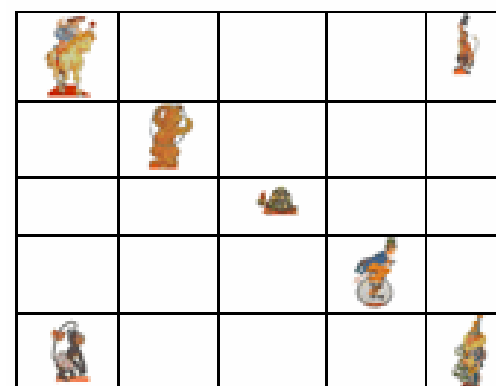
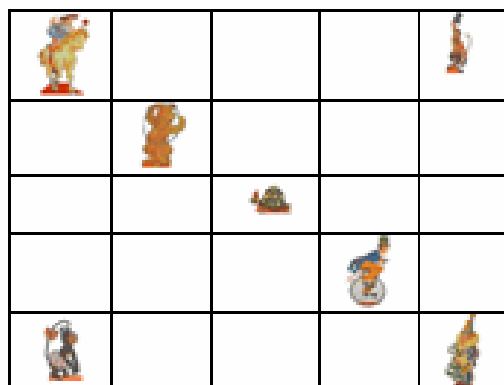


PRIMEIRO ENCONTRO

Esta folha será nossa fonte de comunicação, portanto bom trabalho.

1º) Você deverá mostrar através de uma forma de representação, desenhada, escrita, pintada, ou seja, qualquer jeito, quais são os caminhos possíveis para chegar ao seu amigo.

2º) Você agora usará a moeda para determinar os caminhos possíveis, lembre-se que para chegar a cada amigo você deverá lançar a moeda 4 vezes. (Use as cores e as folhas de rascunho)



SEGUNDO ENCONTRO

Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “COALA”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



Loira ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “CACHORRINHO”
Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



Neste lado da folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “GATINHO”
 Novamente não esqueça cada quadrinho é um caminho.
 Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira
 Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa
 Loira ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “GATINHO”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



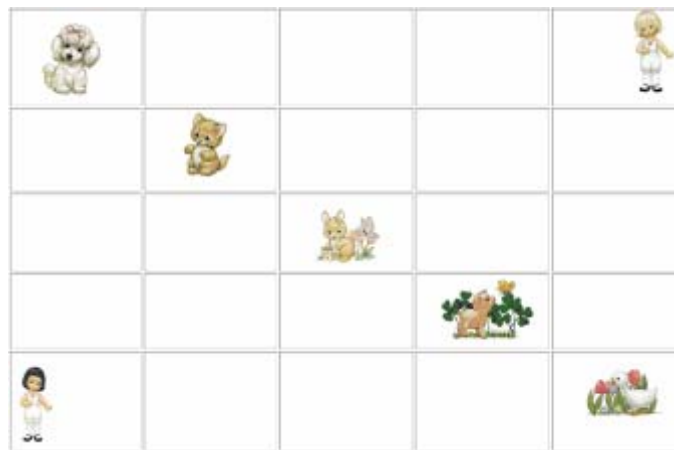
Neste lado da folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “COELHINHO”

Novamente não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “PORQUINHO”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



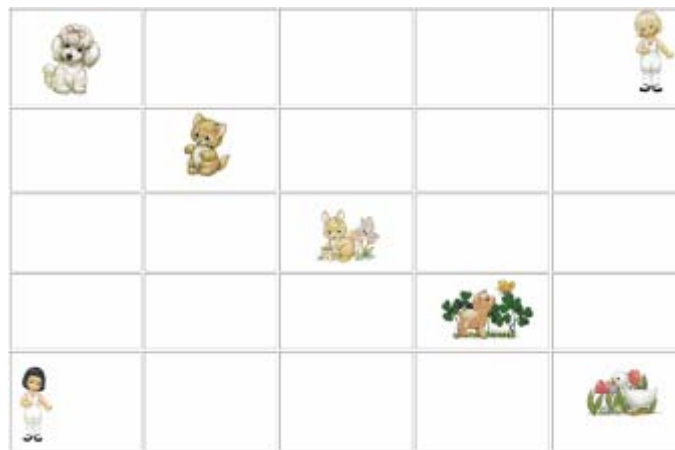
Neste lado da folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “COELHINHO”

Novamente não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a boneca morena – Com vermelho a boneca loira

Lembre-se que: Morena → cara ↑ coroa

Loira ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “URSINHO”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



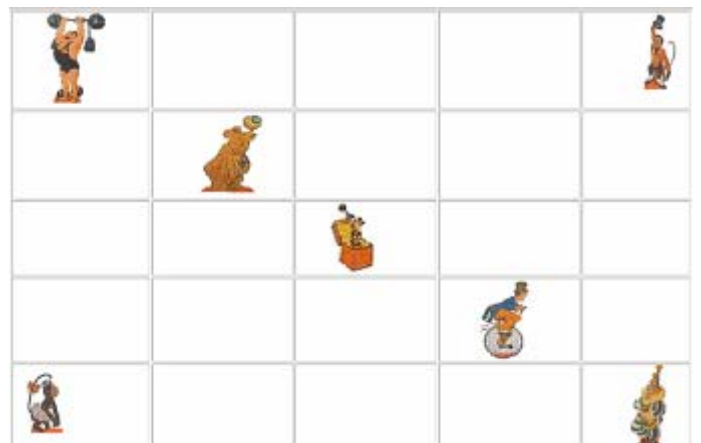
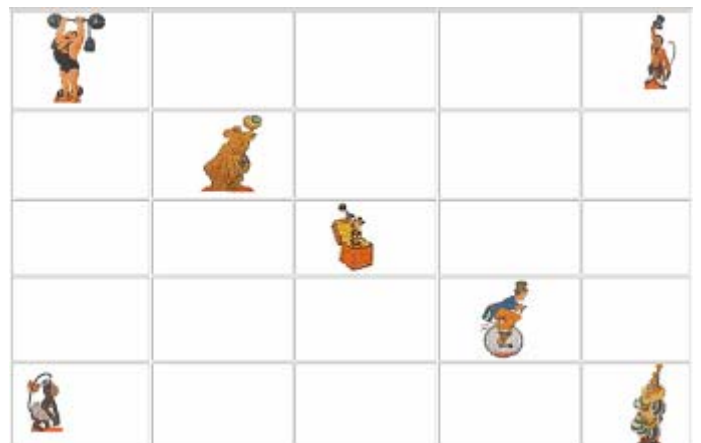
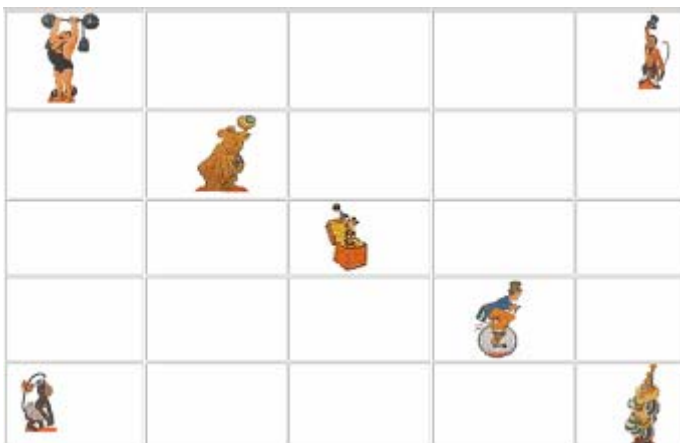
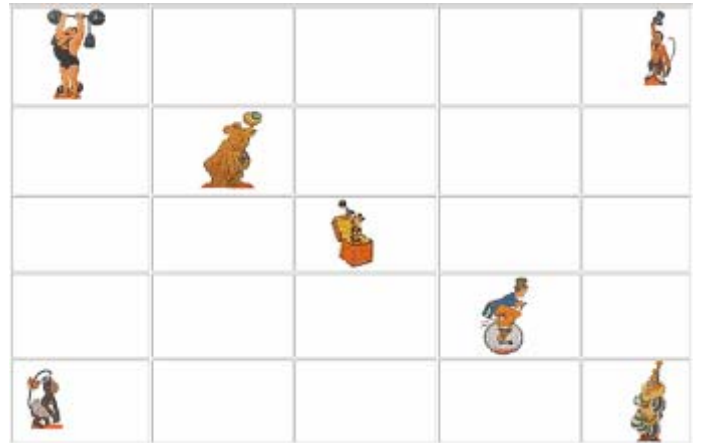
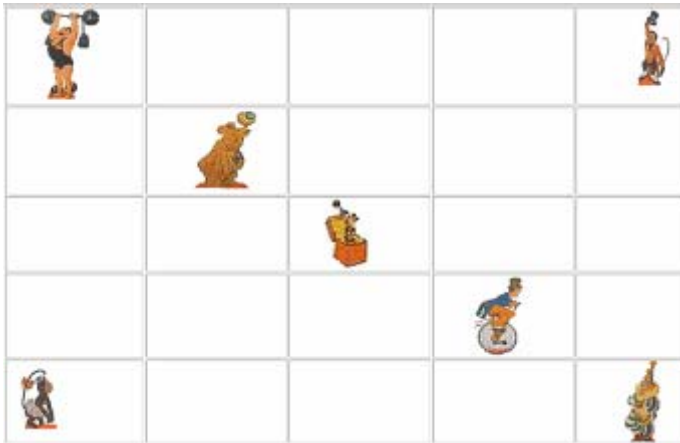
Nesta lado folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “PALHAÇO NO BAÚ”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

