P O N T I F Í C I A U N I V E R S I D A D E C A T Ó L I C A D E S ÃO P A U L O

Samuel Souza Meira

Aprendizagem Significativa e Assimilação Obliteradora: um estudo com Conceitos de Cálculo

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo – SP

2015

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Samuel Souza Meira

Aprendizagem Significativa e Assimilação Obliteradora: um estudo com Conceitos de Cálculo

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTCA, sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Ana Lúcia Manrique.

São Paulo – SP

2015

Banca Examinadora

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ Local e Data: _____________

Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero utilizar as conversões de representação semiótica para externar meus agradecimentos. Agradeço ao Caminho, pois sem Ele não podemos chegar a lugar algum; agradeço à Verdade, pois a Verdade nos liberta (João 8:32); agradeço à Vida, pois sem a Vida nada somos. Em síntese, agradeço a JESUS, pois Ele disse: "Eu sou o Caminho a Verdade e a Vida" (João 14:6).

- Agradeço também: à Universidade do Estado da Bahia – UNEB, instituição na qual trabalho e nos favoreceu a realização desta investigação;

- À Ana Lúcia pela sua sensibilidade de nos conduzir para a conclusão desta tarefa;

- Aos professores do programa de doutorado em Educação Matemática da PUC-SP;

- Aos colegas Grace, Fátima, Eliane, Maridete, Miriam e Robson que compartilharam conosco nessa jornada.

E, finalmente, agradeço a Gianete, companheira e colega de todos os momentos, a Anete e Pedro, filha e genro, que nos têm apoiado nessa caminhada.

Tudo o que se apreende deve ser ou retido, ou esquecido.

David P. Ausubel

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos.

David P. Ausubel

As transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática.

Raymond Duval

RESUMO

Esta investigação foi pensada e realizada no contexto da sala de aula de Cálculo I, componente curricular do Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, Campus IX. Trata sobre a aprendizagem significativa e os registros de representação semiótica de conteúdos de Cálculo, buscando ampliar o conhecimento referente à aprendizagem visando à melhoria do ensino. Nesse sentido, tem como eixo norteador a questão – Que contribuições o uso de transformações de representações semióticas trazem para o processo de assimilação de conceitos de Cálculo? Assim, com o propósito de maior aprofundamento a respeito do ensino desse componente curricular, na perspectiva da aprendizagem significativa e, especificamente, nas questões da assimilação obliteradora (esquecimento) dos conceitos de Derivada, estabelecemos como objetivo o estudo da assimilação que envolve a aquisição e a retenção de significado de conceitos no processo de aprendizagem, os níveis de formação de conceitos e a avaliação das contribuições das transformações de representação semiótica para a aprendizagem de conteúdos de Cálculo. A investigação foi desenvolvida em uma abordagem teórico-metodológica qualitativa, tendo como referencial as teorias da Aprendizagem Significativa, da Assimilação, dos Mapas Conceituais e dos Registros de Representação Semiótica. Constituíram-se em sujeitos desta pesquisa 15 estudantes de Cálculo I, no segundo semestre de 2013, que participaram da realização de seis testes de conhecimento de conteúdos de Cálculo e da elaboração de mapas conceituais correspondentes a esses conteúdos. Os resultados encontrados apontam que os estudantes apresentam-se em processo de formação de conceitos de derivada, evidenciando uma aprendizagem de conteúdos por recepção e revelaram esquecimento. Isso representa assimilação obliteradora nos testes complementares em que foram avaliados os conhecimentos de Cálculo. Os resultados dos testes, sobretudo, confirmam a hipótese de que as transformações de representação semiótica, como o tratamento e a conversão, contribuem para o processo de aprendizagem significativa de conteúdos do Cálculo.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa; Assimilação Obliteradora; Mapas Conceituais; Representação Semiótica; Derivada.

ABSTRACT

This research was designed and conducted in the context of Calculus I classroom, curricular component of Degree in Mathematics of UNEB, Campus IX. It deals with meaningful learning and the registers of semiotic representation of Calculus content, seeking to broaden the knowledge on the learning and is aimed at education improving. In this sense, has as guideline the question - What contributions the use of transformations of semiotic representations bring to the assimilation process of Calculus concepts? Thus, with the purpose of going deeper on teaching this curriculum component on the meaningful perspective of learning and specifically about issues of oblivion assimilation (forgetfulness) of Derivative concepts, we established as objective the assimilation study which involves the acquisition and retention of the meaning concepts in the learning process, the formation levels of concepts and the assessment of the contributions of semiotic representation transformation for learning on Calculus contents. The research was developed in a qualitative theoretical-methodological approach, taking as a reference the theories of Meaningful Learning, Assimilation, the Conceptual Maps and Semiotics Representation Registers. Constituted in subjects in this study 15 students of Calculus I, in 2013 second term, who participated in the realization of six tests of Calculus contents and the development of conceptual maps corresponding to these contents. The results show that students find themselves in the process of formation of Derivative concepts, showing a learning of contents by receiving and showed forgetfulness. This represents the oblivion assimilation in complementary tests that evaluated their knowledge of Calculus. The tests results mainly confirm the hypothesis that the transformations of semiotic representation, as treatment and conversion, contribute to the process of meaningful learning of Calculus contents.

Keywords: Meaningful Learning; Oblivion Assimilation; Conceptual Maps; Semiotic Representation; Derivative.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

PUCSP	**Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**
UECE	**Universidade Estadual do Ceará**
UEL	**Universidade Estadual de Londrina**
UEM	**Universidade Estadual de Maringá**
UENF	**Universidade Estadual do Norte Fluminense**
UEPB	**Universidade Estadual da Paraíba**
UEPG	**Universidade Estadual de Ponta Grossa**
UFMS	**Universidade Federal do Mato Grosso do Sul**
UFOP	**Universidade Federal de Ouro Preto**
UFPA	**Universidade Federal do Pará**
UFPB	**Universidade Federal da Paraíba**
UFPE	**Universidade Federal de Pernambuco**
UFRGS	**Universidade Federal do Rio Grande do Sul**
UFRJ	**Universidade Federal do Rio de Janeiro**
UFSC	**Universidade Federal de Santa Catarina**
UFSCar	**Universidade Federal de São Carlos**
ULBRA	**Universidade Luterana do Brasil**
UNEB	**Universidade do Estado da Bahia**
UNESP	**Universidade Estadual Paulista**
UNIBAN	**Universidade Bandeirante de São Paulo**
UNICSUL	**Universidade Cruzeiro do Sul**
UNIFRA	**Centro Universitário Franciscano**
UNIJUÍ	**Universidade Regional do Nordeste do Estado do Rio Grande do Sul**
UNIVATES	**Universidade Integrada Vale do Taquari de Ensino Superior**
USP	**Universidade de São Paulo**
USS	**Universidade Severino Sombra**
UTFPR	**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**

INTRODUÇÃO

No decurso das atividades docentes de Cálculo na Universidade do Estado da Bahia (UNEB), fomos motivados a investigar o ensino, suas metodologias e, ao mesmo tempo, os resultados desse processo no que diz respeito à assimilação e ao esquecimento dos conteúdos abordados, face aos desafios vivenciados no cotidiano da sala de aula na questão do processo da aprendizagem dos estudantes de Cálculo. Nesse contexto, ao considerar que os conteúdos de derivada estão inseridos nesse componente curricular, que se constituem em conteúdos básicos e específicos para a formação profissional do professor de matemática, para compreensão científica da realidade, para o desenvolvimento de capacidades de adaptações às inovações tecnológicas, torna-se relevante a necessidade de estudos a respeito de aprendizagem e assimilação obliteradora desses conteúdos.

Na dissertação de mestrado, investigamos o ensino de cálculo no enfoque das dificuldades de aprendizagem e a defasagem do conhecimento matemático. Os resultados da pesquisa revelaram que os níveis de rendimento escolar insatisfatórios estavam associados à falta de conhecimentos prévios e de domínio conceitual dos conteúdos de matemática necessários para uma aprendizagem significativa do Cálculo.

Com o propósito de maior aprofundamento, desenvolvemos, nesta pesquisa, a temática referente à aprendizagem significativa no enfoque da assimilação obliteradora (esquecimento) e dos registros de representação semiótica dos conteúdos de Cálculo, tendo como finalidade buscar subsídios para a melhoria do ensino na formação profissional do Licenciado em Matemática.

Nessa perspectiva, o nosso objeto de investigação está centrado no processo de aprendizagem significativa dos conteúdos de Cálculo dos estudantes matriculados no componente curricular Cálculo I, tendo como enfoque a assimilação obliteradora (esquecimento) de conceitos básicos que têm a função de subsunçores nesse processo de aprendizagem. Estabelecemos como objetivo geral estudar o processo de aprendizagem dos conteúdos do componente curricular Cálculo I e, como objetivos específicos, analisar as contribuições dos registros de transformações de representações semióticas para aprendizagem do Cálculo e analisar os níveis de formação de conceitos dos estudantes no componente curricular Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB.

Estabelecemos como eixo norteador, neste estudo, a seguinte questão: **Que contribuições o uso de transformações de representações semióticas traz para o processo de assimilação de conceitos de Cálculo?**

Nesse pressuposto, nossa hipótese é de que o registro de transformações de representações semióticas de tratamento e conversão contribui para o processo da aprendizagem significativa dos conteúdos do componente curricular Cálculo I.

Essa investigação foi desenvolvida utilizando o método qualitativo, aplicando, segundo Creswell (2010, p.36), uma estratégia que compreende várias “habilidades, suposições e práticas que o pesquisador emprega ao deslocar-se do paradigma para o mundo empírico” em que os dados foram coletados, analisados e, depois, integrados para a compreensão do conjunto observado para serem interpretados os resultados ao descrever sobre o processo de assimilação obliteradora (esquecimento).

A população-alvo desta investigação é composta de 20 alunos matriculados no componente curricular de Cálculo I, do Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB no segundo semestre de 2013.

Este relato de pesquisa está organizado em três capítulos, o primeiro apresenta uma revisão bibliográfica e o referencial teórico. A revisão bibliográfica aborda as principais pesquisas produzidas referentes ao ensino de Cálculo no enfoque da derivada, a aprendizagem significativa na perspectiva da assimilação obliteradora (esquecimento), dos mapas conceituais e dos registros de representação semiótica. O referencial teórico aborda a Teoria da Aprendizagem Verbal Significativa e da Assimilação de Ausubel, os Mapas Conceituais como ferramenta principal da Teoria da Assimilação na vertente cognitivista do campo da Psicologia de Novak e os registros de representações semióticas de Duval.

O segundo capítulo apresenta os processos metodológicos de investigação, no qual foram definidas a população, o método de investigação e a representação dos dados. Relata o processo de coleta de informações avaliativas em que foram utilizados testes de conhecimento dos conteúdos de funções, limites e derivadas, procurando diagnosticar o desempenho dos aprendizes e, concomitantemente, foram elaborados pelos aprendizes mapas conceituais que dizem respeito ao conteúdo de cada teste realizado.

O terceiro capítulo traz as análises dos dados levantados com base nas teorias utilizadas. Nessa análise, levamos em consideração o desempenho dos estudantes nos testes realizados e na elaboração dos mapas conceituais durante o processo de ensino do componente curricular Cálculo I. Foram considerados os aspectos que evidenciam a assimilação obliteradora dos conceitos nos testes, nos mapas conceituais e a representação semiótica dos conceitos apresentados pelos aprendizes.

Nas considerações finais foram abordados os aspectos relevantes da pesquisa e as respectivas conclusões. Realizamos uma pesquisa descritiva explicativa da realidade observada no cotidiano acadêmico, desenvolvida por meio da análise das informações avaliativas coletadas sobre os estudantes, durante o processo de ensino e aprendizagem do componente curricular Cálculo I, a qual poderá servir de subsídios para outros possíveis estudos a respeito do ensino de Cálculo.

Embasados nessas ideias e com o anseio de maior aprofundamento no contexto da aprendizagem significativa e, especificamente, nas questões da assimilação obliteradora dos conceitos de Derivada, que serão esclarecidas posteriormente, investigamos o processo de assimilação que envolve a aquisição e a retenção de significados de conceitos de Cálculo I de estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UNEB – Campus IX – Barreiras – BA.

Acreditamos que a relevância deste estudo consiste nas possibilidades de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino ao ampliar o conhecimento referente à aprendizagem de Cálculo e, particularmente, os conteúdos de derivada, bem como elucidar o processo de assimilação obliteradora (esquecimento) que interfere no desenvolvimento de competências matemáticas e na formação profissional do educando.

I

ASPECTOS TEÓRICOS DA APRENDIZAGEM

Neste capítulo, registramos a revisão bibliográfica no qual apresentamos teses e dissertações pesquisadas no contexto de nossa investigação, como também foram apresentados os aspectos teóricos que envolvem as teorias que fundamentam esta pesquisa.

I.1 Revisão bibliográfica

Inicialmente, realizamos uma revisão bibliográfica de pesquisas já produzidas sobre o ensino de cálculo, no enfoque da aprendizagem de derivada e da assimilação obliteradora (esquecimento) no banco de dados da CAPES e não encontramos nenhuma tese a respeito do referido tema.

Posteriormente, foi realizada uma busca nas pesquisas (dissertações e teses) produzidas a respeito do ensino de cálculo no enfoque da derivada relacionada à aprendizagem significativa, aos mapas conceituais e aos registros de representação semiótica.

Os resultados encontrados no contexto da Educação Matemática referem-se aos seguintes temas: sobre o ensino de derivada, 20 dissertações e 8 teses realizadas no período de 2000 a 2014; aprendizagem significativa, 8 dissertações e uma tese realizadas no período de 2007 a 2011; mapas conceituais, 7 dissertações e uma tese realizadas no período de 2006 a 2013 e registros de representação semiótica, 9 dissertações e uma tese que foram realizadas no período e 2004 a 2012, totalizando 36 dissertações e 11 teses relacionadas à temática em estudo.

A seguir, apresentamos as dissertações e teses por tema na qual fizemos a leitura, destacando o ano de conclusão da referida pesquisa, o nível, o autor, o título, o orientador e a instituição na qual foi realizada.

Em se tratando de derivada foram encontradas dez dissertações e quatro teses na PUCSP; duas teses e uma dissertação na UNESP; uma tese na UFPE; uma tese na USP; duas dissertações na USS; duas dissertações na UFRJ e nas outras IES foi encontrada apenas uma dissertação (ver *Quadro 1*). Os anos de maiores produções foram 2003 e 2009, ambos com duas dissertações e duas teses.

Quadro 1 - Levantamento de Teses e Dissertações sobre derivada no período de 2000 a 2014

Ano	Nível	Autor	Título	Orientador	Instituição
2000	Mestrado	DALL'ANESE, Claudio	Conceito de derivada: uma proposta para seu ensino e aprendizagem	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2002	Mestrado	D'AVOGLIO, Armando Raphael	Derivada de uma função num ponto: uma forma significativa de introduzir o conceito	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2003	Mestrado	LEME, Jayme do Carmo Macedo	Aspectos processuais e estruturais da noção de derivada	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2003	Mestrado	MEYER, Cristina	Derivada/reta tangente: imagem conceitual e definição conceitual	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2003	Doutorado	NASCIMENTO, Jorge Costa do	O conceito de limite em cálculo: obstáculos e dificuldades de aprendizagem no contexto do ensino superior de Matemática	FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha	UFPE
2003	Doutorado	RESENDE, Wanderley Moura	O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica	MACHADO, Nilson José	USP
2006	Doutorado	OLIMPIO JUNIOR, Antônio	Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de Matemática: uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática.	BORBA, Marcelo de Carvalho	UNESP Rio Claro
2007	Mestrado	SOUZA, Fernando Eduardo de	A Integral na visão de professores de Cálculo Diferencial e Integral à produção de alunos.	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2008	Mestrado	ANDRÉ, Selma Lopes da Costa	Uma proposta para o ensino do conceito de derivada no Ensino Médio	GIRALDO, Victor	UFRJ
2009	Doutorado	BELTRÃO, Maria Eli Puga	Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações – Teoria e Prática.	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2009	Mestrado	PARANHOS, Marcos de Miranda	Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral	MANRIQUE, Ana Lucia	PUCSP
2009	Mestrado	RAMOS, Vagner Valeiro	Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática, sobre derivada e suas aplicações.	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2009	Doutorado	RODRIGUES, Chang Kuo	O Teorema do Limite: Um estudo ecológico do saber e do didático.	COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva	PUCSP
2010	Mestrado	RICHIT, Andriceli	Aspectos Conceituais e Instrumentais do Conhecimento da Prática do Professor de Cálculo Diferencial e Integral no Contexto	MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra	UNESP Rio Claro

			das Tecnologias Digitais		
2011	Mestrado	ABDELMALACK, Andrea	O ensino-aprendizagem-avaliação da derivada para o curso de engenharia através da resolução de problemas	ALLEVATO, Norma Suely Gomes	UNICSUL
2011	Mestrado	ALVES, Antônio Fernando Silveira	Um estudo das atividades propostas em um curso de licenciatura em Matemática, na disciplina de introdução ao cálculo diferencial e integral, na modalidade à distância.	TRALDI JR, Armando	PUCSP
2011	Mestrado	BARROS, Lucia Helena Nobre	Os pontos de vista identificados por Thurston para a introdução da noção de derivada de uma função no Ensino Médio	DIAS, Marlene Alves	UNIBAN
2011	Doutorado	ESCHER, Marco Antonio	Dimensões teórico-metodológicas do cálculo diferencial e integral: perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem	MISKULIN, Rosana Giarette Sguerra	UNESP Rio Claro
2011	Mestrado	LEHMANN, Monique Sequeira	Proposta de uma sequência didática para conceitualização de derivada como taxa de variação instantânea	SILVA, Júlio César	USS
2011	Mestrado	OLIVEIRA, Daniel Gustavo de	Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica.	PIMENTEL, Felipe Rogério	UFOP
2011	Mestrado	ROSA, Odileia Da Silva	Aspectos Motivacionais do Cálculo Diferencial e Integral	SILVA, Patrícia Nunes da	USS
2012	Mestrado	LIMA, Airlan Arnaldo Nascimento de	Introduzindo o conceito de derivada a partir da ideia de variação	ANDRADE, Silvanio de	UEPB
2012	Doutorado	LIMA, Gabriel Loureiro de	A disciplina de cálculo I do curso de matemática da universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994.	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2012	Mestrado	LOBO, Rogério dos Santos	O tratamento dado por livros didáticos ao conceito de derivada	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2012	Mestrado	RAAD, Marcos Ribeiro	História do ensino de cálculo diferencial e integral: a existência de uma cultura	OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo da,	UFJF
2013	Mestrado	ALMEIDA, Marcio Vieira de	Um panorama de artigos sobre a aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva de David Tall.	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2013	Mestrado	GONÇALO, Rildo Cariri	Limites, Continuidade, Derivabilidade e Aplicações.	BOCKER NETO, Carlos	UFPB

2014	Doutorado	JUNQUEIRA, Sonia Maria da Silva	Experiências de estudantes na construção do conhecimento de derivada em aulas de cálculo 1	MANRIQUE, Ana Lúcia	PUCSP

Fonte: Autor

Com referência à aprendizagem significativa foi encontrada uma tese na UFRGS e, nas outras IES, uma dissertação em cada (ver *Quadro 2*), sendo 2011 o ano de maior produção com cinco dissertações e uma tese.

Quadro 2 - Levantamento de Teses e Dissertações sobre Aprendizagem significativa no período de 2007 a 2011

Ano	**Nível**	**Autor**	**Título**	**Orientador**	**Instituição**
2007	Mestrado	NUNES, José Messildo Viana	História da Matemática e Aprendizagem Significativa da área do Círculo: Uma experiência de ensino e aprendizagem	GUERRA, Renato Borges	UFPA
2008	Mestrado	IARONKA, Clessi Fátima	Contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Modelagem Matemática para o estudo de Funções	RAYS, Oswaldo Alonso	UNIFRA
2009	Mestrado	SOARES, Luís Havelange	Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: Uma proposta para aprendizagem de Geometria Básica.	SILVA, Romero Tavares	UFPB
2011	Doutorado	CARVALHO, Adelson Siqueira	Mecatas – Um modelo para o ensino-aprendizagem de engenharia de controle e automação baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa.	BARONE, Dante Augusto Couto	UFRGS
2011	Mestrado	CORREIA, Warley Machado	Aprendizagem significativa, explorando alguns conceitos da geometria analítica: pontos e retas.	VIANA, Mager da Conceição Ventura	UFOP
2011	Mestrado	COSTA, Milena Vieira	Material Instrucional para Ensino de Botânica: CD-Rom possibilitador da Aprendizagem Significativa no Ensino Médio	ZANON, Ângela Maria	UFMS
2011	Mestrado	PONTES, Helaine Maria de Souza	A Educação Matemática à luz de princípios da aprendizagem significativa e suas implicações na interação professor-aluno-conhecimento matemático em aula.	BURAK, Dionísio	UEPG
2011	Mestrado	POSTAL, Rosana Fátima	Atividades de Modelagem Matemática visando a uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino.	HAETINGER, Claus	UNIVATES
2011	Mestrado	SILVA, Cintia da	A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações	KATO, Lilian Akemi	UEM

Fonte: Autor

Sobre mapas conceituais foram encontradas duas dissertações e uma tese na PUCSP e nas outras IES foram encontradas uma dissertação em cada (ver Quadro 3). Os anos de maiores produções foram os anos de 2009, com uma dissertação e uma tese, e 2011 com duas dissertações.

Quadro 3 - Levantamento de Teses e Dissertações sobre mapas conceituais no período de 2006 a 2013

Ano	Nível	Autor	Título	Orientador	Instituição
2006	Mestrado	MENEGOLLA, Ângela Maria	Mapas Conceituais como instrumento de estudo na Matemática	PINENT, Carlos Eduardo da Cunha	PUCRS
2007	Mestrado	LOPES, Betânia Jacob Stange	O Mapa Conceitual como Ferramenta Avaliativa	SOUZA, Nádia Aparecida de	UEL
2009	Doutorado	MAGALHÃES, André Ricardo	Mapas Conceituais Digitais como estratégia para o desenvolvimento da Metacognição no estudo de Funções	ALMOULOUD, Saddo Ag	PUCSP
2009	Mestrado	MALLMANN, Lisiane	(Re)pensando o uso de mapas conceituais: um estudo de caso com libras e signwriting na educação sexual	GELLER, Marlise	ULBRA
2011	Mestrado	LIMA, Cristiane Carvalho Bezerra de	Análise combinatória: mapas conceituais para aprendizagem significativa	SILVA, Romeu Tavares da	UFPB
2011	Mestrado	TRINDADE, José Odair	Ensino e Aprendizagem Significativa de Conceito de Ligação Química por meio de Mapas Conceituais	HARTWIG, Dácio Rodney	UFSCar
2012	Mestrado	FREITAS, Sheila Cristiana de	A utilização de mapas conceituais como apoio ao ensino de análise de requisitos de software	FRANCISCO, Antônio Carlos de	UTFPR
2013	Mestrado	FERRÃO, Naíma Soltau	Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem de cálculo diferencial e integral	MANRIQUE, Ana Lucia	PUCSP

Fonte: Autor

No que diz respeito aos registos de representação semiótica foram encontradas três dissertações na PUCSP, duas na UENF, uma tese na UFSC e nas outras IES foram encontradas uma dissertação em cada (ver Quadro 4). Os anos de maiores produções foram: 2007, com duas dissertações e 2011 com cinco.

Quadro 4 - Levantamento de Teses e Dissertações de representação semiótica no período de 2004 a 2012

Ano	Nível	Autor	Título	Orientador	Instituição
2004	Mestrado	GODOY, Luiz Felipe Simões de	Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo	PUCSP
2005	Doutorado	BRANDT, Célia Finck	Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração	MORETTI, Méricles Thadeu	UFSC
2007	Mestrado	CAMPOS, Ronaldo Pereira	A abordagem do teorema fundamental do cálculo em livros didáticos e os registros de representação semiótica	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2007	Mestrado	PICONE, Desiree Frasson Balielo	Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema fundamental do cálculo	SILVA, Benedito Antônio da	PUCSP
2011	Mestrado	GREGORIO, Vera Lucia da Silva Santos	Um olhar sobre os objetos de aprendizagem no ensino da Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica	STAHL, Nilson Sérgio Peres	UENF
2011	Mestrado	MAGGIO, Deise Pedroso	Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica	NEHRING, Cátia Maria	UNIJUÍ
2011	Mestrado	SALGUEIRO, Nilton Cesar Garcia	Como estudantes do Ensino Médio lidam com representações semióticas de funções	SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores	UEL
2011	Mestrado	SANTOS, Robinson Nelson dos	Semiótica e Educação Matemática: registros de representação aplicados à teoria das matrizes	BONOMI, Maria Cristina	USP
2011	Mestrado	SILVA, Silvana Holanda da	Conhecimento de professores polivalentes em geometria: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica.	BARRETO, Marcília Chagas	UECE
2012	Mestrado	SANTOS, Patrícia Maria dos	Aplicação da Modelagem Matemática no Ensino Médio à luz da teoria dos registros de representação semiótica	STAHL, Nilson Sérgio Peres	UENF

Fonte: Autor

Dentre as pesquisas abordadas, destacamos as que apresentaram pelo menos dois aspectos teóricos relacionados a essa investigação, que são as seguintes: a dissertação de Godoy (2004), que aborda o registro de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem, na qual a derivada como objeto matemático é uma noção abstrata, uma vez que a representação possibilita sua apresentação; a dissertação de Picone (2007), que identifica os registros de representação semiótica mobilizados por professores de cálculo que ministram aula referente ao teorema fundamental do cálculo e a dissertação de Ferrão (2013) que analisa a utilização de mapas conceituais digitais no Ensino Superior como elemento sinalizador da aprendizagem significativa, tendo a derivada como objeto matemático dos estudantes que já cursaram o cálculo diferencial e integral, mobilizando os conceitos de hierarquia, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, abordados na teoria da aprendizagem significativa.

As pesquisas de Godoy (2004), Picone (2007) e Ferrão (2013) mostram a relevância do estudo sobre o ensino de derivada, mas embora tenham aspectos de abordagem teórica em comum não investigaram as relações de representação semiótica e o processo de assimilação de conceitos de derivada.

I.2 Referencial Teórico

Utilizamos como referencial a Teoria de Aprendizagem Verbal Significativa de Ausubel e sua teoria da Assimilação (AUSUBEL, 2003; AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980), bem como os Mapas Conceituais (NOVAK; GOWIN, 1984), na vertente cognitivista do campo da Psicologia no sentido da compreensão e da organização do ensino. Fizemos uso, também, no sentido das dimensões da aprendizagem, da caracterização das condições para a aprendizagem significativa, do processo de desenvolvimento da aprendizagem e a identificação dos elementos evidenciados no processo pelo esquecimento.

Utilizamos, ainda, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica do filósofo e psicólogo Raymond Duval, como subsídio para análise e interpretação dos dados desta investigação, porque favorece a identificação e a compreensão dos conceitos do cálculo, uma vez que as representações semióticas são necessárias e indispensáveis no processo de distinção de um objeto matemático e sua representação na formação de conceitos matemáticos (DUVAL, 2009).

I.2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa

A essência do processo de aprendizagem significativa consiste no fato de que novas ideias expressas de forma simbólica se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe.
David P. Ausubel (2003, p.72)

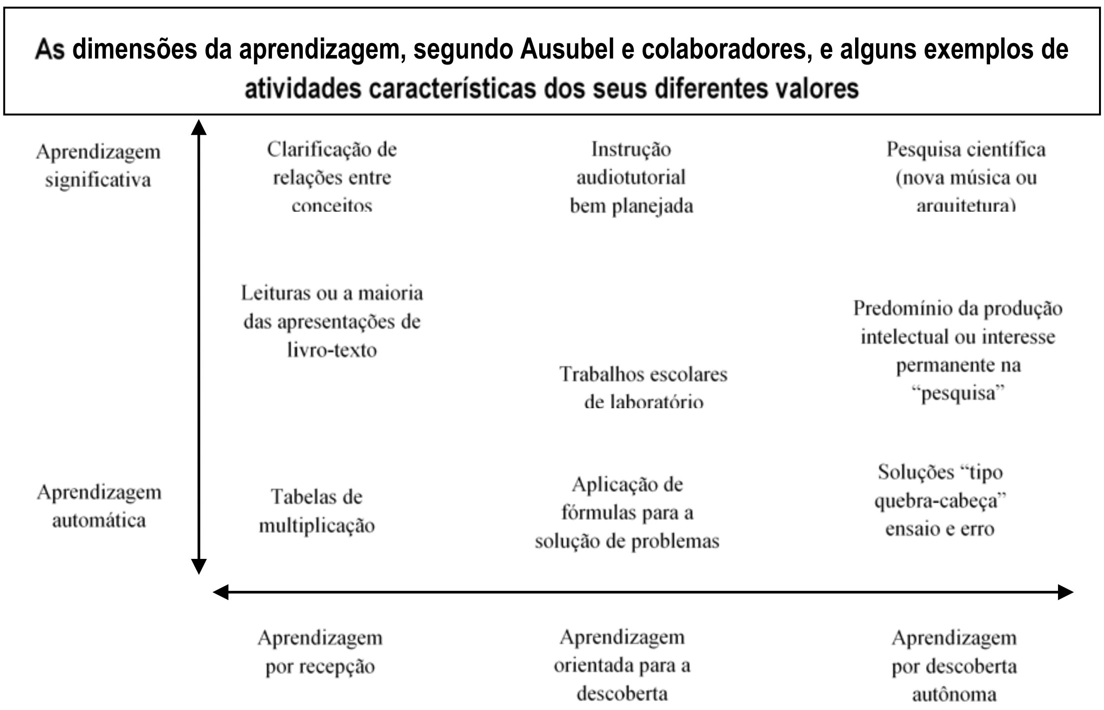
A Teoria da Aprendizagem Verbal Significativa, de autoria do Psicólogo norte-americano David P. Ausubel se caracteriza pela fundamentação em uma reflexão sobre a aprendizagem escolar e o ensino, sendo que suas proposições estão pautadas em considerar "que os indivíduos apresentam uma organização cognitiva interna baseada em conhecimentos de caráter conceitual", sendo sua complexidade uma relação de dependência com o número de conceitos presentes e das relações que esses conceitos estabelecem. Essa relação é de caráter hierárquico, de forma que a estrutura cognitiva é compreendida como uma rede de conceitos organizados hierarquicamente com o grau de abstração e generalização (SALA; GOÑI, 2000, p.231).

Segundo Ausubel (1980, 2003), a aprendizagem significativa é um processo em que uma nova informação se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do aprendiz e essa nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica chamada de 'subsunçor', existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Sendo o 'subsunçor' um conceito, uma ideia, uma proposição que já existe na estrutura cognitiva, serve de 'ancoradouro' para novas informações de modo que tenham significado para o aprendiz**.**

Exemplificando, em Matemática o conceito de número já existe na estrutura cognitiva do aluno ao ingressar na escola, assim esse conceito servirá de subsunçor para novas informações para um determinado tipo de número, por exemplo, um número real. Esse processo de ancoragem da nova informação resulta na ampliação e modificação do conceito subsunçor (número). O subsunçor existente na estrutura cognitiva pode ser abrangente, bem elaborado, claro, estável ou limitado, pouco desenvolvido, instável, dependendo da maneira como serviram de ancoradouro para novas informações referentes a números: inteiros, racionais, reais e complexos. Mas, na medida em que esses novos conceitos forem aprendidos de maneira significativa, o resultado será a ampliação e elaboração do conceito subsunçor inicial. Isso indica que o conceito de número ficará mais abrangente, elaborado e mais capaz para servir de subsunçor para novas informações relativas ao conceito de números.

Ausubel e colaboradores (1980) estabeleceram dois eixos ou dimensões para representar a forma de obtenção da aprendizagem; o eixo na horizontal, representado da esquerda para direita, estabelecendo tipos de aprendizagem, sendo nessa ordem apresentada à aprendizagem receptiva, seguida pela aprendizagem por descoberta, em que entre a aprendizagem por recepção e a aprendizagem por descoberta é intermediada pela aprendizagem por descoberta, orientada pelo professor, até atingir uma aprendizagem por descoberta de forma autônoma; o eixo na vertical, representado a intervenção no processo de aprendizagem em que sua representação na posição inferior é definida pela aprendizagem automática (ou mecânica) e, na medida em que novos conhecimentos são introduzidos, um novo material é adquirido e novos conceitos são introduzidos na estrutura cognitiva do aprendiz, que ao atingir o ponto mais alto da escala hierárquica é designada como sendo uma aprendizagem significativa, conforme esquema (Figura 1).

Figura 1 - As dimensões da aprendizagem



Fonte: Ausubel; Novak; Hanesian (1980, p.21)

Na medida em que o novo material de maneira substancial e não-arbitrário é incorporado às estruturas do conhecimento do aprendiz de forma relevante, torna-se mais próximo da aprendizagem significativa. Dessa forma, percebemos que a maneira mais primitiva da aprendizagem está na parte esquerda inferior do esquema das dimensões da aprendizagem em que há uma aprendizagem receptiva e mecânica (*memorística*), que pode ser exemplificada através da memorização da tabela de multiplicação. Na proporção que nos afastamos para a direita e para cima atingimos uma aprendizagem por descoberta e significativa, que pode ser exemplificada quando o aluno produz pesquisa científica ou novas arquiteturas conceituais (SALA; GOÑI, 2000).

A aprendizagem automática (ou mecânica), segundo Ausubel e colaboradores (1980), é aquela em que novas informações são aprendidas sem que ocorra uma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Sem ligar a conceitos subsunçores específicos, a nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não havendo interação com a estrutura cognitiva existente. Exemplificando, citamos a simples memorização de fórmulas, leis e aquela aprendizagem de 'última hora', na véspera de uma prova. Mas, aqui, é necessário entender que a aprendizagem mecânica, embora seja necessária ou desejável na fase inicial da aquisição de um novo conhecimento, necessita ser preferida pela aprendizagem significativa, pois favorece a retenção, a aquisição de significados e a transferência de aprendizagem e que, no entanto, não se estabelece à distinção entre ambas como sendo uma dicotomia, mas sim como um *continuum* (MOREIRA *et al.*, 1987; MOREIRA 1999).

Para que haja um processo de aprendizagem significativa são necessárias três condições básicas: primeira, a significatividade lógica do novo material que é preciso aprender, o que remete à estrutura interna desse material que, por sua vez, deve ser coerente e claro para facilitar o estabelecimento de relações com o conhecimento prévio do aprendiz. Isso quer dizer que precisa se constituir em um material potencialmente significativo, substancial e não arbitrário para relacionar-se com as ideias relevantes do sujeito, com possibilidades de ser incorporado à sua estrutura de conhecimento; a segunda condição, a significatividade psicológica, na qual é necessário o aprendiz dispor de uma estrutura de conhecimentos prévios para que haja aprendizagem e as suas estruturas prévias precisam ter características que possam ser relacionadas com os novos conhecimentos e, por último, o aprendiz precisa ter disposição favorável para aprender de maneira significativa, pois é necessária essa disposição para relacionar de forma não arbitrária e substantiva o novo material à sua estrutura cognitiva (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

As vantagens atribuídas à aprendizagem significativa estão na ampliação das estruturas cognitivas do aprendiz e na utilização para experimentar novas aprendizagens, pois a mesma pode ser obtida tanto por meio da descoberta como por meio da recepção. Em relação à comparação da aprendizagem significativa com a aprendizagem *memorística* destacam-se três vantagens: primeiro, o conhecimento que se adquire de maneira significativa é uma aprendizagem mais duradoura; segundo, aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos ou materiais com maior facilidade e, por último, facilita a aprendizagem seguinte, mesmo quando houver esquecimento, ou necessitar de uma reaprendizagem (SALA; GOÑI, 2000).

A aprendizagem significativa envolve a estrutura cognitiva prévia do aprendiz e o material ou conteúdo de aprendizagem como processo de modificação da estrutura cognitiva inicial e do conteúdo que se deve aprender, formando o núcleo da aprendizagem significativa, fundamental para o desenvolvimento cognitivo e ampliação do conhecimento (SALA; GOÑI, 2000).

Na aprendizagem receptiva ou por recepção, o aprendiz recebe em sua forma final o que precisa ser aprendido, ao passo que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido precisa ainda ser descoberto e depois de descoberto a aprendizagem só se torna significativa se o conteúdo estabelecer ligações com conceitos subsunçores relevantes que já existem na estrutura cognitiva. Isso representa que tanto a aprendizagem por recepção ou por descoberta só serão significativas se houver incorporação do novo conteúdo de forma não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva do aprendiz.

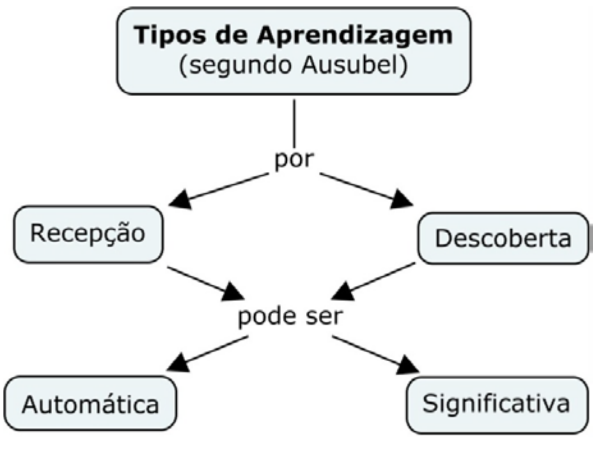
Quando a aprendizagem for receptiva significativa, a matéria compreendida se torna expressiva no processo de internalização, ao passo que na aprendizagem receptiva automática a aprendizagem não é potencialmente significativa nem se torna expressiva no processo de internalização (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A aprendizagem por descoberta tem como característica a formação de conceitos ou a solução automática do problema, sendo que o conteúdo a ser aprendido não será dado, e sim descoberto pelo aprendiz, antes de ser incorporado significativamente à estrutura cognitiva, uma vez que a tarefa principal é descobrir algo, de modo que o aprendiz reagrupe informações para integrá-las a estrutura cognitiva existente, reorganize e transforme a combinação integrada, de forma que alcance a descoberta e esse conteúdo se torna significativo, assim como o conteúdo apresentado na aprendizagem receptiva **(**AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

A aprendizagem receptiva e por descoberta exercem papéis diferentes quanto ao funcionamento e desenvolvimento intelectual, de forma que "grande parte da aprendizagem acadêmica é adquirida por recepção", ao passo que os problemas em geral são solucionados com base na aprendizagem por descoberta. Dessa forma, a aprendizagem por descoberta significativa, do ponto de vista psicológico, é mais complexa que a aprendizagem receptiva significativa. Exemplificando, temos a solução de quebra-cabeças através de ensaio e erro, como um tipo de aprendizagem por descoberta, na qual o conteúdo descoberto é geralmente incorporado de maneira arbitrária à estrutura cognitiva do aprendiz mecanicamente; ao passo que, um teorema do Cálculo pode ser aprendido significativamente sem que o aprendiz tenha que descobri-lo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.21).

Ao considerar as diferenças existentes entre as aprendizagens automática, significativa, por recepção e por descoberta, e ao lidar com as dimensões da aprendizagem, podemos obter a aprendizagem por recepção automática ou significativa e a aprendizagem por descoberta também pode ser automática ou significativa. Isso quer dizer que a aprendizagem por recepção e a aprendizagem por descoberta não são necessariamente significativas nem obrigatoriamente automáticas, dependem de como a nova informação é armazenada na estrutura cognitiva do aprendiz (Figura 2).

Figura 2 - Tipos de aprendizagem



Fonte: Autor

A aprendizagem receptiva significativa implica na aquisição de novos conceitos e são distinguidas por três tipos: *Aprendizagem representacional, aprendizagem de conceitos e aprendizagem proposicional.*

A *aprendizagem representacional* refere-se ao significado dos símbolos particulares de um modo geral e aprender o que eles representam em que as palavras de qualquer língua são convenções ou símbolos que representam um conceito, uma situação ou um objeto unitário do mundo físico e social. Ocorre quando suas representações simbólicas e respectivos conceitos, objetos, têm o mesmo significado para o aprendiz. A aprendizagem representacional é significativa, pois suas equivalências representacionais podem relacionar de forma não arbitrária e substantiva a estrutura cognitiva do aprendiz. É a forma mais primitiva de aprendizagem significativa que se aproxima da aprendizagem por memorização (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003).

A aprendizagem representacional é o tipo mais essencial da aprendizagem significativa, a qual os outros tipos de aprendizagem estão subordinados. As palavras em qualquer língua são símbolos ou representações de forma convencional ou social que representam um objeto, conceito ou outro símbolo no mundo físico ou social em que qualquer indivíduo determina o que representa ou significa. A princípio, seja uma quantidade completamente desconhecida, algo que precisa aprender e o significado das palavras que começam a representar para o aprendiz as ideias e objetos correspondentes.

Por exemplo, quando uma criança aprende o significado da palavra ‘cinco’, que pessoas mais experientes em termos verbais determinam que o som da palavra represente ou corresponda à quantidade de um determinado objeto que se apresenta à quantidade cinco (como os 5 dedos da mão), que observa e significa a mesma quantidade que representa o próprio objeto. A criança relaciona de forma relativamente não arbitrária e não literal a essa proposição de equivalência representacional ao conteúdo das respectivas estruturas cognitivas. Ao completar a fase inicial de aprendizagem significativa, a palavra ‘cinco’ torna-se um conteúdo relevante das estruturas cognitivas que equivale ao sugerido para a determinada quantidade do objeto que representa cinco. Ao adquirir o significado genérico de ‘cinco’, esse símbolo serve como modelo conceitual para as propriedades do conceito cultural de ‘cinco’.

Segundo Ausubel (2003, p.89), à medida que a criança se desenvolve as “palavras começam a representar conceitos ou ideias genéricas”, e passam a ser nomes conceituais com conteúdo cognitivo mais abstrato e generalizado. Para a criança que já aprendeu a falar, a palavra ‘cinco’ pode, simplesmente, significar uma imagem cognitiva da noção de quantidade de objeto utilizado para seu uso pessoal, mas para crianças mais desenvolvidas, na Educação Infantil, as propriedades de uma imagem que representa cinco, foram descobertas por si, de forma indutiva, e a partir de sua experiência outras formas concretas de representar as quantidades de cinco. Logo após a Educação Infantil, a maioria das palavras é adquirida por definição, de forma significativa, ou entre palavras conceituais, isso porque a aprendizagem do significado de uma nova palavra conceitual tem forma de aprendizagem representacional e, geralmente, segue a própria aprendizagem conceitual.

Na *aprendizagem de conceitos*, torna-se necessário a importância do significado e a formação dos mesmos. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.38-39),

> Os significados iniciais são estabelecidos por signos ou símbolos de conceitos no processo de formação de conceito, uma nova aprendizagem dará origem a significados adicionais aos signos ou símbolos e permitirá a obtenção de novas relações entre os conceitos anteriormente adquiridos. [...] Embora os indivíduos aprendam significados de signos ou símbolos adquiridos de maneira muito pessoal, esses significados têm uma característica comum numa dada cultura, de modo a permitir o emprego de símbolos para a troca de informações. Se tal não ocorresse assim, seria impossível o ensino acadêmico ou qualquer outra forma de troca organizada de conhecimento, e a aprendizagem significativa seria impossível, exceto através de métodos de aprendizagem por descoberta.

