

VERA CRISTINA MACHADO SANTOS

**A MATEMÁTICA ESCOLAR NOS ANOS 1920:
UMA ANÁLISE DE SUAS DISCIPLINAS ATRAVÉS DAS PROVAS DOS
ALUNOS DO GINÁSIO DA CAPITAL DO ESTADO DE SÃO PAULO**

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**PUC/SP
São Paulo
2002**

VERA CRISTINA MACHADO SANTOS

**A MATEMÁTICA ESCOLAR NOS ANOS 1920:
UMA ANÁLISE DE SUAS DISCIPLINAS ATRAVÉS DAS PROVAS DOS
ALUNOS DO GINÁSIO DA CAPITAL DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente**.

PUC/SP
São Paulo
2002

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

Dedico este trabalho, com muito amor, ao meu marido José Antonio, companheiro de todas as horas e à minha família, pela paciência e incentivo.

AGRADECIMENTO

Ao Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente, meu orientador, pelo estímulo, dedicação, respeito, e pelas contribuições fundamentais na elaboração deste trabalho.

Aos Professores Doutores Benedito Antonio da Silva e Maria Cristina Menezes, pelas prestimosas sugestões e apoio na validação do trabalho.

Aos Professores do Programa de Pós-Graduação da PUC-SP em Educação Matemática pela colaboração e amizade.

À Escola Estadual de São Paulo, em especial às Professoras Maria Teresa Veneziani Sbrana, Célia Regina Cortez de Oliveira e Irce Divina das Graças Borges pela ajuda e prestativo atendimento durante a coleta de dados.

Aos meus amigos do grupo de pesquisa e do Mestrado da PUC/SP, em especial à Rita e Aparecida pela amizade e colaboração.

À Professora Maria Therezinha Boccuzzi pela revisão do texto deste trabalho, pela consideração, amizade e essencial apoio.

Às Professoras Maria Cecília e Nilva, pelo carinho e incentivo.

Ao Professor Plínio Castrucci, pela paciência e atendimento atencioso.

A todos que direta ou indiretamente tornaram possível a realização desta pesquisa.

A autora

RESUMO

Este estudo busca caracterizar as práticas pedagógicas das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria, nos anos 1920, no mais antigo ginásio oficial do Estado de São Paulo. A partir dessa caracterização, analisa as questões surgidas para a criação da disciplina Matemática, no âmbito da Reforma “Francisco Campos”. Embasando-se no campo de estudos denominado “história das disciplinas escolares”, o trabalho toma como fontes privilegiadas de pesquisa, os arquivos escolares, com destaque para as provas e exames dos alunos.

Palavras – chave: Educação Matemática, Ginásio da Capital de São Pulo, Benedito Castrucci, Reforma Francisco Campos, Reforma Rocha Vaz, Arquivos Escolares.

ABSTRACT

This study tries to characterize pedagogical practices in Arithmetic, Algebra, Geometry/Trigonometry in the 1920s, in the oldest official School of the State of São Paulo. These studies analyse questions, which create the “Mathematics subject” according to the “Reformation Francisco Campos”. Based upon the field of studies named “ history of school subjects”, the work uses important sources of research from school files, emphasizing students tests and final exams.

Key – Words: Mathematics Education, Ginásio da Capital de São Paulo, Benedito Castrucci, Reformation Francisco Campos, Reformation Rocha Vaz, school files.

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS	4
Capítulo 1 - A CONSTITUIÇÃO DA MATEMÁTICA ESCOLAR TRADICIONAL	7
Capítulo 2 - CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS	15
2.1 - Os constituintes de uma disciplina escolar	16
2.2 - Os arquivos escolares como fontes de pesquisa	20
2.3 – As provas e exames dos alunos	22
Capítulo 3 - OS ANOS 1920: HISTÓRIA, EDUCAÇÃO, SÃO PAULO E O GINÁSIO DA CAPITAL DO ESTADO.	24
3.1 - O Brasil na Primeira República: história, política, educação	25
3.2 – São Paulo nos anos 1920	31
3.3 – A educação paulista e o Ginásio da Capital	33
Capítulo 4 - BENEDITO CASTRUCCI E O CURSO GINASIAL DA DÉCADA DE 1920	35
4.1. – A Educação Matemática de um Matemático	36
Capítulo 5 - OS EXAMES DA DÉCADA DE 1920	59
5.1 – A Disciplina Aritmética	60
5.2 – A Disciplina Álgebra	93
5.3 – A Disciplina Geometria	117
Capítulo 6 - CONCLUSÃO	154

BIBLIOGRAFIA	161
ANEXOS	165
Anexo 1 – Decreto nº 3033 de 26 de fevereiro de 1919	166
1.1 – Decreto nº 4166 de 31 de dezembro de 1926	172
Anexo 2 – Tabela de provas	181
Anexo 3 – Boletim de exame oral	182



Ginásio da Capital - São



*Escola Estadual de São
Paulo - SP*

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Esta pesquisa constitui parte de um projeto maior intitulado “*História da Educação Matemática no Brasil, 1920-1960*” aprovado pela FAPESP, sob o número 01/03085-6 e coordenado pelo professor Dr. Wagner Rodrigues Valente. Escrever a história da trajetória do ensino de Matemática no Brasil, no período compreendido entre a crítica ao formalismo clássico e o Movimento da Matemática Moderna é o objetivo do projeto. Noutros termos:

a investigação privilegia a história do ensino elementar da matemática, no período compreendido entre 1920 e 1960. Época singular para estudo da reorganização do saber escolar matemático no Brasil, os anos 1920-1960 situam-se historicamente dentro do panorama de afirmação do currículo científico face à decadência do ensino clássico, das humanidades clássicas” (VALENTE, 2001a).

O período 1920 - 1960 compreende o que se pode chamar de *Matemática Tradicional*, ministrada nas disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria e o Movimento da *Matemática Moderna*, iniciado no final dos anos de 1950.

O estudo da Matemática escolar da década de 1920, ganha importância à medida em que melhor possam ser caracterizadas as disciplinas – Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, que constituíam o conjunto dos conhecimentos matemáticos ensinados no período antecedente à proposta de sua unificação. Ela surge ao final da década e é levada a efeito no estabelecimento-modelo para o ensino secundário, o Colégio Pedro II, localizado no Rio de Janeiro. A partir da chamada Reforma “Francisco Campos” (1931), em todo o Brasil, passa a figurar, nos programas de ensino, a nova disciplina, criada a partir do que se fez nesse colégio e com a denominação única de Matemática.

Foi Euclides Roxo, professor de matemática e posteriormente diretor do Colégio Pedro II, que apresentou em 1927, à congregação do colégio, essa nova proposta para o ensino de Matemática, ou seja, a fusão de suas diversas partes em uma única, a Matemática.

Devido à importância desse colégio na educação e das idéias renovadoras de Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, Francisco Campos o convidou para

compor a comissão que reformularia o ensino brasileiro. Campos "acatou, em sua reforma para o ensino secundário, todas as idéias modernizadoras presentes na proposta da congregação do Colégio Pedro II, na parte relativa ao ensino de Matemática" (MIORIM, 1988, p. 93).

Na exposição de motivos da Reforma, Francisco Campos deixou clara a intenção de transformar o caráter do ensino secundário:

A qualidade da educação não se mede pelo volume das noções e dos conceitos, estes, pelo contrário, quando inculcados pelos processos usuais do ensino, constituem falsas aquisições, pelas quais os seus possuidores, no sistema de trocas que funciona na vida real, não obterão valores autênticos e úteis. A verdadeira educação concentra o seu interesse antes sobre os processos de aquisição do que sobre o objetivo que eles têm em vista, e a sua preferência tende, não para a transmissão de soluções já feitas, acabadas e formuladas, mas para as direções do espírito, procurando criar, com os elementos constitutivos do problema ou da situação de fato, a oportunidade e o interesse pelo inquirido, a investigação e o trabalho pessoal em vista da solução própria e adequada e, se possível, individual e nova (BICUDO, 1942, p. 639).

O objetivo do ensino de matemática não se restringia ao desenvolvimento do raciocínio. O ensino dos três ramos seria realizado de maneira mais integrada, como explicado nas instruções pedagógicas:

O ensino da matemática tem por fim desenvolver a cultura espiritual do aluno pelo conhecimento dos processos matemáticos, habilitando-o, ao mesmo tempo, à concisão e ao rigor do raciocínio pela exposição clara do pensamento em linguagem precisa. Além disso, para atender ao interesse imediato da sua utilidade e ao valor educativo dos seus métodos, procurará, não só despertar no aluno a capacidade de resolver e agir, com presteza e atenção, como ainda favorecer-lhe o desenvolvimento da faculdade de compreensão e de análise das relações quantitativas e especiais, necessárias às aplicações nos diversos domínios da vida prática e à interpretação exata e profunda do mundo objetivo. ... A matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em viva e íntima correlação. A acentuação clara dos três pontos de vista – aritmético, algébrico e geométrico – não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber as conexões entre aquelas disciplinas. Para dar unidade à matéria, estabelecendo-se essa estreita correlação entre as diferentes modalidades do pensamento matemático, será adotada, como idéia central do ensino, a noção de função, apresentada, a princípio, intuitivamente e desenvolvida nas séries sucessivas do curso, de modo gradativo, tanto sob a forma geométrica como sob a analítica (BICUDO, 1942, p. 156-159).

Apesar da Reforma do ensino conter as idéias de Roxo para todas as séries, no Colégio Pedro II elas seriam implantadas gradativamente. Em 1929, a reforma seria para o primeiro ano; em 1930, para o segundo e, assim,

sucessivamente. No entanto, conforme o decreto nº19.800 de 18 de abril de 1931, esta mudança passou a vigorar em todo o território nacional desconsiderando o fato de o aluno estar no início ou no fim do curso. O estudo da Álgebra, Aritmética e Geometria fundiu-se numa só disciplina denominada Matemática.

Anteriormente a essa reforma, o ensino de Matemática se realizava através de disciplinas separadas. Havia as cadeiras de Aritmética e Álgebra e também de Geometria e Trigonometria. Desse modo, tínhamos o ensino das matemáticas através dessas disciplinas autônomas, presentes nessas duas cadeiras.

Privilegiando-se os anos 1920, década anterior a todo esse movimento de renovação, cabe indagar: Em que medida, nesse período, as práticas pedagógicas do ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria representaram, ou não, um entrave para as propostas de sua unificação?

Essa questão inicial nos remete à investigação histórica das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria que nos conduz à interrogação: Como se constituíram, historicamente, essas disciplinas? Quais eram as finalidades de seu ensino? Como se desenvolveram as práticas pedagógicas desses diferentes ramos matemáticos?

Capítulo 1

A CONSTITUIÇÃO DA MATEMÁTICA ESCOLAR TRADICIONAL

A constituição da matemática escolar tradicional

Este capítulo pauta-se pelo trabalho de Wagner Valente *Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)*, que analisa a constituição, ao longo de duzentos anos, da matemática escolar tradicional, ou seja, a matemática ensinada através de seus diferentes ramos, constituídos pelas disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria.

O texto de Valente (1999) - abrangendo desde o séc. XVIII até o início do séc. XX - descreve as origens e o desenvolvimento do saber escolar matemático, nos fornecendo muitos subsídios para o entendimento do que é ensinado hoje, nas escolas.

As origens das práticas escolares remetem, primeiramente, aos jesuítas e ao padre Christopher Clavius (1537-1612), matemático e astrólogo, que escreveu extensos tratados sobre Aritmética, Geometria, Álgebra e Astronomia. Nos colégios jesuítas, o ensino seguia a tradição clássico-humanista. A educação era baseada nas humanidades clássicas com disciplinas como a Retórica, as Humanidades e a Gramática. As Ciências e, em particular, a Matemática, eram reservadas para o ensino superior onde, pouco era ensinado. Existiam orientações evidenciando a utilidade da Matemática, mas os jesuítas não a viam com bons olhos. Somente em algumas escolas estes estudos foram incentivados, como é o caso do Colégio de Roma, com Clavius como professor. Com a intenção de difundir as “Ciências Matemáticas” entre os jesuítas, foram criadas aulas sobre o globo terrestre, as Aulas da Esfera.

Em Portugal, a *Aula da Esfera* foi criada em 1590, no colégio da Companhia Jesus de Santo Antão, pela necessidade de instruir seus discípulos a fim de que participassem das missões no Oriente e na África. Inicialmente, era um curso que visava aos conhecimentos aprendidos no âmbito da Cartografia, construção de instrumentos náuticos e formação de pilotos. Como o prestígio da carreira de engenheiro no exército cresce, os conteúdos da Aula da Esfera modificaram-se, por determinação do rei, para atender aos alunos como um preparatório ao ingresso na *Aula de Fortificação e Arquitetura Militar*, instituída por D. João em 1647. Mas, segundo Valente (1999, p. 35):

Tudo leva a crer, enfim, apesar dos poucos conhecimentos que temos sobre o tema, que as ciências, e em particular a Matemática, não constituíram, ao longo dos duzentos anos de escolarização jesuítica no Brasil, um elemento integrante da cultura escolar e formação daqueles que aos colégios da Companhia de Jesus acorriam.

De outra parte, desde o séc. XIV, quando apareceram as primeiras armas de fogo, a artilharia evoluiu e as fortificações se modificaram criando a necessidade de mão de obra especializada. A Geometria era vista desde épocas medievais, como um elemento necessário ao carpinteiro, arquiteto e ao agrimensor, enquanto a Aritmética era destinada à arte do comércio. Com o uso do canhão, que alterou o significado de defesa e ataque, a Matemática reafirma seu caráter prático.

Tornou-se fundamental na carreira de Engenheiro “para o aprendizado do traçado e construção de fortificações, conhecimentos de Geometria que envolvem proporções, cálculos de distâncias, alturas, escalas etc” (1999, p. 29). O termo Engenheiro aplica-se inicialmente ao engenheiro militar, formado pelas *Aulas de Artilharia e Fortificações*, ou seja, um oficial e um matemático. “O novo profissional formado na Aula de Artilharia e Fortificações dá origem ao engenheiro moderno”. Multiplicam-se os livros sobre fortificações e as Matemáticas “são tomadas como elemento de segurança infalível”.

No intuito de defender suas terras ultramarinas, foi criada a Aula de Fortificações, no Rio de Janeiro, em 1699. Em 1710 a aula ainda não existia por falta de livros e instrumentos próprios, mas, com a febre do ouro e a necessidade de defesa, a Colônia consegue, em 1738, um curso para filhos de militares e nobres, a *Aula de Artilharia e Fortificações do Rio de Janeiro*. Desde então, o ensino tornou-se obrigatório a todo oficial. Nos colégios jesuítas, os rudimentos de Matemática apareceram atrelados à Física e, os professores, por muito tempo, atribuíram à Matemática um lugar marginal.

José Fernandes Pinto Alpoim é designado professor da *Aula de Artilharia e Fortificações* e ministrou o curso de 1738 a 1765. Alpoim foi um dos primeiros engenheiros militares a atuar no Brasil. Com sua experiência didática em Portugal, e a necessidade crucial de compêndios escolares, escreveu dois livros

"que se tornariam os primeiros livros didáticos de Matemática escritos no Brasil: em 1744, Exame de Artilheiros e Exame de Bombeiros, em 1748..." (1999, p. 47).

O livro *Exame de Artilheiros* contém Aritmética, Geometria, Artilharia e o *Exame de Bombeiro*, tem os dois primeiros tratados referindo-se à Geometria e Trigonometria. Apesar do objetivo ser militar, atendiam também a objetivos didático-pedagógicos e se constituíam de conteúdos hoje encontrados no ensino médio e fundamental.

Os livros eram organizados em forma de perguntas e respostas. Sua escrita não tinha compromisso com o rigor matemático da forma que o entendemos hoje. Neles estava presente o desenvolvimento da escrita para os alunos, o que "poderíamos (...) conjecturar que a atividade pedagógica dentro da aula consistia em Alpoim, de posse de seus escritos, estar cotidianamente ditando o curso para seus alunos, que reproduziam assim, cada um deles, toda a escrita do livro" (1999, p. 50).

O Tratado de Aritmética, do livro *Exame de Artilheiros*, dá ênfase às operações fundamentais e acabou sendo o precursor do livro didático de Aritmética para a escola das primeiras letras. Em forma de narrativa matemática, não possui nenhum tipo de tratamento algébrico e a seqüência didática utilizada incluía a definição, explicação e exemplos numéricos. O livro Exame de Bombeiros reúne conteúdos que hoje ensinamos no ensino médio.

Em 1767, por causa de novas lutas contra os espanhóis do rio da Prata, substituiu-se a antiga Aula de Fortificações, pela *Aula do Regimento de Artilharia do Rio de Janeiro*, para a qual é adotado o texto do francês Béliador. Em 1774, a aula foi ampliada passando a incluir ensinamentos de arquitetura e seu nome mudou para *Aula Militar do Regimento de Artilharia do Rio de Janeiro*.

Como resultado das experiências e iniciativas anteriores, é criada em 1792, no Rio de Janeiro, a *Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho*. O curso de seis anos adotava os livros franceses Geometria Prática de Béliador e a Aritmética de Bézout:

"A adoção de Bézout e Béliador inaugura no Brasil a separação entre Aritmética e Geometria. Assim é gerado o embrião de duas disciplinas autônomas dentro das

escolas. Posteriormente virá a Álgebra. Será essa matemática, inicialmente ligada diretamente à prática, que, desenvolvida pedagogicamente nas escolas técnico-militares, organizada, dividida e didatizada para diferentes classes, passará para os colégios e preparatórios do séc. XIX, e orientará os autores brasileiros a escreverem seus próprios livros didáticos” (1999, p. 88).

No livro de Bézout, a Aritmética está estruturada em: Frações, “Números Complexos¹”, Raiz Quadrada e Cúbica, Razões, Proporções e Regra-de-Três, Progressões Aritméticas e Geométricas e Logaritmos. Bézout definiu a Aritmética como Ciências dos Números, estando de acordo com os livros da época, verdadeiros manuais para calcular. O objetivo principal era a preocupação com o cálculo numérico; os logaritmos funcionavam como uma ferramenta para simplificar o cálculo numérico, como uma técnica operatória.

Com a vinda da corte para o Brasil, vieram a *Academia Real dos Guardas – Marinha*, cujos trabalhos têm início em 1809, e a *Academia Real Militar*, criada em 1810.

O curso da *Academia Real Militar* que substituiu a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, tinha como programa de ensino: Aritmética e Álgebra até as equações do terceiro e quarto graus, Geometria e Trigonometria no primeiro ano, dando também as primeiras noções da Esférica. Euler, Lacroix e Legendre passaram a ser os autores dos livros de referência para a aprendizagem das Matemáticas cuja seqüência de ensino dos conteúdos era Aritmética – Álgebra – Geometria.

A *Academia dos Guardas – Marinha* era orientada pelos livros de Bézout nos quais a seqüência para o ensino das Matemáticas era Aritmética – Geometria – Álgebra. No primeiro ano, Aritmética, Geometria e Trigonometria com uso prático mais próprio aos oficiais do mar. No segundo ano, princípios de Álgebra até equações do segundo grau e primeiras aplicações à Aritmética e Geometria. No terceiro ano, Trigonometria Esférica. O autor escreve uma Geometria fácil e clara para alunos que nada aprenderam de Álgebra. Até então, as referências eram os livros de Alpoim e Bélidor.

¹ Eram denominados números complexos os números assim formados: 2h 12' 14" ou 3º 27' 3"

Com estas academias, organizou-se o ensino da Matemática e surgiram os primeiros programas de ensino que se encontravam atrelados aos manuais de Matemática em uso. “Enquanto a Academia Real Militar vai se transformando num curso superior [...] a Academia Real dos Guardas – Marinha vai se constituindo num curso de nível secundário” (1999, p. 106). Da Academia Real Militar virá a separação em Matemática elementar e superior, e da Academia Real dos Guardas – Marinha os programas de estudos de nível médio.

Destas academias também vieram os professores para o ensino nos preparatórios e liceus. “Assim, é mesmo no interior dos cursos técnicos-militares que vai se constituindo o rol de conteúdos da matemática escolar secundária que estará presente nos liceus e preparatórios do século XIX” (1999, p. 107).

A partir da carta outorgada por D. Pedro I, em 1824, criaram-se, em 1827, as escolas primárias gratuitas com o objetivo de ensinar a ler, escrever e contar. Ao mesmo tempo, o estabelecimento dos cursos superiores no Brasil impunha a obrigação de definir os pré-requisitos para seu ingresso. Do futuro médico somente era exigido que soubesse ler e escrever. O engenheiro estava caracterizado como oficial militar, cujos estudos centravam-se nas matemáticas. Para o advogado, curso de nível superior criado em 1827, exigia-se a língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia e geometria.

Pode-se estranhar a exigência da Geometria para o advogado. Estes conhecimentos, após longas discussões na Câmara e Senado do Império, foram colocados em meio a uma formação clássico-literária, no intuito de habilitar o aluno a raciocinar com rigor, como um exercício da razão. Em 1832, com uma nova reorganização, passam a ser exigidos também conhecimentos de Aritmética e Geometria dos futuros médicos.

Longos debates na Câmara foram realizados para determinar os pré-requisitos de entrada nos cursos superiores. Estes pré-requisitos influenciaram diretamente os diversos cursos existentes, que capacitavam os alunos para esse fim, os preparatórios.

Com os preparatórios, as matemáticas misturaram-se à cultura clássico-literária, ainda predominante, deixando de representar um saber técnico das Academias Militares, para fazer parte da cultura geral escolar.

Na tentativa de organizar os estudos secundários, até então espalhados pela província em aulas avulsas, e para servir de modelo de escolarização secundária, em 1837 foi criado o Imperial Colégio de D. Pedro II. Em sua primeira organização, o Colégio Pedro II utiliza os didáticos de Bézout e a seqüência Aritmética – Geometria – Álgebra. A partir de sua primeira alteração nos estudos, em 1841, ficou estabelecida a seqüência Aritmética – Álgebra – Geometria de Lacroix.

A escolarização secundária tinha o objetivo de preparar o aluno para o ensino superior, e os manuais escolares, cujos autores se orientavam em Bézout e Lacroix, têm origem no ensino técnico. Cristiano Benedito Ottoni é um exemplo de autor que transita do ensino técnico militar para a formação clássico-literária. Seus livros foram adotados no Colégio de Pedro II de 1856 a 1898.

Otoni é “um personagem fundamental para a organização e estruturação da Matemática escolar no Brasil durante quase meio século” (1999, p. 131). Seguindo o exemplo de Ottoni, cada vez mais livros didáticos vão sendo editados, não só com autores das academias militares, mas também de autoria de professores de colégios e liceus.

Nas últimas décadas do séc. XIX houve uma tendência mundial em escrever livros didáticos para os alunos. A lição vai dando lugar aos exercícios dentro dos textos. Há uma preocupação cada vez maior com a didática das Matemáticas e assim, “de modo mais amplo, para além do ensino das matemáticas, os *colégios* vão ganhando o caráter de *escolas*” (1999, p. 173).

Em suas origens, os *colégios* têm como pedagogia o “dizer sobre o fazer”. O aluno toma notas dos procedimentos e os professores ditam as lições. Com a multiplicação nos métodos de alfabetização, em substituição ao antigo sistema em que se aprendia a ler para depois escrever, o quadro negro, o livro texto, mobiliário e outros dispositivos aparecem, quando há a necessidade dessa simultaneidade. Tais elementos revolucionaram o procedimento pedagógico do

professor que consistia em chamar cada aluno separadamente. Tal pedagogia ficou impraticável também, à medida que aumentava o número de alunos.

À escola estava ligado o exercício e o quadro negro. “Diferente da lição, que era a ordem do saber do mestre posta aos alunos, o exercício é a autorização que a escola dá ao aluno de mostrar suas dificuldades, seus esforços e seus fracassos” (1999, p. 174).

O professor Eugênio de Raja Gabaglia, lente do Colégio Pedro II, introduz no Brasil uma coleção de livros franceses denominada FIC (Frères de l’Instruction Chrétienne). Os livros intitulados sempre de Elementos de Álgebra, Elementos de Aritmética ou Elementos de Geometria, marcam a forma mais acabada do encontro da pedagogia dos colégios com a escola no final do séc. XIX.

Assim, a constituição da matemática escolar, vinda de uma necessidade prática de conteúdos que orientassem a resolução de problemas ligados às atividades militares, seguia rumo à elementarização com a sequenciação de conteúdos previamente estabelecidos.

O estudo de Valente (1999) referenciou-se, sobretudo, nos livros didáticos. Seguindo o trajeto histórico dos manuais que organizaram e constituíram a Matemática escolar, o autor nos mostra como estabeleceram-se para ensino, os conteúdos de disciplinas diferentes como a Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria ao longo de dois séculos. A partir da extensa pesquisa de Valente (1999) e para além dos conteúdos de ensino dessas diferentes disciplinas, caberia nossa questão de pesquisa:

- Em que medida a prática pedagógica dessas diferentes disciplinas matemáticas, representou ou não, um entrave para as propostas de modernização do ensino no final dos anos 1920?

Tais questões, pertinentes ao campo de investigação intitulado “História das Disciplinas Escolares” nos conduzem ao ferramental teórico – metodológico desenvolvido, sobretudo, por André Chervel, objeto de estudo do próximo capítulo.

Capítulo 2

CONSIDERAÇÕES TEÓRICO - METODOLÓGICAS

2.1 Os constituintes de uma disciplina escolar

Na escola há “um conjunto de normas que definem os conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos”: trata-se da *cultura escolar*. Para a sua constituição são necessários três elementos: espaço escolar específico, cursos graduados em níveis e corpo profissional específico (JULIA, 200, p. 10).

A cultura escolar está sujeita a interferências do mundo, que separa intenções de resultados. Ao mesmo tempo, no momento em que uma nova diretriz invade o local da escola, os antigos valores não são apagados, as novas restrições somam-se às antigas (JULIA, 2001). No dizer de Antonio Viñao:

Reformas fracassam não é porque, como é sabido, todas elas produzam efeitos não previstos, não queridos, inclusive opostos aos buscados, não é porque originem movimentos de resistência, não encontrem os apoios necessários, ou não acertam em envolver o professorado em sua realização, não é porque ao aplicá-la, se converta em ritual burocrático, senão porque, em sua natureza a-histórica, ignoram a existência da cultura escolar (200, p. 2).

A existência da cultura escolar não pode ser ignorada com seu “conjunto de tradições e regularidades institucionais” sedimentadas num longo período de tempo e que governam as práticas do ensino e aprendizagem. É necessária a preocupação com a história do cotidiano das instituições educativas e sua análise pode ser útil para entender essa mescla de tradições e inovações que são as escolas (VIÑAO, 2000). Nas palavras de Dominique Julia:

Voltando a atenção para o funcionamento interno da escola..., como via de entendimento da cultura escolar, a história das disciplinas escolares tenta identificar, tanto através das práticas escolares como através dos grandes objetivos que presidiram a constituição das disciplinas, elementos que permitam constituir uma história renovada da educação (JULIA, 2001, p. 13).

Quando buscamos escrever histórias de disciplinas escolares, é fundamental reunir a maior quantidade possível de documentos construídos pelo e para o cotidiano escolar. Para além das determinações legais, ganham importância para a pesquisa, ingredientes como livros didáticos, cadernos de

alunos, provas, diários de classe e toda uma sorte de elementos mais diretamente ligados ao dia-a-dia do funcionamento escolar. Como diz Chervel:

... recentemente tem-se manifestado uma tendência, entre os docentes em favor de uma história de sua própria disciplina. Dos conteúdos do ensino, tais como são dados nos programas, o interesse então evoluiu sensivelmente para uma visão mais global do problema, associando-se as ordens do legislador ou das autoridades ministeriais ou hierárquicas à realidade concreta do ensino nos estabelecimentos, e, algumas vezes até mesmo às produções escritas dos alunos (1990, p. 177).

A história dos conteúdos é o componente central da história das disciplinas. Cabe à história das disciplinas “encontrar na própria escola o princípio de uma investigação e de uma descrição histórica específica” e “estudar a natureza exata dos conhecimentos adquiridos e da aculturação realizada pelos alunos no contexto escolar” (1990, p. 184).

Este estudo está inserido no âmbito da história das disciplinas escolares. André Chervel é um autor que nos dá importantes ferramentas teórico-metodológicas sobre o tema, visto que seu texto está estruturado em oito partes que analisam a história e os constituintes de uma disciplina escolar².

Para Chervel, a noção de disciplina escolar levanta de imediato inúmeros problemas, por não ter sido objeto de reflexão aprofundada. A História mostra que somente no final do séc. XIX, o termo ganha o significado a ela atribuído hoje, de conteúdo de ensino. Antes, expressava a “vigilância dos estabelecimentos, a repressão das condutas prejudiciais à sua boa ordem...” (1990, p. 178).

É no final do séc XIX que a palavra disciplina recebe seu significado advindo do verbo disciplinar na forma de uma “ginástica intelectual”. No séc. XX ela passa do geral, no sentido de “disciplinar a inteligência das crianças...”, para o particular passando a significar “uma matéria de ensino suscetível de servir de exercício intelectual” (1990, p. 179).

² Há de se considerar também o trabalho de Ivor Goodson “A construção Social do Currículo”, muito mais centrado no currículo, mas que chama a atenção sobre a necessidade de legitimação acadêmica das disciplinas na escola. Discute as opções e interesses que estão por trás dos planos de estudo e, dinâmicas informais que definem formas distintas de aplicar na prática, determinações legais. Outro autor relevante é Cristian Laville que em seu texto “A próxima Reforma dos Programas Escolares será mais bem sucedida que a anterior?” discute como ocorrem as mudanças no currículo, de forma geral, princípios e práticas de mudanças, chamando a atenção sobre fatores que exercem papéis particulares.

Para o autor, as disciplinas escolares têm uma existência autônoma, pois são criações históricas do sistema escolar e, por isso, “merecem um interesse todo particular”. Os conteúdos de ensino são uma criação da escola, na escola e para a escola, ou seja, em nosso caso, a Matemática ensinada na escola é uma apropriação feita pelos professores para que o ensino possa ser facilitado e entendido. Chervel destaca ainda que foi a existência das disciplinas que historicamente traçou o limite entre secundário e superior. Esta visão do autor, portanto, vai de encontro à visão tradicional em que a escola é tida como uma instituição reprodutora dos saberes produzidos fora dela, cuja função era somente instruir seus alunos.

Sendo a história dos conteúdos o componente central da história das disciplinas, e admitindo-se que os conteúdos não são vulgarizações do saber erudito, entra em questão a finalidade da escola, como ela age para produzir as disciplinas e como elas “funcionam”. Esta problemática, segundo Chervel, não liga a história da escola ou sistema escolar a características externas. É na própria escola que se encontra o “princípio de uma investigação e de uma descrição histórica específica”. As disciplinas são, então, criações espontâneas e originais da escola sendo que seu nascimento e instauração levam por vezes meio século.

Realizando uma espécie de anatomia das disciplinas escolares, o autor conclui que uma disciplina escolar é constituída por vários componentes: a exposição pelo professor de um conteúdo de conhecimentos, elementos de motivação do aluno e um aparelho docimológico³. Na fala do autor, esses elementos são essenciais à constituição de uma disciplina. Discorrendo sobre eles, Chervel pondera que é o conteúdo de conhecimentos exposto pelo professor que:

³ Referente à docimologia, em francês *docimologie* ou estudo científico dos exames e dos concurso. O termo é composto por duas partes de origem grega: a primeira *dokimazo*, remonta ao conceito de “exame” e o segundo *logos* significa “discurso” ou em sentido moderno “raciocínio científico” portanto se trata de uma “ciência dos exames”. É uma disciplina relativamente jovem no campo da ciência pedagógica. Sua origem é atribuída a H. Pieron, por volta dos anos 1960, e existem dois centros de pesquisa e desenvolvimento na Itália: um próximo à Universidade Bologna e outro na Universidade de Roma. O campo de pesquisa é a rede de conceitos que faz frente a: avaliação, medida e verificação; enquanto o propósito da pesquisa docimológica é o de estudar o método com o qual vem expressar o critério de avaliação, seja do ponto de vista lógico, metodológico ou tecnológico (H. Pieron, Exami e docimologia, Roma, 1965).

... chama prioritariamente a atenção, pois é ele que a distingue de todas as modalidades não escolares de aprendizagem, as da família ou da sociedade. Para cada uma das disciplinas, o peso específico desse conteúdo explícito constitui uma variável histórica cujo estudo deve ter um papel privilegiado na história das disciplinas escolares (1990, p. 202).

Em seguida, o autor considera que a motivação não só prepara para uma nova disciplina, como auxilia na aprendizagem de novos conteúdos de ensino expostos pelo professor, estimulando os alunos a se interessarem pela resolução de exercícios. Por sua vez, o estudo dos conteúdos deve ter um papel privilegiado e o historiador deve, primeiramente, estudar os conteúdos explícitos no ensino disciplinar beneficiando-se “de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos”. Se os conteúdos constituem o eixo central de uma disciplina, seu sucesso “depende fundamentalmente da qualidade dos exercícios aos quais elas podem se prestar” (1990, p. 204).

Por fim, Chervel analisa, para a constituição da disciplina escolar a função docimológica representada pelas provas. O autor reforça a importância de um estudo dos exames, pois sua necessidade gera dois fenômenos: o primeiro referente a exercícios de controle e o segundo, sobre o peso que as provas e exames exercem sobre os alunos e sobre o desenvolvimento das disciplinas. Assim, essas provas e exames recebem uma ampla atenção e interesse por parte de alunos e professores, influenciando os resultados, ou como diz Chervel: “a solidariedade de fato que se instaura entre a prática disciplinar e preparação para o exame disfarça muito freqüentemente mutações profundas” (1990, p. 207).

Em síntese, Chervel considera que o papel do historiador das disciplinas consiste em investigar seus componentes que estão em estreita ligação. Assim:

A disciplina escolar é então constituída por uma combinação, em proporções variáveis, conforme o caso, de vários constituintes: um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação e um aparelho docimológico, os quais, em cada estado da disciplina, funcionam evidentemente em estreita colaboração, do mesmo modo que cada um deles está, à sua maneira, em ligação direta com as finalidades (1990, p. 207).

Presume-se daí a importância de serem tomados para fontes de pesquisa, materiais ligados diretamente ao cotidiano escolar. Toda a produção didático-pedagógica de tempos passados ganha especial atenção. Portanto os arquivos

escolares constituem-se em locais privilegiados da pesquisa histórica das disciplinas.

2.2 Os arquivos escolares como fontes de pesquisas.

Atualmente, a historiografia tem se deslocado para questões culturais, influenciadas, sobretudo, pela escola dos Annales (VALENTE, 2001b). As pesquisas culturais em história da educação começam a ganhar vulto e a reconhecer na escola um local rico para a pesquisa da memória e identidade cultural. Mas, de acordo com Ribeiro, "uma das maiores dificuldades da atual historiografia educacional,... é o acesso às fontes..." (1992, p. 48).

As escolas têm necessidade de espaço físico e, para tal, jogam fora a maior parte da produção escolar. "Assim, a busca de fontes para estudo da cultura escolar apresenta-se como uma tarefa bastante difícil, representando um grande entrave, poder-se-ia dizer, para a prática dessa nova história da educação" (VALENTE, 2001b).

Mesmo assim, encontramos nas escolas arquivos que guardam uma quantidade considerável de documentos que muito contribuem para a história da educação. No entanto, deve-se atentar para o fato de que: "Ainda se desconhece que os arquivos das escolas, como os demais arquivos, são 'celeiros da história' e depósitos da memória coletiva, podendo, por isso, tornar-se um lugar especial para a pesquisa histórica e para a aprendizagem de disciplinas..." (RIBEIRO, 1992, p. 48).

Como ressalta Valente (2001b), é nos arquivos escolares que se poderia encontrar uma grande quantidade de documentos produzidos pelo cotidiano escolar. Diários de classe, provas de alunos, planejamentos de ensino, apostilas para uso em sala, livros didáticos de utilização dos professores, cadernos, livros e todo o material pertencente aos alunos. Na secretaria, também se encontram vários livros da organização da escola: o livro de ponto dos professores, livro de ocorrências, livro de atas de reuniões pedagógicas etc. Ali também estão os

prontuários dos alunos com a documentação pessoal, histórico escolar, certidão de nascimento, transferências, matrículas, taxas a serem pagas, entre outros. Grande parte desta documentação, que normalmente permanece na escola com alunos e professores, é perdida quando há troca de docentes, o professor muda de série para dar aulas ou quando o professor se aposenta. Também é raro os alunos guardarem cadernos, livros ou outro material usado durante todo o curso e até mesmo no final de cada ano. Ele se desfaz de todo esse material trocando-o pelo novo.

Permanecem na escola documentos que a legislação prioriza, ou seja, certidões de nascimento, matrícula, fichas de freqüência, transferência etc. Quanto aos demais documentos, por determinação legal, poderiam ser incinerados. Estas decisões do Conselho Federal de Educação visam a diminuir o volume de documentos, pois escolas e alunos aumentam cada vez mais num espaço limitado. Desse modo os documentos ligados à prática pedagógica de outros tempos têm, cada vez mais, poucas chances de permanecer nos arquivos (RIBEIRO, 1992).

É certo que, como diz Valente (2001b), "se o historiador da educação tivesse acesso não somente aos documentos probatórios, mas também àqueles papéis produzidos no interior das salas de aula, por professores e alunos, haveria uma possibilidade mais ampla de pesquisa sobre as práticas pedagógicas de outros tempos...". Estes documentos ligados à prática escolar têm muito valor para a história da educação, sob a perspectiva cultural.

Em alguns momentos da vida escolar, os exames e provas dos alunos são guardados, por serem considerados documentos comprobatórios de uma determinada ocorrência. Tanto os exames de admissão como os exames realizados ao final de cada ano são exemplos disso.

O que podem informar os exames e provas? Como tomá-los como fontes de estudo para história cultural escolar? Os exames e provas escolares são documentos valiosos para estudo da apropriação realizada pelo cotidiano escolar das reformas educacionais, por exemplo. Essa documentação cria a possibilidade, dentre tantas outras coisas, de análise dos conteúdos selecionados pelos professores como mais significativos de seu trabalho pedagógico com os alunos..., podem ainda através da análise dos enunciados dos exercícios e questões, possibilitar a leitura que o cotidiano escolar realiza de uma determinada

época histórica; da parte dos alunos, as provas são instrumentos importantes para análise de processos de resolução de exercícios... (VALENTE, 2001b).

Para que estes documentos, provas e exames possam tornar-se fontes históricas, não basta encontrá-los. A prática pedagógica é entendida quando os exames são observados dentro de um contexto que contém também outros materiais como, por exemplo, legislação escolar e reformas educacionais.

Privilegiando-se provas e exames de Aritmética, Álgebra, Geometria/Trigonometria, realizados por alunos no decorrer da década de 1920, podemos sintetizar a interrogação anteriormente formulada, agora colocada noutros termos, face ao auxílio de nossa base teórico – metodológica:

- Em que medida as práticas pedagógicas das disciplinas Aritmética, Álgebra, Geometria/Trigonometria, analisadas a partir de provas/exames a que ficaram submetidos os alunos nos anos 1920, representaram entrave para a proposta de criação da disciplina Matemática?

2.3 As provas e exames dos alunos

As fontes para este trabalho foram intermediadas por nosso professor orientador. As provas, exames realizados pelos alunos, pertencem ao antigo Ginásio da Capital, hoje Escola Estadual de São Paulo, em São Paulo.

O Ginásio da Capital de São Paulo, primeiro ginásio público do Estado, fundado em 1894, representa uma instituição de referência para o ensino secundário paulista. A partir das diretrizes emanadas para esse grau de ensino, pela instituição padrão nacional – o Colégio Pedro II – o Ginásio da Capital, através de seus arquivos, tem papel fundamental para o estudo histórico das práticas pedagógicas e do trajeto histórico das disciplinas escolares. No arquivo dessa escola, nas pastas individuais de alunos que por ali passaram, encontram-se um conjunto de documentos e, dentre eles, é possível obter provas e exames.

O trabalho de pesquisa nos arquivos, a análise de provas e outros documentos é tão envolvente que, por vezes, é necessário um grande esforço para deixar o encanto de lado e lançar um olhar crítico aos documentos. Como lembra Prochasson:

Romper a inevitável relação afetiva que se estabelece entre o historiador e seu material epistolar (do qual brotam muito mais emoções e comparações consigo próprio do que das series estatísticas ou dos documentos administrativos) passa pela objetivação desse material, pela sua construção como fonte (1998, p. 21).

Os historiadores podem perguntar, o que revelaria uma prova, além do já escrito pela história da educação? A prova em si, nada diz. Somente encontrar um documento, não quer dizer pesquisa pronta. Este tipo de documento é uma fonte para questionamentos, descobertas ou confirmações.

A experiência com pesquisa em arquivos escolares constatou o equívoco de julgar tudo solucionado pela simples obtenção das provas. Se assim fosse, não seriam necessárias tantas voltas aos mesmos documentos e a procura por outros a fim de esclarecer dúvidas como, por exemplo: Por que há somente exames datados de dezembro, janeiro, fevereiro e março? O que quer dizer a nota “simplesmente quatro”? Por que em alguns exames aparece a nota de prova oral e em outros não? Quem são os professores que assinam os exames? E mais, em alguns exames do início da década, temos o cálculo da média do aluno escrito na prova. Porém, alguns anos depois, os exames têm somente a nota obtida na prova. Como ficaria o cálculo da média do aluno? E as notas obtidas durante o ano? É necessário um verdadeiro garimpo no arquivo, para tentar verificar outros registros que esclareçam as dúvidas e dêem significado maior às provas e exames.

Utilizaremos como fontes prioritárias ao nosso estudo, exames e provas de Aritmética, Álgebra e Geometria dos anos 1920. Essa década, tão importante historicamente, será objeto de análise do próximo capítulo, assim como aspectos da educação brasileira, paulista e da educação no Ginásio da Capital do Estado de São Paulo neste período.

Capítulo 3

OS ANOS 1920: HISTÓRIA, EDUCAÇÃO, SÃO PAULO E O GINÁSIO DA CAPITAL DO ESTADO

3.1 – O Brasil na Primeira República: história, política e educação.

O período que se estende da proclamação da República, em 1889, até a Revolução de 1930 é chamado pelos historiadores de Primeira República ou República Velha. A principal característica desse período foi o absoluto domínio das oligarquias agrárias (os grandes fazendeiros) sobre a política brasileira. A mais rica e poderosa, formada pelos cafeicultores, assumiu o controle do governo federal e o do governo do estado de São Paulo. As mais fracas, ligadas ao açúcar, ao algodão, ao cacau e a outros produtos secundários, assumiram o controle dos demais governos estaduais.

No período de 1889 a 1894, a República entra em crise devido a revoltas e à política econômica de Floriano Peixoto. Com a entrada do primeiro presidente civil, Prudente de Moraes, em 1894, inicia-se um período de completo domínio pelas oligarquias. Aos poucos são abandonadas as medidas inovadoras do governo anterior, retornando à antiga política do Império: agricultura e sólidas relações com os grupos financeiros internacionais.

Os anos que se seguiram à proclamação da República foram de oposição entre o grupo militar, que detinha o poder, e o grupo agrário, interessado em garantir a supremacia política. As Forças Armadas formavam um grupo heterogêneo. Havia rivalidade entre Exército e Marinha, que se opunham ao grupo social fortemente unido, os proprietários de terra. Embora tenham tido grande influência durante os primeiros anos da República, os militares faziam concessões ao grupo agrário exportador que dominava a economia, acabando por entregar-lhes o governo do país (PEIXOTO, 1983).

A Constituição de 1891 representou a vitória política das oligarquias, uma descentralização do poder. O domínio das diversas oligarquias, principalmente de São Paulo e Minas, encontrou seu apogeu na “política dos governadores” que se constituía numa troca de favores: os governos Estaduais apoiavam o presidente da República que, por sua vez, os apoiava. A política dos governadores foi complementada pela “política do café com leite”. Minas e São Paulo quase sempre se alternavam no exercício da Presidência da República.

A partir de 1910, o sistema reinante sofreu seus primeiros abalos. Com a primeira Guerra mundial, a partir de 1914, o Brasil viveu um período de crise. A sociedade passou por modificações tornando-se cada vez mais urbana, ou seja, passa de uma sociedade de natureza agrário-exportadora para uma sociedade de economia industrial-urbana, voltada para o consumo do mercado interno. Esses fatores determinaram o crescimento da indústria (PEIXOTO, 1983).

A Campanha Civilista e as conseqüências do surto industrial, ocorrido durante a Primeira Guerra Mundial – crescimento da burguesia e do movimento operário – revelaram que o regime oligárquico não acompanhou a evolução do país, contribuindo para seu declínio político.

Anamaria Peixoto destaca ainda, que com o crescimento da atividade industrial, o domínio oligárquico enfraqueceu-se. Paralelamente à burguesia, as classes médias encontravam-se em um momento de expansão, que se acentuou nos anos 1914, em virtude da urbanização e expansão do comércio nos grandes centros do país. Vale ressaltar, segundo a autora, que:

As classes médias se identificam com os valores pertencentes ao universo ideológico das classes dominantes e aspiram suas formas de vida como um meio de superação de suas condições de classe, o que explica, em grande parte, as lutas pelo acesso à escola e a ânsia pelo diploma de bacharel (PEIXOTO, 1983, p. 31).

Durante a República Velha, as transformações sócio-econômicas no Brasil, embora lentas, foram significativas. A população passou de 14 milhões de habitantes, em 1889, para 37 milhões, em 1930. A população do sul aumentou muito, passando a ser o centro dinâmico do Brasil. Começaram a surgir cidades com características metropolitanas, como São Paulo.

As conquistas tecnológicas remetiam, a um mundo que nunca mais seria o mesmo. Nele, o homem que ia trocando o campo pela cidade criava automóveis para aposentar as velhas charretes, motores para acelerar o ritmo das fabricas, lâmpadas elétricas para iluminar a nova era e máquinas voadoras para encurtar as distâncias e dilatar as fronteiras do possível. Para registrar progressos até então impensáveis, aperfeiçoaram-se as câmaras escuras que viram máquinas fotográficas e, ainda mais incrível, desponta o cinema, capaz de reproduzir, na tela, o fluxo frenético da vida em contínuo movimento (CAMARGOS, 2001, p. 21).

Era uma época notável, sobretudo para a parcela da população que tinha condições de aproveitar os benefícios do desenvolvimento industrial e do capitalismo, em seus primórdios.

Acompanhando a intensificação do processo de urbanização, a sociedade transformou-se, para escândalo dos conservadores, as mulheres começaram a viver “tempos de modernidade”: usam maquiagem, exibem pernas, seguem o modelo das atrizes de Hollywood - boca carmim, cabelos curtos, grandes decotes, costas descobertas e saias curtas. Com os novos prodígios da época da eletricidade, o cinema brasileiro (que em 1925 viveu uma época de expansão), o teatro e a vitrola despertam a atenção dessas mulheres, as melindrosas. Junto com o novo homem dos anos 1920 - o almofadinha - que tende a cultivar o corpo e ser um exímio dançarino, caracterizaram a crescente modernidade.

Enquanto a economia e a sociedade brasileira transformavam-se, o sistema de governo permanecia imutável. Para quaisquer problemas a resposta das oligarquias tinha como emblema as palavras do presidente Washington Luis: “a questão social é caso de polícia”. Com essa mentalidade, o governo fez cada vez mais inimigos: o povo, a classe média civil, os militares e até alguns setores da burguesia. Quando, em 1930, estourou a Revolução, ninguém ficou ao lado da situação.

Modernidade era a palavra de ordem desses tempos. Paralelamente a esse movimento, começou a surgir no ensino secundário brasileiro uma tentativa de reforma das suas características e objetivos. Apesar dessas transformações sociais, as conseqüências, segundo Jorge Nagle, “não chegaram a se manifestar no domínio da escolarização secundária” ou seja “a predominância, nos meados dos anos de 1920, dos valores da sociedade agrário-comercial, que no plano da cultura sustentavam o bacharelismo e o empreguismo, continuava a pesar sobre a estrutura da escola secundária” (1974, p. 156).

Diante de um quadro de intensas transformações econômicas, políticas e sociais deve-se analisar o papel da escolarização. “Aceitando-se a idéia de que a sociedade brasileira passa de uma ‘sociedade fechada’ para uma ‘sociedade

aberta', torna-se necessário identificar o papel que a escolarização desempenhou, no sentido de favorecer ou dificultar a passagem" (NAGLE, 1974, p. 99).

De acordo com Peres (1989), desde a República, e com maior força na década de 1920, intelectuais e educadores lutaram por uma política que solucionasse problemas de aperfeiçoamento e difusão do ensino secundário que deveria sofrer modificações de base e se transformar de simples curso de preparatórios ao ensino superior, em um ensino formativo e aberto aos jovens de todas as camadas sociais.

O ensino secundário, desde o Império, estava caracterizado por aulas espalhadas, sem plano, pelas províncias. A criação do Colégio Pedro II, em 1837, tentou estruturar o curso secundário e propiciar um ensino mais sistematizado. O que ocorreu na verdade foi a existência concomitante de um sistema regular, representado pelo Colégio Pedro II, e os cursos preparatórios e exames parcelados de ingresso ao curso superior.

Peres relata ainda que desenvolveu-se um movimento de legisladores, intelectuais e educadores interessados na reconstrução e democratização dos estudos secundários, representando uma "tomada de consciência das aspirações e iniciativas educacionais estrangeiras". O "modelo" estrangeiro, entendido como princípios e diretrizes educacionais, tinha como propósito a democratização dos estudos secundários e estava presente nas reformas, principalmente da França, Inglaterra, Alemanha, EUA, Chile, Argentina e México. Essa democratização era um problema tanto quantitativo, relacionado ao acesso ao curso ginasial, quanto qualitativo, de reexame da finalidade desse curso.

A atenção se voltava para as reformas do ensino, o que não chegava, a alterar o caráter do ensino secundário brasileiro, sempre dando maior importância à memorização e habilidade de repetir mecanicamente, ao invés da habilidade para compreender o conhecimento ou sua aplicação. Entretanto o "modelo" estrangeiro contribuiu para que a reforma do ensino secundário na década de 1920, "se impusesse como um movimento de nacionalização" (PERES, 1985).

Segundo Nagle, como resultado das transformações culturais, aparece um entusiasmo pela escolarização. A crença na escolarização como caminho para o

progresso nacional, e para a verdadeira formação do novo homem brasileiro. A reforma da sociedade pela reforma do homem. Pela instrução, formar o cidadão cívica e moralmente, de maneira a colaborar para que o Brasil se transformasse numa grande nação⁴.

A consequência desse estado de espírito foi o aparecimento de amplas discussões e freqüentes reformas da escolarização. O que distingue a última década da Primeira República das que a antecederam, foi justamente isso: a preocupação bastante vigorosa em pensar e modificar os padrões de ensino e cultura das instituições escolares, nas diferentes modalidades e nos diferentes níveis (NAGLE, 1974, p. 100).

