PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC-SP

MARIA DO CARMO SALGADO

Investigação sobre competências numéricas reveladas por estudantes egressos da Educação Básica

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO

2014

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC-SP

MARIA DO CARMO SALGADO

Investigação sobre competências numéricas reveladas por estudantes egressos da Educação Básica

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação da Profª. Drª. Célia Maria Carolino Pires.

SÃO PAULO

2014

Banca Examinadora

Dedico este trabalho à minha mãe, Maria Braga, que me ensinou a perseguir meu ideal com dedicação e coragem. Minha inspiração!

Agradecimentos

Desde o inicio do mestrado muitas pessoa passaram a fazer parte da minha trajetória. Além dessas pessoas, não poderia esquecer-me daquelas que, sempre estiveram ao meu lado, incentivando e compartilhando os momentos difíceis e os momentos de alegrias. Agradeço:

A Deus, pelo dom da vida e por sua presença constante, sendo luz nas minhas decisões e sempre guiando e protegendo meus passos.

À minha mãe, Maria Braga, que sempre esteve ao meu lado nessa caminhada e a meu pai, José Salgado – saudades eternas –, pelo amor que me mostrou a direção correta e me ensinou a ter fé na vida.

Aos meus irmãos, por entenderem minhas ausências e deixar claro que posso sempre contar com eles.

Aos meus queridos tios, João Bosco e Veid Braga, pelo amor, apoio, confiança e motivação incondicional.

Um agradecimento especial aos meus amigos Adriana Leite e Gilberto Januario, companheiros incansáveis e grandes incentivadores, naqueles momentos em que "a gente quase joga a toalha". Por tudo que vivemos juntos (e ainda vamos viver), muito obrigada!

À minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Célia Maria Carolino Pires, pelos ensinamentos e por sua dedicação, determinantes na realização deste trabalho.

Aos professores Dr. Benedito Antonio da Silva e Dr. Adriano Vargas Freitas pelos valiosos apontamentos no Exame de Qualificação.

Aos amigos Kátia Lima, Douglas Tinti, Vanessa Mangelot, Ana Paula Perovano, que compartilharam momentos de angústias, ansiedades, dúvidas, sonhos e realizações.

Aos professores Rogério Marques, Rogério Fonseca e Dermeval Cerqueira, pela atenção, incentivo e confiança em minha capacidade.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa "Desenvolvimento Curricular em Matemática e Formação de Professores" pelas discussões e contribuições a esta investigação.

Aos amigos do mestrado pelo companheirismo e amizade que cultivamos ao longo do curso.

Aos colegas das Faculdades Integradas de Ciências Humanas, Saúde e Educação de Guarulhos pelo apoio e incentivo.

À coordenação e aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, pelos ensinamentos que contribuíram para meu crescimento profissional.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa concedida, que propiciou a realização desta pesquisa.

De tudo, ficaram três coisas:
A certeza de que estamos sempre começando...
A certeza de que precisamos continuar...
A certeza de que seremos interrompidos antes de terminar...

Portanto devemos:
Fazer da interrupção um caminho novo...
Da queda um passo de dança...
Do medo, uma escada...
Do sonho, uma ponte...
Da procura, um encontro...

(Fernando Pessoa, Certeza)

SALGADO, M. C. *Investigação sobre competências numéricas reveladas por estudantes egressos da Educação Básica*. 2014. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

RESUMO

Nesta pesquisa tivemos por objetivo identificar e analisar as diferentes acepções com que os termos *Literacia e Alfabetização Matemática* aparecem na literatura em Educação Matemática. A partir dessas concepções, objetivamos: identificar sua presença em currículos prescritos e apresentados em materiais curriculares; identificar competências relacionadas ao uso de conceitos numéricos e focalizar a utilização desses conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativamente ao seu uso; caracterizar conhecimentos e procedimentos básicos que envolvem a capacidade de usar conhecimentos e procedimentos em contextos reais. Este estudo pauta-se pela seguinte questão-diretriz: *Quais competências relacionadas ao uso de conceitos numéricos apresentam os alunos egressos da Educação Básica?* Em busca de respondê-la, organizamos nossa pesquisa em duas fases complementares. Na primeira, realizamos um estudo exploratório envolvendo levantamento bibliográfico e análise documental. Os documentos analisados foram os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, além de duas coleções de livros didáticos referentes a esses dois níveis de ensino. Na segunda fase, elaboramos um roteiro de entrevista semiestruturada. Os sujeitos da pesquisa nessa fase foram constituídos por alunos egressos do Ensino Médio de escolas paulistanas. Para a compreensão dos termos *Literacia* e *Alfabetização Matemática*, e sua presença nos currículos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, tomamos como referência os trabalhos dos pesquisadores Ubiratan D'Ambrosio, Ole Skovsmose, Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole, João Pedro da Ponte, Lynn Arthur Steen e Joaquín Giménez. A partir desses estudos, concluímos que, embora as abordagens de diferentes autores tenham nuances específicas, elas possuem elementos comuns no sentido de se traduzirem em competências a serem desenvolvidas/potencializadas pelo ser humano. Mediante análise dos documentos, percebemos que, ao proporem e defenderem propostas intituladas como de alfabetização matemática, numeracia, literacia, entre outras, os autores de livros didáticos abordam situações de aprendizagem que pouco convergem com as concepções apresentadas. Foi possível identificar com as entrevistas que a maioria dos alunos consegue perceber a presença da Matemática e algumas de suas ideias presentes em seu cotidiano. Com a proposição das situações relacionadas às competências numéricas, foi possível constatar que geralmente os alunos resolvem os problemas recorrendo a técnicas operatórias, e, no que diz respeito à capacidade crítica dos alunos, observamos certa insegurança por parte deles na tomada de decisões no processo de resolução das situações propostas.

Palavras-chave: Literacia, Numeracia, Alfabetização Matemática, Competência Numérica, Currículos de Matemática.

SALGADO, M. C. *Research on numerical* competencies *revealed by former students of* Elementary school. 2014. 157f. Dissertation (Masters in Mathematics Education) – Program of Studies Pos-Graduates in Mathematics Education. Pontifical Catholic University of São Paulo. São Paulo.

ABSTRACT

Our research aims to identify and analyze the different meanings that the terms *Literacy and Mathematics Literacy* appear in the Mathematics Education literature. From these notions, we aimed to: identify their presence in prescribed curricula and curricular materials presented; identify competences related to the use of numerical concepts and skills focusing on some critical capacity regarding its use; characterizing content and basic procedures that have involved the ability to use mathematical knowledge and procedures in real contexts. This study is guided by the following question-guideline: What are the skills numerical concepts presented by the graduating students of Basic Education? Seeking to answer it, we have organized our research in two complementary phases. At first we have conducted an exploratory study involving literature review and document analysis. The documents analyzed were from the National Curriculum Parameters II Elementary Education and Secondary Education, as well as two collections of textbooks referring to these two levels of education. In the second phase, we have developed a semi-structured interview guide. The subjects in this phase consisted of High School students from São Paulo district. For the understanding of the terms Literacy and Mathematics Literacy and their presence in the curriculum for Primary and Secondary Education, we have taken as reference the work of researchers such as: D'Ambrosio, Ole Skovsmose, Merrilyn Goos, Vince Geiger and Shelley Dole, João Pedro da Ponte, Lynn Arthur Steen and Joaquín Giménez. From these studies, we have concluded that although the approaches of different authors have specific nuances, they have common elements in order to translate into skills to be developed/enhanced by humans. Upon review of the documents, we have noticed that, when proposing and defending proposals titled as Mathematics literacy, numeracy, literacy, among others, the authors of textbooks have addressed learning situations that little have converged with the concepts presented. We have identified through interviews that most students can perceive the presence of Mathematics and some of its concepts in their daily lives. In relation to the numerical competence situations, it was found that generally students solve problems using mathematical operations but concerning the critical capacity of students, we have observed some uncertainty on making process decision in solving the proposed situations.

Keywords: Literacy, Numeracy, Mathematics Literacy, Numerical Competencies, Mathematics Curriculum.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA

Somos irremediavelmente
produto dos infinitos discursos
que nos atravessam e constituem.
Alfredo José Veiga-Neto (2002, p. 50)

1.1. Apresentação

Desde muito jovem aprendi a entender a educação e vê-la como meio de transformação. Penso ser pela educação que as gerações se transformam e se aperfeiçoam. Para uma sociedade nova são necessários seres humanos novos. Por isso, desde a infância a educação tem grande importância na formação do cidadão.

Da paixão pela Educação nasceu em mim o desejo de trabalhar como educadora, o que me levou a optar em cursar a Licenciatura em Matemática, o que possibilitaria, então, lidar com a disciplina que sempre gostei.

Ao cursar a Licenciatura fiquei ciente das dificuldades que encontraria, pois já no período de Estágio, quando tive o primeiro contato direto com a rotina escolar, notei que os professores, em sua grande maioria, reclamavam muito da profissão docente. Penso que não se pode deixar de analisar as dificuldades enfrentadas, mas saber que elas existem para serem rompidas.

Em 2010, ao cursar o último ano da Licenciatura teve início minha trajetória profissional como docente, em uma escola da rede pública estadual, onde atuei como professora eventual no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio. Apesar das dificuldades enfrentadas, com as quais todo professor iniciante se depara, sentia-me imensamente feliz.

No ano seguinte, já formada, dei continuidade ao meu trabalho em outra escola. Foi nessa época que recebi o convite do coordenador da Licenciatura em Matemática, da mesma instituição onde me formei, a realizar um trabalho com os alunos ingressantes do curso. Aceitei este trabalho como um desafio, pois havia acabado de concluir a formação inicial.

Pela estrutura curricular dessa instituição, os licenciandos em Matemática dispõem de um dia livre na semana para completar um total de horas em atividades acadêmico-científico-culturais. Para cumprirem parte dessas horas, a instituição autorizava a participação dos alunos em grupos de estudos, desde que realizados em dias e horários em que não houvesse aulas.

Segundo o coordenador do curso de Licenciatura em Matemática, os alunos ingressos participavam com frequência desses grupos, apresentando, no entanto, muitas dificuldades em direcionar seus estudos. Buscando amenizá-las, convidou-me para auxiliá-los, conduzindo alguns desses encontros semanais.

O grupo sob minha responsabilidade estudava conteúdos matemáticos por meio de aulas que funcionavam como uma espécie de nivelamento. O trabalho era realizado em conjunto com o professor da disciplina *Fundamentos da Matemática Elementar*, o qual me passava todo o conteúdo trabalhado e me orientava sobre as dificuldades dos alunos. A ideia de trabalhar os conteúdos dessa disciplina se deve ao fato de que ela abordava conteúdos tratados normalmente nos ensinos Fundamental e Médio.

Desde o início desse trabalho pude perceber que os alunos ingressantes, embora em nível acadêmico, trazem em sua bagagem dificuldades não apenas de aprender novos conteúdos e acompanhar o decorrer do curso que se dá num espaço curto de tempo, mas também em conteúdos matemáticos do Ensino Básico.