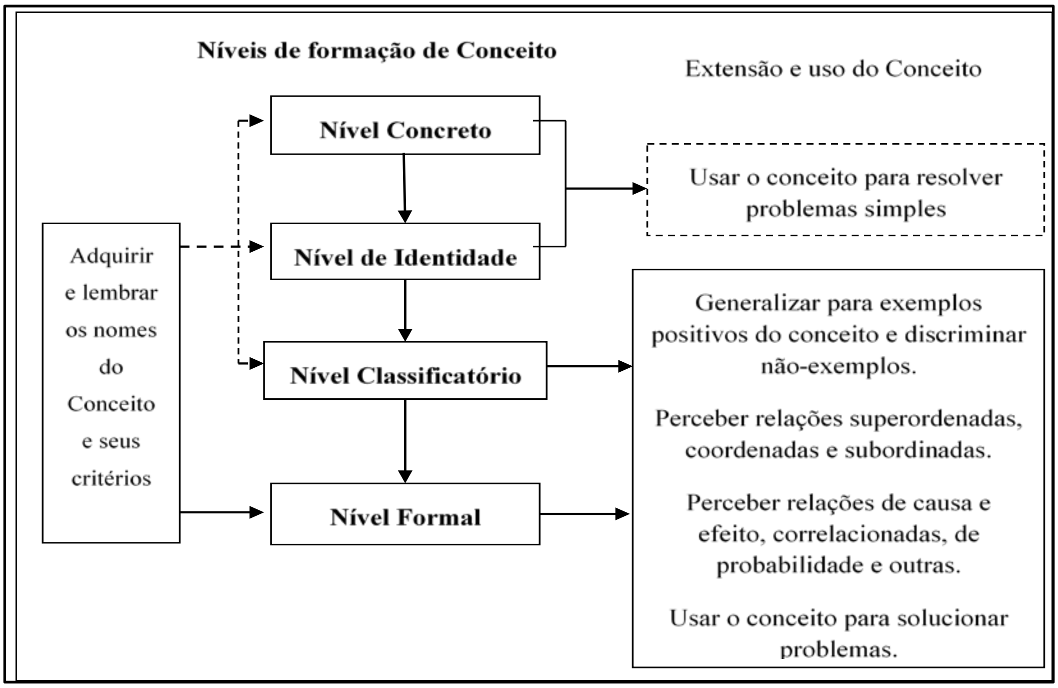
Quanto ao significado, Klausmeier e Goodwin (1977) definem conceito como constructo mental dos indivíduos e como entidades públicas. Os conceitos, como construtos mentais, desenvolvem-se no aprendiz conforme suas experiências de aprendizagem e seus modelos maturacionais; o conceito como entidade pública é definido como a instrução estabelecida que corresponde aos significados de palavras e os significados das palavras entendem os conceitos socialmente admitidos, ou públicos, ou agrupamento de pessoas que falam a mesma linguagem.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.47) definem conceito "como objetos, eventos, situações ou propriedades" que possuam atributos essenciais comuns e peculiaridades próprias que são indicados por algum signo ou símbolo, sendo que na formação de conceito, as propriedades essenciais do conceito são adquiridas por meio de experiência direta e de estágios sucessivos de formulação de hipóteses, teste ou generalização, sendo que os novos significados de conceitos ocorrem por um processo semi-indutivo na formação do mesmo.

Segundo Ausubel (2003, p.2, 92), existem dois métodos de aprendizagem conceitual: (1) a *formação de conceitos*, é um tipo de aprendizagem por descoberta que ocorre em crianças na idade pré-escolar quando adquirem os "atributos de critérios como uma consequência da experiência direta ao longo de fases sucessivas de formulação, experimentação e generalização de hipóteses"; e (2) a *assimilação de conceitos* é a forma predominante de aprendizagem conceitual que ocorre em crianças em idade escolar e nos adultos, "aprendem novos significados conceituais em contato com atributos essenciais dos conceitos e relacionando estes atributos a ideias relevantes estabelecidas em suas estruturas cognitivas". Aprendem novos conceitos e estabelecem uma equivalência representacional entre os mesmos na estrutura cognitiva, que são explícitos pela combinação de palavras significativas.

Klausmeier e Goodwin (1977) apresentam quatro níveis de formação de conceitos: concreto, de identidade, classificatório e formal. O desenvolvimento conceitual começa na primeira infância no nível concreto, passando pelos níveis de formação e exigindo uma ou mais operações mentais até a adolescência, quando os conceitos obtidos no nível concreto e de identidade podem ser utilizados na resolução de problemas simples, sendo que os conceitos obtidos nos níveis classificatório e formal podem ser usados na igualdade de instâncias encontradas, tais como exemplos e não exemplos[1] do conceito e também relacionando várias formas a outros conceitos usados na resolução de problemas (ver Quadro 5).

Quadro 5 - Níveis de formação de conceito, extensão e utilização



Fonte: Klausmeier e Goodwin (1977, p.51).

Obs.: As linhas pontilhadas indicam a formação de conceito nos níveis concreto, de identidade e classificatório, o aprendiz pode formar o conceito sem ter o nome do conceito.

[1] Exemplos e não exemplos podem ser denominados de propriedades positiva e negativa respectivamente

No nível concreto, o aprendiz reconhece um objeto que foi encontrado em um determinado momento e, atento ao objeto, discrimina outros objetos e representa internamente com imagens ou símbolos e mantém a representação (lembra); no nível de identidade, a formação é concluída quando a aprendiz reconhece o objeto como sendo o mesmo quando antecipadamente encontrado, onde o objeto é observado de outra perspectiva ou em um aspecto sensorial diferente, como ver ou ouvir; para formar o conceito no nível classificatório, o aprendiz precisa ter formado dois ou mais conceitos no nível de identidade e ser capaz de operar nos níveis de identidade e classificatório. Finalmente, no nível formal ocorre quando o aprendiz sabe dar nome ao conceito e defini-lo em termos de propriedades determinadas e diferenciar os exemplos e não exemplos em termos de propriedades, sendo que a aprendizagem de conceitos, nesse nível, pode ser facilitada por métodos pedagógicos. “Conceitos aprendidos nos níveis classificatório e formal podem ser usados para generalizar para novos exemplos, perceber relações supra-ordenadas-subordinadas, perceber relações de causa e efeito e outras relações entre conceitos e resolver problemas” (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977 p.58).

No momento em que o vocabulário da criança se desenvolve, ocorre uma tendência de aquisição de novos conceitos, mediante o processo de assimilação que pode descobrir as qualidades de critérios desses novos conceitos, utilizando-os em novas combinações existentes, palavras ou imagens, disponíveis na estrutura cognitiva da criança. Em geral, crianças em idade escolar, adolescente e adultos, “adquirem novos conceitos por meio do processo de assimilação de conceitos” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.78).

Na *aprendizagem proposicional*, Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.40) afirmam que:

> A tarefa de aprendizagem significativa não se reduz ao aprendizado do que representam as palavras isoladamente ou a combinação das mesmas; refere-se, antes de tudo, ao aprendizado do significado de novas ideias expressas de forma proposicional.

A aprendizagem proposicional, segundo Ausubel e colaboradores (1980, p.39-40) refere-se ao “significado de ideias expressas por grupo de palavras combinadas em proposições ou sentenças” com o objetivo de “aprender o significado de proposições verbais que expressam outras ideias diferentes daquelas da equivalência proposicional”. O que se aprende é o significado de uma nova estrutura, no sentido de que a proposição é uma unidade referencial, resultante da combinação de várias palavras isoladas, que se relacionadas entre si, constituem-se na combinação de tal forma que compõem um todo, com significado próprio.

Isso informa que o significado não é simplesmente a soma do significado das palavras que compõem. Trata-se, portanto, da aquisição de um significado específico, derivado de dois ou mais conceitos, constituindo-se mais do que a soma desses por causa das propriedades semânticas da ordem e inflexão de palavras (sintaxe). Exemplificando, podemos obter que a soma do fatorial de dois e fatorial de três é igual a oito, ou simbolicamente, $2! + 3! = 8$, pois os conceitos de fatorial e de adição de números combinados têm um significado próprio.

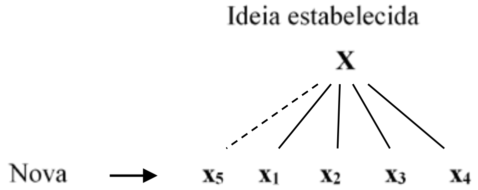
Na relação hierárquica entre o conhecimento existente na estrutura cognitiva e a informação que precisa aprender, Ausubel (2003) apresenta três tipos de aprendizagem proposicional: a primeira é denominada *aprendizagem subordinada*, na qual os conceitos inclusores estão hierarquicamente superiores ao material a ser aprendido; na segunda, *aprendizagem superordenada*, o conhecimento prévio é mais específico que o novo material e estabelece como conceito de posição superior e, por último, a *aprendizagem combinatória* em que não existe hierarquia entre os conhecimentos prévios e o novo material, mas encontra-se em um nível similar da hierarquia conceitual da estrutura cognitiva.

A aprendizagem subordinada (ou inclusão ou subsunção) é o processo de vincular novas informações a segmentos preexistentes, da estrutura cognitiva que ocorre por meio da aprendizagem conceitual e da aprendizagem proposicional em que essas novas informações se ligam ou se apoiam, em aspectos relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz. Nessa aprendizagem, os conceitos inclusores são hierarquicamente superiores na estrutura cognitiva ao do material que precisa ser aprendido e que estabelece uma diferenciação progressiva dos conceitos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; SALA; GOÑI, 2000).

Na aprendizagem Subordinada (ou de Subsunção), os conceitos inclusores estão hierarquicamente superiores ao material a ser aprendido, podendo se distinguir dois tipos: (1) *subordinação derivativa* - as novas ideias na tarefa de aprendizagem são ilustrativas ou apoiadoras de um conceito ou proposição existente na estrutura cognitiva. Isso quer dizer que o material de aprendizagem é compreendido e produzido quando novos conceitos têm um caráter de exemplos ou de ilustração dos conceitos existentes ou inclusores. Nesse caso, o material derivativo aparece rapidamente e com certa facilidade, mas tende também a ser esquecido rapidamente por ser representado de forma adequada pelo próprio subsunçor, com a possibilidade de ser recuperado quando necessário. (2) *subordinação correlativa* - as novas ideias na tarefa de aprendizagem são extensões, elaborações, modificações ou qualificações dos conceitos ou proposições relevantes existentes na estrutura cognitiva, quando precisa de novos conhecimentos e não podem ser derivados dos conhecimentos superordenados já existentes ou inclusores. Isso porque o novo conteúdo é uma extensão, modificação, elaboração ou qualificação dos conceitos ou proposições previamente adquiridas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003). (ver Quadro 6).

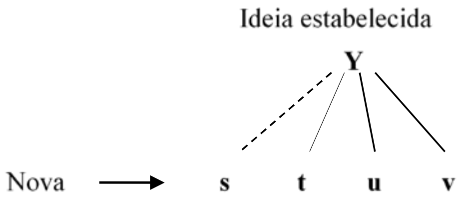
Quadro 6 - Aprendizagem Subordinada

Subordinação derivativa



Na aprendizagem subordinada derivativa, a informação nova $\mathbf{x_5}$ está ligada à ideia superordenada **X** e representa outro exemplo ou extensão de **X**. As propriedades principais do conceito **X** não sofreram alterações, mas os novos exemplos são considerados importantes.

Subordinação correlativa



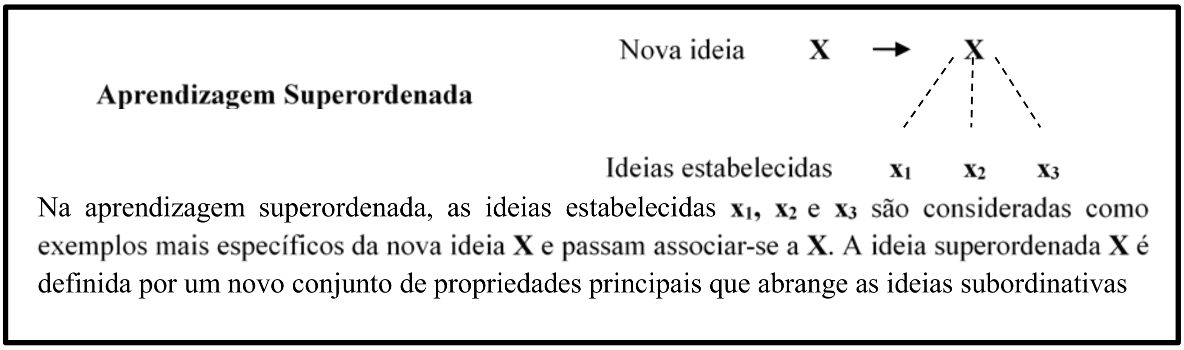
Na aprendizagem subordinada correlativa, a nova informação **s** está ligada à ideia **Y**, mas não é uma extensão, modificação ou qualificação de **Y**. As propriedades principais do conceito subordinativo podem ser ampliadas ou modificadas com a nova subordinação correlativa.

Fonte: Ausubel; Novak e Hanesian (1980, p.57)

A aprendizagem Superordenada (ou Sobreordenada) se processa quando os conceitos e ideias relevantes que existem na estrutura cognitiva do aprendiz são de nível inferior de generalidade, abstração ou abrangência em relação a novos conceitos a serem aprendidos. Essa forma de aprendizagem ocorre no curso do raciocínio, ou quando o material apresentado é organizado indutivamente, ou envolve a síntese de ideias compostas, sendo que a mesma ocorre mais na aprendizagem conceitual do que na aprendizagem proposicional (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; MADRUGA, 1996).

Na aprendizagem superordenada, um conceito ou proposição potencialmente significativo **X**, mais geral ou inclusivo do que ideias ou conceitos existentes na estrutura cognitiva $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$ e $\mathbf{x_3}$, é obtido a partir destes e passa a assimilá-los, ou seja, no momento em que se processa a aprendizagem significativa, além de formar conceitos subsunçores, é possível também acontecer interação entre esses conceitos. Por exemplo, no momento em que o estudante desenvolve os conceitos de números, equações algébricas, funções, gráficos, limites, entre outros, o estudante pode aprender posteriormente que esses conceitos são subordinados ao conceito de derivada. No momento que o conceito de derivada é desenvolvido, os conceitos previamente aprendidos assumem a condição de subordinados ao conceito de derivada que representa uma aprendizagem superordenada (ver Quadro 7).

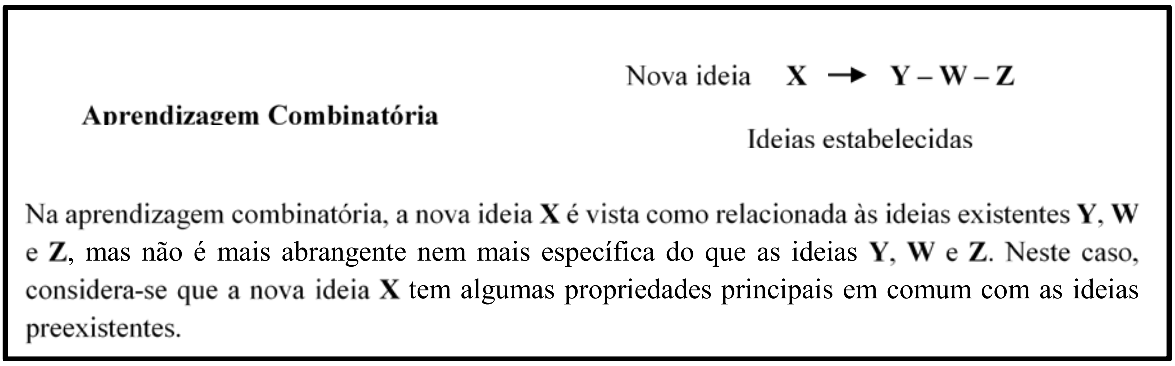
Quadro 7 - Aprendizagem Superordenada



Fonte: Ausubel; Novak e Hanesian (1980, p.57)

A aprendizagem Combinatória caracteriza-se pelo fato de que os novos conceitos e proposições não podem ser associados de forma subordinada ou superordenada com ideias relevantes específicas na estrutura cognitiva do aprendiz, uma vez que não há relação hierárquica entre os conhecimentos prévios e o novo material, mas os mesmos estão em um mesmo nível conceitual na estrutura cognitiva. Esses novos conceitos podem ser relacionados de modo geral com estruturas cognitivas já existentes, inicialmente, tornando-se mais difícil de aprender e recordar do que no caso da aprendizagem subordinada ou superordenada. As novas generalizações inseridas e esclarecidas que os estudantes apreendem em matemática e outras matérias são exemplos de aprendizagem combinatória (MADRUGA, 1996; SALA; GONI, 2000; AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2003) (ver Quadro 8).

Quadro 8 - Aprendizagem Combinatória



A aprendizagem subordinada, superordenada e a combinatória são processos cognitivos internos e a aquisição de novas informações depende das ideias relevantes que fazem parte da estrutura cognitiva e a aprendizagem significativa ocorre por meio da interação entre o novo material e a estrutura cognitiva existente, que é a assimilação dos velhos e novos significados, originando uma estrutura altamente diferenciada (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

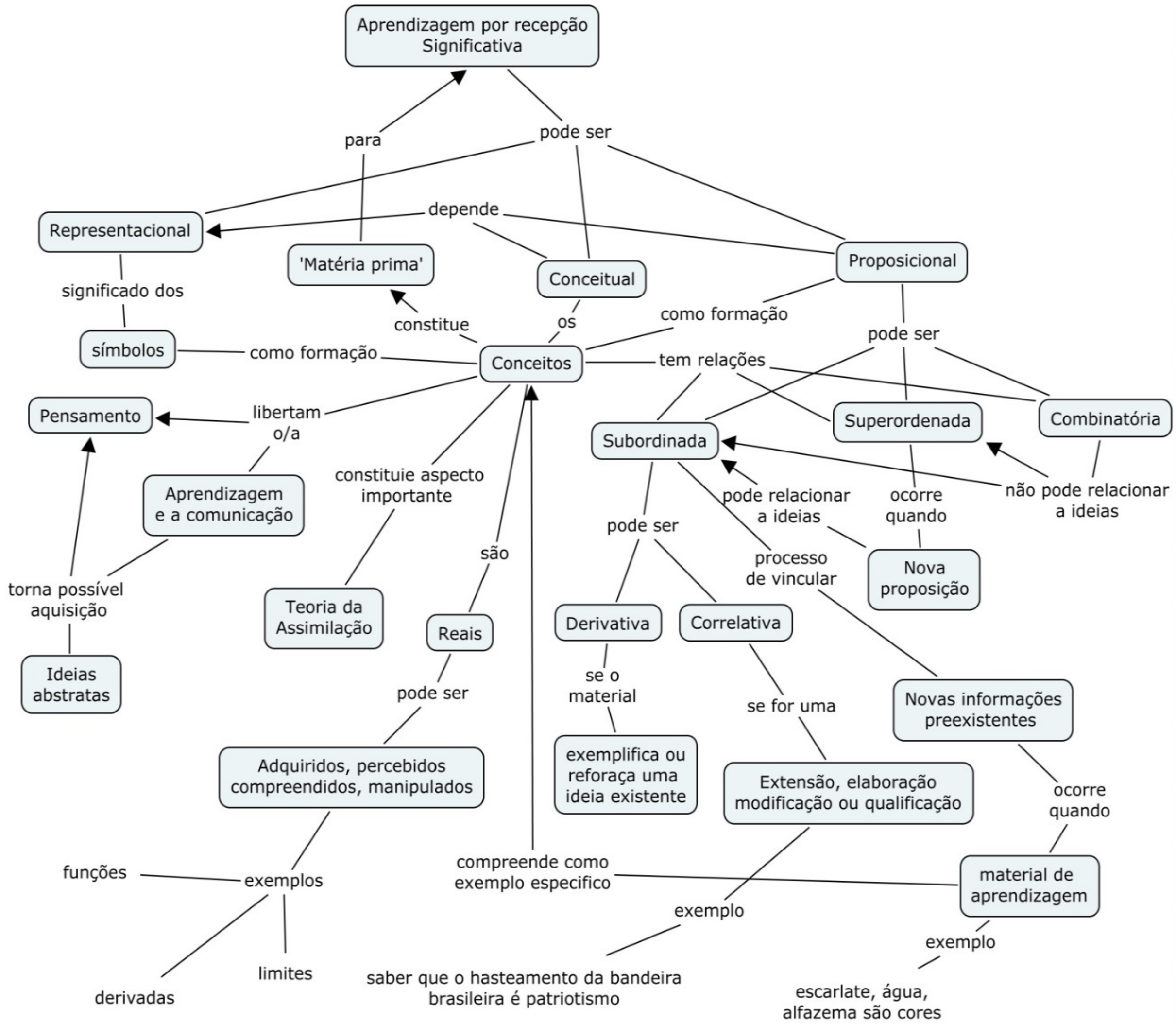
Segundo Moreira (1983), os tipos de aprendizagens subordinada, superordenada e combinatória são compatíveis e adaptáveis com a aprendizagem representacional, de conceitos e proposicional, já que a aprendizagem de conceitos pode ser subordinada, superordenada, ou em menor intensidade, combinatória e a aprendizagem proporcional, também pode ser subordinada, superordenada ou combinatória.

Ausubel (2003, p.2) afirma que:

> Os conceitos constituem um aspecto importante da teoria da assimilação, pois a compreensão e a resolução significativa de problemas dependem amplamente da disponibilidade quer do conceito subordinante (na aquisição conceitual por subsunção), quer de conceitos subordinados (na aquisição conceitual subordinante), na estrutura cognitiva do aprendiz. Também é evidente que (1) a seres humanos interpretam experiências perceptuais 'em bruto' em termos de conceitos particulares nas suas estruturas cognitivas e (2) que os conceitos constituem os alicerces quer para aprendizagem por recepção significativa de proposições declarativas, quer para a criação de proposições significativas para resolução de problemas.

Apresentamos, a seguir, um mapa conceitual da aprendizagem por recepção significativa para maior compreensão do conteúdo apresentado (Figura 3), que nos dá uma visão geral dos conceitos utilizados e para identificar a estrutura do significado do ensino e a organização sequencial do conteúdo por meio do processo de diferenciação progressiva e reconciliação integradora.

Figura 3 - Mapa Conceitual da aprendizagem por recepção significativa



Fonte: Autor

O mapa conceitual tem o objetivo de representar as relações significativas estre os conceitos e as setas indicam o sentido que a relação (*link* ou palavras de ligação) se expressa, sendo que os *links* entre os conceitos formam uma proposição significativa. Nos mapas hierárquicos ocorrem às relações subordinadas entre os conceitos de níveis mais altos e os conceitos subordinados e por convenção adotam-se setas nas relações superordenadas entre os conceitos. As ligações cruzadas ou transversais determinam relações entre os conceitos de áreas diferentes.

I.2.1.1 A Teoria da Assimilação

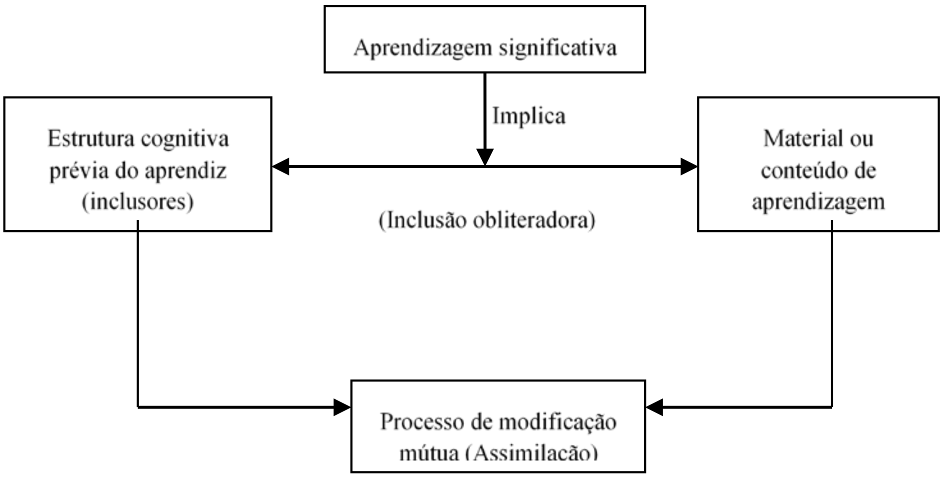
Tudo o que se apreende deve ser retido ou esquecido.
David P. Ausubel

A Teoria da Assimilação, segundo Ausubel (2003), elucida a forma como se relacionam, de maneira seletiva, na etapa de aprendizagem, as novas ideias potencialmente significativa do material de ensino com as ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, como essas ideias se interagem com aquelas relevantes ancoradas e o resultado dessa interação. É comprovado que a aprendizagem significativa constitui a primeira etapa de um processo de assimilação e consiste na própria etapa da sequência natural e necessária da retenção e do esquecimento. Também estabelece os processos de assimilação na etapa da aprendizagem significativa, que abrange: (a) a ancoragem seletiva do material de aprendizagem às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva; (b) a interação entre as ideias recentes e as relevantes existentes (ancoradas) e (c) a ligação de novos significados que surgem com as ideias ancoradas e apropriadas no intervalo de memória (retenção). Naturalmente, os novos significados desempenham um papel no aumento de permanência e da força de dissociabilidade integrada, resultando da ligação dos novos significados às ideias ancoradas mais estáveis, de forma que essas ideias também se alteram modificando o processo interativo. As ligações e armazenamento das ideias recentes apreendidas com as ancoradas compõem como parte do processo de retenção, de forma que essa ligação seja estabelecida. A aprendizagem precisa ser acompanhada de uma retenção e/ou esquecimento, pois “tudo o que se apreende deve ser ou retido ou esquecido”, isso porque o processo de assimilação na retenção-esquecimento difere do processo de aprendizagem significativa em algum aspecto, podendo ser comparado com as “manifestações psicológicas evidentes” e nas próprias estruturas psicológicas (AUSUBEL, 2003, p.8).

Na aprendizagem receptiva significativa, as informações são armazenadas na estrutura cognitiva do aprendiz por um período de tempo e essas informações assimiladas e organizadas interagem com o conteúdo relativamente já estabelecido. Os novos significados são armazenados e organizados em relação à ideia básica relevante e são dissociáveis e, quando a força de dissociabilidade atinge certo ponto crítico, no limiar da disponibilidade, as ideias básicas relevantes sofrem uma redução gradual ou são esquecidas. As variáveis motivacionais e cognitivas atingem a aprendizagem significativa por diferentes mecanismos, como também o esquecimento pode ser atingido por fatores como ‘repulsão’, ‘choque de aprendizagem inicial’. Tanto a aprendizagem significativa como o esquecimento depende da relação do novo material potencialmente significativo com a estrutura cognitiva do aprendiz e na ausência da superaprendizagem há perda gradual e espontânea da dissociação de novos significados adquiridos da obliteração das ideias subordinativas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Sala e Goñi (2000) ao descreverem o processo de aprendizagem da teoria de Ausubel salientam três noções básicas; primeira, os *conceitos subsunçores ou inclusores* - que são conceitos ou ideias já existentes na estruturação cognitiva e servem de ponto de localização para novos conceitos; segunda - a *inclusão obliteradora* como sendo o processo de interação entre o material de aprendizagem e os conceitos inclusores e terceira - nesse processo de interação o conceito inclusor e o novo material ficam modificados e o resultado do processo de inclusão obliteradora é uma autêntica *assimilação* entre os velhos e os novos significados. Vide Figura 4.

Figura 4 - A aprendizagem significativa como uma assimilação cognitiva

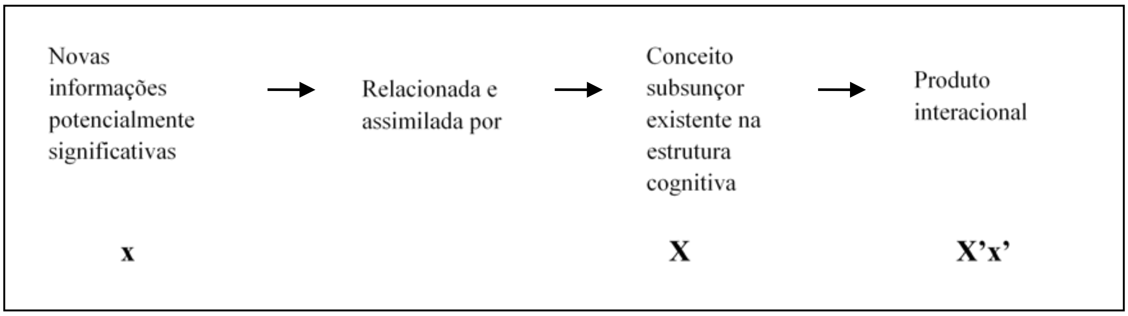


Fonte: Sala e Goñi (2000, p.233)

Segundo Ausubel (2003), o princípio da assimilação ou teoria da assimilação explica o resultado da interação que ocorre na fase da aprendizagem entre o novo material a ser aprendido e a estrutura cognitiva do aprendiz, sendo que o produto dessa interação possui uma relevância explorativa tanto para a aprendizagem quanto para a retenção.

O processo da assimilação ocorre quando uma ideia, conceito ou proposição **x**, potencialmente significativo é assimilado sob uma ideia, conceito ou proposição, ou seja, um subsunçor **X**, que foi estabelecido na estrutura cognitiva, tanto a nova informação **x**, como o subsunçor **X**, que se relacionam e interagem e são modificados pela interação, tendo como produto dessa interação **x’** e **X’** que permanecem relacionados como coparticipantes de uma nova interação ou complexo ideacional **X’x’** (ver Figura 5) e o verdadeiro produto do processo interacional que caracteriza a aprendizagem significativa não é apenas o novo significado de **x’**, inclui também a modificação da ideia âncora, sendo, consequentemente, o significado composto de **X’x’**. O produto interacional **X’x’** pode sofrer modificações ao longo do tempo. Desta forma, a assimilação não termina ou se completa após a aprendizagem significativa, mas continua ao longo do tempo podendo envolver novas aprendizagens e perdas de capacidade da reprodução de ideias subordinadas **(**MOREIRA, 1999).

Figura 5 - Complexo ideacional



Fonte: Moreira (1999, p.24)

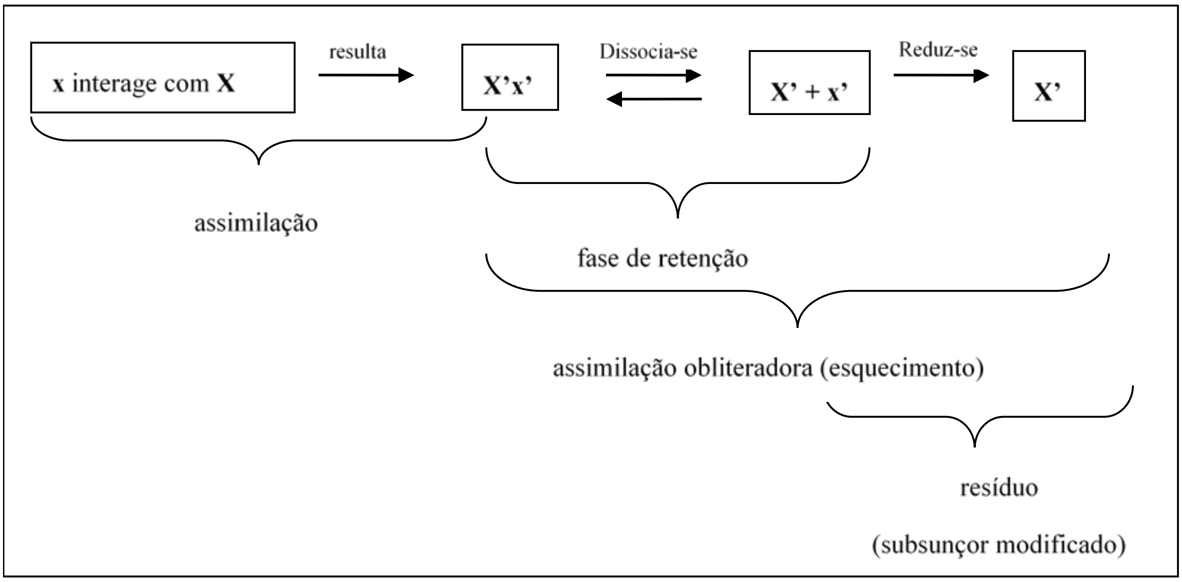
Podemos dizer que, imediatamente, após a aprendizagem significativa, o resultado é um produto interacional do tipo **X’x’**, e começa um segundo estágio: a assimilação obliteradora. As novas informações tornam-se, espontânea e progressivamente, menos dissociáveis de suas ideias-âncoras (subsunçores) até que não mais estejam disponíveis. Isso representa que essas informações não serão mais reproduzíveis como entidades individuais. Atingem, assim, um grau de dissociabilidade nulo e o produto interacional **X’x’**, reduz-se a **X’**. O esquecimento é, portanto, uma continuação temporal do mesmo processo que facilita a aprendizagem e a retenção de novas informações **(**MOREIRA, 1999).

Segundo Moreira e Masini (1982) o processo de assimilação que ocorre na aquisição e retenção de significados, também implica no mecanismo de esquecimento, visto que os conceitos mais extensos, estabelecidos e diferenciados, ancoram em novas ideias e informações que favorecem a retenção. Contudo, o significado das novas ideias, durante determinado tempo, tende a ser assimilado ou reduzido pelos significados mais estáveis de ideias já estabelecidas. O estágio obliterador da assimilação começa após a aprendizagem e novas ideias ocorrem de forma natural e progressivamente, tornando-se dissociáveis da estrutura cognitiva de modo a não ser mais possível repetir. Por isso se diz que houve um esquecimento.

O esquecimento pode ser influenciado por fatores, tais como; repressão e choque de aprendizagem inicial. Em se tratando da natureza do significado e os tipos de situações e processos que envolvem a aprendizagem significativa de conceitos, palavras e proposições, Ausubel (2003, p.105), ao explorar os mecanismos psicológicos da retenção do conhecimento de matéria na estrutura cognitiva, por um longo período de tempo, faz os questionamentos: "Como se assimilam e organizam tais conhecimentos na estrutura cognitiva e por que razões esquecem posteriormente?" "Será que existem tipos diferentes de esquecimento?" Para explicação desses questionamentos, o autor baseia-se no princípio da assimilação, no qual uma nova ideia **x** quando interage com uma ideia relevante **X** que está estabelecida na estrutura cognitiva, em que altera ambas as ideias e a ideia **x** assimila a ideia estabelecida **X**, na qual ocorre um caso de subsunção derivativa ou correlativa em que a ideia **X** ou a ideia **x** alteram de alguma forma, produzindo o produto interativo **X'x'**.

A ocorrência da assimilação obliteradora como continuação natural da assimilação, não significa que o subsunçor volte à sua forma original. Na teoria da assimilação, os novos significados, por meio da interação do novo conhecimento (conceitos ou proposições) previamente aprendido, que resulta em um produto interacional **X'x'**, no qual não só a nova informação adquire significado **x'**, mas também o subsunçor **X** adquire significados adicionais **X'**. Durante a fase de retenção, esse produto é dissociável em **x'** e **X'**, porém, à medida que o processo de assimilação continua e entra na fase obliteradora, **X'x'** reduz-se simplesmente a **X'**, ocorrendo, então, o esquecimento (MOREIRA, 1999), esquematizado a seguir (Figura 6).

Figura 6 - Processo de assimilação



Fonte: Moreira (1999, p.28)

A esse processo de assimilação de novos significados de forma sequencial e a novos materiais potencialmente significativos, obtemos a diferenciação progressiva de conceitos ou proposições. Na continuidade desse processo de assimilação em que os significados de conceitos e proposições podem não ser dissociáveis (recuperáveis) das ideias ancoradas, nesse caso ocorre uma assimilação obliterante ou um esquecimento significativo (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Ao considerar os processos relacionados que ocorrem durante a aprendizagem significativa, temos a diferenciação progressiva, que está mais relacionada com a aprendizagem subordinada e a reconciliação integradora, mais relacionada com a aprendizagem superordenada. Na aprendizagem subordinada, o conceito subsunçor se modifica no processo, adquirindo novos significados e, assim, na medida em que a aprendizagem significativa acontece, os conceitos subsunçores desenvolvem-se de forma diferente, produzindo uma diferenciação progressiva na estrutura cognitiva do aprendiz, organizada hierarquicamente de cima para baixo. Enquanto que, na aprendizagem superordenada ou combinatória, novas informações são adquiridas e os elementos existentes na estrutura cognitiva organizam-se e adquirem novos significados, sendo que as modificações produzidas na estrutura cognitiva permitem o estabelecimento de novas relações entre os conceitos por meio de uma reorganização ou reconciliação integradora (MADRUGA, 1996; MOREIRA, *et al.*, 1987).

Diferenciação progressiva - Ausubel (2003) explica que, ao organizar a disciplina conforme o princípio de diferenciação progressiva, no qual são apresentadas, inicialmente, as ideias mais gerais e inclusivas da disciplina e, depois, essas são progressivamente diferenciadas em termos de particularidade e de especificidade, uma vez que essa ordem de apresentação corresponde, possivelmente, à sequência natural de obtenção de consciência cognitiva e de sofisticação, quando os indivíduos estão expostos naturalmente a uma área de conhecimentos totalmente desconhecida, ou a uma parte desconhecida de um conjunto de conhecimentos familiares. Além disso, satisfaz à forma estabelecida, através da qual se organizam, representam e armazenam esses conhecimentos nas estruturas cognitivas. Daí podemos sugerir duas preposições: (1) é mais fácil as pessoas apreenderem os aspectos diferenciados de um todo, apreendido antes e mais inclusivo, do que estabelecer o todo inclusivo a partir das partes diferenciadas aprendidas anteriormente e (2) a organização feita, por um indivíduo, de determinado conteúdo de uma disciplina em sua mente, consiste em uma estrutura hierárquica, em que as ideias mais inclusivas tomam uma posição na parte principal da estrutura e integram, progressivamente, os conceitos, proposições e elementos menos inclusivos e mais diferenciados. Enquanto o mecanismo de transformação e de armazenamento do sistema nervoso estiver constituído de forma a adquirir, organizar novos conhecimentos na estrutura cognitiva e estejam naturalmente em conformidade com os princípios da diferenciação progressiva, é razoável afirmar que a aprendizagem e a retenção ocorrem quando os professores organizam e ordenam, de forma intencional, a disposição sequencial da disciplina. De maneira mais explícita, podemos afirmar que as novas ideias e informações apreendidas ou retidas eficazmente são apreendidas quando as ideias mais inclusivas e relevantes estão disponíveis na estrutura cognitiva para desempenharem o papel de subsunçor ou promoverem uma ancoragem dessas novas ideias. Assim, os organizadores utilizados elucidam o princípio de diferenciação progressiva.

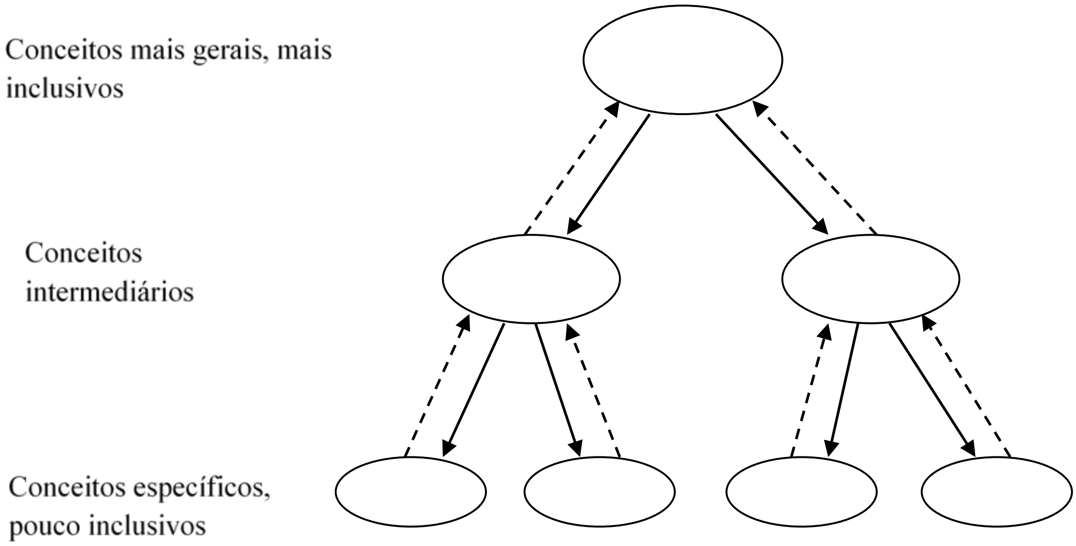
Reconciliação integradora - O princípio de reconciliação integradora da estrutura cognitiva, segundo Ausubel (2003), quando praticado por meio de um programa adequado do material de ensino, pode ser descrito melhor como possuidor de um espírito e de um enfoque antiético em relação à prática corriqueira, entre os escritores de manuais, de divisão e separação de ideias ou tópicos reservados apenas dentro dos capítulos ou respectivos subcapítulos. Nessa prática estão os pressupostos, por vez adequados, mas seguramente insustentáveis em termos psicológicos para fornecerem conceitos pedagógicos apropriados, se os tópicos sobrepostos forem abordados de modo independente, de forma a apresentarmos cada assunto apenas em um dos diversos assuntos aceitáveis, sempre que o conceito for relevante e aprovado. Ao mesmo tempo, determinados manuais partem do princípio de que os estudantes alcançam o desempenho de forma satisfatória (e habitual) de todas as referências necessárias de ideias pautadas. Daí, temos pouco empenho, de forma explícita, para explorar as relações entre ideias relacionadas, para indicar semelhanças e diferenças significativas, para reconciliar as incoerências reais ou aparentes e para ajustar ou agregar ideias análogas que podem ser relacionadas.

É possível também, ser aplicado o princípio de reconciliação integradora na organização da matéria, de maneira análoga, quando apresentam materiais relacionados em sequência, com independência própria de um assunto para outro, sendo que, no caso da matéria dependente sequencialmente, as atividades de aprendizagem contínua são, intrinsecamente, independentes entre si, sendo que cada conjunto de material é independente e apreende por si mesmo, sem nenhuma referência ao outro. Logo, a ordem de apresentação não é importante e essa condição permanece (AUSUBEL, 2003). Por exemplo, a representação das figuras geométricas e a representação de equações algébricas e numéricas.

Nesses processos dinâmicos de aquisição dos significados tanto acontece a diferenciação progressiva como a reconciliação integradora, assim como na aprendizagem significativa ocorre, ora a aprendizagem subordinada, ora a aprendizagem superordenada (MOREIRA, *et al*., 1987).

Representamos esquematicamente na figura 7, o modelo de Ausubel, para esses dois processos, nos quais as linhas cheias sugerem a direção recomendada para a diferenciação progressiva de conceitos e as tracejadas a reconciliação integradora. Para atingir a reconciliação integrativa é preciso “descer” dos conceitos gerais para os particulares e “subir novamente até os gerais” (MOREIRA; MASINI, 1982, p.24).

Figura 7 - Representação esquemática do modelo de Ausubel para os processos de diferenciação conceitual progressiva e reconciliação integradora



Fonte: Moreira e Masini (1982, p.24)

Existe um grande valor explicativo da teoria da assimilação para esclarecer a natureza dos fenômenos da aprendizagem no que concerne à retenção, aquisição e ao esquecimento de ideias aprendidas significativamente e o modo de organização do conhecimento na estrutura cognitiva, que também pode ajudar essa forma de organização. A assimilação obliterante ou esquecimento ocorre algum tempo depois da aprendizagem, na qual as ideias aprendidas vão, progressivamente, tornando-se menos dissociáveis (recuperáveis) das ideias ancoradas, deixando de estarem disponíveis, digamos, esquecidas. Sendo o esquecimento “uma continuação ou fase temporal posterior do mesmo processo de assimilação subjacente à disponibilidade de ideias recentemente aprendidas, durante uma fase prévia do intervalo de retenção” (AUSUBEL, 2003 p.109).