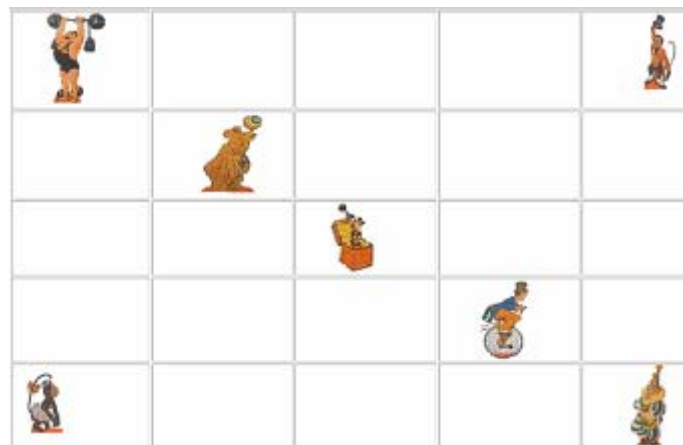
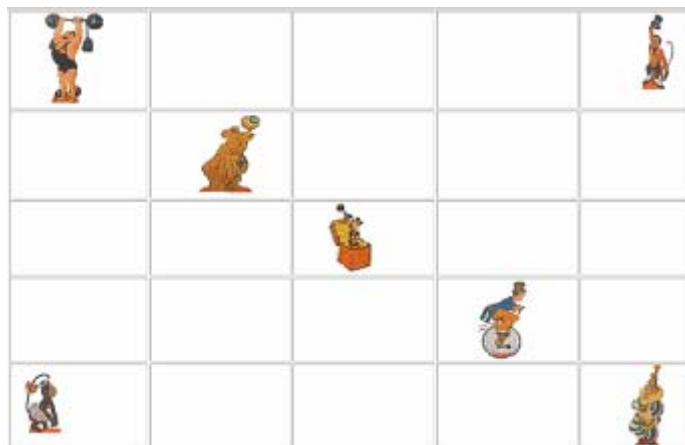
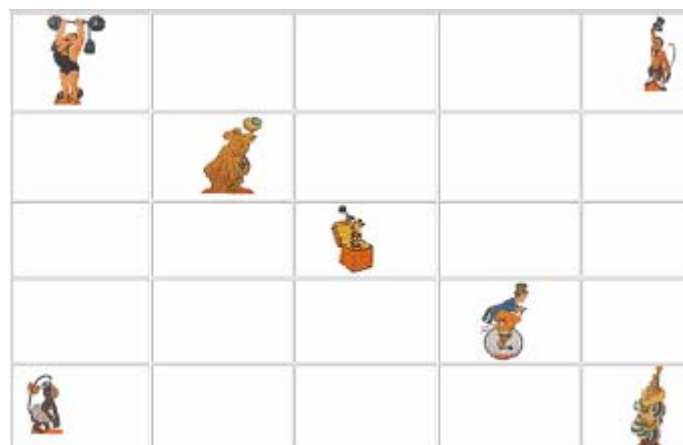
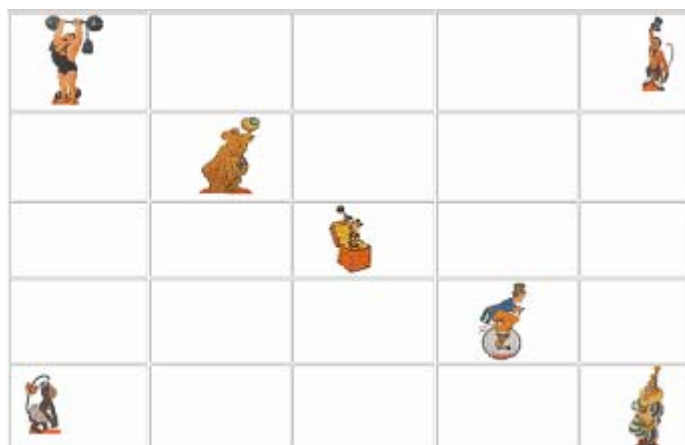
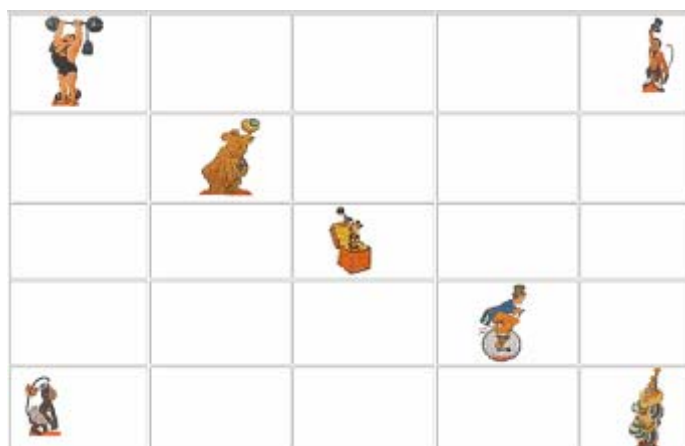
Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “URSINHO”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