A primeira reforma Republicana do ensino brasileiro ocorreu em 1890, no mesmo ano da criação de uma nova secretaria de estado denominada “Secretaria de Estado dos Negócios de Instrução Pública, Correios e Telégrafos”. O responsável pela reforma foi o Tenente Coronel Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1836 – 1891), figura proeminente entre os republicanos, pertencente ao exército e professor de matemática da Escola de Guerra. Esta reforma teve entre outros objetivos, o de ampliar o caráter meramente preparatório do ensino secundário para o ingresso nas escolas superiores. Ampliou objetivos e estabeleceu finalidades. Estabeleceu exames de suficiência para matérias que teriam seqüência no ano seguinte, e exames finais para as que seriam concluídas. Os exames finais constariam de provas escritas e orais (ROCHA, 2001).

Nesta reforma as matemáticas seriam ensinadas nos sete anos de curso, sendo o primeiro ano destinado ao estudo da Aritmética e Álgebra e os demais à Geometria e Trigonometria, Cálculo Diferencial e Integral.

A segunda reforma do ensino, na Primeira República ocorreu em 1901, instituída por Epitácio Pessoa. Com o objetivo de implantar cursos seriados através da equiparação ao Ginásio Nacional, esta reforma fracassou. Os curso preparatórios continuaram existindo.

⁴ As idéias de democratização do ensino, segundo Marta Carvalho (1998), foram criadas na ABE (Associação Brasileira de Educação) e estavam centradas em projetos políticos bem definidos. Diferente de Nagle, ela defende a idéia de que o “entusiasmo pela educação” não se constituía em vãos discursos políticos sem alcance real.

Em 1911, efetivava-se mais uma reforma no ensino brasileiro, a mais curta e liberal da Primeira República. Proposta pelo ministro Rivadávia Correia, a reforma retirava do estado a capacidade de interferir no sistema educacional e a necessidade de diploma para o ingresso nos cursos superiores. Bastava passar nos exames vestibulares e ter idade mínima de 16 anos. Como consequência dessas medidas, o ensino secundário quase desapareceu e a matrícula no Colégio Pedro II diminuiu consideravelmente (NUNES,1993).

Em 1915 impôs-se uma nova reforma, sob a responsabilidade do Ministro Carlos Maximiliano, que tentou manter o que acreditava serem os pontos importantes das anteriores:

Da reforma Benjamin Constant conserva o caráter restrito da equiparação aos estabelecimentos estaduais (Art. 24). Das tradições do Império restaura os exames de preparatórios, pelos quais os estudantes não matriculados em escolas oficiais podem obter certificados de estudos secundários reconhecidos pela União. Da lei Rivadávia mantém a eliminação dos privilégios escolares e o exame de entrada às escolas superiores, ou seja, o exame vestibular (NAGLE, 1974, p.145).

Entretanto não interessava às oligarquias um ensino estruturado. Brechas na reforma permitiram que o ensino continuasse elitista e propedêutico.

A quinta e última mudança no ensino da Primeira República ficou conhecida como Reforma Rocha Vaz. Instituída a 13 de Janeiro de 1925 pelo Decreto nº 16.782-A, tinha como características principais a seriação e a frequência obrigatória.

Como resultado do combate à reforma João Luís Alves, mais conhecida como Rocha Vaz, ocorreram alterações com o objetivo de se retornar à situação instaurada pela reforma Maximiliano. Dentre elas, duas se destacaram. A primeira, formalizada pelo Artigo 1º do Decreto nº 5.303-A, de 31 de outubro de 1927 estabelecia:

Nos estabelecimentos do ensino secundário, oficiais ou a eles equiparados, são permitidos os exames parcelados a qualquer candidato que requerer inscrição na época legal de exames de 1927, de acordo com o Decreto nº 11.530, de 1915.

A segunda corresponde ao Decreto nº 5.578 de 16 de novembro de 1928, e determina que:

Os estudantes que tiverem iniciado o curso preparatório, na conformidade Art. 297 do Decreto nº 16.782-A de 13 de janeiro de 1925 e do Artigo 1º do Decreto nº 5.303-A, de 31 de outubro de 1927, poderão prestar exames de primeira e segunda épocas do ano letivo de 1928, nos institutos particulares de que sejam alunos matriculados, desde que esses institutos obtenham a concessão de juntas examinadoras, de acordo com o dispositivo no citado Decreto nº 16.782-A de 13 de janeiro de 1925. Art. 2º- Aos exames de preparatórios serão admitidos os candidatos que foram aprovados até o ano letivo de 1924, em 1ª ou 2ª épocas, em um exame, pelo menos, feita a competente verificação pelo inspetor; não havendo para este limitação do número de exames que requerer, tanto em 1ª como em 2ª época, e os que iniciarem os exames pelo regimento de preparatórios, de acordo com o Decreto nº 5.303-A, de 31 de outubro de 1927.

Com esses decretos, a Reforma Rocha Vaz, que pretendia eliminar o sistema de preparatórios tornando obrigatória a seriação, vê o retorno do antigo sistema, passando a conviver com ele.

3.2 - São Paulo nos anos 1920

Conforme Camargos, antes da primeira guerra mundial o Brasil, São Paulo especialmente, viveu uma época de 'aformoseamento civilizatório', Civilizar e embelezar era o objetivo nesta época, dominada pelas oligarquias agrárias:

No Brasil a *Belle Époque* tem início no governo de Campos Sales. Alçado à presidência da república em 1898, deixa o governo, quatro anos depois com a dívida externa do país quitada e as finanças nacionais estabilizadas. Ainda que mais tarde as providências de Sales no campo econômico viessem cobrar pesados tributos... Reconstituía-se um Brasil republicano, capitalista e racional. Instalava-se uma nova ordem, impondo padrões europeizados de condutas públicas e privadas" (2001, p. 21).

São Paulo seguia os moldes europeus e perseguia um afrancesamento que moldava cultura e modismos das elites. O conceito de modernidade consistia em copiar. Camargos descreve esta época e o início de um ponto de encontro para artistas, literatos e políticos:

Corria o ano de 1904 e a cidade de São Paulo, antes provinciana e acanhada, começava a ostentar símbolos do progresso. Lâmpadas da Light iluminavam as ruas e avenidas recém abertas, onde bondes, agora movidos a eletricidade, não tardariam a disputar espaço com os primeiros automóveis. Vivia-se a *Belle Époque*, com suas conquistas tecnológicas e a harmonia política propicia ao florescimento de uma sociedade urbana elegante e culta entre as elites regionais. No final do espigão da Avenida Paulista, escolhida pelos barões do café para

erguer seus palacetes de estilo eclético, José de Freitas Valle adquirira uma chácara. (...) Sua propriedade, localizada na Rua Domingos de Morais, número 10, e batizada Villa Kyrial, iria transformar-se em um núcleo irradiador de cultura que por cerca de vinte anos marcou significativamente o cenário intelectual da futura metrópole (CAMARGOS, 2001, p. 15).

A importância da Villa Kyrial evidencia-se quando se leva em conta o fato de São Paulo, apesar de tornar-se um dos principais pólos industriais, comerciais e políticos do país, praticamente não contar com instituições culturais (CAMARGOS, 2001). Com a expansão das cidades, as agendas culturais e espaço de sociabilização foram se multiplicando e democratizando.

Intensos conflitos sociais decorreram da primeira Guerra Mundial. Os anos 1920 são marcados, como já se disse anteriormente, pelo conflito entre a tradicional oligarquia latifundiária e as novas forças sociais, surgidas com a industrialização e a expansão das cidades. O estado de São Paulo (o mais populoso do Brasil) possuía aproximadamente 4,6 milhões de habitantes, sendo responsável por 31% da produção industrial do país. As indústrias contavam com milhões de imigrantes, na maioria italianos, portugueses e espanhóis, trabalhadores do campo, que começaram a migrar para as cidades em busca de melhores condições de vida e trabalho.

Na política, os anos 1920 são marcados pelo Tenentismo e a Revolução de 1930. Nas Artes, o Modernismo. Em 1922, explode a Revolta do Forte de Copacabana, início do movimento de contestação tenentista. De 13 a 15 de outubro de 1922, um grupo de artistas intelectuais paulistas, subiu ao palco do Teatro Municipal e virou a arte pelo avesso. O escritor Graça Aranha abriu o evento denominado Semana de Arte Moderna, a partir da idéia do pintor Di Cavalcanti e do casal Paulo e Marinette Prado, fazendeiros de café. Sua intenção era “assustar essa burguesia que cochila na glória de seus lucros”, nas palavras de Paulo Prado. As idéias modernistas de “destruir para criar” espalharam-se pelo país tendo São Paulo como berço. Tentava-se uma revolução estética, visual.

3.3 - A educação paulista e o Ginásio da Capital

O clima de intensos conflitos sociais gerados pelo pós – guerra não chegou a afetar a educação que continuou elitista.

As camadas médias urbanas, mistura heterogênea de setores diferenciados pela origem e pelo dinamismo permaneceram à margem do sistema de ensino. Seus reais interesses e aspirações não afetaram a institucionalização da educação, pelo menos até 1930 (NADAI, 1987, p. 133).

Em 1891, Artur Breves, apresentou na Câmara dos Deputados, o primeiro projeto que propunha a reforma da instrução pública no Estado. Este projeto organizava a instrução pública em escolas de três graus, cada um dividido em 3 secções. O ensino seria leigo e gratuito. O objetivo das escolas de primeiro, segundo e terceiro grau era formar indivíduos para as tarefas burocráticas, necessárias à organização do novo estado. Rejeitado pela câmara dos deputados, foi substituído por um segundo, aprovado com modificações em 12/9/1892, classificando o ensino em primário e secundário, ambos leigos e gratuitos. Este segundo projeto era o primeiro que aventava a criação de Ginásios, para o sexo masculino. Um, localizado na Capital, e os demais em três cidades principais do Estado (NADAI, 1987).

O colégio São Paulo, primeiro Ginásio Oficial e seriado do Estado de São Paulo, inaugurado a 16 de setembro de 1894, representaria o ponto intermediário entre o ensino primário e o superior. Funcionaria como um elo indispensável na cadeia da instrução. Desde sua inauguração lutou com deficiências materiais e inadequação de instalações. Sofreu ao longo de várias décadas, verdadeiras peregrinações, mudando-se diversas vezes de local. Começou herdeiro do prédio e dos móveis, de material barato até mesmo quebrado da Escola Normal, em um palacete da Praça da República. Transferiu-se da rua Boa Morte, atual Rua do Carmo para o palacete da travessa da Glória nº 23, em 1898; depois, em 1901, para a Rua Conde do Pinhal no prédio do Liceu de Artes e Ofícios; Parque Dom Pedro II; novamente para a Rua do Carmo e por fim, Parque Dom Pedro II, em prédio próprio. Esteve muitas vezes às portas de fechamento por falta de alunos, uma vez que o governo estadual tendo consciência de que enquanto não se

abolissem os exames parcelados, a instituição nos moldes em que foi criada e pensada, não teria condições de assumir o seu verdadeiro papel, ou seja, educar os jovens prioritariamente, nas novas idéias democráticas e cívicas.

Apesar de todos esses percalços, a idéia de preservar estabelecimentos dedicados ao ensino gradual e paulatino, subsistiu e tornou-se vitoriosa com a criação de mais dois Ginásios oficiais no Estado: o de Campinas, instalado a 4 de dezembro de 1896 e o de Ribeirão Preto, inaugurado a 1 de abril de 1907 (NADAI, 1987).

O primeiro Ginásio de São Paulo recebeu várias denominações: Ginásio de São Paulo, Colégio de São Paulo, Colégio Estadual “Franklin Delano Roosevelt”, Colégio Estadual “Presidente Roosevelt”, Colégio Estadual de São Paulo e Escola Estadual de 2º grau de São Paulo.

Inúmeras personalidades de renome estudaram no Ginásio do Estado: Julio Prestes de Albuquerque (governador de São Paulo, escolhido por Washington Luís para sua sucessão na presidência; eleito em 1º de março de 1930), Armando Sales de Oliveira (fundador da U.S.P.), Paulo Setúbal (escritor), Orígenes Lessa (escritor), Benedito Castrucci (matemático, professor de matemática e autor de diversas obras) dentre muitos outros.

Através da trajetória escolar de Benedito Castrucci, aluno do Ginásio da Capital a partir de 1925, o próximo capítulo tentará reconstruir aspectos do cotidiano escolar dessa década, analisando especificamente, a educação matemática.

Capítulo 4

BENEDITO CASTRUCCI E O CURSO GINASIAL DA DÉCADA DE 1920

A Educação Matemática de um Matemático.

Filho de Ângelo Castrucci e Maria Antonia de Jesus, Benedito Castrucci nasceu em oito de Julho de 1909 na cidade de São Paulo. Em 1925 começa a freqüentar as aulas do Ginásio da Capital, como aluno regularmente matriculado no curso secundário.

Como já se disse, o ano de 1925 foi marcado pela Reforma Rocha Vaz que instituiu a seriação e a freqüência obrigatória. No ano da reforma e com dezesseis anos, Castrucci realizou o exame de admissão⁵, necessário para ingressar no ensino secundário do Ginásio oficial da capital de São Paulo. Este exame deveria ser solicitado por escrito⁶ pelo responsável, discriminando dados pessoais do candidato e local de sua residência. O exame de admissão consistia em prova oral e escrita de Aritmética, Ortografia e Caligrafia. As provas escritas eram uma de Português, Caligrafia e a outra de Aritmética. Nas orais, Castrucci seria argüido cinco minutos em Português, cinco em Aritmética e Geometria Prática e outros cinco em Geografia e História do Brasil. Estaria reprovado o candidato que não alcançasse média superior a $3 \frac{1}{2}$ ⁷.

Castrucci tendo sido aprovado no exame, com grau 9 (nove)⁸, e admitido no Ginásio, providenciou uma série de documentos para a sua matrícula.⁹ Cumpridos os procedimentos legais, ele iniciou, em abril, o primeiro ano de estudos no Ginásio da Capital. Seu comportamento, disciplinas, provas, toda a vida escolar era regulada pelo Regimento Interno do Ginásio, determinante das ações dos alunos, professores e funcionários, assim como da finalidade do curso.

⁵ Benedito Castrucci fez curso técnico, motivo pelo qual ingressou tardiamente no Ginásio da Capital.

⁶ Qualquer solicitação ao Ginásio, por parte de pais ou alunos, deveria ser feita por escrito e em grande parte de próprio punho.

⁷ Regimento Interno para os Ginásios Oficiais do Estado de São Paulo; Decreto n°. 3033 – de 26 de fevereiro de 1919. Anexo 1

⁸ De acordo com o certificado de exames de Admissão ao 1º ano.

⁹ Um requerimento por escrito solicitando a matrícula, além da certidão de aprovação no exame de admissão; certidão de idade provando ter mais de 11 anos e menos de 18; o atestado de vacinação; taxa de matrícula que poderia ser dividida em duas prestações; atestado médico confirmando a integridade física e a saúde do candidato e a certidão de nascimento. Outro requerimento seria necessário caso o candidato precisasse da devolução da certidão de nascimento (Regimento Interno do Ginásio, 1919).

De acordo com o regimento, Castrucci tinha como obrigação assistir às preleções de seus professores, responder às sabatinas¹⁰, realizar os exames, além de apresentar-se sempre corretamente vestido, com o máximo asseio e alinhado, não só em relação a si mesmo, mas também no que dizia respeito aos seis livros, cadernos e demais objetos escolares. Devia comparecer ao ginásio, para a primeira aula do dia, dez minutos antes da hora marcada para início da mesma, estar na sala cinco minutos antes da chegada do lente, e “portar-se nos recreios com a moderação conveniente a meninos e moços de boa educação” (Regimento Interno do Ginásio, 1919).

Benedito Castrucci estudou as matemáticas nos quatro primeiros anos do curso, que tinha duração total de seis anos. No primeiro, somente Aritmética, com quatro aulas semanais de cinquenta minutos cada, tendo como professor Candido Gonçalves Gomide. Havia um intervalo entre as aulas de, no mínimo, dez minutos. O ano seria encerrado com a realização do *Exame de Promoção* e o curso de Aritmética continuaria no ano seguinte.

A época dos exames constituía um momento importante na vida do aluno, pois finalizava um período com a verificação de todo o conteúdo visto durante o ano. Para as provas, existia uma lista de pontos. Cada ponto sorteado da lista era dividido em três partes compondo as questões.

No Exame de Promoção de Aritmética, Castrucci fez uma prova escrita contendo três questões, diante de uma comissão examinadora composta de três professores. As três questões, formuladas pela comissão examinadora, deveriam ser relativas ao ponto do programa sorteado. Fez, também, uma prova oral do ponto igualmente tirado à sorte.

O momento da realização dos exames orais era tenso e ansiosamente esperado, pois as maiores notas eram obtidas, durante toda a década de 1920, nas provas orais. A promoção do aluno, devia-se sobretudo às provas orais, pois

¹⁰ Sabatina (Sabbatina): Repetição, aos sábados, das lições da semana; recapitulação de lições, arguições, chamadas orais, provas.

as notas das provas escritas, na maioria das vezes, variava entre um e três num total de dez" ¹¹.

O tempo das provas orais é lembrado por Carlos Galante¹² em suas memórias. Como aluno e professor de Matemática do Ginásio da Capital, descreve esse momento escolar com muitos detalhes:

Naquela época todos os alunos eram submetidos a um exame oral prestado diante de uma banca composta de três professores. ... O professor Cândido Gomide tinha tão boa fé que, durante esses exames orais, usava um código secreto seu, porém já conhecido pelos alunos. Quando registrava em seus apontamentos a nota codificada, eles já percebiam se tinham ido bem ou não. Caso o resultado tivesse sido desfavorável, desatavam numa choradeira sem que ele se apercebesse da razão. ... Ficávamos horas e horas seguidas, num trabalho extenuante, examinando dezenas de alunos, preocupados em não sermos injustos. Terminado o exame, a banca reunia-se para elaborar a ata, com a nota de cada examinador e do Presidente, para cálculo das médias. ... Esse sistema de avaliação que perdurou durante muitos anos, constituía um verdadeiro tormento para alunos e mestres. Um trabalho desgastante, penoso e demorado que, normalmente, se estendia até as véspera do Natal e Ano Novo (1997, p. 33).

A prova escrita de Aritmética, realizada em 1925, com duração de duas horas, teve início depois do estabelecimento fornecer caneta, tinta e folhas de mata-borrão. Para realizar o exame, como já se enfatizou, era preciso a solicitação escrita dos pais, tutores ou responsáveis pelo aluno.

Os arquivos escolares do primeiro ginásio oficial da capital de São Paulo, guardam os Diários de Classe do tempo em que Castrucci assistia às aulas de Aritmética.

¹¹ Isso é comprovado pela análise do Livro de Boletins de Exames Orais (1928) do Ginásio do Estado da Capital de São Paulo.

¹² Carlos Galante nasceu em 1920 no Brás e ingressou no Ginásio da Capital em 1933. Teve como professores Cândido Gomide e Alves Cruz além de outros. Em seu livro de memórias, descreve sua juventude, a escola e o velho Brás da década de 1920 e toda a trajetória de sua vida. Depois de completar o curso de Matemática na USP, voltou ao Ginásio da Capital como professor trabalhando ao lado de seus antigos mestres. Autor de livros de Matemática, formou-se também em Engenharia, sem contudo deixar de lecionar. Professor, engenheiro-chefe da prefeitura de Santo André, também elaborava laudos como perito, de questões ligadas à engenharia (GALANTE, 1997).

AL DO ESTADO DE SÃO PAULO 258
 de 23 de Abril de 1907

Classe	Data	Materia Lecionada	Professores das Classes
1ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
2ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
3ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
4ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
5ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
6ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
7ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
8ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
9ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
10ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
11ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide
12ª	23/4	leitura e a multiplicação	Gomide

Diário de Classe onde todos os professores registravam conteúdos lecionados às diferentes classes. Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo.

No diário, é possível verificar que o professor Gomide registrou ter lecionado, para o primeiro ano, os seguintes conteúdos:

Conteúdos do 1º ano – Aritmética 1925

Numeração	Regra de juros regra, de sociedade
Adição e subtração	Descontos
Multiplicação	Mistura e liga
Regra pratica para multiplicação	Cambio
Divisão	Números primos
Números complexos	Regra de falsa posição
Sistema de numeração	Raiz quadrada
Problemas	Raiz quadrada com aproximação
Operações sobre números complexos	Medidas inglesas
Multiplicação de complexos	Raiz cúbica
Divisão de complexos	Teoremas sobre multiplicação e divisão
Sistema métrico	Teoremas sobre as quatro operações
Raiz quadrada	Propriedades da multiplicação
Regra de três	Divisibilidade
Regra da divisão em partes proporcionais	Proporções

Às lições, sabatinas, bem como outros exercícios, seriam atribuídas notas por meio de graus desde 0 até 10, sendo consideradas:

Ótimas – as de grau 10

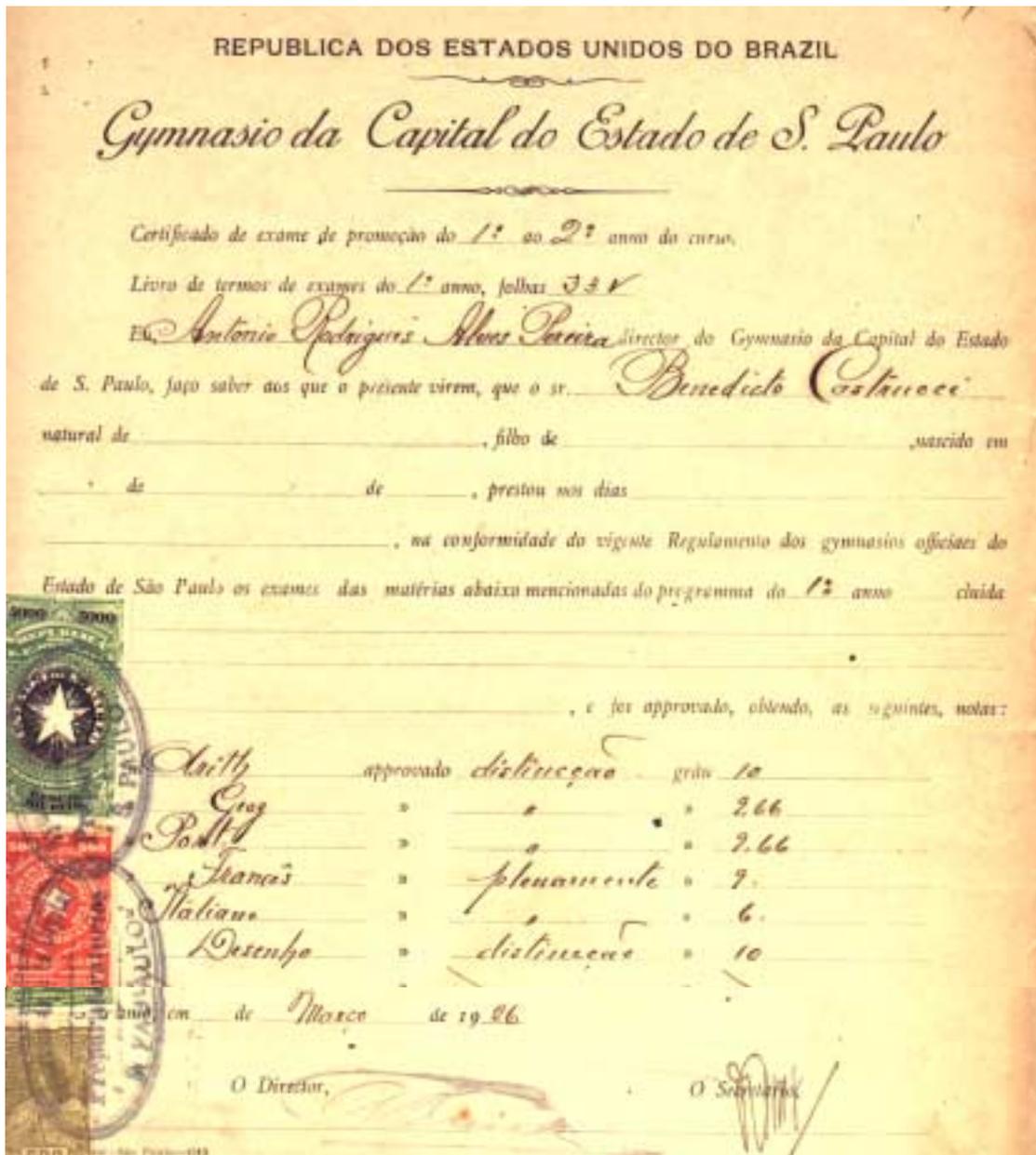
Boas – as de 6 a 9

Sofríveis– as de 4 a 5

Más – as de zero a 3

A nota da prova escrita era resultado da média aritmética das três notas dadas pelos examinadores. A nota final do exame era obtida pela soma das notas da provas escrita e oral, dividindo-se essa soma por dois. Nos exames de primeira época, o grau de aprovação era representado pelo quociente da soma de todos os graus das diversas provas e da conta do ano (média das notas obtidas por Castrucci durante o ano) por um número que contivesse tantas vezes a unidade, quantas fossem as parcelas a serem tomadas em consideração. A média anual era resultado de todas as notas obtidas durante o período letivo. Se Castrucci fizesse o exame de 2ª época, contaria apenas com as notas da prova escrita e oral. As notas de julgamento eram a aprovação com *Distinção*, *Plenamente*, *Simplesmente* e *Reprovado*. Seria aprovado com: *Distinção*, nota superior a 9 ½; *Plenamente*, média compreendida entre 6 inclusive e 9 ½ inclusive; *Simplesmente*, média compreendida entre 3 ½ exclusive e 6 exclusive.

Castrucci foi aprovado com *Distinção*, pois obteve média geral 10, como demonstra seu certificado de promoção:



Certificado de promoção do 1º para o 2º ano do Ginásio da Capital do Estado de São Paulo, do aluno Benedito Castrucci (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

Obtendo ótimas notas não precisou, prestar exames de segunda época, realizados normalmente em março. Ao término do ano, recebeu da escola o certificado de promoção com as matérias cursadas e seus respectivos graus para, juntamente com a taxa e o pedido por escrito, efetuar a matrícula para o ano seguinte.

No segundo ano de Castrucci na escola, o Ginásio seguiu um novo Regimento¹³ em virtude da Reforma Rocha Vaz. Exceto quanto à seriação, os

¹³ Decreto nº 4166 de 31 de dezembro de 1926.

alunos ficaram sujeitos às disposições do novo regimento. Castrucci estudou novamente Aritmética; agora, com três aulas semanais, tendo novamente Candido Gomide como professor. Seguiu as inúmeras determinações do Regimento Interno, dentre elas, a recomendação para que as primeiras horas fossem destinadas a exercícios que exigissem maior soma de trabalho intelectual e que fossem mantidas 48 horas de intervalo entre as aulas da mesma disciplina.

Segundo o Regimento Interno de 1919, o ensino era regulado por programas aprovados pela Congregação do Colégio. Os programas das matérias exigidas nos exames vestibulares “deveriam conter no mínimo as teses explicadas nos cursos do Colégio Pedro II, estando, portanto de acordo com a finalidade do curso: proporcionar instrução secundária e fundamental para o bom desempenho dos deveres de cidadão, de modo a que seus alunos possam ficar habilitados a prestar exame vestibular em qualquer academia”.

Em 1926, os programas foram formulados pelos lentes e aprovados pela Congregação. Quando o catedrático não apresentasse o programa, poderia ser repetido o do ano anterior ou de outro estabelecimento de ensino congênere. Segundo o texto, os programas “deveriam ser organizados de modo a ser lecionada toda a matéria do ano letivo e ter em vista as aplicações práticas da matéria ensinada”.

De acordo com o Diário de Classe dos professores, os conteúdos registrados pelo professor Gomide, para esse ano, foram:

Conteúdos do 2º ano – Aritmética 1926

Adição e subtração	Dízimas periódicas
Multiplicação (teoria)	Números irracionais
Potenciação	Números incomensuráveis
Teoria da divisão (recordação)	Raiz quadrada
Divisão	Raiz cúbica aproximada
Divisibilidade	Cálculo dos radicais
M. D. C.	Razões e proporções
M. M. C.	Proporção e proporção geométrica
Teoria dos números primos	Progressões geométricas
Frações ordinárias	P.A. e P.G.
Frações decimais	Logaritmos
Conversão de frações ordinárias em decimais	Números negativos

O programa pelo qual Candido Gomide optou, difere do programa do Colégio Pedro II, apenas por não conter os itens: "Descontos, Regra de sociedade, Regra de mistura e liga e Regra de falsa posição". São conteúdos, no entanto, que já tinham sido vistos no 1º ano.

Um aluno que tivesse cursado o 2º ano até 1925, já começava a estudar as primeiras noções de Álgebra ao final da Aritmética. Dessas noções faziam parte: "números negativos; cálculo algébrico e numérico, comparação; operações algébricas", como demonstram os registros de Gomide no Diário de Classe. Assim, o curso de Aritmética do 2º ano culminava com as primeiras noções de Álgebra, apesar destes conteúdos não fazerem parte dos exames realizados pelos alunos. Como demonstraram as anotações do Diário de Classe, o professor Gomide, ao término dos conteúdos de Aritmética, iniciava o estudo da Álgebra, aproveitando para comparar o cálculo algébrico e numérico em suas aulas.

Ao término do segundo ano, nosso aluno Castrucci, prestou o *Exame Final* de Aritmética, composto também de prova escrita e oral. Com as novas determinações, a lista tinha 20 pontos, organizados pelo presidente da Comissão. Cada ponto sorteado era dividido em três partes, das quais uma seria questão teórica e duas questões práticas.

A prova de Castrucci não foi encontrada nos arquivos do Colégio São Paulo. A prova apresentada na página a seguir, apesar de ser de segunda época, serve para se ter uma idéia do Exame de Aritmética daquele tempo:

556 *Arq. Fer*

GYMNASIO DA CAPITAL

Exame final de *Aritmética*
São Paulo, 4 de Março de 1927

Examinando _____ 2.º Anno; Numero 50

JULGAMENTO

GYMNASIO	Provas: escripta _____ ; oral _____ ; pratica _____	examinador.
	Provas: escripta <i>5</i> ; oral <i>6</i> ; pratica _____	examinador.
	Provas: escripta <i>5</i> ; oral <i>6</i> ; pratica _____	examinador.
	Resultado final: _____	examinador.

Nota 5

Resultado final: *provado* *para 5*

Nota 5 (coisa)
Nota
Borracha *F. L. Kelly* Inspector Federal.

1.ª questão. — Tres esferas de chumbo pesam juntas $12\text{ kg } \frac{1}{4}$, as duas mais pesadas pesam juntas $9\text{ kg } \frac{5}{4}$, e a mais leve pesa $1\text{ kg } \frac{2}{3}$ menos do que a media. Qual é o peso de cada uma?

Solução: — $12\text{ kg } \frac{1}{4} = 12,75\text{ kg}$ (aprox) — $9\text{ kg } \frac{5}{4} = 9,75\text{ kg}$ (aprox) — $1\text{ kg } \frac{2}{3} = 1,666\text{ kg}$ (aprox).
 $12,75 - 9,75 = 3,00 =$ a esfera menor — $2,432 + 1,666 = 4,098 =$ a media
 $9,75 - 4,098 = 5,652 =$ a esfera mais pesada.

Resposta: — A esfera mais pesada pesa $5,652$, a media, $4,098$ e a mais leve tem o peso de $2,432$.

2.ª questão. — Porque numero se deve dividir 40 para diminuirlo dos seus $\frac{3}{5}$?

Solução: — $40 - 16 = 24$ — que deve ser o producto da divisão —
 $40 \div 24 = 1,666...$ que é o numero procurado — $40 \div 1,666 = 24$ ficando portanto o dividendo reduzido dos seus $\frac{3}{5}$ que são 16.

Resposta: — O numero procurado é 1,666.

Exame Final de Aritmética do ano de 1927 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

Como se pode observar, o cabeçalho da prova apresenta o nome da instituição, o tipo de exame realizado, a disciplina e a data. Também constam o julgamento da prova escrita e oral, assim como a assinatura dos professores julgadores.

O curso de Aritmética, de 1925 a 1926, contemplou todos os conteúdos encontrados nos pontos dos exames parcelados. Um aluno estranho ao estabelecimento, que quisesse fazer o exame final parcelado para obter o certificado de Aritmética, faria uma prova com os mesmos pontos dos alunos do curso seriado

O terceiro ano teve início com uma série de novas disciplinas estando entre elas a Álgebra e a Geometria/Trigonometria. A Álgebra foi ministrada pelo mesmo professor Candido Gomide, enquanto a Geometria/Trigonometria teve como professor Antonio Alves Cruz.

O período de 1925 a 1930 foi um período conturbado para o Ginásio da Capital de São Paulo. Existia um acúmulo de deliberações diferentes que tinham de coexistir. Eram três situações com as quais o ensino secundário oficial de São Paulo teve que conviver e organizar. Existiam alunos matriculados no período anterior à Reforma Rocha Vaz, os que se matricularam depois e ainda aqueles que estavam no regime dos preparatórios, ou seja, tinham direito a seguir com os exames parcelados, pois já haviam realizado pelo menos um deles até 1924.

Para o aluno que fizesse sua matrícula em 1927, a seriação estabelecia que os dois primeiros anos seriam de Aritmética, como no Regime anterior, porém sem as noções de Álgebra, que seriam estudadas apenas no terceiro ano. A Geometria/Trigonometria estava reservada apenas para o quarto ano.

O aluno que iniciasse seus estudos de acordo com a reforma Rocha Vaz, no terceiro ano, deparava-se, pela primeira vez, com a Álgebra. Os conteúdos antes vistos em mais de dois anos, agora passariam a ser estudados em apenas um. Apesar de apenas um ano de Álgebra, os conteúdos continuavam exatamente iguais, com todos os tópicos e exercícios. O mesmo ocorreu em Geometria.

A rotina escolar de Castrucci pouco se alterou. Acrescidas algumas matérias e diminuídas outras, agora, teria duas aulas de Geometria e duas de Álgebra, somando quatro aulas semanais de Matemática. Os conteúdos do 3º ano, registrados no Diário de Classe, podem ser observados a seguir:

Conteúdos do 3º ano – Álgebra 1927

Números negativos	Problemas do 1º grau	Sistemas a duas incógnitas
Cálculo algébrico	Sistemas a várias incógnitas,	Método de Bézout
Expressões algébricas	Sistemas a três incógnitas	Regra de Cramer
Redução de termos semelhantes	Problemas dos correios	Desigualdades do 1º grau
Adição e subtração de polígonos	Equações do 2º grau	Equações do 2º grau, problema do poço.
Multiplicação algébrica	Propriedades das raízes do 2º grau	Problemas do 2º grau
Fórmulas notáveis	Trinômio do 2º grau.	
Divisão algébrica		
Divisão de polinômios		
Fatoração		
Divisão por $x - a$		
M.D.C. algébrico		
Frações algébricas		
Equação do 1º grau		

Conteúdos do 3º ano – Geometria/Trigonometria 1927

Preliminares	Retas concorrentes nos triângulos
Introdução	Arcos e cordas
Medida da linha reta	Tangente ao círculo
Ângulos, perpendiculares, bissetriz	Medida dos ângulos
Propriedades do triângulo isósceles	Quadrilátero inscritível
Teoria da igualdade de triângulos	Construção de ângulos de triângulos
Teoria da igualdade, casos fundamentais	Traçado de paralelas e perpendiculares
Relação entre lados e ângulos no triângulo	Tangentes
Linhas envolvidas e envolventes	Linhas proporcionais
Perpendiculares e oblíquas	Divisão harmônica
Noções de lugar geométrico	Retas anti-paralelas
Teoria das paralelas	Semelhança de polígonos
Soma dos ângulos dos polígonos	Problemas sobre as tangentes
Paralelogramos	

Ao término do terceiro ano, o sorteio reservou para Castrucci uma questão sobre "Divisão de Polinômios", no Exame de Promoção de Álgebra. A partir deste ano, os exames de promoção contariam apenas com a prova escrita. Como sua prova não foi encontrada, observa-se a seguir, a prova de um colega de sala, que não foi tão bem quanto ele, pois obteve cinco enquanto Castrucci, como demonstra a documentação, ficou com dez na prova:

Hom/Mor GYMNASIO DA CAPITAL

Exame de promoção do 3º ano para o 4º ano

MATERIA *Algebra*

S. Paulo, 26 de Novembro de 1927

PROMOÇÃO

Alumno *Homero Moraes Pereira Faria* Matriculado sob n.º 5

Do Collegio

JULGAMENTO

presidente da Comissão Examinadora.

5. fonde
5. C. M. Ruy
5. B. Vidal

1º) Dividir (syntheticamente)
 $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 7$ por $x - 1$

2º) Dizer, sem fazer a divisão, se $x^3 - a^3$ é divisível por $x + a$

3º) Dividir $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ por $x + 3$

membr. do anno?

$$\begin{array}{r|l}
 1^5 - 3^4 + 2^3 - 5 + 7 & 1 - 1 \\
 -1^5 + 1^4 & 1^4 + 1^3 - 2^2 - 5 \\
 \hline
 +1^4 - 3^3 + 2^2 - 5 + 7 & \\
 -1^4 + 1^3 & \\
 \hline
 -2^3 + 2^2 - 5 + 7 & * x^4 + x^3 - 2x^2 - 5 \\
 +2^2 - 2^2 & \\
 \hline
 -5 + 7 & \\
 +5 - 5 & \\
 \hline
 & + 2
 \end{array}$$

2º) $x^3 - a^3$ não é divisível por $x + a$. Porque:

Dividendo-se um polynomio P , inteiro em x , por $x - a$, a operação não dá resto, se substituímos x por a não sobra resto.

Aplicavel ao problema dado

Substituímos x^3 por $-a^3$, porque o signal de a no divisor é $+$, isto é, quando esse signal é positivo, devemos trocar todos os signaes de x no dividendo, trocando esta letra tambem por $-a$. Ora, o signal de a no divisor é $+$, portanto, substitui do no dividendo x por a e trocamos o signal de x no mesmo dividendo tenos $-a^3 - a^3 = -2a^3$, que sera o resto da divisão de $x^3 - a^3$ por $x + a$.

Exame de Promoção de Álgebra, do 3º para o 4º ano do antigo Ginásio da Capital em 1927 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

Do mesmo modo, o cabeçalho da prova é composto pelo tipo de exame, a matéria e a data. O nome dos professores examinadores e as notas atribuídas podem ser observados do lado esquerdo.

A primeira e a terceira questão da prova eram consideradas, àquele tempo, questões práticas. Tratavam de divisões de polinômios por binômios. A segunda questão, “dizer sem fazer a divisão de polinômios”, era considerada uma questão teórica, pois o aluno deveria demonstrar as propriedades da divisão¹⁴.

Os examinadores tinham de levar em conta, “para a graduação da nota não só a correção do que estivesse escrito, mas também a precisão, o método, a simplicidade, a clareza na exposição dos assuntos, bem como a ordem, o asseio e a correção de linguagem”, ou seja, o *Regimento* trazia instruções detalhadas de como os professores deveriam corrigir as provas. Somente seria considerada *má*, grau 0, as provas com as questões inteiramente erradas ou a prova do candidato que nada escrevesse, ou que tratasse de assunto diferente do que lhe era reservado por sorte.

O Exame de Promoção de Geometria/Trigonometria, realizado por Castrucci, teve uma questão teórica e duas práticas. Como mandava o Regimento, a lista também foi composta de 20 pontos, cada um dividido em três partes, das quais uma versaria sobre resolução de triângulos e duas partes de Geometria, sendo uma questão teórica e uma prática. Ao lado das questões, podem ser observadas as assinaturas dos professores que compõem a comissão examinadora, assim como as notas por eles atribuídas:

¹⁴ As questões teóricas eram encaradas pelos professores da época como exercícios que envolvessem demonstrações, formais ou não, e a escrita da teoria. As demais questões eram vistas como práticas. Nas questões práticas de Aritmética, por exemplo, eram formulados problemas com juros, expressões etc. Em Álgebra, os exercícios práticos constituíam-se na resolução de equações, divisão de polinômios etc. Em Geometria, exercícios práticos estavam representados, por exemplo, pelo cálculo de áreas e volumes.

Ben-Cast
GYMNASIO DA CAPITAL

Exame de promoção do 3º ano para o 4º ano

S. Paulo, 24 de Novembro de 1927

GYMNASIO

Alumno Benedictus Castrejos Matriculado sob n.º 9

MATERIA Geometria

JULGAMENTO _____

_____, presidente da Comissão Examinadora.

10 Abstração
 10 fórmula
 10 Simbol

1º) Demonstrar o seguinte theorema:
 Quando os dois lados de um angulo são
 cortados por duas retas anti-paralelas, o pro-
 ducto das distancias dos vertices aos dois
 pontos em que cada um dos lados é en-
 contrado pelas duas transversaes é constante.
 2) Construa um triangulo isocetes co-
 nhecendo o perimetro e a altura.
 3) Dá-se uma linha recta de 4,00 cm
 seu meio levanta-se uma perpendicular
 de 0,50. Qual é o comprimento do
 raio da circunferencia que passava
 pelas extremidades das duas retas.

1º)

$AD \times CE = AD' \times BE = C$
 $AB' = AD' / \cos A$
 $AD = AD' / \cos A$
 $A = A$
 $AD \times CE = AD' \times BE$
 $AD' = AD / \cos A$
 $AD \times CE = AD \times BE$
 $AD \times CE = AD \times BE$

Exame de Promoção de Geometria, do 3º para o 4º ano do antigo Ginásio da Capital em 1927 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

A primeira questão é uma demonstração geométrica, a segunda solicita construir um triângulo com régua e compasso, portanto um conteúdo de desenho geométrico, e a terceira um exercício sobre circunferência. Castrucci tirou notas excelentes se comparadas às dos outros alunos, como demonstra seu histórico escolar:

GYMNASIO DO ESTADO 86

Aluno: Benedetto Castrucci
 Filho de: Angelo Castrucci
 Natural de: São Paulo
 Nascido em: 5 de Julho de 1909
 Residência: Rua São José nº 29

1.º ANNO (1925)					2.º ANNO (1926)					3.º ANNO (1927)				
Materias	EXAMES				Materias	EXAMES				Materias	EXAMES			
	Data	1.ª Epoca	Data	2.ª Epoca		Data	1.ª Epoca	Data	2.ª Epoca		Data	1.ª Epoca	Data	2.ª Epoca
Portuguez		9,66			Portuguez		10			Portuguez		10		
Francuz		9			Francuz		5			Ingliz		10		
Arithmetica		10			Ingliz		10			Arithmetica		10		
Geographia Brazil		9,64			Algebra		—			Latin		5		
Desenho		10			Latin		—			Geometria-Trigonometria		—		
Arithmetica		6			Desenho		10			Desenho		10		
		54,52 de 905			Arithmetica		6,5			Francuz		10		
					Geographia do Brazil		9			Ingliz		10		
					Italiano		9			Geometria		10		
										Geographia		7		

Depois de terminar o terceiro ano com brilhantismo, o quarto ano seria o último onde Castrucci estudaria as Matemáticas. Já afamado pelas notas anteriores, esperava-se que nos Exames Finais de Álgebra e Geometria/Trigonometria, também se saísse muito bem. Isto fica claro num discurso por ele proferido em 1993, quando relembra seus tempos de ginásio:

Em toda profissão para haver uma trajetória de realizações bem sucedidas, é necessária a vocação. É o chamado. Como foi o meu ingresso inicial nesse mundo do ensino? Foi um começo muito modesto. O meu saudoso professor de Geometria no 4º ano do antigo Ginásio do Estado da Capital, Antônio Alves Cruz, após exames finais rigorosos, reprovou um bom número de colegas, que deviam, após as férias, submeter-se aos chamados exames de Segunda época. Com grande surpresa, o Prof. Cruz avisou-me de que em virtude de ter obtido notas excelentes, havia-me indicado aos colegas reprovados para repetir o curso de Geometria, no período de interrupção dos trabalhos escolares. Respondi-lhe: "-

Como é possível dar aulas aos meus colegas?” Afirmou-me ele:”- Você vai desincumbir-se muito bem dessa tarefa.” Era o chamado e o despertar da minha vocação. Tive muito êxito nessa primeira etapa no campo do ensino, tanto que, posteriormente, no 5º e 6º anos, fui procurado pelos alunos dos anos anteriores para ministrar aulas particulares de revisão de Geometria e, também, de algumas outra disciplinas. Aprendi muito com eles¹⁵.

O quarto ano contou com uma aula semanal de Álgebra e três de Geometria/Trigonometria. O ensino de Álgebra era uma recapitulação dos conteúdos vistos nos anos anteriores.

Conteúdos do 4º ano – Álgebra 1928

Recordação	Logaritmos
Problemas sobre equação do 1º grau	Expoentes negativos
Equação do 2º grau	Juros compostos
Números imaginários	Problemas do 2º grau
Números complexos	Equações recíprocas
Função exponencial	

Conteúdos do 4º ano – Geometria/Trigonometria 1928

Relações métricas no triângulo	Retas e planos paralelos
Relações métricas no quadrilátero	Transformação da soma em produto
Retas isogonais	Retas e planos perpendiculares
Cálculo das linhas notáveis do triângulo	Definição e uso das tábuas
Propriedades gráficas sobre as linhas proporcionais	Projeção de uma reta sobre um plano
Propriedades dos polígonos regulares	Ângulo de uma reta e um plano
Inscrição dos polígonos regulares	Formar uma fórmula calculável por logaritmos
Medida da circunferência	Ângulos diedros
Trigonometria	Relação trigonométrica de equação do 2º grau
Definição das linhas trigonométricas	Fórmulas relativas à resolução de triângulo
Cálculo de π	Ângulos poliedros
Variação das linhas trigonométricas	Resolução do triângulo retângulo
Inversão das linhas trigonométricas	Propriedades gerais e área lateral do prisma
Áreas poligonais	Volume do prisma
Relação entre as linhas trigonométricas de algumas áreas	Resolução de um triângulo qualquer
Redução ao primeiro quadrante	Propriedades gerais e área lateral da pirâmide
Relações algébricas entre as linhas trigonométricas de um mesmo arco	Volume da pirâmide
Teoria das projeções	Propriedades de trigonometria pratica
Áreas circulares	Cilindro
Adição e subtração de arcos	Cone
Áreas semelhantes	Primeiras noções sobre a esfera
Multiplicação e divisão de arcos	Propriedades dos triângulos esféricos
Primeiras noções sobre o plano	Área da esfera
Volume da esfera	
Volume do segmento esférico.	

¹⁵ Discurso proferido por Benedito Castrucci ao ser agraciado com o título de emérito educador concedido pela Academia Paulista de Educação, 18 de outubro de 1993 (Arquivo da Biblioteca do IME-USP).

Para os exames finais, além da junta examinadora, existia uma comissão especial julgadora das provas escritas. As provas escritas de Álgebra e Geometria podem ser observadas a seguir:

GYMNASIO DO ESTADO 00544

Exame de *Algebra*

S. Paulo, *29* de *Novembro* de 192*8*

JULGAMENTO

EXAME FINAL

Medias: de prova escrita *8*; de prova oral *10*; de prova pratica _____;

Resultado final: *3-9* *B-15*

NOTA: *Algebra* 1) achar o maximo divisor commum de $4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$ e $8x^3 - 27x^2 + 27x - 4$

NOTA: *Algebra* 2) Fazer a theoria da divisão de asti por cudi

NOTA: *Algebra* 1) $8x^3 - 27x^2 + 27x - 4$ | $4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$ | $4x^3 - 12x^2 + 11x - 2$

$8x^3 - 27x^2 + 27x - 4$	$4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$	$4x^3 - 12x^2 + 11x - 2$
$-11x^2 + 26x^2 - 22x + 4$	$4x^3 + 9x^2 - 2x$	$4x^3 + 9x^2 - 2x$
$4x^2 - 9x + 2$	$-4x^2 + 9x - 2$	$-4x^2 + 9x - 2$
	$+4x^2 - 9x + 2$	$+4x^2 - 9x + 2$
	0	0

Resposta: O m. d. c. é $4x^2 - 9x + 2$

2) $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})} = \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{b-c}$

3) *Theoria da divisão de asti por cudi.*
 Po definição dividei um numero complexo por outro e' determinar um certo numero complexo que multiplicado pelo divisor produza o dividendo.
 Seja dividir $a+bi$ por $c+di$, supponhamos que seja o quociente quociente dessa divisão $x+yi$, teremos de accordo com a definição de divisão, dividendo igual a divisor multiplicado pelo quociente:
 $a+bi = (c+di)(x+yi)$, effectuando teremos: $(a+bi) = (cx - dy) + (cy + dx)i$. Dahi as duas equações:

Exame Final de Álgebra do ano de 1928 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

GYMNASIO DO ESTADO

00138

Exame *Geometria*

S. Paulo, *27* de *Novembro* de 192 *7*

EXAME FINAL

JULGAMENTO

15 *B*

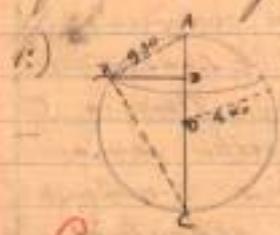
Medias: de prova escrita *8*; de prova oral *10*; de prova pratica _____;

Resultado final:

Gran - 9

NOTA: *oito* 1) O raio de uma esfera é de $0^m,40$. De um ponto V. *Mirans* qualquer de sua superfície como polo descreve-se um círculo sobre a esfera com uma abertura de compasso igual a $0^m,30$. Qual é a superfície *Alcant* deste círculo?
 NOTA: *oito* *Amor*

2) Cálculo de η . Método dos isoperímetros.
 3) Três pontos A, B e C sendo dados sobre a circunferência de um país, fez-se determinar a posição de um quarto ponto M, de qual as distâncias $AC = 200^m$ e $BC = 170^m$, foram vistas sob ângulos conhecidos $\alpha = 46^\circ 17' 15,2''$ e $\beta = 30^\circ 9'$. Faz-se também que os quatro pontos estão no mesmo plano e que o ângulo $ACB = 114^\circ 40' 8''$.



$$S = \pi r^2$$

$$\Delta ABC \left\{ \begin{aligned} AB^2 &= AC \cdot AD \\ AD &= 0,30 \left\{ \begin{aligned} AB^2 &= 0,09 \times 2 \times 1,07 = 0,1926 \\ AC &= 200\sqrt{0} = 0,70 \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

$$\Delta ABD \left\{ \begin{aligned} BD^2 &= AD^2 - AB^2 \\ AD^2 &= 0,09 \\ AD &= 0,30 \end{aligned} \right. \left\{ \begin{aligned} BD^2 &= 0,09 - 0,1926 = -0,1026 \\ BD &= \sqrt{-0,1026} \end{aligned} \right.$$

$$S = \pi r^2 = \pi (0,30)^2 = 0,2827433388$$

$$\eta = 1,1416 \cdot \frac{0,2827433388}{3,1416} = 0,102734375 \times 3,1416 = 0,2429831250$$

Resposta: Superf. é $0^m,2429831250$

Exame Final de Álgebra do ano de 1928 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

Os professores da Comissão Julgadora da prova de Álgebra foram: Alves Cruz, de Geometria; Veiga Miranda diretor do Ginásio e Barros, Física. Os julgadores da prova de Geometria foram: Veiga Miranda, Pedro de Alcântara, da cadeira de Instrução Moral e Cívica e Barros de física. A média dos exames Finais foi obtida com a nota da prova escrita e da oral. Assim como no terceiro ano, todas as notas de Castrucci, neste último ano foram excelentes:

5/10
de

GYMNASIO DA CAPITAL DO ESTADO DE SÃO PAULO
Equiparado ao Collegio Pedro II, por acto de 1.º de Março de 1916.