Conforme Ausubel (2003), a aprendizagem significativa e o esquecimento estão subordinados ao relacionamento dos novos materiais, que sejam potencialmente significativos, com ideias importantes na estrutura cognitiva do aprendiz. Na ausência da aprendizagem e da perda espontânea há uma progressiva desagregação dos novos significados que foram adquiridos por meio da troca das ideias ancoradas. Isso quer dizer que o subsunçor obliterante, o qual a aprendizagem significativa compõe a primeira fase do processo de assimilação e também a fase sequencial da retenção e do esquecimento.

Segundo Ausubel (2003), durante o tempo de retenção, os significados que passaram a existir se ligam em relação às ideias ancoradas correspondentes, mas enquanto individualidades separadas são apenas dissociáveis e reproduzíveis em relação às ideias ancoradas em um determinado período definido. Quando à força de dissociabilidade atinge o limite de disponibilidade, o que representa atingir certo ponto crítico, que ocorre o esquecimento ou uma diminuição gradual em relação às ideias ancoradas, ocorrendo a subsunção obliterante. Os elementos da estrutura cognitiva modificam a obtenção inicial de novos significados e continuam a atuar durante o período de retenção, no qual os procedimentos de assimilação são psicologicamente objetivos, ainda que não exista conscientização dos mesmos.

O esquecimento, em termos autênticos, é conceituado como a fase ‘obliterante’ da subsunção, em que o princípio e o conteúdo assinalados de uma ideia apreendida e subsumida de maneira significativa sendo, inicialmente, dissociáveis da ideia ancorada ou subsunçora, que perde gradativamente a dissociabilidade até ser completamente assimilada pelo significado mais geral do subsunçor mais estável e inclusivo. Desta forma, explicamos o “esquecimento como uma perda da dissociabilidade de novas ideias” da principal ideia na qual estão inseridas e em relação ao surgimento de seus significados (AUSUBEL, 2003, p. 44).

Segundo Ausubel (2003), precisamos encontrar mecanismos de obtenção de retenção que permaneçam um longo período na estrutura cognitiva e donde advêm alguns questionamentos. Qual a razão que muitos estudantes secundários e da universidade, tendem a esquecer aprendizagens de conteúdos expostos tão rapidamente? Fundamentamos nossos estudos de aprendizagem da psicologia experimental e educacional, em que o esquecimento é determinado por interferências proativas e/ou retroativas desempenhadas por materiais verbais semelhantes, mas diferenciados, seguidamente antes ou após aprendizagem do material de ensino em questão.

Na comparação dos processos de aprendizagem significativa e automática (por memorização), nesse último o material de aprendizagem não é significativamente lógico ou não se pode relacionar de forma não arbitrária (substantiva) nem interagir com ideias relevantes ancoradas em condições cognitivas, podendo relacionar em uma base não significativa e fragmentada a símbolos unitários ou palavras e frases na estrutura cognitiva.

Essas relações verbais e simbólicas estão isoladas de forma que não contribuem a qualquer conjunto de conhecimento. Os significados recém-adquiridos estão registrados e conectados à ideias ancoradas que, a seguir, partilham de forma vicária da ampla resistência das últimas, a assimilação obliterante, pois o material de aprendizagem por memorização introduzida não exerce muitas interferências proativas ou retroativas em uma tarefa de aprendizagem e de retenção significativas, de maneira que ambas as formas de interferência estão mais envolvidas no esquecimento de uma tarefa de aprendizagem e de retenção por memorização (AUSUBEL, 2003).

Ao comparar os processos de aprendizagem por recepção e por descoberta, Ausubel (2003) afirma que a diferença entre a aprendizagem e o esquecimento é superior na aprendizagem por descoberta em relação à aprendizagem por recepção. Na aprendizagem por descoberta, os renovados paralelos com a ação de aprendizagem dão início a fases sucessivas em um sistema de resolução de problemas adversos ou maquinados, sendo que, na aprendizagem por recepção a renovação aumenta, essencialmente, por disponibilidade futura do material. Assim, a presença do esquecimento na aprendizagem pela descoberta raramente constitui uma fase contínua posterior de um processo de aprendizagem inicial, exigindo do aprendiz a interiorização do material de forma que se torne mais disponível. Consequentemente, o esquecimento na aprendizagem por recepção tem pouca coisa em comum com a aprendizagem por descoberta, em que se deve descobrir o significado mediante a resolução de problemas antes de estar disponível ou retido.

A teoria da assimilação da aprendizagem verbal significativa tem como premissa básica a proposição de que a retenção e o esquecimento compõem etapas finais no funcionamento cognitivo do mesmo processo de aprendizagem entre os novos materiais de aprendizagem e as ideias relevantes existentes na estrutura de conhecimento do aprendiz, na qual surgem novos significados representacionais, conceituais ou proposicionais. Durante o período de retenção, os significados emergentes recentes permanecem funcionalmente ligados às ideias ancoradas, mas são ainda dissociáveis das mesmas, de forma que em uma fase posterior do período de retenção, a força de dissociabilidade dos significados ultimamente apreendidos desce abaixo dos limites críticos da recordação e do reconhecimento e esses significados deixam de estar disponíveis para o aprendiz, como entes identificáveis em separado. Devido à subsunção obliterante, ocorre o esquecimento (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003, p. 61) afirma que:

> Como resultado do processo de assimilação que caracteriza toda cognição, é provável que esta perda gradual de dissociabilidade com o esquecimento seja um exemplo específico de uma tendência reducionista mais geral na transformação cognitiva global. Na formação de conceitos, por exemplo, quando os atributos dos critérios são, finalmente, induzidos de uma exposição adequada a múltiplos exemplos de atributos específicos e não específicos, as circunstâncias criteriosas específicas têm tendência a ser gradualmente esquecidas ou a tornar-se não dissociáveis da forma final do conceito emergente. Não obstante, é possível

> desacelerar-se o esquecimento através de fatores tais como a primazia, a vivacidade e a superaprendizagem e através de fatores positivos da estrutura cognitiva tais como disponibilidade, estabilidade, clareza e capacidade de discriminação.

A natureza do esquecimento - Em relação à natureza do esquecimento, Ausubel (2003, p. 61) afirma:

> Embora a estabilidade do material significativo seja, inicialmente, melhorada com a ancoragem a pontos de interesse conceptuais relevantes e estáveis na estrutura cognitiva do aprendiz, tal material está gradualmente sujeito à influência erosiva da tendência reducionista ubíqua da organização cognitiva. Devido a ser psicologicamente mais econômico e menos incômodo reter uma única ideia altamente inclusiva do que lembrar várias ideias relacionadas mais específicas, o sentido (significado) particular das últimas ideias múltiplas tem tendência a ser incorporado pelo significado generalizado da ideia simples. Como resultado, quando começa esta segunda fase de subsunção, ou fase obliterante, os itens específicos da respectiva forma original específica tornam-se, progressivamente, menos dissociáveis como entidades por direito, até deixarem de estar disponíveis e se considerar terem sido esquecidos.
>
> Assim, o esquecimento é uma continuação, ou fase temporal posterior, do mesmo processo interativo subjacente à disponibilidade do material de instrução estabelecido durante (e para) um período de tempo variável após a aprendizagem; e a mesma capacidade de subsunção necessária para a aprendizagem de recepção significativa fornece, de alguma forma e paradoxalmente, a base para o esquecimento futuro.

Ausubel (2003) argumenta que a Teoria da Assimilação tem um valor explicativo notável para esclarecer a natureza dos elementos, seja da aprendizagem, seja da retenção significativa, e que ajuda a explicar a aquisição, retenção e esquecimento de ideias aprendidas de forma significativa, como também o método de organizar o conhecimento na estrutura cognitiva do aprendiz. Esperamos que a assimilação de uma nova ideia possa aprimorar a retenção de três maneiras: (1) permanecendo ancorada, como uma forma diferente de uma ideia intensamente estável e relevante existente na estrutura cognitiva, em que o novo significado atua de modo substituto, a permanência e a duração dessa ideia; (2) esse tipo de ancoragem, prosseguindo durante o período de armazenamento, a relação original não arbitrária e substantiva entre a nova ideia e as estabelecidas, protege o novo significado da influência exercida por ideias semelhantes e incoerentes apreendidas anteriormente (proativas), conhecidas em simultâneo, ou localizadas posteriormente (retroativas); (3) ao armazenar a ideia significativa, logo que surge uma ligação de ideias particulares da estrutura cognitiva que seja mais relevante, torna-se provavelmente recuperável um processo menos arbitrário e mais metódico. Desse modo, explica-se a assimilação obliterante quando a recuperação não é possível. Assim, a assimilação elucida o fenômeno do esquecimento (ou perda da capacidade de recuperação em relação ao significado recém-apreendido), colocando a hipótese de que a peculiaridade e especificidade únicas do último significado são afastadas (obliteradas) em vários graus, pela generalidade às relativas ideias armazenadas.

O processo de assimilação tem a capacidade de explicar a retenção de ideias apreendidas de forma significativa em oposição às ideias memorizadas que implica no mecanismo da retenção e de esquecimento no processo de aprendizagem e também com o posterior esquecimento dessas ideias, em que ocorre, gradualmente, a redução dos significados em favor dos significados das ideias ancoradas, pelas quais se encontram ligadas. Dessa maneira, a retenção dos significados das ideias recentemente apreendidas, com a ancoragem das ideias relevantes e estáveis já estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz, "continua sujeita à influência erosiva da tendência reducionista geral da organização cognitiva". Posteriormente, ao começar a fase da assimilação obliterante, as ideias recém-apreendidas, tornam-se, progressivamente, menos dissociáveis das ideias ancoradas, até deixarem de estar disponíveis, ou seja, esquecidas (AUSUBEL, 2003, p.108).

Ausubel (2003, p.109), referindo-se ao processo de assimilação obliterante ou esquecimento, afirma que:

> O esquecimento é, assim, uma continuação ou fase temporal posterior do mesmo processo de assimilação subjacente à disponibilidade de ideias recentemente apreendidas, durante uma fase prévia do intervalo de retenção. A mesma capacidade de relação não-arbitrária e de interação com a ideia relevante estabelecida na estrutura cognitiva, necessária para a aprendizagem significativa de uma nova ideia e que leva à retenção avançada desta através do processo de ancoragem do significado emergente ao significado da ideia estabelecida (ancorada), fornece, de forma algo paradoxal, o mecanismo para grande parte do esquecimento posterior.

Existem várias causas de esquecimento que podem ser apresentadas, resumidamente, por meio de categorias que se referem aos processos ou mecanismos envolvidos em cada categoria e, que dizem respeito à fase de sequência de aprendizagem e de retenção significativas. Em cada fase há contribuição de maneira diferente e observável para as diferenças entre o que se apreende ou experimenta e as memórias que não são retidas ou reproduzidas em parte ou por completo (AUSUBEL, 2003).

O Quadro 9 identifica e justifica as várias causas de esquecimento e suas respectivas fases.

Quadro 9 - Causas de Esquecimento

I. Na Fase de Aprendizagem Significativa

1. Ausência de condições cognitivas necessárias para a aprendizagem significativa.

2. Assimilação obliterante.

3. Quadros idiossincráticos de referência, seletivos em termos culturais, e tendências de atitude.

4. Ideias erradas relevantes, muito fortes, aparentemente plausíveis e bem estabelecidas na estrutura cognitiva.

5. Um limiar de disponibilidade elevado para itens particulares na passagem de aprendizagem que, muitas vezes, gera sentimento de culpa ou de ansiedade, tal como nos casos de repressão.

6. Aspectos vagos, difusos, ambíguos, imprecisos ou confusos do material de aprendizagem, cujos significados não são claros ou são obscuros.

7. Apoio afetivo e/ou ativação da motivação inadequada.

8. A aprendizagem, retenção e esquecimento significativos são maximamente facilitados ou inibidos por determinadas propriedades designadas das ideias ancoradas relevantes (i.e., variáveis da estrutura cognitiva), pouco depois de as últimas ideias interagirem com as do material de instrução correspondentes.

9. Não se desempenhou um número suficiente de repetições, experiências práticas ou ensaios para se estabilizar a força de dissociabilidade e um nível adequado de estabilidade.

10.Alterações degenerativas, tóxicas e traumáticas nas células neuronais e/ou fibras de características neurológicas específicas, responsáveis pela retenção e armazenamento de casos de experiências e de informações aprendidas, tal como na doença de Alzheimer.

11. Necessidade de aspiração e atitudes autocríticas deficientes por parte do aprendiz para adquirir ideias e conhecimentos claros, precisos, estáveis e verídicos, a partir das fontes disponíveis para ele.

12. Capacidade de aprendizagem verbal, de retenção e intelectual para apreender, compreender e transferir conceitos e proposições verbais.

II. Nas Fases de Retenção Significativa e de Reprodução

l. A maioria dos processos que explicam o esquecimento no decurso da aprendizagem e da retenção significativas também se pode encontrar nas três fases dos vários mecanismos ou processos subjacentes à aquisição, retenção e consolidação de conhecimentos. Nove das doze causas do esquecimento na fase de aprendizagem significativa, listadas e identificadas separadamente, (acima), também operam nas fases de retenção e de reprodução – com duas notáveis exceções nas causas de esquecimento, cujos efeitos influenciam a primeira fase, mas não as outras duas. As duas exceções são os efeitos de (1) mobilização e concentração de atenção e de esforços inadequados e (2) insuficiente envolvimento do ego, interesse e

atitudes autocríticas no que toca quer à aquisição, quer à retenção de conhecimento.
2. Sob uma forte motivação, um indivíduo pode ‘lembrar-se’ que outra pessoa, anteriormente próxima dele, mas não alienada, é culpada de determinados atos desonrosos, indignos ou abomináveis. Estas malevolências são emprestadas de livros, jornais, revistas, filmes, televisão, etc., e são, simplesmente, inseridas no armazém de memórias dessa pessoa. De forma a instalar todas as inserções, pode alargar-se a escala temporal, mediante os passos apropriados, e é possível que vários casos reais que ocorreram em diferentes alturas da vida nefasta da pessoa, sejam ‘lembrados’ como se tivesse ocorrido simultânea ou sucessivamente.

Fonte: Ausubel (2003, p.120-121)

Segundo a visão moderna não reducionista da filosofia das ciências, Ausubel (2003, p.127) apresenta esclarecimentos dos fenômenos psicológicos que buscam obter apenas a um nível psicológico de análise. Consequentemente, tenta elucidar de forma completa o esquecimento significativo, apresentando vários processos ou mecanismos psicológicos distintos: por meio da “assimilação obliterante ao nível das ideias ancoradas relevantes”; da perda total da força de dissociabilidade devido à apresentação da assimilação de intensos conceitos errados na estrutura cognitiva; do material de aprendizagem vazio, difuso e dúbio; de representações de referência cultural; de tendências idiossincráticas de costume e de limites de disponibilidade elevados. É evidente que das “causas não-psicológicas de esquecimento significativo, tais como concussões e lesões ou patologias traumáticas, degenerativas e tóxicas de áreas cerebrais localizadas e especializadas, como causas não-psicológicas de esquecimento”, não são as razões corriqueiras por que as pessoas esquecem e os mecanismos subjacentes não são os processos característicos envolvidos na indução dos fenômenos comuns do esquecimento humano.

Processo de ensino - Formulações feitas por Ausubel projetam e colocam em prática os processos do ensino que favorecem nos aprendizes a capacidade de “aprender a aprender”. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.34) uma das condições para a aprendizagem significativa é que o aprendiz manifeste uma disposição para aprender e a outra é que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo. Dessa forma, para organizar o conteúdo de ensino para favorecer uma aprendizagem significativa, tornam-se necessários os organizadores prévios e estabelecimento de uma hierarquia dos conceitos como citado por Sala e Goñi (2000, p.236):

> Ausubel considera a estrutura cognitiva do aluno e a sua manipulação por meio da maneira de apresentar e organizar o conteúdo do ensino como aspectos-chave para favorecer a aprendizagem significativa e como propostas básicas para planejar e delinear o ensino o uso dos ‘organizadores prévios’ e o estabelecimento das ‘hierarquias conceituais’ como a base para sequenciar e organizar o ensino. Os

> ‘organizadores prévios’ são materiais introdutórios que se apresentam antes do novo material de aprendizagem, para criar e/ou mobilizar os inclusores pertinentes e que cumprem duas características básicas: por um lado, apresentam um nível de generalidade e abstração maior que o novo material e, de outro, são formulados em termos familiares para o aluno.

Para estruturar e sequenciar o ensino a partir de hierarquias conceituais que “significa organizar o ensino de acordo com uma sequência descendente, partindo dos conceitos mais gerais e inclusivos implicados no conteúdo que é preciso ensinar até aos mais específicos, passando pelos conceitos intermediários” (SALA; GOÑI, 2000, p.237).

A aprendizagem significativa exige um decidido esforço por parte do aprendiz no sentido de relacionar o novo conhecimento com os conceitos relevantes existentes na sua estrutura cognitiva. Para que ocorra um avanço de modo mais eficiente na aprendizagem significativa, torna-se necessário que professores e aprendiz conheçam o “ponto de partida conceitual” e o professor esteja disposto a explorar o que os aprendizes já sabem, como citado por Ausubel (1980, p.137) que afirma: “Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: O fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos”.

Um dos instrumentos educativos para certificar “o que o aluno já sabe”, é o mapa conceitual. Os mapas conceituais “foram desenvolvidos especificamente para estabelecer comunicação com a estrutura cognitiva” do aprendiz e para exteriorizar o que ele já sabe, tornando-se assim os mapas conceituais uma abordagem nas quais professores e aprendizes podem ampliar e desenvolver o que já conhece (NOVAK; GOWIN, 1984, p. 56).

I.2.2 Mapas Conceituais

Mapas conceituais foram desenvolvidos para
promover a aprendizagem significativa.
Marco Antônio Moreira (2012, p.6)

Os processos de ensino, segundo a Teoria de Ausubel, favorecem aos alunos a capacidade de “aprender a aprender”. Segundo Cañas *et al.* (2000), o mapa conceitual constitui a principal ferramenta metodológica da Teoria da Assimilação como meio de representar e organizar o conhecimento, possibilitando assim ao aprendiz determinar o que já sabe, de forma que são usados para ajudar a “aprender como aprender”. Esses processos podem ser utilizados por pessoas dos mais variados níveis de instrução, pois sua representação pode ser muito simples chegando a representações muito complexas. Segundo Sala e Goñi (2000), o uso dos mapas conceituais ajuda o aprendiz a representar o seu conhecimento e a reflexão do mesmo para explorar os conhecimentos distintos do processo aprendizagem, como citado:

> Os mapas conceituais são representações hierárquicas das relações entre conceitos relativos para uma área de domínio particular. Podem ser usados, entre outras coisas, para explorar os conhecimentos distintos do processo de aprendizagem, representar uma rota ou trajetória de ensino e de aprendizagem ou extrair o significado de um trabalho de campo ou um material escrito (SALA; GOÑI, 2000, p.239).

De acordo com Gaines e Shaw (1995) os mapas conceituais são muito utilizados nos mais diversos campos do conhecimento, como na educação, estudos da política e filosofia das ciências, dando possibilidade de representar de formas visuais da estrutura do conhecimento e de argumento, fornecendo também uma alternativa à linguagem como forma de comunicar o conhecimento de um determinado conteúdo estudado e/ou pesquisado.

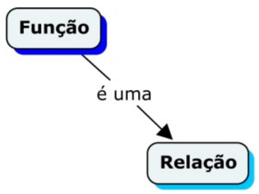
Como afirma Moreira (2012, p.6), os “mapas conceituais foram desenvolvidos para promover a aprendizagem significativa”. Eles podem ser utilizados para identificar a estrutura de significado dos conteúdos de ensino, a organização sequencial do conteúdo através do processo de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa e usar os organizadores prévios como elo entre o que o aprendiz já sabe e o que precisa para obter uma aprendizagem significativa do conteúdo de ensino, como também para obter relações explícitas entre o conhecimento existente e o adquirido para um novo significado do conteúdo de aprendizagem. Os mapas conceituais possuem, essencialmente, a atribuição de significados próprios, daqueles que o elaboram, como significados idiossincráticos, sendo que não existe mapa conceitual ‘correto’ e sim a evidência do que está representando, se houve aprendizagem ou não do conteúdo apresentado. Os mapas conceituais são representações dinâmicas em que constantemente se organiza e reorganiza valendo-se da diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, de forma que cada mapa conceitual elaborado do mesmo conteúdo torna-se diferente dos elaborados anteriormente. A análise de um mapa conceitual é primordialmente qualitativa, por isso as informações no mapa precisam ser interpretadas com o propósito de obter evidências de aprendizagem significativa.

Segundo Novak e Cañas (2006), os mapas conceituais foram criados em 1972 com o intuito de melhor representar e entender os conceitos e suas mudanças explícitas. Essa ferramenta desenvolvida é de grande utilização e importância não só na educação, mas também em todos os setores da atividade humana, pois utiliza as ideias de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa de Ausubel para construir e sequenciar o conhecimento. A teoria da assimilação de Ausubel emergiu para desenvolver novos significados, estruturar e organizar hierarquicamente os conceitos inclusivos, mais gerais e os conceitos mais específicos, menos inclusivos e as relações entre os conceitos quando ocorre uma aprendizagem significativa.

O mapa conceitual é representado pelo rótulo específico por uma ou duas palavras para um conceito em uma caixa ou nó e ligados com linhas e palavras que formam uma declaração significativa ou uma proposição. Esses conceitos, que são designados por rótulos, são organizados hierarquicamente do mais geral, abrangente, na parte superior do mapa para os conceitos mais específicos na parte imediatamente abaixo. As proposições são declarações de algum objeto ou evento que relaciona dois ou mais conceitos. As ligações cruzadas determinam relações entre conceitos de áreas distintas e ao identificar essas ligações cruzadas, pode acontecer um *insight* criativo. Os mapas conceituais também são baseados em uma epistemologia construtivista e em uma psicologia cognitiva de aprendizagem (NOVAK; CAÑAS, 2006).

Segundo Novak e Gowin (1984, p.31), o objetivo dos mapas conceituais é "representar as relações significativas entre conceitos na forma de proposições". Uma proposição é formulada pela relação de dois ou mais conceitos ligados por palavras para formar uma "unidade semântica". A forma mais simples de um mapa conceitual é representada por dois conceitos unidos por uma palavra formando uma proposição. Podemos representar um mapa conceitual simples formado por uma proposição válida referente aos conceitos 'função' e 'relação' da seguinte maneira: Função é uma relação, representada pela Figura 8.

Figura 8 - Mapa conceitual simples formado por uma proposição



Fonte: Autor

De acordo com Novak e Gowin (1984, p.51), quando um mapa conceitual é conscientemente bem elaborado, revela a organização cognitiva daquele que o elaborou, tornando-se um poderoso instrumento para "observar as alterações de significados" dos conceitos inclusos no mapa. As setas indicadas nas linhas são úteis para mostrar o sentido que a relação (palavras de ligação) se expressa. Nos mapas hierárquicos ocorrem as relações de subordinação "entre os conceitos de níveis mais altos e os conceitos subordinados" que por convenção adotam-se setas nas relações de superordenação entre os conceitos.

Moreira (2012) expressa que um mapa conceitual é um instrumento dinâmico, refletindo a compreensão de quem o faz no momento em que o faz. Os mapas conceituais são diagramas representados que procuram mostrar relações hierárquicas entre conceitos de determinado conteúdo de uma disciplina ou componente curricular e que derivam sua existência da própria estrutura conceitual da disciplina. Podem ser usados como instrumento de ensino e/ou de aprendizagem e também servem de instrumento de avaliação da aprendizagem. Na avaliação, com o uso dos mapas conceituais, o objetivo principal é observar o que os alunos sabem em termos conceituais, como se organizam, estruturam, hierarquizam, diferenciam, relacionam, discriminam e integram os conceitos apresentados.

Os mapas conceituais podem ser comparados como um "mapa rodoviário" que mostra os lugares e os possíveis caminhos que os ligam esses lugares, uma vez que os lugares representam os conceitos e os caminhos são os links ou palavras de ligação entre os conceitos, de forma que se torne uma proposição significativa. Ao elaborarmos um mapa conceitual, estamos utilizando uma metodologia que explicita os conceitos e proposições que possuímos e quando reconhecemos novas relações e novos significados, estamos formando uma atividade criativa que pode auxiliar o desenvolvimento da criatividade e que, quando concluído o mapa conceitual, este apresenta o que foi aprendido. Quando ocorre a falta de ligações entre os conceitos ou quando essas ligações formam uma proposição claramente falsa, torna-se necessário uma nova aprendizagem dos conceitos apresentados (NOVAK; GOWIN, 1984).

Novak e Cañas (2006) relatam que, com o surgimento e o crescente aumento de computadores pessoais e com o desenvolvimento de programas de *software*, facilitaram a construção de mapas conceituais. Entre os diversos softwares, temos o programa *Inspirations* que popularizou o uso de mapas conceituais no Ensino Fundamental. Muitos *softwares* podem ser utilizados para elaboração de um mapa conceitual, tais como *Smart Ideas*, *Inspirations* e *CmapTools*, sendo que esse último pode ser baixado sem nenhum custo para o uso sem fins lucrativos em http://cmap.ihmc.us. O desenvolvimento de *CmapTools* facilitou a construção de mapas conceituais e a interação com a internet ocorreu o desenvolvimento de uma estrutura colaborativa e de aprendizagem, utilizando as Redes *CmapTools* e *CmapServers*. O desenvolvimento desses *softwares* de mapeamento de conceitos pode ser chamado de "Um Novo Modelo para a Educação" (NOVAK; CAÑAS, 2006, p.10). Quando os alunos constroem seus próprios mapas conceituais para um determinado conteúdo ou matéria, revelam com especificidade o seu potencial de conhecimento para o conteúdo ou matéria em estudo, fornecendo, assim, uma visão clara do que o aluno já sabe, o qual deve ser utilizado para construir o novo conhecimento baseado no que já sabe. Com o uso do *CmapTools* tem-se a possibilidade de desenvolver um mapa conceitual para orientar os estudos e, como ferramenta, integrar as demais atividades de aprendizagem de forma organizada e significativa.

Segundo Moreira (2012), mapas conceituais ou mapas de conceito, como diagramas de significado indicam as relações entre os conceitos e a hierarquia entre os conceitos, buscando relacioná-los e hierarquiza-los. Quando dois conceitos estão unidos por uma linha, denota a relação entre esses conceitos e seguem um modelo hierárquico dos conceitos mais abrangentes, representados na parte superior do mapa, sendo apenas um modelo, não necessariamente de ter esse tipo de hierarquia. O que precisa estar evidente é que os conceitos mais importantes são representados primeiramente e, em seguida, os secundários, mais específicos. Assim o mapa conceitual deve ser um instrumento apropriado para evidenciar o significado e a relação entre os conceitos de um determinado conteúdo. Esses conceitos representados no mapa conceitual são unidos por linhas as quais são usadas palavras-chave sobre as mesmas, indicando a relação entre esses conceitos e, dessa maneira, formam uma proposição evidenciando a relação entre esses conceitos. Os mapas conceituais ao serem elaborados pelo aprendiz para analisar um determinado conteúdo, matéria, experimento ou outro elemento do currículo, podem ser utilizados como um recurso de aprendizagem, ao passo que quando utilizados para se obter uma visualização conceitual de um determinado conhecimento, tornam-se instrumento de avaliação da aprendizagem. Esse método de avaliação, utilizando os mapas conceituais, foge dos parâmetros tradicionais para buscar subsídios a respeito dos conteúdos e relações significativas entre os conceitos do conteúdo a ser avaliado. Constitui-se em uma avaliação qualitativa e formativa da aprendizagem.

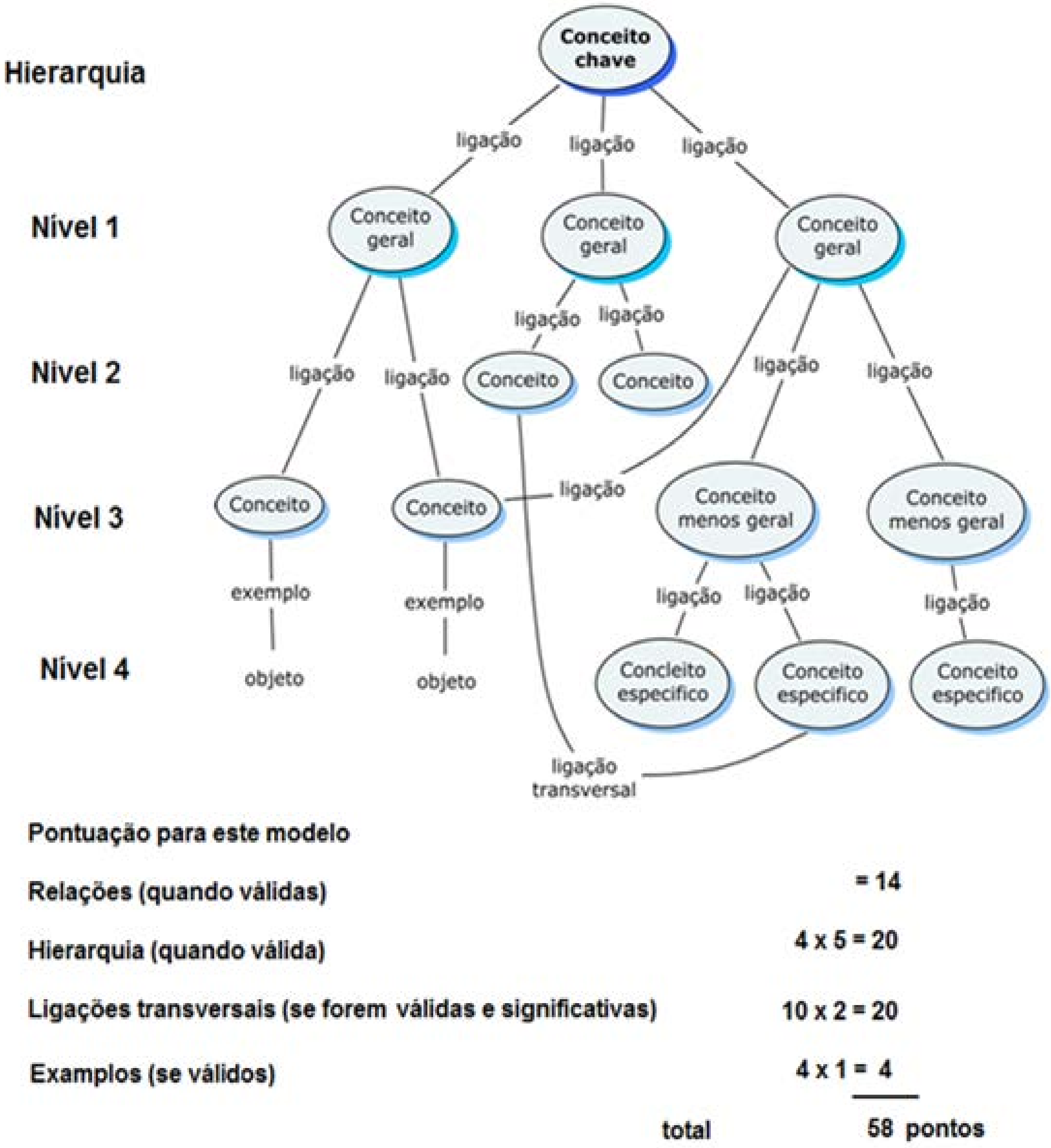
Durante o processo de aprendizagem significativa, os conhecimentos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz (os subsunçores), à medida que o aprendiz adquire um novo conhecimento, esses subsunçores vão adquirindo um novo significado, tornando, assim, mais estáveis e diferenciados, pois esse processo acontece de forma dinâmica e o conhecimento vai sendo construído de forma significativa. Nesse processo, os conceitos vão adquirindo novos significados ocorrendo à diferenciação progressiva. Ao passo que, quando as relações entre ideias, conceitos, proposições já estabelecidas na estrutura cognitiva do aprendiz levam a uma reorganização dessa estrutura, ocorre à reconciliação integrativa. Ambos os processos, a reconciliação integrativa e a diferenciação progressiva, acontecem no desenvolvimento da aprendizagem significativa. Segundo Moreira (2012, p.6), “A reconciliação integrativa é uma forma de diferenciação progressiva da estrutura cognitiva”.

O uso de Mapas Conceituais como Instrumento de Avaliação - Segundo Novak e Gowin (1984, p.113-114) ao ser elaborado um mapa conceitual pelo aprendiz, é importante ter como aspecto relevante as questões qualitativas a serem desenvolvidas, ao passo que a pontuação do mesmo torna-se irrelevante. Mas, devido os costumes de uma sociedade baseada nos números, professores e estudantes preferem atribuir uma pontuação aos mapas conceituais. Dessa forma, torna-se essencial atribuir um esquema de pontuação fundamentada na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, que enfatiza três de suas ideias: (1) em que a estrutura cognitiva é “organizada hierarquicamente”; (2) que os conceitos da estrutura cognitiva estão sujeitos a uma “diferenciação progressiva” e (3) a uma “reconciliação integradora”. Ao elaborar um mapa conceitual hierárquico devemos considerar quais os “conceitos mais inclusivos, menos inclusivos e o grau de inclusividade mínima em qualquer corpo de conhecimento” do qual demanda um pensamento “cognitivo ativo”, e uma integração ativa de conceitos.

Novak e Gowin (1984, p.52) estabelecem critérios utilizados para classificação de mapas conceituais: (1) Verificar se a relação de significados entre dois conceitos é indicada para estabelecer uma **proposição** e se essa relação é válida - atribua um ponto para cada proposição válida; (2) Verificar se existe hierarquia entre os conceitos e se todos os conceitos subordinados são mais específicos e menos gerais do que o conceito dado acima - atribua cinco pontos para cada nível hierárquico válido; (3) Verificar se o mapa revela ligações significativas entre segmentos hierárquicos distintos e se é uma relação significativa e válida - atribua dez pontos para cada relação cruzada significativa e válida; (4) Se os exemplos apresentados são válidos - atribua um ponto para cada exemplo. Esses exemplos precisam ser representados fora dos círculos (ou retângulos) por não serem conceitos; e (5) Podemos construir um mapa de referência para comparação e pontuação.

Novak e Gowin (1984, p.53) apresentam um modelo de pontuação sugestivo para avaliação e classificação dos mapas conceituais (Figura 9).

Figura 9 - Modelo de pontuação de um Mapa Conceitual



Fonte: Novak e Gowin (1984, p.53)

De acordo com Novak e Gowin (1984, p.124) o critério de pontuação de um mapa conceitual, para a avaliação da aprendizagem, quando usado com o conhecimento dos princípios da aprendizagem significativa, pode ser "tão efetivo como a maioria das outras estratégias de avaliação". Dessa forma, torna-se conveniente que o professor crie seus próprios critérios de pontuação adaptando-os e aperfeiçoando-os de acordo com as necessidades.

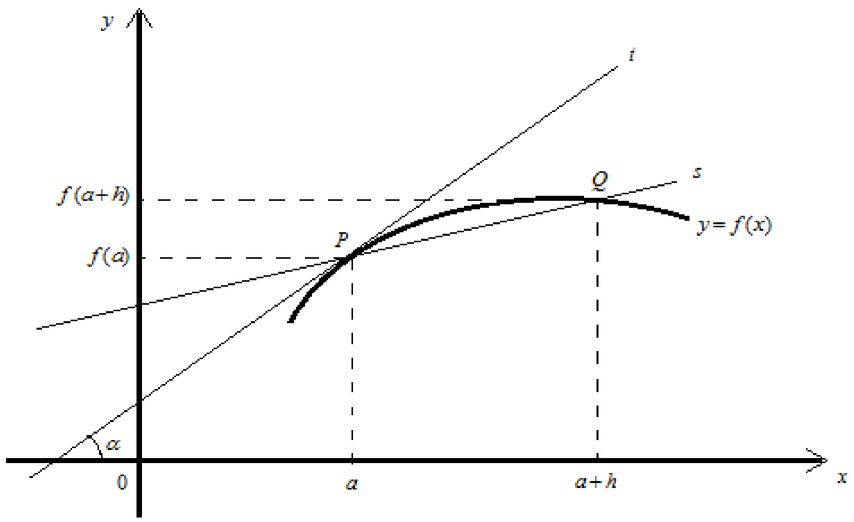
I.2.3 Registros de Representação Semiótica

As transformações de representações em
outras transformações semióticas estão
no coração da atividade matemática.
Raymond Duval (2012, p.266)

As representações semióticas sendo constituída pela utilização de signos pertencentes a um sistema de representações com significado próprios e funcionais, como um enunciado em linguagem natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações que estão em sistemas semióticos distintos, torna-se não só um meio de exteriorização de representações mentais com a finalidade de tornar visível a outros e não somente para comunicação, mas essenciais para à atividade cognitiva do pensamento (DUVAL, 2012).

Para termos uma compreensão em matemática torna-se essencial a distinção de um objeto de sua representação e não devemos confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções entre outros, com as suas representações, ou seja, as escrituras decimais, ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, pois um mesmo objeto matemático pode ser representado por registros semióticos distintos. Exemplificando, temos a derivada representada por: registro na língua natural - coeficiente angular da reta tangente à curva; inclinação da reta tangente à curva no ponto de abscissa $x = a$; registro simbólico/algébrico - $f'(x)$, $\frac{dy}{dx}$; registro simbólico/numérico $f'(2) = 4$; registro figural (geométrico) (Figura 10*)*.

Figura 10 - Representação Geométrica da Derivada



Fonte: Autor

O não entendimento entre um objeto matemático e sua representação, proporciona no decurso do tempo uma perda de compreensão. As representações semióticas são indispensáveis e necessárias ao desenvolvimento das atividades matemáticas. Essas representações são produções constituídas pelo emprego de regras de sinais, enunciados representado na língua natural, fórmulas algébricas, gráficos, figuras geométricas entre outros, como meios disponíveis para que o indivíduo possa exteriorizar suas representações mentais (DUVAL, 2009).

Para a compreensão da matemática por parte dos estudantes, surgem dificuldades devido à diversidade e à complexidade das transformações semióticas, que devem ser analisadas a partir do funcionamento representacional dos registros que são produzidos e não dos objetos ou conceitos matemáticos. Analisar registros utilizados nas atividades matemáticas e no funcionamento cognitivo requer do estudante que seja capaz de desempenhar tais atividades, apresentando um considerável interesse para a pesquisa e para o ensino, permitindo classificar e distinguir todos os sistemas semióticos utilizados em matemática para fins de raciocínio, de cálculo e de exploração intensiva, já que apontam na análise da resolução de um problema dois tipos de transformação de representação semiótica distintas: as conversões e os tratamentos que logo passam à compreensão dos conceitos e objeto em matemática, no momento em que o aprendiz seja capaz de mobilizar e coordenar espontaneamente dois registros de representação para um mesmo objeto. Dessa forma, obtêm-se as bases de um modelo cognitivo de funcionamento do pensamento que leva em conta os problemas no ensino de matemática (DUVAL, 2012).

Segundo Duval (2012, p.267), “a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática”. Daí é válido compreender que uma escrita, uma notação, um símbolo, representam um objeto matemático. Por exemplo: uma fração, um número, uma função, como também os traçados e figuras representam objetos matemáticos, por um ponto, um círculo, uma reta e outros entes geométricos. Dessa forma, não devemos confundir objetos matemáticos com suas representações. As diversas representações semióticas de um objeto matemático são necessárias pelo fato de não estarem disponíveis à percepção ou experiência indutiva imediata, como os objetos ‘reais’ ou ‘físicos’, de forma que é preciso ser representado e para efetuar um tratamento sobre os objetos matemáticos depende do sistema de representação semiótico, de forma que essas representações desempenham um papel fundamental na atividade matemática.

Ainda segundo Duval (2012), torna-se impossível fingir como se as representações semióticas fossem simplesmente subordinadas às representações mentais, pois o desenvolvimento das representações mentais depende de uma interiorização das representações semióticas que permite preencher algumas funções cognitivas essenciais como a de tratamento. “O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação” (DUVAL, 2012 p.270). Na atividade matemática, torna-se essencial a movimentação de vários registros de representação semiótica, como escritas simbólicas, língua natural, figuras, gráficos, entre outros, durante o exercício das atividades e poder de escolha de um registro em lugar de outro. Duval chama de ‘*semiósis*’ a apreensão ou a realização de uma representação semiótica, e ‘*noésis*’ a apreensão conceitual de um objeto, de forma que a *noésis* é inseparável da *semiósis*, isto é, “não há *noésis* sem *semiósis*” (DUVAL, 2012 p.270). A disposição de muitos registros de representação semiótica torna-se essencial para uma apreensão conceitual de objetos, de forma que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja identificado em cada uma de suas representações realizáveis.

Duval (2009) afirma que os sistemas semióticos permitem o cumprimento de três atividades concernentes à representação: inicialmente, constrói um traço ou um agrupamento de traços de forma que sejam identificados como representação de alguma coisa em um sistema; seguidamente, transforma as representações através de regras inerentes ao próprio sistema para obter outras representações que constituem em uma relação de conhecimento comparando com as representações iniciais e, finalmente, converte as representações criadas em um sistema em representações de outro sistema, de tal forma que possibilitam explicar outros significados relativos ao que foi representado.

Um sistema semiótico, que contempla registros de representação, precisa admitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas a *semiósis*: primeira, a **formação** de uma representação identificável de um determinado registro, em que essa formação estará sujeita às regras e implica em selecionar no conjunto de caracteres e determinar o que se quer representar; segundo, o **tratamento** de uma representação é uma transformação de uma representação no mesmo registro, sendo o tratamento uma transformação interna a um registro. Isso representa que, quando produz outra transformação no mesmo registro, logo existem regras de tratamento para cada registro, pois a natureza e seu número variam de um registro para outro. Como exemplo, uma forma de tratamento com suas expressões simbólicas, temos o cálculo numérico e o cálculo algébrico. E terceiro, a **conversão** de uma representação é a transformação de um registro em outro, mantendo totalmente ou em parte seu conteúdo de representação inicial, sendo a conversão uma transformação externa do registro inicial. Por exemplo, a ilustração é uma conversão de uma representação da língua em uma representação figural; a tradução é uma conversão de uma representação de uma determinada língua em outra; a descrição é a conversão de uma representação não verbal (como esquemas, figuras e gráficos) em uma representação linguística, sendo a conversão "uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento" (DUVAL, 2012, 272).

Duval (2009, p.39) afirma que:

> Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. O estudo dessa atividade de conversão deve então permitir compreender a natureza de um laço estrito entre *semiósis* e *noésis*.

Das atividades ligadas à *semiósis*, somente a formação e o tratamento são levados em conta no ensino, mesmo em se tratando da organização de sequências de aprendizagem ou de avaliação, ao passo que a conversão das representações acontece por si mesma, desde que tenha capacidade de formar representações nos diferentes registros e efetuar tratamentos a respeito das representações, por exemplo: construir um gráfico ou substituir na expressão os valores numéricos nas variáveis. Na conversão, os resultados se limitam a uma mudança de registro, não tendo nenhuma importância para a compreensão dos objetos ou dos conteúdos representados. Na aprendizagem, a conversão desempenha um papel essencial na conceitualização e é percebido pela diversidade de registros de representação. A justificação, desse ponto de vista, depende de certa 'autonomia' no que se refere à atividade matemática (DUVAL, 2012).