Nesse período, encontrei apoio por parte de meus ex-professores, incentivo por estar realizando um trabalho com universitários e motivação para continuar os estudos. Essa experiência me levou a vislumbrar a possibilidade de atuar no Ensino Superior, quando então senti a necessidade de aprimorar meus conhecimentos e procurar o mestrado em Educação Matemática.

Ao ingressar no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), inseri-me no Grupo de Pesquisa “Desenvolvimento Curricular em Matemática e Formação de Professores”.

Esse Grupo, vinculado à linha de pesquisa *A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores*, vem desenvolvendo diferentes projetos de pesquisa. Em função de minha trajetória profissional, optei por integrar ao projeto *A aprendizagem significativa e conhecimentos prévios: investigando o currículo de Matemática, em uma perspectiva* *construtivista*, que tem como objetivo levantar e analisar implicações curriculares decorrentes dos conhecimentos prévios dos estudantes, em relação a conceitos e procedimentos matemáticos.

Nas reuniões do Grupo de Pesquisa realizadas sobre esse projeto foram orientadores os estudos de David Ausubel, segundo o qual a aprendizagem significativa é o processo pelo qual uma nova informação recebida pelo sujeito interage com uma estrutura de conhecimento específica, orientada por conceitos relevantes, os conceitos subsunçores – ou conceitos incorporadores, integradores, inseridores, âncoras – determinantes do conhecimento prévio que ancora novas aprendizagens.

Nossa pesquisa focaliza a questão da Literacia, Materacia e Alfabetização Matemática, e procura discutir diferentes acepções com que estas ideias têm sido abordadas. Propõe-se também a identificar algumas competências ligadas ao uso de conceitos numéricos e focalizar a utilização desses conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativamente à sua utilização e caracterizar conhecimentos e procedimentos básicos que envolvam a capacidade de usar conhecimentos e procedimentos em contextos reais (situações relacionadas ao uso da matemática vivenciadas pelo aluno no cotidiano).

Para me aproximar da temática, realizei um levantamento de discussões sobre o tema na visão de diferentes autores, a saber: Ubiratan D’Ambrosio no Brasil; Ole Skovsmose, na Dinamarca, atuando no Brasil; Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole, na Austrália; João Pedro da Ponte, em Portugal; Lynn Arthur Steen, nos EUA, e Joaquín Giménez, na Espanha.

Com base no entendimento de várias acepções com que essa noção tem sido abordada, pretendemos[1] identificar competências ligadas ao uso de conceitos numéricos e focalizar a utilização desses conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativa a sua utilização e caracterizar conhecimentos e procedimentos básicos que envolvam a capacidade de usar conhecimentos e procedimentos em contextos reais. Para isso, organizamos uma pesquisa de campo, entrevistando seis sujeitos e propondo-lhes algumas situações da vida diária para observar se e como as resolvem.

[1] A partir deste ponto o foco narrativo será na primeira pessoa do plural.

Nessa perspectiva, elaboramos os seguintes objetivos de pesquisa:

- Identificar e analisar as diferentes acepções com que os termos *Literacia e Alfabetização Matemática* aparecem na literatura em Educação Matemática;
- Identificar sua presença em currículos prescritos e apresentados em materiais curriculares;
- Identificar competências relacionadas ao uso de conceitos numéricos e focalizar a utilização desses conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativamente ao seu uso;
- Caracterizar conhecimentos e procedimentos básicos que envolvem a capacidade de usar estes em contextos reais.

A partir desses objetivos, elaboramos a questão norteadora de nossa pesquisa: **QUAIS COMPETÊNCIAS RELACIONADAS AO USO DE CONCEITOS NUMÉRICOS APRESENTAM OS ALUNOS EGRESSOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA?**

A partir dessa questão passamos a estruturar nossa dissertação, organizada em quatro capítulos.

No capítulo 1 apresentamos nossa trajetória como estudante e o despertar para a continuação dos estudos em nível de pós-graduação. Anunciamos os objetivos e a questão norteadora da pesquisa, seguida da justificativa pela escola do tema investigado e dos procedimentos metodológicos.

No capítulo 2 expomos a abordagem teórica, fruto dos estudos realizados durante os primeiros meses do desenvolvimento da pesquisa, em que se faz uma análise das teorias e abordagens teóricas que podem contribuir para a compreensão dos termos *Literacia e Alfabetização Matemática*, e sua presença nos currículos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

O capítulo 3 se refere à discussão de documentos de orientação curricular e de materiais que apresentam o currículo de Matemática, quando procuramos identificar indícios de preocupação com competências e habilidades relacionadas à alfabetização matemática – a partir de sugestões/recomendações curriculares e do tratamento dado por materiais didáticos aos conteúdos matemáticos.

A pesquisa de campo, representada por um estudo de caso que visa responder nossa questão-diretriz, é apresentada no capítulo 4. Os instrumentos utilizados foram: entrevistas e proposição de situações-problema com alunos egressos do Ensino Médio buscando verificar relações referentes à Matemática escolar e a Matemática do cotidiano, estabelecidas por esses alunos. A análise permite observar de que forma eles fazem uso dos conhecimentos da *Literacia e Alfabetização Matemática* na resolução de problemas envolvendo situações do cotidiano.

Por fim, apresentamos nossas considerações e procuramos responder a questão de pesquisa.

1.2. Justificativa da escolha do tema

Como mencionado anteriormente, a escolha do tema teve forte relação com preocupações decorrentes de nossa trajetória profissional. Algumas delas expressas por questões como: Por que alunos com 11 anos de escolaridade (os antigos oito anos do Ensino Fundamental mais os três anos do Ensino Médio) e que ingressavam num curso superior apresentam dificuldades de acompanhar as disciplinas relacionadas à Matemática? O que foi feito com diferentes atividades, as diversas aulas que receberam ao longo de sua vida escolar? Como explicar esse "analfabetismo matemático"? Como as investigações que temos disponíveis na área de Educação Matemática podem nos ajudar a compreender esses fatos?

Com tais questionamentos, iniciamos uma busca por estudos relativos ao tema realizando um levantamento no Banco de Teses, organizado e mantido pela Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Encontramos dez pesquisas, entre teses e dissertações, com focos estabelecidos diferentemente em função das intenções dos autores ou dos projetos.

As teses e dissertações elencadas junto ao banco da CAPES foram selecionadas em consequência de consulta pelos termos: *Literacia Matemática*, *Alfabetização Matemática*, que apareceram não apenas no título dos trabalhos, mas também nas palavras-chave. Sendo assim, dentre as pesquisas selecionadas apresentamos também pesquisas que não têm relação com nossa investigação.

Com o levantamento das pesquisas, procuramos inicialmente identificar a visão que esses autores ou os participantes dessas pesquisas têm sobre a *literacia matemática* e justificar seu uso nas práticas escolares.

No trabalho intitulado *A cidadania no livro didático de Matemática: um diagnóstico a partir dos temas transversais trabalho e consumo*, Oliveira (2004) buscou identificar como a cidadania se apresenta no livro didático de Matemática, analisando como a mediação entre a cidadania e a Matemática é realizada a partir dos temas transversais Trabalho e Consumo, vistos na perspectiva dos temas geradores de Paulo Freire. Por meio da análise de livros didáticos de 5ª a 8ª séries, recomendados pelo Programa Nacional do Livro Didático, nos anos de 1999 e 2001, foram classificadas as atividades envolvendo percentagem, segundo os ambientes de aprendizagem, propostos por Ole Skovsmose. O autor constatou que alguns temas relevantes para a sociedade, passíveis de discussão no âmbito da Educação Matemática, não constam nos livros analisados. A quase totalidade das questões estava centrada na literacia, reforçando a necessidade da abordagem proposta por Ubiratan D'Ambrosio que contempla a literacia, a materacia e a tecnoracia. Identificou a presença de alguns passos iniciais em relação aos cálculos de tributos, mas a discussão da sua importância na sociedade, que permitiria um amplo diálogo entre a Matemática e a cidadania, não evoluiu.

Jacobini (2004), em sua tese de doutorado intitulada *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*, analisou as possibilidades de crescimento político dos estudantes, quando a modelagem matemática é adotada como estratégia de ensino e de aprendizagem. O autor inseriu o estudo no contexto da Educação Matemática Crítica destacando como referência os autores Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrosio e Ole Skovsmose. Para a coleta de dados, organizou três ambientes de aprendizagem, denominados cenários para investigação, com estudantes voluntários das séries iniciais dos cursos de Matemática e de Engenharia de Computação, ambos da Pontifícia Universidade Católica de Campinas. A análise dos dados indicou que o crescimento político dos atores nos cenários associa-se, de um lado, à conscientização política resultante da sua atuação em investigações diretamente relacionadas com os temas dos projetos de modelagem, nas discussões que acompanham os resultados obtidos e no debate a respeito do alcance desses resultados e sobre as consequências sociais do trabalho realizado. Do outro lado, esse crescimento associa-se com uma ação política que se concretiza por meio do envolvimento do estudante com a comunidade. Conclui o estudo indicando que o processo de crescimento político dos estudantes deve ser pensado como uma forma de alfabetização matemática, estreitamente relacionada com o núcleo de uma literacia matemática voltada para mudanças sociais.

A dissertação *Os números do "cotidiano" e os números da "escola" na Alfabetização Matemática: as mútuas implicações*, desenvolvida por Barbosa (2006), apresenta resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi investigar como um grupo constituído por dez crianças, de seis anos de idade, estabelecia relações entre os números presentes em seu cotidiano e os números apresentados no contexto escolar. Tratou-se de um estudo de caso do tipo clínico-crítico, fundamentado nos trabalhos de Delia Lerner e Patricia Sadovsky, Anne Sinclair, Ocsana Danyluk e Barbara Brizuela. Como resultados, a autora pondera que, conforme a interação das crianças com o meio, elas reconhecem os algarismos, nomeando-os, elaboram conjecturas sobre sua escrita numérica, atribuindo significados coerentes a essas escritas. Conclui que as crianças fazem uso dos números em ambiente não escolar, compreendendo e explicando os diferentes significados dos números; porém não conferem pouco significado àqueles apresentados no contexto da sala de aula, o que indica a ausência de proximidade entre as recomendações curriculares e a prática pedagógica no trabalho com números nos anos iniciais.

Brum (2006) produziu o trabalho *Produção discursiva na aula de matemática: uma interpretação sociointeracionista*, no qual apresenta resultados de análise sobre a produção discursiva de um grupo de alunos da 4ª e da 5ª séries e de dois professores, um polivalente e outro especialista da área de Matemática. A pesquisa, de abordagem qualitativa, utilizou a etnografia como metodologia; os dados foram coletados em uma escola de Pedagogia Freinet, no município de Campinas, por meio de gravação em áudio e entrevistas com os dois professores, a coordenadora e a diretora da escola. Como fundamentação, a autora recorreu às contribuições de Lev Vigotsky no tocante à concepção histórico-cultural da linguagem e do conhecimento; às concepções sociointeracionistas de análise do discurso, representadas pelas teorizações de Mikhail Bakhtin e Norman Fairclough; e às concepções sobre letramento e numeramento escolar. Como resultados, pondera ser a interação o elemento constituinte dos significados atribuídos aos conteúdos matemáticos, à terminologia usada pelo professor, e às formas de avaliação e que, portanto, moldam as práticas discursivas tanto de 4ª série como de 5ª série. Explicita, também, que essas práticas estão relacionadas com os papéis sociais assumidos; às formas de tratamento didático, aos valores e crenças compartilhados socialmente a respeito de uma maneira específica de uso da escrita; a atitudes, aceitáveis ou não em eventos; às concepções sobre a Matemática e escrita matemática presente; e, por fim, às subjetividades dos participantes das situações (alunos, professores, coordenadora pedagógica e diretora escolar).