Certificado dos Exames de Promoção
N.º 15 4º ANNO para o 5º ANNO

Certifico que Benedetto Castrucci
natural de São Paulo, filho de Sar. Angelo Castrucci,
prezou em 1ª época, na conformidade do vigente Regulamento,
os exames das materias que constituem o programma do 4º anno, tendo alcançado os seguintes resultados:

Portuguez	Prova	10	(dez)
Francês	"	7	(sete)
Inglês	"	10	(dez)
Allemão	"	10	(dez)
Latim	"	8	(oito)
Desenho	"	10	(dez)
Algebra	"	7	(sete)
Geometria	"	7	(sete)
Historia	"	10	(dez)
Geographia	"	10	(dez)

São Paulo 15 de Março de 1929

VISTO. O Director, _____
Secretario Damy

VISTO. O Inspector Federal, _____

Certificado de Exames de Benedito Castrucci em sua promoção do 4º para o 5º ano ginásial, em 1929 (Arquivo Escolar da Escola Estadual de São Paulo).

Castrucci optou por fazer todas as matérias oferecidas no curso Ginásial obtendo o diploma de Bacharel. Existia a possibilidade dos alunos fazerem o curso propedêutico, quando desistiam das matérias facultativas: Mecânica e Astronomia; Grego e Literatura, Inglês ou Alemão. Em ambos os casos, o curso Ginásial dava o direito de matrícula nos cursos superiores. Assim, o diploma de Bacharel representava o reconhecimento ao aluno que estudasse no Ginásio durante seis anos antes do ingresso nos cursos superiores. Essa situação é bem diferente daquela em que o aluno eliminava as matérias necessárias ao vestibular, prestando apenas os exames parcelados em um período muito menor de tempo, dois ou três anos.

Muitos anos depois, na década de 1950, pelo fato de ter sido o primeiro aluno nos seis anos de curso ginásial, Castrucci recebeu o prêmio *Dr. Antonio de Godoy*, instituído a 27 de julho de 1905 pelo Dr. Miguel de Godoy Moreira e Costa, em homenagem à memória do seu filho Dr. Antonio de Godoy, para ser anualmente conferido pela Congregação ao aluno que mais se distinguiu em ciências e letras no Ginásio da Capital do Estado de São Paulo.

Concluindo os seis anos de curso, Benedito Castrucci recebeu em 1930 seu diploma de Bacharel em Ciências e Letras. Juntamente com o último ano de Ginásio, cursou a Escola Normal do Brás, ficando habilitado como professor normalista. A partir daí, foi Bacharel em Ciências Jurídicas e Sociais pela Faculdade de Direito da USP, em 1935; licenciado em Ciências Matemáticas e Físicas pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP, em 1939; doutor em Ciências Matemáticas pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, em 1943, professor titular das universidades USP, Fundação Santo André e PUC-SP. Pertenceu à Sociedade Brasileira de Matemática, foi autor de diversos livros de Matemática escrevendo, também, a biografia de Candido Gonçalves Gomide, seu professor de Álgebra e Aritmética.

Observando essa trajetória escolar, caberia indagar: A Matemática ensinada ao aluno Benedito Castrucci é diferente daquela dos preparatórios? A educação matemática de um aluno que estudou sob as determinações da Reforma Rocha Vaz é diferente daquela do regime dos preparatórios?

Ao se analisarem os exames e seus conteúdos de Aritmética, Álgebra e Geometria anteriores e posteriores à Reforma Rocha Vaz, notam-se algumas alterações que à primeira vista não parecem significativas, mas se observadas atentamente podem revelar elementos importantes.

Para um aluno do curso seriado, anterior a 1925, o ensino das matemáticas apresentava-se de modo mais paulatino, ou seja, eram estudadas durante um período e revisadas em outro. O estudo da Aritmética do 1º ano era revisado no 2º. O estudo da Álgebra começaria no 2º, continuaria no 3º sendo revisado no 4º ano. O estudo da Geometria/Trigonometria teria início no 3º ano e gradativamente passaria para o 4º ano. Um único professor para duas disciplinas possibilitava o início de um entrelaçamento, além do fato de um aluno estando no 3º ano ter a possibilidade de estudar Álgebra e Geometria concomitantemente.

Depois da Rocha Vaz, este sistema desaparece. O aluno não tem mais a oportunidade de estudar conteúdos de diferentes disciplinas da Matemática num mesmo ano. A Álgebra e a Geometria têm de ser vistas apenas em um ano e com todos os conteúdos contemplados anteriormente. Apenas a Aritmética continua com seu trajeto inalterado. Uma particularidade da reforma, quanto à Aritmética, deve ser notada: a decisão de organizar o Exame de Promoção com três questões práticas. Isto demonstra a preocupação com o aluno que acaba de sair do curso de primeiras letras. Anteriormente, assim que começava a freqüentar o 1º ano do curso ginasial, o aluno já se defrontava com deduções e demonstrações.

Como as séries foram definidas pelas provas de conclusão, a seriação ficou caracterizada, a partir daí, como a época em que se poderia fazer o exame almejado. Por exemplo, um aluno que prestasse o Exame Final de Aritmética diria que estava no segundo ano do secundário. Somente depois poderia fazer o Exame Final de Álgebra estando, assim no terceiro ano e, por último, o de Geometria, no quarto ano. Então, o aluno que cursava o terceiro ano e um outro que fazia um preparatório tinham, como objetivo comum, passar no Exame Final. É a volta a um sistema em que prevaleciam apenas os exames. Os exames ditando ações de alunos e professores, referenciando o processo didático-pedagógico.

Outra mudança trazida pela Reforma diz respeito às notas obtidas pelos alunos. Um aluno que ao final do estudo de uma disciplina realizasse o Exame Final até 1925, obteria o resultado final através da média entre prova escrita e oral do exame, juntamente com a média de conta do ano, ou seja, todas as notas conseguidas pelo aluno durante o ano. Em contrapartida, após 1925, o resultado final dos exames somente contaria com a nota da prova escrita e oral, reforçando o sistema de preparatórios, de valorização única e exclusiva das provas finais. As notas conseguidas pelos alunos durante o ano e que não fizessem parte dos exames, constituíam a média anual¹⁶ e serviriam “para prudente apreciação do aproveitamento dos alunos, não podendo, porém, constituir critério único e obrigatório para a aprovação, quer nos exames de promoção, quer nos finais”¹⁷. Como os exames de promoção constituíam-se apenas de prova escrita, as médias anuais serviam para apreciação dos professores durante os exames finais, o que afirma o Artigo 264: “serão presentes aos membros da comissão, na hora do julgamento das provas orais, as médias dos alunos, bem como as notas dos exames de promoção, como elementos informativos, sem que, porém, tais médias e notas constituam critério obrigatório para a aprovação ou reprovação”. Logo, essas notas eram usadas para que os professores examinadores tomassem conhecimento do esforço do aluno durante o ano, interferindo, talvez, no resultado das notas orais, já que estas eram quase sempre superiores às da prova escrita. Portanto, se as médias anuais viessem a ser utilizadas, tudo leva a crer que, seria exclusivamente no momento da prova oral.

¹⁶ A média anual seria obtida multiplicando-se por 2 a média do 2º bimestre, por 3 a do 3º e por 4 a do 4º bimestre. Somadas as multiplicações à média do 1º bimestre, o resultado deveria ser dividido por 10.

Capítulo 5

OS EXAMES DA DÉCADA DE 1920

¹⁷ Regimento Interno dos Ginásios do Estado, decreto nº 4.166 de 31 de dezembro de 1926.

Os exames da década de 1920.

Ao olharmos pela primeira vez as provas realizadas na década de 1920, o que nos chama a atenção de imediato é algo bem prosaico como a letra que parece desenhada e obtida com o uso da caneta tinteiro; a grafia da época, tão diferente da de hoje; a nota, pois todos admiram um bom aluno; o número de questões da prova e sua resolução; as assinaturas dos professores que corrigiram a prova, para finalmente começar a analisar conteúdos, critérios e outras particularidades.

Diante dos diversos documentos encontrados surgem algumas questões: Como estavam estruturadas as disciplinas matemáticas? Como elas “funcionam”, no sentido descrito por Chervel? Quais os seus conteúdos? Existem modificações nos exames durante a década estudada?

De início foi montado um quadro que dá um panorama geral dos tipos de provas que serão observadas. Num total de 157 provas, temos 57 de Aritmética, 42 de Álgebra, 58 de Geometria. Assim foram separados os tipos de exames, finais ou de promoção; e a quantidade de provas diferentes num mesmo ano. As quantidades apresentadas na tabela anexa (Anexo 2), referem-se a provas diferentes e não ao total analisado. Essa tabela apresenta todos os vários exames realizados durante os respectivos anos, não importando a época do ano de sua realização.

Para analisar os conteúdos de um exame feito, por exemplo, em 1922, é importante observar o mês de resolução. Em cada prova aparece marcado o ano e o mês em que foi realizada. Com uma separação apenas por ano confundem-se os exames de 1^a época realizados normalmente no final de cada ano ou em Janeiro e os de 2^a época feitos em Março. Portanto uma separação mais precisa se faz necessária. Para cada disciplina foi feita, nesses moldes, uma tabela que mostra resumidamente todo o material a ser utilizado.

5.1- A Disciplina Aritmética

Na década de 1920, quando o aluno entrava no curso ginasial, após o exame de admissão, deparava-se logo de início com dois anos de Aritmética. O curso de Aritmética ministrado pelo professor **Cândido Gonçalves Gomide** durante toda a década foi constituído pelos dois primeiros anos dos estudos, sendo que, ao final de cada ano, fazia-se um exame composto por uma prova escrita e uma oral. No término do 1º ano realizava-se um Exame de Promoção e, no término do 2º, um Exame Final. Gomide foi um professor que causou admiração em seus alunos como demonstram as palavras de Castrucci a ele dirigidas:

Lá por volta de 1925, tivemos as primeiras notícias de Cândido Gomide, que substituíra, o famoso e lendário Augusto Baillet, que se transferira para a cátedra de Mecânica e Astronomia. Gomide era um professor por verdadeira vocação. O seu entusiasmo levava-o a repetir a aula inteira, toda vez que não atingia ao resultado almejado, pois jamais procurava onde estava o equívoco. Empolgado pelo tema que desenvolvia, abstraía-se da classe, e, respingando aqui e acolá pormenores históricos, estendia-se pelos que circundavam a sala, usando lenço e manga do paletó como apagador... A sua modéstia era tocante: sempre dizia que o assunto a tratar não era fácil e, depois, o expunha com tal maestria, que nos enchia de admiração e respeito. Possuía Gomide todas as grandes qualidades que exornam um verdadeiro professor: competência indubitável, assiduidade, entusiasmo, honestidade científica, bondade, justiça, paciência sem limites e amor aos alunos. A sua bondade e o amor entusiástico ao ensino levavam-no, de certo modo, à prática da caridade. Com efeito, era tradicional termos aulas particulares, em pequenas turmas, em sua residência, inteiramente gratuitas e ainda com um gostoso café. Então ali numa agradável intimidade, naquela época em que, em geral, pobres que éramos, na vida provinciana de São Paulo, jamais poderíamos retribuir um professor de tal porte, recebíamos admiráveis aulas, que, lembradas hoje, mais do que nunca, nos enchem de respeito pela figura ímpar de Gomide (CASTRUCCI, 1955)¹⁸.

As palavras de Castrucci descrevem o professor que coincidentemente faleceu em 15 de Outubro de 1955, ou seja, no dia dos professores. A descrição da personalidade do professor, seus métodos e trabalho tornam mais clara a idéia de como era a aula de Aritmética.

Os conhecimentos de Matemática no ensino secundário eram iniciados pelo estudo da Aritmética cujos conteúdos estavam de acordo com os programas lançados em 1918 e 1926, e que podem ser observados a seguir:

¹⁸ Palestra proferida pelo professor Benedito Castrucci, na Sociedade de Matemática de São Paulo, em 16/12/1955.

1º ANO

- 1º - Numeração decimal - nomenclatura e escrita dos números.
- 2º - Operações fundamentais. - Outros sistemas de numeração. Mudança de base. Complementos.
- 3º - Teoria da divisibilidade. Caso do 2 e do 5, do 4 e do 25, do 8 e do 125, do 3 e do 9, do 11. Teoria dos restos e provas da multiplicação e da divisão. ,
- 4º - Teoria do maior divisor comum.-
- 5º - Teoria do mínimo múltiplo comum.
- 6º - Teoria das frações ordinárias e aplicações.
- 7º - Teoria das frações decimais e aplicações.
- 8º - Conversão de frações ordinárias em decimais. Teoria das frações decimais periódicas.
- 9º - Sistema antigo de pesos e medidas. Cálculo dos complexos.
- 10.- Sistema métrico decimal. Parte histórica. Organização. Aplicação. Relações entre o sistema antigo e o moderno. Conversões.
11. - Teoria do quadrado e da raiz quadrada dos números inteiros, das frações ordinárias e das decimais.
12. -Raiz quadrada dos números, com erro menos de meia unidade de cada ordem.

*

**

2º ANO

13. - Revisão da matéria dada em no 1º ano.
14. - Eqüidiferença e proporções por quocientes. Teoria e aplicações.
15. - Regra de três simples e de três composta - Método das proporções e da redução. á unidade. Exercícios.
- 16.- Regra de juros simples - Teoria - Calcular o juro, a taxa, o tempo, o capital.
17. - Desconto por dentro e desconto por fora.
18. - Divisão em partes proporcionais. Regra de sociedade.
19. - Mistura e Liga.
20. - Cambio - Relação de cambio entre o Brasil e os países mais notáveis do velho mundo: França, Inglaterra, Portugal. Bélgica, Itália, Suíça, Grécia. Cambio com os Estados Unidos.

Compêndios adotados:

**Arithmetica de Augusto Baillot
Tables de Logarithmes, par Callet**

Pontos para os exames do curso seriado e de preparatórios, organizados de acordo com o art. 39 das instruções expedidas pelo Diretor Geral do Departamento - 1926.

PONTOS PARA A PROVA ESCRITA DO PRIMEIRO ANO

1. Operações fundamentais sobre inteiros. Sistema métrico unidade de comprimento e de superfície. Caracteres de divisibilidade. Juros: cálculo de juro pela regra de três.
2. Reconhecer se um número é primo. Cálculo sobre fracções ordinárias. Raiz quadrada dos números inteiros. Redução de complexo a incompleto.
3. Composição do Maximo divisor comum pelos fatores primos. Frações decimais. Sistema métrico decimal: unidades agrárias. Regas de juros: cálculo do tempo pela regra de três.
4. Composição do mínimo múltiplo comum pelos fatores primos. Dízimas periódicas: determinação da geratriz. Sistema métrico decimal: unidade de volume . Regra de três simples.
5. Achar todos os fatores de um número. Sistema métrico decimal: unidade de peso. Subtração de complexos. Raiz cúbica de um número inteiro.
6. Frações ordinárias. Provas das operações pelos restos (divisores 9,11). Determinar a geratriz de uma dizima periódica. Multiplicação de complexos.
7. Frações decimais. Determinar o resto de uma expressão sem efetua-la (divisores 4, 8, 9, 11, 25). Sistema métrico decimal: unidade de peso e de capacidade. Regra de três composta.
8. Achar os divisores comuns a vários números. Provas das operações pelos restos. Raiz quadrada de um número inteiro. Regra de juros. Calcular o capital pela regra de três
9. Raiz cúbica de um número inteiro. Caracteres de divisibilidade. Facções ordinárias. Aplicação da propriedade fundamental das proporções
10. Reconhecer se um número é primo. Composição de mínimo múltiplo comum e de seus quocientes pelos números dados, mediante a decomposição em fatores primos. Cálculo com dizimas periódicas. Divisão de complexos.

PONTOS DA PROVA ESCRITA DE EXAMES FINAIS

1. Problema sobre números inteiros. Raiz cúbica com uma aproximação dada. Regra de sociedade.
2. Máximo divisor comum. Raiz cúbica das frações ordinárias. Cambio direto.
3. Mínimo múltiplo comum. Raiz quadrada com uma aproximação dada. Problemas sobre misturas e ligas.
4. Frações ordinárias. Potências. Problemas sobre apólices.
5. Frações decimais. Determinação do resto de uma expressão, sem efetuar-la (divisores 4, 25, 8, 9 e 11). Desconto racional.
6. Dizimas periódicas. Provas das operações pelos restos (divisores 9, 11). Cambio indireto (regra conjunta).
7. Sistema métrico decimal. Divisão proporcional. Porcentagens.
8. Proporções. Sistema de unidades inglesas. Desconto comercial.
9. Regras de três. Números complexos. Vencimento médio.
10. Raiz quadrada das frações ordinárias. Juros. Cálculo aritmético dos radicais.

Observação- Deverá ser formulada uma questão sobre cada uma das três partes do ponto.

Para se obter um panorama, uma visão mais ampla dos conteúdos examinados nas provas escritas, tanto dos Exames de Promoção quanto dos Exames Finais, fez-se uma organização de tal modo, que se mostre todo o conteúdo sorteado para essas provas, bem como seus respectivos anos.

Estes conteúdos podem ser observados na tabela a seguir, que especifica o ano e o conteúdo sorteado para as provas de aritmética de 1920 a 1930. Como as provas de segunda época são feitas no início do ano posterior ao cursado, aparece como notação o ano em que foi feito o exame e a que ano se refere. Assim observa-se os conteúdos dos exames de primeira época comparando-os aos de segunda época.

Ano

Conteúdos de Aritmética

1920	1º ano:
1920	2º ano: Juros simples: porcentagem, taxa, tempo, capital. Proporções por quocientes, método das proporções. Regra de três simples e composta. Sistema de medidas Inglesas.
1921/20	1º ano: Soma e subtração de frações.
1921/20	2º ano: Regra de três simples e composta.
1922	
1923	1º ano:
1923	2º ano: Caracteres de divisibilidade. Ponto 25: problemas envolvendo operações com frações. Raiz quadrada dos números com erro menos de meia unidade de cada ordem envolvendo números inteiros, frações ordinárias e decimais.
1924/23	2º ano: Regra de três compostas envolvendo frações. Operações com raízes quadradas, Juros simples: capital, envolvendo frações. Problemas de raciocínio envolvendo frações.
1924	1º ano:
1925	1º ano: Condições de divisibilidade, Raiz quadrada dos números com erro a menos de meia unidade de cada ordem envolvendo números inteiros, frações ordinárias e decimais.
1926/25	1º ano: Desconto por fora; Juros: cálculo do capital; porcentagem fevereiro e março, provas iguais
1927/26	1º ano: Desconto por fora; Juros: cálculo do capital; porcentagem
1927/26	2º ano: Operações com números decimais e frações, Deduzir a fórmula do desconto racional, Critérios de divisibilidades; Raiz quadrada.
1927	2º ano: Critérios de divisibilidades.
1928/27	1º ano: Expressão com fração e números mistos; Raiz quadrada; Regra de três composta.
1928/27	2º ano: Regra de três compostas, Divisão proporcional; Divisão de números inteiros,
1928	1º ano: Raiz quadrada; Expressão com fração e números mistos; Juros simples: cálculo de taxa e capital.
1928	2º ano: Demonstrar a teoria dos números primos; juros; raiz quadrada a menos de uma unidade.
1929/28	1º ano: Problema envolvendo sistema métrico; conversão de frações ordinárias em decimais; juros simples.
1929/28	2º ano: Demonstrar a regra de multiplicação de dois números decimais; produto de dois fatores; juros.
1929	1º ano: Métodos de divisão de números decimais; problema envolvendo frações; regra de três envolvendo números mistos. Problema envolvendo fração e unidade de peso(regra de mistura e liga); juros. Operações com frações; exercício envolvendo unidades inglesas e conversão de unidades; problema envolvendo unidades de volume e números mistos.
1929	2º ano: Frações ordinárias; raiz quadrada; descontos. Critérios de divisibilidade; divisibilidade; regra de três.
1930/29	1º ano: Exercícios com unidades inglesas; Raiz quadrada
1930/29	2º ano: Teoria da divisão de um número em partes proporcionais; Raiz quadrada; regra de mistura e liga.

Em que medida, através da análise de problemas e questões aritméticas, pode-se inferir como seria o ensino de Aritmética? Como se apresentavam os conteúdos nas provas escritas? O que se esperava do curso ao final de cada ano? Qual o critério de correção dos professores? E por último, pode-se determinar o objetivo do curso?

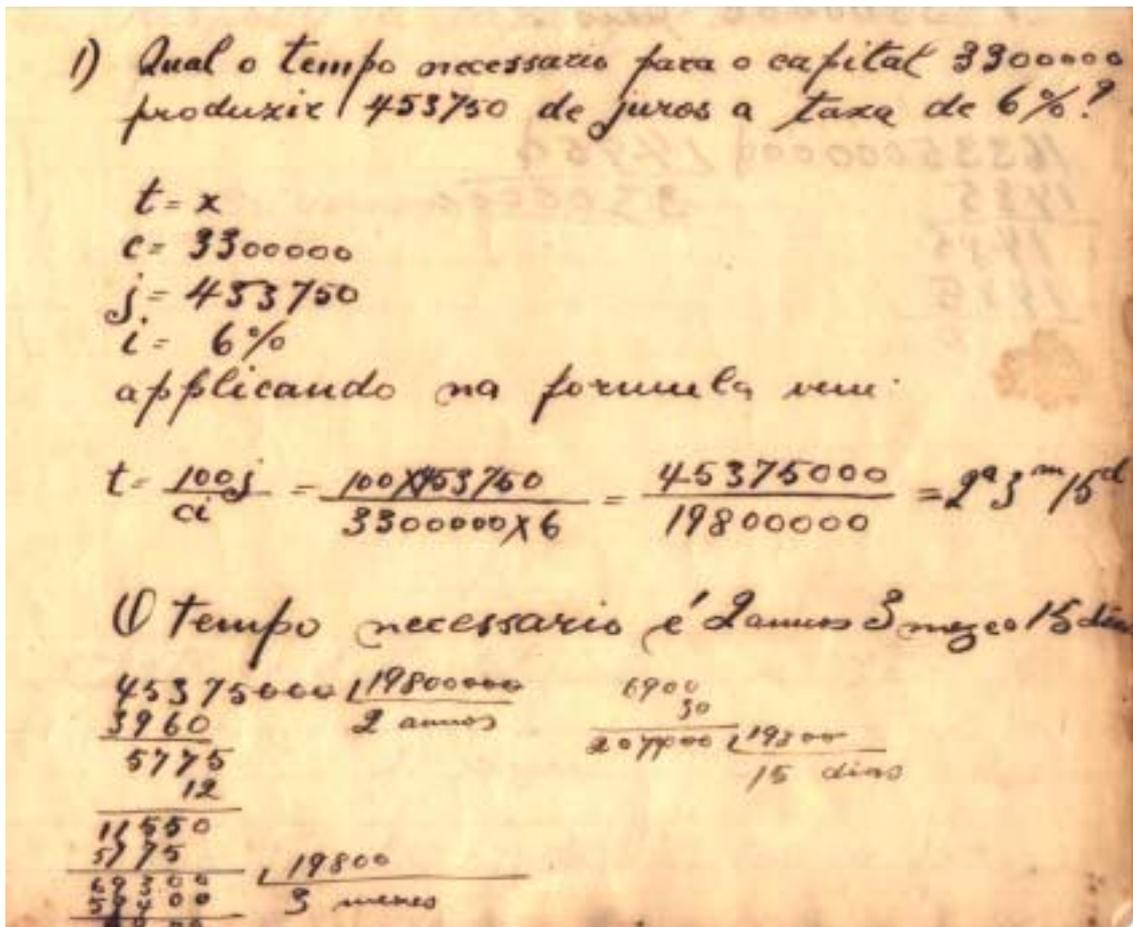
Na documentação manuseada, tentamos responder estas questões. Tentaremos caracterizar a Aritmética através do exame das provas, ou seja, de seus exercícios. Esses problemas e questões podem ser separados em partes, que tentam englobar aspectos e características predominantes neste curso, tais como:

I. Problemas que envolvem juros, porcentagens e descontos, resolvidos pela utilização de fórmulas;

Juros são um tema que aparece nas provas dos anos de 1920, 1926, 1927, 1928 e 1929. Por juros entenda-se problemas que envolvem toda a parte de juros simples, calcular o juro, a taxa, o tempo, o capital assim como desconto por dentro e desconto por fora ligados aos pontos 16 e 17 dos programas de 1918. Começaremos observando os problemas de juros da prova de 1920 do 2º ano, portanto um exame final:

- 1- Qual o tempo necessário para o capital 3300000 produzir 453750 de juros a taxa de 6%?
- 2- Qual o capital que produz em 2 anos 3 meses e 15 dias 453750 de juros a taxa de 6%?
- 3- Qual a taxa a que deve ser empregado o capital 3300000 para produzir 453750 de juros em 2^a 3^m 15^{dias} ?

Estes tipos de problemas são encontrados somente no 2º ano até 1925 e de 1926 a 1930 no 1º e 2º anos. Para observar a quantidade de cálculos que o aluno precisava fazer, o modo de aplicação das fórmulas e a seqüência de operações na resolução das questões, nada melhor que observar a prova original:



Vê-se que o aluno começa a resolução escrevendo todas as informações dadas no problema de acordo com a fórmula dos juros $J = \frac{c \cdot i \cdot t}{100}$. Em uma primeira etapa, isola a variável t para que possa determinar o tempo que é pedido no problema e substitui todos os valores dados. A multiplicação de 100 por 453 750 e de 3 300 000 por 6 é feita provavelmente através do cálculo mental, pois não estão escritas em nenhum lugar.

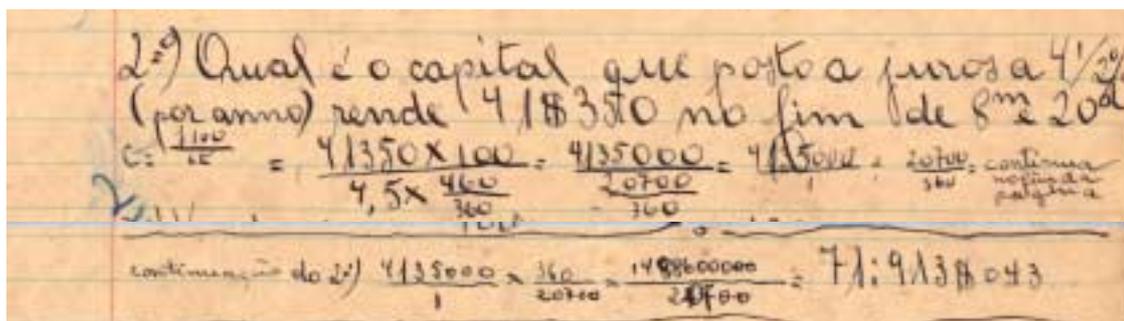
Numa segunda etapa, o aluno divide 45 375 000 por 19 800 000 excluindo três zeros de cada número e obtendo 2 como resultado. A este 2, o aluno associa os anos necessários para o capital produzir os juros mencionados. O resto da divisão 5775 é multiplicado por 12, por serem 12 meses ao ano, e dividido novamente por 19 800 obtendo 3 como resultado, então 3 seriam os meses e o resto da divisão 6 900 é multiplicado por 30, por serem 30 dias ao mês, e dividido novamente por 19 800, obtendo como resposta 15 que são os dias.

Apesar do aluno errar na divisão de 69 300 por 19 800, que deveria ter como resto 9 900 e não 6 900, consegue chegar ao número exato de dias. Este tipo de problema prioriza a memorização de fórmulas e o cálculo, pois os números são de muitos dígitos e acabam facilitando o erro.

Outro exemplo pode ser observado no exame do 1º ano realizado em Março de 1927, portanto de promoção de segunda época:

- 1- Qual é o desconto (por fora) duma letra de 912\$500 a 95 dias de prazo à razão de 2/3 por mês?
- 2- Qual é o capital que posto a juros a 4 ½ % (por ano) rende 41\$350 no fim de 8^m e 20^d ?
- 3- Vendendo um objeto por 120\$000 perde-se 15% sobre o preço da compra; quanto tinha custado?

No original, observemos, por exemplo, a resolução do segundo exercício pelo aluno:



Assim como em 1920, o problema é resolvido com a utilização da fórmula de juros simples, mas como é pedido no problema o capital, a variável c aparece isolada. Logo de início, o aluno substitui na fórmula os valores dados pelo problema, ficando os juros 41 350 multiplicados por 100 e divididos pela taxa de 4,5 multiplicada pelo tempo. Nesse momento o aluno transforma o tempo de 8 meses em dias e soma com os 20 dias restantes obtendo como resultado 460 dias. O correto seria 260 dias dos 360 ao ano.

Numa segunda etapa faz as multiplicações requeridas, errando porém ao escrever 20 700 como resultado de 4,5 vezes 460. Seu passo seguinte é fazer a divisão do número 4 135 000 pela fração $\frac{20700}{360}$, para a qual multiplica o número pelo inverso da fração, obtendo como solução final o número 71913043.

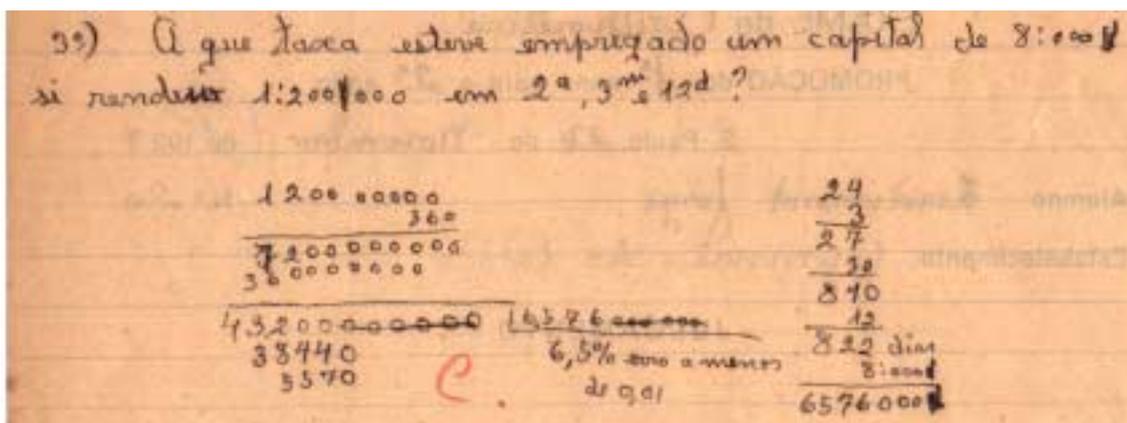
A banca examinadora atribui 2 à questão apesar dos erros encontrados, demonstrando que levaram em consideração o raciocínio e o desenvolvimento do exercício pelo aluno, não olhando apenas a solução final.

Em 1928, novamente o ponto juros foi sorteado. De acordo com os regulamentos mencionados anteriormente, para os exames, quer fossem finais quer de promoção, era sorteado um ponto do programa e a comissão examinadora formulava três questões a serem resolvidas. Até 1926 as três questões referiam-se a um mesmo conteúdo, como por exemplo três questões sobre operações com fração, ou três questões sobre regra de três, ou três questões sobre descontos, etc. Então, se a sorte lhe sorrisse, poderia o aluno passar na prova escrita sabendo apenas um conteúdo.

De 1927 a 1930 isto muda. Apresenta-se um conteúdo para cada questão. Em uma prova aparece uma questão para calcular a raiz quadrada de um número decimal, outra para demonstrar o critério de divisibilidade e outra para calcular o desconto racional. Então, a prova do 1º ano realizada em 1928, portanto de promoção, continha o seguinte problema sobre juros:

3- A que taxa esteve empregado um capital de 8:000\$ se rendeu 1:200\$ em 2^a 3^m e 12^d.

Observando a resolução do problema pelo aluno temos:



A formulação do problema é muito semelhante, senão igual aos encontrados anteriormente. O aluno, apesar de não iniciar pela escrita da fórmula

dos juros, faz os cálculos exatamente como se a tivesse montado. Se substituíssemos os dados do problema na fórmula teríamos $i = \frac{100j}{ct}$ $i = \frac{100 \cdot 1200}{800 \cdot \frac{822}{360}}$.

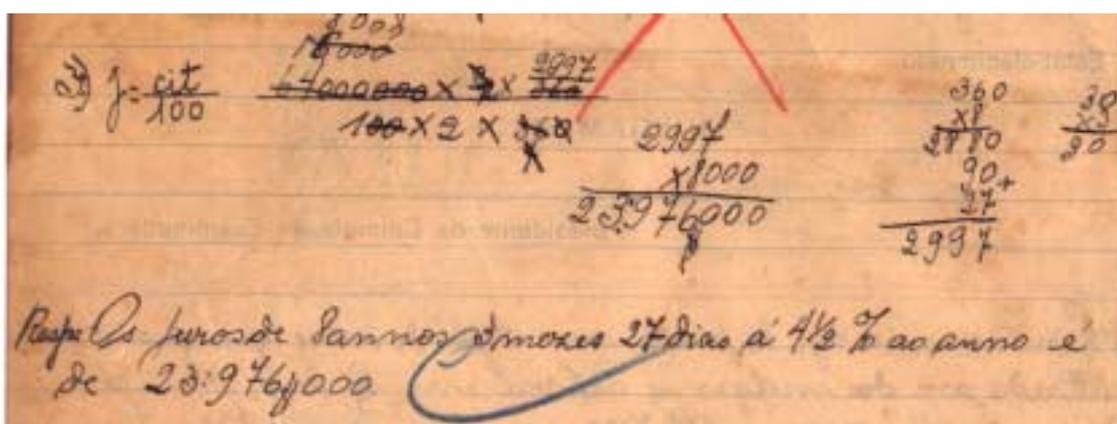
O aluno começa o cálculo com o valor 1 200 já multiplicado por 100 e faz 1200 000 multiplicado por 360 que seriam os dias no ano, obtendo 43 200 000 000. Em seguida, transforma o tempo em dias fazendo 2 anos igual a 24 meses, soma com os outros 3 meses obtendo 27, que multiplicado por 30 resulta em 810 dias e a este número são somados os 12 dias restantes, obtendo 822 dias. Ao total de dias o aluno multiplica o capital 8 000 resultando 6 576 000.

A última etapa consiste em dividir 43 200 000 por 6 576 000 para obter a taxa de 6,5% como resultado final. Apesar dos números serem grandes a maioria dos dígitos é zero facilitando os cálculos. O aluno acertou o problema e pela nota da prova pode-se inferir que o valor do exercício seria 3.

Agora observemos o 3º exercício da prova de promoção do 1º ano de 1929:

3- Quais são os juros de 64:000\$ a 4 ½ % ao ano em 8ª 3^m 27^d ?

Tanto a formulação do problema quanto sua resolução estão de acordo com os outros exemplos já citados.



O aluno resolve o exercício exatamente como todos os outros de juros já resolvidos nos anos anteriores, começando pela fórmula, substituindo os valores e efetuando os cálculos necessários. O único detalhe diferente é a utilização da

fração $\frac{9}{2}$ para representar $4\frac{1}{2}\%$. A questão marcada com um certo teve valor 3 como se pôde observar na nota atribuída pelos professores examinadores.

Pelo que se observou dos problemas, durante toda a década de 1920, não houve nenhuma alteração nas questões quanto à sua formulação. Inclusive, em algumas ocasiões, encontraram-se provas idênticas em datas diferentes.

Os problemas são sempre do mesmo tipo, ligados a situações reais e que pedem o valor da taxa, o capital, o desconto ou o tempo, com valores que envolvem em média de 4 a 9 dígitos e cada um.

Em todos os anos os alunos utilizam-se da fórmula $J = \frac{C.i.t}{100}$ para resolver as questões de juros simples e $D = \frac{n.i.t}{100+i.t}$ para o desconto racional. A forma como os alunos resolvem os exercícios é sempre a mesma.

Ao analisar as correções dos exames, encontram-se inúmeras contradições dificultadoras do entendimento. Ao mesmo tempo, uma prova pode apresentar todas as questões consideradas erradas e ter aprovação com grau 4, ou ter duas questões certas e mesma aprovação, grau 4. Para desvendar esses mistérios é necessário recorrer ao regulamento, que diferencia as médias para provas de 1ª e 2ª época. Para as provas de 1ª época são levadas em conta as notas obtidas pelo aluno durante o ano, mas isso somente até 1926.

Em 1920, observando-se um exame preparatório com nota 1, nota-se que os professores nada consideraram do início e do encaminhamento que o aluno dá às questões. A nota escrita, 1, deve ter sido dada pela tentativa do aluno em resolver as questões.

A partir de 1926, pode-se observar que a banca examinadora, apesar das respostas erradas, considera o início dos cálculos quando certos, ou seja, observa o desenvolvimento do exercício pelo aluno, atribuindo-lhe alguma nota. Apesar de uma resposta certa, são verificados também os cálculos e descontados pontos das questões, mesmo que o erro esteja somente no último cálculo. Agora, se o erro é logo no início, a questão apresenta-se errada.

I. Questões para extrair raiz quadrada;

De acordo com os conteúdos de 1918 e 1926, raiz quadrada é matéria dada no 1º ano e 2º ano. As provas com questões específicas para o cálculo da raiz quadrada são dos anos de 1923, 1925, 1926, 1928, 1929.

Em 1923 o Exame Final do 2º ano realizado em Janeiro de 1924, continha as seguintes questões:

- 1- Calcular a expressão $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ a menos de 0,001
- 2- Calcular a expressão $\sqrt{\frac{567}{3040}}$ a menos de 0,001
- 3- A diferença de dois números consecutivos é de 729457 (diferença dos quadrados). Quais são esses números?

Neste exame o aluno deixa a primeira questão em branco. O que se pretendia com este exercício? Se era para verificar a habilidade do aluno em calcular a raiz quadrada, então por que duas? Como eles calculavam uma questão como esta?

Como não temos nenhuma resolução para o primeiro exercício, vamos verificar como um aluno resolveria o 2º exercício proposto, através da observação de sua resolução na prova:

Handwritten student solution for the square root of $\frac{567}{3040}$. The student writes: "Calcular a menos de 0,001 a expressão: $\sqrt{\frac{567}{3040}}$ ". Below this, they write $\sqrt{\frac{567}{3040}} = \sqrt{0,196}$. Then, they perform a long division to find the square root of 0,1960000, resulting in 0,442. The final answer is $R = 0,442$.

Calcular a menos de 0,001 a expressão:
 $\sqrt{\frac{567}{3040}}$

$\sqrt{\frac{567}{3040}} = \sqrt{0,196}$

$\sqrt{0,1960000}$

16	0442
360	88
536	336
02400	882
1764	2
0036	1764

R = 0,442

Para calcular a raiz quadrada de $\frac{597}{3040}$, o aluno inicialmente dividiu 597 por 3040 obtendo 0,196. Para terminar tem de extrair a raiz quadrada de 0,196.

No início, o aluno acrescenta três zeros para tornar o número par e obter o número de algarismos pedidos como resposta; cálculo a menos de 0,001. Ao primeiro par formado, 19, subtrai-se o quadrado perfeito de um número, no caso o 16, e este número que tem o quadrado perfeito será o primeiro algarismo da resposta. Subtraindo 19 de 16, obtém 3 que com o próximo par formará 360. Separa o 0 e divide 36 pelo dobro de 4. Do resultado utiliza o 4 para formar, junto com o dobro do primeiro algarismo da divisão, 84 que multiplicado pelo mesmo 4 resulta 336. Como 336 pode ser subtraído de 360, o segundo algarismo da divisão será o 4. Continuando, subtrai 336 de 360 obtendo 24 que com o próximo par forma 2400. Separa o último zero e divide 240 por 88 (dobro de 44) utilizando o número 2 do resultado da divisão para formar 882. Este número multiplicado pelo 2 resulta 1764 que pode ser subtraído de 2400, então o terceiro algarismo da resposta será o 2. A resposta para a raiz quadrada de 0,196 a menos de 0,001 é 0,442.

Este tipo de questão envolve vários conceitos como divisão, multiplicação, subtração, estimativas e quadrado perfeito. Além dos diversos cálculos que o aluno precisa realizar, a atenção deve ser muito grande pois existem diversas particularidades que tendem a ser esquecidas no decorrer da conta, como por exemplo, que a divisão do resto das subtrações será sempre pelo dobro dos algarismos da raiz. E na correção, os professores se atêm à resposta verificando se todos os números obtidos estão corretos.

Outro exemplo aparece no exame de Promoção do 1º ano de dezembro de 1925:

- 1- Extrair a menos de uma unidade a raiz quadrada de 3760059.
- 2- Extrair a menos de um milésimo a raiz quadrada de 0,2.
- 3- Extrair a menos de 1/50 a raiz quadrada de 23/50.

Observemos novamente o cálculo realizado pelo aluno na primeira questão:

resposta

1.º) $3.76.00.59 \mid 1.951$

$\frac{1}{276}$
 $\frac{261}{1500}$
 $\frac{1475}{20259}$
 $\frac{2951}{2951}$

$29 \times 9 = 261$
 $295 \times 5 = 1475$
 $2951 \times 1 = 2951$

$= 1.951$

O aluno inicia separando os pares, ficando o número com o formato 3.76.00.59. Subtrai 1 de 3, pois o quadrado perfeito mais próximo é o número um, então 1 é o primeiro algarismo da raiz. O resultado da subtração 2, forma com o próximo par, 276. Separa o 6 e divide o 27 pelo dobro de 1. Do quociente 13,5, utiliza o 13 para formar 213 que multiplicado por 13 resulta um número maior que 276, logo o número utilizado tem de ser menor, no caso o 9. Então o 9 será o 2º algarismo da raiz, pois 29 vezes 9 resulta 261 que pode ser subtraído de 276. Continuando, subtrai 261 de 276 obtendo 15 que com o próximo par forma 1500. Então 150 dividido pelo dobro de 19 resulta 3. Nesse momento o aluno erra ao fazer 295 vezes 5, seria 383 vezes 3, ou seja o dobro de 19 com o quociente 3 vezes o 3. O terceiro algarismo da raiz seria o número 3. A partir daí os próximos números ficam errados também.

Na prova não se vê a correção do exercício, aparece simplesmente o grau de aprovação e não se infere o valor dado à questão, pois os dois outros exercícios também estão errados.

Outros exemplos são: 3ª questão da prova de 1926 de 2º ano, realizada em Maço de 1927 e 1ª questão da prova de 1º ano de 1928.

1927-1926 – 2º ano

Extrair a menos de 1/10000 a raiz quadrada de 0,0005786.

1928 – 1º ano

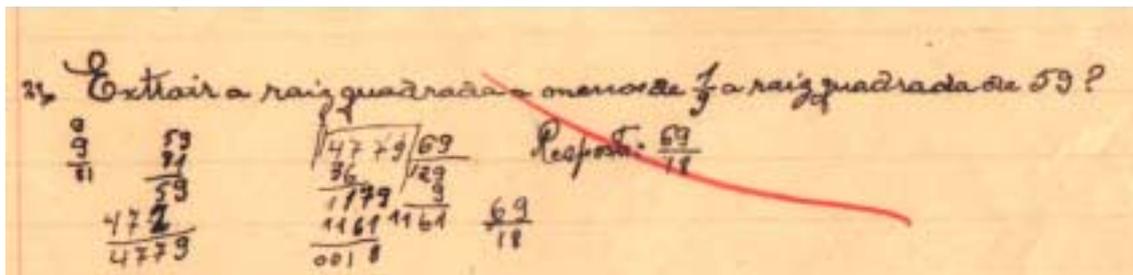
Extrair a raiz quadrada de 83524,635 a menos de 0,01.

Nestas questões tanto a formulação quanto a resolução são exatamente iguais às anteriores.

Em 1928 e em 1929 aparecem questões um pouco diferentes como mostra a segunda questão da prova de dezembro de 1929, um Exame Final:

2- Extrair a menos de $\frac{1}{9}$ a raiz quadrada de 59?

O início do cálculo feito pelo aluno tem que ser diferente das questões anteriores, como se pode perceber olhando sua resolução:



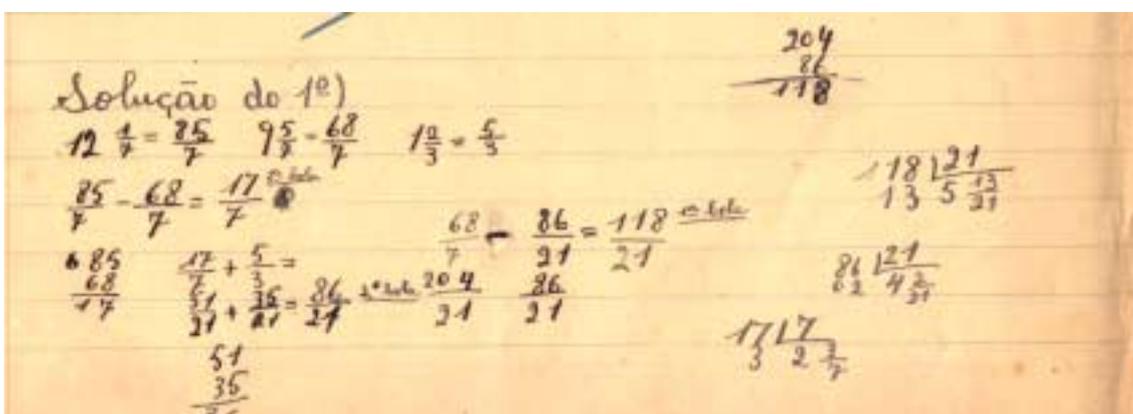
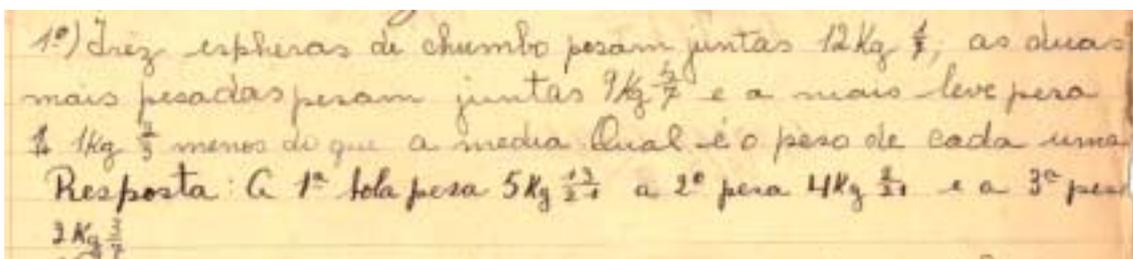
Não se pede para extrair a raiz quadrada à unidade próxima e sim a menos de $\frac{1}{9}$. Então o primeiro cálculo do aluno é determinar 9^2 , multiplicando-o em seguida por 59. Do produto ele determina a raiz quadrada, ficando a resposta dividida por 9. O cálculo do aluno está correto, porém na resposta o aluno escreve $\frac{69}{18}$ e a conta é considerada errada pelos examinadores.

II. Problemas que envolvem frações;

O tópico fração mostra-se muito importante, pois está sempre presente em todos os problemas e questões, seja como uma simples ferramenta ou a idéia principal da prova. O exame de 2ª época feito em Março de 1921, contava com três questões, todas relacionadas à soma e subtração de frações. Pode-se ter uma idéia dessa importância quando se observa um certificado de promoção que até 1925 tem as notas escritas em forma de fração como, por exemplo: Plenamente grau $9 \frac{1}{2}$, ou simplesmente grau $6 \frac{11}{15}$. Tudo leva a crer que as frações faziam parte do cotidiano, estando perfeitamente inseridas na rotina diária escolar.

Os cálculos com frações estão sempre presentes nos diferentes problemas e questões apresentados; os enunciados aparecem sempre contendo frações na

forma mista e as respostas não se resumem a frações próprias ou impróprias, visto que todos os resultados contendo frações impróprias são transformados também na forma mista. A seguir como exemplo, a prova de um Exame Final de março de 1927:



São questões que requerem raciocínio e destreza no cálculo. Para calcular o peso de cada esfera ou bola de acordo com o que escreve, o aluno inicia com a transformação das frações da forma mista para a imprópria obtendo os valores $\frac{85}{7}$, $\frac{68}{7}$ e $\frac{5}{3}$. Depois determina o peso da 3ª bola subtraindo do peso das três juntas

as duas mais pesadas $\frac{85}{7} - \frac{68}{7} = \frac{17}{7}$. Para obter o peso da 2ª bola, soma o peso

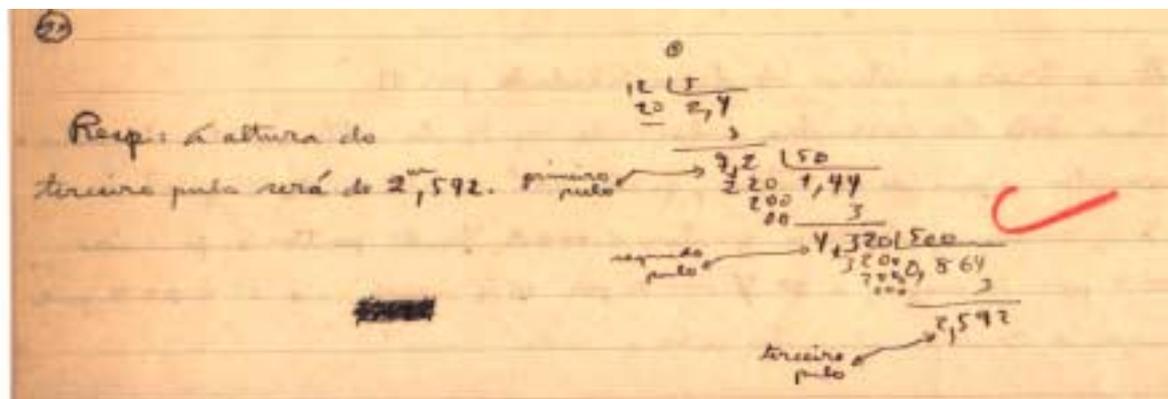
da 3ª $\frac{17}{7}$ com $\frac{5}{3}$ obtendo $\frac{86}{21}$, e o peso da primeira bola é determinado pela

subtração do valor das duas bolas mais pesadas pelo peso da 2ª bola $\frac{68}{7} - \frac{86}{21} = \frac{118}{21}$. Para as respostas finais o aluno transforma, na forma mista, todas

as frações obtidas ficando $\frac{118}{21} = 5 \frac{13}{21}$, $\frac{86}{21} = 4 \frac{2}{21}$ e $\frac{17}{7} = 2 \frac{3}{7}$ correspondentes ao peso da 1ª, 2ª, e 3ª esfera.