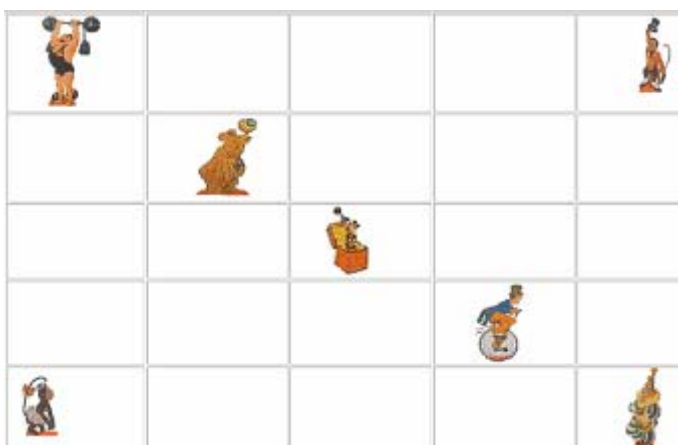
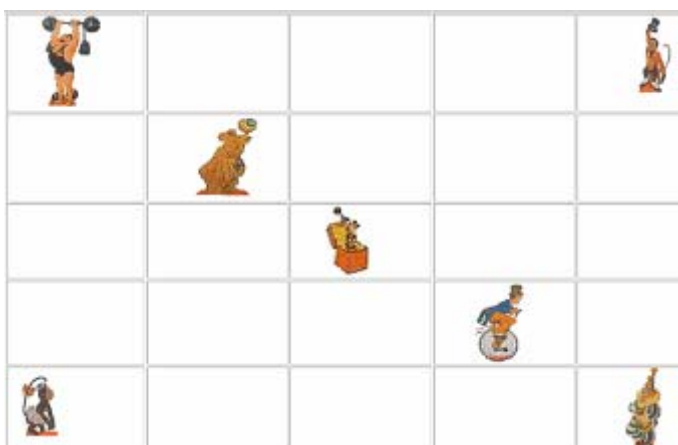
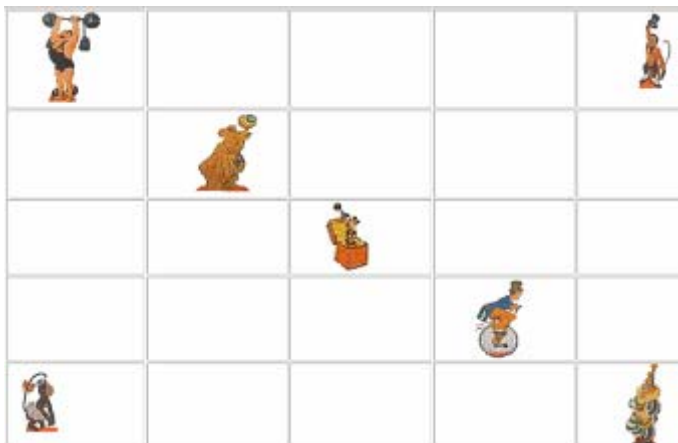
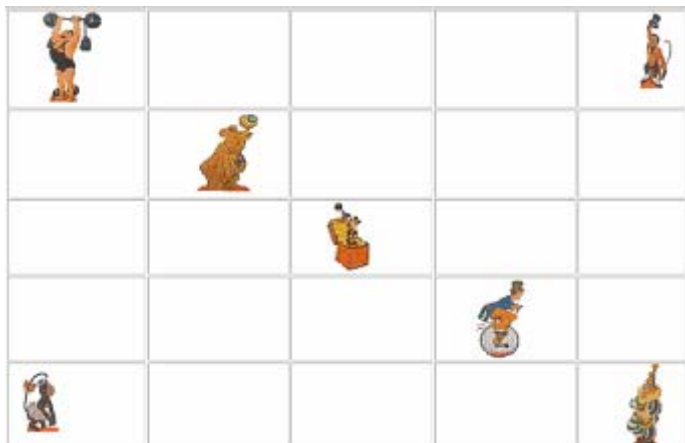
Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



Nesta lado folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “CICLISTA”
 Não esqueça cada quadrinho é um caminho.
 Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO
 Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa
 MICO ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

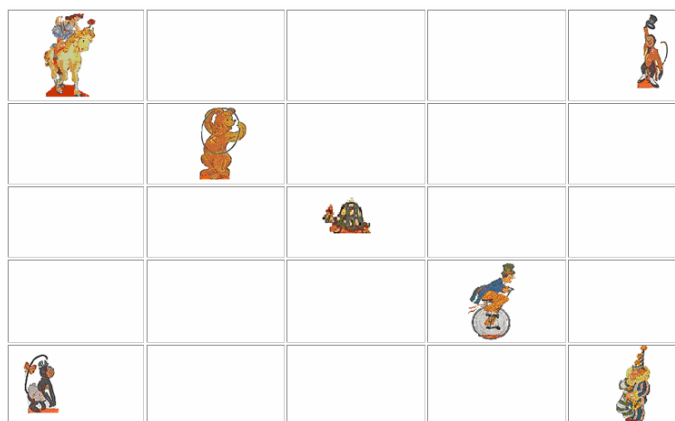
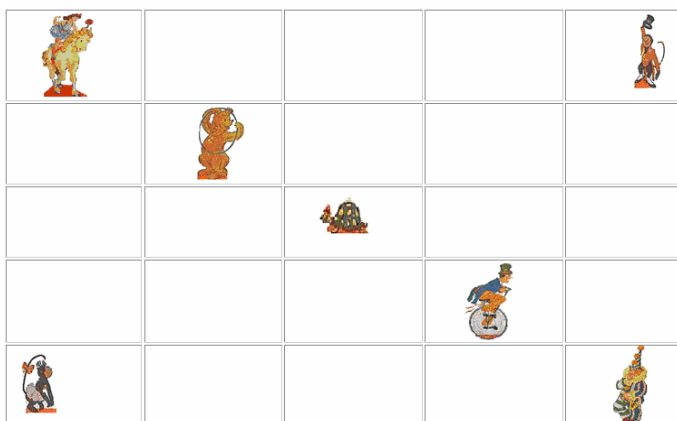
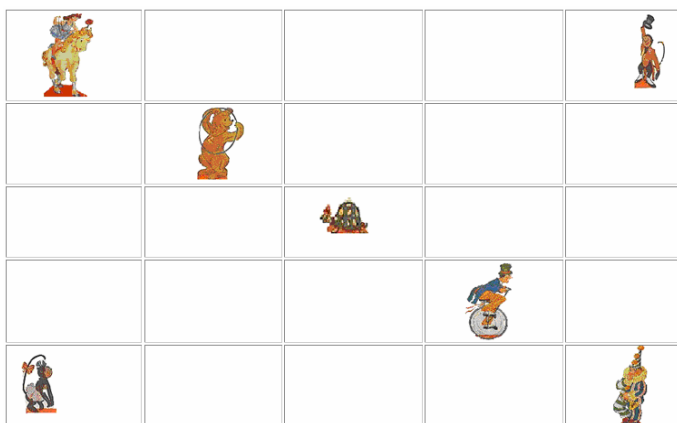
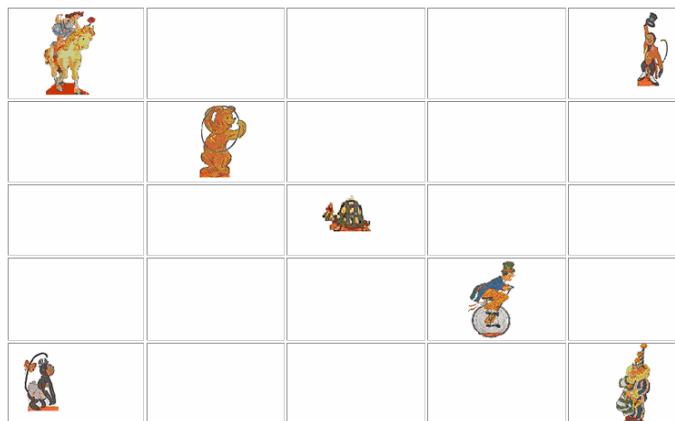
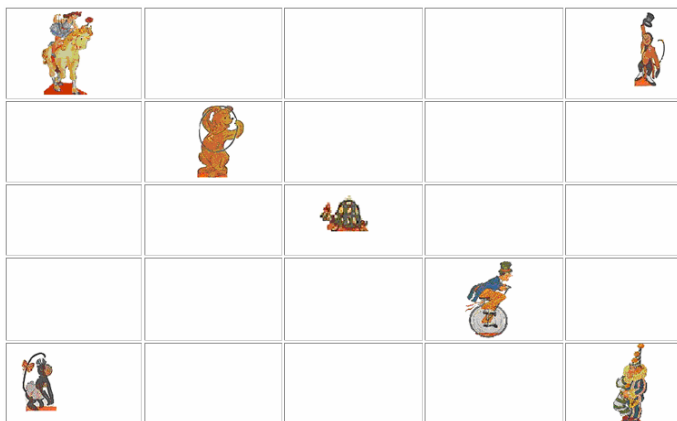
Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar A “TARTARUGA”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