A pesquisa de mestrado desenvolvida por Bueno (2009), intitulada *Alfabetização matemática: manifestações de estudantes do Primeiro Ciclo sobre Geometria*, observou como seis estudantes do primeiro ciclo do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal de Curitiba (dois do 1º ano, dois do 2º ano e dois do 3º ano) se manifestavam sobre triângulos e quadriláteros, em especial, quadrados e retângulos. A partir de desenhos, a autora buscou nos alunos o reconhecimento e explicações orais dessas figuras geométricas, procurando identificar como eles compreendiam cada uma delas, a partir da análise das manifestações orais e escritas. A pesquisa foi desenvolvida na abordagem qualitativa de enfoque interpretativo, e as atividades foram elaboradas e extraídas das propostas de Van Hieli. Com fundamentação as contribuições de Ocsana Danyluk, Ubiratan D'Ambrosio, Vinício de Macedo Santos e Carmén Gomez-Granell, a autora concluiu que nesse primeiro ciclo as crianças mostram compreensão conceitual em Geometria, embora não recorram à linguagem geométrica. Esses alunos se encontram no processo de alfabetização matemática em Geometria e apresentam dificuldade no reconhecimento de figuras em desenhos que não se assemelham a protótipos usualmente apresentados a eles.

A dissertação *A análise de um instrumento de letramento estatístico para o Ensino Fundamental II*, desenvolvida por Almeida (2010), apresenta um estudo sobre os fundamentos da didática da Educação Estatística e sua integração com a Educação Crítica e com a Modelagem Matemática, e a aplicação dessa integração na sala de aula com o desenvolvimento e a execução de projetos pedagógicos voltados para esse fim. Sobre os fundamentos teóricos da didática da Estatística, a autora observou que o planejamento da instrução deve possibilitar o desenvolvimento da literacia, do raciocínio e do pensamento estatístico, para que o ensino/aprendizagem seja feito com sucesso. Pondera que a Modelagem Matemática e o trabalho com projetos servem como estratégia pedagógica utilizada para conceber os projetos de ensino que buscam desenvolver essas capacidades. A Educação Crítica aparece nos projetos com a problematização do ensino, o trabalho com dados reais, contextualizados, o estímulo ao debate e ao diálogo, a desierarquização e a democratização da sala de aula, o incentivo à capacidade crítica, a valorização do conhecimento reflexivo e a preparação do estudante para interpretar o mundo, praticar o discurso da responsabilidade social e a linguagem crítica, incentivando a liberdade individual, a ética e a justiça social. Conjugando essas ideias, emerge a concepção de Educação Estatística Crítica, que se mostra presente nos projetos apresentados na dissertação.

A leitura das pesquisas localizadas no Banco de Teses da CAPES nos possibilitou identificar o que foi produzido sobre Literacia e Alfabetização Matemática. Observamos que os autores dos trabalhos centraram a investigação no processo de escolarização dos alunos da Educação Básica em seus diferentes níveis: anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Não encontramos, porém, pesquisas que tenham investigado alunos egressos desses níveis de ensino. Por isso, considerando importante ampliar o entendimento dessa temática, optamos por explorar especificamente a presença de conteúdos da Matemática no cotidiano de alunos que concluíram o Ensino Médio e como esses conteúdos se situam no contexto do currículo escolar apresentado ao professor.

1.3. Procedimentos metodológicos

Entendemos que pesquisar é dedicar-se à investigação mediados pelo trabalho disciplinado, sistemático e metódico visando encontrar informações que possam responder nossos questionamentos. Assim, conforme Gatti (2002), o fruto de nossa investigação é a produção de um corpo de conhecimento que transcenda o “entendimento imediato na explicação ou na compreensão da realidade que observamos”, visando produzir um conhecimento científico (p. 9). Essa pesquisadora evidencia a importância de critérios de escolhas dos procedimentos que subsidiarão a análise e a interpretação das informações coletadas no processo da pesquisa, uma vez que os resultados vão ao encontro não só de quem pesquisa, mas de um grupo que compartilha as mesmas inquietações, além de outros pesquisadores que poderão tomar esses resultados como ponto de partida para novas investigações (GATTI, 2002).

Atentos às orientações e às evidências de Gatti (2002) e em busca de responder a questão norteadora, organizamos nossa pesquisa em duas fases complementares.

Na primeira, realizamos um estudo exploratório envolvendo levantamento bibliográfico, análise documental e análise de exemplos que estimulassem a compreensão da problemática que pretendíamos verificar.

Nessa etapa, nosso propósito era desenvolver, esclarecer e modificar concepções e ideias para a formulação de abordagens posteriores. Sentíamos necessidade de constituir um maior conhecimento acerca do assunto, a fim de que pudéssemos formular problemas mais precisos ou criar hipóteses que pudessem ser pesquisadas por estudos posteriores, como sugere Gil (1991) ao ponderar que “a pesquisa exploratória tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema” (p. 45). Esse autor chama a atenção para o fato de que a pesquisa exploratória permite ao pesquisador o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições, de novas ideias.

Como nosso tema envolve concepções em relação às quais tínhamos poucas informações, optamos então por concentrar nossas primeiras atividades na pesquisa exploratória acerca desse assunto. Sabíamos que uma das características de uma pesquisa exploratória é sua flexibilidade, de modo que quaisquer aspectos relativos ao fato estudado têm importância. Sabíamos, também, que para desenvolvê-la poderíamos realizar levantamento bibliográfico, documental, entrevistas ou questionário envolvendo pessoas que tiveram alguma experiência com o problema. Utilizamos então pesquisa bibliográfica e documental.

Na pesquisa bibliográfica busca-se conhecer e analisar as contribuições culturais ou científicas existentes sobre um determinado tema, assim seu objetivo é desvendar, recolher e analisar contribuições teóricas que diversos autores fizeram sobre um determinado tema. Nessa perspectiva, Cervo e Bervian (1996) consideram que a pesquisa bibliográfica “é meio de formação por excelência. Como trabalho científico original, constitui a pesquisa propriamente dita na área das Ciências Humanas. Como resumo de assunto, constitui geralmente o primeiro passo de qualquer pesquisa científica” (p. 48).

Lüdke e André (1986) expõem que a análise documental “pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos”, pois, a partir do que expõem os documentos, podem-se desvelar “aspectos novos de um tema ou problema” (p. 38).

Os documentos são entendidos por nós como “quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano”

(PHILLIPS[2] *apud* LUDCKE e ANDRÉ, 1986, p. 38). Portanto, os documentos que trataremos nesta investigação serão os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental do terceiro e quarto ciclos e do Ensino Médio, além de análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental II e uma coleção do Ensino Médio.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio analisados na investigação são publicações do Ministério da Educação, por meio da Secretaria da Educação Básica.

Quanto às coleções de livros didáticos, serão analisadas a coleção do Ensino Fundamental II *Descobrindo e aplicando a Matemática,* composta por quatro volumes e aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2014, e a coleção do Ensino Médio, *Matemática: contextos e aplicações*, composta por três volumes e aprovada pelo PNLD 2012.

Compreendemos que a pesquisa bibliográfica muito se assemelha à pesquisa documental. As diferenças podem ser observadas a partir de alguns elementos tais como: (1) as fontes de dados da pesquisa documental são sempre primárias, algumas delas compiladas no momento do fato, outras algum tempo depois, e que não foram tratadas com o foco específico para o tema em estudo; (2) a pesquisa bibliográfica, sempre utilizando fontes secundárias, compreende as obras já editadas abordando o tema em estudo; (3) os objetivos da pesquisa bibliográfica geralmente são muito amplos, sendo, assim, indicada para gerar maior visão sobre o problema ou torná-lo mais específico; enquanto isso, os objetivos da pesquisa documental são específicos, quase sempre visando à obtenção dos dados em resposta a determinado problema.

Na segunda fase, com o intuito de obter um maior aprofundamento do nível de conhecimentos dos alunos em relação ao conteúdo investigado, elaboramos um roteiro de entrevista semiestruturada. De acordo com May (2004), nesse tipo de entrevista tem-se mais espaço para sondar além das respostas e, assim, estabelecer um diálogo com o entrevistado.

No intuito de identificar possíveis relações estabelecidas pelos alunos entre a matemática escolar e a matemática do cotidiano, procurou-se obter informações junto a

---

[2] PHILLIPS, B. S. *Pesquisa social*: estratégias e prática. Tradução de V. Paiva. Rio de Janeiro: Agir, 1974.

uma amostra de seis alunos egressos do Ensino Médio, acerca dessa variável, assim como sobre potenciais fatores explicativos: sociodemográficos, específicos/escolares e pessoais.

O grupo de entrevistados foi constituído por alunos egressos do Ensino Médio de escolas paulistanas, e os sujeitos selecionados deveriam ter concluído essa etapa escolar no ano de 2012, com idade entre 17 e 20 anos.

A busca dos sujeitos deu-se inicialmente na instituição onde trabalho atualmente, em que foram escolhidos quatro desses sujeitos cursando o primeiro semestre do ensino superior. Os outros dois sujeitos, que também cursavam o primeiro semestre do ensino superior, foram localizados por intermédio de alguns amigos professores que conheci em minha trajetória docente.

Escolhidos os sujeitos da pesquisa, bem como os passos a serem percorridos, iniciou-se o processo de entrevistas seguindo um roteiro previamente estabelecido. O roteiro utilizado foi constituído por 11 questões, das quais cinco eram relacionadas ao contexto escolar vivenciado pelos alunos, e as outras seis questões, pautadas no ensino da Matemática, a que esses alunos foram submetidos no Ensino Médio.

As entrevistas foram realizadas individualmente com os alunos participantes, gravadas em áudio, com duração de 20 a 40 minutos. Aconteceram entre os meses de abril e maio de 2013 em ambientes distintos, de acordo com as possibilidades de cada entrevistado.

Transcritas as entrevistas, iniciou-se o processo de verificação do conteúdo delas, no qual procurou-se analisar não só o que estava descrito, mas também aprofundar no sentido de identificar mensagens explícitas em gestos, olhares etc.

O processo de análise desses dados foi desenvolvido com base em nossos referenciais teóricos Lynn Arthur Steen e Joaquín Giménez, quando buscamos identificar por meio de situações-problema quais competências revelavam os alunos egressos da Educação Básica.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

A atividade científica resulta de um processo cumulativo de aquisição do conhecimento. A elaboração de uma pesquisa se faz à partir do conjunto de dados acumulados de todas as outras pesquisas precedentes realizadas naquela área, sobre um determinado assunto. Cada pesquisa acrescenta um elo adicional de conhecimento para formar uma rede complexa de resultados sobre um determinado fenômeno. Por isso, ao iniciar uma pesquisa, é preciso ler e estar ciente do conjunto de conhecimento acumulado sobre o problema que você quer investigar.