Por exemplo, podemos caracterizar a Derivada a partir de vários pontos de vistas:

Da definição formal: A função f é derivável em a se $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ se existir.

Como taxa de variação: A derivada como velocidade instantânea $v=\frac{ds}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Como fórmula de derivação: A derivada da função $f(x)=x^n$ é $f'(x)=nx^{n-1}$.

Da definição geométrica: A derivada como coeficiente angular da reta tangente no ponto considerado (ver Figura 10).

As diversidades de registros no funcionamento do pensamento humano “estão centradas nos custos de tratamento e nas limitações representativas específicas a cada registro” (DUVAL, 2012, p.278), bem como na condição necessária de uma diferenciação entre representante e representado. Com referência ao custo de tratamento, temos uma situação superficial, em que o funcionamento de cada registro é consciente no tratamento das representações, mas a semiótica supõe uma comparação de diferentes modos de representação de um mesmo objeto. “A existência de muitos registros permite a mudança de um deles e a mudança de um registro tem por objetivo permitir a realização de tratamentos de uma maneira mais econômica e mais potencializada” (DUVAL, 2012, p.279). Em matemática é evidente que a economia de tratamento é mais avançada do que em linguagem natural.

Uma representação escrita decimal, fracionária ou com expoente estabelece três registros diferentes de representação de números, visto que na escrita de um número é necessário distinguir o significado operatório determinado ao significante e o número representado. Logo, o significado operatório não é o mesmo para 0,2, 1/5 e 2.10^{-1}, pois não são os mesmos modos de tratamento que admitem as três adições a seguir:

$$0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}4$$

$$1/5 + 1/5 = 2/5$$

$$2.10^{-1} + 2.10^{-1} = 4.10^{-1}$$

Então, cada um dos significantes **0,2**, **1/5** e $\mathbf{2.10^{-1}}$ tem um significado operatório diferente, de forma que representa o mesmo número, sendo que a representação decimal, a representação fracionária e a representação com expoente constituem três registros diferentes de representação de números (DUVAL, 2009).

Torna-se útil verificar a variedade e a importância das mudanças de registro com a qual uma atividade cognitiva de conversão possa ser solicitada. Tomemos como exemplo a expressão e sua conversão para forma algébrica a seguir:

‘o conjunto dos pontos cuja ordenada é menor que a abscissa’

$$\{(x, y) \in \Re^2 \mid y < x\}$$

A correspondência termo a termo entre as respectivas unidades significantes é suficiente para realizar a conversão; logo, a conversão inversa permite encontrar novamente a expressão inicial do registro de partida. Nesse caso, temos uma **congruência** das representações. Tomemos agora a expressão:

"o conjunto dos pontos que tem abscissa positiva"

$$\{(x, y) \in \Re^2 | x>0\}$$

Na escritura algébrica, falta uma unidade significante que corresponda a 'positivo', isto é, preciso investigar a condição '> 0', como combinação das unidades significantes. A distância a transpor para efetuar a conversão torna-se ainda maior com a expressão:

"O conjunto dos pontos que têm abscissa e ordenada de mesmo sinal"

$$\{(x, y) \in \Re^2 \ | \ xy >0\}$$

Desse modo, não existe mais correspondência termo a termo entre as respectivas unidades significantes das duas expressões, é necessária uma nova organização da expressão dada do registro de partida para obter a expressão correspondente no registro de chegada. A conversão inversa não permite encontrar novamente a expressão inicial, porque 'xy > 0' traduz-se naturalmente como o produto dos pontos que têm abscissa e ordenada de mesmo sinal. Nesses dois últimos exemplos temos um caso de não-congruência das representações (DUVAL, 2009, p.65).

Duval (2009, p.66), estabelece os critérios de congruência entre representações de forma que:

> Para determinar se duas representações são congruentes ou não, é preciso começar por segmentá-las em suas unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência. Ao final dessa segmentação comparativa, pode-se então ver se as unidades significantes são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples.

Três critérios são estabelecidos para determinar a congruência entre duas representações semióticas diferente: primeiro é a possibilidade de uma correspondência 'semântica' dos elementos significantes, pois cada unidade significante simples de uma das representações associa-se a uma unidade significante elementar; segundo é a univocidade 'semântica' terminal, que a cada unidade significante de representação de partida, corresponde a uma única unidade significante elementar no registro da representação de chegada; e o terceiro critério está relacionado à organização das unidades significantes, visto que as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem a apreender nelas as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações. Mas, esse critério é próprio quando apresenta as mesmas dimensões. Logo, duas representações são congruentes quando ocorre correspondência semântica entre suas unidades significantes, univocidade semântica terminal e mesma ordem possível de apreensão dessas unidades em ambas as representações (DUVAL, 2009).

Por outro lado, pode ser que a correspondência exista para dois desses critérios ou para um ou nenhum desses critérios, ocorrendo, assim, a não-congruência entre duas representações de forma que o grau de não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada é que determina a dificuldade da conversão de uma representação semiótica (DUVAL, 2009).

A não-congruência das representações é responsável pela condução com mais frequência ao fracasso das atividades cognitivas de conversão. A não-congruência na conversão torna-se demorada a realização de tratamento, criando um problema do qual o sujeito fica impedido e capacitado de forma que conversão não venha à mente, sendo que a importância não é a mudança de registro a ser realizada, “mas os tratamentos que poderão ser realizados na representação obtida após a mudança de registro” (DUVAL, 2012, p.285).

Quanto à natureza do registro semiótico a ser escolhido para representar um conceito (assunto, conteúdo ou situação) estabelece uma relação de princípios significantes ou informante do conceito que representa. Ao fazer a escolha em função das possibilidades e das dificuldades semióticas, verifica-se que uma linguagem não oferece as mesmas possibilidades de representação figural ou de um diagrama. Isto significa que toda representação é parcialmente cognitiva em relação ao que esta representa e que de um registro a outro não permanece os mesmos pontos de vista de um conceito que estão representados. Daí verifica-se a primeira hipótese de Duval que, “se o registro de representação é bem escolhido, as representações deste registro são suficientes para permitir a compreensão do conteúdo conceitual representado” (DUVAL, 2012, p.280).

Na segunda hipótese, Duval (2012, p.282) expressa que “a compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação e ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão”, em que esta hipótese recorre à outra explicação da estrutura de representações semióticas e de seu funcionamento.

Em todo caso, não é possível negligenciar ou descartar a língua natural no âmbito do ensino de matemática, ela é um registro tão fundamental quanto os outros, particularmente aqueles em que os tratamentos de cálculo são possíveis (DUVAL, 2012).

Duval (2009) afirma que a atividade conceitual é independente da atividade semiótica e justifica-a por três razões: a primeira é que mesmo diante da diversidade de registros de representação, para formar a representação de um objeto ou para transformá-lo, oferece a possibilidade de mudança de registro e a escolha do mais econômico ou mais potente; a segunda é que a operação do pensamento parece estimular apenas somente um registro de representação de cada vez; e a terceira razão considera a mesma estrutura de representação, de forma que a relação esteja vinculando o representante ao representado. Essa relação entre a atividade semiótica e a atividade conceitual pode ser verificada de dois pontos de vista; primeiro, o fato que uma mudança de registro pode demonstrar ser econômica ou produtiva do ponto de vista do tratamento das representações, podendo manter a autonomia e a preferência conceitual sobre a atividade semiótica, de forma que distingue a função de expressão como um modelo fundamentalmente linguístico; o segundo ponto de vista é que a mudança de registro implica em uma coordenação de registro, sendo que a atividade conceitual não pode ser isolada da atividade semiótica, pois o entendimento conceitual surge vinculado à descoberta que não varia entre representações semióticas heterogênea.

II

PROCESSOS METODOLÓGICOS DE INVESTIGAÇÃO

Esta é uma pesquisa descritiva explicativa da realidade observada no cotidiano acadêmico, que poderá servir de embasamento para outros possíveis estudos a respeito de metodologia de ensino do Cálculo Diferencial e Integral. Foi realizada em sala de aula de forma integrada ao processo ensino-aprendizagem deste componente curricular, com a finalidade de desenvolver na perspectiva de professor pesquisador a intervenção docente, buscando a melhoria do ensino de cálculo. Descreveremos, a seguir, o processo metodológico dessa investigação.

II.1 Metodologia da Investigação

Com o objetivo de estudar o processo de aprendizagem dos conteúdos do componente curricular, Cálculo I, fundamentados no referencial teórico metodológico, foi utilizado como instrumentos de pesquisa, testes de conhecimentos e mapas conceituais. Esses instrumentos foram aplicados ao final de cada conteúdo trabalhado nesse processo de ensino e aprendizagem. A partir dos dados levantados, analisamos os registros de representações semióticas apresentados pelos estudantes e o processo da assimilação obliteradora dos conteúdos de derivada, no desenvolvimento da aprendizagem de conceitos dos participantes da pesquisa.

Nessa investigação foi desenvolvido o método qualitativo, no qual os dados coletados foram sistematizados, analisados e interpretados para a compreensão do processo de assimilação obliteradora (esquecimento) e de formação de conceitos de aprendizes de Cálculo.

Como procedimento regulamentar, conforme determina a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP a todos os Comitês de Ética em Pesquisa na Resolução CNS/MS nº 196/96 e no cumprimento de todas as etapas previstas no sistema PLATAFORMA BRASIL para submissão da pesquisa no Comitê de Ética em Pesquisa da PUC/SP, este projeto de investigação foi aceito em 29/05/2014 e aprovado em 15/08/2014, de acordo processo CAAE nº 31707013.3.0000.5482. E, atendendo às prescrições pertinentes foi assinada uma declaração de consentimento por cada um dos participantes desta pesquisa, conforme modelo (Anexo A).

II.1.1 Contexto do processo de investigação

Esta investigação foi realizada na Universidade do Estado da Bahia – UNEB, universidade pública de sistema multicampi que possui 29 departamentos instalados em 24 *campi*, sendo um sediado na capital do estado onde está localiza a administração central e os demais no interior do estado[2].

Exercemos a docência em Cálculo nessa Universidade desde 1989 e, atualmente, atuamos no Campus IX, no Curso de Licenciatura em Matemática, localizado na cidade de Barreiras, cidade com mais de 150.000 habitantes[3], situada no extremo Oeste do Estado da Bahia. O curso de Licenciatura em Matemática foi criado e autorizado pela Resolução CONSU nº 288/2004, publicada no Diário Oficial de 23 de julho de 2004 e Reconhecido Decreto Estadual nº 13.809/2012 pelo prazo de 06 anos[4].

Tomamos como *lócus* desta pesquisa o Departamento de Ciências Humanas – Campus IX – Barreiras/BA, no Curso de Licenciatura em Matemática a classe do componente curricular Cálculo I, no segundo semestre do ano 2013.

II.1.2 Contexto Educacional

No contexto educacional do Curso de Licenciatura em Matemática os discentes ao cursar o componente curricular Cálculo I que é ministrado no 4º semestre do curso, devem já ter cursado os componentes curriculares do *Quadro10* ministrados nos semestres anteriores listados a seguir[5]:

---

[2] http://www.uneb.br/institucional/a-universidade/

[3] População estimada de Barreiras no ano de 2014 152.208 habitantes http://www.cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?lang=&codmun=290320&search=bahia|barreiras

[4] Do Curso http://www.uneb.br/barreiras/dch/files/2014/03/RESUMO-DO-PROJETO-DO-CURSO-DE-MATEM%C3%81TICA.pdf

[5] Fluxograma do Curso de Licenciatura em Matemática – UNEB http://www.uneb.br/barreiras/dch/files/2014/03/RESUMO-DO-PROJETO-DO-CURSO-DE-MATEM%C3%81TICA.pdf

Quadro 10 - Ementas dos componentes curriculares dos conteúdos específicos cursados antes do Cálculo I

Componente curricular	**Semestre**	**Carga horária**[6]	**Ementa**
Matemática I	1º	75	Teoria dos conjuntos e as funções (polinomial, modular, racional).
Lógica	1º	60	Estuda proposições, análise e discussões de situações problema que envolvam a lógica da matemática simbólica.
Desenho Geométrico	1º	45	Estuda a morfologia geométrica das figuras planas, construindo material didático e utilizando espaço de laboratório para desenvolver atividades práticas e estudos teóricos.
Matemática II	2º	75	Discute analisa e desenvolve estudos sobre as funções exponencial, logarítmica, trigonométrica e os números complexos.
Geometria Plana	2º	60	Desenvolve estudos axiomáticos das figuras planas
Geometria Analítica I	2º	60	Desenvolve estudos analíticos sobre vetores e equações de retas e planos no espaço.
Geometria Descritiva	2º	60	Desenvolve estudos sobre a geometria da posição, os métodos descritivos. Representação de poliedros, elipse, parábola e hipérbole.
Matemática III	3º	75	Estuda as progressões, matrizes, determinantes, sistemas lineares, Binômio de Newton e análise combinatória.
Geometria Espacial	3º	60	Desenvolve estudos axiomáticos dos poliedros e sólidos geométricos.
Geometria Analítica II	3º	60	Estuda mudanças de coordenadas polares, rotações e translações, cônicas e quadráticas.

Fonte: Autor

[6] Em hora/aula, módulo de 50 minutos.

Notamos que os componentes curriculares cursados pelos estudantes nos semestres anteriores, provavelmente desenvolveram os conceitos básicos, aqueles conceitos prévios, subsunçores necessários para o estudo do Cálculo I. Esses conteúdos específicos foram desenvolvidos nos componentes curriculares Matemática I, II e III, totalizando 225 horas; Lógica com 60 horas; Desenho Geométrico com 45 horas; Geometria Plana e Espacial totalizando 120 horas; Geometria Analítica I e II totalizando 120 horas e Geometria Descritiva com 60 horas, perfazendo 630 horas de estudos em classe, antecedendo o componente curricular Cálculo I.

Nesses componentes curriculares que antecederam, destacamos que foram abordados os principais conteúdos que têm a função de subsunçores no processo de aprendizagem de Cálculo I: teoria dos conjuntos, funções polinomial, modular e racional; funções logarítmica, exponencial e trigonométrica; lógica e matemática simbólica; morfologia geométrica das figuras planas; estudo axiomático das figuras planas; estudo analítico sobre vetores e equações de retas e planos no espaço; estudos referentes à geometria de posição; estudos sobre progressões, matrizes, determinantes, sistemas lineares, binômio de Newton e análise combinatória; estudos axiomáticos a respeito de poliedros e sólidos geométricos; e estudos de coordenadas polares, rotações e translações, cônicas e quadráticas.

O componente curricular Cálculo I, com uma carga horária total de 75 horas tem a seguinte ementa: desenvolver estudos sobre limite, derivada, aplicações da derivada e integral indefinida de funções.

A partir dessa ementa, desenvolvemos o plano de curso para o processo ensino de Cálculo I. Foram estabelecidos como objetivos para esse processo de aprendizagem a ampliação de conceitos de funções e a construção de conceitos de limites, derivada e integral, e as aplicações desses conceitos. Foram desenvolvidos os conteúdos de limite, limite de funções, definição e teoremas, limites laterais, indeterminação, limites no infinito e limites infinitos, limites fundamentais, funções contínuas, definição da derivada, coeficiente angular da reta, derivada de uma função, derivadas laterais, regras de derivação, derivadas de funções implícitas, derivadas da função inversa, derivada da função exponencial e logarítmica, derivada das funções trigonométricas, derivada das funções trigonométricas inversas, derivada das funções hiperbólicas, derivadas das funções hiperbólicas inversas, derivadas sucessivas, aplicação da derivada, taxa de variação, máximos e mínimos, teorema do valor médio, concavidade e ponto de inflexão, esboço de gráficos de funções, teorema de L’Hospital, diferencial, fórmula de Taylor, integral de uma função, integral indefinida, propriedades das integrais indefinida, fórmulas de integrais imediatas.

Com relação à metodologia de ensino procuramos desenvolver uma linha de trabalho construtivista seguindo as orientações de ensino de Ausubel. Organizamos os conteúdos da matéria, levando em conta a estrutura conceitual de Cálculo I e o princípio da diferenciação progressiva, visando facilitar a aprendizagem. Em cada etapa introduzindo em primeiro lugar as ideias ou conceitos mais gerais, mais inclusivas da disciplina e, progressivamente, diferenciando em termos de detalhes e especificidade e, ao final, explorar explicitamente as relações entre proposições e conceitos, chamando atenção às diferenças e similaridades importantes integrando e visualizando as relações entre os conceitos. Como também, consideramos os conhecimentos anteriores dos estudantes, nos valendo do acompanhamento de estudos realizados em componentes curriculares já cursados por esses estudantes.

Como métodos instrucionais, utilizamos aulas expositivas interativas com os discentes e aulas práticas do conteúdo em equipe e individual, contando com os recursos didáticos disponíveis na instituição, como data show, quadro branco e computadores para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos discentes de Cálculo I.

O componente curricular foi organizado em 3 unidades distribuídas da seguinte forma: primeira unidade foram ministrados os conteúdos: noções de limite, definição, propriedades, limites infinitos e limites no infinito, limites fundamentais (exponencial e trigonométrico) e cálculo de limites; na segunda unidade foram ministrados os conteúdos: Derivada, definição e propriedades, regras de derivação, derivada da função composta – regra da cadeia, derivada implícita, derivadas sucessivas, derivada de funções inversas; e finalmente na terceira unidade foram ministrados os conteúdos: aplicação da derivada – taxa de variação, função contínua, máximos e mínimos, ponto de inflexão, concavidade, regiões de crescimento/decrescimento e esboço de curvas.

Em cada aula, foi feito um acompanhamento dos estudantes por meio de suas participações e desempenho nas atividades práticas. Ao final de cada unidade de ensino foi realizada uma avaliação (Anexo B) para observarmos o desempenho dos estudantes, o conhecimento dos conceitos e as regras abordadas, bem como os tratamentos e as convenções de registros de representação evidenciados nas respectivas avaliações individuais. Em cada unidade foi atribuída uma nota (0-10) e para os discentes que não alcançaram média 7,0 foram submetidos a uma avaliação final com os conteúdos das 3 unidades anteriores. Para obter a aprovação final, o aluno precisa alcançar uma média maior ou igual a 5,0 através da média ponderada, na qual a média das avaliações das unidades tem peso 7 e a avaliação final peso 3.

Dos resultados da avaliação da aprendizagem entre os 20 discentes matriculados em Cálculo I, 8 discentes foram aprovados na prova final, 1 discente foi aprovado por média, 4 discentes reprovados por falta, 6 foram reprovados na prova final e 1 discente foi reprovado por média.

II.1.3 Sobre os participantes da pesquisa

Os participantes da pesquisa foram os estudantes da turma 2013.2 de Cálculo I, composta de 20 estudantes matriculados no referido componente curricular, sendo que 15 estudantes assinaram a declaração de consentimento (Anexo A) e participaram desta investigação.

Dentre os 15 estudantes que participaram desta investigação, 60,0% são do sexo masculino e 40,0% do sexo feminino, todos na faixa etária de 18 a 21 anos. Quanto aos aspectos socioeconômicos, observamos que: 60% possuem computadores; 80% têm acesso à internet; 100% dos estudantes são procedentes do Estado da Bahia; 40% procedem da Zona Rural; 40% de cidades com até 200.000 habitantes; e 20% de cidades com mais de 200.000 habitantes.

Quanto à escolaridade dos genitores constatamos que: 20% possuem pais com Ensino Médio incompleto, 20% com Ensino Médio completo, 40% com Ensino Fundamental incompleto e 20% não sabem a escolaridade do pai; 20% possuem mães com Ensino Fundamental completo, 20% com Ensino Fundamental incompleto e 60% não sabem a escolaridade da mãe. Quanto à renda familiar verificamos que: 40% possuem renda de 1 a 5 salários mínimos, 60% possuem renda de até um salário mínimo, sendo que 20% dos estudantes desenvolvem alguma atividade remunerada.

II.1.4 Dos procedimentos

A presente pesquisa foi desenvolvida de forma integrada no processo de ensino de Cálculo I, sendo diferenciados os instrumentos de avaliação do componente curricular dos instrumentos da pesquisa. Os instrumentos de avaliação de Cálculo I tiveram à atribuição de notas para fins de avaliação somativa (Anexo B). As atividades utilizadas como instrumentos de pesquisa foram os testes de conhecimentos e elaboração de mapas conceituais dos conteúdos de Cálculo I. Essas atividades foram propostas a todos os estudantes em classe, constituindo uma forma de intervenção pedagógica. Para fins de pesquisa, foram computados os dados dos participantes. Destacamos que a coleta de dados foi realizada em classe, na sala de aula, sendo a participação dos estudantes de modo individual.

As análises dos dados levantados foram realizadas em duas partes: na primeira foram analisados os testes dos 15 estudantes que participaram dessa investigação; na segunda foram analisados especificamente os resultados de um estudante que realizou todas as atividades referentes a esta pesquisa, sendo selecionado por apresentar individualmente o maior índice de questões com erros.

II.2 Análise *a priori*

Com o objetivo de analisar as transformações de representações semióticas e os níveis de formação de conceitos, foi realizada a coleta de dados. Essa investigação foi organizada em cinco etapas no contexto da sala de aula e uma etapa complementar. Em cada etapa foi aplicado um teste e solicitado a cada estudante participante que elaborasse um mapa conceitual correspondente ao conteúdo do teste.

Tanto os testes realizados como os mapas conceituais foram apreciados para obtenção dos elementos envolvidos na assimilação obliteradora que interfere nos processos de aprendizagem dos conteúdos do componente curricular de Cálculo I.

A primeira etapa foi uma avaliação diagnóstica, com um teste de conhecimentos do conteúdo de função. O Teste de Funções (Apêndice A) foi aplicado no início do semestre quando 15 estudantes participaram, sendo que 12 elaboraram o mapa conceitual de funções. O referido teste teve como objetivo identificar os conhecimentos prévios para o Cálculo Diferencial referente aos tipos de funções e suas respectivas leis de formação algébrica e suas representações gráficas.

Esse teste apresenta dez tipos de funções com seus registros de representação figural (gráficos) e com seus respectivos registros de representação algébrica através das leis de formação. Em seguida, foi solicitado aos discentes a identificação de cada função com sua respectiva lei de formação e sua representação gráfica. Trata-se de um problema de conversão, no qual os discentes encontram registros distintos de representação semiótica para o mesmo tipo de função.

Após aplicação do teste de funções, foram dadas as instruções (Apêndice B) para elaboração do mapa conceitual sobre Funções. Também foi apresentado, inicialmente, o vídeo

MP4 a respeito de avaliação da aprendizagem, por meio de mapas conceituais – proposição da tarefa e instruções de Souza (2010), com o objetivo de orientar e incentivar a realização de mapas conceituais.

Na segunda etapa, foi realizado o Teste de Limites (Apêndice A), logo após serem ministrados os conteúdos de limite e de limites laterais, existência de limites, continuidade de uma função, limites infinitos e no infinito, limites exponenciais e trigonométricos. O referido teste teve a participação de 15 estudantes, os quais foram avaliados sobre a teoria de limites com suas definições e propriedades.

O teste foi elaborado com oito questões objetivas. Na primeira foi dada a representação gráfica de função para analisar e identificar se falso ou verdadeiro os limites laterais apresentados. Trata-se de um problema de conversão de um registro de representação gráfico para um registro de representação algébrico. A segunda questão refere-se a uma função definida por três sentenças em que foi solicitada a determinação dos limites laterais e o limite em um ponto determinado. Esse é um problema de tratamento no qual o discente trabalha no mesmo tipo de registro de representação algébrica. A terceira questão abordou o limite de uma fração algébrica em um ponto determinado e dada a função algébrica em que não é definida nesse ponto. Nesse caso, temos um problema de tratamento no qual as operações serão realizadas no mesmo registro de representação semiótica. A quarta questão foi sobre limites infinitos e limites no infinito e apresentou a representação gráfica solicitando os respectivos limites infinitos e limites no infinito, o que constitui um problema de conversão de um registro de representação algébrica para uma representação figural (gráfica) e uma nova conversão para obtenção da resposta em um registro de representação algébrica. Na quinta questão foi dado o limite exponencial fundamental para determinar os limites de outras funções exponenciais. É um problema em que se realiza uma operação de tratamento no registro de representação algébrico. A questão de número seis apresentou a definição de uma função contínua em um ponto $x = a$ e foi solicitada a continuidade de uma função definida por duas sentenças em um determinado ponto. Trata-se de um problema de tratamento no registro de representação algébrico. A sétima questão refere-se a um problema de tratamento de registro de representações algébrico e dado o limite trigonométrico fundamental, com solicitação para determinar o limite de uma expressão trigonométrica. Essa questão refere-se a um problema de tratamento no registro de representação algébrico. A oitava questão apresenta um problema que envolve um tratamento no registro de representação algébrico e, em seguida, uma conversão de um registro de representação algébrico para o registro de representação figural (gráfico), na qual foi dada a lei de formação de uma função quadrática e pedido à representação do gráfico da função resultante do limite da razão incremental ou quociente de Newton, segundo Kühlkamp (2006).

Após aplicação do teste de limites foram dadas as devidas instruções aos estudantes para elaboração do mapa conceitual no que diz respeito ao conteúdo da teoria dos Limites (Apêndice B).

Na terceira etapa, logo após ser ministrado o conteúdo da derivada, abordados os assuntos, definições da derivada, derivada de uma função implícita, equação da reta tangente, representação gráfica da função derivada, propriedades e técnicas de derivada, foi realizado o Teste de Derivadas-1 (Apêndice A) com a participação de 10 estudantes, sendo que 9 deles elaboraram o mapa conceitual do conteúdo de derivada, na qual foram reafirmadas as instruções dadas.

O Teste Derivadas-1 constou de sete questões. A primeira foi sobre o tratamento no registro gráfico em que foram dados os registros de representação gráfica de determinadas funções para associar aos seus respectivos registros de representação gráfica de suas respectivas derivadas, sendo registros do mesmo sistema de representação semiótica. Na segunda, foram apresentadas várias definições algébricas da função derivada para serem identificadas, sendo representadas por dois registros de representação algébricos distintos. A terceira questão tratou a determinação da equação da reta tangente a uma curva dada por uma função quadrática em um determinado ponto, sendo registros de tratamento e conversão envolvendo registro de representação algébrico e numérico. As questões de número quatro e cinco abordaram registros de representação algébricos para determinação da derivada das respectivas funções e apresentaram registros de representações algébricos das funções quociente e implícita. São problemas de tratamento nos registros de representação algébrico. A sexta questão aborda a determinação da derivada da função, cuja lei de formação dada pela raiz cúbica de x em um ponto determinado, envolvendo o tratamento e a conversão nos registros de representação algébricos. A sétima questão envolve uma conversão de registros de representação algébricos para um registro de representação figural (gráfico), sendo solicitada a representação do gráfico da derivada de uma função quadrática.

Na quarta etapa, após ser ministrado os conteúdos de derivadas sucessivas, derivadas trigonométricas, derivadas exponenciais e logarítmicas, seus respectivos gráficos, foi realizado o Teste de Derivadas-2 (apêndice A) com a participação de 12 estudantes e, em seguida, eles elaboraram o mapa conceitual do referido conteúdo.

O Teste de Derivadas-2 consta de quatro questões objetivas. A primeira trata de registro de representação figural, ou seja, apresenta os gráficos de uma função e da sua respectiva derivada que precisa ser analisada e interpretada pelo discente para determinação dos pontos em que a função derivada se anula. Esse é um problema que envolve conversão de um registro de representação figural para um registro de representação algébrica e que, também, pode ser analisado por meio da lei de formação da função, constituindo, assim, como um problema de tratamento no registro algébrico. Na segunda questão, é dada uma função logarítmica e sua respectiva derivada e é solicitada a inclinação da reta tangente ao gráfico da função em um determinado ponto. Trata-se de um problema de tratamento no registro de representação algébrico. Na terceira questão foi apresentada uma função, cuja lei de formação envolve produto e adição algébrica e foi solicitada a derivada da respectiva função. Esse é um problema de tratamento no registro de representação algébrico. A quarta questão diz respeito à associação de um registro de representação gráfico de uma função em outro registro de representação gráfico de suas respectivas funções derivadas, sendo um problema de tratamento no registro de representação gráfico.

Na quinta etapa, após ter ministrado os conteúdos de aplicação das derivadas, foram abordados os conteúdos: máximo e mínimo, concavidade, região de crescimento/decrescimento, ponto de inflexão, esboço do gráfico de uma função e outras aplicações das derivadas, foi realizado o Teste de Aplicação das Derivadas (Apêndice A) com a participação de 12 estudantes e, em seguida, os referidos estudantes elaboraram os respectivos mapas conceituais dos conteúdos abordados.

O Teste de Aplicação das Derivadas consta de oito questões objetivas. Na primeira, foi dado o gráfico de uma função e sua respectiva lei de formação e solicitadas informações sobre ponto crítico, ponto de inflexão, ponto de máximo, valores para que a derivada seja positiva e intervalos de decrescimento. Trata-se de um problema de conversão de um registro de representação figural para um registro de representação algébrico e também envolve um tratamento ao analisar somente o registro de representação algébrico para obtenção dos pontos e intervalos solicitados. A segunda questão, dada a definição de ponto crítico e solicitado o ponto crítico de uma dada função. Refere-se a um problema de tratamento no registro de representação algébrico. A terceira questão foi apresentada a lei de formação de uma função em que foram solicitados os pontos de máximo e mínimo, sendo um problema que envolve um tratamento no registro de representação algébrico. Na quarta questão, dada à definição de ponto de inflexão, foi solicitado o ponto de inflexão de uma função dada. Esse é um problema de tratamento no registro de representação algébrico. Na quinta questão, dada à representação do gráfico e a lei de formação da respectiva função e solicitado os pontos/intervalos em que a segunda derivada é positiva e negativa, respectivamente. Constitui um problema de tratamento no registro de representação algébrico. A sexta questão envolve tratamento nos registros de representações algébricos em que foi dada a lei de formação de uma função polinomial do 4º grau e solicitado às regiões de crescimento/decrescimento, pontos de máximo/mínimo e o ponto de inflexão. Na sétima questão foi abordado um problema prático, descrito na linguagem natural, envolvendo a aplicação dos conceitos de derivada e máximos e mínimos. A solução do problema envolve uma conversão de registro de representação da linguagem natural para um registro de representação algébrico. A oitava questão abordou a lei de formação de uma função quadrática e solicitadas informações dessa função referente a intervalos de crescimento/decrescimento, pontos críticos e concavidade, envolvendo a aplicação da derivada da função dada. Trata-se de um problema de tratamento no registro das representações algébrico.

Para obtenção de mais informações para o objeto de nossa pesquisa, ou seja, o processo de aprendizagem significativa dos conteúdos derivadas e o processo de assimilação obliteradora (esquecimento) dos discentes do componente curricular Cálculo I, do curso de Licenciatura em Matemática, no Campus IX da UNEB, os conceitos básicos que têm a função de subsunçores no processo de aprendizagem, foi realizado, na última etapa, a aplicação do Teste Complementar (apêndice A) em que foram abordados todos os conteúdos ministrados de derivada e das suas aplicações e também a verificação dos subsunçores existentes (funções e limites). Nessa etapa, 9 estudantes participaram do referido teste e, em seguida, elaboraram os respectivos mapas conceituais.

O Teste Complementar foi elaborado com questões dos testes anteriores com a finalidade de verificar o processo da assimilação obliteradora (esquecimento) no contexto dos conteúdos abordados, sendo que a primeira questão foi parte da primeira do teste de funções relativas aos itens: função constante, função quadrática, função cosseno e função tangente com seus respectivos gráficos e a lei de formação. A segunda questão compreende ao número 7 do teste de limites que aborda o limite trigonométrico fundamental. A terceira compreende a questão número 3 do teste de limites sobre o limite de uma fração algébrica, quando o numerador e o denominador se anulam, ou seja, na forma indeterminada. A quarta corresponde à questão de número 2 do teste de limites sobre limites laterais de uma função definida por várias sentenças. A quinta corresponde à questão de número 2 do teste de derivadas-1que trata das formas de representação da definição de derivada de uma função. A sexta corresponde à 7ª questão do teste de derivadas-1sobre a representação gráfica da derivada de uma função. A sétima corresponde à 4ª questão do teste de derivadas-2 a respeito de gráficos de funções e gráficos de suas respectivas derivadas e, finalmente, a oitava que corresponde à 1ª questão do teste de aplicação das derivadas sobre a determinação de pontos críticos de uma função, ponto de inflexão, máximos e mínimos e intervalos de crescimento de uma função.

O levantamento de dados dos testes (Apêndice A) foi apresentado por meio de tabelas para facilitar a visualização e compreensão das informações obtidas para análise, como também os mapas conceituais elaborados pelos discentes participantes desta investigação.

A análise e a interpretação dos dados foram pautadas no quadro referencial, usando as teorias da aprendizagem significativa e da assimilação de Ausubel, da teoria dos mapas conceituais de Novak e da teoria dos registros de representação semiótica de Duval, para analisarmos os resultados dos testes e os referidos mapas conceituais com o objetivo de responder os questionamentos propostos nesta pesquisa.

II.3 Representação dos dados

Para garantir o sigilo conforme acordo com os estudantes, foi utilizada uma codificação nesta pesquisa na forma E01, que significa “estudante 01”, E02, “estudante 02” e seguidamente na ordem até E15, que significa “estudante 15”.

Os dados são representados em tabelas e gráficos para serem analisados no contexto das teorias abordadas. O Quadro 11, a seguir, mostra a relação dos estudantes do componente curricular Cálculo I que participaram desta pesquisa e assinaladas as tarefas que foram realizadas.

Quadro 11 - Estudantes de Cálculo I (2013.2) que participaram da pesquisa

Estudante	Ano de ingresso	Re	TF	MCF	TL	MCL	TD1	MCD1	TD2	MCD2	TAD	MCAD	TC	MCC
E01	2008.2	3	X		X	X	X	X	X	X	X	X		
E02	2012.1		X	X	X	X								
E03	**2012.1**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E04	2011.1	1	X	X	X	X								
E05	**2012.1**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E06	2009.2	2	X		X	X			X	X	X	X	X	X
E07	2011.1	1	X	X	X	X			X	X	X	X		
E08	**2011.1**	**1**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E09	2008.2	2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
E10	2010.1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
E11	2012.1		X	X	X	X							X	X
E12	**2009.2**	**1**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E13	**2012.1**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E14	**2012.1**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
E15	**2012.1**		**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**

Legenda:

Re – Estudantes que repetiram o componente curricular Cálculo I

TF – Teste de funções

MCF – Mapa conceitual de funções

TL – Teste de limites

MCL – Mapa conceitual de limites

TD1 – Teste de derivadas-1

MCD1 – Mapa conceitual de derivadas-1

TD2 – Teste de derivadas-2

MCD2 – Mapa conceitual de derivadas-2

TAD – Teste de aplicações das derivadas

MCAD – Mapa conceitual de aplicações das derivadas

TC – Teste complementar

MCC – Mapa conceitual complementar

Fonte: Autor

Dentre os 15 estudantes que participaram desta investigação, somente 7 realizaram todos os testes e elaboraram os respectivos mapas conceituais, sendo que os estudantes E03, E05, E13, E14 e E15 cursaram o componente curricular pela primeira vez e o estudante E08 e E12 cursaram o componente curricular Cálculo I pela segunda vez.

III

ANÁLISE DOS DADOS

Desenvolvemos as análises dos testes de conhecimento dos estudantes do componente curricular Cálculo I com o propósito de estudar os elementos envolvidos na assimilação obliteradora que interferem no processo de aprendizagem do conteúdo de derivada dos estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática, quais os resultados obtidos pelos discentes e, especificamente, analisar as transformações de representação semióticas e os níveis de formação de conceitos. Isto foi realizado em duas partes: 1 - análise dos resultados dos testes apresentados pelos estudantes; e 2 - análise dos resultados dos testes e dos mapas conceituais de um estudante.

III.1 Análise dos Resultados dos Testes apresentados pelos estudantes

Apresentamos, a seguir, a análise dos testes realizados pelos estudantes, considerando a especificidade de cada teste e a visão geral dos resultados obtidos.

III.1.1 Análise do Teste de Funções

Ao considerar que o conteúdo de função já foi ministrado nos componentes curriculares Matemática I e II, cujas ementas já foram apresentadas (Quadro 10), o teste de funções (Apêndice A) teve como propósitos a identificação dos conhecimentos prévios de funções, como subsunçores para uma aprendizagem significativa dos conteúdos de Cálculo I, e a análise de registros de representações semióticas.

A questão apresentada no teste de funções para análise consta de 10 gráficos de funções elementares com as suas respectivas leis de formação para serem identificadas pelos discentes por meio da associação de cada tipo de função com suas respectivas representações gráfica e algébrica.

Na análise dos resultados do teste de função (Quadro 12*)*, 15 estudantes participaram desse teste, sendo que 46,67% reconheceram corretamente as representações gráficas das funções apresentadas, 15,33% não reconheceram, deixando as questões em branco e 38,00% erraram. Esses percentuais informam que entre questões em branco e erradas atingiram 53,33%, nas quais os estudantes não apresentam os conhecimentos relevantes (subsunçores) para uma aprendizagem significativa das funções nas representações gráficas. Dentre as funções apresentadas no Quadro 12, os estudantes obtiveram maior desempenho na identificação da representação gráfica da função constante, atingindo um percentual de

86,67% de acertos; a função quadrática e a função tangente, ambas atingiram 66,67% de acertos.

Quadro 12 - Resultados do Teste de Funções (TF) – representação gráfica

Nº de estudantes = 15	**Gráficos (representação gráfica)**					
Tipos de Funções:	**B**	**E**	**C**	**B%**	**E%**	**C%**
Função seno	2	10	3	13,33	66,67	20,00
Função constante	2	.	13	13,33	.	86,67
F. exponencial	2	6	7	13,33	40,00	46,67
F. quadrática	2	3	10	13,33	20,00	66,67
Função afim	1	7	7	6,66	46,67	46,67
Função cosseno	3	9	3	20,00	60,00	20,00
Função logaritmo	3	6	6	20,00	40,00	40,00
F. hipérbole	3	7	5	20,00	46,67	33,33
Função tangente	2	3	10	13,33	20,00	66,67
Função linear	3	6	6	20,00	40,00	40,00
Turma	23	57	70	15,33	38,00	46,67

Legenda: B – questões em branco **E** – erradas **C** – certas

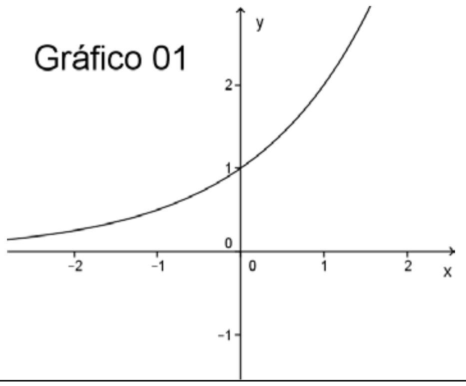
Fonte: Autor

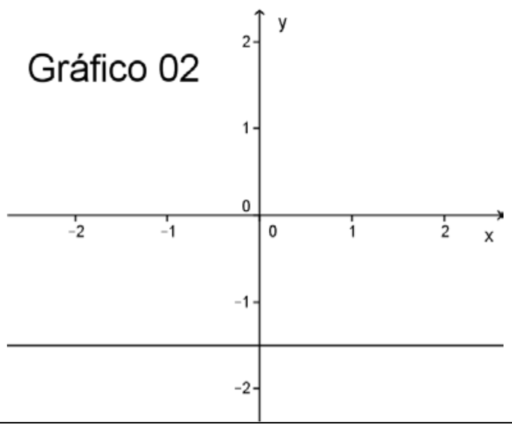
Por outro lado, os estudantes apresentaram menor conhecimento das funções, nas representações gráficas da função seno com 66,67% de erro e da função cosseno com 60,00% de erro com obtenção dos maiores índices.

Ao analisar o contexto de registros das representações semióticas, constatamos que esse teste apresenta tipos de funções com seus registros de representação figural (gráficos) na qual foi solicitado aos discentes à identificação de cada função com sua respectiva representação gráfica apresentada no Quadro 13.

Quadro 13 - Questões do teste de funções

Dados os Gráficos das funções:





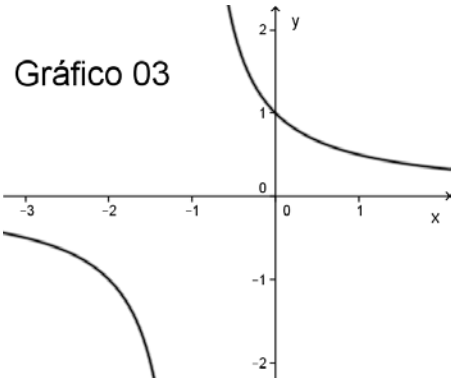


Gráfico 03
y
x

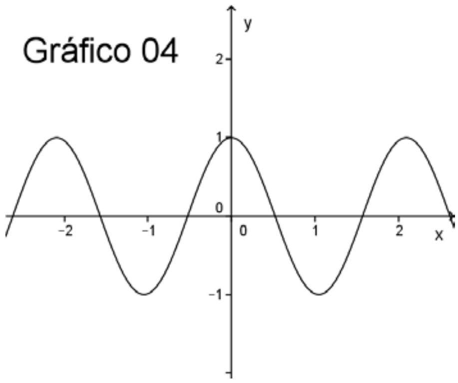


Gráfico 04
y
x

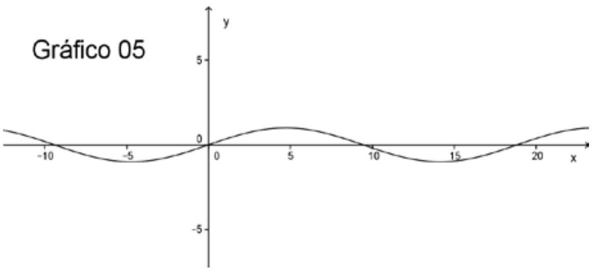


Gráfico 05
y
x

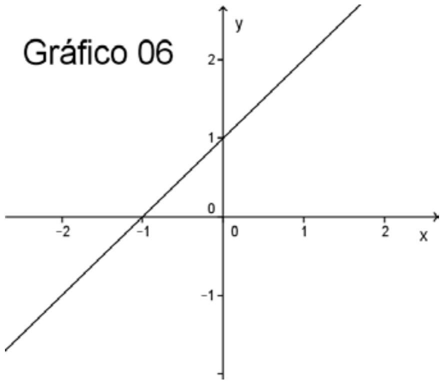


Gráfico 06
y
x

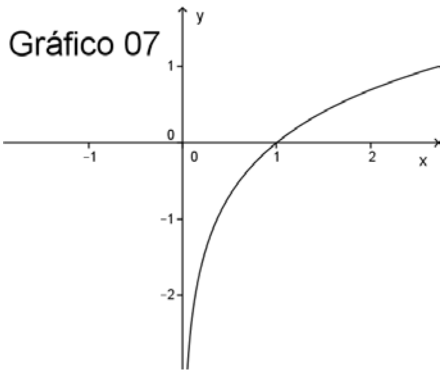


Gráfico 07
y
x

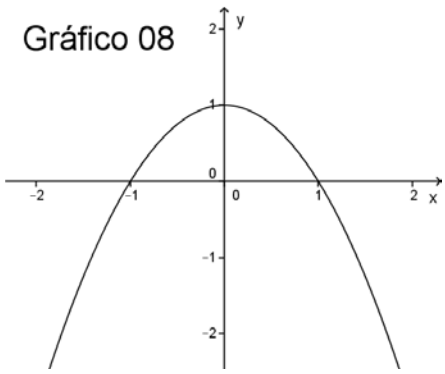


Gráfico 08
y
x

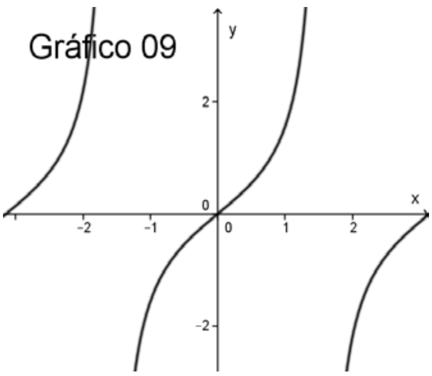


Gráfico 09
y
x

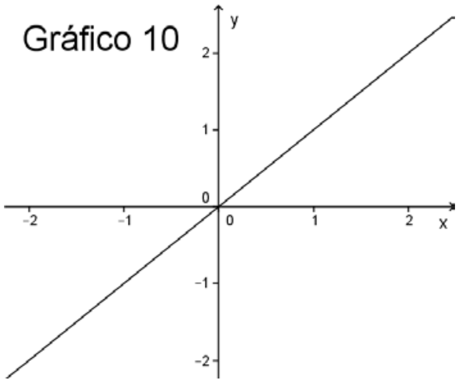


Gráfico 10
y
x

Associe cada Tipo de Função ao seu respectivo Gráfico e sua respectiva lei de formação.