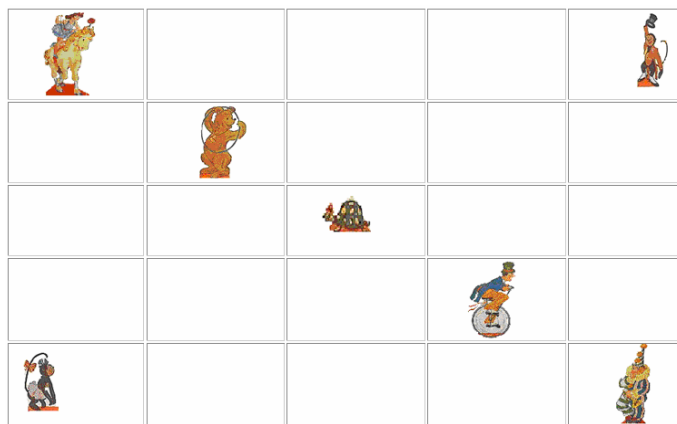
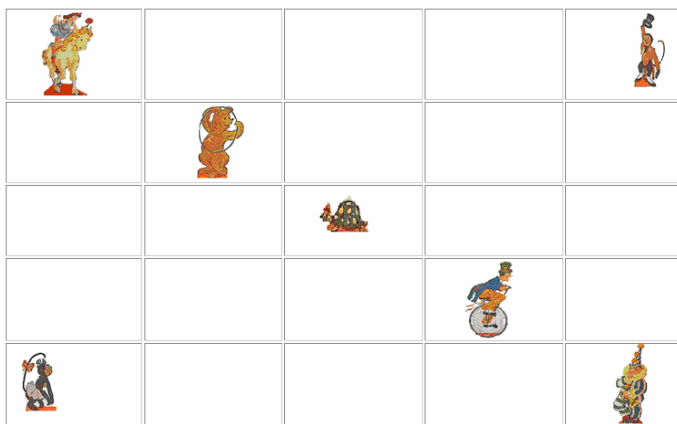
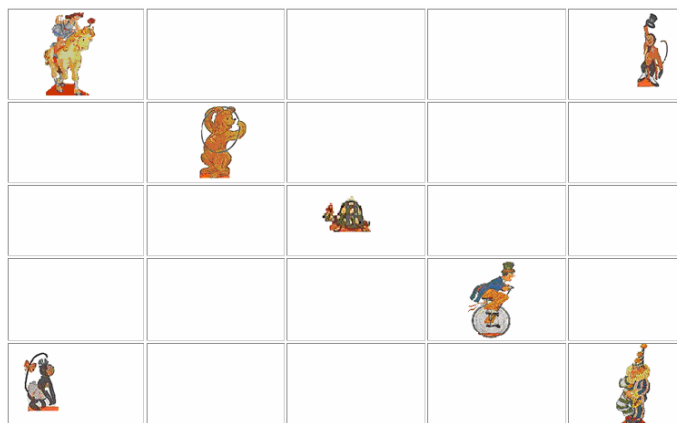
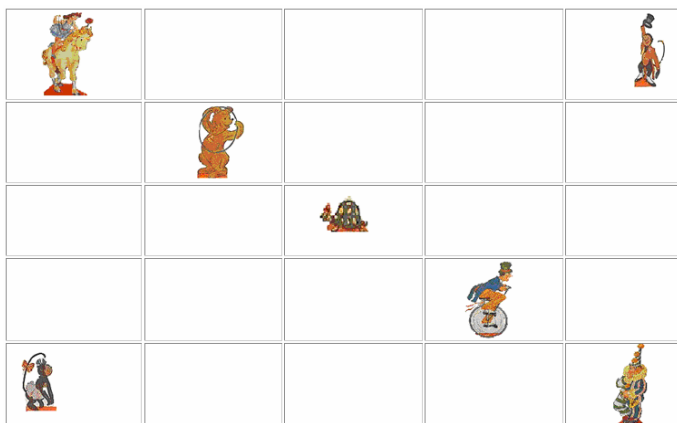
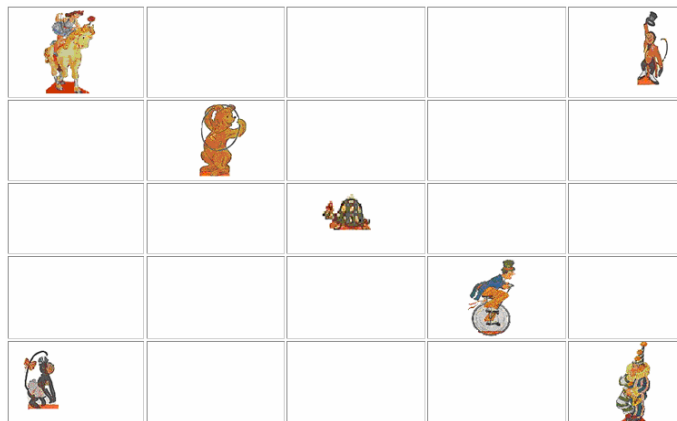
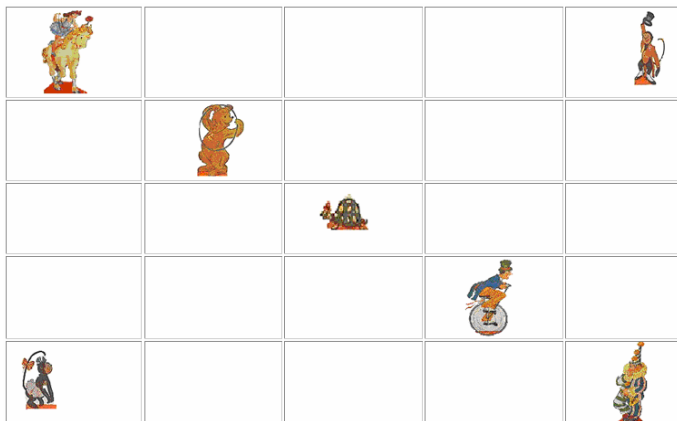
Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