Prof^a Dr^a. Marina Bandeira, notas de aula

Neste capítulo reunimos os apontamentos realizados a partir da leitura de alguns autores, de diferentes países com o propósito de apresentar algumas discussões sobre as várias acepções com que a noção de *Literacia* e *Alfabetização Matemática* tem sido abordada. Tomamos como referência os trabalhos dos pesquisadores Ubiratan D'Ambrosio, no Brasil; Ole Skovsmose, na Dinamarca; Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole, na Austrália; João Pedro da Ponte, em Portugal; Lynn Arthur Steen, nos Estados Unidos; e Joaquín Giménez, na Espanha.

2.1. As contribuições de Steen

Lynn Arthur Steen é professor emérito de Matemática do *St. Olaf College*, e autor de livros e artigos na área de Educação Matemática. Como pesquisador, tem coordenado diversas pesquisas sobre literacia em Matemática e liderado o grupo de trabalho *Quantitative Literacy Design Team,* constituído por dezesseis pesquisadores em Matemática e Educação Matemática.

Em 2001, Steen organizou o livro *Mathematics and Democracy: the case for quantitative literacy* publicado pela *National Council on Education and the Disciplines*. Em 2002, a revista *Educação e Matemática*, da Associação de Professores de Matemática de Portugal, no número temático "A Matemática e as Profissões", publicou a tradução da primeira parte do livro, em artigo intitulado “A problemática da literacia quantitativa”, sobre o qual passaremos a discutir.

Nesse texto, Steen (2002) chama a atenção para as competências necessárias para um mundo moderno. Afirma que, para cidadãos quantitativamente letrados, mais do que o conhecimento de fórmulas e equações, há necessidade de predisposição para observarem o mundo com olhos matematicamente críticos, a fim de se aperceberem dos benefícios (e riscos) da aplicação do pensamento quantitativo nos assuntos cotidianos e para abordarem problemas complexos com confiança no valor do raciocínio ponderado.

O autor explicita que o *National Center for Education Statistics* (NCES) considera que a *literacia quantitativa* compreende atributos como a capacidade de um indivíduo para identificar e compreender o papel que a Matemática desempenha no mundo, para formar juízos de valor conveniente e matematicamente fundamentados e para fazer uso da Matemática por formas que vão ao encontro de suas necessidades presentes e futuras, enquanto cidadão preocupado, responsável e produtivo. Nesse sentido,

> a *literacia quantitativa* confere às pessoas o poder de pensarem por si próprias, de colocarem questões inteligentes, e de confrontarem as autoridades com confiança, sendo tais competências necessárias para adaptar-se ao mundo moderno (STEEN, 2002, p. 80).

Assim, o processo de Educação Matemática ao qual os indivíduos são submetidos centra-se por apresentar situações que promovam o desenvolvimento de competências e habilidades para a leitura e intervenção no mundo de modo crítico e ativo, em que os sujeitos mobilizam seus conhecimentos matemáticos para selecionar, organizar e interpretar diferentes informações que fazem parte de seu cotidiano. Logo, não basta apenas a apropriação de fórmulas e procedimentos mecânicos, mas desenvolver e fazer uso do pensamento matemático, uma vez que “o rápido aumento das diferentes utilizações do pensamento quantitativo, nos locais de trabalho, na educação e em praticamente todas as outras áreas do desempenho humano, tornou-se, para muitos, ainda mais importante” (STEEN, 2002, p. 79).

O autor pondera que a expressão *literacia quantitativa* é utilizada em alguns currículos em substituição à Estatística, porém ambas têm significados diferentes. Também não se trata de Matemática,

> a literacia quantitativa define-se como um hábito mental, como uma forma diferente de abordar problemas, que emprega e promove o uso da estatística e da matemática. Contrariamente à estatística, [...] a numeracia tem como base, no geral, a lógica da certeza. Ao contrário da matemática, [...] a numeracia está ancorada a dados que provêm e estão fortemente associados ao mundo empírico (STEEN, 2002, p. 81).

A literacia quantitativa envolve conhecimentos matemáticos relacionados às situações do contexto que vivenciamos no dia a dia; não nega, no entanto, os conhecimentos matemáticos construídos a partir do currículo escolar, mas baseia-se em dados reais no sentido de serem problemas que fazem parte da vida dos seres humanos, por exemplo, situações envolvendo compras na feira, no mercado; análise e cálculo de uma fatura de cartão de crédito, da conta de telefone, de luz ou de água; análise de informações veiculadas em jornais, revistas ou *sites* da internet por meio de dados percentuais ou outros índices. No entender de Steen (2002), “o exame da numeracia, como para qualquer literacia, testa a capacidade de uma pessoa aplicar adequada e naturalmente as suas competências numa diversidade de contextos distintos” (p. 82).

Steen (2002) explicita haver diferentes termos relacionados à competência de resolver problemas no cotidiano de aspectos quantitativos: literacia quantitativa, numeracia, literacia matemática, raciocínio quantitativo, ou ainda Matemática. Pontua que cada um desses termos implica diferentes nuances e conotações.

A propósito dos termos investigados nesta pesquisa, uma das primeiras definições para o termo *numeracia* constou em um relatório produzido pelo governo britânico sobre o ensino de Matemática:

> desejaríamos que o termo numeracia implicasse a posse de dois atributos. O primeiro consiste no “à vontade” com os números e na capacidade de aplicar competências matemáticas, que permitam a um indivíduo lidar com as exigências práticas da vida quotidiana. O segundo representa a capacidade de valorizar e compreender a informação apresentada em termos matemáticos. (COCKCROFT[3] *apud* STEEN, 2002, p. 82).

No artigo, Steen (2002) cita a *National Adult Literacy Survey,* avaliação nacional sobre alfabetização realizada pelos estadunidenses acima dos 16 anos de idade, organizada pela *National Center for Education Statistics*. Segundo o relatório de 1993 dessa avaliação, a literacia quantitativa refere-se a “conhecimento e competências necessárias na aplicação

[3] COCKCROFT, W. H. *Mathematics Counts*. London: Her Majesty’s StationeryOffice, 1982.

de operações aritméticas, isoladas ou sequenciais, à informação quantitativa surgida nos materiais impressos (por exemplo, fazer o balanço do saldo da conta bancária ou preencher um formulário)” (p. 82).

Steen (2002) faz referência também à primeira edição, em 2000, da *International Life Skills Survey*, uma avaliação internacional coordenada pela *Organização para a Cooperação Econômica e Desenvolvimento* (OCDE), na qual o propósito foi avaliar o desempenho de jovens de 15 anos residentes em países do Hemisfério Norte. No tocante à expressão literacia quantitativa, o relatório dessa avaliação considera um “conjunto das competências, conhecimentos, convicções, disposições, hábitos mentais, capacidades comunicativas e de resolução de problemas necessárias a uma eficiente desenvoltura perante a variedade de circunstâncias quantitativas que surgem na vida e no trabalho” (STEEN, 2002, p. 82).

No artigo, há também a referência ao *Programme for International Student Assessment* (PISA) de 2000, o qual designa *literacia matemática*:

> [...] capacidade de um indivíduo para identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, para formar juízos de valor conveniente e matematicamente fundamentados e para fazer uso da matemática por formas que vão de encontro às suas necessidades presentes e futuras, enquanto cidadão preocupado, responsável e produtivo (STEEN, 2002, p. 82).

Steen (2002) pondera que cada uma dessas concepções apresenta diferenças significativas entre elas. Considera a literacia quantitativa correspondente análoga da *literacia verbal*, ao que se refere a competências e habilidades necessárias à participação na atual sociedade. Para ele, além das definições, é preciso considerar suas aplicações ou formas como a literacia quantitativa se materializa nas diferentes atividades sociais: cidadania, cultura, educação, profissões, finanças, saúde, administração e trabalho.

Nessa perspectiva, o autor propõe algumas formas de expressão da literacia quantitativa:

> Saber como dividir a conta do restaurante por três;
>
> Comparar opções para empréstimos ou para compra de um automóvel;
>
> Ler e compreender as tabelas de calorias e nutrientes presentes em produtos alimentares;
>
> Verificar os movimentos da conta bancária e procurar possíveis fontes de erro;

> Analisar as proporções indicadas nas receitas de culinária e converter unidades de peso e volume;
>
> Saber fazer estimativas, mentalmente, de descontos, gorjetas e preços;
>
> Compreender os efeitos dos juros compostos;
>
> Interpretar os horários dos transportes e mapas (STEEN, 2002, p. 83).

O autor considera relevantes para os estudantes de hoje e cidadãos de amanhã algumas das mais sofisticadas expressões, associadas ao raciocínio quantitativo, que se tornaram comuns na nossa sociedade conduzida por números. Segundo ele, algumas servem primariamente objetivos pessoais, enquanto outras, os objetivos de uma sociedade democrática, que juntas fornecem um retrato diversificado da numeracia no mundo moderno.

Na sequência, Steen (2002) faz uma breve discussão sobre as expressões por ele citadas anteriormente.

Quanto à cidadania, considera que praticamente todos os grandes assuntos de interesse público – desde a saúde à segurança social, a economia internacional às reformas do sistema social – dependem de números, projeções, inferências e do tipo de pensamento sistemático que constitui os alicerces da literacia quantitativa, tais como:

> Compreender que diferentes amostragens combinadas com estimativas estatísticas aumentam a precisão de um censo;
>
> Compreender que diferentes sistemas eleitorais (por exemplo, maioria absoluta, maioria relativa, proporcionais) podem influenciar os resultados das eleições;
>
> Compreender os riscos expressos em ordens de grandeza comparáveis e o significado de números de ordem de grandeza reduzida (por exemplo, 10 ppm ou 250 ppb);
>
> Compreender que determinados acontecimentos (como a propagação do cancro) poderão dever-se exclusivamente ao acaso;
>
> Analisar dados de natureza económica e demográfica para apoiar ou refutar propostas políticas;
>
> Compreender as diferenças entre taxas e alterações às taxas, como por exemplo, comparar um declínio nos preços com um declínio nas taxas de crescimento dos preços;
>
> Compreender o cálculo de médias ponderadas, usadas no acesso às faculdades ou na classificação de cidades, produtos, investimentos e equipas desportivas;
>
> Identificar, em inquéritos, algumas manifestações comuns de preconceitos ou tendências, tais como a existência de vocabulário pobre, de respostas fechadas (pré-fornecidas) e de questões politicamente correctas;
>
> Compreender que pequenas amostras podem traduzir correctamente a opinião pública, que erros de amostragem reduzem a sua precisão e que amostragens tendenciosas podem influenciar os resultados;

> Reconhecer que a aparente existência de distorções na contratação de funcionários ou na sua promoção pode ser um artifício da forma como os dados estão agrupados;
>
> Compreender os argumentos quantitativos presentes em panfletos políticos (por exemplo, sobre verbas escolares ou impostos);
>
> Compreender os resultados dos exames escolares apresentados em percentagem ou percentil e o seu significado, tendo em conta a qualidade das escolas (STEEN, 2002, p. 84-85).