Dadas as expressões algébricas (lei de formação):				
a) $f(x) = x + 1$	b) $f(x) = x$	c) $f(x) = sen(\frac{x}{3})$	d) $f(x) = \cos(3x)$	e) $f(x) = -3/2$
f) $f(x) = 2^x$	g) $f(x) = \ln x$	h) $f(x) = -x^2 + 1$	i) $f(x) = \frac{1}{x+1}$	j) $f(x) = tg(x)$

Complete o quadro a seguir:

Tipos de Funções:	Gráfico (nº)	Lei de formação (letra)
Função seno		
Função constante		
Função exponencial		
Função quadrática		
Função afim		
Função cosseno		
Função logaritmo		
Função hipérbole		
Função tangente		
Função linear		

Fonte: Autor

A questão trata de um problema de conversão, em que os discentes encontraram registros distintos de representação semiótica para um determinado tipo de função. Ao analisar cada tipo de função constatamos uma conversão do registro de representação da língua natural para o registro de representação figural (ou gráfico). Nesses processos, os discentes conseguiram melhores resultados na identificação da função constante, da quadrática e da tangente. Aqui, destacamos entre os resultados das respostas a função constante, na qual os estudantes obtiveram o maior índice de acertos, provavelmente por ser a mais simples das funções propostas e pela sua trivialidade.

O registro da representação gráfica das funções seno e cosseno apresentaram maiores índices de erros, como mostra o Quadro 12. Daí, percebemos que nos problemas que envolveram a conversão do registro representação da língua natural para o registro de representação gráfica os estudantes mostram mais dificuldades.

A atividade de conversão, segundo Duval (2009, p.64), não é tão simples e imediata, sendo necessário analisar a forma e realizar o procedimento de correspondência que envolve uma representação de conversão, pois a correspondência das representações pertencentes a registros distintos pode ser estabelecida por "uma correspondência associativa da unidade significante elementar constitutiva" de cada registro.

Com base no Quadro 14 analisamos, a seguir, os resultados nos registros de representação algébricos do referido teste, em que foi solicitado aos discentes a identificação de cada função com as suas respectivas representações.

Quadro 14 - Resultados do Teste de Funções (TF) – representação algébrica

Nº de estudantes = 15	**Lei de formação (representação algébrica)**					
Tipos de Funções:	**B**	**E**	**C**	**B%**	**E%**	**C%**
Função seno	1	2	12	6,67	13,33	80,00
Função constante	4	7	4	26,67	46,67	26,67
F. exponencial	1	3	11	6,67	20,00	73,33
F. quadrática	2	2	11	13,33	13,33	73,34
Função afim	2	7	6	13,33	46,67	40,00
Função cosseno	1	1	13	6,67	6,67	86,66
Função logaritmo	4	5	6	26,67	33,33	40,00
F. hipérbole	4	9	2	26,67	60,00	13,33
Função tangente	2	2	11	13,33	13,33	73,34
Função linear	4	8	3	26,67	53,33	20,00
Turma	25	46	79	16,66	30,67	52,67

Legenda: B – questões em branco **E** – erradas **C** – certas

Fonte: Autor

Como pode ser visto no Quadro 14, os estudantes obtiveram melhor desempenho, quanto à lei de formação nas respectivas funções: função cosseno, função seno, função exponencial, função quadrática e a função tangente. Observamos que os maiores índices de acertos foram obtidos na função cosseno e na função seno, que são representadas pelas suas respectivas leis de formação, $f(x) = \cos(3x)$ e $f(x) = sen(\frac{x}{3})$, em que o problema apresenta uma conversão de registro de representação da língua natural para registro de representação algébrico, sendo que a própria representação algébrica ou lei de formação indica e favorece o processo de conversão, o qual apresenta um nível de formação de conceito de identidade (KLAUSMEIER e GOODWIN, 1977) e a conversão apresenta, também, alto índice de congruência (DUVAL, 2009).

Concernente à lei de formação nos problemas que envolvem a conversão, como mostra o Quadro 14, percebemos que os estudantes obtiveram maior índice de erros, na conversão do registro da língua natural para o registro da lei de formação ou registro de representação algébrico na função hipérbole e na função linear, indicando que os conceitos subsunçores ainda não foram consolidados para servirem de ancoragem para uma aprendizagem significativa.

Dessa forma, esses resultados confirmam a afirmação de Duval (2009) de que a dificuldade da conversão de uma representação semiótica depende do grau de não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada, sendo que o baixo índice de congruência conduz com mais frequência ao fracasso nas atividades cognitivas de conversão, podendo ser agravadas pelo desconhecimento de um dos dois registros de representação, como a do gráfico cartesiano, figuras geométricas ou mesmo as tabelas.

III.1.2 Análise do Teste de Limites

O conteúdo de limite está relacionado, como conhecimento prévio necessário, ao conteúdo de derivada. Neste contexto, foi aplicado um teste de limites (*Apêndice A*) aos estudantes da turma de Cálculo I 2013.2. Apresentamos no Quadro 15 os resultados obtidos do referido teste e, a partir desses dados, a análise e interpretação.

Quadro 15 - Resultados do Teste de Limites (TL) realizados por 15 estudantes

Questões	Em branco		Erradas		Certas	
	Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%
1	-	-	13	86,67	2	13,33
2	-	-	6	40,00	9	60,00
3	-	-	4	26,67	11	73,33
4	1	6,67	8	53,33	6	40,00
5	2	13,33	6	40,00	7	46,67
6	-	-	12	80,00	3	20,00
7	-	-	3	20,00	12	80,00
8	-	-	10	66,67	5	33,33
Médias	0,20	2,50	7,75	51,67	6,88	45,83

Fonte: Autor

No teste de limites participaram 15 estudantes. Entre as questões respondidas a média de questões erradas foi maior que a média de questões corretas, com pequeno índice de questões deixadas em branco.

Podemos observar nos resultados do teste de limites que as questões sete, três, e dois foram as que apresentaram maior porcentagem de acertos entre os 15 estudantes participantes. Enquanto que as demais questões foram as que apresentaram maior porcentagem de erros.

Apresentamos, primeiramente, as questões com maiores índices de acertos.

A questão 7 (Quadro 16), na qual os estudantes obtiveram 80,00% de acertos, foi dado o limite trigonométrico fundamental, e solicitado o $\lim_{x \to 0} \frac{tg(x)}{x.\sec(x)}$. Trata-se de um problema no tratamento no registro das representações algébrico em que são necessários conhecimentos prévios de trigonometria, relações trigonométricas, operações algébricas e limite para sua resolução. Portanto, nos resultados dessa questão evidenciamos que a maioria dos estudantes desenvolveu os conhecimentos prévios de trigonometria como subsunçores necessários para o estudo de limites trigonométricos de tratamento no registro algébrico.

Quadro 16 - Questão 7 do teste de limites

7) Sendo o $\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$, então o $\lim_{x \to 0} \frac{tg(x)}{x.\sec(x)}$ é igual a:	
A) 1 ( ) B) -1 ( ) C) 0 ( ) D) 2 ( ) E) -2 ( )	

Fonte: Autor

Na questão 3 (Quadro 17), na qual foi solicitado o limite da fração algébrica $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$, os estudantes alcançaram 73,33% de acertos; refere-se a um problema de tratamento no registro em que as operações algébricas realizadas no mesmo registro de representação semiótico, envolve fatoração e simplificação de frações algébricas e cálculo de limites. Os resultados algébricos apresentados, nessa questão, revelam que os estudantes, em sua maioria, desenvolveram os conhecimentos prévios pertinentes para compreensão e solução da questão.

Quadro 17 - Questão 3 do teste de limites

3) O $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ é igual a:	
A) 0 ( ) B) 4 ( ) C) 2 ( ) D) -4 ( ) E) não existe. ( ).	

Fonte: Autor

Na questão 2 foi dada a função definida por três sentenças (Quadro 18) e solicitada a determinação dos limites laterais, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ e do limite $\lim_{x \to 2} f(x)$. Temos, nesse caso, um problema de tratamento algébrico que no processo de resolução se mantém o mesmo tipo de registro de representação. Na análise dessa questão, percebemos um relativo percentual de acertos (60,0%) em que o problema envolve o cálculo de limites laterais e do próprio limite no ponto definido. A função apresentada é definida algebricamente por três sentenças: uma função quadrática, uma constante e uma afim, com seus respectivos intervalos. Para solução dessa questão, é necessário o conhecimento teórico de cálculo de limites, limites laterais e seus respectivos conceitos, de forma significativa na estrutura cognitiva, bem como as operações algébricas para o tratamento no registro de representação algébrico. Embora seja uma questão envolvendo funções elementares, percebemos que 40,00% dos estudantes ainda não evidenciaram os subsunçores para efetuarem os tratamentos necessários.

Quadro 18 - Questão 2 do teste de limites

2) Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2, & se \quad x \leq 2 \\ 1, & se \quad x = 1 \\ 4 - x, & se \quad x > 2 \end{cases}$

Os valores dos limites, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$, são respectivamente:

A) 4; 2 e 1 ( ) B) 1; 2 e 4 ( ) C) 1; 2 e $\lim_{x \to 2} f(x)$ não existe ( )

D) 2; 4 e 1 ( ) E) 4; 2 e $\lim_{x \to 2} f(x)$ não existe. ( ).

Fonte: Autor

Dentre as questões de limites de maior índice de erros, destacamos a questão 1, na qual os estudantes alcançaram o maior percentual de erros (87,67%). A referida questão propõe a determinação de limites laterais através do gráfico de uma função apresentada no Quadro 19. Apresenta um problema de conversão de um registro de representação gráfica para um registro de representação algébrico, com solicitação para determinar as afirmações verdadeiras entre as alternativas apresentadas. O gráfico da função dada é a representação geométrica de uma função constante e de uma função afim, denotando uma descontinuidade entre as duas funções em um determinado ponto. O aprendiz precisa ter conhecimentos da representação gráfica de funções e de continuidade de uma função para interpretação do gráfico como subsunçores necessários para a resolução do problema. Nesse caso, a maioria dos estudantes ainda não desenvolveu os conceitos prévios, comprometendo o desempenho na referida questão.

Quadro 19 - Questão 1 do teste de limites

Dado o gráfico da função f, dada por f(x), qual ou quais as afirmações são verdadeiras:

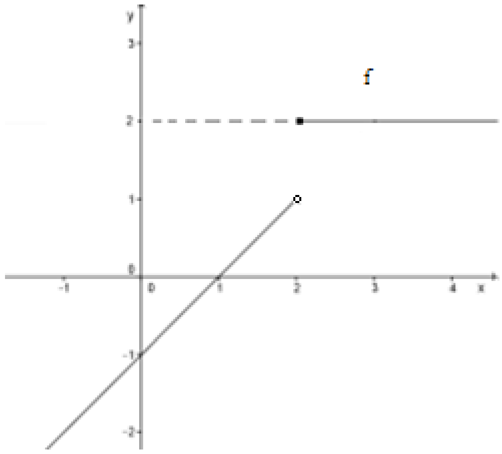
A) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 1$ ( )

B) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 2$ ( )

C) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 1$ ( )

D) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 2$ ( )

E) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 1$ ( )



Fonte: Autor

Na questão 6 (Quadro 20), foi dada a definição de uma função contínua em um ponto $x = a$ e dada a função definida por duas sentenças nos intervalos determinados, sendo solicitado para determinar a afirmativa verdadeira entre as alternativas apresentadas. Nessa questão, os estudantes obtiveram 80,00% de erros, denotando que não foram atingidos os níveis classificatório e formal de conceitos apresentados para compreensão do conceito exposto no problema. Essa questão está relacionada ao tratamento no registro de representação algébrico, envolvendo os conhecimentos do valor numérico de uma função e a determinação do limite dessa função no ponto determinado. Assim, percebemos que houve falta do conhecimento prévio necessário para a resolução do problema ao ser introduzido um novo conceito.

Quadro 20 - Questão 6 do teste de limites

6) Se uma função é contínua em um ponto $x = a$, então $\exists\ f(a)$, $\exists \lim\limits_{x \to a} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$. A função $f(x) = \begin{cases} x+3, & se \quad x \le 1 \\ 4, & se \quad x > 1 \end{cases}$; podemos afirmar que:

A) $f(1) = 4$; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$ e $f(x)$ não é continua no ponto $x = 1$. ( )

B) $f(-1) = 1$; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x = 1$. ( )

C) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 4$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 4$ e $f(-1) = 4$. ( )

D) $f(-1) = 4$; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x = 1$. ( )

E) $f(1) = 4$; $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x = 1$. ( )

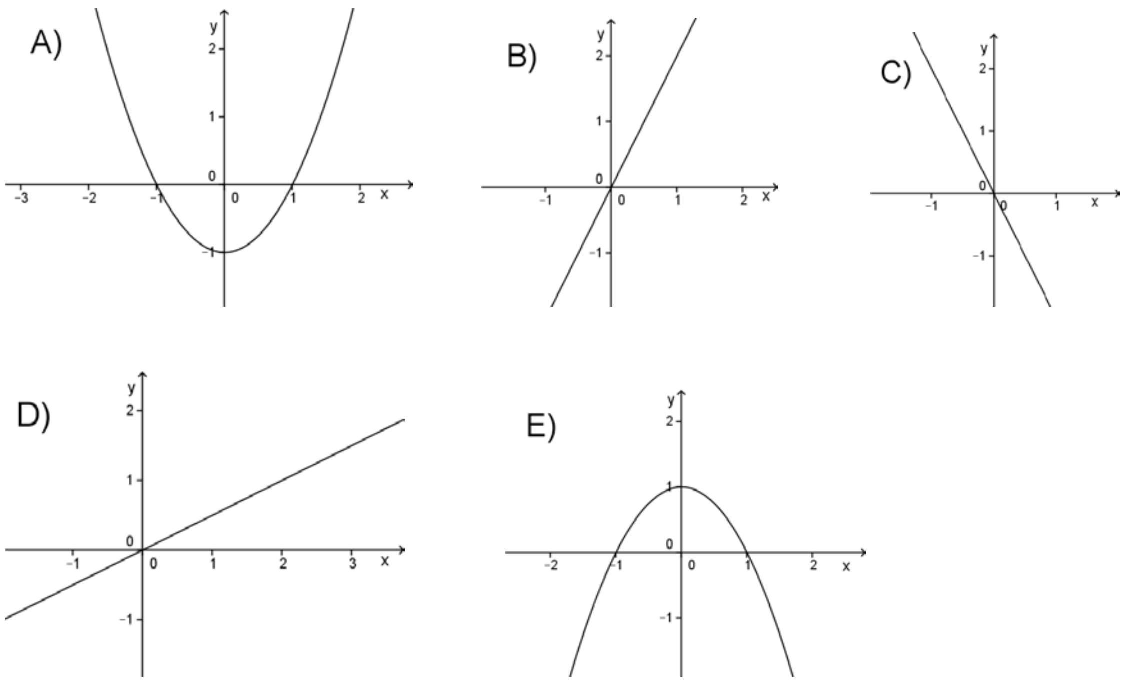
Fonte: Autor

Na questão 8 (Quadro 21) foi dada a função $f(x) = x^2 - 1$, é solicitado o gráfico que representa a função g definida por $g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Através da determinação do limite da função g, que representa a definição algébrica da derivada da função f em um ponto genérico, ocorre um tratamento no registro de representação algébrica seguido de uma conversão para o registro de representação figural (gráfica) no sentido da obtenção do resultado. O percentual de 66,67% de erros, atribuímos à complexidade da questão, na qual foram envolvidos dois registros de representação semiótica, indicando que na maioria dos estudantes fica evidenciada a falta de conceitos necessários para resolução dessa questão.

Quadro 21 - Questão 8 do teste de limites

8) Seja $f(x) = x^2 - 1$. Qual é o gráfico que representa a função g dada por

$$g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$



A ( )   B) ( )   C) ( )   D) ( )   E) ( )

Fonte: Autor

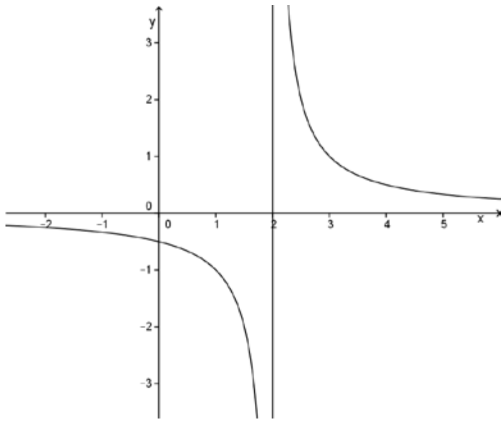
Nos resultados da questão 4, os estudantes obtiveram 53,33% de erros. Na referida questão foi dado o gráfico da função f, dada por $f(x) = \frac{1}{x-2}$ (Quadro 22) e solicitado os limites infinitos e limites no infinito, representados por $\lim_{x \to 2^+} f(x)$, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. A resolução dessa questão pode ser obtida da representação algébrica, em que o problema representa simplesmente um tratamento de representação algébrica. Mas, quando utilizamos a representação gráfica dada para a resolução do problema, obtemos uma mudança de registro de representação gráfico para um registro de representação algébrico, constituindo-se, assim, um problema de conversão de registros de representação semiótica.

Quadro 22 - Questão 4 do teste de limites

4) Dado o gráfico da função f ,

$f(x) = \dfrac{1}{x-2}$, os limites $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ são respectivamente:

A) 0; $+\infty$; $-\infty$ e 0 ( )
B) $+\infty$; 0; 0 e $+\infty$ ( )
C) $+\infty$; $+\infty$ 0; e 0 ( )
D) 0; $+\infty$; $+\infty$ e 0 ( )
E) $+\infty$; $-\infty$ 0; e 0 ( )



Fonte: Autor

A questão 5 envolve um problema de limite exponencial fundamental em que foi fornecida a definição do limite exponencial fundamental e solicitado a determinação dos respectivos limites $\lim\limits_{x\to +\infty}(1+\dfrac{1}{x})^{2x}$ e $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ (Quadro 23). O problema refere-se a um tratamento de registro de representação algébrica no qual o estudante deverá ter os conhecimentos de cálculo do limite fundamental e da função exponencial para resolução do mesmo. Considerando que o índice de acertos é inferior aos índices de erros e em branco, percebemos que não houve uma aprendizagem do conceito do limite exponencial fundamental.

Quadro 23 - Questão 5 do teste de limites

5) Se o $\lim\limits_{x\to +\infty}(1+\dfrac{1}{x})^{x} = e$ então o $\lim\limits_{x\to +\infty}(1+\dfrac{1}{x})^{2x}$ e $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ são respectivamente:

A) 2 ; e^2 ( ) B) e; e^2 ( ) C) e^{-1}; e^2( ) D) e^2; e ( ) E) $2e^{-1}$; e^2( )

Fonte: Autor

Observamos os resultados das questões de números 1, 8, e 4, nas quais os estudantes obtiveram os mais baixos índices de acertos. Trata-se de problemas de conversão dos registros de representação semiótica e confirmamos, nesses resultados, a constatação de Duval (2012) quando refere que os registros de representação que envolve conversão são mais difíceis e apresentam erros com mais frequência.

Os resultados do teste de limites nas questões de números 7, 3 e 2, que envolvem problemas de tratamento, os estudantes apresentaram maiores índices de acertos. Observamos também que os conteúdos de limites, em que eles obtiveram melhores resultados são os de limite trigonométrico fundamental, limite de uma fração algébrica no ponto em que a função não é definida e o cálculo de limite e limites laterais. Dentre os conteúdos com piores resultados foram encontrados nas questões que envolvem continuidade de funções, representação gráfica da função derivada, limites infinitos, limites no infinito e o limite exponencial fundamental.

Em síntese, percebemos que os estudantes desenvolveram alguns subsunçores necessários para uma aprendizagem dos conteúdos de limites, caracterizando-se que ainda estão em processo de formação de conceitos de limites.

III.1.3 Análise do Teste de Derivadas-1

O Quadro 24 apresenta os resultados do teste de derivadas-1 (*Apêndice A*). Nesse teste participaram 10 estudantes e na média da turma houve mais erros do que acertos.

Quadro 24 - Resultados do Teste de Derivadas-1 (TD1) realizados por 10 estudantes

Questões	Item	Em branco		Erradas		Certas	
		Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%
1	A	-		5	50,00	5	50,00
	B	-		7	70,00	3	30,00
	C	-		4	40,00	6	60,00
	D	-		8	80,00	2	20,00
2		-		1	10,00	9	90,00
3		-		7	70,00	3	30,00
4		-		6	53,85	4	46,15
5		1	10,00	6	60,00	3	30,00
6		-		7	61,54	3	38,46
7		-		4	40,00	6	60,00
Médias		0,1	1,00	5,5	53,54	4,4	45,46

Fonte: Autor

Analisamos, primeiramente, as questões que obtiveram maiores índices de acertos.

Na questão de número 2 (Quadro 25), foi solicitado, dentre as expressões apresentadas, quais são as que definem a derivada de uma função f, pois na definição de uma função derivada pode ser representado vários registros de representações. Nessa questão, os estudantes obtiveram maior índice de acertos (90,0%). Refere-se a um tratamento no registro de representação algébrico. A maioria dos estudantes, participantes nessa questão, demonstrou que houve assimilação do conceito algébrico de derivada.

Quadro 25 - Questão 2 do teste de derivadas-1

2) Quais as expressões $f'(x)$ que define a derivada de uma função $f(x)$:

(1) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x-h) - f(x)}{h}$ (2) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x) - f(x+h)}{h}$

(3) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x-h) + f(x)}{h}$ (4) $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

(5) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (6) $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x-\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

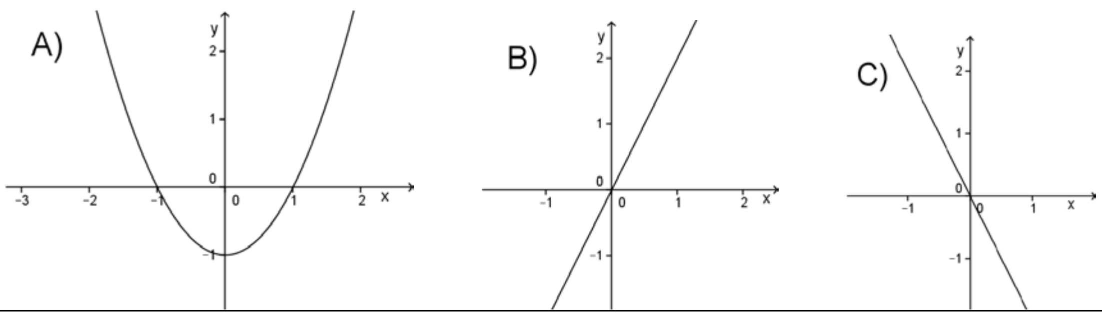
A) (1) e (6) B) (2) e (3) C) (3) e (4) D) (4) e (5) E) (5) e (6)

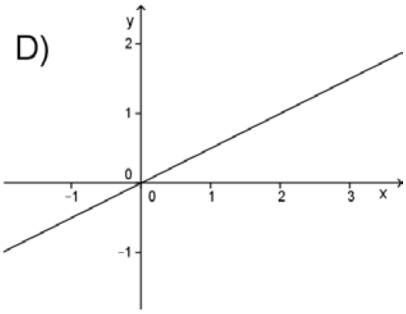
Fonte: Autor

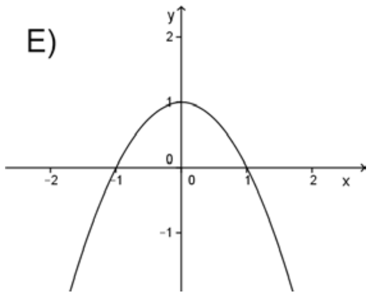
Na questão 7, apresentada no Quadro 26, em que os estudantes obtiveram 60,0% de acertos, foi dada a lei de formação da função quadrática e solicitado a representação gráfica de sua respectiva derivada. Para resolução dessa questão, faz-se necessário a realização de um tratamento de representação algébrica e, seguidamente, uma conversão para o registro de representação figural. Esse problema envolve conhecimentos prévios de funções, regra de derivada de uma potência e a representação gráfica de uma função.

Quadro 26 - Questão 7 do teste de derivadas-1

7) Seja $f(x) = x^2 - 1$. Qual gráfico que representa a função derivada dada por $f'(x)$?







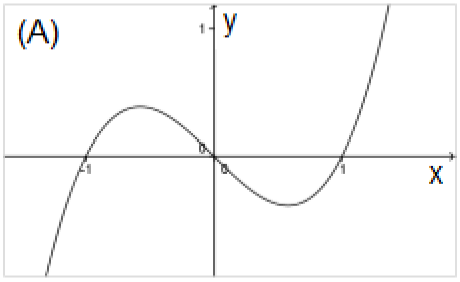
A ( ) B) ( ) C) ( ) D) ( ) E) ( )

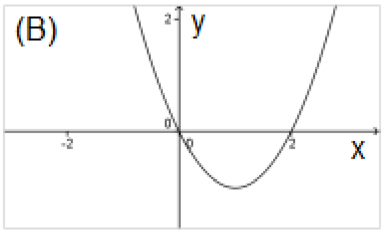
Fonte: Autor

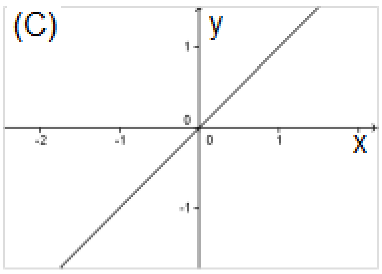
Na questão 1C (Quadro 27), foi dada a representação gráfica da função linear, para que os estudantes associassem a representação gráfica da sua respectiva função derivada. Eles obtiveram 60,0% de acertos. Dessa forma, percebemos que a função linear é uma função de primeiro grau e sua função derivada é a função constante. Trata-se de um problema que envolve tratamento do registro de representação figural (gráfico) da função para o registro de representação gráfico de sua respectiva derivada.

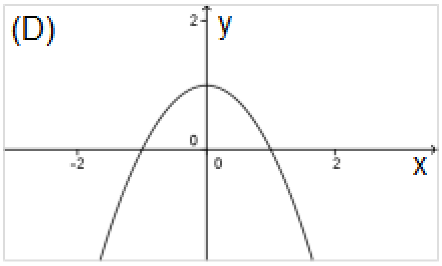
Quadro 27 - Questão 1 do teste de derivadas-1

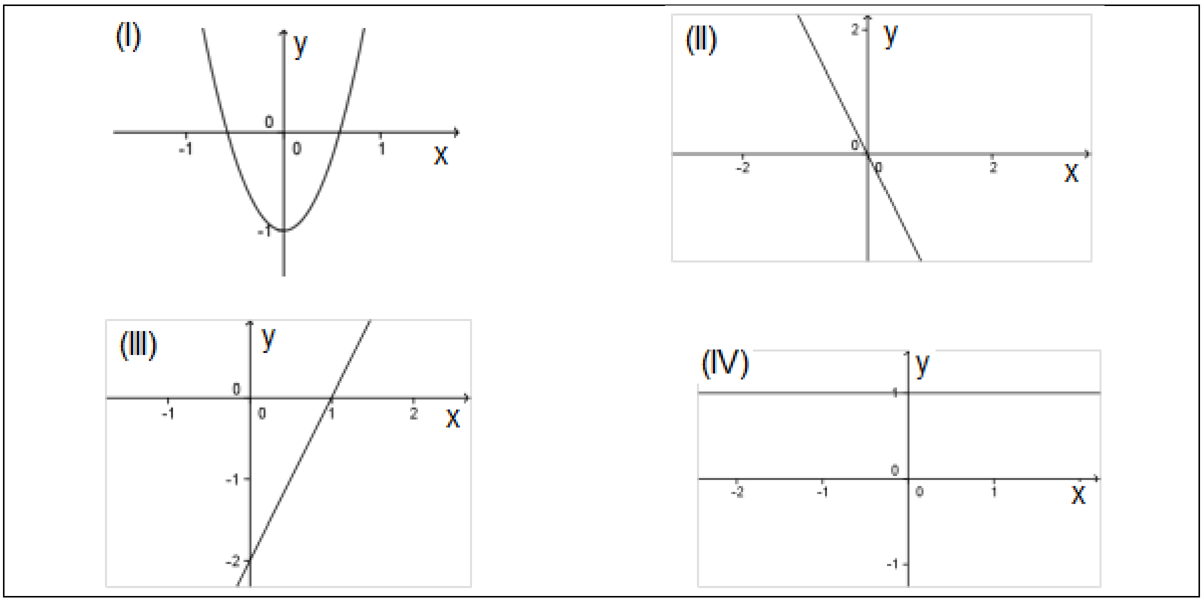
1) Associe o gráfico de cada função (A) – (D) com o gráfico de suas respectivas derivadas (I) – (IV).











Fonte: Autor

A seguir, apresentamos as questões de derivadas-1 com maior índice de erros.

Na questão 1A (Quadro 27), os estudantes obtiveram 50,0% de erros. Foi dada a representação gráfica da função em que seu gráfico intercepta o eixo das abscissas em 3 pontos distintos, evidenciando suas raízes, sendo solicitado a representação do gráfico da função derivada. Trata-se de um problema que envolve tratamento de um registro de representação figural (gráfico), em que são dados os gráficos da função para associar ao gráfico de sua respectiva derivada. Para solução desse problema torna-se necessário os conceitos referentes ao gráfico de uma função e a associação ao respectivo gráfico da sua derivada.

Na questão 1B (Quadro 27), os estudantes obtiveram 70,0% de erros. Trata-se, também, de associar o gráfico da função quadrática que possui duas raízes reais distintas ($x_1=0$ e $x_2=2$), com a concavidade voltada para cima, em que o coeficiente do termo de 2º grau é positivo e o gráfico de sua respectiva derivada é uma função crescente de 1º grau, o que indica ser um problema de tratamento envolvendo registro de representação figural (gráfico).

Na questão 1D (Quadro 27), os estudantes obtiveram 80,0% de erros. Trata-se, também, de associar o gráfico da função quadrática que tem concavidade voltada para baixo. Logo, tem o coeficiente do termo de 2º grau negativo. A referida representação gráfica intercepta o eixo das abscissas em dois pontos ($x=-1$ e $x=1$) com vértice no ponto (0, 1). Trata-se, pois, do gráfico de uma função quadrática, cujo gráfico da derivada será uma função do 1º grau com coeficiente angular negativo, o que representa uma função decrescente. Refere-se a um problema de tratamento que envolve o registro de representação gráfico.

Nas questões 1B e 1D, os estudantes obtiveram altos índices de erros (70% e 80%, respectivamente), em que as referidas questões tratam da associação gráfica das funções quadráticas com os respectivos gráficos da função derivada. Essas questões envolvem representações gráficas de funções polinomiais de primeiro e segundo graus. Ao compararmos com os resultados das representações gráficas apresentadas no TF (ver Quadro 12), percebemos que, referente aos resultados das representações gráficas do TF, os estudantes obtiveram os seguintes resultados: na representação gráfica da função quadrática 20,0% de erros e 13,33% deixaram a questão em branco, totalizando 33,33%; na representação gráfica de função afim 46,67% de erros e 6,66% deixaram a questão em branco, totalizando 53,33%; na representação gráfica da função linear 40,0% de erros e 20,0% de questões em branco, totalizando 60,0% e na representação gráfica da função constante 13,33% deixaram a questão em branco. Dessa análise, verificamos que em relação às representações gráficas das funções de primeiro e segundo graus os estudantes ainda não obtiveram os subsunçores necessários na estrutura cognitiva para os registros de representações geométrica ou gráfico, por isso, apresentaram altos índices de erros nas questões 1B e 1D.

Na questão 3, os estudantes obtiveram 70% de erros. A questão foi apresentada no quadro 28 e refere-se a um problema sobre a determinação da equação da reta tangente a curva da função quadrática cuja lei de formação é dada por $f(x) = -x^2 + x$ no ponto (0, 0). Esse é um problema de tratamento envolvendo registro de representação algébrico. A referida questão envolve diferentes conceitos, como função, reta tangente, regra de derivada e derivada no ponto determinado. Percebemos que os estudantes ainda não adquiriram os conceitos necessários para resolução dessa questão.

Quadro 28 - Questão 3 do teste de derivadas-1

3) A equação da reta tangente a curva $f(x) = -x^2 + x$ no ponto (0, 0) é dada por:				
A) $y = -x$	B) $y = -x+1$	C) $y = x$	D) $y = -2x+1$	E) $y = -2x$

Fonte: Autor

Na questão 6 apresentada no Quadro 29, sobre a determinação da derivada da raiz cúbica da função dada pela lei de formação $f(x) = \sqrt[3]{x}$, no ponto $x = 1$, ou seja, determinar a derivada $f'(1)$. Refere-se a um problema de tratamento e conversão envolvendo registros de representação algébrico e numérico, no qual os estudantes obtiveram 61,54% de erros. Percebemos que os estudantes ainda não obtiveram os subsunçores e os conceitos necessários para resolução do problema. Para solução dessa questão são exigidos os conceitos referentes ao conteúdo de derivada, aplicação das regras de derivada e valor numérico de uma função.

Quadro 29 - Questão 6 do teste de derivadas-1

6) Dada a função $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $f'(1)$ é igual a:
A) 0 ( ) B) 1/3 ( ) C) 3 ( ) D) -1/3 ( ) E) não existe. ( )

Fonte: Autor

Na questão 5 apresentada no Quadro 30, foi solicitada a derivada y' da função implícita representada pela expressão algébrica $x^2y - y^2 = 1$, em que os estudantes obtiveram 60,0% de erros. Refere-se a um problema de tratamento de representação algébrico que envolve o conhecimento de derivada e operações algébricas. Evidenciamos que os estudantes ainda não adquiriram os conceitos e as regras de derivada para resolução do problema.

Quadro 30 - Questão 5 do teste de derivadas-1

5) Dada a função implícita $x^2y - y^2 = 1$, a derivada y' é dada por:
A) $y' = \frac{-2xy}{x - y^2}$ B) $y' = \frac{2xy}{2y - x^2}$ C) $y' = \frac{-2x}{x - y^2}$ D) $y' = \frac{-2y}{2x - y^2}$ E) $y' = \frac{xy}{x - y^2}$

Fonte: Autor

Na questão 4 os estudantes obtiveram 53,85% de erros. A referida questão apresentada no quadro 31 em que foi dada uma função representada pela fração algébrica $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ e solicitado sua derivada, envolvendo um problema tratamento de registro de representação algébrico em que os estudantes deverão ter o conhecimento dos conceitos de derivada, das regras de derivada do quociente e das operações algébricas. Com os resultados obtidos pelos estudantes, percebemos que ainda não adquiriram esses conhecimentos prévios para resolução do problema.

Quadro 31 - Questão 4 do teste de derivadas-1

4) A derivada da função $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ é dada por:
A) $f'(x) = \frac{x}{x + 1}$ B) $f'(x) = x - 1$ C) $f'(x) = x$ D) $f'(x) = 2$ E) $f'(x) = 1$

Fonte: Autor

Notamos pelos resultados que os estudantes obtiveram maiores índices de acertos, nas questões 1C e 2, envolvendo um tratamento nos registros de representação gráfico e algébrico respectivamente, e a questão 7 envolvendo um tratamento no registro de representação algébrico e uma conversão no registro de representação figural. Por outro lado, as questões que obtiveram maiores índices de erros, foram: a questão 3 que abordou o tratamento no registro de representação algébrico; a questão 6 envolvendo o tratamento no registro de representação algébrico e a conversão no registro de representação numérico; as questões 1A, 1B, 1D, desse teste se referem a um tratamento no registro de representação figural e as questões 4 e 5 refere-se ao tratamento no registro de representação algébrico.

Esses índices apresentados referentes à resolução de problemas estão associados à formação de conceitos. Ao atingir os níveis mais elevados da formação de conceitos, o estudante adquire a capacidade de generalizar, de perceber as relações entre os conceitos e aplicar na solução de problemas.

III.1.4 Análise do Teste de Derivadas-2

O Quadro 32, apresenta os resultados do teste de derivadas-2 (*Apêndice A*), com participação de 12 estudantes, em que apenas 47,62% acertaram as questões propostas.

Quadro 32 - Resultados do Teste de Derivadas – 2 (TD2) realizados por 12 estudantes

Questões	Item	Em branco		Erradas		Certas	
		Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%
1ª		-	-	10	83,33	2	16,67
2ª		-	-	10	83,33	2	16,67
3ª		-	-	11	91,67	1	8,33
4ª	A	-	-	-		12	100,00
	B	-	-	3	25,00	9	75,00
	C	-	-	6	50,00	6	50,00
	D	-	-	4	33,33	8	66,67
Médias		-	-	6,29	52,38	5,71	47,62

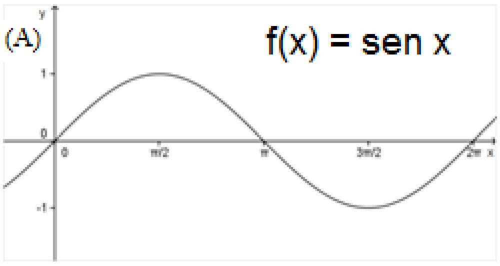
Fonte: Autor

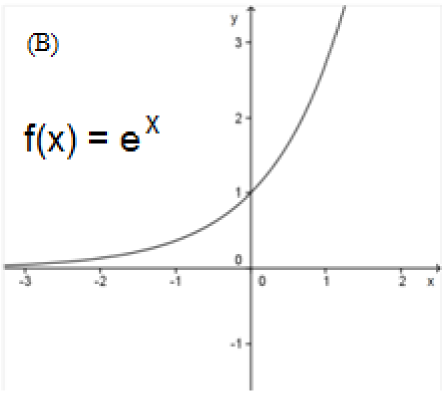
As questões que os estudantes obtiveram maior índice de acertos foram as de números: 4A, 4B, 4C e 4D (quadro 33). A questão 4A com 100,0% de acertos refere-se a um problema de tratamento de registro de representação gráfico da função seno para o mesmo registro de representação gráfico da função derivada da função seno; a questão 4B, com 75,0% de acertos, aborda um problema de tratamento de registro de representação gráfico da função exponencial para o mesmo registro de representação gráfico da função derivada da função exponencial; a questão 4C, com 50,0% de acertos, compõe um problema de tratamento de registro de representação gráfico da função exponencial (com expoente negativo, ou seja, função exponencial decrescente) para o mesmo registro de representação gráfico da respectiva derivada da função exponencial e a questão 4D, com 66,67% de acertos, focaliza a um problema de tratamento de registro de representação gráfico da função logaritmo para o mesmo registro de representação gráfico da função derivada do logaritmo.

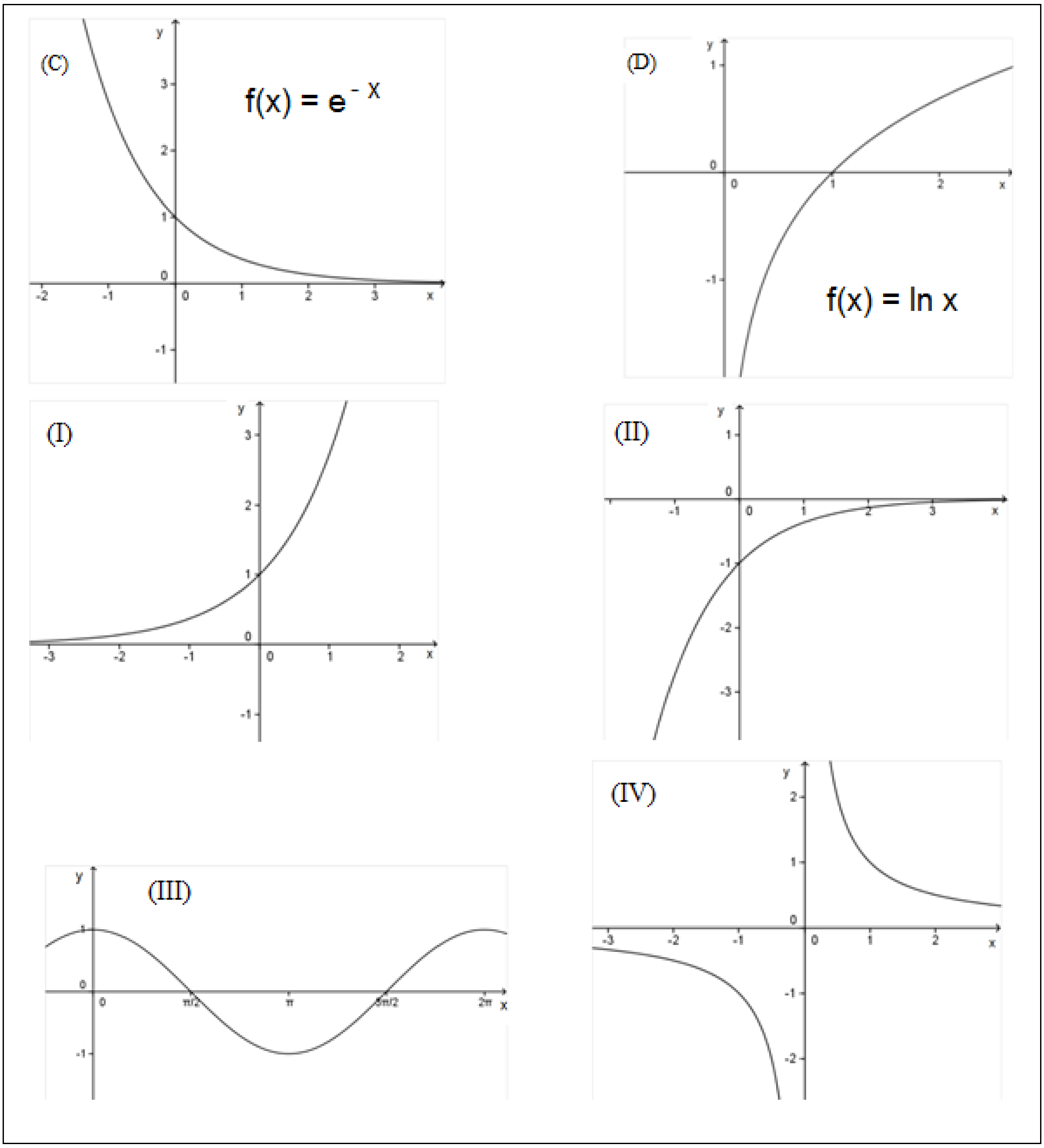
Percebemos que houve um aumento nos índices de acertos nessas questões em comparação com os resultados de problemas semelhantes já vistos no teste anterior (TD1 questões 1A, 1B, 1C e 1D, quadro 24), com referência, também, à associação dos gráficos das funções dada aos gráficos das respectivas funções derivadas. Esses resultados indicam que os estudantes desenvolveram a formação de conceitos a um nível mais elevado, adquirindo, assim, a capacidade de generalizar, de perceber as relações entre os conceitos para aplicar na solução do problema. Dessa forma, comprovamos a existência de subsunçores para uma aprendizagem significativa.