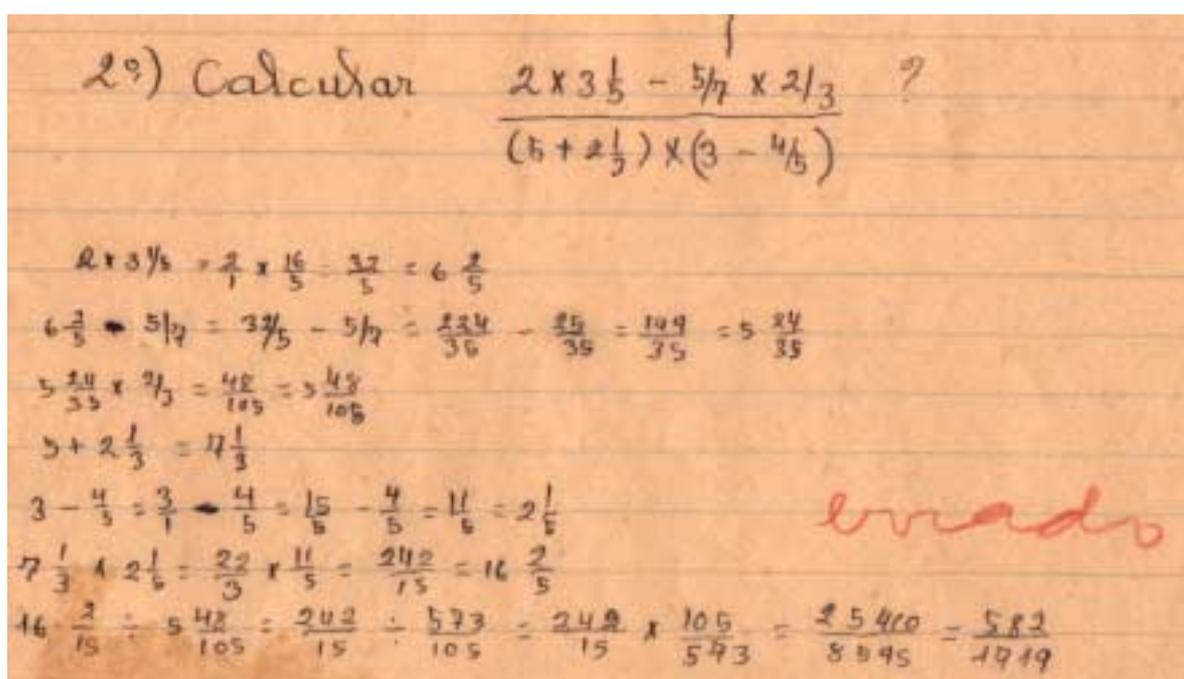
Outro exemplo pode ser visto na prova de dezembro de 1929, um Exame Final:

- 1- Uma bola de borracha pula cada vez $\frac{3}{5}$ da altura donde caiu. Deixando-a cair de 12m, qual será a altura do 3º pulo?



Para determinar a altura do primeiro pulo, o aluno iniciou o cálculo determinado $\frac{3}{5}$ de 12 com a conta $12 : 5$ e depois vezes 3 obtendo 7,2. Para determinar a altura do segundo pulo, repetiu o cálculo fazendo $7,2 : 5$ e multiplicado por 3. Por conseqüência o terceiro pulo é determinado da mesma forma: 4,320 dividido por 5 e multiplicado por 3.

Em 1927, 1928 e 1929 encontramos expressões no 1º e 2º ano, exercícios que envolvem muitos cálculos e é claro sempre com as frações presentes. Vejamos o 2º exercício no Exame de Promoção do 1º ano de novembro de 1928.



A questão apresenta-se errada pois o aluno, logo de início, contrariando as regras para a resolução das expressões, resolve a subtração antes da multiplicação. Daí em diante toda a parte do numerador estará errada.

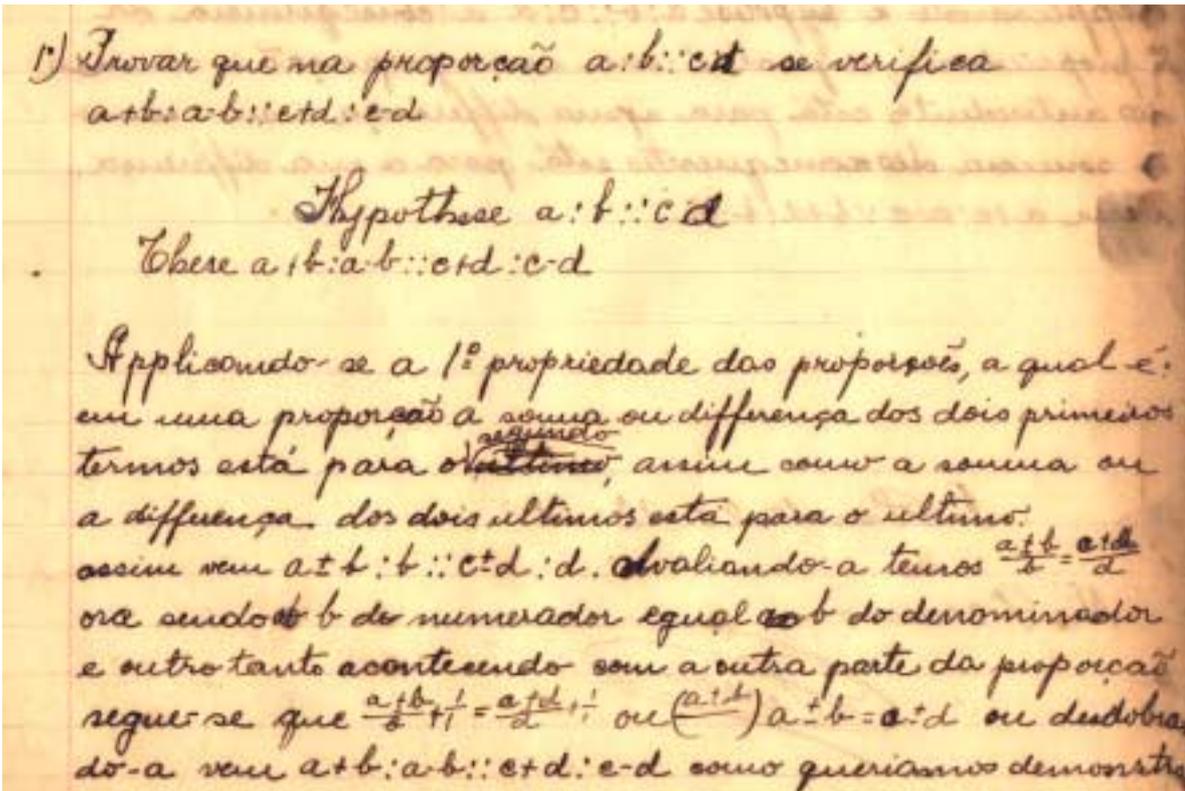
III. Problemas que envolvem demonstrações;

Em Aritmética também são encontradas as demonstrações. Esta prática aparece principalmente no 2º ano do curso durante toda a década de 1920. Além do aluno ter de efetuar numerosos cálculos, era necessário também demonstrar critérios e propriedades, escrevendo para a explicação um texto coeso com raciocínio concludente.

As demonstrações aparecem em 1920 e 1929 com o tema proporções, em 1921 com frações, em 1925, 1927, 1928, 1929 sobre os critérios de divisibilidade, em 1927 e 1928 com a fórmula do desconto racional e em 1928 referindo-se a divisor primo. Observando as resoluções dos alunos nas provas, verificamos como se apresentavam e como se respondiam as demonstrações em aritmética. Iniciaremos com a demonstração das proporções em 1920, numa prova de dezembro do 2º ano:

- 1) Provar que na proporção $a:b::c:d$ se verifica $a + b:a-b::c + d:c - d$
- 2) Provar que na proporção $a:b::c:d$ se verifica $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{b} :: \sqrt[3]{c} : \sqrt[3]{d}$
- 3) Provar que na proporção $a:b::c:d$ se verifica $a+c : a-c :: b+d : b-d$

Além de saber calcular, o aluno precisaria demonstrar as propriedades das proporções e, como veremos a seguir em sua prova, isto não é tão simples:



O aluno inicia a demonstração com hipótese e tese, mas no desenvolvimento não consegue dar sentido à sua demonstração, o que fica melhor compreendido quando comparado à explicação contida no livro Curso de Aritmética de Baillot, professor do Ginásio e autor citado no programa de 1928:

237. Terceira consequência

Em uma proporção, a soma dos dois primeiros termos está para a sua diferença, assim como a soma dos dois últimos está para a sua diferença.

Sirva-nos a mesma proporção; $8 : 5 :: 20 : 5$

Tese: $8 + 2 : 8 - 2 :: 20 + 5 : 20 - 5$

Aplicando à proporção dada a primeira propriedade, vem:

$$8 \pm 2 : 2 :: 20 \pm 5 : 5$$

alternando, $8 \pm 2 : 20 \pm 5 :: 2 : 5$

desdobrando, $8 + 2 : 20 + 5 :: 2 : 5$

$$8 - 2 : 20 - 5 :: 2 : 5$$

Como duas grandezas iguais a uma terceira são iguais entre si, temos:

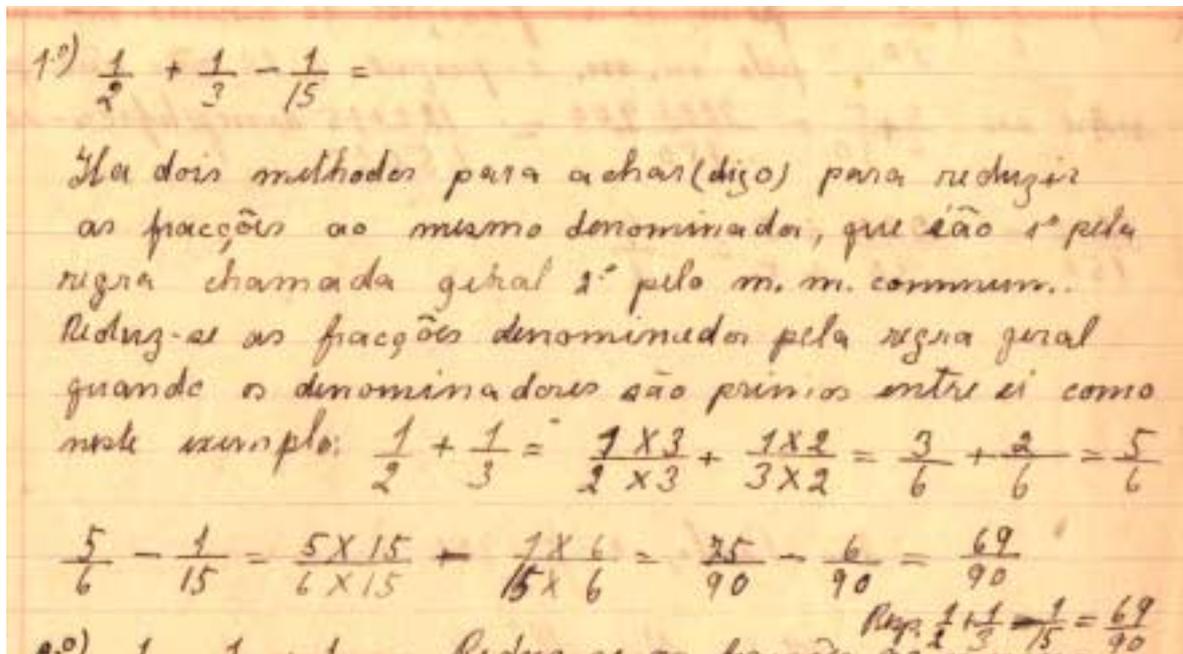
$$\frac{8+2}{20+5} = \frac{8-2}{20-5}, \text{ proporção avaliada;}$$

ou o que é o mesmo, $8 + 2 : 20 + 5 :: 8 - 2 : 20 - 5$

Alterne-se, $8 + 2 : 8 - 2 :: 20 + 5 : 20 - 5$

que é a tese.

A soma e a subtração com frações é um tópico que sempre causou dificuldades aos alunos. No exemplo abaixo, da prova do 1º ano de março de 1921, observa-se que além de operar com as frações, o aluno escreveu todas as passagens para esse cálculo:

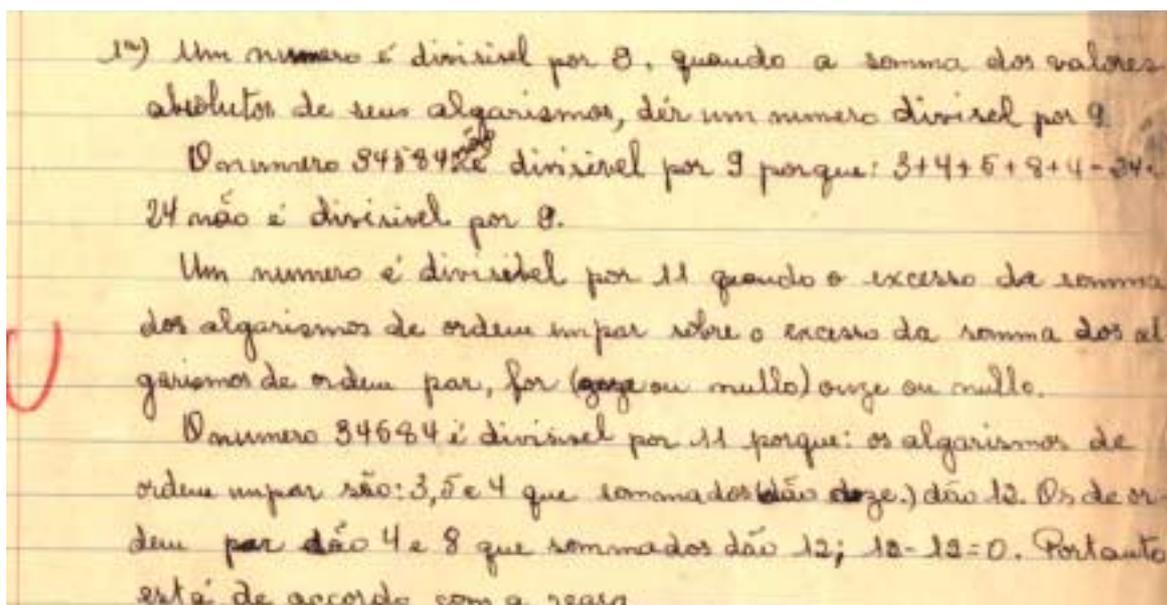


De acordo com a resposta, o aluno teria de descrever dois métodos para efetuar o cálculo, e escolher um deles para resolver a expressão. Começa enunciando dois métodos que chama de Geral e M.M.C. e opta por usar o cálculo com a regra Geral. Esta regra, segundo o que escreve, determina que se os denominadores são primos entre si multiplica-se cada fração pelo outro denominador. Na continuação, soma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sem problemas, porém, também considera primos os denominadores da subtração deste resultado pelo último valor da expressão: $\frac{5}{6} - \frac{1}{15}$, obtendo assim um resultado certo, mas que poderia ser simplificado. De acordo com a nota da prova, os professores da banca examinadora não consideraram o esforço ou o raciocínio do aluno na demonstração.

As demonstrações abrangem também os critérios de divisibilidade. Entenda-se por problemas de divisibilidade, problemas que envolvem a teoria da divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 25 e 125; divisão; prova da multiplicação e M.D.C., de acordo o programa de Aritmética de 1918. Observemos como se

apresentam normalmente questões simples de divisibilidade, em um Exame de Promoção do 1º ano de dezembro de 1925:

- 1- Condições de divisibilidade por 9, por 11. Aplicar ao número 34584.
- 2- Condições de divisibilidade por 18. Aplicar ao número 396
- 3- Dividir 5 por 0,01.

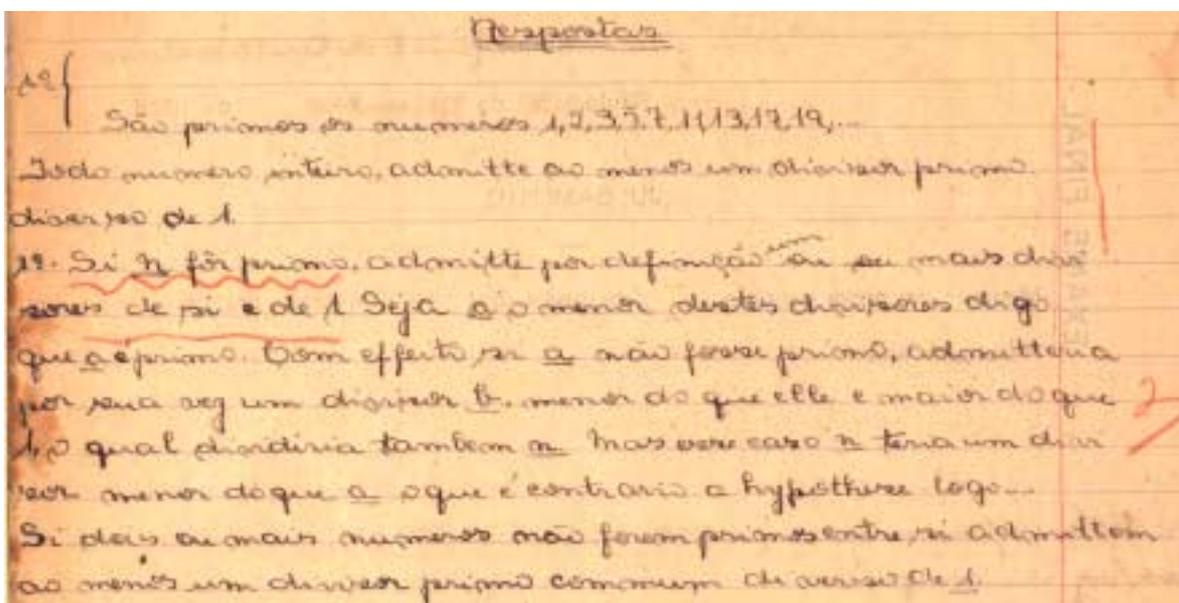


Em primeiro lugar o aluno escreve a regra para a divisão por 9 e aplica ao número 34 584 percebendo que não é um número divisível por 9. Repete o mesmo em relação ao número 11.

Neste exercício basta o aluno enunciar as regras para a divisão por 9 e 11 para, depois, aplicá-las ao número 34 584. As provas de outros anos demonstram que os exercícios de divisibilidade têm todos formulação parecida. Já nas provas em que aparecem as demonstrações o aluno teria, além de escrever o critério, saber demonstrá-lo passo a passo, explicando como chegar ao critério antes enunciado. Essas demonstrações são longas e por vezes preenchem uma página da prova. Vejamos um exercício de demonstração não tão longo, mas que pode nos dar uma idéia das demonstrações em aritmética. Trata-se do 1º exercício do Exame Final de novembro de 1928:

- 1- Demonstrar que todo número admite ao menos um divisor primo.

Muito diferente dos outros exercícios para calcular, onde o aluno somente trabalhava com números, agora ele tem de escrever um texto para demonstrar o que é pedido, como constatamos em sua resposta:



A demonstração começa com o aluno enunciando a regra dos números primos. Na primeira frase aparece marcado um traço em vermelho provavelmente pelo examinador não considerá-la correta. Observando outras provas iguais a esta, este mesmo exercício aparece escrito corretamente e como início apresenta a frase: “Todo número primo admite ao menos um divisor primo diverso de 1. Se N for número primo, admite a si mesmo como divisor primo. Se N não for primo, admite por definição um ou mais divisores, diversos de si e de 1”.

Todo o restante da demonstração está com exatamente as mesmas palavras, então podemos inferir que os alunos decoraram a demonstração esquecendo por vezes algumas partes.

São poucos os alunos que desenvolvem as demonstrações pedidas e no caso da demonstração da fórmula do desconto racional, solicitada nas provas de 1926 e 1927, não houve nenhuma resposta por parte dos alunos pesquisados. A pergunta aparece da forma:

- 1- Deduzir a fórmula do desconto racional; ou
- 2- Qual é a fórmula do desconto por dentro e como se demonstra

IV. Problemas de regra de três;

Em virtude do grande número de questões com problemas para ler e interpretar enunciados pode-se deduzir que há uma preocupação em formular questões contextualizadas, ou seja, que tenham em vista as aplicações práticas da matéria ensinada.

A regra de três aparece englobando estes tipos de problemas encontrados em provas de 1920, 1921, 1924, 1928 e 1929. Vejamos alguns exemplos de problemas que os alunos resolviam usando a regra de três:

Exame do 2º ano de março de 1921 com as seguintes perguntas:

- 1- Alguém comprou um terreno de 30 metros de frente e 80 de fundo por 15 contos de reis a prazo de 11 meses. Quanto custaria outro da mesma espécie deste porém de 12 metros de frente e 7 de fundo a prazo de 9 meses?
- 2- 60 operários fizeram 100 metros de muro trabalhando 8 horas por dia, durante 15 dias. Quantos operários como estes, trabalhando 6 horas por dia fariam 120 do dito muro em 12 dias?
- 3- Uma obra foi editada em 12 volumes de formato 8º, com 400 páginas cada um. Quer-se fazer 2ª edição em 7 volumes de formato 4º. Pede-se o número de páginas de cada um?

Analisemos a resolução do 2º problema, que se observa abaixo:

The image shows a handwritten solution on aged paper for the second problem. The text is written in cursive and includes the following:

Solução do 2º problema

$60 \text{ op} - 100 \text{ m} - 15 \text{ d}$
 $x - 120 - 12$

$60 : 100 :: 120 : x$
 $15 : 11 :: x : x'$

$100 \times 12 : 60 \times 15 :: 120 \times x' : x \times x'$

$x' = \frac{60 \times 15 \times 120}{100 \times 11} = 90$

Resposta: são necessários 90 operários

Os problemas são resolvidos pelas regras das proporções e, de início, o aluno monta um quadro que mostra a proporção entre os valores dados no enunciado do problema e usa a letra x para representar o valor desconhecido. Obtém assim uma proporção que escreve da forma:

$$\begin{array}{l} 100 : 60 :: 120 : x \quad 100 \text{ está para sessenta assim como } 120 \text{ está para } x \\ \underline{12 : 15 :: x : x'} \quad 12 \text{ está para } 15 \text{ assim como } x \text{ está para } x' \\ 100 \times 12 : 60 \times 15 :: 120x : xx' \end{array}$$

Fazendo a multiplicação dos números da primeira proporção pela segunda obtém uma nova proporção que resolve usando a regra das proporções: Se um meio está desconhecido é preciso dividir o produto dos extremos pelo meio conhecido (COMBEROUSSE, 1911, p. 264). Ou seja, o valor desconhecido será obtido pelo produto dos meios $60 \times 15 \times 12$ dividido pelo extremo conhecido 100×12 . Os cálculos apresentam-se certos, porém o aluno esquece, logo ao início, de acrescentar as horas trabalhadas por dia, um dado que aparece no enunciado do problema, o que leva o examinador a considerar o exercício totalmente errado.

Em janeiro de 1924 temos outra prova do 2º ano com problemas de regra de três.

- 1) Repartir o número 178 em três partes tais que 8 vezes a 3ª igualem o 1/6 da 2ª e no mesmo tempo o 1/5 da 1ª.
- 2) Dois empreiteiros oferecem-se para construir um muro, o 1º em 60 dias trabalhando 9 horas por dia; o 2º em 80 dias trabalhando 7 horas. Tomaram-se os dois empreiteiros; em quanto tempo estará o muro feito se trabalharem 8 horas por dia?
- 3) Um parafuso avança de 3/10 de milímetro em 5 voltas quantas voltas dará para avançar de 4 ½ mm?

Apesar de simples em comparação com outros problemas, o aluno não resolve nenhum. A formulação do segundo exercício é quase idêntica à de 1921 descrita anteriormente.

Novamente em 1928 é formulado um problema envolvendo regra de três. O Exame de Promoção do 1º ano realizado em Março, portanto de 2ª época:

- 3) *50 operários trabalhando 6 horas por dia, fizeram uma vala de 135 metros de comprimento em 17 dias; quantos operários serão necessários para fazer uma vala de 180 metros de comprimento em 15 dias, trabalhando 7 horas por dia?*

3º

50 ^{op}	6 ^h	135 ^m	17 ^d
x	7	180	15

$$7:6 \quad 180:135 \quad \dots \quad 50:x = \frac{50 \times 6 \times 135 \times 17}{7 \times 180 \times 15} = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 17}{7 \times 2 \times 3 \times 15} = \frac{3}{7}$$

$$= 36 \frac{3}{7} \text{ ou } 37$$

7:6	135:180	15:17	50:x
-----	---------	-------	------

$$= \frac{10 \times 2 \times 3 \times 17}{7 \times 135 \times 15} = \frac{10 \times 2 \times 4 \times 17}{7 \times 3}$$

$$\frac{1360}{21} = 64 \frac{16}{21} = 65$$

Também neste problema percebe-se que o enunciado é muito parecido com os anteriores. O aluno inicia montando uma tabela com os valores dados no problema. Pensa em fazer uma regra de três direta, mas admite que as grandezas são inversamente proporcionais. Escreve a proporção da forma: 7 está para 6; 135 está para 180; 15 está para 17 assim como 50 está para x. Para determinar o valor desconhecido x, divide o produto dos meios $50 \times 6 \times 80 \times 17$ pelos extremos conhecidos $7 \times 135 \times 15$. Na resposta, como obtém um número decimal, arredonda para 65 obtendo um número inteiro e coerente com o que se perguntou, ou seja, o número de operários.

A terceira questão da prova de dezembro de 1929, um Exame de Promoção também se refere à regra de três como se pode observar a seguir:

3) Uma escada devia ter, conforme o plano de construção 240 degraus de $1 \frac{5}{6}$ dm; mas na execução reduziram os degraus a $1 \frac{2}{5}$ dm. Quantos degraus terá a escada?

Handwritten mathematical work showing the solution to a problem involving inverse proportionality. The student sets up the proportion $1\frac{2}{5} : 1\frac{5}{8} = 240 : x$. The calculation proceeds as follows: $\frac{11}{6} \times 240 \div \frac{7}{5} = 314\frac{2}{7}$. The final answer is given as $314\frac{2}{7}$ meters.

A proporção é montada em um quadro onde o aluno admite que os valores são inversamente proporcionais e escreve que $1\frac{2}{5}$ está para $1\frac{5}{8}$ assim como 240 está para x , logo o valor desconhecido x é igual à divisão do produto dos meios pelo extremo conhecido. Nesse momento o aluno precisa transformar as frações na forma mista em impróprias para chegar ao resultado esperado. De acordo com os cálculos que se observa na prova, o aluno multiplica 240 por $\frac{11}{6}$, obtendo $\frac{2640}{6}$ que multiplica por $\frac{5}{7}$ obtendo $\frac{13200}{42}$. Antes de fazer a divisão de 13200 por 42, o aluno simplifica a fração, dividindo por fim 2200 por 7. Como a divisão não é exata, a resposta é apresentada na forma mista $314\frac{2}{7}$. Em todas as provas observa-se que ocorre o mesmo método, ou seja, todas as respostas que envolvem números decimais são apresentadas na forma mista como resposta.

V. Problemas resolvidos até hoje do mesmo modo: usando somente cálculos aritméticos

Se fizermos uma breve comparação com os nossos dias, poucos são os problemas ou questões que permanecem com a mesma resolução. Dentre todos os exercícios vistos, pode-se afirmar que os problemas envolvendo juros e desconto racional são resolvidos exatamente como hoje. A fórmula e os cálculos são colocados e resolvidos do modo idêntico ao que conhecemos. As regras de divisibilidade também são colocadas exatamente do mesmo modo, porém as demonstrações não mais existem. A divisibilidade era reconhecida como um

tópico muito importante para os conhecimentos a serem adquiridos posteriormente, como por exemplo, raízes e frações. Conseqüentemente, em diversos anos, eram formulados problemas específicos sobre os critérios de divisibilidade. Se hoje quase não se fala em condições de divisibilidade, as demonstrações estão totalmente fora de cogitação. A regra de três é inicialmente tratada do mesmo modo, mas difere quanto à apresentação no desenvolvimento dos cálculos. O aluno pensava mais nas proporções e suas regras do que em determinar simplesmente o valor de x . A frase, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos ou mais especificamente, “para determinar um meio desconhecido é preciso dividir o produto dos extremos pelo meio conhecido”, atualmente, isto já não se conhece mais. Para resolver uma regra de três usa-se simplesmente montar a proporção e fazer “a multiplicação em cruz”.

VI. Problemas que hoje não se resolvem aritmeticamente.

O aluno vindo do curso primário e admissão, tem no curso de Aritmética uma continuidade e aprofundamento desses conteúdos, mas, em tempo algum, aprendera Álgebra. Assim, os cálculos realizados na resolução de problemas organizam-se sempre aritmeticamente. Em nossos dias, a resolução aritmética foi banida, em muitos casos, em benefício de uma maior simplicidade na resolução. Veja-se por exemplo a seguinte questão: A diferença dos quadrados de dois números consecutivos é 729.457; quais são esses números? Hoje resolveríamos facilmente montando uma equação da forma $(x+1)^2 - (x)^2 = 729457$.

Agora, note-se como é resolvida a questão, por um aluno, em 1924, num Exame Final de Aritmética de 2ª época, 2º ano:

3º) A diferença dos quadrados de dois números consecutivos é 429457, quais são esses n.ºs?

$$\begin{array}{r} 72.4457 \\ + 72.4457 \\ \hline 145.8914 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145.8914 \\ + 72.4457 \\ \hline 218.3371 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 429457 \\ + 729457 \\ \hline 1158914 \end{array}$$

$$\sqrt{2183371} = 1477,28$$

$$\sqrt{1158914} = 1076,96$$

R = Os dois n.º consecutivos são 1477 e 1077

Mesmo que o aluno tenha idéia de como resolveria o problema, fica muito difícil confirmar a resposta através de uma prova, pois os números são tão grandes que dificultam o cálculo, mesmo usando uma calculadora seria impossível visualizar todos os dígitos no visor.

Tentando determinar os dois números pedidos no problema, o aluno inicia pela soma de 729 457 com ele mesmo, obtendo 1 458 914. Para confirmar a soma, ou talvez pensar em uma provável solução, tira a prova real e logo abaixo torna a fazer a mesma soma. Novamente soma 729 457 a 1 458 914 e extrai a raiz quadrada do número obtido. Com este cálculo não consegue nada, então tira a raiz quadrada do número obtido inicialmente 1 458 914 e escreve como solução final 1 202 e 1 203.

O mesmo pode-se dizer do 2º exercício encontrado no Exame Final de 1927, um exame de 2ª época:

2) Por que número se deve dividir 40 para diminuir-lo dos seus 2/5?

Para resolvê-lo, montaríamos logo uma equação do tipo $\frac{40}{x} = 40 - \frac{2}{5} \cdot 40$, determinando o valor de x , o que não ocorre na resposta dada pelo aluno como se observar a seguir:

$40 \times \frac{2}{5} = \frac{80}{5}$
 $\frac{80}{5} = 16$
 $40 - 16 = 24$
 $40 \div 24 = 1,666$

Solução: $40 \times \frac{2}{5} = \frac{80}{5}$ $40 - 16 = 24$ $40 \div 24 = 1,666$ quatriz

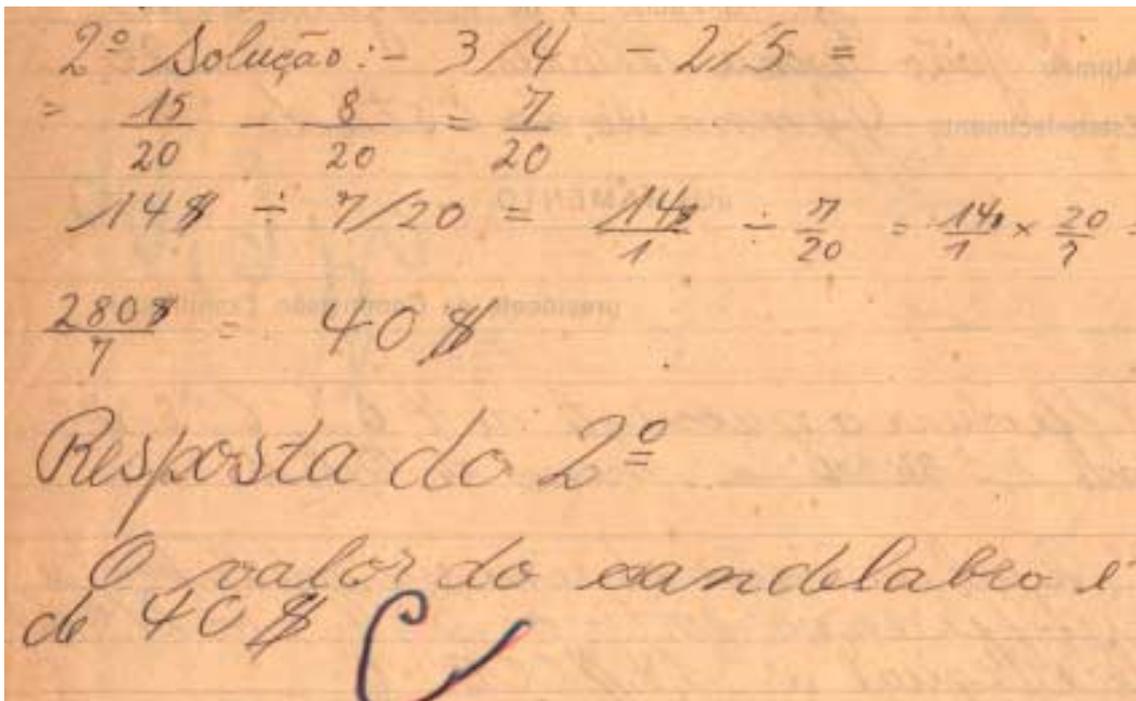
Inicia o cálculo determinando $\frac{2}{5}$ de 40. Do 40 subtrai seus $\frac{2}{5}$, dividindo-o pelo resultado da subtração, 24. Como solução encontra a dízima periódica 1,666...

Outro que se enquadra no mesmo raciocínio, é o 2º problema da prova de novembro de 1929, um Exame de Promoção:

2) Qual o valor de um candelabro se a diferença entre os $\frac{3}{4}$ e os $\frac{2}{5}$ dele é igual a 14\$000?

Hoje resolveríamos com a equação $\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}x = 14000$ encontrando $x = 40000$.

Já o aluno resolve o problema usando apenas o cálculo com as frações, como demonstra a figura seguinte:



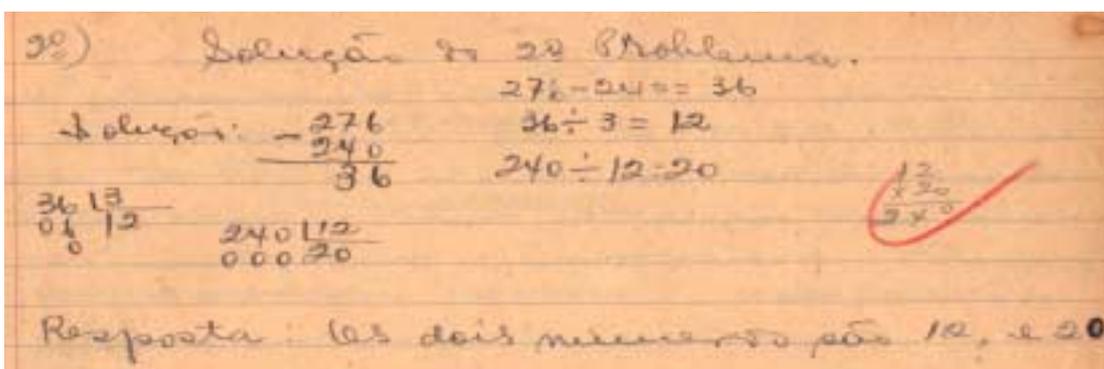
Subtrai $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$ encontrando $\frac{7}{20}$. Para determinar o valor do candelabro divide 14 000 por $\frac{7}{20}$ fazendo: $14 \times 20 = 280$ e dividido por 7.

Do mesmo modo pode-se observar a prova do 2º ano de março de 1929, um Exame Final onde o 2º problema pede:

2) O produto de dois números é 240, se juntarmos 3 ao multiplicador o produto torna-se 276. Achar estes dois números.

Hoje, montaríamos um sistema como este: $\begin{cases} xy = 240 \\ (x+3)y = 276 \end{cases}$ encontrando

$x = 20$ e $y = 12$. Totalmente diverso é o cálculo realizado pelo aluno:



Inicia fazendo a subtração de 276 e 240, correspondente ao produto de dois números, como afirma o enunciado. Como um dos números é acrescido de 3, divide o resultado da subtração, 36, por 3 obtendo 12, um dos números pedidos. Se o produto dos dois números é 240, então divide 240 por 12 para obter o outro número procurado.

Quando se monta uma equação, os cálculos realizados organizam-se num grau mais alto de abstração, o que não acontece com um exercício resolvido aritmeticamente. O aluno tem de compreender exata e concretamente o porquê da conta que está fazendo, por que subtrair ou dividir.

Em resumo as questões escolhidas para os exames do curso de Aritmética de 1920 a 1930 giravam em torno de:

- Juros e Descontos
- Frações, ordinárias e decimais.
- Raízes
- Divisibilidade
- Números primos
- Regra de três simples e composta
- Razão e proporção
- Sistema de medidas Inglesas
- Regra de mistura e liga

Os conteúdos do curso de Aritmética são de início, um aprofundamento dos conteúdos vistos no exame de admissão, onde somente eram cobrados os critérios de divisibilidade. No curso de Aritmética, além dos critérios de divisibilidade, era necessário saber demonstrar esses critérios. Para o exame de admissão o aluno deveria dominar: cálculos com frações ordinárias e decimais; problemas envolvendo razão e proporção; noções do sistema métrico e decimal e expressões numéricas envolvendo frações e números decimais, conteúdos que o aluno revia no curso de Aritmética e necessários para a continuação de seus estudos.

Esses conteúdos em forma de problemas ou questões, eram analisados pelos três professores examinadores que atribuíam notas às provas escritas e

orais, assinando-as também. Estas notas aparecem até 1925 no cabeçalho da prova. Desde 1926 as notas aparecem na margem direita da prova. Somente a partir de 1925 pode-se ver o certo ou errado marcado nas questões das provas escritas, e em raras ocasiões o valor atribuído a cada uma. Nunca consideravam totalmente correto um exercício com qualquer erro de cálculo, por menor que fosse. Em vista disso pode-se pensar que o objetivo do curso era a destreza para o cálculo, usando frações e raízes como ferramentas.

A observação dos exames escritos mostra que as maiores notas, durante toda a década, eram obtidas nas provas orais. Se o aluno era promovido, não era devido à nota da prova escrita, que na maioria das vezes variava entre um e três num total de dez¹⁹.

De 1920 a 1925 o aluno contava, para a promoção, com a nota da prova oral e a nota de conta do ano, pois apesar da nota da prova escrita ser muito baixa, a média composta com as três notas era o suficiente para a promoção. Já nos exames de 2^a época, o aluno teria apenas a média aritmética da nota da prova escrita e oral.

De 1926 a 1930 ocorrem mudanças. De acordo com o decreto de 1926, a nota anual era obtida pela soma das notas do 1^o bimestre com a média do 2^o bimestre multiplicada por dois, a média do 3^o bimestre multiplicada por três e a média do 4^o bimestre multiplicada por quatro. O resultado seria dividido por 10. Pelo que se observa nos exames, o resultado final escrito na prova de promoção é apenas da nota dada pelos três examinadores da prova escrita. Já nos exames finais o resultado era obtido pela média aritmética da nota da prova escrita e da oral. Estes resultados são iguais aos que aparecem nos certificados de promoção.

Em virtude de se ter apenas uma nota, e o regulamento especificar para o primeiro ano apenas questões práticas, de 1926 a 1930, o exame de promoção contava com exercícios mais simples no sentido de aparecerem expressões com números menores, problemas com regra de três, porém direta, extrair raiz quadrada com números decimais e juros simples. Os exercícios das provas finais

¹⁹ A comprovação desse fato pode ser verificada ao analisar as notas obtidas pelos alunos nos exames de 1926, 1927 e 1928. Num total de 75 alunos em 1926, 69 obtiveram nota da prova oral superior à da prova escrita. Em 1927, de 58, 41 alunos obtiveram notas maiores nas provas orais e em 1928, de 96, 87. Anexo 3.

eram problemas que envolviam regra de três inversa, demonstrações, raiz quadrada com frações na forma mista, etc.

Observando estes exercícios fica a impressão de que em alguns momentos houve a tentativa de modificar o modo de correção, ou seja, de considerar não somente a resposta correta. Deduz-se isto, em virtude das notas obtidas, apesar dos exercícios errados.

A Aritmética, analisada a partir das provas e exames, apresenta-se como um adestramento no cálculo. Cabe ao aluno desembaraçar-se o mais breve possível de questões que envolvem, em geral, grande quantidade de operações aritméticas, com números, muitas vezes, com muitos algarismos.

5.2- A Disciplina Álgebra

Cândido Gonçalves Gomide ministrou o curso de Álgebra durante toda a década de 1920. Nas palavras de Castrucci encontram-se alguns elementos que ajudam a conhecer melhor o professor:

Embora, tendo recebido um preparo quase totalmente profissional e técnico, com exceção do curso secundário, encontrou Gomide, no magistério a sua verdadeira vocação. Nasceu Candido Gonçalves Gomide, em Itapetininga, a 14 de agosto de 1892, onde fez os estudos primários e secundários, terminando o curso da Escola Complementar, em 1907. Vindo para São Paulo, com sua família, em 1920, era, em 1911, aluno da Escola Politécnica, de onde saiu, no 3º ano, a fim de seguir para a Europa. Ali, tendo feito o Collège de Genebra em um ano, ingressou na École Polytechnique de Lausanne, transferindo-se em seguida para a de Toulouse, onde recebeu o grau de Engenheiro Eletricista, em 1927. Teve uma vida profissional muito rápida: trabalhou na estrada de ferro, em Agen, em 1919 e, depois, regressando ao Brasil, exerceu a profissão na Estrada de Ferro Sorocabana. Em 1921, ganhava o concurso para a cátedra de Aritmética e Álgebra do Ginásio da Capital, vencendo brilhantemente notáveis concorrentes. Assim, durante quatro anos ouvimos o grande mestre desenvolvendo integralmente os programas de Aritmética e Álgebra²⁰.

De acordo com o decreto de 1918, as primeiras noções sobre Álgebra seriam introduzidas já no 2º ano e se complementariam no 3º e 4º ano do curso ginasial. Porém, de acordo com os documentos e provas que analisamos, a Álgebra aparece, até 1926, apenas nos exames do 3º e 4º ano do curso. No 3º ano o aluno fazia um Exame de Promoção e, no 4º, um Exame Final.

Em 1926 o curso foi reorganizado e os alunos que ingressassem nessa data teriam o curso de Álgebra apenas no 3º ano do Ginásio (decreto de 1926). Os repetentes também seriam matriculados no novo regime. Então, Álgebra era a continuação dos estudos de Matemática no Ginásio da Capital, e seu programa pode ser observado a seguir.

²⁰ Palestra proferida pelo professor Benedito Castrucci, na Sociedade de Matemática de São Paulo, em 16/12/1955.

PROGRAMA DE ÁLGEBRA 1918

2º ANO

21. - Objeto da álgebra. Preliminares. Termos semelhantes - Redução.
22. - Adição, subtração - Exercícios.
23. - Multiplicação. Casos Notáveis. Fórmulas.
24. - Divisão, casos especiais.
25. - Frações algébricas. ;
26. - Identidade, equação. Equações do 1º grau de uma incógnita. Exercícios no intuito de habituar o aluno a pôr os problemas em equação. Resolução.
27. - Sistemas de duas incógnitas. Método de eliminação por adição e subtração, por substituição e pelo de Bezout. Resolução.
28. - Sistema de equações de mais de duas incógnitas. Aplicações dos métodos acima estabelecidos. Resolução.
29. - Discussão geral das equações do 1.º grau.
30. - Problema dos correios. Resolução e discussão.

3º ANO

31. - Elevação ao quadrado das expressões algébricas monomiais e polinomiais.
32. - Extração das raízes dos monômios e polinômios.
33. - Cálculo dos monômios irracionais.
34. - Equação do 2º grau de uma incógnita. Teoria geral. Propriedades de duas raízes. Raízes imaginárias. Resolução.
35. - Discussão geral do 2º grau.
36. - Equações que se reduzem ao 2º grau.
37. - Progressões por diferença e progressões por quocientes.
38. – Logaritmos – Teoria - Uso das taboas.
39. - Juros compostos. - Deduções das fórmulas. Aplicações e exemplos.
40. - Anuidades - deduções das fórmulas - Aplicações e exemplos.

4º ANO

Revisão da Álgebra dada no 2º ano e no 3º e estudo de alguns pontos especiais para o curso de Mecânica e Astronomia.

**Compêndios adotados:
Algèbre, par Bourdon**

Pontos para os exames do curso seriado e de preparatórios, organizados de acordo com o art. 39 das instruções expedidas pelo Diretor Geral do departamento 1926.

ÁLGEBRA - PONTOS DE PROVA ESCRITA

- 1^o
Equações de 1^a grau. Progressões aritméticas. Logaritmos.
- 2^o
Divisão. Equações de 2^o grau. Progressões geométricas.
- 3^o
Divisão de polinômios de forma inteira pelo binômio de 1^o grau. Equações biquadradas. Juros compostos
- 4^o
Racionalização de denominadores. Sistemas do 1^o grau a resolver por artifício de cálculo. Equações exponenciais.
- 5^o
Operações sobre facções algébricas. Eliminação pelo método de Redução ao mesmo coeficiente. Logaritmos.
- 6^o
Equações literais. Sistemas do 2^o grau. Progressões aritméticas.
- 7^o
Simplificação e adição de frações algébricas. Decomposição de trinômios do 2^o grau em fatores binômios de 1^o grau. Equações exponenciais.
- 8^o
Eliminação pelo método de Bezout. Relação entre os coeficientes e as raízes de equação de 2^o grau. Logaritmos.
- 9^o
Subtração e divisão de frações algébricas. Equações do 2^o grau. Juros compostos.
- 10^o
Sistemas do 1^o grau. Equações biquadradas. Logaritmos.
- Observação: Deverá ser formulada uma questão para cada uma das partes do ponto.

De acordo com os decretos de 1918 e 1926, os exames seriam compostos de três questões. A partir de 1926 existiria uma lista composta de 20 pontos para serem sorteados no ato do exame. Cada ponto da lista seria dividido em três partes, das quais uma seria questão teórica e duas questões práticas.

Em Álgebra foi montada uma tabela que nos dá um panorama geral das provas e conteúdos sorteados durante a década. Como as provas de segunda época são feitas em março, aparecem anotados o ano em que foi feito o exame e o ano a que se refere. Assim podemos observar os conteúdos dos exames de primeira época e compará-los aos de segunda época.

Ano	Conteúdos de Álgebra
1920	
1921/ 20	3º ano: resolução de equações do 3º, 4º, e 5º grau.
1922/ Janeiro	4º ano: Ponto 6 – Divisão de polinômios Ponto 3 – Equação do 1º grau a várias incógnitas, Trinômios do 2º grau, sistemas de equações, soma e subtração de frações algébricas.
1923	
1924	4º ano: Ponto 21 - Variações e representações gráficas de $y=ax+ b$ Ponto 7 - m.m.c. algébrico. Ponto 3 - Multiplicação. Equações exponenciais, biquadradas e irracionais P.A. e P.G, e inequação do 2º grau.
1925/ Janeiro	4º ano: Ponto 18 - Preliminares até multiplicação provas com as mesmas questões Ponto 27 - Progressão Aritmética Sistema de equações do 2º grau. Inequação do 2º grau P.A. Ponto 3 - equações biquadradas e recíprocas Equação irracional, sistema e equação biquadrada.
1926	3º ano: Simplificação de polinômios Soma e multiplicação de frações algébricas 4º ano: Explicar o método das divisões sucessivas de polinômios. M.D.C. de polinômios.
1927/26	3º ano: Equação com frações algébricas Relação entre a soma e o produto das equações do 2º grau Equações do 1º grau Explicar como se resolve um sistema de 2 equações do primeiro grau a duas incógnitas pelo método da comparação
1927/26	4º ano: Deduzir a fórmula de resolução das equações do 2º grau a uma incógnita. Simplificação de polinômios (fatoração) Equação literal do 2º grau.
1927	3º ano: Divisão de polinômios
1927	4º ano: Explicar o método das divisões sucessivas para a determinar o M.D.C. de dois polinômios
1928/27	3º ano: Simplificação frações algébricas (fatoração) M.M.C. de polinômios Resolução de sistemas pela regra de Cramer. Equações do 2º grau.
1928	4º ano: Divisão de polinômios (método da chave) Equações biquadradas Racionalização de denominadores Equações com frações algébricas M.D.C. de polinômios Fazer a teoria da divisão de $a + bi$ por $c + di$
1929/28	3º ano: Sistema de equações simultâneas Equações biquadradas Princípios relativos a sistema
1929	3º ano: Divisão de polinômios (método da chave) Sistema e expressão algébrica Explicar os métodos de resolução dos sistemas. Demonstrar a fórmula $S = \frac{lq-a}{q-1}$
1930/29	3º ano: Sistema de equações a várias incógnitas. Equações com frações algébricas Demonstrar que o resto da divisão de um polinômio em x por $x - a$ é o valor que se obtém substituindo x por a .

Observando os conteúdos de Álgebra e os exercícios sorteados para as provas escritas, percebe-se o que era ter um curso de Álgebra na década de 1920? As provas revelam exercícios que, analisados contribuem a um melhor entendimento do curso. Do mesmo modo como fizemos anteriormente com a Aritmética, tentaremos caracterizar a Álgebra através do exame das provas, ou seja, de seus exercícios. Esses problemas e questões podem ser separados em partes que tentam englobar aspectos e características predominantes neste curso.

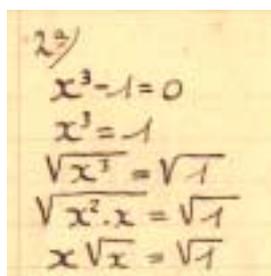
I – Equações

Por equações entenda-se todo exercício que envolva equações de qualquer grau, inequações e equações exponenciais. As equações são freqüentemente sorteadas para os exames, tanto finais como de promoção. Aparecem nos anos de 1920, 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929.