No que se refere à cultura, o autor ressalta que, como se espera que homens e mulheres instruídos possuam conhecimentos de história, literatura e arte, também deverão saber – pelo menos, em termos genéricos – sobre a história, a natureza e o papel da Matemática na nossa cultura. Esse aspecto da literacia quantitativa é mais frequentemente articulado nos objetivos estabelecidos pelas universidades, tendo em vista uma educação liberal, como nos exemplos:

> Compreender que a Matemática é uma disciplina dedutiva, em que as inferências só são verdadeiras se as premissas se verificarem;
>
> Compreender o papel desempenhado pela Matemática na revolução científica e as funções que ainda hoje desempenha;
>
> Compreender as diferenças entre inferências dedutivas, científicas e estatísticas;
>
> Compreender o poder (e perigos) da utilização dos números na estruturação política da sociedade contemporânea;
>
> Compreender o significado histórico do zero e do valor posicional no nosso sistema numérico;
>
> Relacionar a história da Matemática com o desenvolvimento da cultura e da sociedade;
>
> Compreender que as conjecturas influenciam o comportamento dos modelos matemáticos e saber como utilizá-los para tomar decisões (STEEN, 2002, p. 85).

A propósito da educação, para Steen (2002), áreas científicas como a física, a economia e as engenharias sempre exigiram sólidos conhecimentos de cálculo. Hoje em dia, nessas áreas são igualmente importantes outros aspectos da literacia quantitativa (como a Estatística e a Matemática discreta). Contudo, já outras disciplinas acadêmicas têm aumentado o seu grau de exigência, requerendo que os alunos possuam conhecimentos quantitativos significativos, tais como:

> A biologia exige conhecimentos de informática (para elaborar uma base de dados do genoma humano), de estatística (para apreciação de experiências laboratoriais), de probabilidade (para o estudo da hereditariedade) e da análise matemática (para determinação de taxas de desenvolvimento);

> A medicina exige alguns conhecimentos de estatística (para verificação de ensaios clínicos), de probabilidade (para comparar riscos) e de análise (para a compreensão do comportamento dos sistemas eléctricos, bioquímicos e cardiovasculares do nosso organismo);
>
> As ciências sociais atribuem cada vez mais importância a dados recolhidos através de inquéritos e censos ou presentes em registos históricos ou arqueológicos. Logo, a estatística torna-se tão indispensável nas ciências sociais, quanto a análise matemática nas engenharias;
>
> Os avanços científicos no estudo dos mecanismos do cérebro têm vindo a transformar a psicologia numa ciência biológica, que requer amplos conhecimentos de estatística, informática e de ainda outros aspectos quantitativos;
>
> O tremendo impacto da utilização de gráficos concebidos em computador nas artes visuais (cinema, fotografia, escultura) deve-se à aplicação de conhecimentos matemáticos, em particular da análise, geometria e algoritmos, numa área que, até então, se encontrava relativamente desprovida de números;
>
> A interpretação de acontecimentos históricos depende, cada vez mais, da análise de provas e evidências numéricas (fornecidas por estatísticas governamentais ou indicadores económicos) e da verificação e datação de artefactos;
>
> Até o estudo das línguas tem sido influenciado por metodologias lógicas e quantitativas, sobretudo na linguística, nas concordâncias e na recente área da tradução automática (STEEN, 2002, p. 85).

Sobre as profissões, o autor pondera que, à medida que a interpretação de dados tem se tornado cada vez mais relevante em decisões que afetam a vida das pessoas, espera-se agora que os profissionais de praticamente todas as áreas sejam versados na utilização de ferramentas quantitativas, como nos exemplos a seguir:

> Os advogados aplicam uma lógica meticulosa na defesa dos seus casos e servem-se de argumentos subtis sobre probabilidades para estabelecerem ou refutarem a designada "dúvida razoável";
>
> Os médicos necessitam de possuir conhecimentos estatísticos e capacidade para identificar e explicar riscos com clareza, de modo a obterem um "consentimento informado";
>
> Os contabilistas necessitam compreender leis e regulamentações complexas sobre ordenados e despesas, de modo a explicar e verificar as contas dos seus clientes;
>
> Os administradores escolares lidam frequentemente com assuntos complexos como a calendarização, orçamentos, inventários e planificações – todos eles possuindo uma variedade de dimensões quantitativas;
>
> Os jornalistas necessitam de conhecimentos sofisticados de natureza quantitativa (sobretudo de riscos, taxas, amostragens, inquéritos e dados estatísticos), de modo a desenvolverem um ponto de vista informado e crítico dos acontecimentos;
>
> Os chefes de cozinha recorrem a ferramentas quantitativas para planearem horários, compararem o lucro final com o preço dos ingredientes e para equilibrarem o valor nutritivo das refeições;
>
> Os arquitectos utilizam a geometria e os gráficos de computador para conceberem e desenharem estruturas, utilizam a estatística e as probabilidades

> para modelarem os seus aspectos práticos e a análise matemática para a compreensão dos princípios da engenharia (STEEN, 2002, p. 85-86).

Em relação às finanças, o autor avalia que a boa administração do dinheiro constitui, provavelmente, o contexto mais frequente no qual a pessoa comum se depara com assuntos sofisticados de natureza quantitativa. Curiosamente, é também uma área fortemente negligenciada no tradicional currículo acadêmico de Matemática. Portanto, para uma boa administração seria fundamental:

> Compreender a desvalorização e os seus efeitos na compra de um automóvel ou de equipamento informático;
>
> Comparar as diversas opções oferecidas pelos cartões de crédito, tendo em conta que as diferentes taxas de juros variam consoante os períodos de tempo considerados;
>
> Compreender a relação entre ganhos e tempo da aplicação nos planos de reforma;
>
> Compreender os benefícios da diversificação dos investimentos e da homogeneização de dividendos;
>
> Calcular os impostos e compreender as suas implicações em decisões financeiras;
>
> Estimar os custos, a longo prazo, da redução dos pagamentos fixos mensais do cartão de crédito;
>
> Compreender as relações entre os diferentes factores que afectam as hipotecas (por exemplo, amortizações extraordinárias, juros variáveis ou fixos, pagamentos mensais e prazos de duração);
>
> Utilizar a internet para planear viagens e tomar decisões com elas relacionadas (escolher destinos, fazer reservas);
>
> Compreender que não existem esquemas ou maneiras fáceis de ganhar a lotaria;
>
> Escolher planos de seguro, de reforma ou de finanças para a aquisição de uma casa (STEEN, 2002, p. 86).

Na área da saúde, Steen (2002) considera que, à medida que os pacientes começaram a participar com os médicos nas decisões sobre a sua saúde, e uma vez que o custo dos serviços médicos tem aumentado progressivamente, as competências quantitativas vêm se tornando cada vez mais necessárias neste importante aspecto da vida das pessoas. Assim, torna-se necessário saber:

> Interpretar estatísticas médicas e formular questões pertinentes acerca das diferentes opções de tratamento, tendo em conta os riscos conhecidos e as condições da sua saúde pessoal;
>
> Compreender as dosagens de fármacos e relacioná-las com o peso corporal, duração da medicação e a sua interacção com outros medicamentos;

> Pesar custos, benefícios e riscos de novos medicamentos publicitados;
>
> Compreender os termos e as condições de diferentes tipos de seguros de saúde. Verificar a exactidão de contas e pagamentos de seguros;
>
> Saber equilibrar quantitativamente os hábitos alimentares com exercício físico;
>
> Compreender o significado de expressões-chave contidas nos resumos médicos (STEEN, 2002, p. 86).

No contexto da administração, para o pesquisador, muitas pessoas necessitam de competências quantitativas para administrar pequenos negócios, organizações sem fins lucrativos ou mesmo para gerenciar suas funções, enquanto membros de conselhos e comitês de empresas. Desta forma cabe aos mesmos:

> Identificar padrões nos relatórios da empresa, de modo a detectar tendências de custos, vendas e procura;
>
> Desenvolver um plano de negócios que inclua custos, inventários e o número de empregados necessários para uma pequena loja;
>
> Determinar o ponto de equilíbrio entre a produção e a venda de um novo produto;
>
> Saber reunir e analisar dados, de modo a aumentar o lucro;
>
> Rever o orçamento de uma pequena organização sem fins lucrativos e compreender as suas tendências mais relevantes;
>
> Compreender as limitações de tirar conclusões a partir de dados contidos numa pequena amostra;
>
> Saber calcular os diferentes fusos horários e os câmbios de outros países (STEEN, 2002, p.86- 87).

A propósito do trabalho, Steen (2002) avalia que quase todas as pessoas usam, de alguma forma, instrumentos quantitativos no seu trabalho, nem que seja apenas para calcularem os seus salários e benefícios. Grande parte da numeracia necessária numa determinada função é específica dela, mas existem outras partes que não o são, como mostram os exemplos:

> Elaborar um calendário ou um diagrama em árvore para um projeto complexo;
>
> Pesquisar, interpretar e aplicar fórmulas relacionadas com a função desempenhada;
>
> Utilizar folhas de cálculo para modelar cenários distintos na venda de produtos e conceber gráficos que ilustrem essas diferentes opções;
>
> Compreender e utilizar a notação exponencial e escalas logarítmicas enquanto formas de medição;
>
> Utilizar e atualizar gráficos de controlo de qualidade;
>
> Otimizar redes de comunicação para desenvolver estratégias eficazes de planificação de procedimentos;

> Compreender a importância do controlo de qualidade realizado por meios estatísticos e compreender os processos de controlo estatístico (STEEN, 2002, p. 87).

Na sequência, o autor discorre sobre as competências da literacia quantitativa. Em seu entender, uma relação de competências pode ser útil para os diferentes atores do processo educacional a planejarem o currículo, abordando temas importantes e dando suporte para que os professores possam avaliar aprendizagens construídas por seus alunos.

Nesse sentido, faz menção ao apêndice do relatório sobre literacia quantitativa da *Mathematical Association of America*, que apresenta uma lista de competências incluindo temas de aritmética, geometria, álgebra, estatística e otimização. Steen (2002), ao considerar esse conjunto de temas, tece suas considerações sobre competências relativas a cada um deles:

> Aritmética: ter facilidade em cálculos aritméticos simples e mentais; fazer estimativas de cálculos aritméticos; raciocinar com proporções; contar por vias indiretas (combinatórias).
>
> Dados: utilizar a informação transmitida por conjuntos de dados, gráficos e tabelas; fazer inferências a partir de dados; reconhecer a desagregação como um fator na interpretação de dados.
>
> Informática: utilizar folhas de cálculo, registar dados, fazer cálculos, elaborar gráficos, extrapolar, construir retas ou curvas de regressão.
>
> Modelação: formular problemas, identificar padrões e tirar conclusões; reconhecer as relações existentes em sistemas complexos; compreender modelos lineares exponenciais, multivariáveis e de simulação; compreender o significado de diferentes taxas de crescimento.
>
> Estatística: compreender a importância da variabilidade; reconhecer as diferenças entre correlação e causalidade, entre experiências realizadas ao acaso e observações científicas, entre a ausência de efeito e a ausência de efeitos estatísticos significativos (sobretudo com pequenas amostras), e entre significado estatístico e significado prático (sobretudo com amostras grandes).
>
> Acaso: compreender que coincidências igualmente improváveis são comuns; avaliar os riscos a partir das evidências observadas; compreender a importância da utilização de amostras recolhidas ao acaso.
>
> Raciocínio: usar um pensamento lógico; reconhecer os níveis de rigor usados nos métodos de inferência; verificar hipóteses; fazer generalizações com rigor e cautela (STEEN, 2002, p. 87).