Neste lado folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar o “CICLISTA”
 Não esqueça cada quadrinho é um caminho.
 Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO
 Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa
 MICO ← cara ↓ coroa



SEGUNDO ENCONTRO

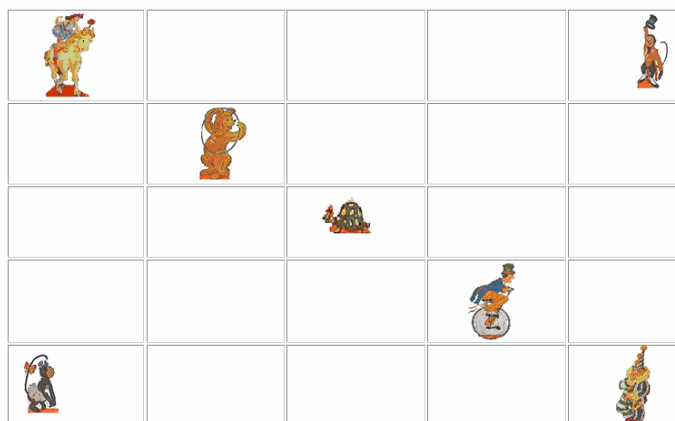
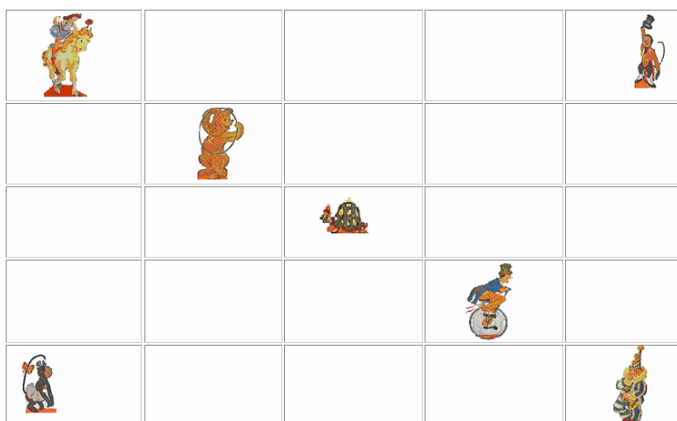
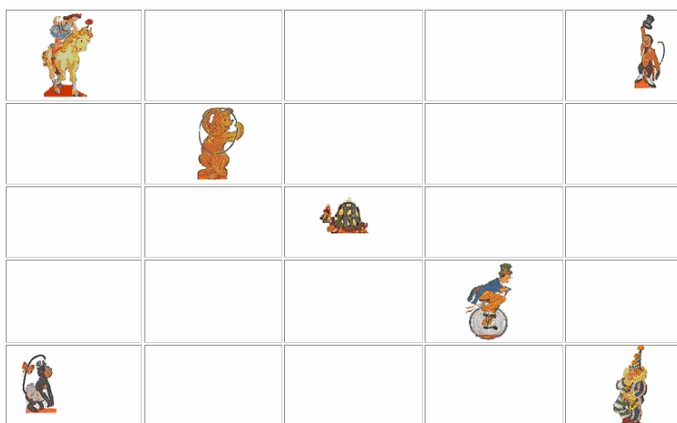
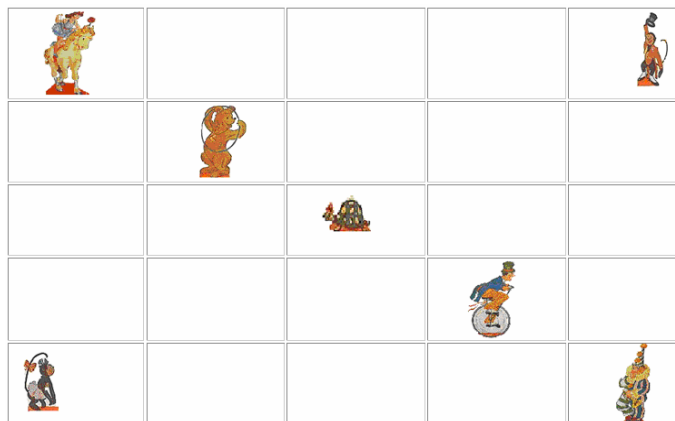
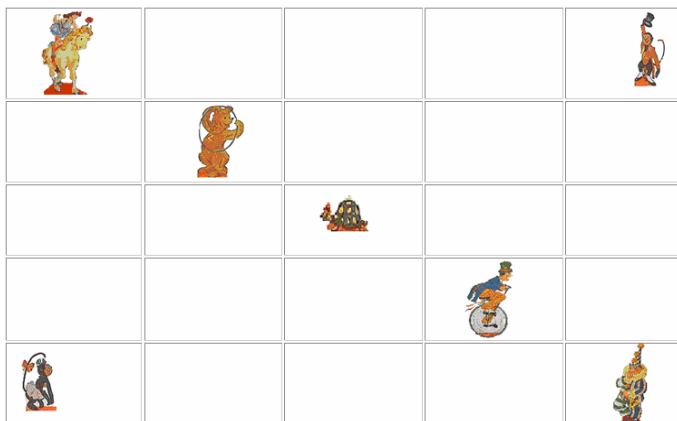
Nesta folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar A “TARTARUGA”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