Em Março de 1921 foi realizado um exame de 2ª época referente ao ano de 1920. Neste exame havia três questões, todas para resolver equações:

- 1) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$
- 2) $x^3 - 1 = 0$
- 3) $x^5 - 1 = 0$

O aluno tenta, em todos as equações, determinar o valor desconhecido do mesmo modo. Observemos a resolução do 2º exercício da prova:


$$\begin{array}{l} 2^\circ) \\ x^3 - 1 = 0 \\ x^3 = 1 \\ \sqrt{x^3} = \sqrt{1} \\ \sqrt{x^2 \cdot x} = \sqrt{1} \\ x\sqrt{x} = \sqrt{1} \end{array}$$

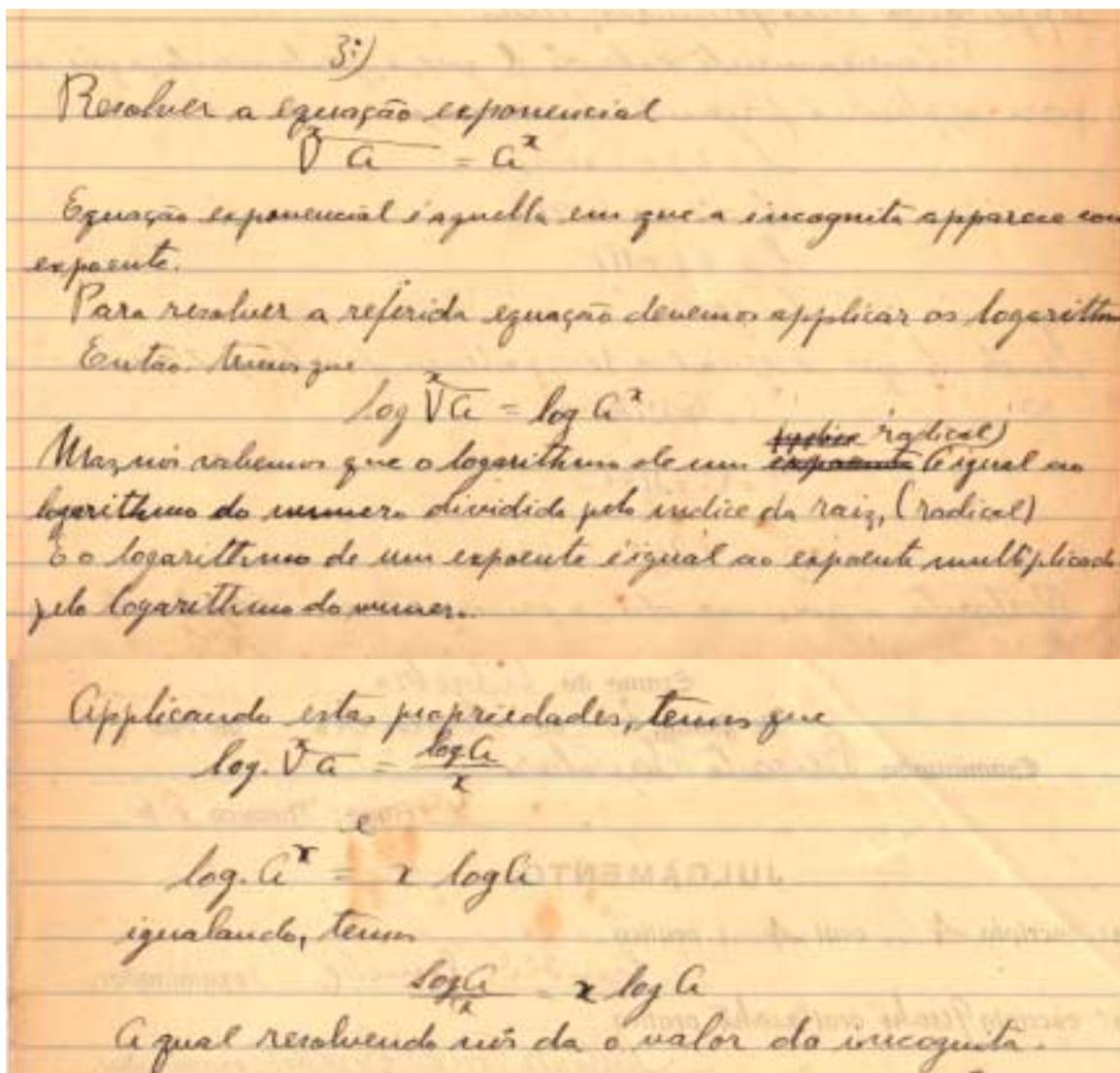
Ele inicia o cálculo transportando -1 para o segundo membro da igualdade e em seguida acrescenta a raiz quadrada nos dois lados. Ao extrair a raiz dos dois membros chega à equação $x\sqrt{x} = \sqrt{1}$. Percebe-se que o aluno não faz idéia

de como resolver a equação e provavelmente tenta adaptar a explicação para equações incompletas do segundo grau.

A próxima equação aparece numa prova de dezembro de 1924, um exame do 4º ano, portanto um exame final. A equação exponencial é o assunto da 3ª questão da prova:

3) Resolver a equação exponencial $\sqrt[x]{a} = a^x$

Note-se como o aluno resolve esta equação:



O início da resolução é a definição de equação exponencial seguida por um modo de resolução, no caso os logaritmos. A escrita do aluno faz lembrar uma aula sobre equações exponenciais. É como se estivéssemos na sala de aula e o professor explicando as possíveis resoluções e seus cálculos. Se diversos alunos

resolvem os exercícios deste modo, possivelmente é dessa forma que o professor explica e os alunos anotam em seus cadernos. A aula deveria ser, do início ao fim, uma explanação do professor.

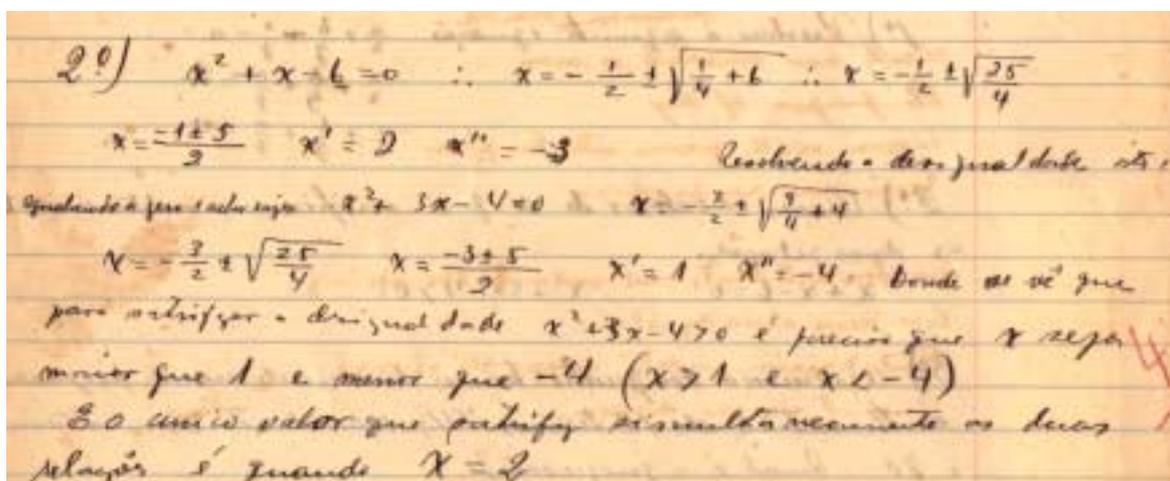
Para resolver a equação o aluno escolhe aplicar os logaritmos ficando com a equação: $\log \sqrt[x]{a} = \log a^x$. Em seguida enuncia as propriedades que utilizará e as aplica à equação: *o logaritmo de um radical é igual ao logaritmo do número dividido pelo índice da raiz (radical). E o logaritmo de um expoente é igual ao expoente multiplicado pelo logaritmo do número.*

Como o aluno não termina a equação, é atribuído o valor *um* ao exercício como se infere observando o valor final do exame.

Em janeiro de 1925, foi realizado um exame final referente ao ano de 1924 cuja 2ª questão tratava de equação do 2º grau e inequação:

2) Quais os valores de x que verificam simultaneamente as duas relações.

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad \text{e} \quad x^2 + 3x - 4 > 0$$



O aluno inicia resolvendo a equação do 2º grau através da fórmula, e percebe-se que a resolução do delta não está de acordo com o que fazemos hoje. Acha os valores 2 e -3 como resultados. Continua resolvendo a desigualdade como resolveu a equação do 2º grau, e determina como resultados 1 e -4. Como solução da inequação, escreve que x só poderia ser maior que 1 e menor que -4 mas não explica como concluiu. Finaliza com a observação de que o único valor

que satisfaz simultaneamente as duas relações é o 2. A cada passagem explica o que fará. O exercício é considerado correto pois a ele está atribuído o valor 4.

Em Março de 1927, o exame de promoção de 2ª época referente ao ano de 1926, apresentava na primeira questão uma equação:

1) Resolver a equação $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+13}{x+1}$.

Apesar do aluno errar o exercício, é interessante observar o seu cálculo:

Handwritten student work for solving the equation $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{2x+13}{x+1}$. The student finds the common denominator $(x-1)(x+1)(x-2)$ and multiplies through. The resulting equation is $5x^2 - x - 30 = 0$. The student then uses the quadratic formula to find $x = \frac{1 + \sqrt{1 + 4.5}}{2.5}$, which is incorrect.

Os passos da resolução indicam que o aluno determina o mínimo múltiplo comum, mas na hora de reduzir as frações a um mesmo denominador não termina os cálculos. É uma questão extremamente trabalhosa, pois envolve muitos cálculos e multiplicações algébricas. O aluno começa pela primeira fração, dividindo o M.M.C. pelo denominador e, a multiplicação pelo numerador, pode ser observada na prova. Para aplica a propriedade distributiva, o aluno arma a conta como se fossem números, e faz a multiplicação. Este jeito de fazer a distributiva está presente em todas as provas.

Novamente em novembro de 1928 o tópico equações é sorteado. Observemos a 2ª questão do exame final do 4º ano:

2) Resolver $\frac{x-1}{7} + \frac{23-x}{5} = 7 - \frac{4+x}{4}$.

$$2^{\circ}) \frac{x-1}{7} + \frac{23-x}{5} = x - \frac{4+x}{4}$$

$$20(x-1) + 28(23-x) = 140x - 35(4+x) =$$

$$= 20x - 20 + 644 - 28x = 980 - 140 - 35x =$$

$$= 20x - 28x + 35x = 980 - 140 - 644 + 20$$

$$27x = 216$$

$$x = \frac{216}{27} = 8$$

140 $\frac{x}{4}$
140 $\frac{x}{4}$
140 $\frac{x}{4}$

2º Resultado
x = 8

O aluno inicia pelo M.M.C. e o cálculo para reduzir as frações ao mesmo denominador pode ser observado do lado direito da prova. Em seguida faz as distributivas necessárias, transporta para o primeiro membro os valores desconhecidos e para o segundo, o restante. Em seguida, reduz os termos semelhantes ficando com a equação $27x = 216$ e determina $x = 8$.

Também em 1928 encontramos um problema cuja resolução é uma equação: Dividir 46 em duas partes tais que $\frac{1}{3}$ da primeira mais $\frac{1}{7}$ da segunda façam 10. O aluno não o resolve. Este é o tipo de problema que encontramos em Aritmética, resolvido aritmeticamente.

Em Março de 1930, num exame de 2ª época, a segunda questão solicitava a resolução de uma equação, porém não se encontrou nenhuma resposta para ela.

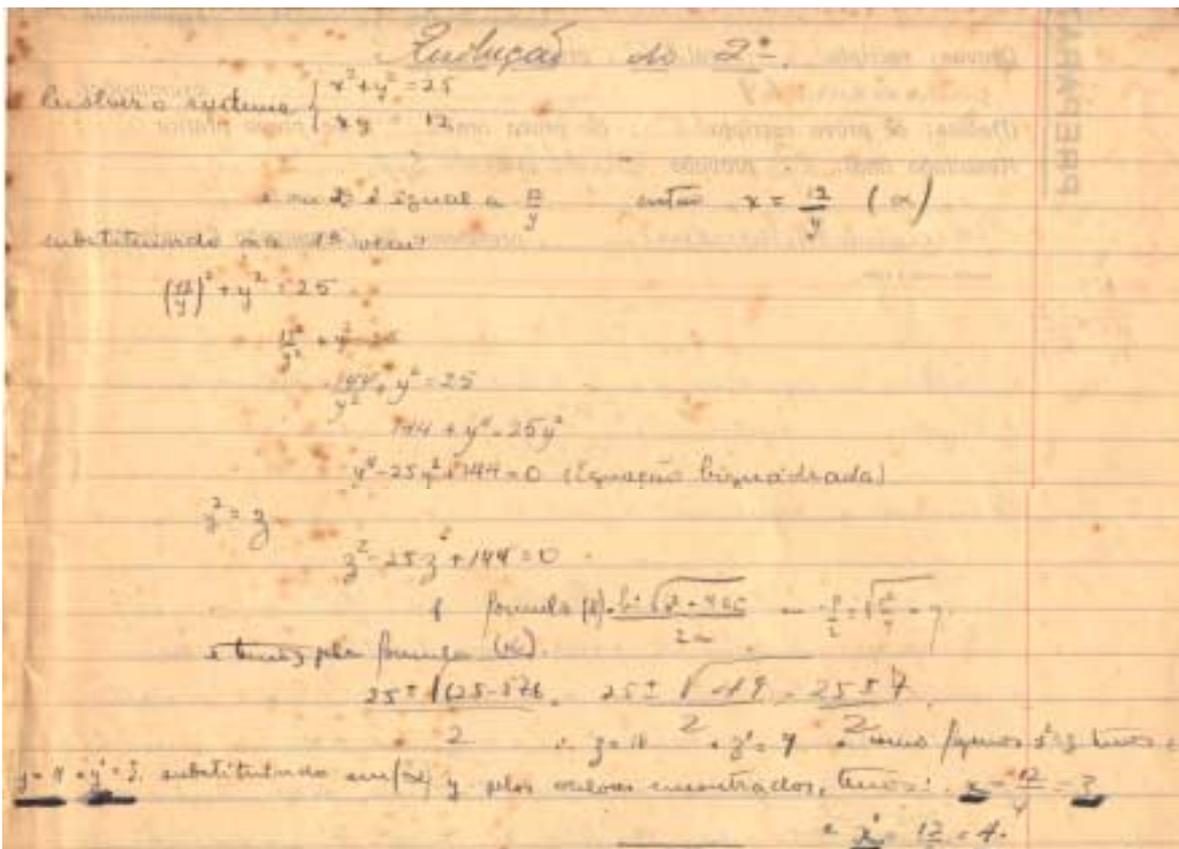
II – Sistemas de equações

Verifiquemos nas provas, o aparecimento de sistemas de equações tanto do primeiro quanto do segundo grau a várias incógnitas. Este tópico aparece nos anos de 1922, 1924, 1927, 1928, 1929. Vejamos como os alunos resolvem os sistemas, observando seus cálculos em algumas provas.

Em janeiro de 1925 o exame final do 4º ano contava com resolução de sistema no segundo exercício como descrito abaixo:

2) Resolver o sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$

O aluno resolve, descrevendo todos os seus passos como se observa a seguir:

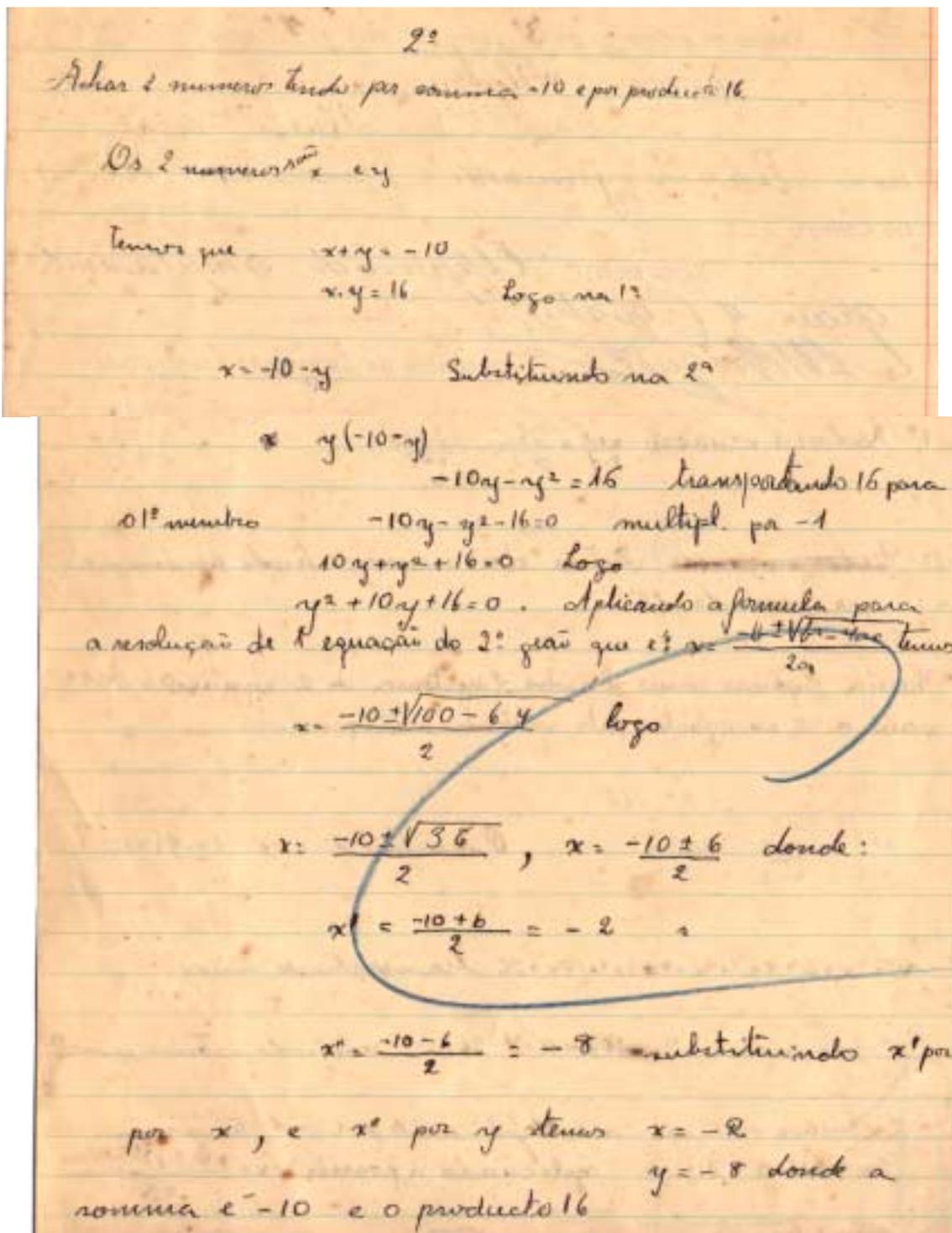


Assim como escreve, o aluno isola o valor desconhecido x na segunda equação e o substitui na primeira, ficando com uma equação biquadrada da forma $y^4 - 25y^2 + 144 = 0$. Para resolvê-la, substitui y^2 por z recaindo numa equação do segundo grau em z. Usa a fórmula para resolver a equação do segundo grau determinando $z = 16$ e $z = 9$. Para determinar y substitui z na igualdade $y^2 = z$ obtendo $y = 4$ e $y = 3$. Por último determina x na equação $x = \frac{12}{y}$, obtendo $x = 3$ e $x = 4$.

Em 1927, num exame de 2ª época, temos novamente exercícios sobre sistemas. Das três questões do exame de promoção, a 2ª trata do problema:

2) Achar dois números tendo por soma -10 e por produto 16 .

Apesar do sistema poder ser resolvido rapidamente, o aluno dá uma aula explicando detalhadamente cada passagem:



O aluno explica todos os cálculos e o seu raciocínio, conforme vai resolvendo o problema até o resultado final: soma – 10 e o produto 16. Começa explicando como montou o sistema e as letras utilizadas e a partir daí todos os cálculos. Tem-se a impressão de estar assistindo à aula junto com o aluno.

Diferente desses sistemas aparecem também sistemas com três equações a três incógnitas como se pode observar no exame final de 2ª época, 2º exercício da prova de 1928:

2) Resolver pela regra de Cramer o sistema

$$\begin{cases} 2x + 7y - 11z = 10 \\ 5x - 10y + 3z = -15 \\ -6x + 12y - z = 31 \end{cases} .$$

São poucos os alunos que resolvem corretamente este tipo de sistema, seja por Cramer, ou por outro método qualquer.

III – Divisão de polinômios.

A divisão de polinômios compreende os conteúdos: divisão de polinômio por binômio, polinômio por polinômio e máximo divisor comum. Este tópico aparece nos anos 1922, 1926, 1927, 1928 e 1929.

Observando a 1ª questão do exame final de Álgebra do 4º ano de janeiro de 1922, percebe-se que se trata de um exercício para aplicar as propriedades de divisão de polinômios. A questão pode ser observada a seguir:

1) Achar sem efetuar a operação o resto da divisão seguinte:

$$(x^5 - 3bx^4 + 5b^2x^3 - 8b^3x^2 + 6b^4x - 4b^5) : (x - 2b)$$

1ª Questão.

Encontre o resto substituindo no polinômio, x por $+2b$.

$$(1+2b)^5 + 3b(1+2b)^4 + 5b^2(1+2b)^3 - 8b^3(1+2b)^2 + 16b^4(1+2b) - 4b^5$$

ou

$$32b^5 - 3b(16b^4) + 5b^2(8b^3) - 8b(4b^2) + 16b^4(2b) - 4b^5$$

na ordem

$$32b^5 - 48b^5 + 40b^5 - 32b^5 + 12b^5 - 4b^5 = \cancel{16b^5} \cancel{16b^5} 0$$

Resto = ~~$16b^5$~~ 0

Em uma primeira etapa, o aluno determina a raiz do binômio $x = 2b$. Depois substitui $2b$ no polinômio para determinar o resto. Após fazer as multiplicações e reduções dos termos semelhantes encontra resto zero.

Outro exercício envolvendo divisão de polinômios pode ser encontrado no exame final de novembro de 1926, cuja 3ª questão é para determinar o M.D.C. dos polinômios. Observando o exercício e sua resolução pelo aluno, temos:

- 3) Achar o máximo divisor comum dos polinômios $x^2 + 3x + 2$ e $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$.

Como se pode notar na resolução do aluno, a divisão entre os dois polinômios continua da mesma forma:

3ª Questão

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \quad \bigg/ \quad x^2 + 3x + 2 \\ \underline{-x^3 - 3x^2 - 2x} \\ 3x^2 + 8x + 6 \\ \underline{-3x^2 - 9x - 6} \\ 0 \end{array}$$

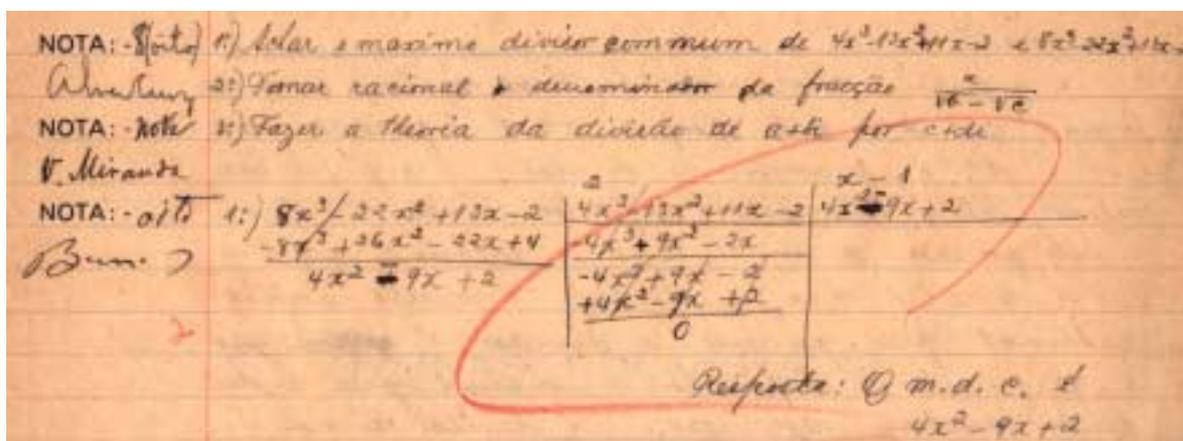
A divisão do maior pelo menor produz exatamente o mesmo divisor comum pois o menor do lado $x^2 + 3x + 2$

Terminada a divisão e sendo o resto zero, o aluno explica sua resposta que é $x^2 + 3x + 2$ pois a divisão do maior pelo menor, sendo exata, o máximo divisor comum será o menor deles. Em 1927 os exames finais do 4º ano de Álgebra contem exatamente as mesmas questões dos exames de 1926.

Em 1928, o Exame Final de Álgebra do 4º ano realizado em novembro, contém na primeira questão uma divisão de polinômios:

1- Achar o máxima divisor comum de $4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$ e $8x^3 - 22x^2 + 13x - 2$.

Verifiquemos a resolução do aluno:

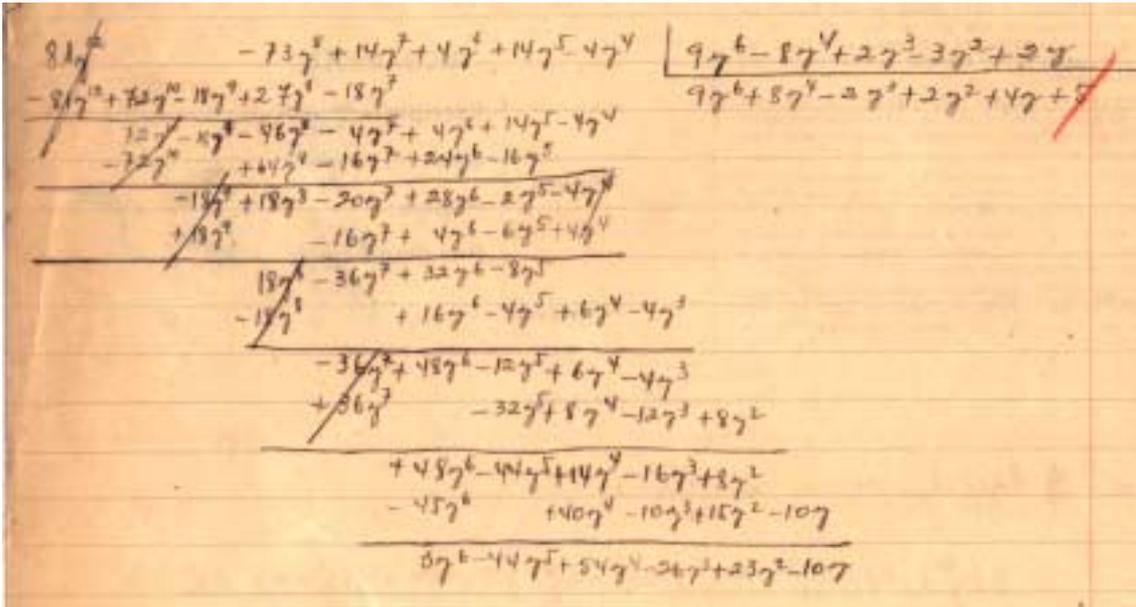


Começa por dividir $8x^3 - 22x^2 + 13x - 2$ por $4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$ obtendo quociente igual a 2 e resto $4x^2 - 9x + 2$ que divide novamente com $4x^3 - 13x^2 + 11x - 2$. Como o resto dessa segunda divisão foi zero a resposta será m.d.c. igual a $4x^2 - 9x + 2$.

Novamente em novembro de 1929 no exame final do 3º ano, a divisão de polinômios aparece no primeiro exercício:

1) $81y^{12} + 14y^5 - 4y^4 - 73y^8 + 14y^7 + 4y^6 : 9y^6 + 2y^2 - 8y^4 + 2y - 3y^2$.

Os cálculos são extremamente trabalhosos, pois envolvem as quatro operações, potenciação, estimativas, além de muita atenção. Note como o aluno desenvolve o exercício:



Como o aluno errou no último número do quociente, esta questão não foi considerada totalmente correta sendo-lhe atribuído dois pontos que representa o valor total obtido pelo aluno na prova. As outras questões da prova referem-se a :

2) Efetuar $\left(x^3 + \frac{x^2}{a} - \frac{x}{a^3} - \frac{1}{a^3}\right) : \left(x^2 - \frac{1}{a^2}\right)$.

3) Demonstrar a fórmula $S = \frac{lq - a}{q - 1}$.

Este é um exemplo de exame realizado após as modificações do decreto de 1926 onde se estabelece que a Álgebra seria estudada apenas no 3º ano do ginásio.

IV – Frações Algébricas.

Por frações algébricas entenda-se a soma, multiplicação e divisão além da racionalização e simplificação das frações algébricas. Este tópico aparece nos exames de 1926, 1927 e 1928.

No exame de promoção do 3º para o 4º ano de novembro de 1926, o primeiro exercício é uma simplificação, o segundo uma soma e o 3º uma multiplicação, todos referindo-se às frações algébricas:

1) Simplificar $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 6}$

2) Efetuar a soma $\frac{13b}{2a} - \frac{9b - a}{2a - 6b} + \frac{ab + 6b^2}{a^2 - 3ab}$

3) Efetuar o produto $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right)\left(2x^2 + \frac{3x}{2} + \frac{4}{3}\right)$

Neste exame transcreveu-se apenas a resolução do primeiro exercício para verificar a escrita e a simplificação feita pelo aluno:

Para simplificar esta fração, deve-se começar por fatorar-lhe os termos.

Para isso, achemos suas raízes empregando a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Temos para o numerador $x' = \frac{7 + \sqrt{49 - 40}}{2}$ e $x'' = \frac{7 - \sqrt{49 - 40}}{2}$ ou

$x' = \frac{7 + \sqrt{9}}{2}$ e $x'' = \frac{7 - \sqrt{9}}{2}$ ou $x' = \frac{10}{2} = 5$ e $x'' = \frac{4}{2} = 2$.

Operando da mesma forma teremos para o denominador as seguintes raízes: $x' = \frac{5 + \sqrt{25 - 24}}{2}$ e $x'' = \frac{5 - \sqrt{25 - 24}}{2}$ ou $x' = \frac{5 + \sqrt{1}}{2}$ e $x'' = \frac{5 - \sqrt{1}}{2}$ ou ainda $x' = \frac{6}{2} = 3$ e $x'' = \frac{4}{2} = 2$.

Para fatorar um trinômio do 2º grau temos a fórmula: $a(x-x')(x-x'')$.

Substituindo as letras por seus valores numéricos temos para numerador: $1(x-5)(x-2)$

E para denominador: $1(x-3)(x-2)$

O que dá: $\frac{1(x-5)(x-2)}{1(x-3)(x-2)}$ ou $\frac{x-5}{x-3}$.

E interessante notar que durante a resolução o aluno escreve todas as explicações do que faz. Do mesmo modo resolve as outras questões. Isto

também se observa em outras provas com maior ou menor intensidade. O fato do aluno escrever da mesma forma que um livro didático, pode dar a entender que: ou ele anota todas as falas do professor em aula, ou estuda pelo livro didático, resolvendo exatamente como leu.

Em 1928, novamente duas questões sorteadas referiam-se às frações algébricas, a primeira uma soma e a segunda uma simplificação. O exame de segunda época realizado em Março era de promoção do 3º para o 4º ano do ginásio e constavam os seguintes exercícios referentes a frações algébricas:

1) Simplificar $\frac{x+4}{x^2-5x+6} + \frac{x-1}{x^2+2x-4}$

2) Simplificar $\frac{x-3}{x^2-4} * \frac{x+2}{x^2-9}$

O aluno resolve do mesmo modo os dois exercícios. Observemos a resolução do segundo exercício:

2.ª) $\frac{x-3}{x^2+4} * \frac{x+2}{x^2-9} = \frac{x-3}{x^2-4} * \frac{x+2}{x+2} = \frac{x^3-9x-3x^2-9}{x^3+2x^2-4x-8}$

$\begin{array}{r} x^2-4 \quad | \quad x-3 \\ -x^2-3x \\ \hline -x \end{array}$

$\begin{array}{r} x^2-9 \quad | \quad x+2 \\ -x^2-2x \\ \hline -11x \end{array}$

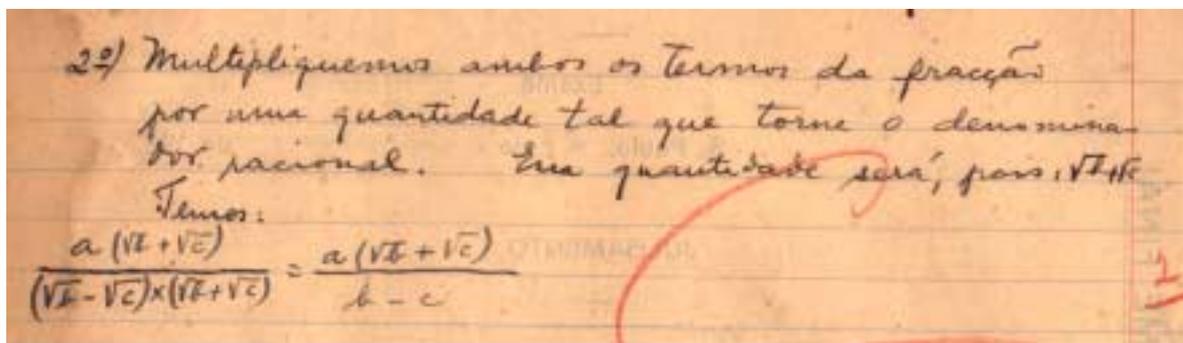
$x \cdot x = x^2$
Resposta = x^2

Uma resolução para a simplificação seria a fatoração de $(x^2 - 4)$ e $(x^2 - 9)$ em $(x-2)(x+2)$ e $(x-3)(x+3)$ ficando com $\frac{(x-3)}{(x-2)(x+2)} * \frac{(x+2)}{(x-3)(x+3)}$ ou $\frac{1}{(x-2)(x+3)}$.

O aluno inicia invertendo a segunda fração como numa divisão para depois multiplicar numeradores e denominadores. Tenta outro modo e assim como no primeiro exercício faz a divisão na primeira fração de $x^2 - 4$ por $x-3$ obtendo por quociente x . Faz o mesmo na segunda fração que também resulta x no quociente e ao final multiplica os dois quocientes.

Ainda em novembro de 1928, num exame final, a questão: tornar racional o denominador da fração $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$, é a única encontrada com este fim específico.

Sua resolução pode ser vista a seguir:



Nesta resposta é interessante notar além da explicação inicial do aluno, que a questão teve como pontuação 2. Este mesmo exame foi realizado por Benedito Castrucci que resolveu a questão, com os mesmos cálculos, porém sem a explicação inicial. Nela, observa-se que, apesar de certa, obteve apenas 1 ponto. Em vista disso pode-se pensar que os professores aumentavam a nota se a explicação constasse da resposta, apesar de não ser obrigatória.

V – DEMONSTRAÇÕES.

Assim como em Aritmética, as demonstrações também estão presentes em Álgebra. Considera-se, no mesmo tópico, além do termo demonstrar, o explicar e o fazer a teoria. As demonstrações começam a aparecer em 1926, 1927, 1928, 1929, 1930 e coincidem com o decreto de 1926 que especifica para as provas escritas, uma lista composta de 20 pontos, cada um dividido em três partes. Uma parte seria a questão teórica e duas questões práticas. Apesar destas modificações serem apenas para os alunos que ingressassem no Ginásio em 1926, e que estudariam álgebra apenas no 3º ano, encontram-se exames de alunos mais antigos com este formato.

Em 1926 e 1927 encontramos dois exames iguais. No exame final de novembro do 4º ano constava uma demonstração no primeiro exercício:

Explicar o método das divisões sucessivas para determinação do máximo divisor comum de dois polinômios inteiros em x .

Segundo o próprio professor Gomide em seu livro *Lições de Álgebra*, o m.m.c. se faz:

Algoritmo de Euclides: Sejam P_1 e P_2 dois polinômios em x e seja P_1 de grau superior a P_2 . Dividamos P_1 por P_2 ; seja Q o quociente e R o resto da divisão; temos $P_1 \equiv P_2Q + R$, sendo o grau de R inferior no mínimo d'uma unidade ao grau de P_2 . Se R não for identicamente nulo, dividamos P_2 por R ; seja Q_1 o quociente e R_1 o resto: temos $P_2 \equiv RQ_1 + R_1$, sendo o grau de R_1 inferior no mínimo duma unidade ao grau de R . Continuemos dividindo R por R_1 , depois dividindo R_1 pelo resto R_2 da divisão de R por R_1 , e assim por diante; teremos uma sucessão de identidades $P_1 \equiv P_2Q + R$, $P_2 \equiv RQ_1 + R_1$, $R \equiv R_1Q_2 + R_2$, $R_1 \equiv R_2Q_3, \dots$, e uma sucessão de polinômios $P_2, R, R_1, R_2, R_3, \dots$, tais que cada um deles é de grau inferior no mínimo duma unidade ao do polinômio precedente.(...)

Vejam agora a resposta dada pelo aluno:

Sejam P e Q dois polinômios inteiros em x . Suponhamos $P > Q$.

Façamos a divisão de $\frac{P}{Q}$ teremos:

$P = nQ + R$, onde n é um polinômio inteiro em x , e R também, mas R do grau menor que Q .

Aplicando a propriedade que diz que o máximo divisor comum entre P e Q é o mesmo que o m.d.c. de Q e R , dividamos Q por R teremos:

$$Q = n'R + R'$$

Dividindo R por R' : $R = n''R' + R''$, e assim por diante até achar um resto nulo. O último resto será o Máximo divisor comum entre P e Q , se acontecer que ele seja a unidade dizemos que os polinômios são primos entre si.

Regra: Divide-se o maior polinômio pelo menor; acha-se um resto de grau inferior a ambos; divide-se o menor por esse resto; acha-se um segundo nas mesmas condições do primeiro resto; divide-se o primeiro pelo segundo resto, obtém-se um terceiro, e assim por diante até obter um resto nulo. O último resto será o Máximo divisor comum procurado.

Nota. Se P for divisível por Q , este será submúltiplo de P e máximo divisor comum de ambos.

Esta resposta foi considerada $\frac{1}{2}$ certa pelos examinadores dos quais Gomide não fazia parte. A resposta é muito parecida aos exemplos tratados no livro de Bourdon, *Éléments D' Algèbre*.

Ainda em novembro de 1927 pode-se observar outra questão que envolve a teoria, o exame final do 4º ano cujo 3º exercício pede:

Explicar como se resolve um sistema de duas equações do 1º grau a duas incógnitas pelo método de comparação. Dar um exemplo.

O único aluno que tenta resolver o exercício começa pelo exemplo de sistema:

$4x + 5y = 23$	resolva da forma
$5x + 3y = 19$	
$1^\circ x = \frac{23 - 5y}{4}$	$y = 3$
$2^\circ = \frac{19 - 3y}{5}$	$x = 2$
$\frac{23 - 5y}{4} = \frac{19 - 3y}{5}$	
$115 - 2y = 76 - 12y$	
$25y + 12y = 76 - 115$ donde $y = \frac{13}{39} = 3$	

Explica exatamente como resolveu o sistema. Em suas palavras:

Demonstração: tiramos o valor de x da 1ª equação e da 2ª depois tiramos o parêntesis achando o mínimo múltiplo comum depois dividimos o m.m.c. pelo denominador da equação e depois multiplicamos o numerador ahi temos a equação depois passamos as que têm incógnita para o 1º membro da igualdade e as que não tem para o 2º membro dahi achamos o valor da y depois vamos a uma das equações por exemplo nesta $\frac{23 - 5y}{4}$ este y igual a 3 fica $3 \times 5 = 15$ e diminuído de 23 e achamos o valor de x que é 2.

Esta resposta foi considerada errada. Segundo Gomide, em Lições de Álgebra, como resolver um sistema de duas equações a duas incógnitas é da forma:

Seja, por exemplo, o sistema de duas equações do 1º grau a duas incógnitas ($ax + by = c$, $a'x + b'y = c'$).

Suponhamos que uma ao menos das quatro quantidades a , b , a' , b' , seja diferente de zero; seja p. ex., $a \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 0$.

A 1ª equação do sistema proposto é equivalente a seguinte $x = \frac{c-by}{a}$; portanto,

o sistema ele próprio é equivalente a este outro $\left(x = \frac{c-by}{a}, a'x + b'y = c' \right)$; ou

em virtude do 1º teorema, ao sistema $\left(x = \frac{c-by}{a}, a' \left(\frac{c-by}{a} \right) + b'y = c' \right)$ ou ainda

$$\left(x = \frac{c-by}{a}, (ab'-a'b)y = ac'-a'c \right)$$

As soluções deste último sistema obtém-se, evidentemente, resolvendo a 2ª equação, que só contém y , substituindo em seguida cada um dos valores achados para y na 1ª equação, e calculando finalmente para cada um deles o valor correspondente de x .

O aluno descreve como resolveria um sistema por comparação, mas está muito distante da demonstração escrita por Gomide.

Outro exemplo é o exame final do 4º ano, ainda de 1927:

Dedução da fórmula de resolução das equações do 2º grau a uma incógnita.

Não foi encontrada nenhuma prova com a resolução dos alunos.

Em 1928, no exame final do 4º ano, o aluno resolve a 3ª questão que envolve a divisão de números complexos. Vale a pena observar toda a demonstração dada por ele para o exercício:

3) *Fazer a teoria da divisão de $a + bi$ por $c + di$.*

Por definição; dividir um número complexo por outro é determinar um terceiro número complexo que multiplicado pelo divisor produza o dividendo. Seja dividir $a + bi$ por $c + di$, suponhamos que seja quociente dessa divisão: $x + yi$, teremos de acordo com a definição da divisão: dividendo igual ao divisor multiplicado pelo quociente: $a + bi = (c+di)(x+yi)$, efetuando teremos: $a + bi = (cx-dy) + (cy+dx)i$. Dai as duas equações: $cx-dy = a$ e $cy+dx = b$, que resolvendo dá:

$$\begin{aligned} cx-dy = a & \quad \{ \quad cx-dy = a \quad cdx - d^2y = ad \\ cy+dx = b & \quad \{ \quad dx+cy= b \quad -cdx - c^2y = -bc \\ & \quad \quad \quad -y(c^2 + d^2) = ad - bc \quad \{ \quad y(c^2 + d^2) = \\ & \quad \quad \quad bc - ad \quad \{ \quad y = \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \quad (\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cx-dy = a & \quad c^2x - cdy = ac \\ dx+cy= b & \quad \frac{d^2x + cdy = bd}{x(c^2 + d^2) = ac + bd} \quad \{ \quad x = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} \quad (\beta). \end{aligned}$$

Nós temos $x + yi$ e substituímos os valores (α) e (β) de x e y encontrados, teremos $\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} + \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}i$. Este é o quociente. [A divisão só não é possível no caso do divisor ser zero].

x e y tem valores reais positivos, negativos ou nulos: porque $c^2 + d^2 > 0$ isto porque c^2 é o quadrado de c real e d^2 é o quadrado de d real. x e y não terão valores, isto é, terão valores infinitos, só se $c^2 + d^2 = 0$ e isto quando $c = 0$ e $d = 0$ e portanto $c^2 = 0$ e $d^2 = 0$. Ora se $c = 0$ e $d = 0$, o divisor é nulo e nos sabemos que quando o divisor é zero, o quociente é infinito a menos que o dividendo também seja zero. A divisão só não é possível quando o divisor é nulo.

Na prática, para evitarmos um caminho longo na divisão, como seja o de resolver pelas equações acima ou então decorar a fórmula, temos a regra seguinte: escreve-se o dividendo sobre o divisor em forma de fração $\frac{a+bi}{c+di}$ e multiplica-se pelo conjugado do divisor e teremos

$$\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac-bd}{c^2+d^2} + \frac{bc+ad}{c^2+d^2}i.$$

Nota: conjugados são dois complexos de mesma parte real e mesmo coeficiente de i , porém este com o sinal trocado. Ex.: $c + di$ e $c - di$. A diferença, digo, o produto de 2 conjugados é igual ao quadrado da parte real mais o quadrado do coeficiente de i , pois que $(c+di)(c-di) = c^2 - (di)^2 = c^2 - d^2 i^2$, mas i^2 por definição é igual a -1 e então $c^2 - d^2 i^2 = c^2 + d^2$.

Apesar de algumas observações erradas no início da demonstração, o aluno obteve 5 pontos na questão. Pode-se ler em outro exame uma resposta igual a esta, porém faltando algumas partes e, sendo considerada errada. Isto leva a crer que esta demonstração foi feita em aula e os alunos apenas a transcreveram na prova.

Em 1929, a 3ª questão do exame final do 4º ano referia-se a sistemas de equações:

3) *Explicação dos diversos métodos de resolução dos sistemas de equações do 1º grau a várias incógnitas.*

A resposta do aluno versou sobre os métodos de resolução dos sistemas de equações do 1º grau a duas incógnitas, considerada totalmente errada pelos professores examinadores.

Como se pode observar até agora, são poucos os alunos a fazer as demonstrações pedidas, e entre os que o fazem, o número de acertos é mínimo.

Outras demonstrações encontradas em 1929 são:

- Exame final do 3º ano, 2ª época realizado em Março: *Princípios gerais relativos à resolução dum sistema de equações simultâneas.*
- Exame final do 3º ano: *Demonstrar a fórmula* $\frac{lq - a}{q - 1}$

De todos os exames encontrados referentes a 1929 e 1930, em nenhum constava qualquer demonstração dos alunos. Em 1930 a questão era para demonstrar o teorema: *O resto da divisão dum polinômio inteiro em x pelo binômio $x - a$ é o valor que se obtém substituindo no polinômio, x por a .*

Diferente de Aritmética onde os exercícios apresentavam-se em forma de problemas, em Álgebra, os únicos problemas encontrados referiam-se a sistemas e progressões. Uma característica encontrada é a verbalização, pelo aluno, de todo o processo da resolução dos exercícios. Apesar dos programas de 1928 e 1926 apresentarem logaritmos e juros como itens a serem vistos, não se

encontrou nenhum exame com estes tópicos. Observa-se também que os alunos usavam muito o cálculo mental, pois ao fazer o m.m.c., por exemplo, expeliam²¹ os denominadores numa equação sem precisar escrevê-los. Assim como em Aritmética, a marcação de certo ou errado nas questões, surge somente a partir de 1926.

A análise das questões mostra que a formulação e a resolução dos alunos não se altera durante toda a década.

²¹ Termo usado comumente pelos professores da época.

5.3- A Disciplina Geometria

No terceiro e quarto anos do curso do Ginásio da Capital, os alunos deparavam-se com a Geometria, isto de 1920 a 1926. A partir de 1926, por decreto²², o curso de Geometria passou a ser de apenas um ano, ou seja, no 4º ano. O curso de Geometria também incluía a Trigonometria.

Na década de 1920, o professor deste curso foi **Antonio Alves Cruz**. Em 1921, Antonio Silvestre Alves Cruz concorre à cadeira de Álgebra e Aritmética, mas somente em 1924 vence o concurso para a cátedra de Geometria do Ginásio da Capital onde lecionou, ao que tudo indica, até sua aposentadoria em 1954 (Arquivos escolares da “Escola Estadual de São Paulo”). Neste momento dos estudos, seja pelo professor ou pelo próprio tempo de estudos, os alunos chegam até a melhorar a caligrafia, o que se destaca quando observamos as provas.

Os conteúdos do curso na década de 1920 aparecem em 1918 e 1926:

Programa de Geometria e Trigonometria 1918

3º ANO

INTRODUÇÃO

Objeto da geometria.
Noção de espaço.
Noção relativa às linhas, superfícies e volumes.
Solução do problema geral da geometria.

A) Geometria plana

I-Teoria da linha reta

- 1- Medida da linha reta.
- 2 -Ângulos. Perpendicular. Bissetriz.
- 3- Noções sobre os polígonos.
- 4- Propriedades do triângulo isósceles.
- 5 -Teoria da igualdade. Casos fundamentais.
- 6- Relações entre os ângulos e os lados opostos nos triângulos.
- 7- Linhas envolventes e envolvidas.
- 8- Perpendiculares e oblíquas.
- 9- Igualdade de triângulos retângulos. Propriedades da bissetriz. Noção do lugar geométrico.

²² Decreto N. 4166 – de 31 de dezembro de 1926.

- 10-Teoria das paralelas.
- 11- Soma dos ângulos dos polígonos.
- 12- Quadriláteros: a) paralelogramo, b) retângulo c) losango, d) quadrado, e) trapézio.

II -circunferência do círculo

- 1 -Noções preliminares.
- 2 -Tangente ao círculo.
- 3 -Arcos e corda:
- 4- Posições relativas de duas circunferências.
- 5 -Distancias em relação á circunferência.
- 6 -Avaliação dos ângulos.
- 7 -Problemas gráficos sobre alinha reta e a circunferência do círculo.

III-Teoria da semelhança

- 1 -Noções preliminares. Pontos conjugados. Harmônica.
- 2 -Linhas proporcionais no triângulo.
- 3- Semelhança dos conjuntos retilíneos.
- 4- Noções sobre homotetia.
- 5- Retas antiparalelas.
- 6- Linhas proporcionais no círculo
- 7- Relações métricas no triângulo.
- 8-Relações métricas no quadrilátero.
- 9- Problemas gráficos: a) divisão de uma reta em partes proporcionais, b) construção de uma quarta terça e média proporcional, c) construção de dois segmentos conhecendo sua soma ou sua diferença e seu produto, d) divisão de uma reta em média e extrema razão. Traçado de tangentes.

IV-Medida da circunferência

- 1- Propriedades dos polígonos regulares,
- 2- Inscrição dos polígonos regulares em uma circunferência.
- 3- Medida da circunferência. Cálculo de π .

V – Áreas

- 1- Áreas poligonais.
- 2- Áreas circulares.
- 3- Relações entre áreas semelhantes.
- 4- Problemas sobre áreas.

B) Geometria no espaço

I - Do plano

- 1- Noções preliminares. Geração do plano.
- 2 - Condições do paralelismo entre retas e planos.
- 3 - Condições de perpendicularidade entre retas e planos.
- 4 - Noções sobre projeção no espaço. Angulo de uma reta e de um plano. Linha de maior declive.
- 5 - Ângulos diedros. Planos perpendiculares.
- 6 - Ângulos poliedros. Triedros suplementares. Igualdade de triedros.

II -Poliedros

- 1- Noções preliminares.
- 2- Prisma: Suas propriedades. Paralelepípedo. Superfície e volume do prisma.
- 3- Pirâmide. Propriedade da pirâmide. Superfície e volume da pirâmide.
- 4- Corpos truncados. Superfície e volume do tronco da pirâmide de bases paralelas. Volume do tronco do prisma. Volume do paralelepípedo truncado. Volume do prismatoide.

5- Semelhança de poliedros.

III-Corpos redondos

- 1- Generalidades sobre as superfícies curvas.
- 2- Cone e superfície cônica.
- 3- Cilindro e superfície cilíndrica.
- 4- Esfera. Noções e teoremas gerais sobre a esfera.
- 5- Figuras esféricas. Área do triângulo esférico.
- 6- Área da esfera.
- 7- Volume da esfera.
- 8- Teorema de Guldin.

4º ANO

Curvas usuais

I - Elipse

- 1- Noções preliminares.
- 2- Propriedades da tangente e da normal.
- 3- Círculos diretor e principal.
- 4- Traçado de tangentes á elipse.

II - Hipérbole

- 1 -Noções preliminares.
- 2- Propriedades da tangente e da normal.
- 3 -Círculos diretor e principal.
- 4 -Assintotas.
- 5- Hipérbole equilátera; hipérbóles conjugadas.
- 6 -Traçado das tangentes á hipérbole.

III - Parábola

- 1 -Noções preliminares.
- 2- Propriedades da tangente e da normal, subtangente e subnormal.
- 3 -Traçado de tangentes.

Compendio: Ch. de Comberouse -« Geometrie Elementaire ».

TRIGONOMETRIA RETILÍNEA - NOÇÕES PRELIMINARES

A) Funções circulares

INTRODUÇÃO

- 1 -Arcos e ângulos.
- 2 -Funções circulares.
- 3- Variações das funções circulares. Representação gráfica.
- 4- Redução de arcos. Redução ao primeiro quadrante.

I - Avaliação das funções circulares

- 1 -Determinação dos arcos correspondentes a uma linha trigonométrica dada.
- 2 -Determinação das linhas correspondentes a um arco dado. Relações fundamentais.