A partir desse conjunto de competências, Steen (2002) apresenta sua distinção entre os termos *literacia quantitativa e literacia matemática*: a *literacia quantitativa* “dá ênfase à utilização da matemática e da lógica na resolução de problemas do dia a dia”, e a *literacia matemática* “dá ênfase à utilização de vocabulário e instrumentos matemáticos tradicionais” (p. 87).

É possível perceber que a primeira está relacionada ao conjunto de conhecimentos e procedimentos matemáticos com conhecimentos e procedimentos próprios de cada indivíduo, mobilizados para resolver situações-problema no cotidiano; a segunda concerne aos conhecimentos e procedimentos matemáticos apresentados pelo currículo, em seus diferentes níveis: prescrito, material didático, planos de aula, situações de aprendizagem, avaliação da aprendizagem etc.

Outra questão abordada por Steen é a contextualização da literacia quantitativa. Para o autor, contrariamente à Matemática, à Estatística e a bastantes outros tópicos escolares, a literacia quantitativa é indissociável do seu contexto. Sob essa perspectiva, assemelha-se mais à escrita do que à álgebra, ou mais à oralidade do que à história, uma vez que não possui nenhum conteúdo próprio, mas herda-o do contexto em que se encontra.

Para esse autor, a abstração é o que torna a Matemática tão atraente; é o que permite que os métodos derivados de um contexto possam ser aplicados em outros contextos. No entanto, a abstração não é um objetivo da numeracia; em vez disso, a numeracia está vinculada ao específico, dispondo de todos os aspectos relevantes do seu contexto para chegar a conclusões.

Deste modo, Steen (2002) considera que os professores deverão encorajar os alunos a observar e a aplicar a Matemática em tudo o que façam para permitir que se tornem quantitativamente letrados. Para ele, a numeracia é conduzida por assuntos e temas importantes na vida e trabalho das pessoas comuns, e não pelas eventuais necessidades de uma minoria, que venha a empregar profissionalmente os seus conhecimentos de Matemática e Estatística. Assim, no ensino da literacia quantitativa, o conteúdo deverá ser indissociável da pedagogia e o contexto inseparável do conteúdo, dado que a numeracia é onipresente, não faltam oportunidades para o seu ensino ao longo do currículo escolar. O autor acredita que os alunos só desenvolverão hábitos mentais característicos de pessoas quantitativamente letradas se, no período da aprendizagem, se confrontarem com elementos e expressões quantitativas em contextos reais e com significado. A numeracia, à semelhança das outras literacias, é da responsabilidade de todos.

Nessa perspectiva, Steen (2002) considera que a inserção da numeracia nos múltiplos aspectos da vida das pessoas – desde a educação, trabalho e saúde à cidadania e finanças – coloca-nos perante um fenômeno de evolução rápida que, na melhor das hipóteses, mal compreendemos. Segundo ele, os americanos levaram décadas, até mesmo séculos, para reconhecer a importância pública da literacia, sendo comuns as campanhas a favor da literacia, que atualmente se incluem nas prioridades políticas. Entretanto, existe pouca preocupação pública acerca de numeracia, exceto por uma obsessão mal informada sobre resultados dos exames nacionais e cálculos das médias para ingresso no Ensino Superior, por parte de pessoas mal informadas (e iletradas). O público parece não entender a crescente demanda por alfabetização quantitativa nem as consequências do analfabetismo numérico generalizado.

Segundo o autor, quem nunca experimentou o poder do pensamento quantitativo frequentemente subestima a sua importância, especialmente para a sociedade futura. Contrariamente, porque a problemática tem sido a peça-chave do currículo, a maioria dos adultos reconhece a sua importância mesmo sem se sentir à vontade sobre a sua verdadeira natureza. Entretanto, como citado pelo autor, a numeracia não é Matemática e a opinião pública sobre a formação matemática não se transfere automaticamente para a necessidade de literacia quantitativa.

Assim, o pesquisador considera um desafio crucial na campanha pela alfabetização a mobilização de vários profissionais para os quais a literacia numérica seja particularmente importante. Ressalta que a qualidade do tratamento médico depende de pacientes numericamente letrados, assim como a implementação de medidas políticas sensatas, por exemplo, depende de cidadãos numericamente letrados. Segundo ele, os dirigentes responsáveis pela educação, economia e política têm interesse na existência de uma população numericamente letrada (mesmo que, por vezes, se aproveitem da ignorância do público para promover produtos ou políticas questionáveis). No entanto, focam naturalmente a sua atenção aos instrumentos existentes, como padrões matemáticos, testes de conclusão do Ensino Médio, testes de admissão ao Ensino Superior, testes de colocação no Ensino Superior, e (de vez em quando) requisitos de graduação do Ensino Superior.

Steen (2002) conclui que se, de fato, a literacia quantitativa se tornar cada vez mais importante e necessária, o que parece ser inevitável (ainda que de maneiras distintas em diferentes grupos), um segundo desafio será ampliar os tradicionais instrumentos usados nas políticas de educação, de modo a dar ênfase à literacia quantitativa. Assim, à medida que o século XXI se desenrola, a literacia quantitativa passará a ser assimilada não apenas como uma pequena variação do que as gerações do século XX experimentaram, mas como uma medida vantajosa e radicalmente inovadora, com a qual passaremos a abordar, de forma bem diferente, a educação, a política e o trabalho.

2.2. As contribuições de D'Ambrosio e de Skovsmose

O educador brasileiro Ubiratan D'Ambrosio, em artigo intitulado "Sociedade, cultura, matemática e seu ensino", considera que proporcionar aos jovens uma visão crítica dos instrumentos comunicativos, intelectuais e materiais que eles deverão dominar, para que possam viver na civilização que se descortina, vai muito além do ler, escrever e contar.

Ao se referir ao currículo como uma estratégia de ação educativa, considera que este seja baseado em *literacia, materacia* e *tecnoracia* como

> uma resposta educacional à responsabilidade de proporcionar aos jovens os instrumentos necessários para sua sobrevivência e transcendência nos anos futuros, e ao mesmo tempo tornar reais as expectativas de se eliminarem iniqüidades e violações da dignidade humana, como primeiro passo para a justiça social. (D'AMBROSIO, 2005, p. 119).

As proposições desse autor centram-se na preocupação que os especialistas da educação devem ter para que o processo de aprendizagem tenha significado nas práticas sociais e culturais dos alunos, que esses sujeitos possam se sentir munidos de conhecimentos que façam sentido em suas relações com o mundo.

Assim, os conteúdos matemáticos propostos pelo currículo, além de apresentarem um conhecimento mais formal da Matemática e de reconhecerem os diferentes conhecimentos prévios dos alunos referentes a ideias e procedimentos, precisam favorecer o desenvolvimento de competências matemáticas para exercerem suas cidadanias, por meio da *literacia*, *materacia* e *tecnoracia*.

D'Ambrosio (2005) pondera que esses termos são poucos utilizados no Brasil. Ele apresenta concepções diferentes para cada um:

> *literacia* é a capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui leitura, escritura, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, internet na vida cotidiana (instrumentos comunicativos);

> *materacia* é a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real (instrumentos intelectuais);
>
> *tecnoracia* é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas (instrumentos materiais) (D'AMBROSIO, 2005, p. 119).

No propósito de ampliarmos nosso repertório acerca dessa temática, encontramos as contribuições do educador Ole Skovsmose, que desde os anos 1970 tem elaborado proposições acerca da Educação Matemática Crítica. A noção de diálogo proposta pelo célebre educador Paulo Freire é o que inspirou o movimento da educação crítica. Diálogo assume a conotação de um processo educacional emancipador, em oposição a processos opressores. Outra inspiração vem da Teoria Crítica elaborada pela Escola de Frankfurt.

A Educação Matemática Crítica centra-se na proposição de que a Matemática deve dar suporte para que a Educação se constitua em uma dimensão democrática. Na concepção de Skovsmose (2008) uma das preocupações que configura essa linha da Educação Matemática é o desenvolvimento da *materacia*, compreendida como uma competência similar à literacia proposta pelo educador brasileiro Paulo Freire.

Desse modo, a materacia "não se refere apenas a habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática" (SKOVSMOSE, 2008, p. 16). Por isso, no interior da escola o trabalho com a Matemática deve promover o pensamento crítico acerca das questões que envolvem as dimensões política e econômica, deve constituir-me como instrumento de leitura e interpretação dos fenômenos produzidos por essas dimensões.

A leitura é concebida por Skovsmose (2010) como meio que, além de permitir as interações sociais, possibilita o desenvolvimento da competência democrática e o conhecer reflexivo em Matemática. Nessa perspectiva, fazendo menção a Henry Giroux e a Paulo Freire, considera que a alfabetização tem papel primordial, uma vez que ela "não é apenas uma competência relativa à habilidade de leitura e escrita, uma habilidade que pode ser simultaneamente testada e controlada; possui também uma dimensão crítica" (SKOVSMOSE, 2010, p. 66).

No livro *Educação matemática crítica: a questão da democracia*, o autor faz referência à *alfabetização matemática*, explicitando entendê-la inicialmente por "uma habilidade de calcular e usar técnicas matemáticas e formais", porém amplia esse entendimento ao discutir sobre o conhecimento construído a partir de um processo reflexivo, considerando que

> se a alfabetização matemática tem um papel a desempenhar na educação – similar, mas não idêntico, ao papel da alfabetização –, na tentativa de desenvolver uma competência democrática, então, a alfabetização matemática deve ser vista como composta por diferentes competências: matemática, tecnológica e reflexiva. E, acima de tudo, o conhecimento reflexivo tem de ser desenvolvido para conferir à alfabetização matemática um poder de radicalização (SKOVSMOSE, 2010, p. 67-88).

Em entrevista concedida ao número um da *Revista Paranaense de Educação Matemática* (CEOLIM e HERMANN, 2012), Ole Skovsmose faz referência à interpretação de Paulo Freire acerca da alfabetização como "uma capacidade de leitura e escrita do mundo: leitura, no sentido de que se podem interpretar os fenômenos sociopolíticos; e escrita, no sentido de que a pessoa se torna capaz de promover mudanças" (SKOVSMOSE – *entrevista* cedida a CEOLIM e HERMANN, 2012, p. 19).