Quadro 33 - Questão 4 do teste de derivadas-2

4) Associe o gráfico de cada função em (A) – (D) com o gráfico de sua derivada em (I) – (IV).







Fonte: Autor

Apresentamos, a seguir, as questões de derivadas-2 com maior índice de erros:

Na questão 3 (Quadro 34), foi solicitada a derivada da função $f(x) = x \ln x - x$, na qual sua solução envolve a regra do produto de derivada e a derivada de uma soma/subtração. Compõe-se de um problema de tratamento no registro de representação algébrico, no qual os estudantes obtiveram 91,67% de erros. Percebemos que no teste anterior (derivadas-1) eles apresentaram resultados que não evidenciaram a aprendizagem na aplicação das regras de derivação, sendo confirmado nesse teste, indicando que os mesmos ainda não adquiriram os conceitos e as regras pertinentes para resolução do problema.

Quadro 34 - Questão 3 do teste de derivadas-2

3) A derivada da função representada por $f(x) = x\ln x - x$ é dada por:		
A) $f'(x) = x\ln x$	B) $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x}$	C) $f'(x) = \dfrac{1}{x}$
D) $f'(x) = \ln x - 1$	E) $f'(x) = \ln x$	

Fonte: Autor

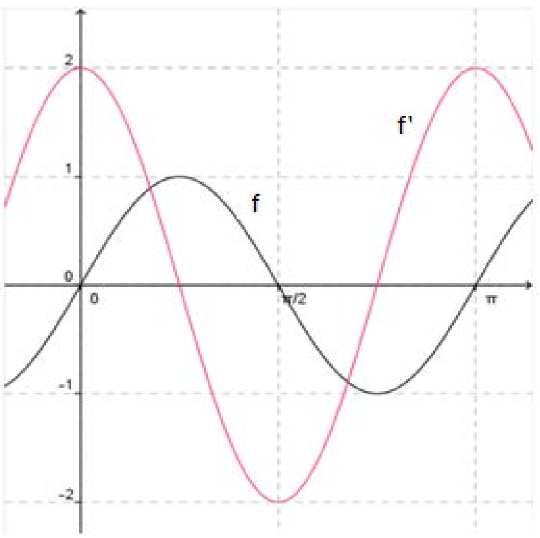
Na questão 1 (Quadro 35), os estudantes obtiveram 83,33% de erros. Dadas às representações gráficas da função $f(x) = sen(2x)$ e sua respectiva derivada $f'(x)$ no intervalo $0 \le x \le \pi$ sendo solicitado para determinar os pontos nos quais a derivada se anula. Utilizando a lei de formação da função, podemos determinar algebricamente sua respectiva derivada e os pontos em que a derivada se anula, ou seja, fazendo $f'(x) = 0$. Dessa forma, temos um problema de tratamento nas representações algébricas. Podemos, também, analisar como uma conversão de registros se processa no sistema de representação figural, uma vez que foram dadas as representações gráficas da função e de sua derivada, obtendo-se os pontos em que o gráfico da função derivada se anula, ou seja, a intersecção com o eixo das abscissas, envolvendo os conceitos adquiridos para interpretação gráfica e sua representação no sistema de eixos coordenados.

Quadro 35 - Questão 1 do teste de derivadas-2

1) Dado os gráficos das funções definidas por $f(x) = sen(2x)$ e $f'(x)$ para $0 \le x \le \pi$, podemos afirmar que a derivada $f'(x)$ se anula nos pontos:

A) x=0 e x=$\pi/4$ B) x=$\pi/4$ e x=$\pi/2$ C) x=$\pi/2$ e x=π

D) x=$\pi/4$ e x=$3\pi/4$ E) x=0 e x=$\pi/2$



Fonte: Autor

Na 2ª questão (Quadro 36), os estudantes obtiveram 83,33% de erros, em uma função representada pelo quociente do logaritmo e a função identidade, como também a sua respectiva derivada, na qual solicitamos a inclinação da reta tangente ao gráfico da função f , dado por $f(x)$ no ponto $x = e.$ Esse tipo de problema refere-se ao tratamento no registro de representação algébrico que será determinado, encontrando o valor numérico da função derivada $f'(e).$ Na análise do teste anterior (TD1) os estudantes obtiveram 70.0% de erros na questão 3 (Quadro 24), envolvendo a reta tangente. Percebemos que não houve avanço na aprendizagem da proposição que envolve os conceitos de derivada e reta tangente em relação a esse teste (TD2) indicando, assim, um aumento dos índices de erros.

Quadro 36 - Questão 2 do teste de derivadas-2

2) A derivada da função representada por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ é dada por $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$. Então a inclinação da reta tangente ao gráfico da função definida por $f(x)$ no ponto $x = e$ é:
A) 0   B) 1   C) -1   D) e E) $1/e$

Fonte: Autor

Observamos que esse teste envolveu basicamente as questões de tratamento nos registros gráficos e algébricos, exceto a questão 1 que abordou tratamento e conversão. Dentre as questões com maiores índices de acertos, consta as questões 4A, 4B, 4C e 4D que se referem a problemas de tratamento de registro de representação gráfico de funções com as suas respectivas representações gráficas das funções derivadas. As outras questões (1, 2 e 3) obtiveram maiores índices de erros, evidenciando que os estudantes ainda não obtiveram os conceitos prévios necessários para a resolução dos problemas de derivada.

III.1.5 Análise do Teste de Aplicação das derivadas

O Quadro 37 apresenta os resultados do teste de aplicação das derivadas (*Apêndice A*). Nesse teste participaram 12 estudantes e apenas 44,44% acertaram as questões propostas, 54,86% erraram as referidas questões e uma questão foi deixada em branco, correspondendo a 0,70% que adicionando às questões erradas totalizam 55,56% das questões que não acertaram.

Quadro 37 - Resultados do Teste de Aplicação das derivadas (TAD) realizado por 12 estudantes

Questões	Item	Em branco		Erradas		Certas	
		Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%
1	A	-	-	6	50,00	6	50,00
	B	-	-	8	66,67	4	33,33
	C	-	-	3	25,00	9	75,00
	D	-	-	4	33,33	8	66,67
	E	-	-	6	50,00	6	50,00
2	-	-	-	7	58,33	5	41,67
3	-	-	-	7	58,33	5	41,67
4	-	-	-	10	83,33	2	16,67
5	-	-	-	7	58,33	5	41,67
6	-	1	8,33	6	50,00	5	41,67
7	-	-	-	8	66,67	4	33,33
8	-	-	-	7	58,33	5	41,67
Médias	-	0,08	0,70	6,59	54,86	5,33	44,44

Fonte: Autor

Apresentamos, inicialmente, as questões que obtiveram maior índice de acertos.

Na questão 1, apresentada no Quadro 38, foi dado o gráfico da função polinomial do 3º grau e sua respectiva lei de formação, na qual os estudantes obtiveram 75,0% de acertos na questão 1C para determinar o ponto de máximo relativo; obtiveram 66,67% de acertos na questão 1D para determinar o intervalo na qual a segunda derivada da função seja positiva, obtiveram 50,0% de acertos na questão 1A para determinar os pontos críticos e obtiveram 50,0% de acertos na questão 1E para determinar o intervalo em que a função seja crescente.

Ao analisar a referida questão do ponto de vista algébrico, as questões 1A, 1C, 1D e 1E referem-se a problemas de tratamento de registro de representação algébrico; ao analisa-la do ponto de vista da representação gráfica (ou figural), trata-se de um problema de conversão de um registro de representação figural para um registro de representação algébrico, na qual ocorre uma mudança de registro de representação semiótica.

Percebemos pelos resultados apresentados nessas questões (1A, 1C, 1D e 1E), que os estudantes obtiveram um desempenho relativamente bom em relação aos testes anteriores. Aplicaram os conceitos, a regra de derivada de uma função polinomial, as transformações algébricas e numéricas para a resolução do problema.

Quadro 38 - Questão 1 do teste de aplicação das derivadas

1) Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$. Marcar verdadeira (V) ou falsa (F):

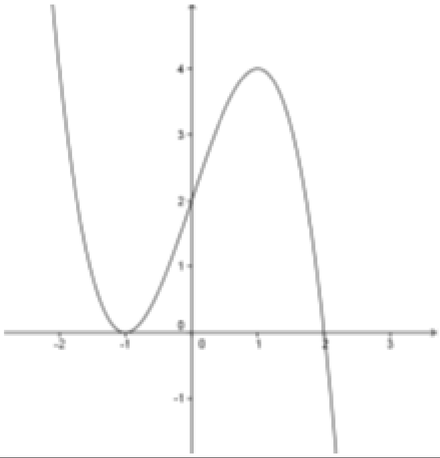
A) x = -1 e x = 2 é ponto crítico p.c ( )

B) x=0 é ponto de inflexão PI ( )

C) x = 1 é ponto de máximo ( )

D) Para x > 0 f’’(x) > 0 ( )

E) No intervalo -1 < x < 1 a função f(x) é crescente ( )



Fonte: Autor

Em se tratando de aplicações das derivadas com maior índice de erros, foram apresentadas nas seguintes questões:

Na questão 1B (quadro 38), os estudantes obtiveram 66,67% de erros para determinar se o ponto x=0 é ponto de inflexão (PI). Trata-se de um problema de conversão de um registro de representação figural para um registro de representação algébrico, como também um tratamento ao analisar somente o registro de representação algébrico para obtenção do ponto solicitado.

Na questão 4, apresentada no Quadro 39, com 83,33% de erros, em que foi dada a definição de ponto de inflexão da função e solicitado o ponto de inflexão (PI) da função f, dada por $f(x)$, formada pelo produto da função identidade e da função exponencial. Para resolução do problema torna-se necessário a aplicação das regras de derivação e a determinação da segunda derivada da função e igualar a zero ($f''(x) = 0$) para determinar o ponto de inflexão. Esse é um problema de tratamento no registro de representação algébrico. Percebemos que os estudantes ainda não assimilaram os conceitos necessários de derivada para resolução do problema.

Quadro 39 - Questão 4 do teste de aplicação das derivadas

4) Dada à função f, definida por $f(x) = x.e^{x}$, quando $f''(x) = 0$ encontramos o ponto de inflexão PI. Então o PI da função dada por $f(x)$ é igual a:
A) x = -1 ( ) B) x = -2 ( ) C) x = 0 ( ) D) x = 1 ( ) E) Não $\exists$ ( )

Fonte: Autor

Na questão 7 representada no Quadro 40, obtiveram 66,67% de erros em que se tem um problema prático descrito na língua natural envolvendo a aplicação dos conceitos de derivada e máximos e mínimos. Consta de uma conversão do registro de representação na língua natural para um registro de representação algébrico para determinar a lei de formação. Também ocorre um tratamento na aplicação da derivada para encontrar o ponto de máximo, bem como para determinar o resultado envolve o registro de representação numérico.

Observamos que os estudantes ainda não adquiriram os conceitos necessários para a resolução do problema.

Quadro 40 - Questão 7 do teste de aplicação das derivadas

7) Com uma chapa quadrada medindo $2m$ de lado deseja-se fabricar uma caixa recortando quadrados iguais em cada canto da mesma e dobrando as pontas resultantes. O comprimento do lado dos quadrados a serem recortados para que o volume da caixa seja o maior possível vale:
A) $\frac{1}{3}m$ ( ) B) $\frac{2}{3}m$ ( ) C) $\frac{1}{2}m$ ( ) D) $\frac{3}{2}m$ ( ) E) $1m$ ( )

Fonte: Autor

Na questão 2 apresentada no Quadro 41, os estudantes obtiveram 58,33% de erros, na qual foi dada a definição de ponto crítico (p.c) da função e solicitado o referido ponto (p.c) dessa função f, formada pelo produto da função identidade e da função exponencial. Trata-se de um problema de tratamento de registro de representações algébricas, em que se aplica a regra da derivada do produto para determinar o valor de x quando a derivada se anula. Para solução do problema torna-se necessário os conhecimentos de derivada, regra de derivada de um produto e as operações algébricas.

Quadro 41 - Questão 2 do teste de aplicação das derivadas

2) O ponto crítico (p.c) da função f dada por $f(x) = x.e^{-x}$ é determinado quando $f'(x) = 0$ ou a derivada não existe. Logo o p.c da função definida por $f(x)$ é:
A) $x = 1$ ( ) B) $x = 0$ ( ) C) $x = -1$ ( ) D) $x = 2$ ( ) E) $x = 1/2$ ( )

Fonte: Autor

Na questão 3, apresentada no Quadro 42, os estudantes obtiveram 58,33% de erros, em que foram solicitados os pontos de máximo e mínimo de uma função polinomial do 3º grau, sendo um problema de tratamento de registro de representação algébrico. A solução dessa questão se obtém através da determinação dos pontos críticos e o estudo do sinal da derivada da função.

Quadro 42 - Questão 3 do teste de aplicação das derivadas

3) Os pontos de máximo e mínimo da função f dada por $f(x) = x^3 - x^2$, são respectivamente:
A) 0 e 1 ( ) B) 2/3 e 0 ( ) C) 1/3 e 0 ( ) D) 0 e 2/3 ( ) E) 0 e 1/3 ( )

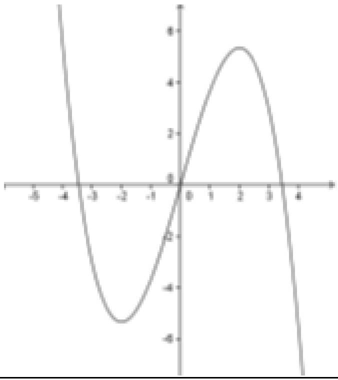
Fonte: Autor

Na questão 5, (Quadro 43), obtiveram 58,3% de erros, em que foi dada a representação gráfica da função $f(x)$ e a respectiva lei de formação e solicitado os pontos/intervalos em que $f''(x) > 0$ e $f''(x) < 0$, isto é, os pontos/intervalos em que a segunda derivada seja positiva e negativa respectivamente, sendo um problema de tratamento no registros de representação algébrico que se obtém por meio do estudo do sinal do valor da segunda derivada da função quando se anula, ou seja $f''(x) = 0$.

Por outro lado, como foi dada também a representação gráfica (figural) da função f, que sendo analisada desse ponto de vista e dos conceitos teóricos da segunda derivada, a função f tem a concavidade voltada para cima quando $f''(x) > 0$ e a função $f(x)$, tem a concavidade voltada para baixo quando $f''(x) < 0$. Graficamente isto acontece quando x<0 e x>0, respectivamente. Logo, trata-se de uma conversão de um registro de representação figural para um registro de representação algébrico.

Quadro 43 - Questão 5 do teste de aplicação das derivadas

5) Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = 4x - \frac{x^3}{3}$, podemos afirmar que a $f''(x) > 0$ e $f''(x) < 0$ respectivamente para:



A) x > 0 e x = 0 ( )

B) x < 0 e x > 0 ( )

C) x = 0 e x < 0 ( )

D) x > 0 e x < 0 ( )

E) x < 0 e x = 0 ( )

Fonte: Autor

Na questão 8 (Quadro 44), os estudantes obtiveram 58,33% de erros, em que foi dada a lei de formação da função quadrática e solicitadas as informações dessa função referente aos intervalos de crescimento/decrescimento, pontos críticos (p.c.) e concavidade, envolvendo a aplicação da derivada da função dada. Esse é de um problema de tratamento nos registros de representações algébricos.

Quadro 44 - Questão 8 do teste de aplicação das derivadas

8) Seja a função f dada por $f(x) = -x^2 + 1$. Assinalar a alternativa verdadeira.

A) $f(x)$ é crescente quando $f'(x) < 0$ ( )

B) $f'(x) < 0$ para x < 0 ( )

C) $f'(x) = 0$, logo x = 0 é ponto crítico ( )

D) $f''(x) > 0$, logo a concavidade é para cima ( )

E) $f'(x) > 0$ para x > 0 a função $f(x)$ é crescente ( )

Fonte: Autor

E, na questão 6 (Quadro 45), os estudantes também obtiveram 50,0% de erros, na qual foi dada a lei de formação da função polinomial do 4º grau e solicitando os intervalos de crescimento/decrescimento, pontos de máximo/mínimo e o ponto de inflexão (PI), envolvendo, assim, um problema de tratamento de registro das representações algébricas que se obtém através dos conceitos de derivada, máximos e mínimos, pontos críticos, ponto de inflexão e região de crescimento/decrescimento.

Quadro 45 - Questão 6 do teste de aplicação das derivadas

6)	Dada a função f definida por $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$, é falso afirmar que:		
	A)	$f(x)$ é crescente no intervalo -1 < x < 0 e x > 1	( )
	B)	$f(x)$ é decrescente no intervalo x < -1 e 0 < x < 1	( )
	C)	$f(x)$ tem mínimo nos postos x = -1 e x = 1	( )
	D)	$f(x)$ tem máximo local no ponto x = 0	( )
	E)	$f(x)$ não tem ponto de inflexão PI	( )

Fonte: Autor

Nesse teste, foram abordados todos os conteúdos ministrados no componente curricular de Calculo I. As questões de maiores índices de acertos (1A, 1C, 1D e 1E), referem-se a registros de tratamento no registro de representação algébrico e analisando o gráfico temos uma conversão no registro de representação figural para o registro de representação algébrico. Por outro lado, as demais questões obtiveram maiores índices de erros, sendo que as questões 1B e 5, uma conversão no registro de representação figural para o registro de representação algébrico e um tratamento no registro de representação algébrico; a questão 7 referem-se a um tratamento no registro de representação algébrico e numérico e uma conversão no registro de representação na língua natural para o registro de representação algébrico; e as questões 2, 3, 4, 6 e 8 referem-se a tratamentos no registro de representação algébrico. A esse maior número de questões com erros, atribuímos a falta de subsunçores para uma aprendizagem significativa dos conteúdos de Cálculo I.

III.1.6 Análise do Teste Complementar

O teste complementar (*Apêndice A*) foi elaborado com questões dos testes anteriores com o propósito de obter elementos para uma avaliação do processo de aprendizagem dos conteúdos do componente curricular de Cálculo I dos discentes, e verificar o desempenho dos mesmos nos testes de forma comparada. O quadro 46 apresenta os resultados do teste complementar o qual passaremos a analisar.

Quadro 46 - Resultados do Teste Complementar (TC) realizado por 9 estudantes

<table>
<tr><th rowspan="2">Questões TC</th><th rowspan="2">Item</th><th rowspan="2">Corresponde a</th><th colspan="3">Gráfico</th><th colspan="3">Equação (lei de formação)</th></tr>
<tr><th>Branco %</th><th>Errado %</th><th>Certo %</th><th>Branco %</th><th>Errado %</th><th>Certo %</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1ª</td><td>Função Constante</td><td rowspan="4">Teste de Funções Questão 1</td><td>-</td><td>22,22</td><td>77,78</td><td>-</td><td>22,22</td><td>77,78</td></tr>
<tr><td>Função Quadrática</td><td>-</td><td>11,11</td><td>88,89</td><td>-</td><td>33,33</td><td>66,67</td></tr>
<tr><td>Função Cosseno</td><td>-</td><td>22,22</td><td>77,78</td><td>-</td><td>11,11</td><td>88,89</td></tr>
<tr><td>Função Tangente</td><td>-</td><td>22,22</td><td>77,78</td><td>-</td><td>-</td><td>100,0</td></tr>
<tr><td>Questão</td><td>Item</td><td>Teste</td><td colspan="2">Em Branco %</td><td colspan="2">Errado %</td><td colspan="2">Certo %</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>Limites Questão 7</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">55,56</td><td colspan="2">33,33</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>Limites Questão 3</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">33,33</td><td colspan="2">55,56</td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td>Limites Questão 2</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">66,67</td><td colspan="2">33,33</td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>Derivadas-1 Questão 2</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">77,78</td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td>Derivadas-1 Questão 7</td><td colspan="2">-</td><td colspan="2">55,56</td><td colspan="2">44,44</td></tr>
<tr><td rowspan="4">7</td><td>A</td><td rowspan="4">Derivadas-2 Questão 4</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">77,78</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">66,67</td></tr>
<tr><td>C</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">33,33</td><td colspan="2">55,56</td></tr>
<tr><td>D</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">66,67</td></tr>
<tr><td rowspan="5">8</td><td>A</td><td rowspan="5">Aplicação das Derivadas Questão 1</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">55,56</td><td colspan="2">22,22</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">55,56</td></tr>
<tr><td>C</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">66,67</td></tr>
<tr><td>D</td><td colspan="2">22,22</td><td colspan="2">44,45</td><td colspan="2">33,33</td></tr>
<tr><td>E</td><td colspan="2">11,11</td><td colspan="2">33,33</td><td colspan="2">55,56</td></tr>
<tr><td colspan="3">Médias</td><td colspan="2">7,57</td><td colspan="2">28,29</td><td colspan="2">64,14</td></tr>
</table>

Fonte: Autor

Nesse teste participaram 9 estudantes. Observamos nos resultados o percentual médio de 64,14% de acertos das questões propostas; 28,29% erraram as referidas questões e 7,57% deixaram as questões em branco, que adicionando às questões erradas totalizam 35,86% de questões que não acertaram.

Passamos, inicialmente, à análise da primeira questão que aborda o conteúdo de função no contexto da representação gráfica (figural) e da representação algébrica. O Quadro

47 apresenta, de forma comparada, os resultados dos testes de funções no contexto das representações gráficas e os resultados do teste complementar.

Quadro 47 - Quadro comparativo dos resultados do teste de Teste de Funções (TF) e o Teste Complementar (TC)

Questão	Item	Teste	Gráfico			Equação (lei de formação)		
			Branco %	Errado %	Certo %	Branco %	Errado %	Certo %
1	Função Constante	TF	13,33	-	86,67	26,67	46,67	26,67
		TC	-	22,22	**77,78**	-	22,22	77,78
	Função Quadrática	TF	13,33	20,00	66,67	13,33	13,33	73,34
		TC	-	11,11	88,89	-	33,33	**66,67**
	Função Cosseno	TF	20,00	60,00	20,00	6,67	6,67	86,66
		TC	-	22,22	77,78	-	11,11	89,89
	Função Tangente	TF	13,33	20,00	66,67	13,33	13,33	73,34
		TC	-	22,22	77,78	-	-	100,0

Fonte: Autor

Na representação gráfica da função constante no TF os estudantes apresentaram bom desempenho, não apresentando erros, mas deixaram respostas em branco. A mesma questão no TC eles mantiveram bom desempenho, não apresentaram respostas em branco, mas apresentaram erros. Verificamos que o percentual de questões erradas no TC supera o de questões em branco no TF, sendo que o percentual de respostas certas sobre a representação gráfica da função constante no TC é menor do que o percentual de respostas na representação gráfica no TF, indicando que não houve uma assimilação do registro de representação gráfica da função constante.

Referente à representação gráfica da função quadrática, os estudantes obtiveram um bom desempenho, mesmo com respostas erradas e em branco no TF. Todavia, no TC apesar de apresentarem respostas erradas, não apresentaram respostas em branco, sendo que o percentual de respostas certas do TC superou o percentual de respostas certas no TF. Isso indica que houve assimilação da aprendizagem no registro de representação do gráfico da função quadrática.

Quanto à representação do gráfico da função cosseno, não houve bom desempenho dos estudantes no TF, já que houve respostas em branco e maior percentual de erros. Por outro lado, no TC os estudantes não apresentaram respostas em branco, apresentaram um menor percentual de erros e houve um maior percentual de respostas certas na representação do gráfico da função cosseno. Isso significa que houve aprendizagem no registro de representação do gráfico da função cosseno.

Quanto à representação do gráfico da função tangente no TF, também houve estudantes que deixaram respostas em branco e erraram, mas ainda obtiveram bom resultado quanto ao percentual de respostas certas. Por outro lado, no TC, não houve respostas em branco, mesmo tendo respostas erradas, mas o percentual de estudantes que acertaram a representação gráfica da função tangente foi maior, indicando que houve assimilação da aprendizagem no registro de representação do gráfico da função tangente.

Dessa análise, percebemos que, quanto à representação do gráfico (ou figural) das funções, houve um aumento significativo de acertos no TC, indicando que houve assimilação do registro de representação gráfico das funções apresentadas.

Analogamente, passamos a analisar a primeira questão em referência à representação algébrica das funções apresentadas no TC. Quanto aos resultados da representação algébrica da função constante no TF, os estudantes não obtiveram bons resultados por apresentarem respostas em branco e um maior percentual de respostas erradas, mas no TC obtiveram bons resultados, menor percentual de respostas erradas e não apresentaram respostas em branco, indicando que houve assimilação da aprendizagem do registro de representação algébrico da função constante.

Referente à representação algébrica da função quadrática, os estudantes obtiveram um bom desempenho, mas erraram e deixaram respostas em branco no TF, ao passo que no TC não deixaram respostas em branco, obtendo, assim, maior percentual de erros e menor percentual de acertos, o que indica que não houve uma assimilação no registro de representação algébrico da função quadrática.

Na representação algébrica da função cosseno no TF os estudantes obtiveram um bom desempenho, apesar de deixarem respostas em branco e errarem. Por outro lado, no TC não apresentaram respostas em branco. Apesar dos erros, ainda obtiveram melhores resultados, indicando que houve assimilação da aprendizagem no registro de representação algébrico da função cosseno.

Referente à representação algébrica da função tangente, os estudantes obtiveram um bom resultado no TF, mesmo deixando respostas em branco e erradas, mas no TC obtiveram excelente resultado, pois não apresentaram nenhuma resposta em branco e não cometeram erros. Isso indica que houve assimilação da aprendizagem no registro de representação algébrico da função tangente.

Dessa análise, percebemos que os estudantes obtiveram um resultado significativo referente à representação algébrica das funções no TC, indicando que houve uma aprendizagem significativa nos registros de representações algébricos das funções apresentadas.

O Quadro 48 apresenta a comparação dos resultados do teste de limites e o teste complementar nas questões 2, 3 e 4 que passaremos a analisar:

Quadro 48 - Quadro comparativo dos resultados do Teste de Limites (TL) e o Teste Complementar (TC)

Questões	Teste	Em Branco %	Errado %	Certo %
2ª	TL	-	20,00	80,00
	TC	**11,11**	55,56	**33,33**
3ª	TL	-	26,67	73,33
	TC	**11,11**	33,33	**55,56**
4ª	TL	-	40,00	60,00
	TC	-	66,67	**33,33**

Fonte: Autor

A questão 2 refere-se a um problema de limite trigonométrico fundamental em que os estudantes obtiveram bons resultados no TL, mesmo com respostas erradas e sem respostas em branco, sendo que no TC, na referida questão, os estudantes apresentaram maior percentual de erros e respostas em branco, obtendo, assim, baixo percentual de acertos, denotando que houve uma provável assimilação obliteradora nos registros de representação semiótica.

Na questão 3, sobre limite de uma fração algébrica com indeterminação, os estudantes obtiveram bons resultados no TL, mesmo apresentando erros. Por outro lado, na mesma questão no TC, eles apresentaram respostas em branco e maior percentual de erros, caracterizando, dessa forma, uma provável assimilação obliteradora nos registros de representação algébrico.

A questão 4, a respeito de limites laterais de uma função definida por três sentenças, em que foi solicitada a determinação dos limites laterais e o limite em um ponto definido, os estudantes não apresentaram respostas em branco em nenhum dos testes (TL e TC), sendo que no TC apresentaram maior percentual de erros e menor percentual de acertos, caracterizando, assim, que não houve assimilação dos conceitos para um registro de representação algébrico.

Da análise das questões dos conteúdos de limites (2, 3 e 4 do TC), verificamos que os estudantes obtiveram um percentual menor do que já fora obtido no TL, caracterizando um provável esquecimento dos conteúdos limite.

No Quadro 49 apresentamos os resultados comparados dos testes de derivadas-1 e do teste complementar.

Quadro 49 - Quadro comparativo dos resultados do Teste de Derivada 1 (TD1) e o Teste Complementar (TC)

Questões	Teste	Em Branco %	Errado %	Certo %
5ª	TD1	-	10,00	90,00
	TC	-	22,22	**77,78**
6ª	TD1	-	40,00	60,00
	TC	-	55,56	**44,44**

Fonte: Autor

Na questão 5, na qual foram solicitadas as expressões algébricas que definem a derivada de uma função, tanto no TD1 como no TC os estudantes não deixaram respostas em branco, com ótimo resultado no TD1 e baixo percentual de respostas erradas, contudo, no TC houve um percentual maior de respostas erradas e um menor de respostas certas. Isso denota um provável esquecimento dos conceitos de derivada.

Na questão 6 foi dada a lei de formação da função quadrática e solicitada a representação gráfica da derivada da referida função, sendo que os estudantes não apresentaram respostas em branco em nenhum dos testes (TD1 e TC), mas houve um percentual de erros, sendo maior o percentual de acertos no TD1, ao passo que no TC houve um maior percentual de erros e um menor de acertos, indicando que não houve uma provável assimilação dos conceitos de derivada no registro de representação gráfico e algébrico.

Pela análise da questão 5 e 6, percebemos que os estudantes além de apresentarem uma provável assimilação obliteradora dos conceitos de derivada, percebemos a falta de subsunçores necessários para uma aprendizagem significativa dos conceitos de derivada, tanto no registro de representação algébrico quanto de representação gráfica e da formação de conceitos de derivada.

No Quadro 50 apresentamos os resultados comparativos em relação ao teste de derivadas-2 e o teste complementar.

Quadro 50 - Quadro comparativo dos resultados do Teste de Derivada 2 (TD2) e o Teste Complementar (TC)

<table>
<tr><th colspan="2">Questão</th><th>Teste</th><th>Em Branco %</th><th>Errado %</th><th>Certo %</th></tr>
<tr><td rowspan="8">7</td><td rowspan="2">A</td><td>TD2</td><td>-</td><td>-</td><td>100,00</td></tr>
<tr><td>TC</td><td>11,11</td><td>11,11</td><td>77,78</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B</td><td>TD2</td><td>-</td><td>25,00</td><td>75,00</td></tr>
<tr><td>TC</td><td>11,11</td><td>22,22</td><td>66,67</td></tr>
<tr><td rowspan="2">C</td><td>TD2</td><td>-</td><td>50,00</td><td>50,00</td></tr>
<tr><td>TC</td><td>11,11</td><td>33,33</td><td>55,56</td></tr>
<tr><td rowspan="2">D</td><td>TD2</td><td>-</td><td>33,33</td><td>66,67</td></tr>
<tr><td>TC</td><td>11,11</td><td>22,22</td><td>66,67</td></tr>
</table>

Fonte: Autor

Na questão 7A, os estudantes obtiveram excelente resultado no TD2 e refere-se à associação da representação gráfica da função seno com a representação gráfica de sua respectiva função derivada, ao passo que no TC houve estudantes que deixaram resposta em branco, com um maior percentual de erros e um menor de acertos, denotando que houve um provável esquecimento dos conhecimentos necessários para um registro de representação gráfico e dos conceitos de derivada.

A questão 7B refere-se à associação da representação do gráfico da função exponencial (com expoente positivo, ou seja, função crescente) com a derivada da representação gráfica da referida função, em que no TD2 os estudantes obtiveram um bom percentual de acertos, apresentando um relativo percentual de erros, sem respostas em branco. Por outro lado, no TC os estudantes apresentaram respostas em branco e um percentual de erro com um menor percentual de acertos, indicando que os estudantes demonstram uma provável assimilação obliteradora dos conceitos da derivada da função exponencial.

A questão 7C refere-se à associação da representação do gráfico da função exponencial (com expoente negativo, ou seja, função decrescente) com a derivada da representação gráfica da referida função. No TD2 os estudantes obtiveram iguais percentuais de acertos e de erros, sem respostas em branco, mas no TC eles apresentaram respostas em branco, menor percentual de erros e um maior percentual de acertos.

Na questão 7D foi dada a representação do gráfico da função do logaritmo neperiano e solicitado associação da representação gráfica da derivada da referida função, em que os estudantes no TD2 não deixaram respostas em branco, mas apresentaram erros e um bom percentual de acertos, sendo que no TC apresentaram respostas em branco com menor percentual de erros e o mesmo percentual de acertos do TD2.

Percebemos que as questões 7A, 7B, 7C e 7D referentes ao TD2 os estudantes não apresentaram respostas em branco, ao passo que no TC os estudantes apresentam respostas em branco, o que podemos inferir indícios de não terem aprendido/assimilado estes conceitos necessários para resolução dessas questões, o que indica uma provável assimilação obliteradora.

Finalmente, apresentamos os resultados comparativos do teste de aplicação das derivadas e o teste complementar (ver Quadro 51).

Quadro 51 - Quadro comparativo dos resultados do Teste de Aplicação das Derivadas (TAD) e o Teste Complementar (TC)

Questão		Teste	Em Branco %	Errado %	Certo %
8	A	TAD	-	50,00	50,00
		TC	**22,22**	55,56	**22,22**
	B	TAD	-	66,67	33,33
		TC	**22,22**	22,22	55,56
	C	TAD	-	25,00	75,00
		TC	**22,22**	11,11	**66,67**
	D	TAD	-	33,33	66,67
		TC	**22,22**	44,45	**33,33**
	E	TAD	-	50,00	50,00
		TC	**11,11**	33,33	55,56

Fonte: Autor

Na questão 8, foi dada a lei de formação de uma função polinomial do 3º grau com a sua respectiva representação gráfica e na questão 8A foi solicitada a determinação dos pontos críticos da referida questão, sem que os estudantes no TAD apresentassem respostas em branco. Entretanto, apresentaram o mesmo percentual de erros e acertos, sendo que no TC eles apresentaram respostas em branco com maior percentual de erros e menor de acertos.

Em referência à questão 8B, foi solicitado o ponto de inflexão da referida questão em que os estudantes no TAD não apresentaram respostas em branco, mas apresentaram um maior percentual de erros e um menor de acertos, ao passo que no TC os mesmos apresentaram respostas em branco com menor percentual de erros e maior de acertos.

Na questão 8C, foi solicitada a verificação do ponto de máximo da referida função em que no TAD os estudantes não apresentaram respostas em branco, com um menor percentual de erros e maior de acertos, ao passo que no TC eles apresentaram respostas em branco com menor percentual de erros e menor de acertos em relação ao TAD.

Para a questão 8D, foi solicitado o intervalo em que a derivada da referida função seja positiva. Os estudantes no TAD não apresentaram respostas em branco, com um menor percentual de erros e um maior de acertos, ao passo que no TC os mesmos apresentaram respostas em branco com um menor percentual de erros e um maior de acertos em relação ao TAD.

E, por fim, a questão 8E na qual foi solicitado o intervalo em que a função é crescente. Os estudantes no TAD não apresentaram respostas em branco, mas apresentando o mesmo percentual de erros e acertos, sendo que no TC eles apresentaram respostas em branco com maior percentual de erros e menor de acertos.

Do exposto, observa-se que nas questões correspondentes do TAD os estudantes não apresentaram respostas em branco, ao passo que as mesmas questões no TC apresentaram respostas em branco, além de apresentarem percentuais inferiores nas questões 8A, 8C e 8D, denotando que houve assimilação obliteradora dos conceitos e na formação desses conceitos para resolução dos problemas propostos.

Das referidas análises, constatados nos testes TF, TL, TD1, TD2 e TAD e das questões acima do TC, como mostradas nos quadros acima, observamos que predomina o decréscimo de acertos das questões aplicadas e um aumento das questões em branco. Desses resultados podemos inferir que os estudantes não apresentaram indícios de aprendizagem significativa e assimilação desses conceitos para resolução das questões propostas.

Da análise comparativa dos testes, denotamos um acréscimo de acertos na questão referente ao conteúdo de funções nas transformações de representação semiótica de conversão no registro de representação da língua natural para os registros de representação figural e algébrico, na qual se atribui a presença de subsunçores já desenvolvidos na estrutura cognitiva dos estudantes de Cálculo I para uma aprendizagem significativa dos conteúdos de derivada. No entanto, podemos perceber que houve decréscimo de acertos no conteúdo da função constante da conversão no registro de representação gráfico e no conteúdo de função quadrática na conversão no registro de representação algébrico, o que denota uma assimilação obliteradora desses conteúdos.

Com referência aos conteúdos de limites trigonométricos, de frações algébricas e limites laterais que envolvem um tratamento de representação semiótica, ocorre um decréscimo de acertos e dos conteúdos da definição da derivada, derivada da função quadrática, derivada da função seno e da função exponencial que se refere a uma conversão no registro de representação semiótica, ocorrendo um decréscimo de acertos. Também ocorreram decréscimos de acertos quanto ao conteúdo da aplicação da derivada referente ao ponto crítico (p.c.), máximos e mínimos nas questões de tratamento de uma transformação das representações semióticas, o que confirma nessa turma de Cálculo I um problema de assimilação obliteradora dos conhecimentos obtidos.

Retomando a Ausubel (2003), com relação às causas do esquecimento, que pode ocorrer na fase de aprendizagem significativa através da ausência de condições cognitiva, da assimilação obliterante, ideias erradas relevantes, ansiedade, repressão, motivação inadequada, alteração degenerativas toxicas e traumáticas das células nervosas (causa que foge dos objetivos desta investigação), podendo também ocorrer na fase de retenção significativa e de reprodução do conhecimento. Embora tenhamos ciência das possibilidades de outras causas do esquecimento estarem presentes nesse processo, nesta investigação, o nosso enfoque foi relativo ao esquecimento por meio da assimilação obliterante.

Na análise da parte 1 foi verificado um desempenho grupal, constatamos que houve um acentuado decréscimo de acertos na análise comparativa entre as questões do TC e as questões dos testes anteriores de conteúdos específicos. Percebemos que ocorreu o processo de assimilação obliteradora na aprendizagem dos conteúdos de derivada nessa apreciação.

III.2 Análise dos Resultados dos Testes e dos Mapas Conceituais de um Estudante

Passamos a mais uma análise, agora, individual de um estudante que participou de todos os testes de conhecimentos e elaborou os respectivos mapas conceituais de conteúdos específicos em cada etapa desta investigação.

Para essa análise, elegemos o estudante E03 dentre os que participaram de todas as etapas desta pesquisa, por apresentar individualmente maiores índices de questões com erros. O referido estudante ingressou na UNEB, no curso de Licenciatura em Matemática no primeiro semestre do ano de 2012, é um estudante assíduo e é a primeira vez que cursa o componente curricular Cálculo I.

III.2.1 Análise Individual dos Testes

No quadro 52 apresentamos os resultados do estudante E03 em cada teste e seus respectivos percentuais para análise dos resultados.

Quadro 52 - Quadro resumo do número de acertos do estudante E03 nos testes anteriores (TA) e no Teste Complementar (TC)

Conteúdos	Testes	Total de questões	Número de questões certas	% de acertos
Funções	TF	20	9	45,0
	TC	8	8	100,0
Limites	TL	8	4	50,0
	TC	3	1	**33,3**
Derivadas-1	TD1	7	4	57,1
	TC	2	1	**50,0**
Derivadas-2	TD2	7	2	28,6
	TC	4	-	**0,0**
Aplicações das Derivadas	TAD	12	6	50,0
	TC	5	2	**40,0**
Testes Anteriores	TA	54	25	46,3
Teste Complementar	TC	22	12	54,5

Fonte: Autor

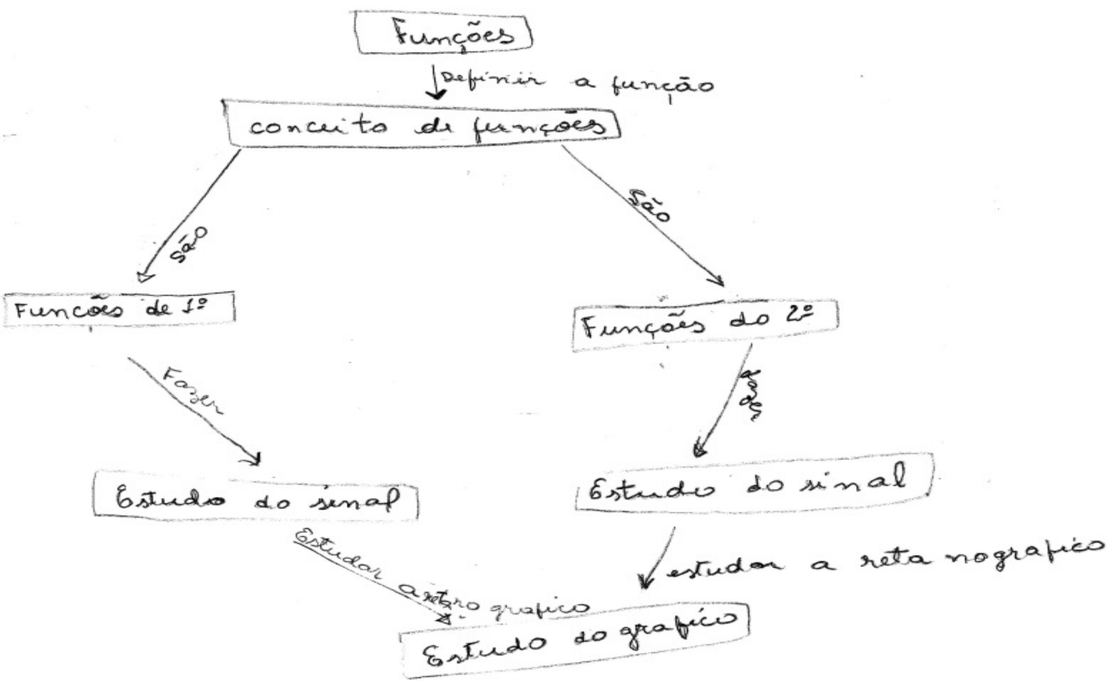
Em referência ao TF, o estudante obteve um baixo percentual de acertos, ao passo que no TC nas questões referentes às funções, obteve o percentual máximo de acertos. No TC nas questões referentes aos conteúdos de limite, derivada e aplicação da derivada, o estudante obteve percentuais inferiores em relação aos testes, TL, TD1, TD2 e TAD, nos quais obteve percentuais maiores. Dessa análise, percebemos que o estudante não apresentou indícios de ter aprendido/assimilado os conceitos/procedimentos para resolução de problemas envolvendo os conteúdos de limite, derivada e aplicação da derivada.