II-Operações sobre os arcos

- 1 -Noções sobre projeção plana ortogonal.
- 2 -Adição e subtração de arcos.
- 3 -Multiplicação de arcos.
- 4 -Divisão de arcos.
- 5 -Solução geral do problema das operações sobre arcos.
- 6- Conseqüências das fórmulas. Series, etc.

III - Adaptação das relações trigonométricas ao cálculo logarítmico

- 1 -Fórmulas de Simpson.
- 2 -Soma dos cosenos e dos senos de uma série de arcos em progressão aritmética.
- 3 -Transformação geral das expressões polinomiais.
- 4- Raízes da equação do 2º grau.

IV -Taboas trigonométricas

- 1 -Cálculo dos pequenos arcos.
- 2 -Construções das taboas de senos e cosenos.
- 3 -Logaritmos trigonométricos,

V -Equações e identidades

- 1 - Equações trigonométricas.
- 2 - Identidades trigonométricas.

B) Trigonometria

- 1- Relações entre os elementos de um triângulo retilíneo.
- 2 -Raios dos círculos circunscritos, inscritos e ex-inscritos.

II -Resolução de triângulos

- 1 -Triângulos retângulos.
- 2 -Triângulos quaisquer.

III -Aplicações

- 1- Problemas clássicos de topografia.

Compêndio: E. D. Castro -Lições de Trigonometria.

Em 1926 aparecem os pontos sorteados no ato do exame e que têm uma organização diferente do programa elaborado. Como cada exame é constituído de três questões, para cada ponto também temos três conteúdos.

PONTOS PARA A PROVA ESCRITA (3ºano)

1º Ponto

Relações numéricas das linhas no triângulo. Esfera: área.

Cilindro: área e volume.

2º Ponto

Comparação das áreas. Alturas, bissetrizes e medianas em funções de outros elementos do triângulo. Tronco de pirâmide; volume.

3º Ponto

Relações numéricas das linhas no círculo. Áreas das figuras retilíneas. Cone; área e volume

4º Ponto

Linhas proporcionais. Áreas equivalentes. Área do fuso esférico.

5º Ponto

Semelhança dos polígonos. Tronco do cone; área e volume área da zona e da calota esférica.

6º Ponto

Área do círculo e das figuras circulares. Semelhança de triângulos; área e volume.

7º Ponto

Relações numéricas das linhas nos polígonos regulares. Setor e anel esférico. Tetraedro e octaedro regulares; área e volume.

8º Ponto

Comparação das áreas. Relações numéricas das linhas no triângulo. Volume do tronco de prisma.

9º Ponto

Área de um triângulo em função dos lados, do raio do círculo inscrito e do círculo circunscrito. Relação entre as áreas e os volumes de dois poliedros semelhantes.

Pirâmide; áreas e volumes.

10º Ponto

Relação numérica das linhas no círculo.

Medida de ângulos.

Esfera; volume.

PONTOS PARA A PROVA ESCRITA (4º ano)

- 1º Ponto
Linhas proporcionais. Cone. valores das linhas trigonométricas de um arco em função de uma delas
- 2º Ponto
Área das figuras retilíneas. Espera. Fórmulas fundamentais de trigonometria .
- 3º Ponto
Relações numéricas das linhas no triângulo. Prisma. Redução ao primeiro quadrante.
- 4º Ponto
Área do círculo e das figuras circulares. Tronco de pirâmide. Soma e subtração de dois arcos.
- 5º Ponto
Comparação de áreas. Cilindro. Divisão dos arcos.
- 6º Ponto
Relações numéricas das linhas no círculo. Tetraedro e octaedro regulares. Multiplicação dos arcos
- 7º Ponto
Relações numéricas das linhas nos polígonos regulares. Tronco de cone. Resolução de triângulos retângulos.
- 8º Ponto
Polígonos semelhantes. Esfera; área e volume. Resolução de triângulos oblíquangulos.
- 9º Ponto
Área dos polígonos regulares. Zona e fuso. Fórmulas fundamentais da trigonometria.
- 10º Pontos
Triângulos: área. Cunha e segmentos esférico. Resolução de triângulos retângulos.

Portanto, os pontos de 1926 não estão de acordo com o decreto n. 4.166 de 31 de dezembro de 1926 que, como já mencionado, reduzia a Geometria/Trigonometria ao quarto ano do ginásio. Apenas os alunos que entrassem após esse decreto seguiriam as novas recomendações. Isto leva a crer que estes pontos serviriam apenas para os alunos que já estivessem cursando o ginásio, estando no terceiro ou quarto ano.

Para se ter um panorama inicial dos exames encontrados, conteúdos e anos a que corresponderam – o que é muito importante levando-se em conta que a Geometria dada em dois anos deve ser diferente da Geometria vista em apenas um ano – montou-se uma tabela que suscita esses aspectos. Convém lembrar que na tabela, aparece como notaçãõ para as provas de segunda época, normalmente realizadas em março, o ano em que foi realizada e ano a que se refere.

Ano	Conteúdos de Geometria
1920 1921/20	<p>3º ano: Ponto 8 – Provar num triângulo isósceles a bissetriz do ângulo oposto à base se confunde com a mediana e com a altura Demonstrar que se for um ponto tomado por um plano do círculo se tira uma tangente e uma secante a este círculo, a tangente é média proporcional entre a secante inteira e sua parte externa. Construir uma média proporcional a dois comprimentos dados.</p>
1922 1923/ janeiro	<p>4º ano: Ponto 6- Aplicações diversas, concorrência, medianas em função do triângulo. Tetraedros e poliedros semelhantes. Área do círculo inscrito no triângulo. Cálculo da diagonal de um paralelogramo Cálculo de o volume de uma pirâmide.</p> <p>4º ano: Trapézio – Paralelogramo – Cone</p>
1924/ Janeiro	<p>4º ano: Ponto 6 – App. Diversas. Tetraedros e poliedros, representação de triângulos quaisquer. Área de um decágono regular inscrito num círculo Altura de um triângulo Área da lateral do tronco de um cone.</p> <p>4º ano: Ponto 25- Prisma e cilindro. Cálculo de π. Fórmulas fundamentais da trigonometria. Cálculo da área de um decágono inscrito no círculo circunscrito no triângulo. Comprimento de arco. Volume de pirâmide.</p> <p>4º ano: Ponto 16 - Cálculo de π, teoremas fundamentais, perímetros, prismas e cilindros, fórmulas fundamentais. Área de um trapézio isóscele Área de segmento circular. Cálculo do volume da pirâmide.</p> <p>4º ano: Ponto 15 – Polígonos regulares de 2^n de lado ou 3×2^n lados, ou $3 \times 5 \times 2$ lados. Esfera resolução de triângulos. Mesmos exercícios da prova anterior.</p> <p>4º ano: Ponto 8 – Medida dos ângulos, ângulos diedros, redução ao 1º quadrante. Calcular os segmentos delimitados por uma corda em um círculo Área de um segmento circular Volume de uma esfera circunscrita ao círculo.</p> <p>4º ano: Ponto 22 – Ângulos diedros, relações numéricas das linhas no triângulo e numa circunferência. Fórmulas fundamentais da trigonometria. Ângulo formado por duas cordas em um círculo Cálculo do raio numa coroa circular. Volume de um cone.</p> <p>4º ano: Ponto 20 – Triângulo. Troncos do cone e pirâmide. Redução ao 1º quadrante. Área do círculo inscrito ao triângulo Cálculo da diagonal de um paralelogramo Cálculo do volume de uma pirâmide hexagonal.</p>
1925/24	<p>4º ano: Ponto 24 – Pirâmide e círculo. Operações com arcos. Trigonometria. Comprimento das arestas de uma pirâmide de base hexagonal Pirâmide regular de base quadrada inscrita num círculo, cálculo do raio do círculo. Volume de uma pirâmide regular de base triangular.</p>
1927/26	<p>3º ano: Lados de um triângulo retângulo Lugar geométrico de um ponto Relações métricas na circunferência.</p> <p>3º ano: Demonstrar, um quadrilátero convexo é um paralelogramo, se os ângulos postos são iguais dois a dois. Construir um losango</p>

- 1927 Reta tangente à circunferência
3º ano: Demonstrar: Quando os dois lados de um ângulo são cortados por duas retas antiparalelas, o produto das distâncias do vértice aos dois pontos de intersecção em que cada um dos lados é encontrado pelas duas transversais é constante.
 Construir um triângulo isóscele conhecendo a altura e o perímetro.
 Circunferência.
- 1927 **3º ano: Demonstrar:** dois triângulos são semelhantes quando tem os lados proporcionais.
Demonstrar, se por um ponto qualquer da base de um triângulo isóscele, traçam-se paralelas aos outros dois lados, forma-se um paralelogramo de perímetro constante.
 Círculo, distância do centro ao ponto de cruzamento de duas cordas
- 1928/27 **3º ano: Demonstrar:** um quadrilátero convexo é um paralelogramo, se os ângulos postos são iguais dois a dois.
Construir um losango
 Reta tangente à circunferência
- 1928 **4º ano: Demonstrar** o teorema de Ptolomeu
 Volume gerado por um triângulo
 Resolver o triângulo
- 1928 **4º ano:** Esfera e círculo
Cálculo de π . Método dos isoperismos
 Fórmulas da trigonometria para resolução de triângulos.
- 1929/28 **4º ano: Ponto 2** – relações métricas no triângulo retângulo e no quadrilátero, pirâmide e resolução de triângulos retângulos.
Demonstrar o teorema de Euler
 Volume da pirâmide
 Resolver o triângulo e achar a área.
- 1929 **4º ano: Demonstrar:** Se uma reta AB é perpendicular a um plano P, toda perpendicular CD à reta AB é paralela ao plano P ou situada nesse plano.
 Resolver o triângulo
 Altura do trapézio.
- 1929 **4º ano: Ponto 10.**
 Superfície do triângulo pelo trapézio.
Demonstrar: dois triedros são iguais quando tem suas faces respectivamente iguais e semelhantemente dispostas.
 Relações trigonométricas na resolução de triângulos.
- 1930/29 **4º ano:** Superfície do Círculo,
Demonstrar: Ângulos poliedros. Propriedades gerais
 Superfície do trapézio com resolução de triângulos.

Lembrando ainda que os exames para a prova escrita de Geometria e Trigonometria, após o decreto de 1926, ficaram especificados e limitados a uma lista de 20 pontos, cada ponto dividido em 3 partes, das quais uma versaria sobre resolução de triângulos e duas partes de Geometria sendo uma questão teórica e uma prática. Portanto, além dos programas que os professores tinham de seguir, também as provas já estavam pré-montadas.

Para acompanhar o conteúdo sorteado nos exames e suas resoluções, vamos dividi-lo em tópicos que destaquem o tipo de sólido geométrico ou figura plana usados em cada exercício e que aparecem no programa de 1918.

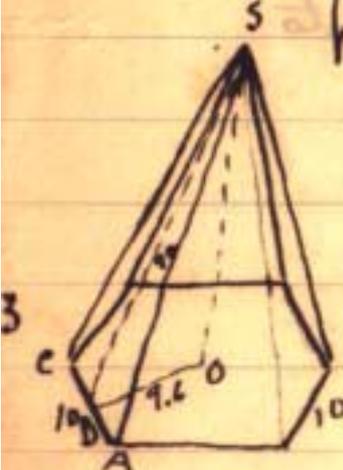
I – Poliedros.

Quanto aos poliedros que se subdividem em Prismas e Pirâmides, encontramos apenas exercícios relativos às pirâmides nos anos de 1923, 1924, 1925 e 1929.

Em 1923, num exame final do 4º ano realizado em fevereiro, o terceiro exercício era:

- 3) Uma pirâmide regular tem por base um hexágono regular de 288m^2 e cada face lateral tem 200m^2 . Calcular o volume da pirâmide.

Vejamos qual a resposta do aluno:



Seja a pirâmide representada pela figura 3. Para sabermos o volume de uma pirâmide é preciso ter B. e H. pois a fórmula é $\frac{B.h}{3}$. Precisamos então calcular estes elementos.

Ora o hexágono regular de 1 de lado tem por superfície 2,84. Podemos então armar uma proporção que é

$$\frac{l^2}{1^2} = \frac{288}{2,84} \text{ donde } l^2 = \frac{288}{2,84} \text{ ou } l = \sqrt{\frac{288}{2,84}}$$

então que $l = 10$ e a superfície do hexágono $30a = 288$ e achamos para a o valor de 9,6.

Temos então o lado e o apótema do hexágono. Precisamos calcular SB altura do triângulo ASC. Temos $200\text{m}^2 = 10h/2 = 400 = 10h$ donde $h = 400/10 = 40$. A altura da pirâmide SO é \perp a BO então SB que une as extremidades das retas SO e BO é a hipotenusa do triângulo retângulo SOB. Temos $SB^2 = 10^2 + SO^2$ $SO^2 = 40^2 - 9,6^2 = 50^2 = 1600 - 92,16$
 $= 1500,8$ donde $SO = \sqrt{1500,8} = 38,5$.

Calculamos então a altura da pirâmide. Temos agora $\text{Vol} = \frac{B.h}{3}$ substituindo Vol da pirâmide = $\frac{288.38,5}{3} = \frac{11088}{3}$ donde finalmente vem o volume da pirâmide que é = a 3696m^3 .

O cálculo inicia com uma pirâmide como base, e a explicação de todo o raciocínio e cálculos que o aluno determina. É um exercício trabalhoso, pois para determinar o volume da pirâmide tem-se de determinar todos os elementos que a compõem.

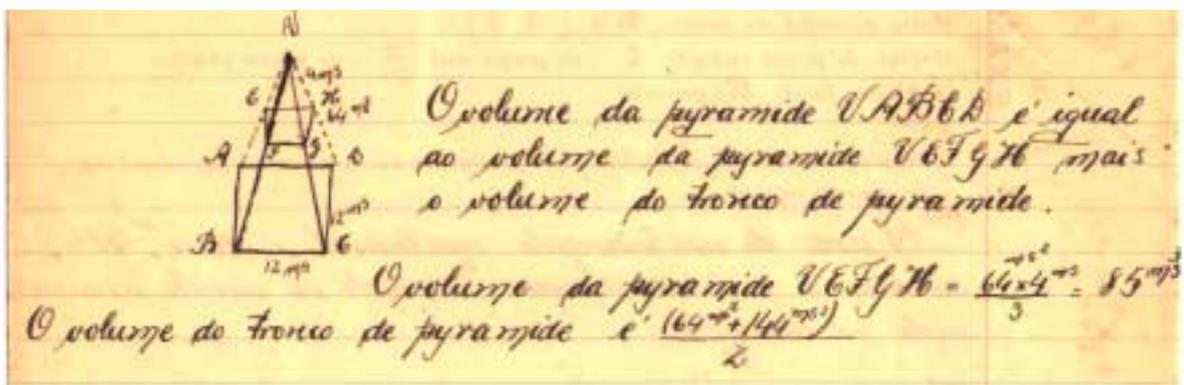
No cálculo da aresta da base, o aluno faz uma proporção com um hexágono regular de 1 de lado e superfície 2,84. Estas informações não estão explicadas na prova e o aluno não comenta como as determinou. Com o valor da aresta da base 10m, determina o apótema da base usando a fórmula: a área do triângulo da base é igual ao apótema multiplicado pela aresta e dividido por dois, obtendo assim 9,6. Como o triângulo formado pelos apótemas é equilátero então faz $40^2 = 9,6^2 + SO^2$, sendo SO a medida da altura da pirâmide.

Depois de obter a altura 38,5, o volume será a multiplicação da área da base pela altura e dividido por três, ou de acordo com sua resposta 3696 m³. Talvez por ser um exercício muito trabalhoso e apesar de alguns erros é considerado correto pelos examinadores.

Este exercício também foi encontrado nos exames de 1924.

Outro exercício sobre a pirâmide aparece no exame final do 4º ano em janeiro de 1924:

3) Uma pirâmide tem por base um quadrado de 12m de lado; a 4m do vértice traça-se um plano paralelo à base e obtém-se um quadrado de 64m² de área; qual é o volume da pirâmide.



Apesar do raciocínio inicial estar correto, o aluno não conseguiu desenvolvê-lo, errando no volume do tronco da pirâmide, sendo o exercício considerado totalmente errado.

Neste mesmo ano encontrou-se mais um exercício com a pirâmide, porém sem resolução:

3) Uma pirâmide regular tem base um hexágono regular de 2m de lado; o apótema dessa pirâmide é de 6m, calcular o volume da pirâmide parcial formada por um plano paralelo à base a 4m do vértice.

Já em Março de 1925, o exame do final do 4º ano, tem as três questões sobre pirâmide:

- 1) A base de uma pirâmide regular é um hexágono regular de 1m de lado, qual deve ser o comprimento de suas arestas para que seu volume seja igual a 1m^3 ?
- 2) Uma pirâmide regular tem por base o quadrado inscrito em um círculo e para aresta o lado deste quadrado. Seu volume é de 3m^3 . Qual é o raio do círculo?
- 3) A base de uma pirâmide regular é o triângulo equilátero em 1metro de raio; sua altura é igual ao lado da base. Calcular o seu volume.

O aluno tenta resolver o terceiro exercício, mas logo de início afirma que o volume é $V = \frac{B.h}{2}$, tornando seus cálculos posteriores inúteis. Seu exame obteve apenas um, nota atribuída pelos examinadores mesmo quando todas as questões estavam erradas.

Em fevereiro de 1929, num exame final do 4º ano, aparece o último exercício sobre pirâmide:

2) A base de uma pirâmide regular é um decágono de 3m de raio; sua altura é igual ao apótema da sua base; calcular o volume dessa pirâmide.

O cálculo foi feito da seguinte forma:

2*)

$$l_n = \frac{r}{2}(\sqrt{5}-1) \left\{ \begin{array}{l} l_n = \frac{3}{2}(\sqrt{5}-1) \\ r = 3 \\ \sqrt{5}-1 = 1,2360 \end{array} \right\} l_n = \frac{3 \times 1,2360}{2} = 3 \times 0,618 = 1,854 \quad (1)$$

$$a_n^2 = R^2 - \frac{l_n^2}{4} \left\{ \begin{array}{l} a_n^2 = \frac{4R^2 - l_n^2}{4} \\ l_n = \frac{r}{2}(\sqrt{5}-1) \\ a_n^2 = \frac{4R^2 - \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}}{4} \end{array} \right\} a_n^2 = \frac{4R^2 - \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}}{4}$$

$$a_n^2 = \frac{4R^2 - \frac{r^2(\sqrt{5}-1)^2}{4}}{4} \left\{ \begin{array}{l} a_n^2 = \frac{R^2(4 - (\sqrt{5}-1)^2)}{4} \\ a_n^2 = \frac{R^2(16 - (5+1-2\sqrt{5}))}{4} = \end{array} \right.$$

$$a_n^2 = \frac{R^2(16 - 6 + 2\sqrt{5})}{4} = \frac{R^2(10 + 2\sqrt{5})}{4} \left\{ \begin{array}{l} a_n = \frac{R}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \\ R = 3 \end{array} \right\} a_n =$$

$$a_n = \frac{3}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \left\{ \begin{array}{l} a_n = \frac{3}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \\ a_n = \frac{3\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{2} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} (1) \quad l_n = 1,854 \\ P_n = 10 l_n \\ S_n = \frac{R_n \cdot a_n}{2} \end{array} \right\} S_n = \frac{1,854 \times 3\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{2}$$

$$S_n = \frac{5,562 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{2} = 2,781 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

$$S_n = 6,9525 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

$$\text{Vol}_{\text{pyr}} = \frac{1}{3} S_n \cdot a_n \left\{ \begin{array}{l} \text{Vol} = 6,9525 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \times \frac{3}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \times \frac{1}{3} \\ a_n = \frac{3}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \end{array} \right.$$

$$\text{Vol}_{\text{pyr}} = \frac{3,32625 \times 3 \times \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \times \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} = \frac{6,9525 \times (\sqrt{10 + 2\sqrt{5}})^2}{4}$$

$$\text{Vol}_p = \frac{6,9525 \times (10 + 2\sqrt{5})}{4} = \frac{69,525 + 6,9525\sqrt{50}}{4}$$

$$\text{Vol}_p =$$

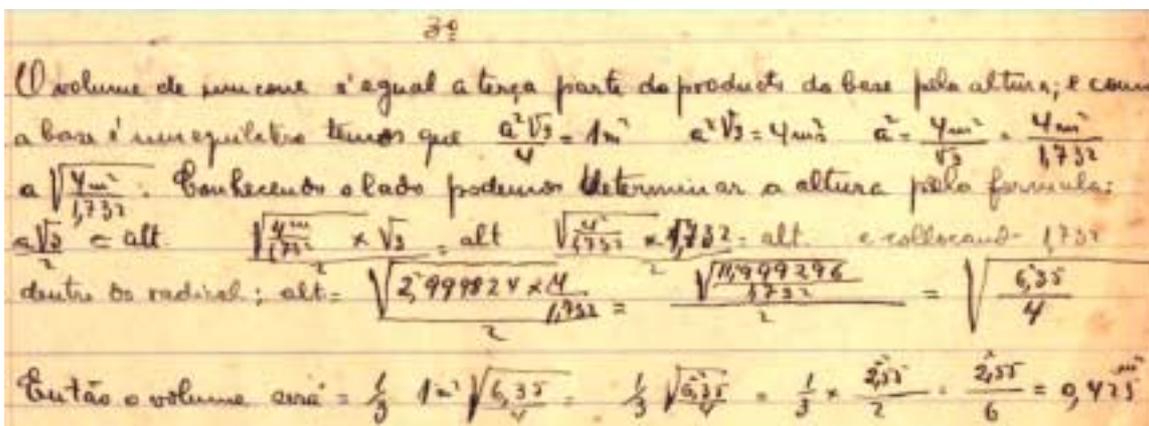
Como o exame teve nota 8 e sendo a primeira questão considerada correta, então a segunda e a terceira também obtiveram alguns pontos.

II – Corpos Redondos.

Por corpos redondos entenda-se o estudo do cone, cilindro e esfera. São poucos os exercícios encontrados que têm como objetivo estes tópicos.

Cone: aparece somente nos exames de 1923 e 1924. Em 1923 num exame final do 4º ano, com o exercício:

3) Qual o volume de um cone cuja secção pelo eixo é um triângulo eqüilátero de 1m^2 de área?

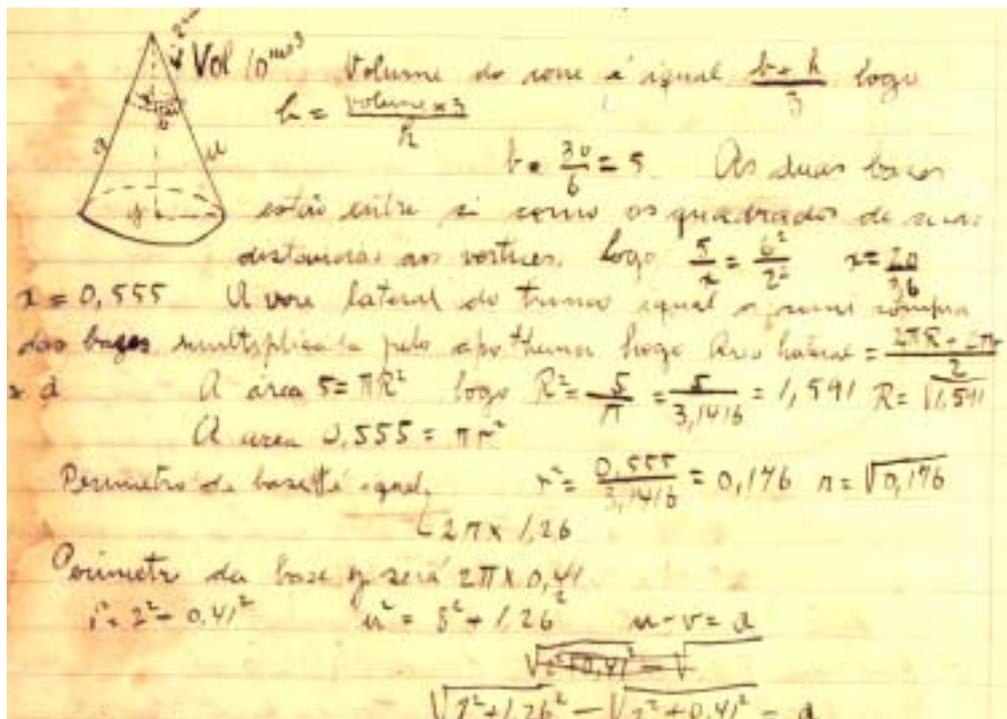


É um exercício trabalhoso, pois envolve números de muitos dígitos, raízes, números decimais, equações simultâneas e para a resolução tem-se de determinar quase todos os elementos do cone. Considerando ainda que a solução é um número aproximado, o exercício foi considerado errado pelos examinadores. Em sua resposta, o aluno determinou, de início, que o triângulo eqüilátero seria a base, tirando daí conclusões errôneas. Este exercício aparece também num exame de 1924.

Em janeiro de 1924 em outro exame final do 4º ano, o cone aparece no terceiro exercício:

3) Um cone tem 6m de altura e 10m^3 de volume, a dois metros do vértice traça-se um plano paralelo à base, qual é a área lateral do tronco do cone formado.

Vejamos a resolução do aluno:



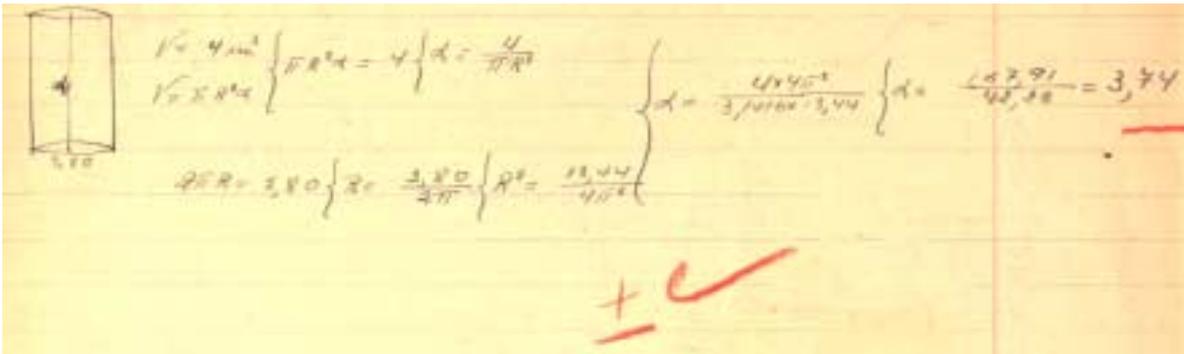
É um exercício complexo porque além das propriedades do cone que o aluno deve lembrar, trabalha com dígitos e raízes não exatas. Inicia seu cálculo determinando a área da base do cone maior, pela fórmula do volume. Através da relação, base e altura, determina a base do cone menor. Os raios são determinados pela fórmula da área da circunferência πr^2 . Determina a geratriz dos dois cones e o cálculo final deixa em forma de raiz. Realmente, sem a calculadora este cálculo é muito trabalhoso.

Ainda em 1924 temos outro exemplo também num exame final do 4º ano:

3) Um cone tem 4m de altura e por base um círculo de 2,10m de raio, calcular o volume de um cone semelhante, cuja área seja $\frac{3}{4}$ da do primeiro.

Cilindro: Exercícios envolvendo o cilindro foram encontrados somente em 1927 num exame final do 4º ano realizado em novembro, no segundo exercício proposto:

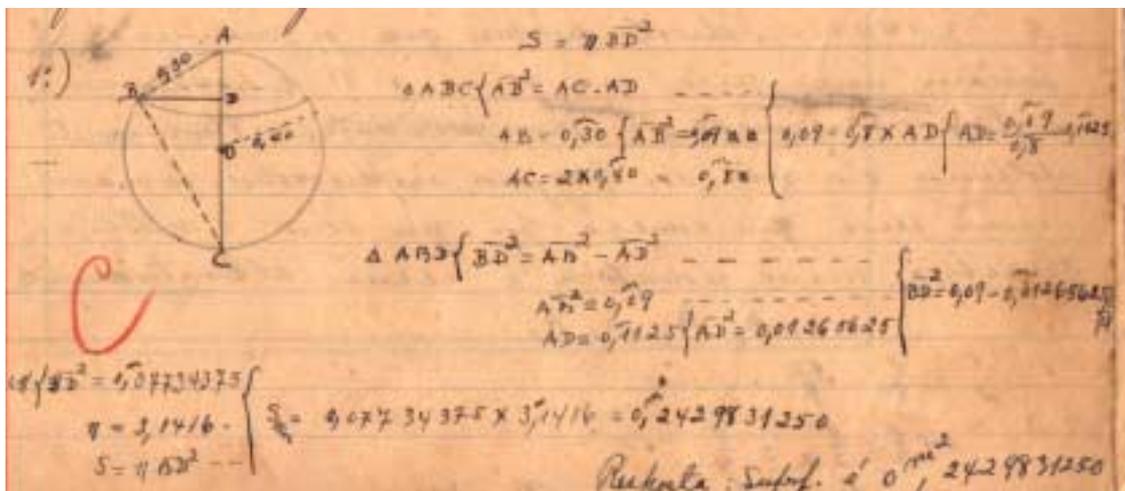
2) Calcular a altura de um cilindro reto cujo volume é de 4m^3 , sabendo-se que a circunferência da base tem 3,80m.



Considerando α a altura, o aluno usa a fórmula do volume para isolar α ficando com $\alpha = \frac{4}{\pi R^2}$. Como o comprimento da circunferência da base é 3,80, determina o raio na fórmula $C = 2\pi R$ e o substitui na equação anterior. Sua resposta está marcada mais ou menos certa em virtude do erro cometido ao elevar 3,80 ao quadrado para determinar R. O correto seria 14,44 e a altura do cilindro igual a 3,48. Então para ser considerada correta, uma questão precisa ter cálculos precisos para qualquer quantidade de casas decimais.

Esfera: Somente em 1928 aparece um exercício tendo como objetivo o estudo da esfera. É também nesse ano que Benedito Castrucci cursa o 4º e faz o exame final de Geometria e Trigonometria. Vale a pena acompanhar seu raciocínio e a resolução do primeiro exercício:

1) O raio de uma esfera é de 0,40m. De um ponto qualquer de sua superfície como pólo, descreve-se um círculo sobre a esfera com uma abertura de compasso igual a 0,30m. Qual é a superfície desse círculo?



Para iniciar, Castrucci faz o desenho que norteia seu cálculo. Determina AD no triângulo ABC pela relação $AB^2 = AC \times AD$. Através de Pitágoras no triângulo ABD determina BD que corresponde ao raio do círculo. A superfície será o resultado de πr^2 ou seja $\pi BD^2 = 0,2429831250$.

É notável a quantidade de casas decimais que Castrucci – e não só ele – calcula para obter uma resposta com maior precisão.

III – Circunferência e polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência.

Exercícios que pedem dados especificamente sobre círculo ou circunferência podem ser encontrados em 1924, 1927 e 1928.

Em janeiro de 1924, temos os exercícios de exames finais do 4º ano:

- Em um círculo de 3m de raio inscreve-se uma corda de 5,81m. Calcular os dois segmentos determinados por esta corda sobre o diâmetro que lhe é perpendicular.
- Calcular a área do segmento compreendido entre o arco de 36° e sua corda num círculo de 2m de raio.
- Em um círculo de 4m de raio, duas cordas que se cortam, interceptam de um lado um arco com 3,1416 e, de outro lado outro arco de 1,0472m. Determinar o ângulo que as duas cordas formam entre si.

Apesar dos alunos não resolverem os exercícios, fazerem cálculos incompletos ou incompreensíveis, é interessante notar a formulação das questões. São exercícios complexos que envolvem muitas propriedades além de cálculos com números de muitos dígitos.

No exame de promoção do 3º ano de março de 1927, o segundo e o terceiro exercício são referentes ao círculo:

- 2) Qual o lugar geométrico dos pontos cuja soma dos quadrados das distâncias a dois pontos fixos A e B é constantemente igual a 100? Os pontos A e B distam de 12m.

3) Duas cordas se cortam em um círculo, o comprimento de uma é de 22m, os segmentos da outra têm 12m e 8m. Quais são os segmentos da primeira?

Vejam como o aluno resolve o terceiro exercício:

Aplica-se o seguinte Theorema. Se de 1 ponto to-
made no ~~interior~~ ^{plano} de 1 círculo traçarmos esse círculo
varias ~~tangentes~~ ^{secantes} o producto done ponto a cada 1 dos
pontos de intersecção de cada ^{secante} com a circunferencia
é constante qualquer que seja a direcção da secante.

~~Res:~~

~~$(22-x)x = 12 \cdot 8$~~

~~$22x - x^2 = 96$~~

~~$-x^2 + 22x - 96 = 0$~~

~~$x = \frac{-22 \pm \sqrt{484 - 4 \cdot 96}}{2} = \frac{-22 \pm \sqrt{100}}{2}$~~

~~$x' = \frac{-22 + 10}{2} = -6$~~

~~$x'' = \frac{-22 - 10}{2} = -16$~~

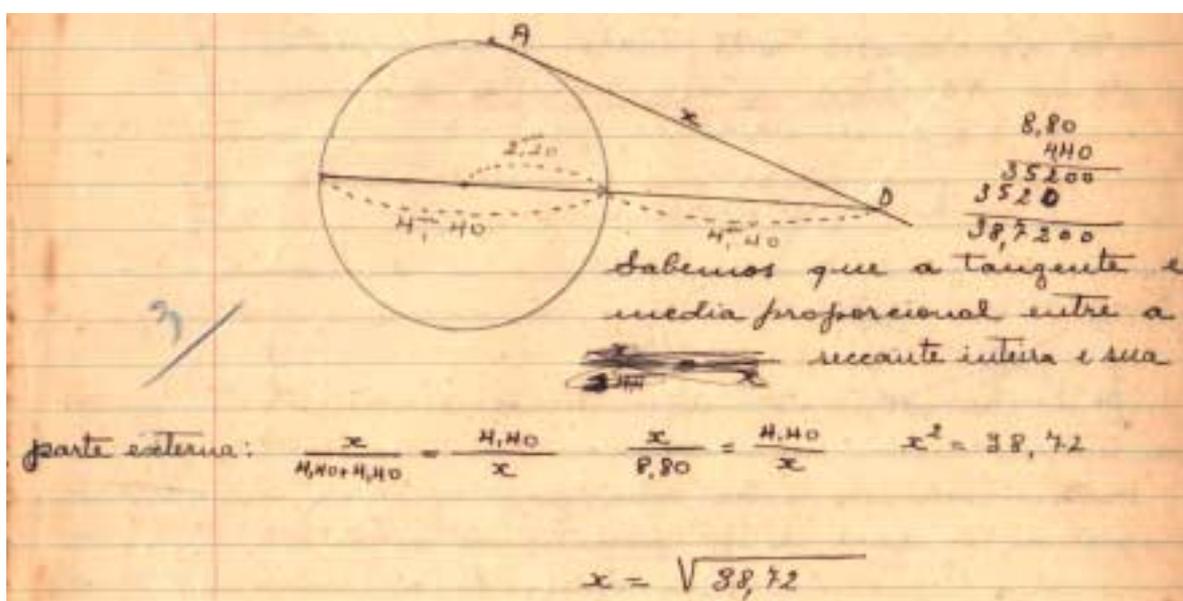
Resposta: Os segmentos são de 6 e 16 metros.

Depois de desenhar a circunferência e as cordas, o aluno escreve o teorema que vai usar e monta a equação $(22 - x)x = 12 \cdot 8$. Na resolução da equação do segundo grau esquece o sinal do denominador na fórmula, mas sua resposta está correta. Ou pelo teorema ou pelos sinais, os examinadores

atribuíram somente dois pontos à questão. É um exercício menos complexo que os anteriores, talvez por ser do 3º ano.

Outro exercício aparece no exame de segunda época, realizado em Março de 1927:

- 3) Dá-se um círculo de 2,20m de raio, e pede-se determinar sobre a tangente ao ponto A, um ponto D, tal que se traçarmos por ele uma secante passando pelo centro, a parte externa da secante seja igual ao diâmetro do círculo.



Usando a relação da secante com a tangente, o aluno resolve rapidamente o exercício e sua resposta termina na raiz quadrada de 38,72. Apesar de a raiz quadrada do número obtido, não ter sido calculada, a questão foi considerada correta obtendo três pontos. Este exercício se repete num exame de segunda época em Março de 1928.

Castrucci realiza com êxito, em 1927, seu exame de promoção do 3º ano. Num exame onde obtém nota 10, o terceiro exercício é sobre a circunferência.

- 3) Dá-se uma linha reta de 4,50m, em seu meio levanta-se uma perpendicular de 0,50. Qual é o comprimento do raio da circunferência que passaria pelas extremidades das duas retas?

Castrucci poderia simplesmente ter feito:

	$x = ED$	$0,50x = 2,25 \cdot 2,25$		
		$x = 5,0625 / 0,50$		
	$x = 10,125$		$\frac{10,125 + 0,50}{2} = 5,3125$	

Mas note como ele resolveu o exercício:

$AB = 4,50$
 $CE = 0,50$
 $CP \perp AB$ (o diâmetro é da mesma coroa, então divide a corda em 2 partes iguais, portanto todo o diâmetro divide a corda pelo meio)
 $EA = EB$

Resposta = Raio igual $5,3125$

(A)

$AE \times EB = EC \times ED$
 $AE = EB$
 $AE = \frac{AB}{2}$
 $AE = 2,25$
 $2,25 \times 2,25 = 0,50 \times ED$
 $5,0625 = 0,50 \times ED$
 $ED = \frac{5,0625}{0,50}$
 $ED = 10,125$

1) $ED = 10,125$

$ED + EC = CD$
 $ED = 10,125$
 $EC = 0,50$
 $OC = \frac{ED + EC}{2}$
 $OC = \frac{10,625}{2}$
 $OC = 5,3125$

(B) Se por um ponto no plano de um círculo traçarmos 2 secantes CD e AB e produtos das distâncias que vão desse ponto às interseções das secantes com a circunferência é constante. $CE \times ED = EA \times EB$ (qualquer que seja a direção das secantes)

Todos estes comentários não são uma exigência, pois em outras provas, o exercício, feito sem tantas explicações obteve a mesma pontuação.

Os exercícios sobre polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência aparecem em 1923, 1924 e 1929. Em 1923 o exercício, que não foi resolvido, era de um exame final do 4º ano: *Os lados de um triângulo têm respectivamente 10m, 13m, e 19m. Calcular a área do círculo inscrito.* Este exercício também aparece num exame de 1924.

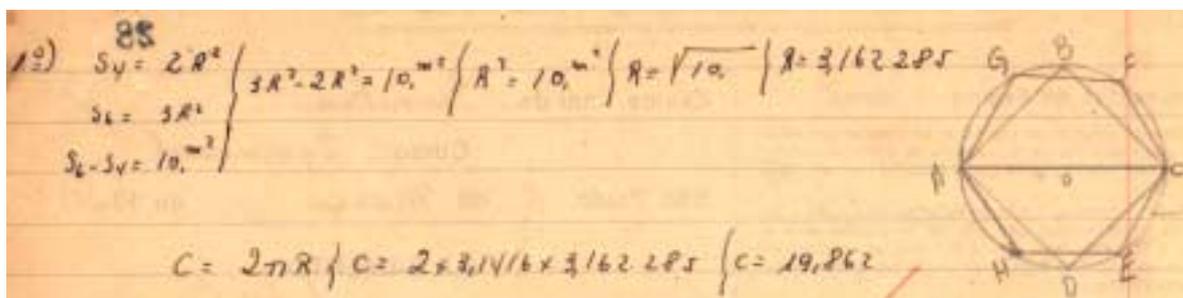
Em 1924, temos outros três exemplos, todos de exames finais do 4º ano:

- Determinar a área de um decágono regular inscrito num círculo de 10m de raio.
- A área de um triângulo equilátero é de 4,416m²; calcular a área do decágono inscrito no círculo circunscrito ao triângulo.
- Sabendo-se que o apótema de um triângulo equilátero inscrito tem 3 m, calcular a área do menor segmento circular que tem por corda o lado desse triângulo equilátero.
- A aresta de um cubo tem 0,80m, calcular o volume da esfera circunscrita.

Outro exercício sobre polígonos inscritos aparece num exame de segunda época, realizado em Março de 1930:

- 1) A diferença entre a área do quadrado e a do hexágono regular inscritos em um círculo é de 10m². Qual é a superfície do círculo?

Este exercício faz parte de um exame montado a partir do decreto de 1926 que estipulava apenas um ano para a geometria e trigonometria.



O exercício pede a superfície do círculo, e o aluno calcula seu comprimento. Inicia acertadamente com a área do quadrado em função do raio

$2R^2$, mas a área do hexágono em função do raio fica incompleta, escreve $3R^2$ ao invés de $3R^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$. O exercício é considerado totalmente errado.

É um exercício complexo que, além das operações usuais, envolve equações simultâneas.

IV – Quadriláteros.

Dos quadriláteros mencionados nos programas de 1928; retângulo, quadrado, losango paralelogramo e trapézio, destacaram-se apenas os três últimos por se apresentarem exercícios específicos para eles.

Paralelogramo: em 1923 e 1924.

Em 1923, o segundo exercício do exame final do 4º ano trata sobre o paralelogramo:

2) Dois lados de um paralelogramo têm respectivamente 15m e 20m e uma diagonal tem 28m, calcular a outra.

O aluno resolve o exercício da forma:

Os lados adjacentes medem 15^m e 20^m . Queremos calcular x .
 Pois bem a geometria nos diz que as diagonais de um paralelogramo cortam-se ao meio; temos então que a diagonal x é a mediana do triângulo ABC . Porém temos um teorema que nos diz $AB^2 + BC^2 = 2x^2 + 2AD^2$.
 Podemos então por esse caminho resolver o problema:
 $15^2 + 20^2 = 2x^2 + 2(28)^2 = 225 + 400 = 2x^2 + 392 = 2x^2 = 400 + 225 - 392 =$
 $= 2x^2 = 625 - 392 = 2x^2 = 232 \quad x^2 = \frac{232}{2} \quad x = \sqrt{\frac{232}{2}} = 10,8$
 Vamos pois que x é igual a $10,8$. Porém x é $\frac{BE}{2}$ donde
 $BE = 2x = 21,6$. Logo a diagonal pedida é $21,6$.

No exercício do exame de 1924, encontramos o mesmo exercício com os números alterados. Não foi resolvido.

Trapézio: os exercícios aparecem nos anos de 1923, 1924 e 1929. Em 1923, temos o primeiro exercício do exame final do 4º ano:

1) Um trapézio tem uma base de 12 metros, altura 18m e área 288m; a 14,0628 da base dada traça-se uma paralela às bases; determinar as áreas dos trapézios parciais formados.

Este exercício também foi encontrado num exame de 1924. Vejamos a resolução:

A área do trapézio é igual a semi-soma das bases pela altura isto é =

$$\frac{12+x}{2} \cdot 18 = 288 \quad (12+x) \cdot 36 = 576 \quad 432 + 36x = 576 \quad x = \frac{576 - 432}{36} = \frac{144}{36} = 4$$

Por conseguinte a outra base é igual a 4.
 Resta-nos 2 trapézios: um com 12 metros de base e 14,0625 de altura e outro com 4 de base e 18 - 14,0625 de altura.

A soma das área desses trapézios é a do trapézio total; representando por x a base comum desconhecida temos:

$$\frac{12+x}{2} \cdot 14,0625 + \frac{4+x}{2} \cdot 3,9375 = 288$$

$$(12+x)28,1250 + (4+x)7,8750 = 576 \quad 337,5 + 28,1250x + 31,5000 + 7,8750x = 576$$

$$369 + 36x = 576 \quad 36x = 576 - 369 \quad x = 5,75$$

Área do 1º trapézio = $\frac{12+5,75}{2} \cdot 14,0625 = \frac{168,75 + 80,859375}{2} = \frac{249,609375}{2} = 124,8046875$

Área do 2º trapézio = $\frac{4+5,75}{2} \cdot 3,9375 = \frac{15,7500 + 13,540625}{2} = \frac{29,290625}{2} \text{ m}^2$.

Apesar do raciocínio correto, o aluno erra ao fazer todas as equações necessárias para a resolução do exercício. Na primeira, $\frac{12+x}{2} \cdot 18 = 288$ encontrou 4 como resultado por que multiplicou 18 por 2 ao expelir os denominadores. A partir daí todos os cálculos ficam comprometidos. O exercício fica bem mais trabalhoso em virtude dos números de muitos algarismos e o raciocínio do aluno fica em segundo plano se ele não tiver destreza no cálculo.

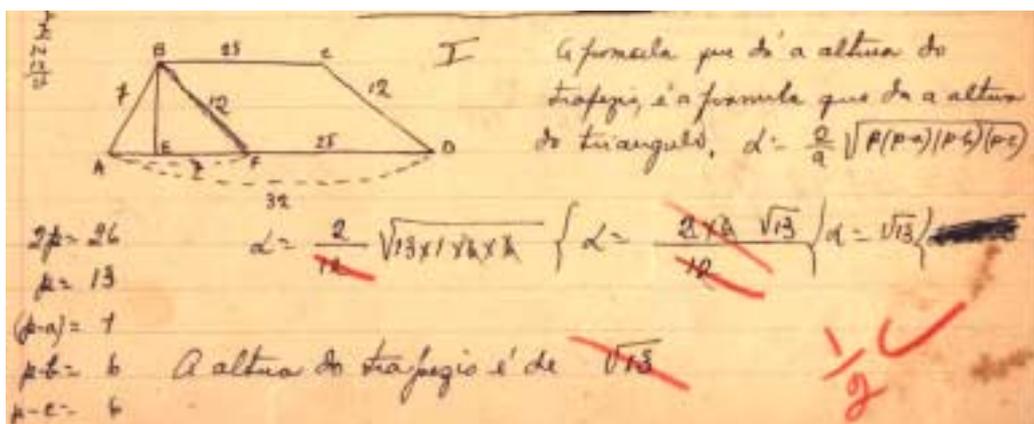
Em 1924, num exame final do 4º ano realizado em janeiro, o primeiro exercício é sobre o trapézio:

1) Tendo a base superior de um trapézio isósceles 4m, a base inferior 6m e os lados iguais a 2m, calcular a área do trapézio formado pela reta que une os meios das diagonais.

Deste exercício só se encontraram resoluções incompletas.

Em dezembro de 1929 há dois exercícios tratando dos trapézios. Num exame final do 4º ano, o primeiro:

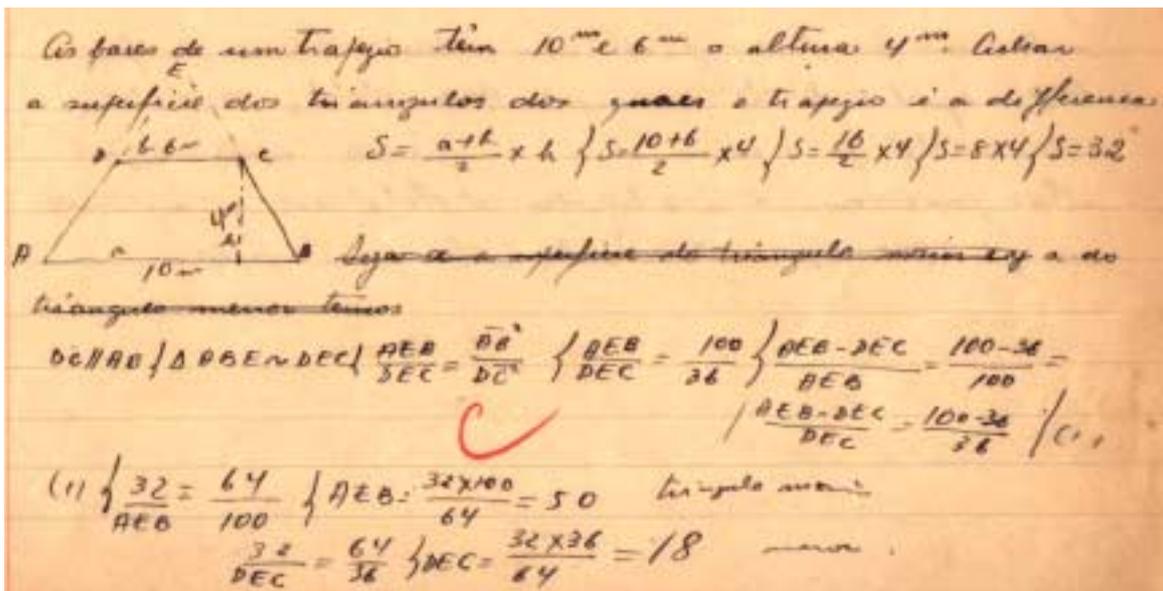
Calcular a altura de um trapézio cujas bases tem 32m e 25m e os lados não paralelos 7m e 12m.



O aluno inicia traçando BF paralelo a CD, obtendo o triângulo ABF. A altura do triângulo será a altura do trapézio. Através das fórmulas $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ sendo $p = \frac{a+b+c}{2}$ e $A = \frac{bh}{2}$ que determinam a área de um triângulo, a altura será $h = \frac{2}{b} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. O erro do aluno foi, na fórmula, dividir 2 por 12 sendo que a base do triângulo é 7.

Ainda em 1929, encontramos outro exercício com trapézio num exame final do 4º ano:

As bases de um trapézio têm 10m e 6m, a altura 4m. Achar a superfície dos triângulos dos quais o trapézio é a diferença.



O aluno inicia calculando a área do trapézio. Pela semelhança de triângulos determina a área do triângulo maior, 50 e do triângulo menor, 18. Encontrou-se outra prova com a resolução exatamente igual e outras ainda muito semelhantes. Pode-se pensar que já fizeram esse exercício em aula ou copiaram uns dos outros.

Losango: O mesmo exercício sobre losango aparece num exame de promoção do 3º ano de 1927 e de segunda época realizado em Março de 1928.

2) Construir um losango do qual se conhecem as duas diagonais.

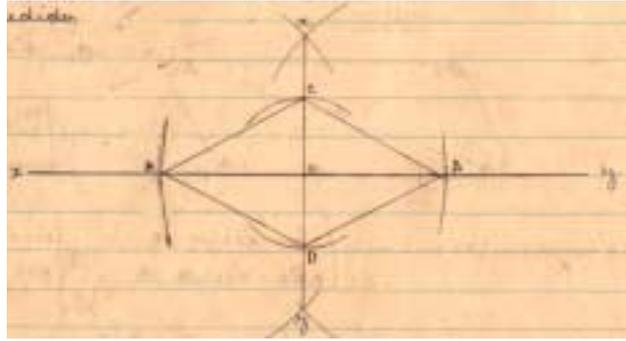
Vejamos a resposta de um aluno:

A construção de um losango baseia-se nos dois seguintes teoremas: 1º As diagonais de um losango, são perpendiculares entre si e as diagonais de um losango cortam-se em partes iguais.

Dados A _____ B
C _____ D

Sobre uma reta indefinida xy tomamos um comprimento igual à AB , (uma das diagonais). Traçamos uma perpendicular ao meio de AB . Sobre a perpendicular xy , levamos CD de sorte que o meio de CD esteja na intersecção da perpendicular xy e da diagonal AB , isto é, no ponto O .