Ele complementa essa interpretação considerando que

> a *alfabetização matemática* pode ser interpretada de forma semelhante, referindo-se à capacidade de se interpretar um mundo estruturado por números e figuras, e à capacidade de se atuar nesse mundo. Em particular, é uma preocupação da Educação Matemática Crítica, desenvolver a *matemacia*, e penso nessa noção como outra palavra para *alfabetização matemática* (SKOVSMOSE – *entrevista* cedida a CEOLIM e HERMANN, 2012, p. 19).

Na entrevista, o educador e pesquisador acrescenta ainda que a noção de *alfabetização matemática* é importante no estabelecimento de visões de uma Educação Matemática Crítica. Também esclarece não acreditar na possibilidade de se definir um currículo ou uma metodologia de Educação Matemática Crítica, mas pondera ser "importante fornecer visões de qual poderia ser o significado de justiça social, e de como a Educação Matemática poderia contribuir" (SKOVSMOSE – *entrevista* cedida a CEOLIM e HERMANN, 2012, p. 19).

2.3. As contribuições de Goos, Geiger e Dole

No texto *Auditing the Numeracy Demands of the Middle Years Curriculum*, os pesquisadores australianos Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole relatam que foram incumbidos de realizar uma auditoria da alfabetização matemática no quadro do currículo prescrito do documento "Currículo, Normas e Responsabilidades do Sul da Austrália" – publicado em 2005 –, no qual buscaram identificar quais as demandas matemáticas inerentes a cada uma das áreas de aprendizagem. O trabalho teve por finalidade investigar abordagens para ajudar professores da alfabetização matemática a planejar e implementar estratégias de aprendizagem em todas as áreas do currículo escolar do sul da Austrália entre os 6° e 9º anos.

Segundo os autores, na Austrália os educadores e formuladores de políticas adotaram uma interpretação para alfabetização matemática, semelhante à definição da OCDE. Segundo o relatório da conferência nacional de alfabetização matemática, proposta em 1997, "a alfabetização deve usar a matemática de forma eficaz para atender às demandas gerais da vida em casa, no trabalho e na participação da vida comunitária e cívica" (ASSOCIAÇÃO AUSTRALIANA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 1997, p. 15), tornando-se tal definição aceita amplamente na Austrália e constituindo-se a base para pesquisa relacionada ao desenvolvimento curricular.

Recentemente, Goos (2007) argumentou que a descrição matemática para os novos tempos precisa reconhecer melhor e mais rapidamente a natureza evolutiva do conhecimento, trabalho e tecnologia. Dessa forma, desenvolveu um modelo mostrado na figura a seguir para representar a natureza multifacetada da alfabetização matemática no século XXI.

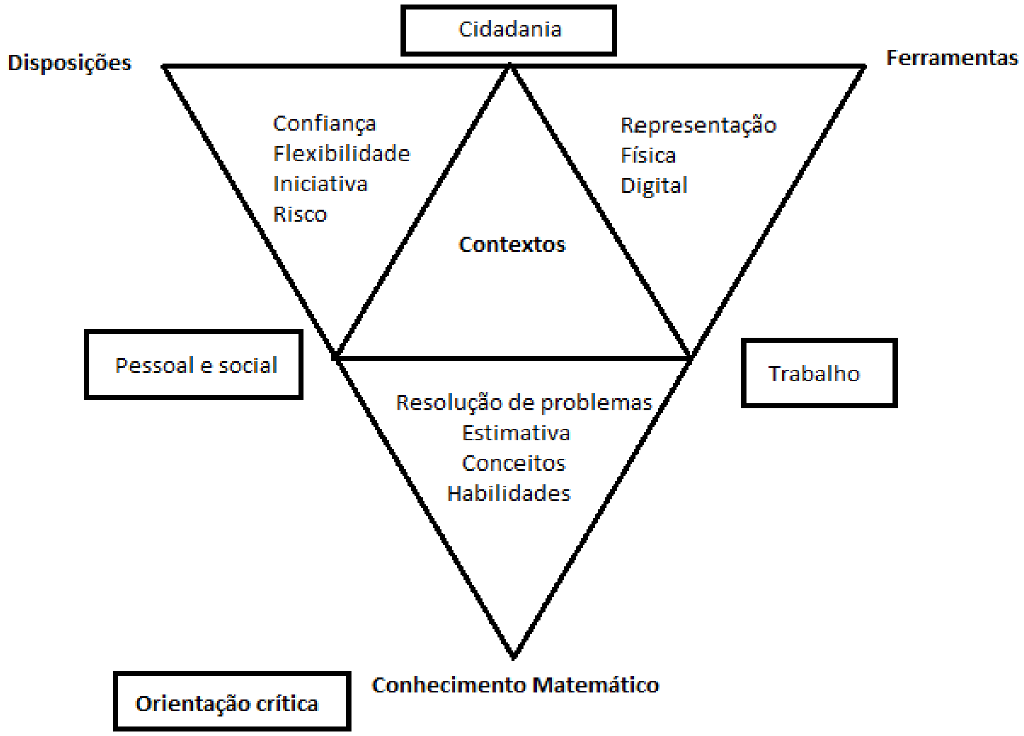


Figura 1: Modelo de alfabetização matemática para o século XXI (GOOS, GEIGNER e DOLE, 2012, p. 149)

Os pesquisadores afirmam que o modelo *supra* foi projetado para captar a riqueza das atuais definições de Matemática, introduzindo maior ênfase em ferramentas, como mediadores do pensamento matemático e a ação, concebido ainda para ser acessível aos professores como instrumento de planejamento e reflexão.

Segundo os autores, internacionalmente parece haver um consenso de que todas as crianças têm o direito ao acesso democrático às ideias matemáticas, de modo que possuam conhecimento, habilidades e compreensão, constituindo-se cidadãos educados. Afirmam ainda que, em um contexto de alfabetização matemática, o conhecimento matemático inclui não apenas os conceitos e habilidades, mas também estratégias de resolução de problemas e capacidade de fazer estimativas razoáveis (GOOS, GEIGER e DOLE, 2012).

Para os referidos autores, uma pessoa matematicamente alfabetizada tem disposições positivas em relação à vontade e confiança para envolver-se com as tarefas individuais e em colaboração com os outros, e aplica seu conhecimento matemático de forma flexível e adaptável.

Ressaltam a importância das questões afetivas por desempenhar um papel central no ensino e aprendizagem da Matemática, enfatizada em documentos curriculares nacionais e internacionais (por exemplo, Conselho Nacional de Professores de Matemática, 2000[4], Currículo Nacional Board, 2009[5]), por desenvolver atitudes positivas em relação Matemática, bem como o uso de ferramentas, sejam simbólicas e outros artefatos especialmente concebidos, “permitem mediar e moldar o pensamento matemático” (SFARD e MCCIAIN, 2002, *apud* GOOS, GEIGER e DOLE, 2012, p. 154). Para os autores, em contextos escolares e locais de trabalho, ferramentas podem ser representativas (sistemas de símbolos, gráficos, mapas, diagramas, desenhos, tabelas), físicas (modelos, instrumentos de medição) e digitais (computadores, *software*, calculadoras, internet).

Se a alfabetização matemática refere-se a como usar a Matemática para atuar no mundo e sobre ele, as pessoas precisam ser matematicamente alfabetizadas em uma variedade de contextos (STEEN, 2001). Para os autores, uma pessoa matematicamente alfabetizada pode organizar suas finanças, tomar decisões que afetam a sua saúde pessoal e engajar-se em atividades de lazer que exigem conhecimento de Matemática. Assim, todos os tipos de ocupação exigem conhecimentos matemáticos, e muitos trabalhos relacionados à Matemática são de contexto específico, portanto cidadãos críticos e informados precisam ser cidadãos matematicamente alfabetizados.

Para Goos, Geigner e Dole (2012), quase todas as questões públicas dependem de dados, projeções e de tipos de pensamento sistemático que está no coração da Matemática. Diferentes contextos curriculares também têm demandas numéricas distintas, de modo que os alunos precisam ser matematicamente alfabetizados em toda a gama de contextos de aprendizagem presentes na escola.

O modelo proposto pelos pesquisadores baseia-se em uma orientação fundamental para alfabetização matemática, em que as pessoas não só conheçam e utilizem métodos eficientes, mas também avaliem a razoabilidade dos resultados obtidos e estejam conscientes de usos adequados e inadequados do pensamento matemático para analisar situações e tirar conclusões. Em uma sociedade cada vez mais complexa e imergida em informações, os cidadãos precisam ser matematicamente alfabetizados para decidir como avaliar as informações quantitativas, espaciais ou probabilísticas, usadas como apoio na mídia ou em outros contextos. Eles também precisam reconhecer como as informações

---

[4] National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA: Author.
[5] National Curriculum Board (2009). *Shape of the Australian curriculum: Mathematics*.

matemáticas e práticas podem ser usadas para persuadir, manipular desvantagem ou opiniões sobre questões sociais ou políticas (FRANKENSTEIN, 2001, *apud* GOOS, GEIGER e DOLE, 2012).

Os pesquisadores Goos, Geiger e Dole foram incumbidos de realizar uma auditoria no quadro do Currículo, Normas e Responsabilidades da Austrália do Sul (SACSA), buscando identificar as exigências de avaliação da alfabetização matemática nas áreas de aprendizagem.

Segundo os pesquisadores, o currículo é organizado em torno das áreas de aprendizagem, cada uma das quais definida por fios que compreendem ideias-chave que aumentam em complexidade no decorrer dos anos de escolaridade. Os pesquisadores avaliaram na auditoria as demandas matemáticas na área das artes, *design* e tecnologia, inglês, saúde e educação física, línguas, ciência e sociedade e meio ambiente, nos anos intermediários (6° a 9° anos), consideradas relevantes no âmbito curricular, dos padrões das declarações previstas no SACSA.

As exigências matemáticas de cada área de aprendizagem foram avaliadas com referência nos elementos do modelo de Alfabetização Matemática da Figura 1. As demandas dos conhecimentos matemáticos foram examinadas para verificar a extensão da aprendizagem com alvo nas cinco vertentes da área de aprendizagem de matemática do quadro SACSA:

(A) explorar, analisar e modelar dados;
(B) medidas;
(C) números;
(D) padrões e raciocínio algébrico; e
(E) sentido espacial e raciocínio geométrico.

A amostra da avaliação das demandas matemáticas para sociedade e meio ambiente para as áreas de aprendizagem ilustra como foi realizada a auditoria de todo o currículo.

Quadro I: Demandas da Alfabetização Matemática: Sociedade e Meio Ambiente

VERTENTES MATEMÁTICAS					
Vertentes da sociedade e meio ambiente	Explorar analisar e modelar dados	Medidas e Cálculo	Números	Padrões e raciocínio algébrico	Sentido espacial e Raciocínio Geométrico
Tempo, continuidade e mudanças					
Espaço e meio ambiente					
Sociedade e cultura					
Sociedade e sistemas					

Nota: sem sombreamento: nível baixo; sombreamento claro: nível moderado; sombreado escuro: nível alto.