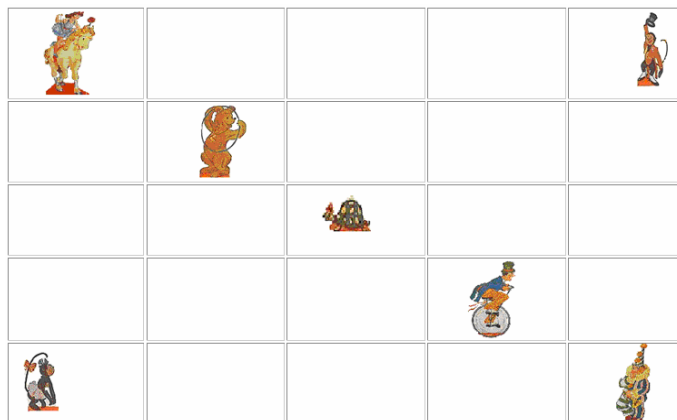
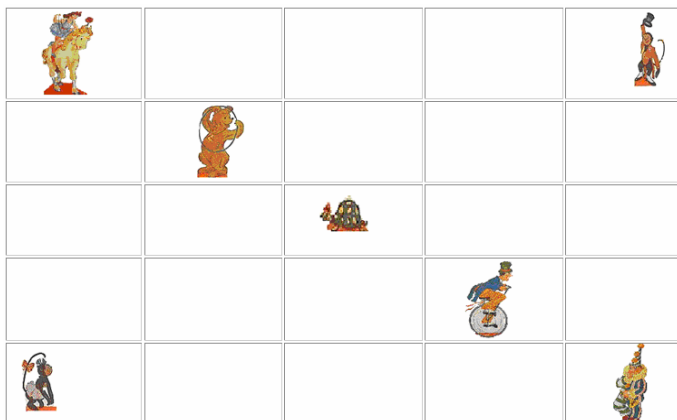
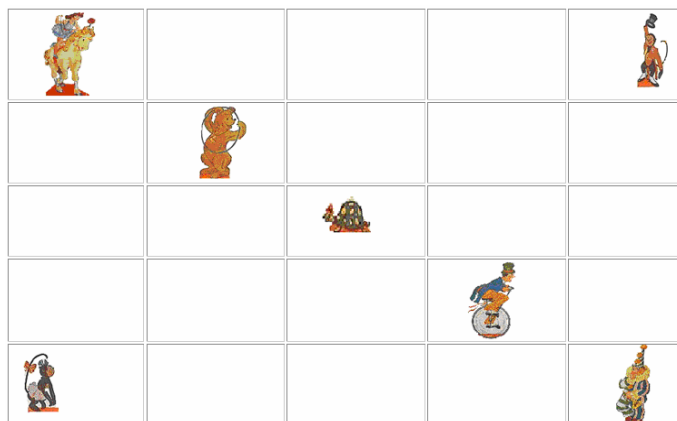
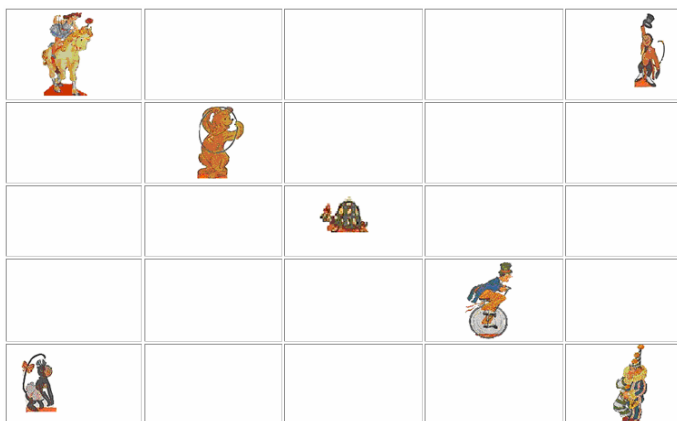
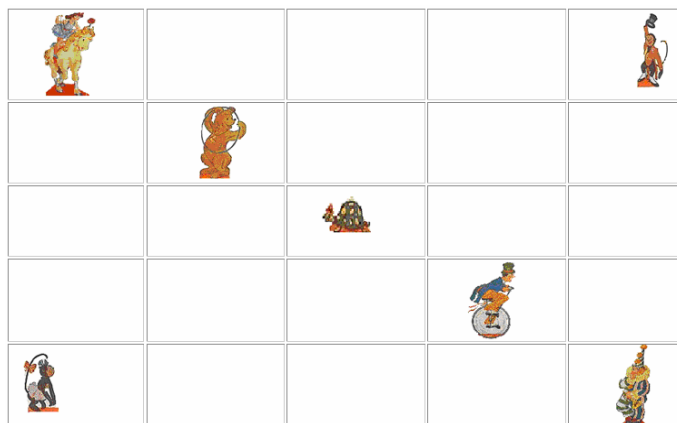
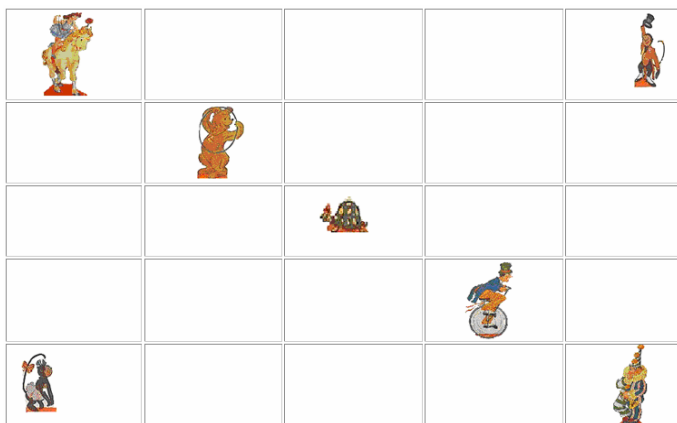
Neste lado da folha você irá escrever em cada quadrinho, todos os caminhos para encontrar “URSINHO MALABARISTA”

Não esqueça cada quadrinho é um caminho.

Com a cor azul a MICA – Com vermelho o MICO

Lembre-se que: MICA → cara ↑ coroa

MICO ← cara ↓ coroa



TERCEIRO ENCONTRO

Use a folha de rascunho

Mostre quais os possíveis caminhos em que a boneca morena pode encontrar seus bichinhos de estimação.



Você pode escrever com suas próprias palavras quantas são as possibilidades de caminho que a boneca morena pode fazer para encontrar seus bichinhos de estimação?
Desafio: tente usando as moedas imantadas montar todas as possibilidades de caminhos, na capa do tabuleiro.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS EM QUE A BONECA MORENA PODE ENCONTRAR SEUS BICHINHOS DE ESTIMAÇÃO.



VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PRÓPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE A BONECA MORENA PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS BICHINHOS DE ESTIMAÇÃO?

DESAFIO: TENTE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS EM QUE A BONECA LOIRA PODE ENCONTRAR SEUS BICHINHOS DE ESTIMAÇÃO.



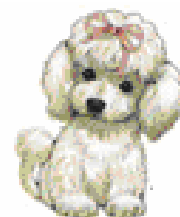
VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PRÓPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE A BONECA LOIRA PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS BICHINHOS DE ESTIMAÇÃO?

DESAFIO: TENTE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

TERCEIRO ENCONTRO

Use a folha de rascunho

Mostre quais os possíveis caminhos em que a boneca loira pode encontrar seus bichinhos de estimação.

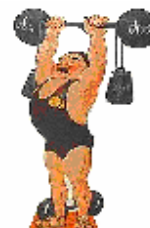


Você pode escrever com suas próprias palavras quantas são as possibilidades de caminho que a boneca loira pode fazer para encontrar seus bichinhos de estimação?
Desafio: tente usando as moedas imantadas montar todas as possibilidades de caminhos, na capa do tabuleiro.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS DA MICA PARA ENCONTRAR A TURMA DO CIRCO



VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PRÓPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE A MICA PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS AMIGOS DO CIRCO?

DESAFIO: TENDE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS DA MICA PARA ENCONTRAR A TURMA DO CIRCO



VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PROPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE A MICA PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS AMIGOS DO CIRCO?

DESAFIO: TENDE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS QUE O MICO PODE FAZER PARA ENCONTRAR A TURMA DO CIRCO



VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PROPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE O MICO PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS AMIGOS DO CIRCO?