Unimos o ponto A ao ponto C ; o ponto C ao ponto B ; o ponto B ao ponto D e o ponto D ao ponto A . Isto é unimos as extremidades das diagonais e obtemos o losango pedido.



Além da construção que o aluno faz, relata todo o procedimento usado na construção do losango. Na outra prova, o aluno erra no relato da construção e obtém uma nota menor. Deduz-se que a correção se faz pelo que o aluno escreve sobre o procedimento para a construção do losango.

V – Triângulos e Demonstrações.

Como a partir do decreto n. 4.166 de 31 de Dezembro de 1926, uma questão sobre resolução de triângulo, e outra questão teórica relativa à geometria são conteúdos obrigatórios nos exames, serão analisados os triângulos e as demonstrações conjuntamente, verificando a montagem das provas durante a primeira e segunda metade da década de 1920.

1921

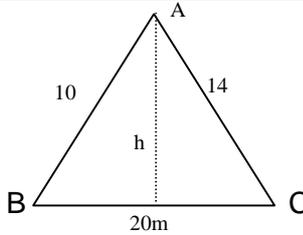
Neste ano, um exame de segunda época realizado em Março tem como primeiro e segundo exercícios, demonstrações:

- 1) Provar num triângulo isósceles que a bissetriz do ângulo oposto à base se confunde com a mediana e com a altura.
- 2) Demonstrar que se por um ponto tomado por um plano do círculo se tiram uma tangente e uma secante a este círculo, a tangente é média proporcional entre a secante inteira e sua parte externa.
- 3) Construir uma média proporcional a dois comprimentos dados.

As demonstrações foram consideradas totalmente erradas, apesar da tentativa do aluno em fazê-las.

Neste ano voltaram a aparecer exercícios com o triângulo, num exame final do 4º ano:

- 1) Determinar a área de um decágono regular inscrito num círculo de 10m de raio.
- 2) Em um triângulo temos: $AB = 10\text{m}$, $AC = 14\text{m}$ e $BC = 20\text{m}$. Calcular os segmentos do lado BC determinados pela altura conhecida do vértice A.
- 3) Um cone tem 6m de altura e 10m^3 de volume, a dois metros do vértice traça-se um plano paralelo à base, qual é a área lateral do tronco do cone formado.



Calcula-se $h = \frac{2}{20} \sqrt{22(22-10)(22-14)(22-20)}$

$h = \frac{2}{20} \times 64,99$ $h = \frac{129,98}{20} = 6,499$

O quadrado do lado oposto ao ângulo agudo é igual à soma dos quadrados dos outros dois menos duas vezes um destes pela projeção do outro sobre ele.

Mas o triângulo AhC sendo retângulo porque h é a altura eu tenho que

$n^2 = 14^2 - 6,499^2$ $n^2 = 196 - 42,234$ $n^2 = 153,763$ $n = \sqrt{153,763}$ $n = 12,40\text{m}$

Logo $m = 20 - 12,40 = 7,60$.

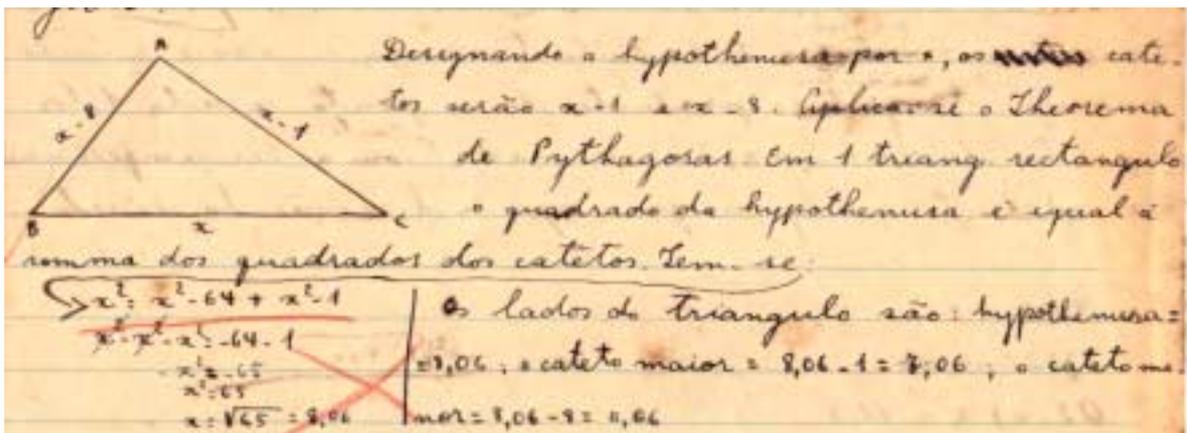
O aluno começa determinando a altura pela fórmula $h = \frac{2}{b} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Depois, verificando que tem dois triângulos retângulos aplica Pitágoras e determina os segmentos do lado BC, que representa por m e n.

O exercício é trabalhoso apenas no momento de fazer os cálculos com os números decimais. Se o aluno tiver destreza no cálculo consegue resolvê-lo facilmente.

1927

Num exame realizado em Março, portanto de segunda época, temos o primeiro exercício referindo-se ao triângulo. Como é um exame de promoção do 3º ano, é desnecessário atender às novas determinações.

- 1) Em um triângulo retângulo, a hipotenusa excede os lados do ângulo reto de 1m e de 8m, quais são os três lados do triângulo.
- 2) Qual é o lugar geométrico dos pontos cuja soma dos quadrados das distâncias a dois pontos fixos A e B é constantemente igual a 100? Os pontos A e B distam de 12m.
- 3) Duas cordas se cortam em um círculo, o comprimento de uma é de 22m, os segmentos da outra têm 12m e 8m, quais são os segmentos da primeira?



O aluno inicia acertadamente o primeiro exercício. Monta o triângulo e designa seus lados como x , $x-1$, $x-8$. Aplica o teorema de Pitágoras $x^2 = (x-8)^2 + (x-1)^2$, porém ao resolver os produtos notáveis $(x-8)^2$ e $(x-1)^2$, escreve $x^2 - 64$ e $x^2 - 1$. É um erro comum e muito discutido. Em virtude disso obtém um ponto na questão.

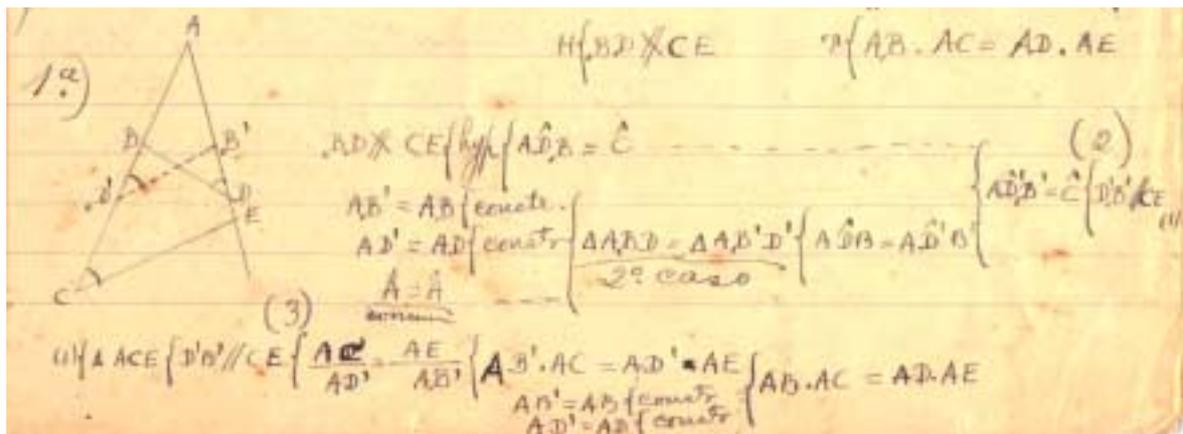
No exame de promoção de novembro de 1927, a primeira questão é uma demonstração, a segunda é a construção de um triângulo e a terceira, que já analisamos, refere-se ao círculo e circunferência.

- 1) *Demonstrar o seguinte teorema: Quando os dois lados de um ângulo são cortados por duas retas anti-paralelas, o produto das distâncias dos*

vértices aos dois pontos em que cada um dos lados é encontrado pelas duas transversais é constante.

- 2) Construir um triângulo isósceles conhecendo o perímetro e a altura.
- 3) Dá-se uma linha reta de 4,50m, em seu meio levanta-se uma perpendicular de 0,50. Qual é o comprimento do raio da circunferência que passaria pelas extremidades das duas retas?

A demonstração do teorema tem a seguinte forma:



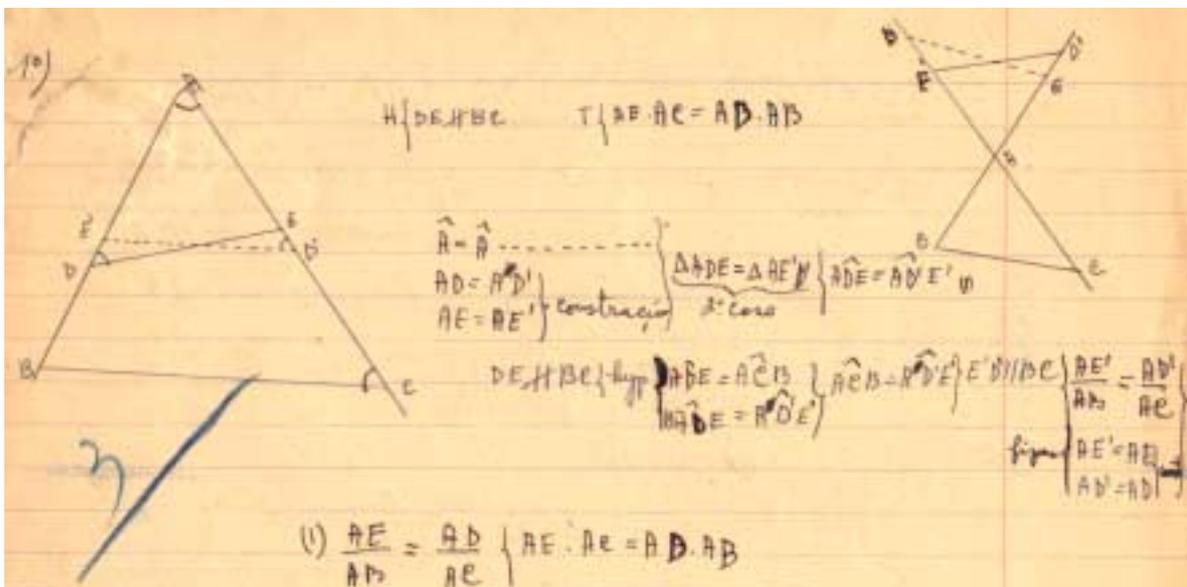
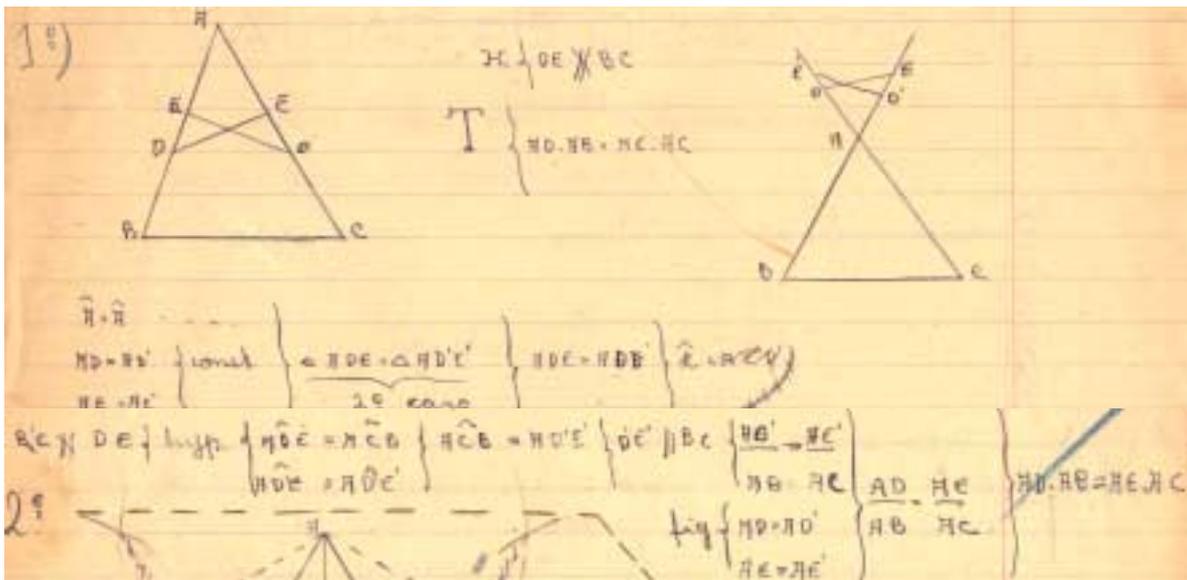
2º caso ig. Triang.) Dois triângulos são iguais quando tem um ângulo igual compreendido entre dois lados respectivamente iguais.

(2) Os ângulos $\hat{AD'B'}$ e \hat{C} sendo iguais e estando na posição de correspondentes em relação as retas $D'B'$ e CE cortadas por uma transversal, as retas $D'B'$ e CE são paralelas.

(3) Num triângulo toda a reta paralela num dos lados divide os outros dois lados em partes proporcionais.

Segundo a nota dada pelos examinadores (10), sua demonstração está correta e vale três pontos.

Outros alunos obtiveram a mesma pontuação de Castrucci, apesar de fazerem apenas a demonstração sem outros comentários. Observando essas provas, tem-se a impressão de um exercício já demonstrado em sala de aula, e cuja estrutura e etapas de resolução são mantidas pelos alunos. Exemplificando, note-se a resolução em duas provas:

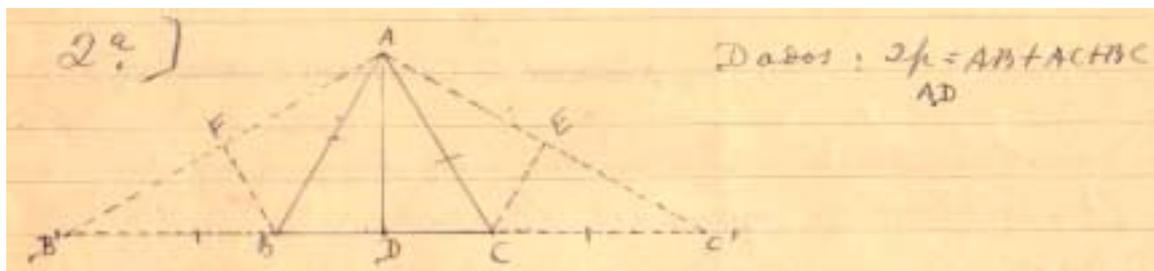


Observando as demonstrações, percebe-se que sua montagem, a forma de escrever, além da ordem da escrita, são exatamente iguais. Os alunos iniciam pelo desenho, escrevem hipótese e tese, verificam ângulos iguais e pelo desenho (construção), verificam lados iguais. Continuam pela semelhança de triângulos, 2º caso, e voltam na hipótese para poder concluir a demonstração.

Em outras provas, as questões se diferenciam apenas pelas letras que nomeiam os pontos, onde cada lado do ângulo é cortado pelas retas transversais.

Já no segundo exercício, para construir um triângulo, podem-se ler exatamente as mesmas palavras em diversas provas, no início do exercício.

Castrucci escreve, como já dito, de início igual e no desenvolvimento semelhante a outras provas.

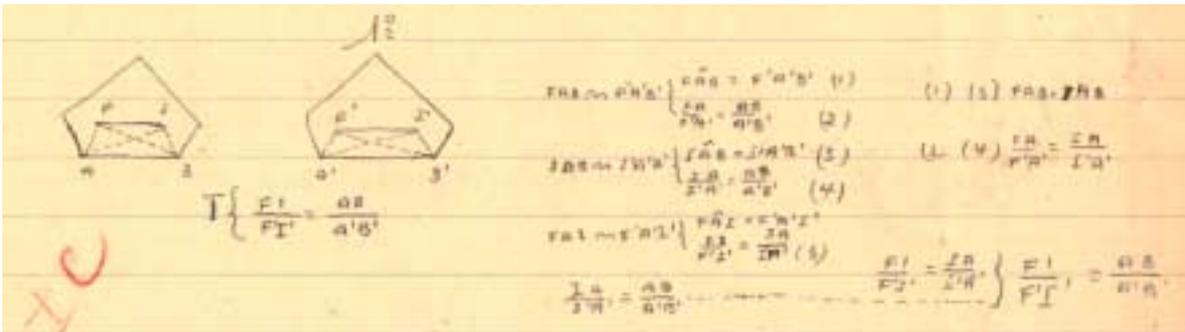
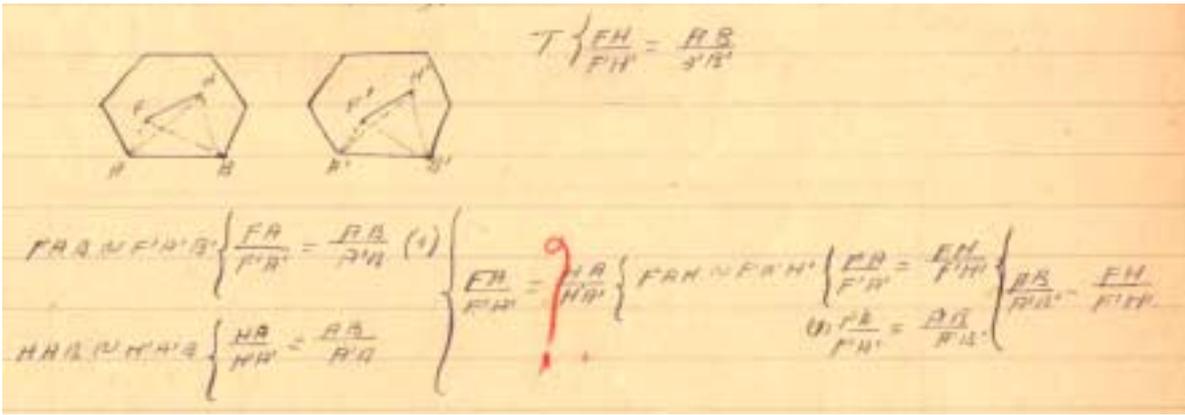


Suponhamos o problema resolvido. Seja o triângulo ABC o pedido. Prolongamos a base BC de um comprimento $CC' = AC$ de um lado e do outro lado de um comprimento $BB' = AB$. A altura do triângulo isósceles ABC sendo perpendicular ao meio da base BC continuara sendo ao meio de $B'C'$, pois que BC foi aumentado de um lado e de outro de partes iguais CC' e BB' , e então o triângulo $AB'C'$ será também isósceles, e podemos construí-lo tomando por base $B'C' = 2p$ (dado) e levantando ao meio de $B'C'$ a perpendicular AD (dada), obtendo-se assim o vértice A de um e de outro triângulo. Os triângulos ABB' e ACC' sendo isósceles, e tendo por bases AB' e AC' , levantando-se numa perpendicular ao meio de AC' e outra ao meio de AB' , obtemos o vértice B e C, Unimos B e C a A e temos o triângulo pedido.

Ainda em 1927, outro exame que segue os mesmos moldes do anterior apresenta as questões:

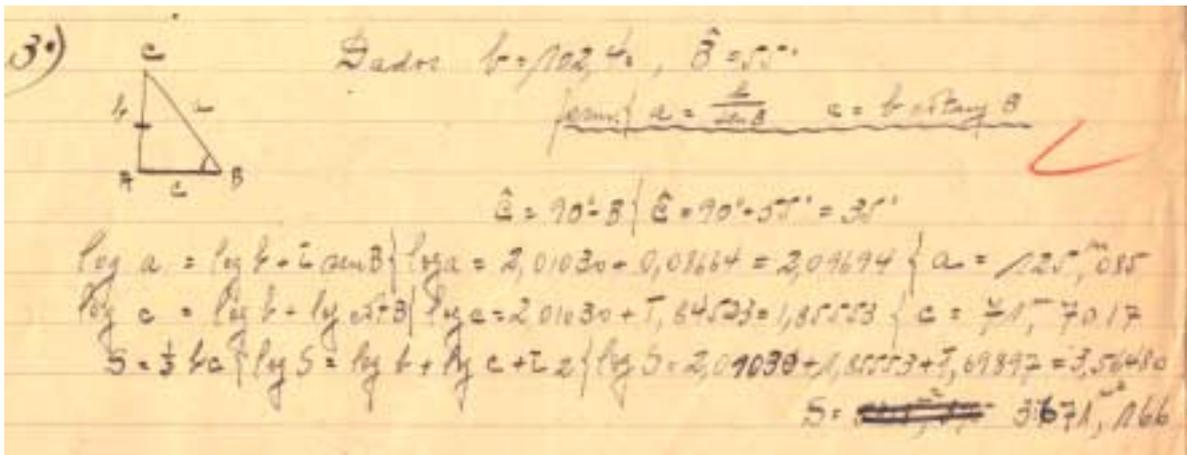
- 1) Demonstrar o seguinte teorema: A razão de duas reta homologas quaisquer é igual a razão de semelhança dos dois polígonos.
- 2) Calcular a altura de um cilindro reto cujo volume é de $4m^3$, sabendo-se que a circunferência de base tem 3,80m.
- 3) Resolver o seguinte triângulo retângulo. $b = 102^m,40$ $B = 55^\circ$

Apesar de nenhum exame ter o exercício considerado correto, vejamos dois exemplos:



Os alunos fazem o desenho, escrevem a tese e iniciam a semelhança dos triângulos formados e suas propriedades. Também aqui pode-se perceber que as etapas de resolução e estrutura do exercício são iguais. Apesar de estar $\pm C$, como marcado nas demonstrações, ainda assim pode-se identificar um exercício que apresenta poucas diferenças, sendo uma delas as letras que representam as retas.

O terceiro exercício para resolver o triângulo, apresenta uma formulação não usada até agora. As palavras “resolver o triângulo”, estão escritas nas determinações do novo regimento interno. Resolver um triângulo pode ser entendido de diversas maneiras. De imediato vem a pergunta, resolver o quê? Apesar de não estar especificado o quê exatamente tem de ser resolvido, o aluno determina lados e ângulos que estiverem faltando.



Para resolver o triângulo, ou seja, determinar os lados a e c do triângulo além do ângulo C e a área, o aluno usa os logaritmos. Como o triângulo é retângulo, então C será $A - B = 35^\circ$. Com as fórmulas $a = \frac{b}{\tan B}$ e $c = b \cot B$, e usando as propriedades dos logaritmos descobre os valores dos lados $a = 125,085\text{m}$ e $c = 71,7017\text{m}$.

No cálculo da área usa novamente os logaritmos. Deve ser um procedimento habitual do professor em sala de aula, pois se a base e a altura são conhecidas não é necessário recorrer aos logaritmos.

1928

Dos três modelos de exame encontrados em 1928, apenas aquele que Castrucci resolveu apresentou acerto na demonstração. Exercícios com o triângulo apareceram em dois deles, sendo um com a mesma formulação e resolução do ano anterior. Estes modelos são os seguintes:

- 1) Demonstrar o teorema de Ptolomeu
- 2) Um triângulo de $a = 15$, $b = 14$, e $c = 13$ gira em torno de um eixo situado no seu plano passando pelo vértice B e paralelo ao lado b . Pede-se o volume gerado.
- 3) Resolver o triângulo: $A = 72^\circ 17'$ $B = 48^\circ 12'$ $C = 560,40\text{m}$.

A resolução do triângulo segue os mesmos passos do outro exercício e o aluno usa para tal, a lei dos senos e os logaritmos.

- 1) O raio de uma esfera é de 0,40m. De um ponto qualquer de sua superfície como pólo, descreve-se um círculo sobre a esfera com uma abertura de compasso igual a 0,30m. Qual é a superfície desse círculo?
- 2) Cálculo de π . Método dos isoperímetros.
- 3) Três pontos A,B e C sendo dados sobre a carta de um país, pede-se determinar a posição de um quarto ponto M, do qual as distancias AC = 200m e BC = 170m, foram vistas sob ângulos conhecidos $\alpha = 46^\circ 17' 13",2$ e $\beta = 30^\circ 9'$. Sabe-se também que os quatro pontos estão no mesmo plano e que o ângulo ACB = $114^\circ 40' 8"$.

Estes exemplos são exames finais do 4º ano.

1929

Em 1929, temos o exame final de segunda época em cujas questões aparece o triângulo e as demonstrações:

- 1) Demonstrar o teorema de Euler.
- 2) A base de uma pirâmide é um decágono de 3m de raio; sua altura é igual ao apótema da sua base; calcular o volume dessa pirâmide.
- 3) Resolver o seguinte triângulo: $b = 5734,25$ $B = 37^\circ 29' 12''$

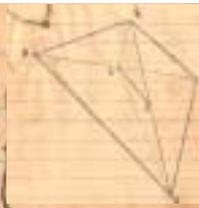
As demonstrações seguem as mesmas etapas, forma e ordem na escrita, além de mesma estrutura. A seguir, como exemplo, duas demonstrações:

$$T \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 + 4\overline{EF}^2 \right.$$

$$\Delta ABC \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2\overline{AE}^2 + 2\overline{BE}^2 \right.$$

$$\Delta ADC \left\{ \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = 2\overline{AE}^2 + 2\overline{DE}^2 \right.$$

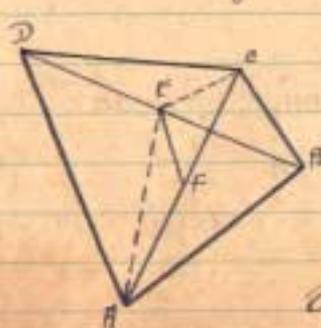
$$\Delta BED \left\{ \overline{BE}^2 + \overline{DE}^2 = 2\overline{EF}^2 + 2\overline{FD}^2 \right.$$



$$(iv) \left. \begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 &= 4\overline{AE}^2 + 2(2\overline{EF}^2 + 2\overline{FD}^2) \\ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 &= 4\overline{AE}^2 + 4\overline{FD}^2 + 4\overline{FE}^2 \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\begin{aligned} \text{fig} \left\{ 2AE = AC \mid 4AE^2 = AC^2 \right. \\ \text{fig} \left\{ 2FD = BD \mid 4FD^2 = BD^2 \right. \end{aligned}$$

$$(2) \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 + 4\overline{EF}^2 \quad \text{C. S. D.} \right.$$



H $\left\{ \text{ABCD quadrilátero} \right.$

$$T \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AC}^2 + 4\overline{EF}^2 \right.$$

Unimos o ponto E aos dois

vértices A e C

$$\Delta ABD \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = 2\overline{AE}^2 + 2\overline{BE}^2 \right.$$

$$\Delta ACD \left\{ \overline{BC}^2 + \overline{DC}^2 = 2\overline{EC}^2 + 2\overline{BE}^2 \right.$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = 2(\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2) + 4\overline{BE}^2 \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = 2(2\overline{EF}^2 + 2\overline{BF}^2) + 4\overline{BE}^2 \right.$$

$$\Delta BEC \left\{ \overline{BE}^2 + \overline{EC}^2 = 2\overline{EF}^2 + 2\overline{BF}^2 \right.$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = 4\overline{EF}^2 + 4\overline{BF}^2 + 4\overline{BE}^2 \left\{ \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 + 4\overline{EF}^2 \right.$$

$$\text{fig} \left\{ \begin{aligned} 2BF = AC &\left\{ 4BF^2 = AC^2 \right. \\ 2BE = BD &\left\{ 4BE^2 = BD^2 \right. \end{aligned} \right.$$

Se a escrita segue o mesmo padrão em todas as provas, com diferença nas letras que nomeiam quadriláteros e triângulos, fica a impressão de uma

reprodução do que foi demonstrado em sala de aula. É claro que sempre existe o aluno que diversifica ao acrescentar informações na demonstração que faz.

O terceiro exercício, para resolver o triângulo tem resolução idêntica aos anteriores. No cálculo também usam a lei dos senos e os logaritmos.

Em outro exame final do 4º ano realizado em novembro, temos as questões:

- 1) Calcular a área de um trapézio cujas bases tem 32m e 25m e os lados não paralelos 7m e 12m
- 2) Demonstrar o seguinte teorema: Se uma reta AB é perpendicular a um plano P, toda perpendicular CD a AB é paralela ao plano P ou situada nesse plano.
- 3) Resolver o seguinte triângulo. $A = 74^{\circ} 53'33'',8$ $B = 47^{\circ} 17'3',2$
 $C = 56894,60\text{m}$

O cálculo para resolver o triângulo, que chega a ocupar uma página inteira é muito trabalhoso. Números complexos que chegam a ter cinco casas decimais além das fórmulas e propriedades dos logaritmos, fazem com que o exercício seja um teste à memória e destreza no cálculo.

Na segunda questão, o único aluno, cujo exercício foi considerado correto, escreve toda a demonstração:

$H = \left\{ \begin{array}{l} AB \perp P \\ CD \perp AB \end{array} \right. \quad T \{ CD // P \text{ ou situada no plano } P$
<p>Tracemos por A em que a perpendicular AB corta o plano P a reta a reta AE paralela à reta CD. A reta CD é perpendicular a AB por hipótese. E também sabemos por hipótese que AB é perpendicular ao plano P ou a AE porque AE está situado no plano P. Logo se a reta AE sendo perpendicular a AB e CD também perpendicular a AB, CD será então paralela a AE porque duas perpendiculares a uma terceira são paralelas entre si e AE estando situada no plano P logo CD será paralela a esse plano.</p>

Não se encontrou outro exercício que possibilitasse uma comparação.

Outro exame, ainda de dezembro de 1929, apresenta como exercício sobre o triângulo, um problema:

3) Achar a altura de um monte. A base de operação AB escolhida tem 225m, os ângulos formados por esta base e os raios visuais conduzidos ao vértice da montanha são $A = 52^{\circ} 27'18''$ e $B = 41^{\circ} 19'25''$, além disso um destes raios visuais AC forma com a vertical da estação A um ângulo de $43^{\circ} 19'12''$.

Esta questão tem uma formulação diferente e para sua resolução o aluno precisa ler e interpretar o problema. Talvez em função de ser um problema com números de muitos dígitos e cálculos aproximados, duas provas com o exercício marcado certo, obtiveram valores diferentes para a altura do monte; 108,33m e 109,3960m. Em muitos exercícios vistos anteriormente, se o aluno errasse qualquer cálculo, a questão não era considerada totalmente correta ou, dependendo do erro, totalmente errada. Portanto, é plausível supor que na correção das provas inexistissem critérios fixos.

1930

Em 1930 tem-se apenas um modelo de exame realizado em Março, ou seja de segunda época:

- 1) A diferença entre a área do quadrado e a do hexágono regular inscritos em um círculo é de 10m^2 . Qual é a superfície do círculo?
- 2) Ângulos poliedros; propriedades gerais
- 3) Num trapézio ABCD, $A = 90^{\circ}$ $B = 32^{\circ} 25'$, os lados paralelos AB e CD têm respectivamente 324,35 e 208,15. Pede-se a superfície do trapézio.

Neste exame não havia uma questão específica sobre triângulos. A terceira questão apesar de envolver resolução de triângulos é sobre o trapézio. A demonstração não foi desenvolvida por nenhum aluno. As respostas estão incompletas e são diferentes

A montagem das provas seguia à risca as determinações do decreto nº 4.166, o que se constata na tabela inicial, que dá um panorama das provas encontradas. Em Geometria, mais do que nas outras disciplinas, observa-se que a formulação das questões permanece a mesma durante toda a década, tanto que, em diferentes anos, encontramos as mesmas perguntas de anos anteriores, ou apenas com os números trocados.

Assim como em Álgebra, o aluno verbaliza todo o processo de resolução do exercício enquanto o resolve algebricamente. Porém, torna-se difícil dizer se houve mudanças de resolução, pelos inúmeros erros encontrados nas provas e também pela diversidade dos conteúdos sorteados.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

Conclusão

A década final da Primeira República apresentou um quadro de transformações dos setores econômico, político, social e cultural. A sociedade passou de um sistema agrário, com o declínio das oligarquias, para uma economia industrial-urbana. O país viveu um clima de efervescência ideológica e inquietação social provocado principalmente pelas campanhas presidenciais, pelo alastramento das incursões armadas, pelas lutas reivindicatórias do operariado, pelas pressões da burguesia industrial e pelas medidas de restrição adotadas na Revisão Constitucional de 1926, culminando com o movimento revolucionário, vitorioso em 1930.

Simultaneamente, o crescimento do nacionalismo, principalmente na educação, desencadeou uma série de reformas educacionais. A escolarização começou a ser vista como caminho para o progresso nacional. O ensino secundário caracterizava-se como um curso para as elites e destinado às escolas superiores. A classe média em ascensão, identificou-se com as lutas do operariado, mas percebeu a educação como uma forma de ascensão social passando a reivindicar acesso a esse grau de ensino.

Até 1930, foram muitas as reformas educacionais tentando estabelecer um ensino secundário estruturado e seriado para a formação dos adolescentes. O ensino seriado concorria com os exames parcelados que preparavam o aluno superficial e rapidamente para o curso superior. Apesar desses esforços e das transformações sociais, os valores da sociedade agrário-comercial pesaram sobre a estrutura da escola secundária, não alterando seu caráter de ensino preparatório à universidade (NAGLE, 1974). Como acentua Peres, o ensino continua dando maior importância à memorização e à habilidade de repetir mecanicamente (PERES, 1985).

A abordagem histórica inicial neste texto permite uma melhor compreensão das lutas reivindicatórias que desencadearam tantas reformas ocorridas na educação. As reformas, apesar de manterem o caráter elitista, caminharam para uma revisão de suas características e objetivos, que culminará em 1931, com a

Reforma Francisco Campos, a primeira imposta em todo território nacional. Nela, tentou-se unificar a Aritmética, a Álgebra e a Geometria/Trigonometria em uma só disciplina, denominada Matemática. Esta proposta, pensada e organizada por Euclides Roxo, sofreu inúmeras críticas e modificações.

Para verificar como se apresentava o ensino de matemática, anteriormente à reforma Francisco Campos, descreveu-se, nos capítulos quatro e cinco, a estrutura da matemática do ensino secundário. Nesse sentido, ressaltou-se a trajetória seguida por um aluno do curso ginásial na década de 1920 e também o acúmulo de deliberações, decorrentes das reformas, que tinham de coexistir.

Na década de 1920, o estudo do ensino das matemáticas pode ser separado em dois momentos, em virtude da Reforma ocorrida em 1925 do ministro João Luiz Alves, conhecida como Reforma Rocha Vaz.

Inicialmente, as disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria estavam instauradas e bem definidas. A seriação dos ginásios estava organizada para as matemáticas, com as disciplinas sendo ministradas nos quatro primeiros anos do curso. Cada uma era vista em dois anos sendo a Aritmética no primeiro e segundo, Álgebra e Geometria no terceiro e quarto. Os alunos obtinham diversas notas durante o ano, que seriam somadas às notas dos exames de primeira época. Este início de seriação, entendido como um processo gradual para a formação dos adolescentes, desaparece quando o aluno precisa fazer exame de segunda época, por ter sido reprovado na série anterior. Sua avaliação contará apenas com a nota do exame. Os exames eram compostos de prova oral e prova escrita contendo três exercícios de um ponto sorteado na hora da prova, frente a uma banca examinadora, que formulava questões teóricas e práticas.

Na segunda metade da década, a reforma Rocha Vaz institui a seriação obrigatória para todo curso secundário. Num primeiro momento, os ingressantes de 1926, seguiam a seriação obrigatória e aqueles com alguns exames parcelados já eliminados, tinham mais quatro anos para o ingresso no curso superior pelo antigo regime. Porém, já em 1927, é aprovada outra lei que praticamente restabelece o antigo regime e em 1928, outra, limitando o direito de permanecer no antigo regime, somente aos alunos que até o ano de 1924,

tivessem eliminado pelo menos um dos exames preparatórios ao curso superior. O sistema antigo ainda vigorava ao mesmo tempo em que o novo se instalava.

A seriação, uma das grandes finalidades educacionais que emanava da Reforma Rocha Vaz, era entendida como um curso com freqüência e exames obrigatórios. São os exames que dão a referência às séries ou, de acordo com ela própria, “constituem séries as provas de conclusão de estudo das matérias, nos diversos anos do curso...”. A série ficava atrelada ao exame de conclusão que o aluno realizava. Os exames continuam sendo a principal referência no ensino secundário.

Após a Reforma de 1925, as disciplinas Álgebra e Geometria/Trigonometria passam a ser ministradas em um ano. Apesar dessa mudança, todos os conteúdos antes ensinados em dois anos, seriam vistos pelos alunos em apenas um e, ao final do ano, fariam os exames que apresentavam a mesma estrutura de pontos. Havia a exigência legal que em todas as provas escritas, das três questões, uma fosse teórica, o que já ocorria freqüentemente.

Na verdade, com essas medidas, a antiga idéia de exames e pontos, foi reforçada pela obrigatoriedade e também pelo sistema de notas implantado. Além da concentração das disciplinas Álgebra e Geometria em um ano, as notas conseguidas pelos alunos durante o ano não se somariam à nota obtida nos Exames Finais ou de Promoção. O grande objetivo dos alunos durante o ano ficou assim reduzido à obtenção de boas notas nos Exames Finais. São anos em que a principal referência do ensino secundário é dada por um conjunto de exames. São eles: exames parcelados, de admissão ao ginásio, de promoção ou finais para os alunos do ginásio e alunos externos.

Pela análise das provas, se em 1920, nos Exames de Álgebra, uma das questões determinava a resolução de uma equação, em 1928, também apareciam questões para resolver equações, diferentes apenas no grau da equação a determinar. Se, em 1924, pode ser encontrado um sistema de equações para resolver, isto também ocorre em 1927, 28 e 29, diferenciadas pelo grau ou número de incógnitas das equações. Também aparecem questões para dividir

polinômios em 1922, 26, 27, 28, e 29 e cálculo com as frações algébricas em 1926, 27 e 28.

Em Geometria, todos os problemas tinham como objetivo determinar algum elemento dos poliedros ou de corpos redondos, dos cilindros, circunferências ou quadriláteros. Em 1923, por exemplo, foi descrito um problema para determinar o volume da pirâmide regular que tinha por base um hexágono regular de 288m^2 e cada face lateral 200m^2 . O mesmo ocorreu em 1929: calcular o volume de uma pirâmide regular que tem por base um decágono de 3m de raio, com altura igual ao apótema da base.

Em Aritmética, os problemas se diferenciavam pela imposição da reforma de que no primeiro ano somente fossem dadas questões práticas. Durante toda a década as questões tinham a mesma forma, ou seja, encontramos problemas para o cálculo de juros em 1920, 26, 27, 28, e 29, assim como o cálculo da raiz quadrada em 1923, 25, 26, 28 e 29.

Os exames permaneceram praticamente inalterados, quanto aos conteúdos e objetivos das questões. Assim, é possível justificar que a permanência do mesmo sistema de exames revelou o peso da herança dos preparatórios na definição das disciplinas matemáticas. Iniciados no século XIX como condição de ingresso aos cursos superiores, os preparatórios atravessaram um século e continuaram existindo no final da década de 1920, o que nos remete às reflexões de Viñao, relativamente à cultura escolar como algo sedimentado num longo período de tempo e que governa as práticas pedagógicas.

Foi a criação dos cursos jurídicos, em 1827, que estabeleceu uma série de exames de ingresso ao ensino superior. O aluno tinha que prestar exame de Língua Francesa, Gramática Latina, Retórica, Filosofia Racional e Moral e Geometria. As aulas avulsas surgidas em virtude dos exames, foram o início dos cursos preparatórios. No início do século XX os exames tornaram-se específicos e os pontos de Aritmética, Álgebra e Geometria serviam para os diferentes cursos superiores que existiam. Realizar os exames para ingresso no superior significava estudar os pontos dos exames e comparecer frente a uma banca examinadora. Os pontos organizavam toda a matemática escolar. A cada exame realizado, o

aluno obtinha um certificado. Depois de eliminar todos os exames tinha direito à matrícula no curso superior.

Com a reunião dos conjuntos de aulas avulsas surgem os liceus provinciais e, mais tarde, os ginásios, tendo sempre como referência, os pontos dos exames de ingresso aos cursos superiores.

Retomando o problema de pesquisa deste estudo, temos: Em que medida as práticas pedagógicas das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria, analisadas a partir de provas/exames a que ficaram submetidos os alunos nos anos 1920, representaram um entrave para a proposta de criação da disciplina Matemática nos anos 1930? Esta prática, de exames e estudo de pontos, manteve-se constante e representou um grande entrave à unificação das matemáticas, pensadas de acordo com Euclides Roxo, em seu projeto de reorganização e revisão das finalidades do estudo das matemáticas do secundário. Explica-se: a manutenção da mesma estrutura dos exames finais, antes e depois da Reforma Rocha Vaz, consolidou e reforçou o caráter de independência dos ramos matemáticos organizados como disciplinas autônomas (Aritmética, Álgebra e Geometria). Isso representou enorme empecilho para uma reforma (Reforma Francisco Campos) que pretendia unificar os ramos numa só disciplina denominada matemática.

Retomando Chervel, vale lembrar que uma disciplina é constituída, com diferentes pesos relativos, de um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e motivação e um aparelho docimológico, elementos que funcionam em estreita colaboração. Como se viu, o aparelho docimológico representou um elemento fundamental na definição das disciplinas matemáticas nos anos 1920.

Na década de 1920, herdeira de todo o sistema de exames preparatórios, o peso relativo do aparelho docimológico foi muito grande. Independente da legislação que impunha a seriação, foram os exames que definiram as disciplinas. A prática escolar se assentou nos exames que apesar da existência centenária, quase nada mudaram.

Conseqüentemente, para o período estudado, tomar as avaliações, os exames, as provas, enfim todo o aparelho docimológico, não significou

unicamente buscar uma história das práticas avaliativas. Para este trabalho, a análise das provas representou o modo de perceber o peso relativo enorme que elas tiveram na definição das próprias disciplinas escolares matemáticas.

A turbulência dos anos 1920, pouco alterou as disciplinas matemáticas. Através da análise de Nagle (1974), já mencionada anteriormente, a permanência dos valores da oligarquia agrária se fez presente e justifica as poucas alterações do ensino secundário. A expressão dessa permanência, no ensino de Matemática, está representada na continuidade do peso do aparelho docimológico. Desse modo, a Álgebra, Aritmética e a Geometria não alteraram o seu funcionamento e reforçaram os seus limites disciplinares, permanecendo preparatórias aos exames, passaporte para o ensino superior.

BIBLIOGRAFIA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LEGISLAÇÃO

BRASIL. Decreto no. 4.227, de 23 de novembro de 1901.

BRASIL. Decreto no. 5.578, de 16 de novembro de 1924.

BRASIL. Decreto no. 16.782A de 13 de janeiro de 1925.

BRASIL. Decreto no. 4.166, de 31 de dezembro de 1926.

BRASIL. Decreto no. 5.303A, de 31 de outubro de 1927.

BRASIL. Departamento Nacional do Ensino. **Pontos** para os exames do curso seriado e de preparatórios, organizados de acordo com o art. 39 das instruções expedidas pelo Diretor Geral do Departamento. Rio de Janeiro: Typ. Baptista de Souza, 1926.

BRASIL. Ministério da Justiça e Negócios Interiores. Aviso de 16 de janeiro de 1929.

OBRAS

ARQUIVO ESCOLAR DA ESCOLA ESTADUAL DE SÃO PAULO, São Paulo. **Prontuários de ex-alunos. Livro de Atas da Congregação. Diário de Classe dos Professores, 1920-1930. Livro de Boletins de Exames Orais.**

BAILLOT, A. **Curso de Aritmética.** São Paulo: Typ. Modelo, 1915.

BICUDO, J.C. **O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (1920 a 1930).** São Paulo, 1942.

CAMARGOS, M. **Villa Kyrial: Crônica da Belle Époque Paulistana.** São Paulo: Editora SENAC, 2001.

CARVALHO, M. M. C. **Molde nacional e fôrma cívica:** higiene, moral e trabalho no projeto da Associação Brasileira de Educação (1924-1931). Bragança Paulista; EDUSF, 1998.

CASTRUCCI, B. Discurso em homenagem a Cândido Gomide. In: **Arquivo IME-USP**, 1955.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação, nº 2.** Porto Alegre: Pannonica, 1990.

GALANTE, C. **Memórias Carlos Galante** – professor e engenheiro, como perder o medo da Matemática. São Paulo: Editora do Brasil S/A, 1997.

GOMIDE, C. G. **Lições de Álgebra**. São Paulo. Escolas Profissionais Salesianas do Lyceu Coração de Jesus, 1924.

GOODSON, I. E. **A construção social do currículo**. Lisboa: EDUCA, 1997.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. In: **Revista Brasileira de História de Educação, nº 1**. Campinas: Editora Autores Associados, 2001.

LAVILLE, C. A próxima reforma dos programas escolares será mais bem sucedida que a anterior? In: **Novas Políticas Educacionais: Críticas e Perspectivas**. São Paulo: PUC-SP, 1998.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

NADAI, E. **O Ginásio do Estado de São Paulo: uma preocupação republicana (1889-1896)**. São Paulo: FEUSP/Estudos e Complementos 1987.

NAGLE, J. **Educação e Sociedade na Primeira República**. São Paulo: EPU, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

NUNES, C. et al Historiografia da educação e fontes. In: **Cadernos Anped**, Set nº 5, 15ª Reunião anual da Anped: Editora Autores Associados, 1993.

PEIXOTO, A. C. **Educação no Brasil anos vinte**. São Paulo: Edições Loiola, 1983.

PERES, T. R. Movimento de democratização do ensino secundário brasileiro (1920-1929): o 'modelo' estrangeiro. In: **Didática, v. 21**. São Paulo, 1985.

PROCHASSON, C. Atenção: Verdade! Arquivos privados e renovação das práticas historiográficas. In: **Revista Estudos Históricos**. Fundação Getúlio Vargas. São Paulo, 1998.

RIBEIRO, M. V. T. Os arquivos das Escolas. In: NUNES, C. Et alii. **Guia preliminar de fontes para a educação brasileira**. Relatório de Pesquisa. Rio de Janeiro: ANPED/INEP, 1992.

ROCHA, J. L. **A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos**. Rio de Janeiro. Originalmente apresentada como dissertação de Mestrado em Matemática. PUC-RJ, 2001.

VALENTE, W. R **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730 – 1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.

VALENTE, W. R. (coord.): **História da educação matemática no Brasil, 1920-1960**. Projeto em Andamento (Auxílio à Pesquisa - FAPESP/PUCSP), 2001.^a

VALENTE, W. R (coord.): Exames e provas como fontes para História da Educação. In: **Os exames de admissão ao Ginásio 1931 – 1969**. Arquivos da Escola Estadual de São Paulo. São Paulo: Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. 3 CD-ROM, 2001.b.

VIÑAO, A. "**Culturas escolares y reformas** (sobre la naturaleza histórica de los sistemas e instituciones educativas)". Universidad de Murcia. Campinas: FE/UNICAMP, mimeo, 2000.

ANEXOS

Anexo 1

Regimento interno do ginásio, de 1919, seguido pelo de 1926.

DECRETO N. 3033- DE 26 DE FEVEREIRO DE 1919.

Manda cumprir o Regimento Interno para os Ginásios do Estado.

O Presidente do Estado de São Paulo, usando da atribuição que lhe confere o art. 38 n. 2 da Constituição e tendo em vista o disposto no art. 30 letra K, do decreto n. 11.530, de 18 de Março de 1915, resolve expedir e mandar cumprir o Regimento Interno para os Ginásios do Estado, que com este baixa, aprovado pelo Conselho Superior do Ensino e com as modificações por este propostas em seu parecer n. 3, de 23 de Fevereiro de 1918.

Palácio do Governo do Estado de S. Paulo, aos 26 de Fevereiro de 1919.

ALTINO ARANTES.

Oscar Rodrigues Alves

REGIMENTO INTERNO PARA OS

Ginásios Oficiais do Estado de São Paulo

CAPÍTULO I

FINS DOS GINÁSIOS, SUA ORGANIZAÇÃO, DISTRIBUIÇÃO DO ENSINO E HORÁRIOS

Artigo 1º - Os ginásios oficiais do Estado de São Paulo, têm por fim proporcionar a alunos externos a instrução secundária e fundamental, necessária e suficiente ao bom desempenho dos deveres de cidadão, e bem assim ministrar o ensino de modo que possam os seus alunos ficar habilitados á prestação, em qualquer academia, do exame vestibular de que trata a letra C do artigo 77 do Decreto Federal n. 11.530, de 18 de Março de 1915. (Decreto n.858, artigo 2º; Regimento Interno do Colégio Pedro II, artigo 11).

Artigo 2º - O curso será feito em seis anos, sendo o estudo das matérias distribuído pela seguinte forma:

1º ano - Português, Francês, Italiano, Aritmética e Geografia geral ;

2º ano - Português, Aritmética, primeiras noções de Álgebra, Francês, Italiano, Inglês e Geografia física e política em geral e do Brasil.

3º ano - Português, Álgebra, Geometria, Francês, Italiano, Inglês, Latim, Chorographia do Brasil e noções de Cosmografia.

4º ano - Português, Álgebra, Geometria e Trigonometria, Francês, Inglês, Alemão, Latim, Grego e História Universal.

5º ano - Literatura, Mecânica e Astronomia, Física e Química, História Natural, Inglês, Alemão, Latim, Grego e História Universal.

6º ano - Literatura, Física e Química, História Natural e noções de Antropologia, Psicologia e Lógica, Alemão, Grego e História do Brasil.

§ 1º - Além do estudo dessas matérias haverá aulas de Desenho nos quatro primeiros anos e exercícios de Ginástica e Instrução Militar, em todos os anos do curso.

§ 2º -O curso completo dos Ginásios habilita o estudante a receber o grau de bacharel em Ciências e Letras e o curso propedêutico, isto é sem o estudo de matérias facultativas, dá-lhe o direito á inscrição nos exames vestibulares dos cursos superiores da República.

Artigo 3º - Os exercícios de ginástica serão executados, tendo-se em vista a higiene e o desenvolvimento físico dos alunos, e a instrução militar será ministrada de acordo com a legislação federal, em vigor.

Artigo 4º -Cada aula deverá durar 50 minutos com o intervalo necessário para o descanso dos alunos entre uma e outra. Esse intervalo será determinado, de acordo com as condições do prédio, mas não será nunca inferior a dez minutos. O número das aulas de cada disciplina por semana, é o determinado pelo quadro que se segue:

1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano
Arit 4	Arit. } Algebra. }3	Algebra. } Geom. }4	Algebra. } Geom. }4 Trigono. }	Mec.Ast 3 Phys.Chim 4 Hist.Nat 2	Phys.Chim 3 H.Nat } 5 Antr. }
Geog 3 Pot. 3 Franc. 4 Ital. 2	Geog. 3 Pot. 3 Franc. 3 Ital. 2 Ingl. 3	Geog. 2 Pot. 2 Franc. 2 Ital. 2 Ingl. 3	Pot. 2 Franc. 1 Ingl. 2 Alemão . 3 Latim 3 Grego 3 His.Un. 3	Literatura 2 Ing. 1 Alemão 3 Latim 3 Grego 3 His.Un.. 3	Psi.Log 6 Literatira 2 Alemão . 2 Grego 3 H. Bra 3
Desenho 3 Ginástica 1	Desenho 2 Ginástica 1	Desenho 2 Ginástica 1	Desenho 2 Ginástica 1	Ginástica 1	Ginástica 1
Total20	Total 20	Total 22	Total 24	Total 25	Total 24

Artigo 5º - Os horários serão organizados de forma que as primeiras horas sejam aproveitadas para lições e exercícios que exijam maior soma de trabalho intelectual e que se mantenha, tanto quanto possível, o intervalo de 48 horas entre as aulas da mesma matéria, no mesmo ano.