III.2.2 Análise dos Mapas Conceituais

Analisaremos os mapas conceituais no contexto teórico de Novak e Gowin (1984), enfatizado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, a qual evidencia a estrutura cognitiva organizada hierarquicamente, sujeita a uma diferenciação progressiva e uma reconciliação integradora. Para avaliação dos mapas conceituais do estudante, utilizamos os seguintes critérios: da relação de significado entre os conceitos; estabelecemos uma proposição válida; se existe hierarquia entre os conceitos; se existe ligações transversais (ou cruzadas); e se existe apresentação de exemplos válidos.

O estudante apresentou seu mapa conceitual sobre funções (Figura 11) no qual as palavras de ligação ou *links* entre os conceitos não apresentam uma proposição significativa, mostrando proposições como *'conceito de funções → são → funções do 1º e do 2º grau'* formando uma proposição sem sentido. Em parte, notamos uma hierarquia entre os conceitos que apresentam as *'funções de 1º e 2º grau → fazer → estudo do sinal'*, mas não apresenta outros conceitos subordinados a esse. Não apresenta, também, ligações transversais nem exemplos válidos.

Figura 11 - Mapa conceitual sobre funções do estudante E03

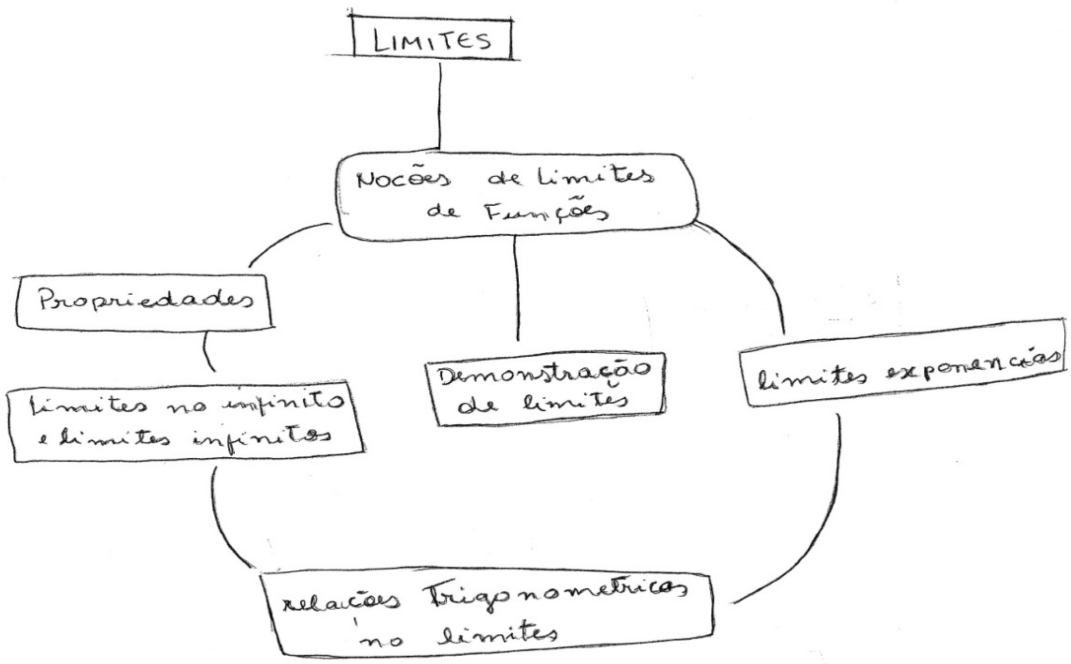


Fonte: Autor

Analogamente aos conceitos de funções, os conceitos de limites existentes na estrutura cognitiva do aprendiz servirão de subsunçores para novas informações e um determinado tipo de limites: laterais, infinitos, limites no infinito, cálculo de limites que resultam no crescimento e modificação dos conceitos subsunçores (conceito de limites). Esses conceitos existentes na estrutura cognitiva do aprendiz podem ser abrangentes, bem estabelecidos, claros, estáveis ou limitados, pouco desenvolvidos, instáveis, servindo de ancoradouro para novas informações referentes ao conceito de limites, como o estudo das derivadas.

O mapa conceitual apresentado pelo estudante, na Figura 12 sobre limites, demonstra que não existe nenhuma palavra de ligação entre os conceitos apresentados, ou seja, não formam proposições válidas e os conceitos também não apresentam uma hierarquia válida, não existindo relações transversais, nem exemplos válidos. Confirmando, assim, os resultados obtidos nos referidos testes de que não houve formação de conceitos válidos.

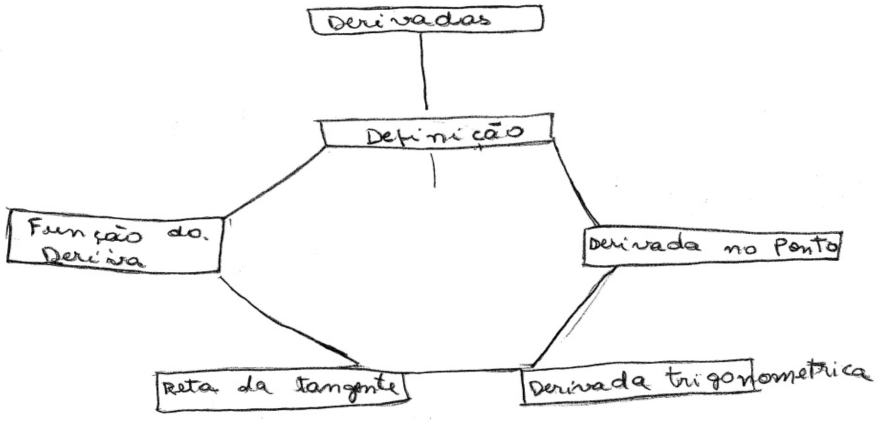
Figura 12 - Mapa conceitual sobre limites do estudante E03



Fonte: Autor

O mapa conceitual do estudante, apresentado na Figura 13 sobre derivadas-1, não apresenta palavras de ligação nem proposições significativas. Existe representação hierárquica válida, sem ligações cruzadas, nem exemplos válidos.

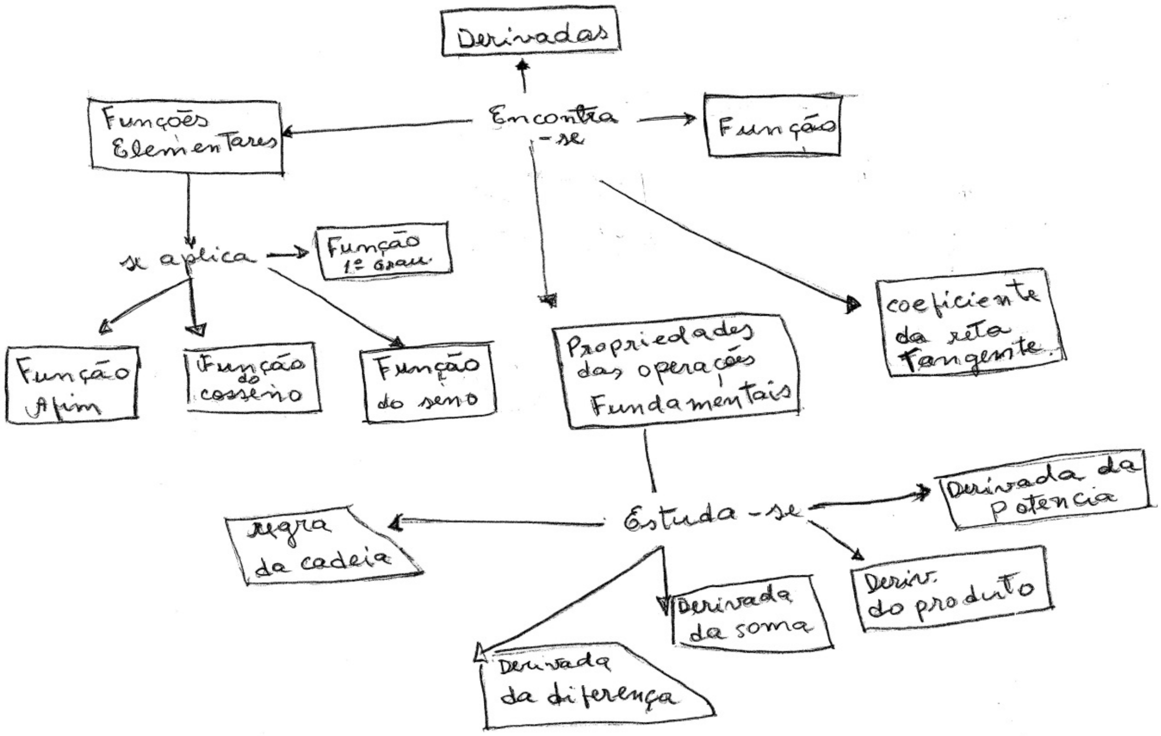
Figura 13 - Mapa conceitual sobre derivadas-1 do estudante E03



Fonte: Autor

O mapa conceitual do estudante (Figura 14) sobre derivadas-2 (TD2) apresentou proposição válida de forma elementar e aborda os conceitos mais gerais em que expressa *‘derivadas → encontra-se → funções elementares’, ‘derivadas → encontra-se → propriedades das operações fundamentais’, ‘derivadas → encontra-se → função’,* e mais específico *‘derivadas → encontra-se → coeficiente da reta tangente’,* mas não indica o coeficiente, angular ou linear. Cita algumas propriedades da derivada e apresenta uma representação hierárquica, mas sem ligações cruzadas nem exemplos válidos.

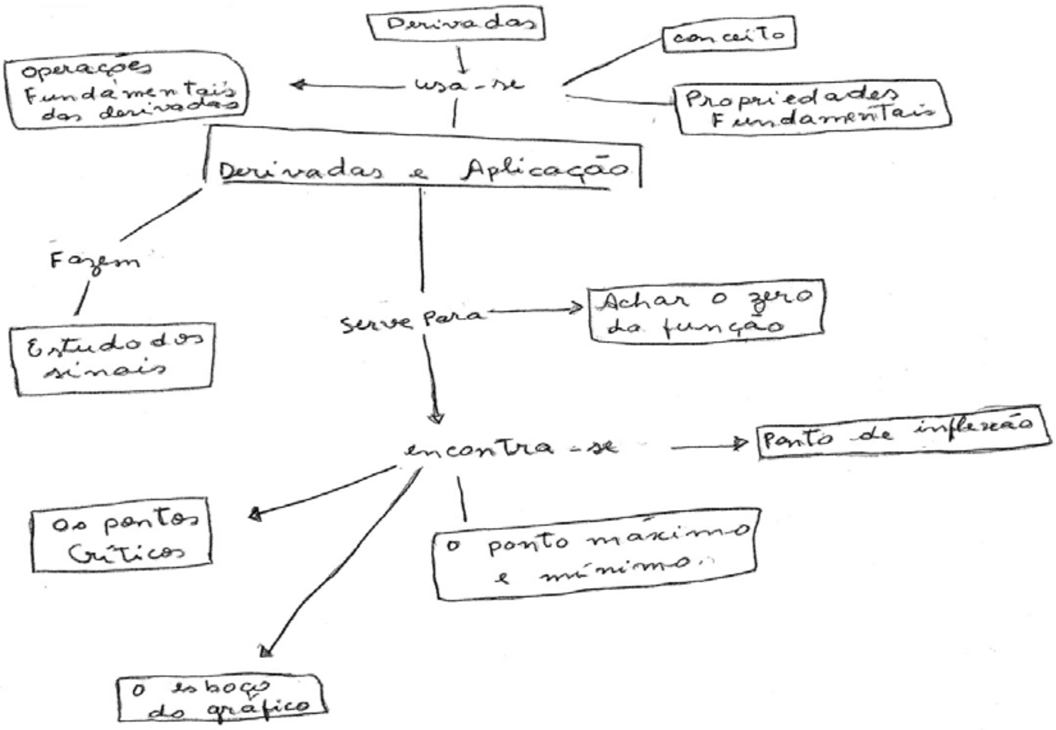
Figura 14 - Mapa conceitual sobre derivadas-2 do estudante E03



Fonte: Autor

Da análise do mapa conceitual a respeito de aplicação das derivadas do estudante, apresentado na Figura 15 em que apresentou a proposição válida de forma elementar, aborda os conceitos mais gerais denotados por: *‘derivadas → usa-se → propriedades fundamentais’, ‘derivadas → usa-se → conceito’, ‘derivadas e aplicação → encontra-se → pontos críticos, ponto de inflexão, o ponto de máximo e mínimo, o esboço do gráfico’* e proposições sem significado como *‘derivadas → usa-se → derivadas e aplicação’, ‘derivadas e aplicação → fazem → estudo do sinal’, ‘derivadas e aplicação → servem para → achar o zero da função’* e apresenta uma representação hierárquica, mas sem ligações cruzadas, nem exemplos válidos.

Figura 15 - Mapa conceitual sobre aplicação das derivadas do estudante E03

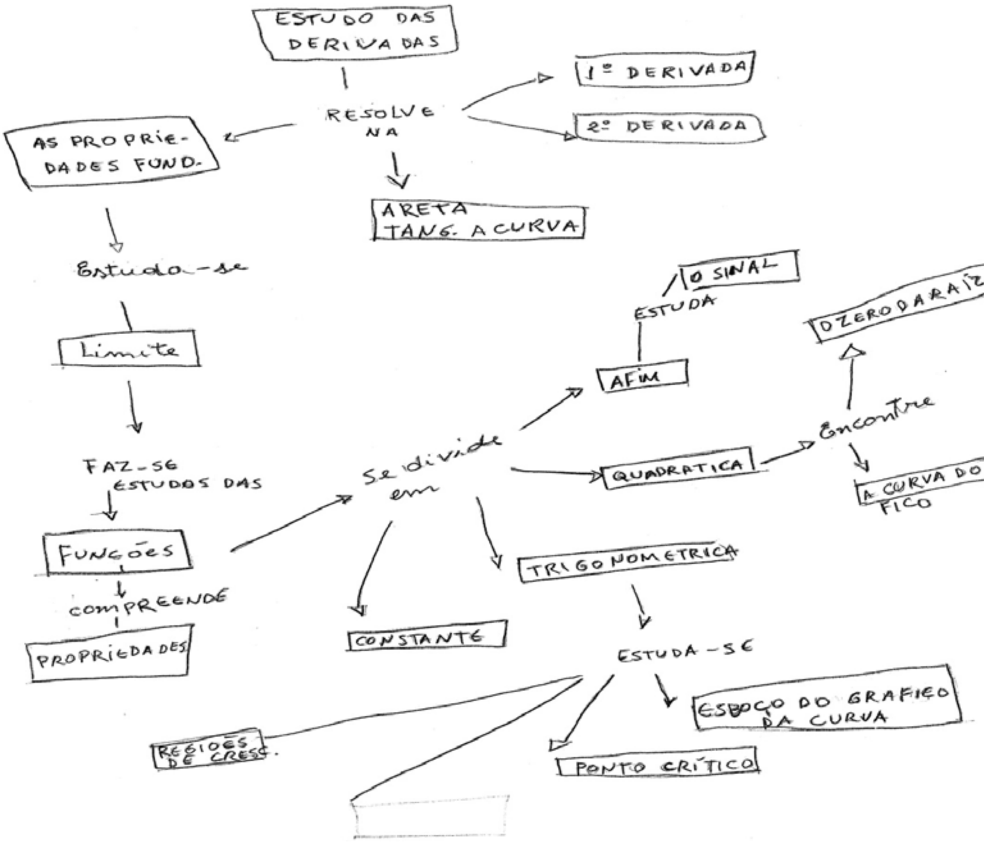


Fonte: Autor

O mapa conceitual complementar que trata da aplicação das derivadas do estudante (Figura 16*)* apresentou proposições válidas de forma elementar e aborda os conceitos mais gerais em que expressa *'estudo das derivadas → resolve na → reta tangente a curva', 'as propriedades fundamentais → estuda-se → limites → faz-se estudos das → funções → compreende → propriedades', 'funções → se divide em → constante, trigonométrica, quadrática, afim'* e proposições sem significado como *'trigonométrica → estuda-se → regiões de crescimento, ponto crítico, esboço do gráfico da curva'* e *'quadrática → encontre → o zero da raiz, a curva do gráfico'.* Apresenta uma representação hierárquica, mas não apresenta ligações cruzadas, nem exemplos válidos.

Observamos que os mapas conceituais do estudante, apresentados nas Figura 15 e Figura 16 sobre aplicação das derivadas, em termos conceituais, estão no mesmo nível e apresentam propriedades elementares sem significado lógico, de forma hierárquica, mas não apresentaram ligações cruzadas, nem exemplos válidos.

Figura 16 - Mapa conceitual complementar sobre aplicação das derivadas do estudante E03



Fonte: Autor

Nos resultados dos mapas conceituais elaborados pelo estudante sobre os conteúdos de funções, limites, derivadas e aplicações das derivadas foram constatados que: no conteúdo de função apresentou as relações de significado entre os conceitos, estabeleceu uma proposição válida e uma hierarquia entre os conceitos, mas sem apresentar ligações cruzadas nem exemplos válidos; no conteúdo de limite, não apresentou relações de significado entre os conceitos, não estabeleceu uma proposição válida, estabeleceu uma hierarquia entre os conceitos, mas não apresentou ligações cruzadas nem exemplos válidos; no conteúdo de derivada-1, não apresentou relações de significado entre os conceitos, não estabeleceu uma proposição válida, estabeleceu uma hierarquia entre os conceitos, mas não apresentou ligações cruzadas, nem exemplos válidos; no conteúdo de derivadas-2, apresentou relações de significado entre os conceitos, estabeleceu uma proposição válida, estabeleceu uma hierarquia entre os conceitos, mas não apresentou ligações cruzadas, nem exemplos válidos; no conteúdo de aplicação das derivadas, apresentou relações de significado entre os conceitos, estabeleceu uma proposição válida, estabeleceu uma hierarquia entre os conceitos, mas não apresentou ligações cruzadas nem exemplos válidos; no conteúdo de aplicação das derivadas, apresentou relações de significado entre os conceitos, estabeleceu uma proposição válida, estabeleceu uma hierarquia entre os conceitos, mas não apresentou ligações cruzadas, nem exemplos válidos e que confirma os mesmos resultados no mapa conceitual complementar.

Vale destacar que os mapas conceituais referentes a aplicação das derivadas (MCAD) e o mapa complementar (MCC) foram realizados com o mesmo conteúdo com o propósito de fazer uma análise comparativa dos conteúdos apresentados. Do exposto, concluímos que os mapas conceituais confirmam os resultados apresentados nos testes realizados.

As análises dos resultados dos testes e dos mapas conceituais apresentados demonstram que houve assimilação obliteradora dos conteúdos de derivada apresentados pelo estudante e confirma a afirmação de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), que no processo de assimilação em que os significados de cada conceito e proposições podem não ser recuperáveis das ideias ancoradas, ocorrendo uma assimilação obliterante ou um esquecimento significativo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na experiência do ensino de Cálculo I no Curso em Licenciatura Matemática temos enfrentado os desafios cotidianos de como desenvolver metodologias que favoreçam a construção de conceitos e se processe a aprendizagem significativa dos objetos matemáticos. O Cálculo constitui-se em uma área de conhecimento estruturante dos saberes da Matemática e, de certa forma, estigmatizado pelos preconceitos que circulam no próprio meio acadêmico de um componente curricular difícil. Assim, a cada semestre, no exercício da docência, temos buscado desenvolver o conhecimento teórico-metodológico para aperfeiçoar a nossa atuação em sala de aula.

Neste contexto, ao entender que o sentido do ensino é a aprendizagem e que a melhoria do ensino passa pela compreensão do processo de aprendizagem, nos propusemos a investigar o processo de assimilação que envolve a aquisição e a retenção de significados de conceitos de Cálculo I.

Ao considerar como objeto de estudo o processo de aprendizagem significativa dos conteúdos de derivada pelos estudantes matriculados no componente curricular de Cálculo I, nosso objetivo, neste estudo, foi estudar o processo de aprendizagem dos conteúdos do componente curricular Cálculo I, no enfoque da assimilação obliteradora, buscando especificamente analisar transformações de representações semióticas utilizadas no ensino de conceitos desse componente curricular e os níveis de formação de conceitos apresentados pelos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB, no segundo semestre de 2013. Definimos o direcionamento da pesquisa no seguinte questionamento: Que contribuições o uso de transformações de representações semióticas traz para o processo de assimilação de conceitos de Cálculo?

Como referencial teórico, utilizamos, neste estudo, a Teoria da Aprendizagem Verbal Significativa e da Assimilação de Ausubel, as representações de Mapas Conceituais como ferramenta principal da Teoria da Assimilação na vertente cognitivista do campo da Psicologia de Novak e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval.

Na perspectiva da teoria de Ausubel e Novak analisamos a assimilação obliteradora, a formação de conceitos e os mapas conceituais. E na perspectiva da teoria Duval, analisamos as representações semióticas para a resolução de problemas.

A metodologia desta pesquisa foi de abordagem qualitativa. Os procedimentos de coleta de dados de modo integrado ao processo de ensino de Cálculo. No transcurso das aulas, os instrumentos de pesquisa foram aplicados a todos os estudantes em classe, distinguindo-se que para fins de análise foram utilizados somente os protocolos dos 15 estudantes que afirmaram mediante declaração a sua aceitação como sujeitos da investigação. Os instrumentos de pesquisa utilizados foram seis testes de conhecimento e a elaboração de mapas conceituais correspondentes ao conteúdo de cada um desses testes realizados.

No desenvolvimento do ensino de Cálculo I, ao final do estudo de cada conteúdo programático foram aplicados os testes de conhecimento e solicitado a elaboração de mapas conceituais referentes ao conteúdo estudado. Salientamos que no processo de ensino seguimos uma organização do conteúdo levando em conta à própria estrutura conceitual desse componente curricular. A cada etapa de ensino, na medida em que foi sendo observada a falta de conceitos prévios relevantes, procedíamos a retomada de instruções mediadoras que favorecessem o desenvolvimento de conceitos básicos e intermediários para ancoragem de novos conceitos. Esses procedimentos de intervenção pedagógica foram relevantes no processo de aprendizagem e na compreensão do objeto de pesquisa.

Os fundamentos teórico-metodológicos utilizados serviram de referência tanto para os procedimentos como para as análises das informações coletadas. Com base nas concepções de formação de conceitos elegidos como referencial, apresentamos a síntese dos resultados dessa investigação em duas partes: a primeira refere-se à análise dos resultados dos testes apresentados pelos estudantes e, na segunda, a análise dos resultados dos testes e dos mapas conceituais de um estudante.

Nos resultados da primeira parte, constatamos que no teste de funções, que aborda problemas de conversão de registros de representação, os estudantes não apresentaram subsunçores consolidados para servirem de ancoragem para uma aprendizagem significava; no teste de limites em que é abordado problemas de tratamento de registros de representação, eles obtiveram melhores resultados. Percebemos que estão em processo de formação dos conceitos do conteúdo de limite e, nesse mesmo teste, evidenciaram maiores dificuldade na resolução de problemas que envolvem continuidade de funções, representação gráfica de funções, limite exponencial fundamental, limites infinitos e limites no infinito; nos testes de derivadas e de aplicação das derivadas os estudantes apresentaram os resultados com maiores índices de acertos nas questões que envolveram o tratamento de registros de representação e esses resultados estão associados à formação de conceitos, porém não evidenciam a aprendizagem na aplicação das regras de derivada. Constatamos que ainda não obtiveram os conceitos prévios necessários para resolução dos problemas de derivada e aplicação da derivada.

A partir do teste complementar, foi feita uma análise comparativa em relação aos testes anteriores. Com isso, denotamos um aumento de acertos nas respostas das questões referentes aos conteúdos de funções nos registros de transformação de conversão e um baixo índice de respostas certas em relação aos testes de limites, derivadas e aplicação das derivadas. Nesses resultados, observamos que apresentaram maiores índices de questões em branco e maiores índices de questões com respostas erradas. Evidenciamos nesses resultados que os estudantes apresentaram, no processo de aprendizagem, uma assimilação obliteradora dos conteúdos de limite, derivada e aplicação da derivada.

Nos resultados da segunda parte sobre os testes de um estudante constatamos que no teste de funções o estudante obteve baixo percentual de acertos e no teste complementar acertou todas as respostas, indicando, assim, uma assimilação do conteúdo de função. Nos testes de derivadas e aplicação das derivadas o estudante apresentou resultados com maiores índices de acertos, ao passo que no teste complementar obteve índices inferiores em relação aos testes anteriores. Percebemos que o estudante não apresentou indícios de ter aprendido/assimilado os conceitos/procedimentos para resolução de problemas envolvendo os conteúdos de limite, derivada e aplicação da derivada, o que evidencia no processo de aprendizagem uma assimilação obliteradora dos conteúdos de limite, derivada e aplicação da derivada.

Na análise conclusiva dos mapas conceituais elaborados por esse estudante a respeito dos conteúdos de funções, limites, derivadas e aplicações das derivadas, em seus mapas conceituais constatamos que foram apresentadas relações de significado entre os conceitos, estabelecidas proposições válidas e uma hierarquia entre os conceitos, mas não foram apresentadas ligações cruzadas nem exemplos válidos, o que confirmam os resultados apresentados nos testes realizados, demonstrando que houve assimilação obliteradora dos conteúdos apresentados.

Portanto, em se tratando dos resultados obtidos nesta investigação, constatamos que houve um processo de aprendizagem por recepção, inicialmente evidenciada pelos resultados do teste complementar que essa aprendizagem pelos estudantes foi se dissociando, ao longo do tempo, indicando que não houve uma aprendizagem significativa dos conteúdos apresentados, mas um processo de esquecimento. Observamos, também, que no processo de aprendizagem ocorreu a formação de conceitos, mas de forma elementar nos níveis concreto e de identidade de formação de conceitos, já que eles não alcançaram os níveis de formação de conceitos classificatórios e formais necessários para resolução de problemas.

Em cada etapa desse processo de investigação, em que foram aplicados testes de conhecimentos, foi possível constatar que o tratamento e a conversão de registros evidenciados na resolução de problemas pelos estudantes confirmam a hipótese de que as transformações de registro de representações semióticas contribuem para a formação de conceitos no processo de aprendizagem significativa de conteúdos de Cálculo I.

Acreditamos que o presente estudo trouxe contribuições significativas para a ampliação do conhecimento referente às contribuições e compreensão dos registros de representações semióticas no processo de ensino de Cálculo para uma intervenção pedagógica no sentido de uma aprendizagem significativa dos estudantes. Esperamos que essa investigação suscite outros questionamentos e novas pesquisas para melhoria do ensino de Cálculo.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos*:* Uma Perspectiva Cognitiva.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003. Tradução de *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view.* (2000). Kluwer Academic Publishers. IBSN 972-707-364-6

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicología Educacional.** Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980. IBSN 85-201-0084-8

CAÑAS, A. J. [*et al*]. **Colaboración en la Construcción de Conocimiento Mediante Mapas Conceptuales** (2000). Disponível em: <http://www.ihmc.us/users/acanas/ColabCon.pdf >. Acesso em 11 jun. 2014.

CAÑAS, A. J. [*et al*]. **A Summary of Literature Pertaining to the Use of Concept Mapping Techniques and Techno logies for Education and Performance Support** (2003). Disponível em: <http://www.ihmc.us/users/acanas/Publications/ConceptMapLitReview/IHMC%20Literature%20Review%20on%20Concept%20Mapping.pdf >. Acesso em: 11 mai. 2014.

CRESWELL, J. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.** 3. Ed. – Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Trad. MORETTI, M. T. **Revemat**, R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 05 nov. 2014.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fassículo I). Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosêni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FERRÃO. H. S. **Mapas conceituais digitais como elemento sinalizador da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.** 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2013.

GAINES, R. B.; SHAW, M. L. G. **Collaboration through Concept Maps** (1995). Disponível em: <http://pages.cpsc.ucalgary.ca/~gaines/reports/LW/CSCL95CM/CSCL95CM.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2014.

GODOY, C. E. **Estratégia para elaborar um bom Mapa Conceitual.** Portal Sala de Ciências 2008. Disponível em: <http://www.cecgodoy.pro.br/sc2008/index.php?option=com_content&view=article&id=57:estrategia-para-el>. Acesso em 7 ago. 2013.

GODOY. L. F. S. **Registros de representação da noção de derivada e o processo de aprendizagem**. 2004. Dissertação (mestrado em educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/3/TDE-2007-06-27T07:51:50Z-3632/Publico/dissertacao_luiz_felipe_godoy.pdf>. Acesso em 19 out. 2014.

GATTAI, Z. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Colaborativa.** Curso Moodle 2010, Espaço de Teste Zélia Gattai/UFBA. Disponível em: <http://www.moodle.ufba.br/mod/book/view.php?id=74558&chapterid=19334>. Acesso em: 7 ago. 2013.

KLAUSMEIER, J. H.; GOODWIN, W. **Manual de Psicologia Educacional** - Aprendizagem e Capacidades Humanas. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977.

KÜHLKAMP, N. **Cálculo 1**. Florianópolis: Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. ISBN: 85-328-0162-5

MADRUGA, J. A. G. **Aprendizagem pela Descoberta Frente à Aprendizagem pela Recepção: A Teoria Verbal Significativa;** in COLL. C; PALÁCIOS, J; MARCHESI, A, Desenvolvimento Psicológico e Educação: Psicologia da Educação – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MOREIRA, M.A. [*et al*]. **Aprendizagem: perspectivas teóricas**. Porto Alegre: Editora Universidade / PADES / UFRGS/ PROGRAD, 1987.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.

MOREIRA, M. A; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa** – a Teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes, 1982.

MOREIRA, M. A. **Ensino e Aprendizagem -** Enfoques Teóricos. Porto Alegre: Editora Moraes, 1983.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa** (Concept maps and meaningful learning) (2012). Disponível: <www.if.ufrgs.br/~moreira/**mapas**port.pdf>. Acesso em: 02 abr. 2013.

NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. **The origins of the concept mapping tool and the continuing evolution of the tool.** (2006) Disponível em:

<http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/OriginsOfConceptMappingTool.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2014.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a aprender.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1984.

PICONE, D. F. B. **Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema fundamental do Cálculo.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SALA, E. M.; GOÑI, J. O. A Teorias da Aprendizagem Verbal Significativa. In: SALVADOR, C. C. [et all]. **Psicologia do Ensino**. Porto Alegre. Editora Artes Médicas, 2000. p.231-240.

SOUZA, R. R. **Avaliação de aprendizado através de *Mapas Conceituais* – Proposição da tarefa e instrução.** Vídeo MP4 enviado em 03/06/2010. Disponível em: <www.youtube.com/watch?v=tVz3P-lrUws>. Comprimento: 00:08:13 Acesso em: 07 ago. 2013.

ANEXOS

Anexo A

Declaração de Consentimento

Declaro o meu livre consentimento em participar da pesquisa sobre Aprendizagem Significativa e Assimilação Obliteradora dos Conceitos de Derivadas desenvolvida pelo doutorando Samuel Souza Meira, sob orientação da Profª Drª Ana Lúcia Manrique, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP e estar ciente de que recebi todos os esclarecimentos necessários para participação dessa investigação e que minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa de qualquer forma me identificar será mantido em sigilo. Fui informado de que posso me recusar a participar da pesquisa ou retirar meu consentimento, a qualquer momento, sem prévia justificativa e de que se sair desse processo de investigação não terei qualquer prejuízo. Terei garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos sobre essa pesquisa e nenhum benefício pessoal obterei advindo da mesma, seja em valor econômico a receber ou a pagamentos para participar.

________ de ________________ de 2013

____

Participante da pesquisa

CPF: ______________________________

Anexo B – Avaliações de Cálculo I

Universidade do Estado da Bahia
Departamento de Ciências Humanas
Colegiado de Matemática
Componente Curricular: Cálculo I – Semestre: 2013.2
Prof. Samuel Souza Meira

Aluno(a)____Data:___/____/_____

Avaliação – I unidade

1) Resolver:

Seja $f(x)=\dfrac{4x^2-11x+6}{x-2}$, para cada ε dado, determine δ t.q. $|f(x)-5|<\varepsilon$ sempre que $0<|x-2|<\delta$ para $\varepsilon=\frac{1}{2}$.

2) Calcular os limites:

a) $\lim\limits_{x\to -1}(3x^2-2x-4)$ b) $\lim\limits_{x\to \pi}\cos x.sen(x+\pi)$

3) Calcular os limites fundamentais:

a) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{1/x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx}{x.\sec x}$

4) Verificar se a função

$$f(x)=\begin{cases} 1-x^2, & se \quad x<2 \\ x-5, & se \quad x>2 \\ 0, & se \quad x=2 \end{cases}$$ é contínua no ponto x=2.

5) Calcular:

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4}{x^2-6x+9}$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^5+4x}{2x^4+3x^2+x}$

Universidade do Estado da Bahia
Departamento de Ciências Humanas
Colegiado de Matemática
Componente Curricular: Cálculo I – Semestre: 2013.2
Prof. Samuel Souza Meira

Aluno(a)_______________________________________Data:___/____/_____

Avaliação – II unidade

1) Calcular as derivadas das funções usando a definição:

a) $f(x) = -x^2 + 3x$.

b) $f(x) = \dfrac{2}{x}$

2) Calcular a derivada de cada função:

a) $f(x) = (3x^2 - 1)^3$ b) $f(x) = (\cos^2 x).(\sec x)$

3) Determinar a equação da reta tangente à curva:

a) $x^3 - y^3 = xy$ no ponto (1, 1)

b) $2xy - y^2 = 3$ no ponto (0, -1)

4) Calcular a segunda derivada da função:

a) $f(x) = \ln(\frac{1}{x^2})$

b) $f(x) = e^x senx$

Universidade do Estado da Bahia
Departamento de Ciências Humanas
Colegiado de Matemática
Componente Curricular: Cálculo I – Semestre: 2013.2
Prof. Samuel Souza Meira

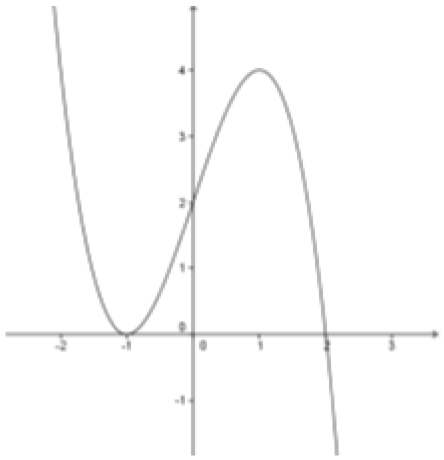
Aluno(a)____ Data: ____/____/____

Avaliação – III unidade

1) Dado o gráfico da função $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.

Marcar verdadeira (V) ou falso (F) e justifique cada resposta.

A) x = -1 e x = 2 é ponto crítico p.c	( )
B) x=0 é ponto de inflexão PI	( )
C) x = 1 é ponto de máximo	( )
D) Para x > 0 f''(x) > 0	( )
E) No intervalo -1 < x < 1 a função f(x) é crescente	( )



2) O ponto crítico (p.c) da função $f(x) = x.e^{-x}$ é determinado quando $f'(x) = 0$.

Calcular o p.c da função $f(x)$.

3) Calcule os pontos de máximo e mínimo da função $f(x) = x^3 - x^2$.

4) Dada a função $f(x) = x.e^{x}$, quando $f''(x) = 0$ encontramos o ponto de inflexão PI. Calcule o PI da função f.

5) Uma chapa quadrada com $2m$ de lado deseja-se fabricar uma caixa recortando quadros iguais em cada canto da mesma e dobrando as pontas resultantes. Calcule o comprimento do lado dos quadrados a serem recortados para que o volume da caixa seja o maior possível.

Universidade do Estado da Bahia
Departamento de Ciências Humanas
Colegiado de Matemática
Componente Curricular: Cálculo I – Semestre: 2013.2
Prof. Samuel Souza Meira

Aluno(a)_______________________________________ Data: ____/____/____

Avaliação Final

1) Dado a função $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x + 3$.

   Determinar os pontos críticos.

2) Esboçar o gráfico da função $f(x) = x^3 - 2x^2$.

3) Usando a definição provar que $\lim_{x \to -1}(2x+5) = 3$.

4) Determinar a equação da reta tangente à curva $3x^2y - \frac{y}{x} = 3$.

APÊNDICES

Apêndice A – Testes

Doutorado em
Educação Matemática

PUC-SP

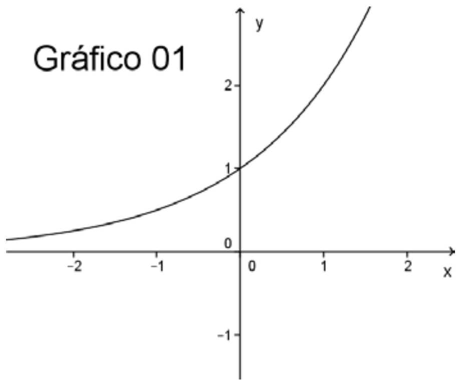
UNEB

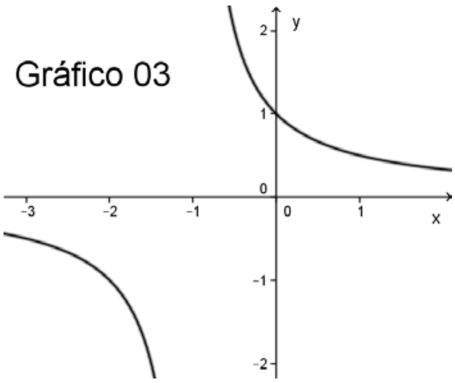
Curso de
Licenciatura
em Matemática

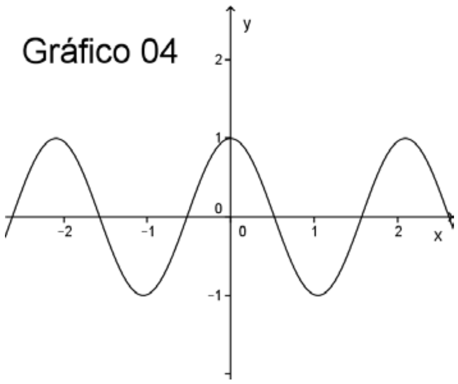
Teste de Funções

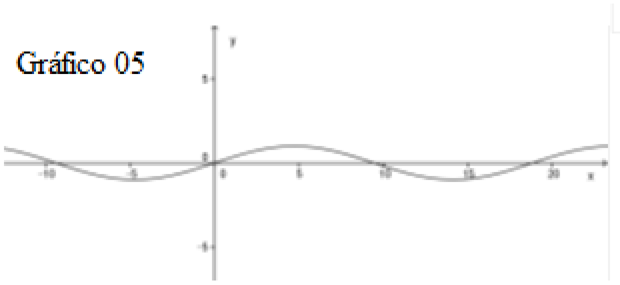
Aluno(a)____ Data: ____/____/____

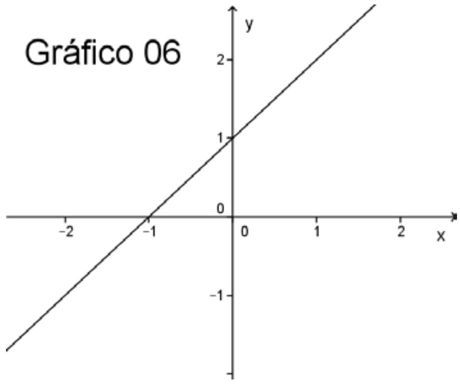
Dados os Gráficos das funções:

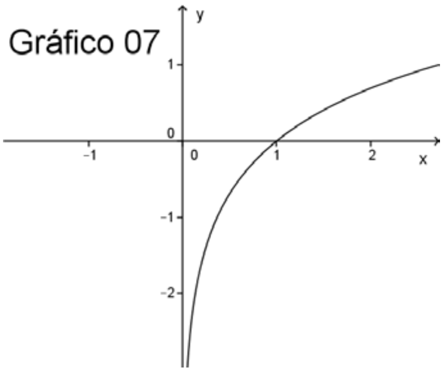


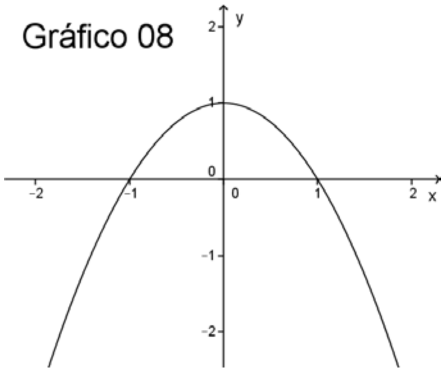


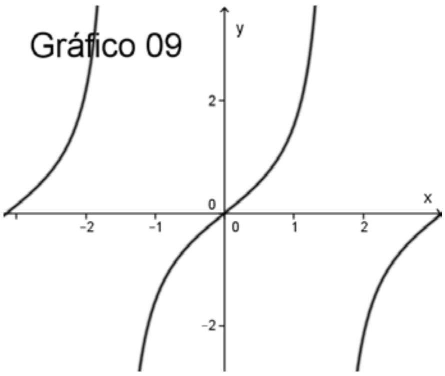


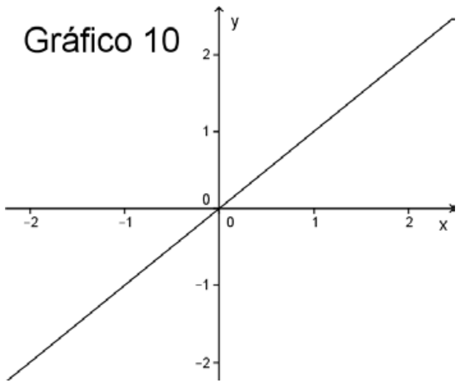












Dadas as expressões algébricas (lei de formação):				
a) $f(x) = x + 1$	b) $f(x) = x$	c) $f(x) = sen(\frac{x}{3})$	d) $f(x) = \cos(3x)$	e) $f(x) = -3/2$
f) $f(x) = 2^x$	g) $f(x) = \ln x$	h) $f(x) = -x^2 + 1$	i) $f(x) = \frac{1}{x+1}$	j) $f(x) = tg(x)$

Associe cada Tipo de Função ao seu respectivo Gráfico e sua respectiva lei de formação.