DESAFIO: TENTE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

TERCEIRO ENCONTRO

USE A FOLHA DE RASCUNHO

MOSTRE QUAIS OS POSSÍVEIS CAMINHOS QUE O MICO PODE FAZER PARA ENCONTRAR A TURMA DO CIRCO



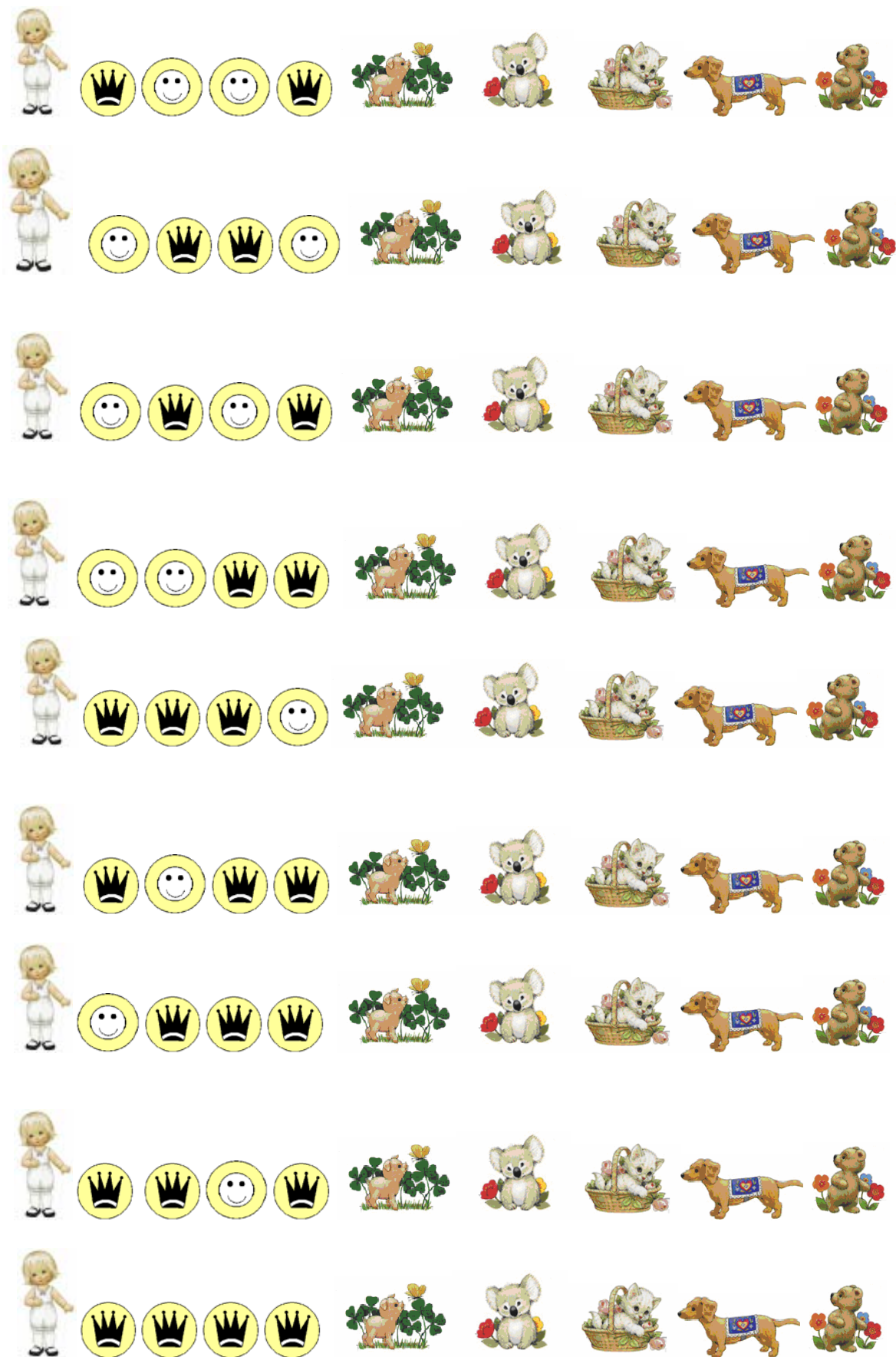
VOCÊ PODE ESCREVER COM SUAS PROPRIAS PALAVRAS QUANTAS SÃO AS POSSIBILIDADES DE CAMINHO QUE O MICO PODE FAZER PARA ENCONTRAR SEUS AMIGOS DO CIRCO?

DESAFIO: TENDE USANDO AS MOEDAS IMANTADAS MONTAR TODAS AS POSSIBILIDADES DE CAMINHOS, NA CAPA DO TABULEIRO.

QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o bichinho de estimação da boneca loira, fazendo um círculo sobre ele.





QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o bichinho de estimação da boneca morena, fazendo um círculo sobre ele.





QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o bichinho de estimação da boneca loira, fazendo um círculo sobre ele.





QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o bichinho de estimação da boneca morena, fazendo um círculo sobre ele.





QUARTO ENCONTRO

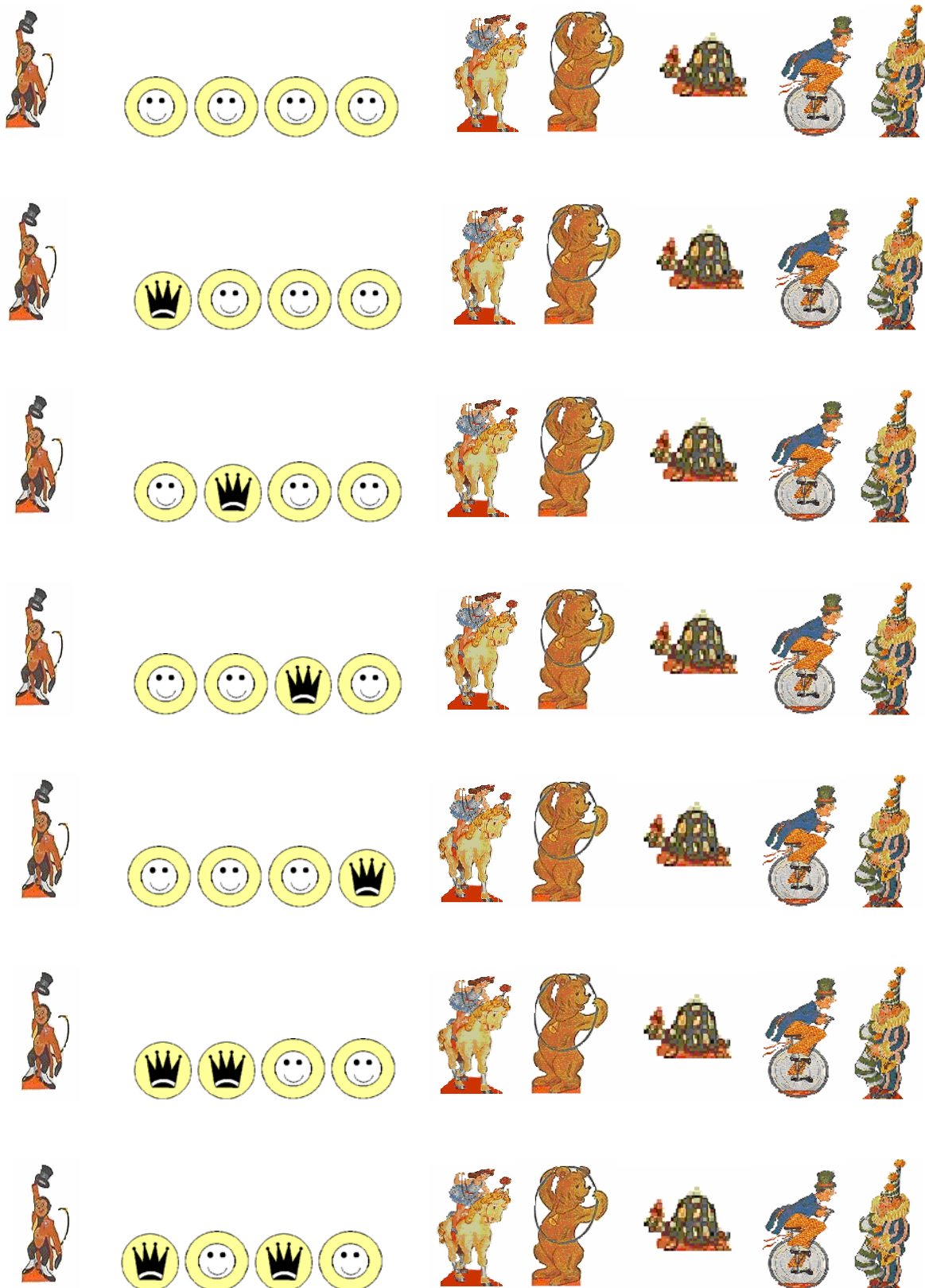
Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o amigo do circo do MICO, fazendo um círculo sobre ele.