Artigo 6º - O aluno poderá obter dispensa das matérias facultativas: Mecânica e Astronomia, Grego e Literatura, assim como optar pelo estudo de uma das matérias: Inglês ou Alemão. Em qualquer destes casos só se formará desistindo do diploma de bacharel.

§ único - A dispensa ou opção deve ser requerida ao diretor na ocasião da matrícula em qualquer ano ou na prestação dos respectivos exames. Fora destas épocas só pode ser concedida pelo Secretario do Interior.

Artigo 7º - As aulas de matemática no 3º ano e no 4º serão distribuídas pela forma seguinte: no 3º ano, 2 aulas de Geometria por semana e 2 de Álgebra; no 4º ano 3 de Geometria e Trigonometria e 1 de Álgebra.

§ único - As aulas de Álgebra no 4º ano devem ter em vista a recapitulação da matéria dada nos anos anteriores.

CAPÍTULO II - Programas de Ensino

Artigo 8º - O ensino será regulado por programas aprovados pela Congregação em sessão expressamente convocada, e que será realizada 30 dias pelo menos, antes da época fixada para a abertura das aulas. (Artigo 70, do decreto 11.530).

§ único - Os programas das matérias exigidas para inscrição de exames

vestibulares nos cursos superiores devem conter, no mínimo, as teses explicadas nos cursos do Colégio Pedro II.

CAPÍTULO VIII - Da freqüência e das aulas

Artigo 68. – O ano letivo dos ginásios começará a 15 de Abril e terminará a 15 de dezembro. (Art.46)

Artigo 69. – As aulas funcionarão todos os dias úteis com observância rigorosa do “horário”, organizado de acordo com o Art. 4º (Art. 47).

Artigo 70. - Além dos domingos e dias feriados, conforme as leis federais e do Estado, cessarão todos os trabalhos dos ginásios no período que decorrer do encerramento a abertura do ano letivo, sem prejuízo dos misteres de exames e congregações e dos que dizem respeito à guarda do prédio e ao expediente da administração.

§ único. - Considerar-se-ão feriados os dias de aniversário do respectivo Ginásio e os que decorrerem de quinta-feira santa até sábado da aleluia. (Art. 48).

Artigo 71. - A presença dos alunos nas aulas será verificada pelos contínuos, sendo a chamada fiscalizada pelo respectivo professor. (Art. 49)

Artigo 72. - Os alunos deverão estar na sala cinco minutos antes da chegada do lente, considerando-se em falta o que entrar depois do lente. (Art. 50) .

Artigo 73. – As lições diárias, bem como as sabatinas e outros exercícios dos alunos que forem determinados pelos lentes, serão notados por meio de graus, desde 0 até 10, sendo consideradas:

Ótimas, as de grau 10

Boas, as de 6 a 9

Sofríveis, as de 4 a 5

Más, as de zero a 3. (Art. 51.)

Artigo 74 – Em cada ginásio haverá um livro em que os lentes inscreverão diariamente a parte da matéria explicada em suas aulas, e onde consignarão qualquer incidente, que por ventura se tenha dado e que exigir do diretor alguma providência ou aplicação de pena. (Art. 52)

Artigo 75. – Para a base de suas médias mensais, deverão os lentes lançar, em suas cadernetas de chamadas, notas de lições dadas pelos alunos. Essas notas deverão ser escritas a tinta.

§ único. – Quando, no decurso do mês, o professor, não tenha podido, por motivos extraordinários, chamar todos em classe, deverá levar esse fato ao conhecimento do diretor (Art. 53).

Artigo 76. - Haverá também em cada mês, na primeira aula depois do dia 20, nas classes em que isto for aplicável, uma sabatina escrita, sendo os alunos previamente avisados de que, além da falta, será passível da nota «zero», os que deixarem de comparecer nesse dia.

§ 1º - O aluno que tiver plenamente justificado sua falta á sabatina, será antes do fim do mês chamado e argüido de modo tal que o professor possa ajuizar da sua aplicação.

§ 2º -As cadernetas de notas ou chamadas se conservarão em poder dos lentes e poderão ser examinadas pelo diretor, quando este julgar conveniente (Art. 54).

Artigo 77. - Os alunos matriculados em qualquer dos anos dos ginásios, ficarão sujeitos ás seguintes penas disciplinares, sempre proporcionadas ás gravidades das faltas.

1. -Admoestação particular ;
2. -Notas desfavoráveis nos boletins mensais ;
3. -Repreensão em aula ;
4. -Exclusão momentânea da aula

5. -Exclusão temporária do ginásio, por 5 a 20 dias;
6. -Exclusão temporária por um ano;
7. -Exclusão temporária por dois anos;
8. -Exclusão definitiva (Art. 55) j

Artigo 78. - As penas 1, 3 e 4 são aplicáveis pelos lentes e mestres, sendo que a exclusão da aula pelo lente só deve ser feita em casos de absoluta ineficácia de outros meios e quando lhe seja impossível manter a disciplina sem essa medida. As de 1, 2, 3 e 5 pelo diretor e as três últimas pela Congregação, sob proposta do diretor, no caso de falta gravíssima ou absoluta ineficácia de outros meios disciplinares

§ 1º – As penas sob os números 1 a 5 serão impostas de plano, sem outra dependência além da verdade conhecida.

§ 2º – As penas sob os n. 6 a 8 serão aplicadas mediante processo instaurado pelo diretor, facultando-se ao acusado o direito de defesa

§ 3º – Nos casos do § 2º, se assim o exigir a disciplina do estabelecimento, poderá o diretor, preventivamente, excluir o acusado do ginásio, vedando-lhe a entrada até o julgamento da Congregação (Art. 56.)

Artigo 82. – Logo tenha a Secretaria concluído o quadro das notas e das faltas mensais dos alunos, expedir-se-ão aos pais e mais interessados, boletins relativos ao aproveitamento e procedimento deles.

§ 1º – A nota ótima, por sua equivalência numérica será consignada em procedimento só quando o aluno, por atos repetidos, se salientar como exemplar.

§ 2º – Cada boletim irá acompanhado de recibo que, depois de assinado pelos pais ou interessados, será devolvido ao diretor.

Artigo 92. – Devem os alunos :

1º – Manter boa conduta nas classes, ou em qualquer parte do estabelecimento.

2º – Acatar a autoridade e cumprir as determinações do diretor e dos lentes ou de qualquer funcionário encarregado de velar sobre a disciplina do estabelecimento.

3º – Dar entrada pontual no ginásio a hora em que começarem as aulas.

4º – Entrar e sair das classes em ordem e sem barulho.

5º – Guardar o silêncio, sossego e atenção durante as aulas.

6º – No caso de falta de qualquer aula, conservar-se durante a hora na classe respectiva, na maior ordem e entregue a estudos.

7º – Portar-se nos recreios com a moderação que convém a meninos e moços de boa educação, usando de urbanidade e cortesia, quer para com os seus colegas, quer para com qualquer outra pessoa .

§ único. -Os alunos que deixarem de cumprir estas prescrições estão sujeitos as penas do artigo 77.(Art.71).

CAPÍTULO VIII - Dos exames em geral

Artigo 93. – Além dos exames de admissão haverá nos ginásios do Estado exames de promoção ou finais, segundo tenha ou não o aluno de continuar no ano seguinte o estudo da matéria ou deva concluí-la nesse exame.(Art.72)

Artigo 94. – Os exames para os alunos do curso se realizarão em duas épocas, sendo a primeira logo em seguida ao encerramento das aulas, quanto aos exames de promoção e na época fixada pelo artigo 101 quanto aos finais.

Artigo 95. – Para os exames da primeira época não há Inscrição, sendo os alunos chamados mediante a lista organizada na Secretaria, de acordo com a matrícula de cada ano, sendo excluídos os eliminados durante o ano e os que deixarem de pagar a segunda prestação da taxa de matrícula e não tiverem obtido dispensa de tal pagamento. (Artigo 74).

Artigo 96. – Os exames de segunda época são exclusivamente destinados aos alunos que, por motivo bem justificado, a juízo do diretor, deixaram de prestar na primeira época um, alguns ou todos os exames do ano e aos alunos que

dependerem da aprovação de uma das matérias do ano para conseguir a sua promoção. (Art. 75).

Artigo 98. – Os exames, quer de promoção, quer finais constarão de provas escritas, orais e práticas. (Art.77 modificado de acordo com o parecer do Conselho Superior).

Artigo 100. – O aluno que for reprovado em mais de uma matéria, será eliminado da lista de chamada das outras matérias do ano. (Art. 79).

Artigo 101. – Os exames da primeira época começarão em 1º de Dezembro e os da segunda se realizarão na última quinzena de Março. (Art. 80).

Artigo 103. – Os alunos dos ginásios serão inscritos mediante a exibição do certificado de pagamento da segunda prestação da taxa de matrícula e não poderão prestar exame, de uma só vez, das matérias de mais de um ano escolar. (Art. 82).

Artigo 107. - O pagamento da taxa de inscrição será feito na repartição fiscal respectiva mediante guia do secretario do ginásio, e só dará direito ao exame correspondente e na época em que ela for paga. (Art. 86)

Artigo 108. – Cada candidato não poderá se inscrever sob pena de nulidade dos exames, na mesma época, em igual matéria, em mais de um ginásio. (Art. 87)

Artigo 110. – Encerradas as inscrições, os candidatos inscritos serão chamados a prestar exame de cada matéria, por uma lista organizada alfabeticamente e inserida no edital a que se refere o artigo 111.

§ único.- Quando o número dos inscritos for de tal ordem elevado que não seja possível a terminação dos exames antes do dia 31 de Dezembro, poderá o diretor organizar uma lista formada dos que concluem nessa época os preparatórios e dos alunos do último ano do ginásio, a fim de prestarem exames com tempo de poderem se inscrever nos exames vestibulares dos cursos superiores.(Art.89)

Artigo 111. - Os exames começarão mediante prévio aviso, por edital afixado na portaria do estabelecimento e publicado pela imprensa no primeiro dia útil de Dezembro (Art. 90)

Artigo 112. Todas as provas de cada exame serão feitas no mesmo dia e cada turma será em número tal de examinandos, que permita segura fiscalização durante as provas escritas. (Art.91)

§ único. - Quando o estudo da matéria nos ginásios for mais desenvolvido que do Colégio Pedro II, os alunos matriculados podem ser argüidos também nos pontos não mencionados nos programas daquele Colégio.

Artigo 113. - As provas escritas se farão por matéria, a portas fechadas, e terão a duração máxima de duas horas, sendo, em absoluto, vedada a presença de pessoas estanhas ao ato, dentro ou nas imediações das salas em que elas se realizarem. (Art.92)

Artigo 114. - Os examinandos não poderão utilizar-se de apontamentos ou livros, salvo os de texto, as taboas e dicionários permitidos pela comissão examinadora, bem como não poderão comunicar-se, durante os trabalhos das provas.(Art. 93)

Artigo 118. – As provas escritas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria consistirão na resolução de três questões, não muito difíceis, formuladas pela comissão examinadora, relativas ao ponto do programa que tiver sido sorteado; as provas orais constarão de argüição sobre os pontos tirados a sorte pelo examinando. (Artigo 97).

Artigo 125. – Os pontos de exame serão sempre sorteados, qualquer que seja a prova, (Artigo 104).

Artigo 126. – As provas escritas serão feitas a portas fechadas, rigorosamente fiscalizadas e em papel rubricado pela Comissão. (Artigo 105).

Artigo 127. – O julgamento das provas escritas será feito por graus de zero a 10, lançando cada examinador em cada uma dessas provas o grau que ela merecer e a média obtida dessas apreciações individuais será a nota final da prova escrita. (Artigo 106).

Artigo 128. – Concluído o julgamento das provas escritas começarão as provas

orais ou prático-orais, as quais serão sempre públicas. (Art. 107)

Artigo 129 – É lícito ao presidente da Comissão Examinadora interrogar os candidatos, sem prejuízo do tempo concedido aos examinadores para a arguição (Art.108)

Artigo 130. – Para a prova escrita dar-se-á o prazo máximo de duas horas e, para cada exame oral, em ciências, meia hora e em línguas, vinte minutos no máximo.

Artigo 131. – No exame oral, cada candidato terá para pensar sobre o ponto sorteado o tempo que durar a prova do seu antecessor, cabendo ao primeiro examinando vinte minutos. (Art.111)

Artigo 132 – Terminadas as provas orais de cada dia serão elas julgadas pelo mesmo processo aplicado ao julgamento das provas escritas, tirando-se as médias dos graus dados pelos examinadores, a qual representará a nota final da prova oral. Somam-se então as notas finais das provas escrita e oral e, dividindo-se essa soma por dois, o quociente representa a nota final do exame.

§ 2º. – Nos exames da primeira época haverá para os alunos matriculados dos ginásios do Estado um outro elemento de apreciação, constituído pela média ou conta de ano de cada aluno. O grau de aprovação será representado então pelo quociente da divisão da soma de todos os graus das diversas provas e da conta do ano por um número que contenha tantas vezes a unidade quantas forem as parcelas a serem tomadas em consideração.

§ 3º. - A média anual resultará de todas as notas obtidas pelo aluno durante período letivo. (Art. 111)

Artigo 133. - As notas de julgamento são as seguintes: - Distinção, Plenamente, Simplesmente e Reprovado. (Art.112)

Artigo 134. - Considera-se aprovado com distinção o aluno que obtiver média superior a 9 1/2 ; aprovado plenamente, o que obtiver média compreendida entre 6 inclusive e 9 1/2 inclusive; Simplesmente, o que alcançar média compreendida entre 3 1/2 exclusive e 6 exclusive; reprovado, o que não obtiver média superior a 3 1/2. (Art. 113)

Artigo 146. – O julgamento das provas é secreto, sem exceção, e feito logo após a exibição das mesmas. (Ar. 125)

Artigo 147.– Os alunos reprovados em mais de uma disciplina, na primeira época, ou em uma só, na segunda, repetirão todas as matérias do ano quando não forem finais os outros exames em que tenham sido aprovados.(Art. 126)

Artigo 156. – As comissões examinadoras serão constituídas por três professores do ginásio, nomeados pelo respectivo diretor. (Art. 135)

Artigo 157. – Quando haja conveniência, o diretor tomará parte na banca examinadora, cabendo-lhe neste caso a presidência dos trabalhos. Nos demais casos, o lente mais antigo do estabelecimento, dentre os que constituírem a banca, será o presidente.

CAPÍTULO X - Disposições gerais

Artigo 173. – São considerados finais, valendo para todos os efeitos, os exames seguintes, prestados perante as bancas dos ginásios, constituídas de acordo com este regimento: - Aritmética, do 2º; Geografia e Italiano, do 3º; Álgebra, Desenho, Geometria e Trigonometria, Português e Francês, do 4º; Mecânica e Astronomia, História, Latim e Inglês, do 5º; História Natural, Física e Química, Literatura, História do Brasil, Psicologia e Lógica, Grego e Alemão, do 6º. (Art. 152)

Artigo 183. – Será conferido o grau de bacharel em Ciências e Letras aos alunos que tendo seguido o curso completo, forem aprovados em todas as matérias do 6º ano. (Art. 162).

Artigo 188. – O aluno que não obtive o grau de bacharel por não haver estudado as matérias facultativas das que trata o Artigo 6º, terá direito à inscrição em exames

vestibulares, mediante certificado de aprovação em todas as matérias obrigatórias do 6º ano. (Art. 167)

Artigo 189. – Os diplomados por escolas normais secundárias do Estado, poderão obter o grau de bacharel em Ciências e Letras ou formar-se sem esse título em qualquer dos ginásios, uma vez que prestarem nestes estabelecimentos exames de todas as matérias não estudadas naquelas escolas.

§ 1º – Esses exames serão vagos e serão prestados no mês de Dezembro ou de Marco, mediante requerimento do interessado ao diretor do ginásio.

Decreto N. 4.166 – de 31 de Dezembro de 1926

**REGIMENTO INTERNO
DOS GINÁSIOS DO ESTADO**

CAPÍTULO I

Fins dos ginásios, sua organização, distribuição do ensino e horários.

Artigo 1º - Os ginásios oficiais do Estado de São Paulo têm por fim proporcionar a alunos externos a instrução secundária e fundamental, necessária e suficiente ao bom desempenho dos deveres de cidadão.

Artigo 2º - O curso será feito em seis anos, sendo constituído de matérias obrigatórias e de matérias facultativas.

§ 1º – São matérias obrigatórias:

1º ano – Português, Aritmética, Geografia Geral, Inglês, Francês, Instrução moral e cívica, Desenho e Ginástica.

2º ano - Português, Aritmética, Chorographia do Brasil, História Universal, Francês, Inglês ou Alemão, Latim, Desenho e Ginástica.

3º ano – Português, História Universal, Francês, Álgebra, Inglês ou Alemão, Latim, Desenho e Ginástica ,

4º ano – Português (Gramática Histórica), Latim, Geometria, Trigonometria, História do Brasil, Física, Química, História Natural, Desenho e Ginástica.

5º ano - Português (noções de literatura), Cosmografia, Latim, Física, Química, História Natural, Filosofia, Desenho e Ginástica.

§ 2.º - São matérias facultativas: Italiano, no 1º ano, no 2º e no 3º; Inglês ou Alemão (a escolha do aluno), no 2º ano e no 3º; Grego, no 4º ano no 5º e no 6º; Mecânica e Astronomia, Literatura Brasileira, Literatura das línguas latinas, História da Filosofia e Sociologia, no 6º ano.

Artigo 5º – O curso será professado em aulas e exercícios práticos, de duração de 50 minutos, com um intervalo mínimo de 10 minutos, conforme os quadros seguintes:

MATÉRIAS OBRIGATÓRIAS

1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano
Português 3	Português 3	Português 3	Português 3	Português 2
Aritmética 3	Aritmética 3	Aritmética 3	(Gram.Hist) 3	(noç de litera) 2
Geograf Geral 3	Chor do Brasil 3	Chor do Brasil 3	Geomet e Trigo 4	Cosmografia 3
	H.Universal . 3	H.Univ. 3	Física 6	Física 3
Francês 3	Francês 3	Francês 3	Histo do Brasil 3	Filosofia 3
Inglês 3	Inglês ou	Inglês ou	Química 6	Química 3
Instrução	Alemão 3	Alemão 3	Hist. Natural 6	H. Natural 3
moral cívica 3	Latim 3	Latim 3	Latim 3	Latim 3

Desenho Ginástica	3								
----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---

MATÉRIAS FACULTATIVAS

1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano
Italiano 2	Italiano 2 Inglês ou Alemão 3	Italiano 2 Inglês ou Alemão 3	Grego 2	Grego 3	História da Filosofia 3 Mecânica e Astronomia 3 Grego 3 Literatura Brasileira 3 Literatura das línguas latinas 3 Sociologia 3

Artigo 6º - Constituem séries as provas de conclusão de estudo das matérias, nos diversos anos do curso, assim discriminadas: no 1º ano, Instrução moral e cívica; no 2º, Geografia e Chorographia do Brasil e Aritmética; no 3º, Francês, Inglês ou Alemão, Álgebra e História Universal e Italiano; no 4º ano, Geometria e Trigonometria, e História do Brasil; no 5º ano, Português, Latim, Física, Química, História Natural, Cosmografia e Filosofia.

CAPÍTULO II - Programas

Artigo 9º – O ensino de cada matéria será regulado por programas formulados pelos respectivos lentes e aprovados pela Congregação em sessão expressamente convocada e que será realizada antes da abertura das aulas.

§ 1º – Quando o catedrático não apresentar o programa, a Congregação poderá resolver que seja adotado o do ano anterior, ou o de outro estabelecimento de ensino congênere, ou designará comissão especial que o formule.

§ 2º – Nenhum programa poderá ser aprovado se possuir orientação estritamente sectária sob o ponto de vista doutrinário, ou se aberrar extraordinariamente dos programas equivalentes em institutos congêneres oficiais dos demais países cultos.

Artigo 10 – Os programas deverão ser organizados de modo que possa ser lecionada toda a matéria do ano letivo.

Artigo 11- Na organização dos programas terão em vista os professores as aplicações práticas da matéria ensinada.

Artigo 13 – O conjunto de estudos do curso secundário integral nos Ginásios do Estado de São Paulo, compreende as seguintes matérias: - Português, Francês e Latim, obrigatórias; Inglês ou Alemão, à escolha do aluno: Italiano, Grego, Mecânica e Astronomia, facultativas; Instrução Moral e Cívica, Geografia, Cosmografia, Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, História Universal e do Brasil, Física, Química, História Natural, Filosofia, História da filosofia, Literatura Brasileira e das Línguas Latinas e Sociologia.

CAPÍTULO X - Da admissão e matrícula de alunos.

Artigo 117 – Os pais, tutores ou encarregados da educação dos candidatos à matrícula, deverão apresentar ao respectivo diretor, do dia 16 ao dia 25 de Fevereiro, os requerimentos solicitando exame de admissão para o ano letivo próximo.

§ único – Esses requerimentos serão acompanhados do recibo do pagamento da taxa respectiva.

Artigo 118 – As inscrições serão anunciadas por editais afixados na portaria do estabelecimento e publicados no “Diário Oficial” do Estado, dez dias antes da época em que se devam realizar.

Artigo 119 – Os exames de admissão terão início no primeiro dia útil da segunda quinzena de Marco, sendo os candidatos convocados, quer as provas escritas, quer as orais, por editais afixados na portaria do estabelecimento e publicados no “Diário Oficial”.

Artigo 121 – O exame de admissão constará das seguintes disciplinas: noções concretas, acentuadamente objetivas, de instrução moral e cívica, de português, de cálculo aritmético, de morfologia geométrica, geografia e história pátrias, de ciências físicas e naturais e de desenho.

§ 1º – Haverá uma prova escrita de português e caligrafia e outra de aritmética, sendo esta acompanhada de uma parte gráfica de morfologia geométrica e desenho.

§ 2º – Ambas as provas escritas serão eliminatórias, não podendo prosseguir nos exames o candidato que em qualquer delas alcançar nota inferior a quatro (4).

§ 3º – A prova escrita de português e caligrafia constará de um ditado de 15 linhas impressas, de escritor nacional contemporâneo e de uma copia de 10 linhas também impressas.

§ 4º – A segunda prova escrita constará: a) da resolução de três questões elementares e práticas de aritmética; b) da representação gráfica singela a mão livre e a lápis, das principais figuras geométricas.

§ 5º – A prova oral constará do seguinte: leitura expressiva e análise léxica elementar de texto breve e fácil de escritor nacional contemporâneo; resolução de questões fáceis e práticas de cálculo aritmético; noções concretas acentuadamente objetivas, de instrução moral e cívica, nomenclatura geográfica, geografia e história pátrias ciências físicas e naturais (lições de coisas)

§ 6º – O padrão do programa de instrução moral e cívica para admissão ao 1º ano será objetivo e contará do ensino sempre exemplificado com fatos, de noções de civildade, sociabilidade, solidariedade, trabalho, verdade justiça equidade, amenidade no trato, gentileza, asseio e higiene amor da família e da pátria, altruísmo, etc.

Artigo 122 – Os exames serão prestados perante uma comissão composta de duas juntas, constituída cada uma de três professores catedráticos, designados pelo diretor, sendo a primeira para português, aritmética e geografia, e a segunda para as demais matérias.

Artigo 131 – Os candidatos á matrícula no 1º ano, não repetentes, apresentarão seus requerimentos ao diretor, por intermédio da secretaria do respectivo Ginásio, na data a que se refere o artigo 127, exibindo os seguintes documentos:

- a) – certificado de que foi aprovado no exame de admissão;
- b) – certidão de idade, provando ter mais de 10 anos e menos de 17;
- c) – atestado de vacinação recente ou a prova de já ter tido varíola;
- d) – certificado médico comprovante de que o candidato não sofre de moléstia contagiosa ou infecto-contagiosa;
- e) – certidão do pagamento da primeira prestação de 60\$000 de taxa de matrícula, devendo a segunda prestação ser paga até 15 de Outubro, ou prova de haver obtido dispensa desse pagamento.

CAPÍTULO XI - Da freqüência e das aulas

Artigo 140 – O ano escolar é dividido em dois períodos: o primeiro, de 1º de Abril a 10 de Junho e o segundo de 1º de Julho a 15 de Novembro.

§ único – Os períodos de 11 a 30 de Junho e de 1º de Janeiro a 15 de Março serão considerados de férias escolares.

Artigo 141 – As aulas funcionarão todos os dias úteis, com observância rigorosa do horário organizado.

Artigo 142 – Além dos domingos e dias feriados, conforme as leis federais e do Estado, cessarão todos os trabalhos dos Ginásios no período de férias escolares, sem prejuízo dos misteres de exames e congregações e dos que dizem respeito à guarda do prédio e ao expediente da administração.

§ único - Considerar-se-ão feriados os dias de aniversário do respectivo Ginásio e os que decorrerem de quinta-feira santa até sábado de aleluia.

Artigo 143 – A presença dos alunos nas aulas será verificada pelos contínuos, sendo a chamada fiscalizada pelo respectivo professor.

Artigo 144 - Os alunos deverão estar na sala cinco minutos antes da chegada do lente, considerando-se em falta o que entrar depois do respectivo sinal do começo das aulas.

Artigo 145 – As lições diárias, bem como as sabatinas e outros exercícios dos alunos que forem determinados pelos lentes, serão notados por meio de graus, desde zero até dez, sendo consideradas:

Ótimas – as de grau 10
Boas – as de 6 a 9
Sofríveis – as de 4 a 5
Más – as de zero a 3

Artigo 146 – Em cada ginásio haverá um livro em que os lentes inscreverão diariamente a parte da matéria explicada em suas aulas, e onde consignarão qualquer incidente que por ventura se der e que exigir do diretor alguma providência ou aplicação de pena disciplinar.

§ único – Em caso de falta coletiva dos alunos, cumpre ao docente declarar a matéria que deveria ser explanada na lição do dia, a qual será considerada como explicada.

Artigo 147 – Para a base de suas médias, deverão os lentes lançar, em suas cadernetas de chamadas, notas de lições dadas pelos alunos. Essas notas deverão ser escritas a tinta.

§ 1º - Haverá em cada aula pelo menos uma sabatina escrita no segundo mês de cada bimestre isto é, em Maio, Julho, Setembro e Novembro, para o qual os alunos serão previamente avisados, incorrendo na nota zero os que a ela faltarem.

§ 2º – As cadernetas de notas ou chamadas se conservarão em poder dos lentes e poderão ser examinadas pelo diretor, quando este julgar conveniente.

§ 3º – Estas notas servirão para prudente apreciação do aproveitamento dos alunos não podendo, porém, constituir critério único e obrigatório para a aprovação, quer nos exames de promoção, quer nos finais

Artigo 148 – Em cada bimestre terão os alunos pelo menos três notas lançadas na lista, e só em casos excepcionais, a juízo do diretor, será apurada a média apenas com duas notas.

Artigo 149 – Bimestralmente tirarão os professores as médias dos alunos, fornecendo à secretaria do Ginásio, as listas respectivas para o efeito da expedição dos respectivos boletins.

Artigo 150 – A média anual será obtida do seguinte modo: multiplicar-se-á por dois a média do 2º bimestre, por três a do 3º e por quatro a do 4º; somar-se-ão depois esses três produtos com a média do 1º bimestre e dividir-se-á a soma por dez.

§ único – Esse divisor 10 será adotado ainda mesmo quando o aluno não tiver obtido média em algum ou alguns dos bimestres salvo casos excepcionais, a critério dos professores e do diretor.

Artigo 151 – As provas de sabatina serão julgadas e classificadas pelo professor, que lançará no diário as respectivas notas .

§ único – O professor, trazendo julgadas as provas, dará conhecimento aos alunos, quando o entender útil, dos erros em que estes incidirem.

Artigo 152 – Tanto nas sabatinas como nos concursos que julgar conveniente efetuar entre os alunos, será facultado ao professor o emprego dos « tests », para o que o diretor mandará imprimir ou datilografar as folhas necessárias, de acordo com a requisição do professor.

CAPÍTULO XII - Da disciplina e penalidades

Artigo 159 - O aluno procurará conformar com os preceitos gerais de boa educação os seus hábitos, gestos, altitudes e palavras, tendo especial cuidado em obedecer as regras abaixo indicadas, que visam a ordem e a disciplina:

a) – acatar a autoridade, em geral, na pessoa de seus depositários, e, em especial, o diretor do estabelecimento, os professores e os funcionários administrativos;

b) – obedecer por si mesmo, sem esperar ordens, ás determinações gerais do regimento, do diretor, dos professores, dos funcionários investidos de autoridade; e prontamente, sem recalcitrar, as que lhe sejam diretamente impostas pelas autoridades do estabelecimento;

c) – ser pontual e assíduo, não só no comparecimento ás aulas, mas também no cumprimento de todos os seus demais deveres;

d) – tratar com urbanidade os colegas e as pessoas estranhas com quem venha a estar em contacto; com urbanidade e respeito os professores e autoridades do estabelecimento ;

e) - apresentar-se sempre corretamente vestido com o máximo asseio e alinhio, não só na própria pessoa e no traje, mas também nos livros, cadernos e mais objetos escolares;

f) – comparecer ao ginásio, para a primeira aula do dia, dez minutos antes da hora marcada para início da mesma;

g) – no caso de chegar depois da hora própria, apresentar-se ao diretor e a ele dar os motivos do atraso;

h) – entrar para as aulas e delas sair em ordem e sem barulho;

i) – manter durante as aulas silêncio, sossego e atenção; fora delas silêncio e sossego, desde que não seja hora de recreio ou intervalo;

j) - portar-se nos recreios com a moderação conveniente a meninos e moços de boa educação, evitando as manifestações ruidosas, com gritos, vaias, aclamações, etc.;

k) - erguer-se de seu lugar, em atitude correta quando entrar ou sair o professor, ou quando, entrando ou saindo, qualquer pessoa, também se levante o professor ;

l) - erguer-se do mesmo modo, quando, chamado pelo professor ou pelo diretor, tiver de dar alguma resposta.

Artigo 160 – É expressamente vedado aos alunos, em geral, dentro do estabelecimento :

a) – ler durante as aulas, ou ocupar-se em qualquer outro trabalho estranho ás mesmas :

b) – ter consigo, além dos livros e cadernos de aulas, livros, impressos, gravuras ou escritos de qualquer gênero, que sejam ,impróprios para sua instrução :

c) – ler jornais ou livros, impressos ou escritos de qualquer gênero que possam prejudicar seus estudos regulares, os bons costumes e o cumprimento dos seus deveres ;

d) - utilizar-se dos livros ou de quaisquer objetos dos colegas, sem o consentimento destes ;

e) – provocar conscientemente, não estando em recreio, por palavras, gestos ou atitudes, a hilaridade dos colegas; -

f) – levar para as aulas quaisquer objetos com que se possa distrair, ou com que possa distrair a atenção dos colegas ;

g) - erguer-se com ruído propositado e excessivo, entrada ou saída do professor ou de qualquer pessoa;

- h) – sair de seu lugar na sala de aulas, a não ser á chamada do professor ou com expressa autorização deste;
- i) - retirar-se da aula sem permissão do professor;
- j) - retirar-se do estabelecimento sem permissão do diretor ou de quem suas vezes fizer;
- k) – vagar pelos corredores quando lhe tiver sido concedida permissão para dirigir-se a qualquer local do estabelecimento, ou dirigir-se a local diverso daquele para onde obteve permissão;
- l) - conservar-se, dentro das salas ou nos corredores durante o tempo do recreio ;
- m) - permanecer na portaria do estabelecimento, ou em qualquer dependência do mesmo, fora das aulas e das horas destas, sem achar-se expressamente autorizado, salvo na biblioteca, nas horas próprias;
- n) – perturbar o silêncio durante as aulas;
- o) – ultrapassar nos recreios ou nas proximidades do ginásio, os limites da boa educação, assobiando, gritando, vaiando, jogando pedras, danificando o edifício e o material, bem como as roupas e os livros próprios ou dos colegas;
- p) – fumar, jogar, ou usar de bebidas clandestinamente introduzidas no estabelecimento;
- q) – bocejar e espreguiçar-se, puxar do relógio ou dar outros sinais de enfado ou impaciência, estando em aula;
- r) - ocupar-se com trabalhos estranhos ao serviço escolar, não expressamente permitidos pelo diretor;
- s) – organizar rifas, coletas ou subscrições, qualquer que seja o fim, bem como nelas tomar parte;
- t) – promover manifestações coletivas, ou nelas tomar parte, salvo quando convidado pela própria direção ou por ela autorizado; -
- u) – formar grupo ou produzir algazarra ás portas e nas imediações do estabelecimento ;
- v) – ter consigo jóias ou usar fores e ornatos impróprios do vestuário.

Artigo 161 - E' naturalmente vedada, embora não se ache explicitamente em qualquer das letras do artigo anterior a violação de quaisquer dos dispositivos das leis ordinárias e deste regimento.

Artigo 162 – Quando julgue conveniente, o diretor adotará para os alunos, ou para as alunas, se as houver matriculadas, uniformes que serão obrigatórios na freqüência de aulas e nos exames.

§ 1º - A nota ótima, por sua equivalência numérica, será consignada em procedimento só quando o aluno, por atos repetidos, se salientar como exemplar.

Artigo 181 – Se, por um subitâneo incomodo de saúde, o lente tiver de sair por algum tempo ou de suspender a aula, chamará o continuo, encarregando-o de manter a ordem e o silêncio durante a ausência ou até o sinal da saída dos alunos.

§ único - A não ser neste caso, não poderá o professor, sob pretexto algum terminar a aula antes do tempo, sob pena de perder os vencimentos do dia.

CAPÍTULO XIII - Dos exames

Artigo 183 – Os exames de 1ª época começarão no dia 1º de Dezembro ou quando haja grande afluência de alunos, no dia 25 de Novembro competindo ao diretor a iniciativa desta antecipação.

Artigo 184 – As inscrições para os exames se iniciarão no dia do encerramento das aulas e serão realizadas mediante requerimentos acompanhados da prova do pagamento das taxas respectivas

§ único – A data de abertura das inscrições será anunciada por edital afixado no estabelecimento e publicado no Diário Oficial, com 15 dias de antecedência.

Artigo 185 -- Os exames de 2ª época são destinados aos alunos que tenham sido

reprovados em uma só matéria do curso nos exames da 1ª época e os que não tenham podido, por motivo de moléstia ou perdas de freqüência prestar exames na 1ª época.

§ único - Esses candidatos deverão requerer ao diretor, inscrição para os exames, do dia 15 ao dia 25 de Fevereiro, juntando a prova de que estiveram matriculados, de haverem pago as respectivas taxas, bem como a declaração do professor de que executou, no mínimo, três quartos dos trabalhos práticos dados durante o ano letivo Artigo 186 -Esses exames serão realizados no período de 2 a 15 de Março.

Artigo 187 – Os alunos que não tiverem realizado trabalhos práticos não poderão prestar exames de segunda época.

Artigo 188 – Não poderão, igualmente, prestar este exame os alunos que tiverem dado mais de 30 faltas nos cursos de cadeiras que não comportarem realização de trabalhos práticos.

Artigo 189 – Os exames serão de promoção e finais.

§ 1º - Os exames de promoção constarão: 1º) –de prova gráfica de desenho no 1º,2º, 3º e no 4º ano. 2º) provas escritas : a) -de Português, Francês, Geografia Geral, Inglês e Aritmética, no 1º ano; b) – de Português, Francês, História Universal, Latim, Inglês ou Alemão, no 2º ano ; c) -de Português e Latim, no 3º ano ; d) de Português, Latim, Física e Química e História Natural, no 4º ano. O desenho, no 5º ano, terá em vista a sua aplicação nas artes mecânicas, mas o respectivo exame será facultativo bastando para encerrar o seu curso, a prova de freqüência do mesmo.

§ 2º - Os exames finais constarão de prova escrita e oral das matérias que constituem as diversas séries, na forma estabelecida por este regimento e também de prova pratica em Física, Química e História Natural.

§ 3º - Esses exames terminarão impreterivelmente no dia 31 de Dezembro, constituindo o diretor mesas examinadoras suplementares, compostas dos mesmos ou de outros examinadores.

Artigo 196 -As inscrições para exames, quer finais, quer de promoção, serão realizadas mediante requerimento dos pais, tutores ou responsáveis pelos candidatos, exigindo-se um requerimento global para os exames de promoção e um para cada exame final.

Artigo 198 - Será permitido ao estudante aprovado com grau baixo em 1ª época, inscrever se em 2ª para melhorá-lo. Prevalecerá sempre, porém neste caso, a nota alcançada no segundo exame.

Artigo 201- Haverá também uma comissão especial julgadora das provas escritas dos exames finais

Artigo 209. – Os responsáveis pelos alunos terão o direito de articular a suspenso de um ou mais membros da comissão examinadora, devendo fundamental a em petição ao diretor do estabelecimento, até o dia do exame.

Artigo 210. – Ouvido o professor contra quem se articula suspeição, aquilatara o diretor, dentro de três dias da data em que a mesma for alegada, de sua procedência, e do que deliberar dará conhecimento ao articulante, em despacho, e ao professor em comunicação verbal ou escrita.

§ único. – Ao professor, contra quem tiver sido articulada suspeição caberá, ao caso de ser a mesma julgada procedente pelo diretor, recorrer dessa decisão para a Congregação, ficando adiado o exame do candidato interessado, enquanto não for resolvida a questão.

Artigo 220. – As provas escritas, que serão efetuadas simultaneamente por todos os candidatos inscritos na matéria, terão início às 8,30 horas da manhã e só em casos excepcionais permitira o diretor que elas se realizem em hora diversa.

§ 1º. – As provas escritas, dos exames finais não serão assinadas, mas os candidatos receberão uma folha especial, em que laçará seu nome e que deixarão dentro da prova. Entregues as provas ao diretor, este as fará numerar, anotando

com os mesmos números as respectivas folhas de assinatura, que conservará em seu poder.

Artigo 223. – O tempo da duração das provas escritas será de duas horas, a partir do momento em que for sorteado o ponto. Esse prazo será improrrogável.

Artigo 224. – As provas escritas serão feitas em papel rubricado pelos membros da comissão e fornecido, bem como as canetas, a tinta e as folhas de mata-borrão, pelo estabelecimento.

Artigo 232. – Terminada a chamada e assentado cada candidato no lugar que lhe houver sido indicado, sortear-se-á o ponto da lista a que se refere o artigo seguinte e, ministrados os indispensáveis esclarecimentos pelo presidente da comissão, darão os examinandos início ao trabalho.

§ único. – Funcionando para o mesmo exame várias salas, o ponto será sorteado no gabinete do diretor e distribuído pelos fiscais as respectivas salas.

Artigo 233. – O ponto da prova escrita será sorteado dentre os de uma lista organizada pelo presidente da comissão, de acordo com os examinadores, e dentro das normas abaixo especificadas.

§ único. – Esta lista de pontos será freqüentemente renovada.

Artigo 235. § 5. – Para as provas escritas dos exames de Aritmética e Álgebra a lista constará de 20 pontos, cada ponto dividido em três partes. Sobre uma das partes do ponto será dada uma questão teórica; sobre cada uma das outras, uma questão prática.

§ 6. – Para a prova escrita do exame final de Geometria e Trigonometria a lista constará de 20 pontos, cada ponto dividido em 3 partes, das quais uma versará sempre sobre resolução de triângulos. Dar-se-á uma questão teórica e uma prática relativas as duas partes de Geometria, consignadas no ponto e uma questão de resolução de triângulos, na parte referente à Trigonometria.

Artigo 241 – Será considerado reprovado o aluno que renunciar ao exame oral, bem como o que, havendo prestado a prova escrita, for, pelo seu mau procedimento, expulso da sala em que se realizam as provas orais.

Artigo 242. – Nos exames de 1ª época durará a argüição de cada candidato, 20 minutos no máximo e 10 no mínimo, para cada examinador.

Artigo 246. – Ao primeiro aluno que for chamado será concedido o prazo de 15 minutos, para que medite sobre o ponto.

Artigo 254. – Cada examinador, bem como o presidente, lançará sua nota à margem da prova, escrevendo por extenso o grau que lhe atribui.

Artigo 255. – As notas serão graduadas de zero a dez, não se admitindo graus fracionários e sendo consideradas ótimas, a nota de grau 10; boas, as de 6, 7, 8, e 9; sofríveis, as de graus 4 e 5; más, as de 0, 1, 2, e 3.

Artigo 256. – Os examinadores terão em conta, para a graduação da nota não só a correção do que estiver escrito, mas também a precisão, o método, a simplicidade, a clareza na exposição dos assuntos, bem como a ordem, o asseio e a correção de linguagem.

Artigo 257. – Será considerada má, grau zero, além daquelas em que as questões estiverem inteiramente erradas, a prova do candidato que nada escrever, ou que tratar de assunto diferente do que caiu por sorte.

Artigo 258 - Tirar-se-á a média das notas dadas pelos três membros da comissão, desprezada, na apuração da mesma, a fração de $1/3$, e contada a favor do candidato, como unidade, a fração $2/3$.

Artigo 259 - Obtida a média aritmética das três notas, o presidente da comissão lançará na prova escrita o resultado.

Artigo 260. – No exame oral e no exame pratico, cada examinador atribuirá ao candidato como está indicado para a prova escrita, mas em um boletim, a nota que merecer em seu julgamento individual. Lançará também sua nota o presidente, e obterá a média aritmética da prova oral ou da prova prática.

Artigo 265 – Considerar-se-á aprovado simplesmente o examinando que obtiver

média geral inferior a 6; plenamente, o que obtiver 6 ou mais, porém menos de 10; distinção, o que obtiver média geral 10.

CAPÍTULO X V - Disposições gerais

Artigo 289. – São considerados finais, valendo para todos os efeitos, os exames seguintes, prestados perante as bancas examinadoras dos ginásios: Instrução Moral e Cívica, do 1º; Aritmética, Geografia, Chorografia do Brasil, do 2º; Italiano, Francês, Álgebra, Inglês ou Alemão e História Universal do 3º; Geometria e Trigonometria, História do Brasil do 4º; Português, Cosmografia, Latim, Física Química, História Natural e Filosofia, do 5º; Mecânica e Astronomia, Grego Literatura, História da filosofia Sociologia no 6º.

Artigo 295. – Será conferido o grau de bacharel em Ciências e Letras, com as regalias da lei, aos alunos que tendo seguido o curso completo, forem aprovados em todas as matérias do 6º ano.

Artigo 300. – O aluno que não obtive o grau de bacharel por não haver estudado as matérias facultativas, terá direito à inscrição em exames vestibulares, mediante certificado de aprovação em todas as matérias obrigatórias do 6º ano.

Artigo 301. – Os diplomados por escolas normais do Estado poderão, em qualquer dos ginásios do Estado, formar-se com ou sem o título de Bacharel em Ciências e Letras, nos termos da lei estadual n. 134, valendo o título perante os institutos estaduais de ensino, uma vez que prestarem nos ginásios, exames de todas as matérias não estudadas naquelas escolas.

§ 1º – Esses exames serão vagos e requeridos no mês de Novembro ao diretor do ginásio e prestados conjuntamente aos exames do curso, cujas disposições lhes são aplicáveis.

CAPÍTULO XVI - Disposições transitórias

Artigo 302 - Os alunos que se achavam matriculados nos ginásios no ano de 1925 seguira o curso, de acordo com o decreto n. 3.033 do Estado, de 26 de Fevereiro de 1919 e os matriculados no 1º ano, de 1926 em diante, serão obrigados ao estudo das matérias acrescidas e a seriação ora estabelecida.

§ 1. - Todos os alunos que se acham matriculados, prestarão exames de Filosofia em vez do de Psicologia e Lógica.

§ 2. - Salvo quanto á seriação das matérias, os atuais alunos do 2º ao 6º ano estarão sujeitos às disposições deste Regimento.

§ 3. - Os repetentes que foram matriculados no regime do artigo anterior, serão obrigados á nova seriação, quando forem alcançados pelos alunos matriculados de acordo com o regime da lei nº 16.782-A, e serão obrigados a prestar exames das matérias acrescidas no respectivo ano.

Anexo 2

TABELA DAS PROVAS – DÉCADA DE 20

EP = Exame de Promoção

EF = Exame Final

Matéria/ Ano	Exames diversificados ¹ de Aritmética			Exames diversificados de Álgebra			Exames diversificados de Geomet/Trigo		
	1ºano	2ºano		3ºano	4ºano		3ºano	4ºano	
1920	1 EP	3 EF							
1921	1 EP	1 EF		1 EP			1 EP		
1922					2 EF				
1923		1 EF						1 EF	
1924		4 EF			2 EF			6 EF	
1925	2 EP				2 EF			1 EF	
1926	1 EP			1 EP	1 EF			1 EF	
1927	1 EP	3 EF		2 EP	2 EF		4 EP	1 EF	
1928	2 EP	2 EF		1 EP	3 EF		1 EP	2 EF	
1929	4 EP	3 EF		2 EF				4 EF	
1930									

¹ Subentende-se por exames diversificados as provas com questões diferenciadas sobre um mesmo conteúdo e/ou conteúdos diferentes numa mesma série.

	1 EP	1 EF			1 EF				1 EF
--	------	------	--	--	------	--	--	--	------

As partes sombreadas da tabela, referem-se a provas não encontradas.

Anexo 3

Notas das provas orais dos alunos, de 1928 e 1926.

GYMNASIO DO ESTADO

BOLETIM DE EXAME ORAL

Aos 7 dias do mez Dezembro de 1928, presente a commissão examinadora, abaixo assignada, fez-se a chamada dos candidatos ao exame de oral de

Aritmetica

De accordo com as disposições legais procedeu-se ao exame acima, sendo o seguinte o resultado: alunos matriculados

	NOMES	Media oral	Media de escrita	Resultado final
1	Julietta de Castro Fernandes	oito (8)	3	6
2	Julio Santos	cinco (5)	4	5
3	Julio Amaral	quatro (4)	4	Rep
4	Julietta M. Ricatto	oito (8)	Zero	4
5	José Rodrigues Coelho	cinco (5)	Zero	Rep
6	José Magaldi	nove (9)	3	6
7	José Dello Junior	quatro (4)	5	5
8	José Estevão de Figueiredo	dez (10)	2	6
9	José Paulo Godoy d'Alambert	nove (9)	4	7
10	Keuro Sakamoto	dez (10)	3	7
11	Kyocci Kawahara	dez (10)	3	7
12	Lúiza Langaneli	oito (8)	3	6
13	Lúcia Costa	oito (8)	3	6
14	Luiz Fortunato Moreira Ferreira	cinco (5)	2	Rep
15	Luiz Bacalowski	cinco (5)	4	Rep
16	Luiz Darly Gomes de Arango	seis (6)	3	5
17	Luiz Affonso de Mesquita Sampaio	sete (7)	3	5
18	Lúcia de Castro	oito (8)	2	5
19	João Fleury de Oliveira não compareceu			
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

VISTO.
O INSPECTOR FEDERAL:

A COMISSÃO:

Américo da Silva Martins presidente
Camillo Gomide examinador
Leandro da Silva examinador

NOTA - A comissão sómente subscreeve na parte relativa ás medias de prova oral. - Nesta folha só devem ser lançados os candidatos que prestaram exames e no fim os que, pertencendo a turma effectiva do dia, deixaram de comparecer.

GYMNASIO DO ESTADO

BOLETIM DE EXAME ORAL

Aos oito dias do mez de Dezembro de 1926, presente a commissão examinadora, abaixo assignada, fez-se a chamada dos candidatos ao exame de oral de —

Algebra (4º anno)

De accordo com as disposições legais procedeu-se ao exame acima, sendo o seguinte o resultado:

	NOMES	Media oral	Media de escripta	Resultado final
1	24 - Lamarline de Alguergem Passarella	6 (seis)	5,66	5,03 ✓
2	46 - Luiz Louzaga Nogueira Bonnem	7 (sete)	2	4,5 ✓
3	51 - Luis Albulda Malheiros	2 (dois)	6	4 ✓
4	54 - Lafayette Pereira de Almeida	4 (quatro)	2	R ✓
5	56 - Leonidas Noronha	8 (oito)	10,83	9,97 ✓
6	61 - Luis Sergio	9 (nove)	9	6,5 ✓
7	4 - Mario Sarte	5 (cinco)	3,66	4,33 ✓
8	10 - Mozart Amilio Pereira	5 (cinco)	3,66	4,33 ✓
9	17 - Wilton Mascarenhas Brucher	6 (seis)	3,66	4,83 ✓
10	32 - Marcello de Azeredo	6 (seis)	3	4,5 ✓
11	34 - Mario d'Almeida	5 (cinco)	1	R ✓
12	38 - Mario Sobrinho	6 (seis)	3	4,5 ✓
13	75 - Manoel Paulista de Melo Machado	4 (quatro)	3,33	R 3,66 ✓
14	5 - Assano Marone	5 (cinco)	1	R ✓
15	69 - Fano Freuch	7 (sete)	3,66	5,33 ✓
16	1 - Octavio Tisi	9 (nove)	5	7 ✓
17	25 - Oswaldo Ribeiro	6 (seis)	0,33	Rain 4,16 ✓
18	37 - Plinio Pore	6 (seis)	1,66	R 7,400 ✓
19	42 - Paulo Casarao de Macedo Couto	4 (quatro)	3,00	R 7,400 ✓
20	63 - Pedro Pereira Ribeiro	4 (quatro)	3,53	4,66 ✓
21	6 - Paul Otto Guimarães	3 (tres)	1	R ✓
22	14 - Nuy de Azeredo Marques	8 (oito)	2	5 ✓
23	20 - Nuy Ferreira da Rocha	6 (seis)	2	4 ✓
24	26 - Nuy Calzarus	7 (sete)	1	4 ✓
25	57 - Renato Ferri	8 (oito)	0	7,0 ✓
26	58 - Roberto Cicri	6 (seis)	6	6 ✓
27	50 - Antonio Botelho de Almeida ^{Pereira}	7 (sete)	2,66	4,83 ✓
28	68 - Tranquilino de Almeida Junior	3 (tres)	1	R ✓
29	40 - Victor Spina	6 (seis)	6	(Não compareceu)
30	30 - Waldomiro Pese	6 (seis)	3	4,5 ✓

A COMISSÃO:

VISTO.
O INSPECTOR FEDERAL:

Marinho Pruguet presidente
João do form de examinador
examinador

NOTA - A commissão sómente subscreve na parte relativa ás medias de prova oral. - Nesta folha só devem ser lançados os candidatos que prestarão exames e no fim os que, pertencendo a turma effectiva do dia, deixaram de comparecer.