Complete o quadro a seguir:

Tipos de Funções:	Gráfico (nº)	Lei de formação (letra)
Função seno		
Função constante		
Função exponencial		
Função quadrática		
Função afim		
Função cosseno		
Função logaritmo		
Função hipérbole		
Função tangente		
Função linear		

Doutorado em Educação Matemática

PUC-SP

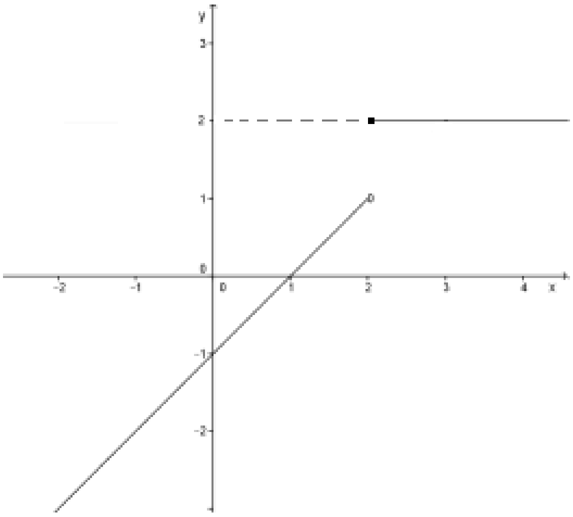
UNEB

Curso de Licenciatura em Matemática

Teste de Limites

Aluno(a)______________________________________ Data: ____/____/____

1) Dado o gráfico da função f, dada por f(x), qual ou quais as afirmações são verdadeiras:



A) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 1$ ( )

B) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$ ( )

C) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 1$ ( )

D) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 2$ ( )

E) $\lim_{x \to 2} f(x) = 1$ ( )

2. Considere a função $f(x) = \begin{cases} x^2, & se \quad x \leq 2 \\ 1, & se \quad x = 1 \\ 4 - x, & se \quad x > 2 \end{cases}$

Os valores dos limites, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$, $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$, são respectivamente:

A) 4; 2 e 1 ( ) B) 1; 2 e 4 ( ) C) 1; 2 e $\lim_{x \to 2} f(x)$ não existe ( )

D) 2; 4 e 1 ( ) E) 4; 2 e $\lim_{x \to 2} f(x)$ não existe. ( )

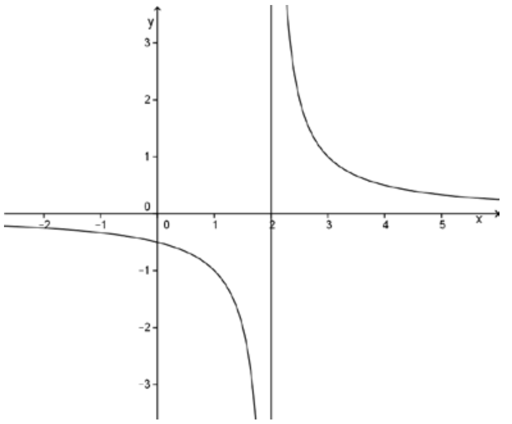
3) O $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ é igual a:

A) 0 ( ) B) 4 ( ) C) 2 ( ) D) -4 ( ) E) não existe. ( )

4) Dado o gráfico da função

$f(x)=\dfrac{1}{x-2}$, os limites $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ são respectivamente:

A) 0; $+\infty$; $-\infty$ e 0 ( )
B) $+\infty$; 0; 0 e $+\infty$ ( )
C) $+\infty$; $+\infty$ 0; e 0 ( )
D) 0; $+\infty$; $+\infty$ e 0 ( )
E) $+\infty$; $-\infty$ 0; e 0 ( )



5) Se o $\lim\limits_{x\to +\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$ então o $\lim\limits_{x\to +\infty}(1+\frac{1}{x})^{2x}$ e $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ são respectivamente:

A) 2; e^2 ( ) B) e; e^2 ( ) C) e^{-1}; e^2 ( )D) e^2; e ( ) E) $2e^{-1}$; e^2 ( )

6) Se uma função é contínua em um ponto $x = a$, então $\exists\ f(a)$, $\exists \lim\limits_{x\to a} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$. A função $f(x)=\begin{cases} x+3, & se \quad x\le 1 \\ 4, & se \quad x>1\end{cases}$; podemos afirmar que:

A) $f(1)=4$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$ e $f(x)$ não é continua no ponto $x=1$. ( )

B) $f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x=1$. ( )

C) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=4$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=4$ e $f(x)=4$. ( )

D) $f(x)=4$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x=1$. ( )

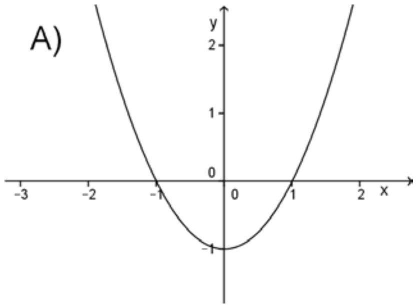
E) $f(1)=4$; $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=4$ e $f(x)$ é continua no ponto $x=1$. ( )

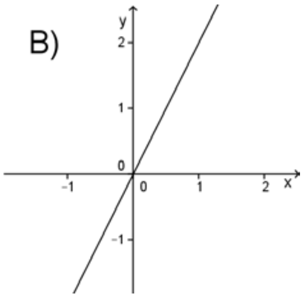
7) Sendo o $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{senx}{x}=1$, então o $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(x)}{x.\sec(x)}$ é igual a:

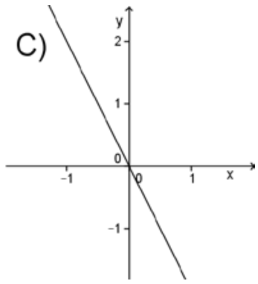
A) 1 ( ) B) -1 ( ) C) 0 ( ) D) 2 ( ) E) -2 ( )

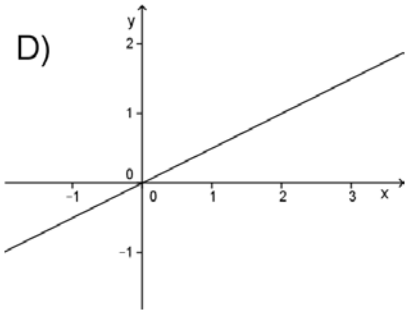
8) Seja $f(x) = x^2 - 1$. Qual é o gráfico que representa a função g dada por

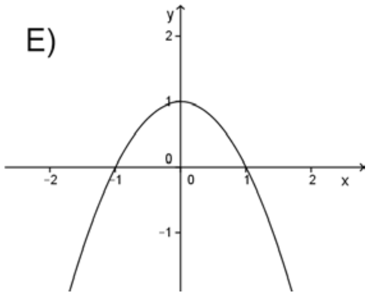
$$g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$











A ( ) B) ( ) C) ( ) D) ( ) E) ( )

Doutorado em Educação Matemática

PUC-SP

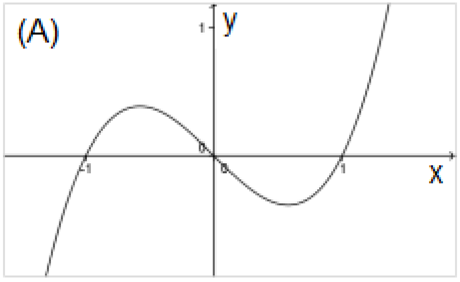
UNEB

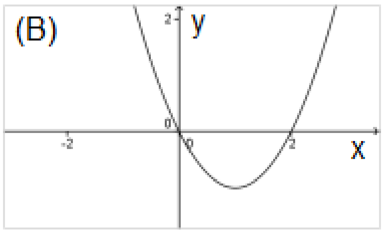
Curso de Licenciatura em Matemática

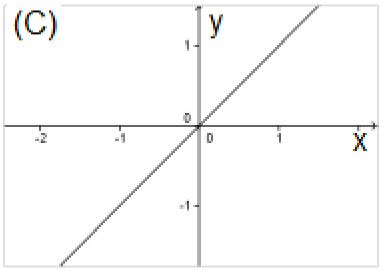
Teste de Derivadas-1

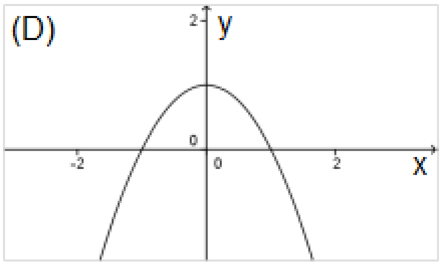
Aluno(a)____ Data: ____/____/____

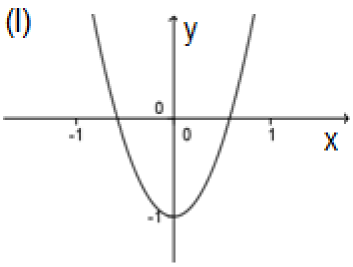
1) Associe o gráfico de cada função (A) – (D) com o gráfico de suas respectivas derivadas (I) – (IV).

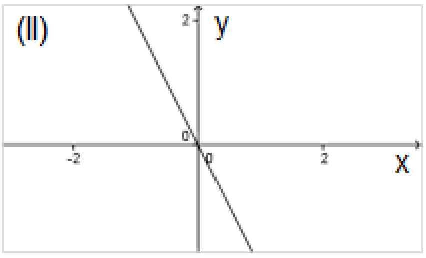


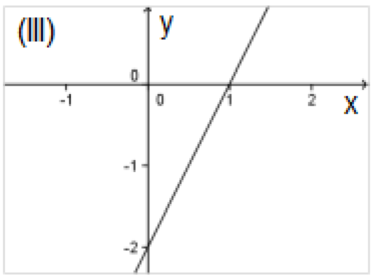


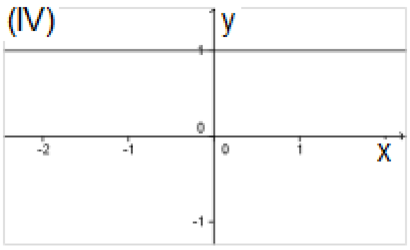












2) Quais as expressões $f'(x)$ que define a derivada de uma função $f(x)$:

(1) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x-h) - f(x)}{h}$ (2) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x) - f(x+h)}{h}$

(3) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x-h) + f(x)}{h}$ (4) $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

(5) $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (6) $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x-\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

A) (1) e (6) B) (2) e (3) C) (3) e (4) D) (4) e (5) E) (5) e (6)

3) A equação da reta tangente a curva $f(x) = -x^2 + x$ no ponto (0, 0) é dada por:

A) $y = -x$ B) $y = -x + 1$ C) $y = x$ D) $y = -2x + 1$ E) $y = -2x$

4) A derivada da função $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$ é dada por:

A) $f'(x) = \dfrac{x}{x+1}$ B) $f'(x) = x - 1$ C) $f'(x) = x$ D) $f'(x) = 2$ E) $f'(x) = 1$

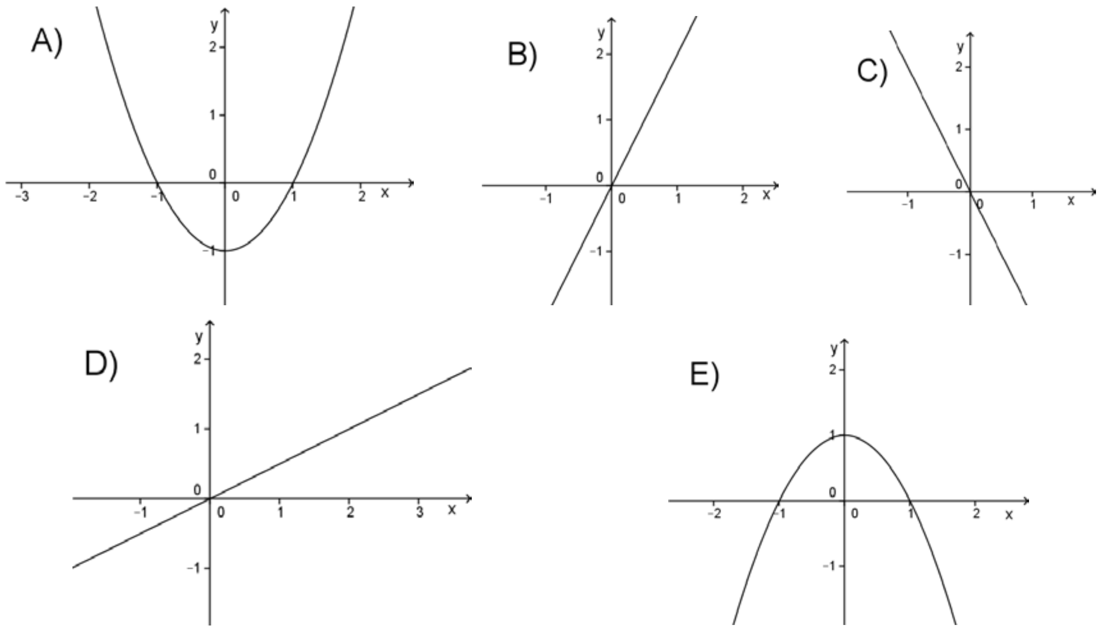
5) Dada a função implícita $x^2 y - y^2 = 1$, a derivada y' é dada por:

A) $y' = \dfrac{-2xy}{x - y^2}$ B) $y' = \dfrac{2xy}{2y - x^2}$ C) $y' = \dfrac{-2x}{x - y^2}$ D) $y' = \dfrac{-2y}{2x - y^2}$ E) $y' = \dfrac{xy}{x - y^2}$

6) Dada a função $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $f'(1)$ é igual a:

A) 0 ( ) B) 1/3 ( ) C) 3 ( ) D) -1/3 ( ) E) não existe. ( )

7) Seja $f(x) = x^2 - 1$. Qual gráfico que representa a função derivada dada por $f'(x)$?



A ( ) B) ( ) C) ( ) D) ( ) E) ( )

Doutorado em
Educação Matemática

UNEB

Curso de
Licenciatura
em Matemática

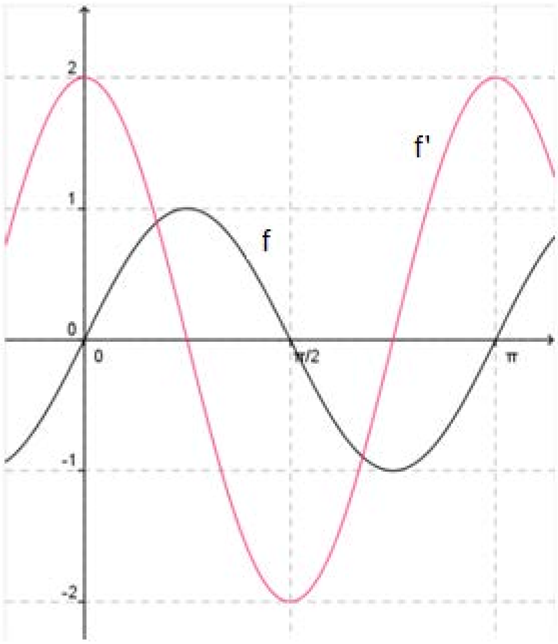
Teste de Derivadas-2

Aluno(a)_______________________________________ Data: ____/____/____

1) Dado os gráficos das funções definidas por $f(x) = sen(2x)$ e $f'(x)$ para $0 \le x \le \pi$, podemos afirmar que a derivada $f'(x)$ se anula nos pontos:

A) x=0 e x=$\pi/4$ B) x=$\pi/4$ e x=$\pi/2$ C) x=$\pi/2$ e x=π

D) x=$\pi/4$ e x=$3\pi/4$ E) x=0 e x=$\pi/2$



2) A derivada da função dada por $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ é dada por $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$. Então a inclinação da reta tangente ao gráfico da função definida por $f(x)$ no ponto $x = e$ é:

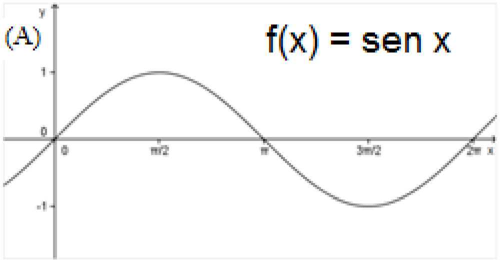
A) 0 B) 1 C) -1 D) e E) $1/e$

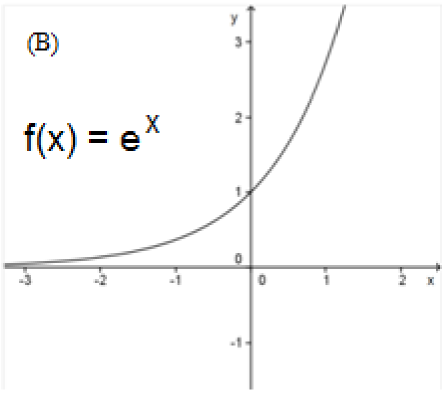
3) A derivada da função representada por $f(x) = x\ln x - x$ é dada por :

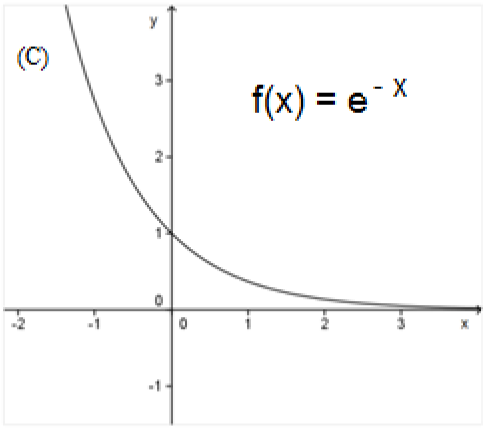
A) $f'(x) = x\ln x$ B) $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ C) $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

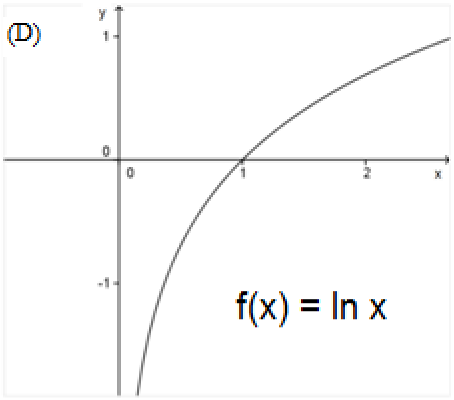
D) $f'(x) = \ln x - 1$ E) $f'(x) = \ln x$

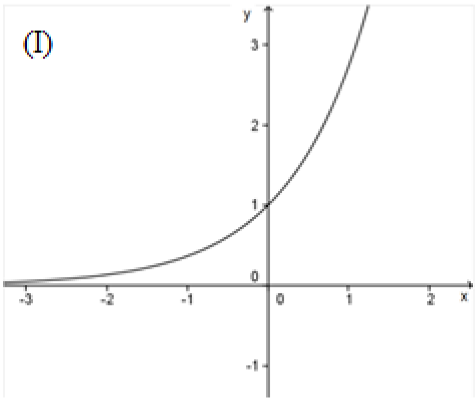
4) Associe o gráfico de cada função em (A) – (D) com o gráfico de sua derivada em (I) – (IV).

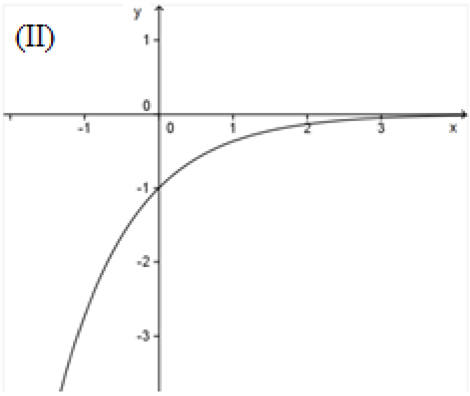


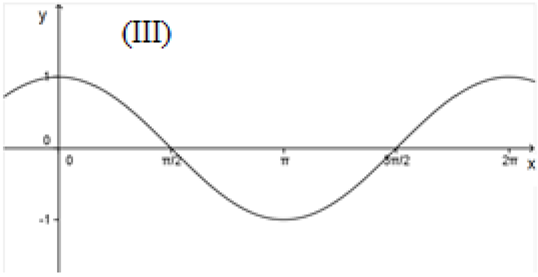


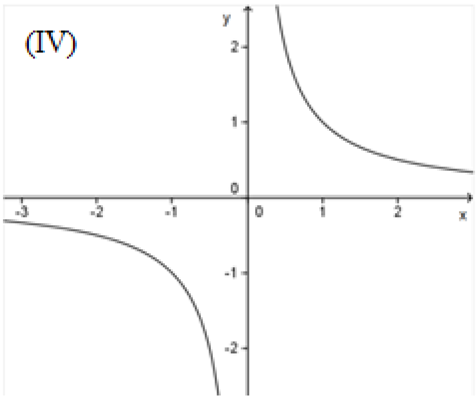









(III)
y
x
1
0
-1
0
π/2
π
3π/2
2π


(IV)
y
x
2
1
0
-1
-2
-3
-2
-1
0
1
2

PUC-SP

Doutorado em
Educação Matemática

UNEB

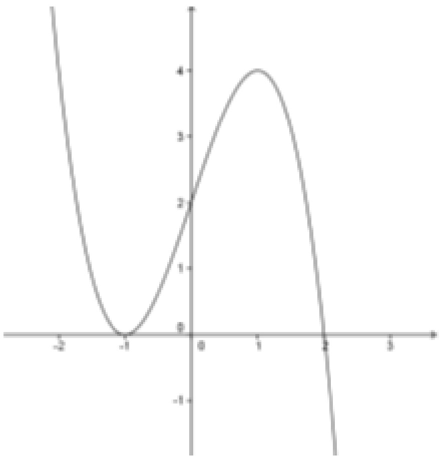
Curso de
Licenciatura
em Matemática

Teste de Aplicação das Derivadas

Aluno(a)______________________________________ Data: ____/____/____

1) Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.
Marcar verdadeira (V) ou falsa (F):

A) x = -1 e x = 2 é ponto crítico p.c	( )
B) x=0 é ponto de inflexão PI	( )
C) x = 1 é ponto de máximo	( )
D) Para x > 0 f''(x) > 0	( )
E) No intervalo -1 < x < 1 a função f(x) é crescente	( )



2) O ponto crítico (p.c) da função f dada por $f(x) = x.e^{-x}$ é determinado quando $f'(x) = 0$ ou a derivada não existe. Logo o p.c da função definida por $f(x)$ é:

A) $x = 1$ ( ) B) $x = 0$ ( ) C) $x = -1$ ( ) D) $x = 2$ ( ) E) $x = 1/2$ ( )

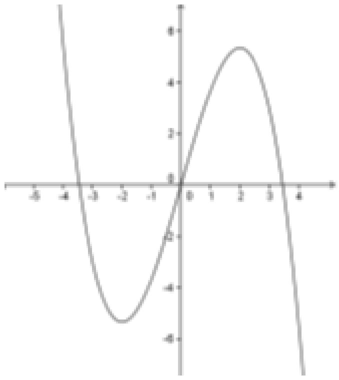
3) Os pontos de máximo e mínimo da função f dada por $f(x) = x^3 - x^2$, são respectivamente:

A) 0 e 1 ( ) B) 2/3 e 0 ( ) C) 1/3 e 0 ( ) D) 0 e 2/3 ( ) E) 0 e 1/3 ( )

4) Dada a função f, definida por $f(x) = x.e^{x}$, quando $f''(x) = 0$ encontramos o ponto de inflexão PI. Então o PI da função dada por $f(x)$ é igual a:

A) x = -1 ( ) B) x = -2 ( ) C) x = 0 ( ) D) x = 1 ( ) E) Não $\exists$ ( )

5) Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = 4x - \frac{x^3}{3}$, podemos afirmar que a $f''(x) > 0$ e $f''(x) < 0$ respectivamente para:



A) x > 0 e x = 0	( )
B) x < 0 e x > 0	( )
C) x = 0 e x < 0	( )
D) x > 0 e x < 0	( )
E) x < 0 e x = 0	( )

6) Dada a função f definida por $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$, é falso afirmar que:

A) $f(x)$ é crescente no intervalo -1 < x < 0 e x > 1 ( )

B) $f(x)$ é decrescente no intervalo x < -1 e 0 < x < 1 ( )

C) $f(x)$ tem mínimo nos postos x = -1 e x = 1 ( )

D) $f(x)$ tem máximo local no ponto x = 0 ( )

E) $f(x)$ não tem ponto de inflexão PI ( )

7) Com uma chapa quadrada medindo $2m$ de lado deseja-se fabricar uma caixa recortando quadrados iguais em cada canto da mesma e dobrando as pontas resultantes. O comprimento do lado dos quadrados a serem recortados para que o volume da caixa seja o maior possível vale:

A) $\frac{1}{3}m$ ( ) B) $\frac{2}{3}m$ ( ) C) $\frac{1}{2}m$ ( ) D) $\frac{3}{2}m$ ( ) E) $1m$ ( )

8) Seja a função f dada por $f(x) = -x^2 + 1$. Assinalar a alternativa verdadeira.

A) $f(x)$ é crescente quando $f'(x) < 0$ ( )

B) $f'(x) < 0$ para x < 0 ( )

C) $f'(x) = 0$, logo x = 0 é ponto crítico ( )

D) $f''(x) > 0$, logo a concavidade é para cima ( )

E) $f'(x) > 0$ para x > 0 a função $f(x)$ é crescente ( )

Doutorado em
Educação Matemática

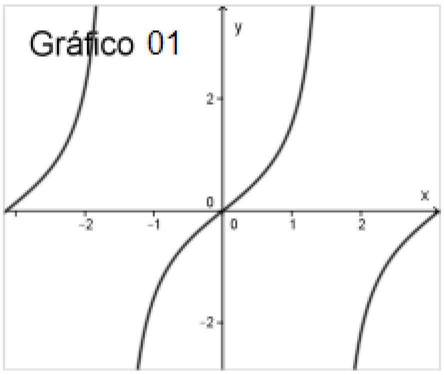
UNEB

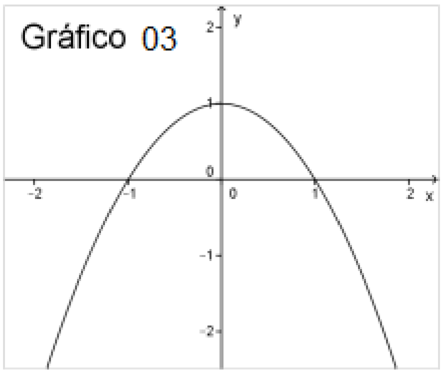
Curso de Licenciatura
em Matemática

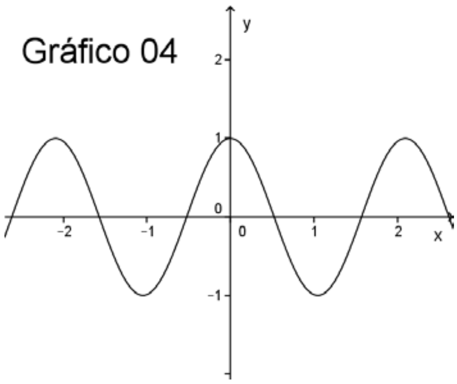
Teste Complementar

Aluno(a)______________________________________ Data: ____/____/____

1) Dados os Gráficos das funções:







Dadas as expressões algébricas (lei de formação):			
a) $f(x) = -x^2 + 1$	b) $f(x) = tg(x)$	c) $f(x) = \cos(3x)$	d) $f(x) = -3/2$

Associe cada Tipo de Função ao seu respectivo Gráfico e sua respectiva expressão algébrica (lei de formação).

Complete o quadro a seguir:

Tipos de Funções:	**Gráfico (nº)**	**Expressão algébrica (letra)**
Função constante		
Função quadrática		
Função cosseno		
Função tangente		

2) Sendo o $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{senx}{x}=1$, então o $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(x)}{x.\sec(x)}$ é igual a:

A) 1 ( ) B) -1 ( ) C) 0 ( ) D) 2 ( ) E) -2 ( )

3) O $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ é igual a:

A) 0 ( ) B) 4 ( ) C) 2 ( ) D) -4 ( ) E) não existe. ( )

4) Considere a função dada por $f(x)=\begin{cases} x^2, & se \quad x\le 2 \\ 1, & se \quad x=1 \\ 4-x, & se \quad x>2 \end{cases}$ Os valores dos limites,

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ são respectivamente:

A) 4; 2 e 1 ( ) B) 1; 2 e 4 ( ) C) 1; 2 e $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ não existe ( )

D) 2; 4 e 1 ( ) E) 4; 2 e $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ não existe. ( )

5) Quais as expressões $f'(x)$ que definem a derivada de uma função $f(x)$:

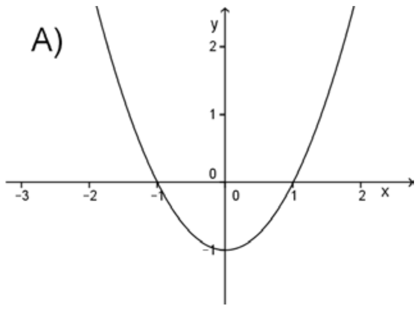
(1) $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x-h)-f(x)}{h}$ (2) $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x)-f(x+h)}{h}$

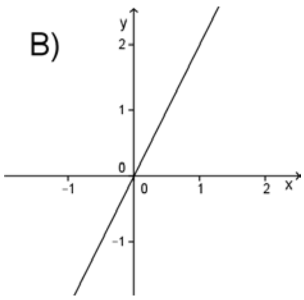
(3) $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x-h)+f(x)}{h}$ (4) $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

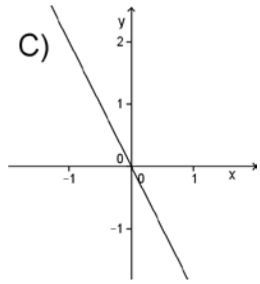
(5) $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ (6) $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x-\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

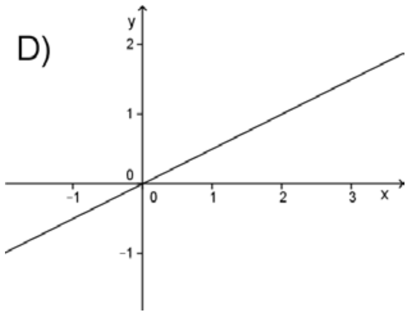
A) (1) e (6) B) (2) e (3) C) (3) e (4) D) (4) e (5) E) (5) e (6)

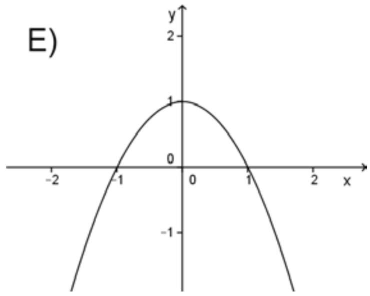
6) Seja a função f definida por $f(x) = x^2 - 1$. Qual é o gráfico que representa a função derivada definida por $f'(x)$.





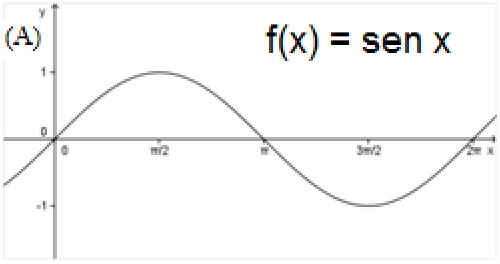


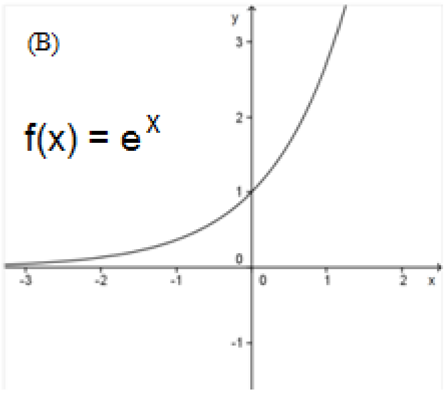


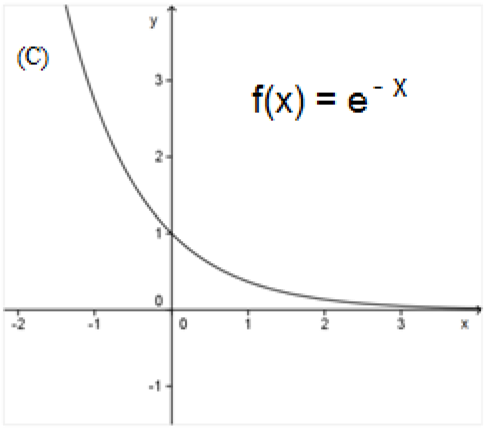


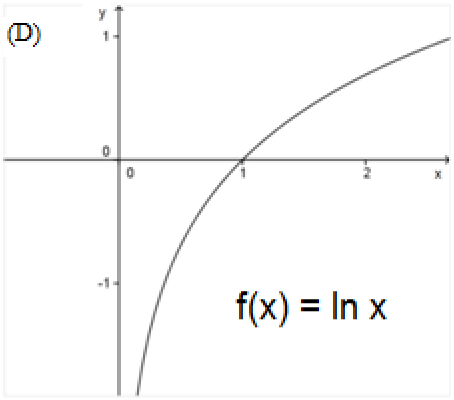
A ( )   B) ( )   C) ( )   D) ( )   E) ( )

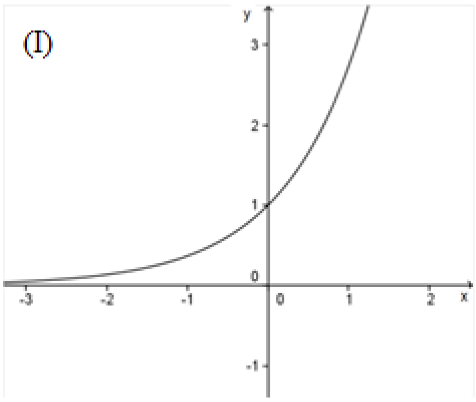
7) Associe o gráfico de cada função em (A) – (D) com o gráfico de sua derivada em (I) – (IV).

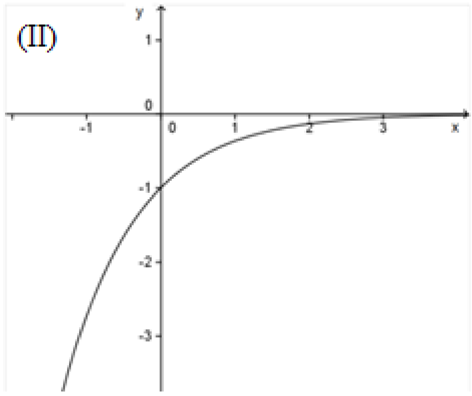


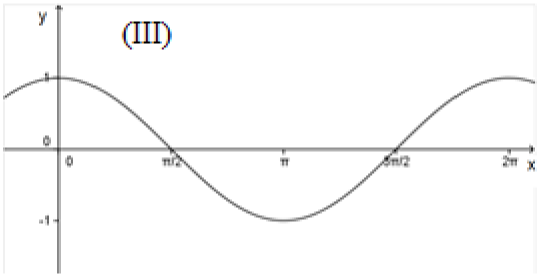


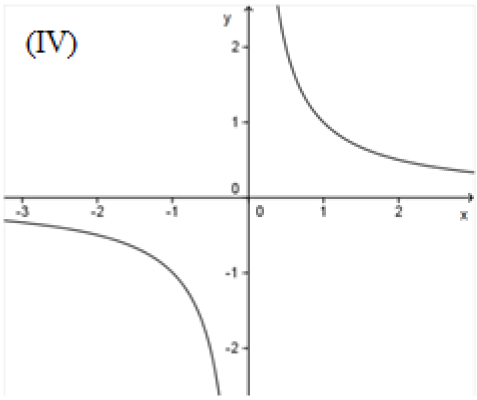












8 Dado o gráfico da função f definida por $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.
Marcar verdadeira (V) ou falsa (F):

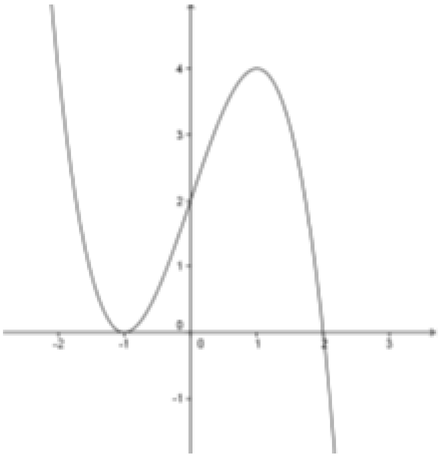
A) x = -1 e x = 2 é ponto crítico p.c ( )

B) x = 0 é ponto de inflexão PI ( )

C) x = 1 é ponto de máximo ( )

D) Para x > 0 f''(x) > 0 ( )

E) No intervalo -1 < x < 1 a função f(x) é crescente ( )



Apêndice B – Instruções para elaborar um Mapa Conceitual

PUC-SP

Doutorado em
Educação Matemática

UNEB

Curso de Licenciatura
em Matemática

Aluno(a)______________________________________ Data: ____/____/____

Mapa conceitual

O que são mapas conceituais? Mapas conceituais são diagramas bidimensionais que procuram mostrar relações hierárquicas entre conceitos de uma disciplina e que derivam sua existência da própria estrutura conceitual da disciplina. Também podem ser traçados para uma sub-disciplina ou para tópicos específico de uma disciplina.

Qual é o uso dos mapas conceituais? Podem ser usados como instrumento de ensino e/ou de aprendizagem, e também servem de instrumento de avaliação da aprendizagem.

Na avaliação através dos mapas conceituais, qual é objetivo principal? Observar o que os alunos sabem em termos conceituais, como organizam, estruturam, hierarquizam, diferenciam, relacionam, discriminam e integram os conceitos da disciplina.

Instruções para elaborar um Mapa conceitual (MC)

1- Identificar os conceitos-chave do conteúdo que vai mapear (esses conceitos devem ter no máximo 3 palavras) e faça uma lista entre 6 e 10 conceitos.

2- Ordene os conceitos, colocando o(s) mais geral(is), mais inclusivo(s), no topo do mapa e, gradualmente, vá agregando os demais (conceitos mais específicos) até completar o diagrama de acordo com o princípio da diferenciação progressiva. Algumas vezes é difícil identificar os conceitos mais gerais, mais inclusivos; nesse caso é útil analisar o contexto no qual os conceitos estão sendo considerados ou ter uma ideia da situação em que tais conceitos devem ser ordenados.

3- Ligue os conceitos com linhas e sobre essas linhas escreva uma ou mais palavras-chave que explicitem a relação entre os conceitos. Os conceitos e as palavras-chave devem sugerir uma proposição que expresse o significado da relação. Setas podem ser usadas quando se quer dar um sentido a uma relação.

4- Nem sempre fazemos inicialmente um bom MC. Revise e altere seu MC, incluindo e retirando conceitos. Esse momento é muito importante, pois melhora seu aprendizado e quanto mais você tentar melhorar seu MC mais você aprende sobre o assunto abordado.
Após analisar seu MC, você pode achar importante ligar conceitos que estão em diferentes partes do mapa. Adicione ligações cruzadas que podem ajudar novas formas de relacionar os conceitos, melhorando seu aprendizado. Godoy (2008). Disponível em: http://www.cecgodoy.pro.br/sc2008/index.php?option=com_content&view=article&id=57:estrategia-para-el

5- É possível elaborar diferentes MC para o mesmo conjunto de conceitos. O MC é pessoal e vai mudando à medida que vamos adquirindo mais conhecimentos. **"Um mapa conceitual é um instrumento dinâmico, refletindo a compreensão de quem o faz no momento em que o faz".** Moreira (2007). Disponível: www.if.ufrgs.br/~moreira/**mapas**port.pdf

Elabore um mapa conceitual sobre Funções.

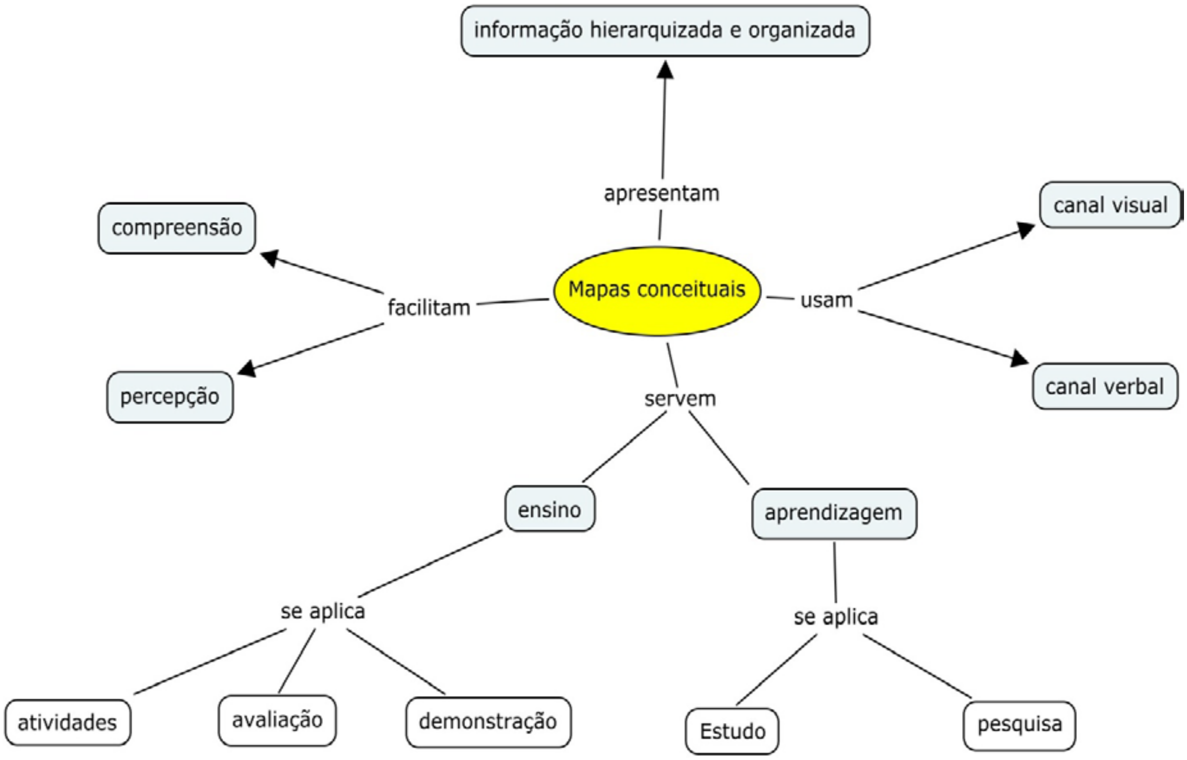
PUC-SP

Doutorado em
Educação Matemática

UNEB

Curso de
Licenciatura
em Matemática

Aluno(a)______________________________________ Data: ____/____/____



Fonte: Gattai (2010). Disponível em:
http://www.moodle.ufba.br/mod/book/view.php?id=74558&chapterid=19334

Instruções para elaborar um Mapa conceitual (MC)

1. Identificar os conceitos-chave do conteúdo que vai mapear (esses conceitos devem ter no máximo 3 palavras) e faça uma lista entre 6 e 10 conceitos.

2. Ordene os conceitos, colocando o(s) mais geral(is), mais inclusivo(s), no topo do mapa e, gradualmente, vá agregando os demais (conceitos mais específicos) até completar o diagrama de acordo com o princípio da diferenciação progressiva. Algumas vezes é difícil identificar os conceitos mais gerais, mais inclusivos; nesse caso é útil analisar o contexto no qual os conceitos estão sendo considerados ou ter uma ideia da situação em que tais conceitos devem ser ordenados.

3. Ligue os conceitos com linhas e sobre essas linhas escreva uma ou mais palavras-chave que explicitem a relação entre os conceitos. Os conceitos e as palavras-chave devem sugerir uma proposição que expresse o significado da relação. Setas podem ser usadas quando se quer dar um sentido a uma relação.

4. Nem sempre fazemos inicialmente um bom MC. Revise e altere seu MC, incluindo e retirando conceitos. Esse momento é muito importante, pois melhora seu aprendizado e quanto mais você tentar melhorar seu MC mais você aprende sobre o assunto abordado.
   Após analisar seu MC, você pode achar importante ligar conceitos que estão em diferentes partes do mapa. Adicione ligações cruzadas que podem ajudar novas formas de relacionar os conceitos, melhorando seu aprendizado. Godoy (2008). Disponível em: http://www.cecgodoy.pro.br/sc2008/index.php?option=com_content&view=article&id=57:estrategia-para-el

5. É possível elaborar diferentes MC para o mesmo conjunto de conceitos. O MC é pessoal e vai mudando à medida que vamos adquirindo mais conhecimentos. **"Um mapa conceitual é um instrumento dinâmico, refletindo a compreensão de quem o faz no momento em que o faz".** Moreira (2012). Disponível: www.if.ufrgs.br/~moreira/**mapas**port.pdf

Elabore um mapa conceitual sobre Limites.