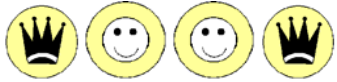




QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o amigo do circo do MICO, fazendo um círculo sobre ele.

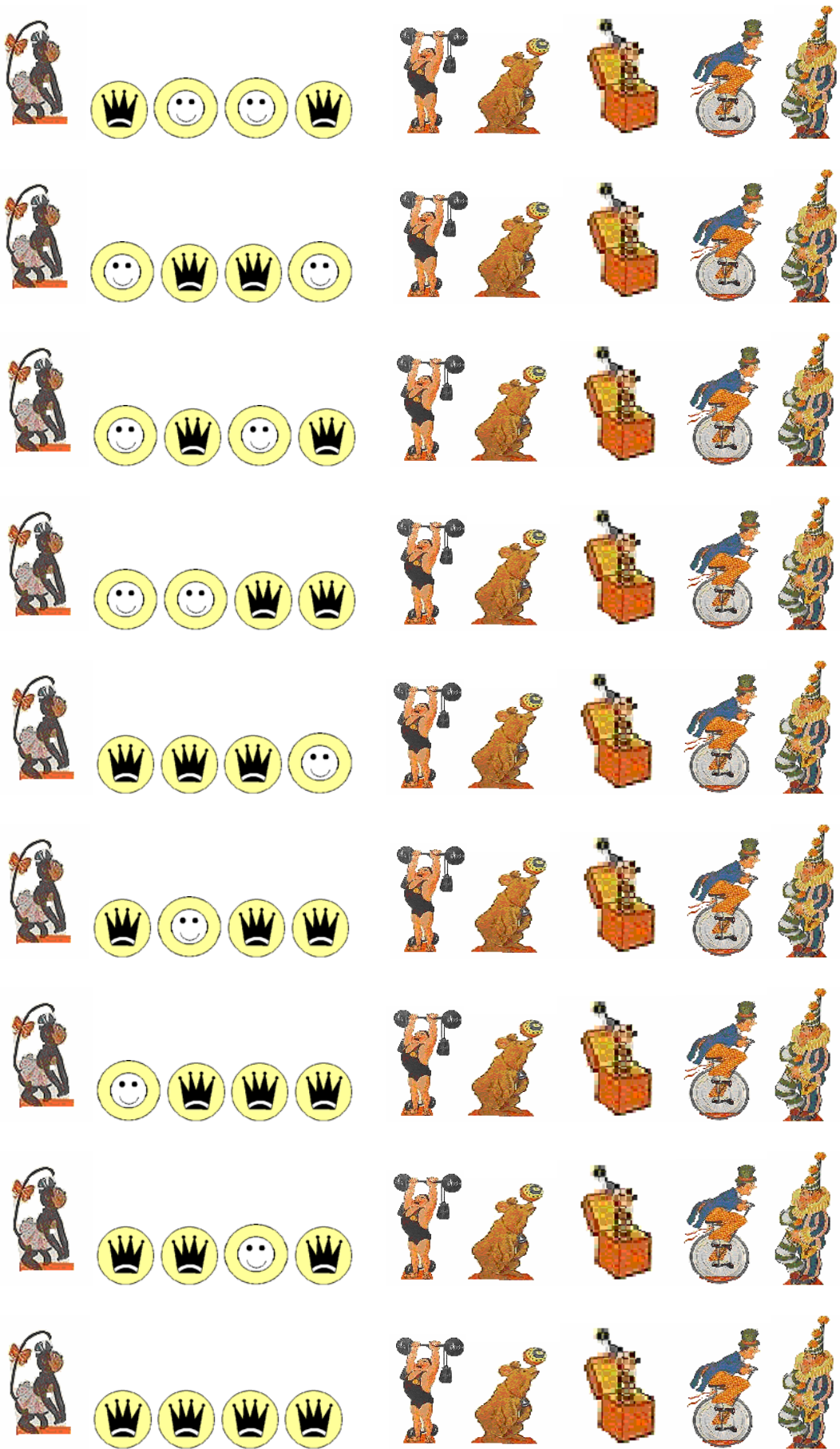




QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o amigo do circo da MICA, fazendo um círculo sobre ele.





QUARTO ENCONTRO

Agora, temos todas as possibilidades de caminho representadas pelas moedas. Com o auxílio do tabuleiro encontre o amigo do circo da MICA, fazendo um círculo sobre ele.





RASCUNHO

RASCUNHO

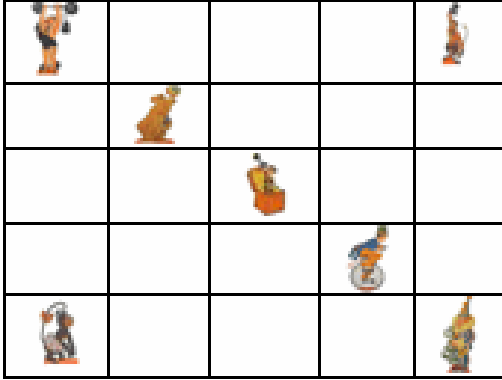
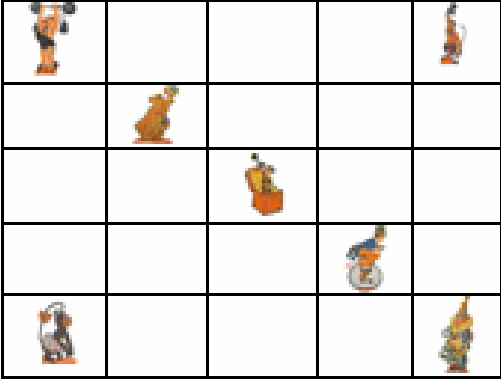
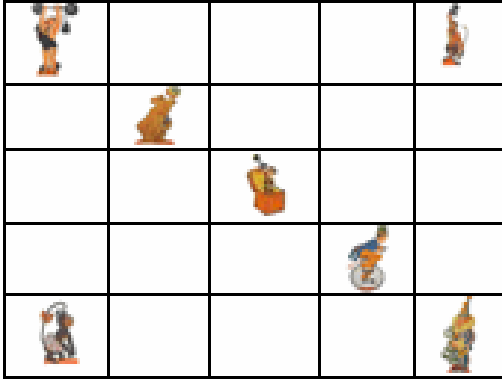
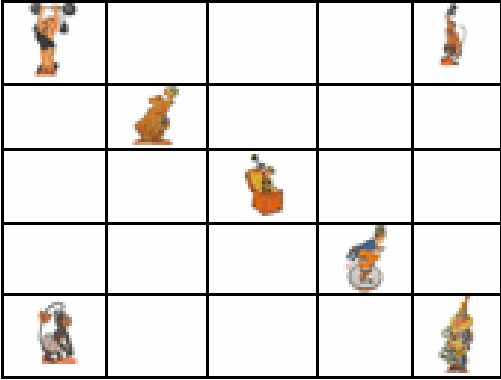
				
				
				
				
				

RASCUNHO



RASCUNHO