A necessidade de tomar decisões e adotar posições, baseadas em evidências, levam a alguns dados e abordagem por meios de argumentações, tais como: explorar as vertentes matemáticas, análise e modelagem de dados, medidas, números e senso espacial e raciocínio geométrico são particularmente relevantes. Os alunos podem demonstrar a modificação de aspectos do ambiente, por exemplo, a taxa de desmatamento nos países em desenvolvimento com referência nos dados disponíveis, ou considerar as vantagens de diferentes projetos arquitetônicos para ambientes construídos em climas quentes e secos. Em relação aos contextos, os autores relatam que, de acordo com o quadro SACSA, o estudo da sociedade e ambiente tem o objetivo de ajudar os alunos a compreender os processos que levam o mundo a mudanças e, ao fazê-lo, capacitá-los para atuar na formação da sociedade e meio ambiente em que vão crescer. O quadro descreve uma grande variedade de contextos que se alinham com a vida dos atuais e futuros alunos na escola, no trabalho e na comunidade:

> As complexidades e contradições resultantes da rápida evolução das tecnologias; distribuição desigual de riqueza e poder; interdependência global; a natureza dinâmica social, econômica, política e sistemas ecológicos, a natureza mutável do trabalho e as práticas sociais em torno do trabalho não remunerado, e a necessidade social de práticas de gestão ambiental cada vez mais sustentáveis trazem desafios para as pessoas em toda a sociedade. Os conceitos e processos empregados na sociedade e meio ambiente permitem aos alunos pensar com clareza sobre questões atuais confrontando-os com seu mundo (DECS, 2005, *apud* GOOS, GEIGER e DOLE, 2012, p. 291).

Quanto às disposições, elas deverão ser desenvolvidas pelos alunos, permitindo-lhes "serem cidadãos ativos que podem fazer escolhas informadas e fundamentadas em suas decisões" (DECS, 2005, p. 291). Enquanto não há uma relação evidente entre esse objetivo e a necessidade de abordagens matematicamente válidas para coletar e analisar dados, os professores não deveriam supor que o estudo da sociedade e do meio ambiente, automaticamente, garantem que os alunos desenvolvam disposições positivas em relação à Matemática. Atenção explícita também precisa ser dada ao desenvolvimento da Matemática no uso de técnicas apropriadas para lidar com confiança com os problemas de contextos da vida real.

Considera também que o uso de ferramentas para coletar e analisar as informações necessárias para uma abordagem crítica à tomada de decisões é vital para essa área de aprendizagem incluindo ferramentas de representação, físico e digital, tais como:

> Os mapas e gráficos para identificar as características de um ambiente específico (por exemplo, os contornos, os caminhos e as interconexões de sistemas fluviais);
>
> Os planos para ambientes construídos;
>
> Os instrumentos para medição e localização de posição (por exemplo, sistemas de GPS e levantamento de ferramentas);
>
> As fontes *on-line* de dados (por exemplo, documentos de arquivo de captação de chuvas em áreas específicas);
>
> As ferramentas digitais, como planilhas ou aplicativos de *software*, desenvolvidos especificamente para a análise e representação de dados (DECS, 2005, p. 291).

Como o objetivo final da aprendizagem por meio da sociedade e ambiente é permitir aos alunos participarem, como cidadãos éticos, ativos e informados, de uma orientação crítica à informação, a visualização e uma abordagem analítica para a interpretação de dados devem ser incorporadas nessa área de aprendizagem.

O quadro II sintetiza os requisitos dos conhecimentos matemáticos das sete áreas de aprendizagem, além da própria Matemática. A síntese foi elaborada combinando os mapeamentos de exigências da aprendizagem aritmética de cada filamento em cada área de aprendizagem para os segmentos da Matemática.

Quadro II: Demandas do Conhecimento Matemático dentro das Áreas de Aprendizagem do Quadro SACSA

	VERTENTES MATEMÁTICAS				
Áreas de aprendizagem	Explorar analisar e modelar dados	Medidas e Cálculo	Números	Padrões e raciocínio algébrico	Sentido espacial e Raciocínio Geométrico
Artes					
Desenho e tecnologia					
Inglês					
Saúde e Educação Física					
Línguas					
Ciências					
Sociedade e meio ambiente					

Nota: sem sombreamento: nível baixo; sombreamento claro: nível moderado; sombreado escuro: nível alto.

Para cada um dos últimos mapeamentos foram atribuídos 2 pontos para vertentes com alta demanda de numeracia (sombreamento escuro), 1 ponto para vertentes com demandas de numeracia moderada (sombreamento claro), e 0 pontos para vertentes com baixa demanda de numeracia (sem sombreamento). Esses resultados foram então registrados, pelas vertentes matemáticas, para cada área da aprendizagem. Os escores totais para as vertentes da ciência seguiram uma escala de 0,75, uma vez que a ciência tem quatro vertentes, enquanto as outras áreas de aprendizagem têm apenas três vertentes cada. Esse procedimento resultou nas células da tabela 2 com escores entre 0 e 6. As células sem sombreamento representam baixa demanda de numeracia (escore de 0-1), o sombreamento claro representa demanda moderada de numeracia (escore de 2-4) e o sombreado escuro representa alta demanda de numeracia (escore de 5-6).

Realizada a auditoria, os pesquisadores concluíram que, em relação ao conhecimento matemático, o nível de demanda aritmética é maior para *design* e tecnologia, ciências e artes; moderado para a sociedade e ambiente, saúde e educação física; e menor para o Inglês e línguas. Os pesquisadores afirmam que, apesar dessas diferenças, no entanto, é importante reconhecer que todas as áreas de aprendizagem têm comandos matemáticos distintos em relação ao tipo de conhecimento matemático exigido pelos alunos ao demonstrar o sucesso da aprendizagem. Os professores são responsáveis por promoverem o currículo em sala de aula, e podem, portanto, explorar oportunidades de aprendizagem matemática em outras áreas para além das implícitas publicadas no currículo.

Quanto às vertentes do conhecimento matemático, também estão representadas em diferentes graus nas áreas de aprendizagem. Explorar, analisar e modelar dados são mais fortemente representados no currículo pretendido, seguidos por medidas, número e sentido espacial e raciocínio geométrico, com a vertente de padrões e raciocínio algébrico, menos fortemente representado. Os autores não consideram surpreendente que a álgebra, como um elemento de conhecimento matemático, parece estar sub-representada no currículo, como se pode pensar que as ideias algébricas são abstratas e têm pouca conexão com os contextos reais de aprendizagem ou áreas que não a Matemática. No entanto, vale ressaltar a ligação potencial entre raciocínio algébrico e modelagem de dados desde a exploração de padrões e generalização nos anos médios de escolaridade que pode começar com um enfoque empírico em dados coletados e análise.

Sobre a gama de contextos de aprendizagem aritmética, destacada no modelo de alfabetização matemática, como representada na Figura 1, cada uma enfatiza o valor em conectar a aprendizagem dos alunos aos contextos da vida real que sejam significativos para eles, quer se trate de interesses pessoais, vida familiar e comunitária, de buscas por lazer, ambiente físico, vocações e carreiras, culturas diversas, sociais ou sistema econômico e político.

Segundo os pesquisadores, no quadro SACSA há evidências do desejo de desenvolver disposições positivas, tais como perseverança, confiança, resistência, disposição para assumir riscos e mostrar iniciativa, o respeito à diversidade cultural, ecológica e compromisso com a sustentabilidade. Esses são os objetivos fundamentais, mas poderíamos argumentar que disposições para a aprendizagem em uma disciplina não podem ser transferidas automaticamente para outra. É possível, por exemplo, o aluno sentir-se confiante sobre seu aprendizado nas artes, mas não em Matemática tampouco em relação à Matemática em geral. Os professores precisam estar cientes dos efeitos danosos das disposições negativas da Matemática para procurarem oportunidades de envolver com êxito os seus alunos com a Matemática e as exigências de sua área de aprendizagem, e para tornarem explícitas aos alunos as disposições positivas que estão ajudando-os a alcançar esse sucesso.

Para Goos, Geiger e Dole (2012), ferramentas de representação, físico e digital são usadas em todas as áreas de aprendizagem. Algumas destas são específicas para a disciplina, enquanto outras são mais genericamente utilizadas. Os gráficos, diagramas, tabelas, mapas e planos são comumente usados em muitas áreas, que são instrumentos de medição, tanto físicos como digitais. Existe também uma forte ênfase em ferramentas digitais, *software* e recursos da web. Portanto, todas as áreas de aprendizagem têm exigências específicas matemáticas em relação ao uso correto e inteligente de ferramentas para representar e analisar ideias. Os alunos precisam tornar-se proficientes com as ferramentas de cada área de aprendizagem, mas eles também precisam estar cientes de que algumas ferramentas são utilizadas em mais de uma área de aprendizagem, e podem ser flexíveis na aplicação em diferentes contextos curriculares. Por exemplo, os alunos podem vir a acreditar que a Matemática, a sociedade e o meio ambiente promovem diferentes abordagens para leitura e criação de mapas, ou que a ciência, a saúde e a educação física suscitam formas distintas de criação de gráficos que mostram as relações entre as variáveis. Professores nessas áreas de aprendizagem precisam estar cientes de quaisquer diferenças de técnicas e terminologias associadas com o uso dessas ferramentas de representação e chamar a atenção dos alunos para as semelhanças importantes entre os conceitos subjacentes.

Sobre a orientação crítica, os pesquisadores afirmam que o quadro SACSA enfatiza seu desenvolvimento em estudantes em todas as áreas de aprendizagem. Essa orientação não pode ser plenamente habilitada sem conhecimento matemático, disposições e ferramentas, nem pode ser promulgada convincentemente, a menos que a aprendizagem ocorra em uma variedade de contextos da vida real. Inversamente, a alfabetização matemática requer a adoção de uma postura crítica, a fim de questionar, comparar, analisar e considerar alternativas. As exigências matemáticas inerentes às áreas de aprendizagem devem facilitar o desenvolvimento dessa orientação crítica.

Os pesquisadores concluíram que todas as áreas de aprendizagem têm exigências numéricas distintas em relação ao conhecimento matemático, contextos, disposições, ferramentas e desenvolvimento de uma orientação crítica. Enquanto a auditoria foi necessariamente restrita ao currículo prescrito, destacando a natureza polivalente da Matemática, todo esse currículo pretendido abriu uma janela de oportunidades aos professores para promoverem a mesma Matemática contida no currículo de forma mais rica, com os alunos, em suas salas de aula.

Desenvolver uma apreciação pela Matemática no currículo pretendido, conforme descrito na auditoria, poderá auxiliar os professores a tornarem-se mais sintonizados com as demandas matemáticas (e oportunidades), apresentadas pelas tarefas de aprendizagem em que seus alunos estejam engajados.

2.4. As contribuições de Ponte

No texto *Literacia Matemática*, apresentado em 2002 no *Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface*, realizado pelo Centro de Investigação em Educação Paulo Freire, da Universidade de Évora, o educador português João Pedro da Ponte discorreu sobre as competências ligadas ao uso de conceitos numéricos, focalizando a utilização destes, envolvendo também a capacidade crítica relativamente ao seu uso e caracterizando conhecimentos e procedimentos básicos que envolvam a capacidade de empregar conhecimentos e procedimentos em contextos reais. No texto, o educador refere-se ainda a resultados de alguns estudos empíricos feitos nesse campo em Portugal, que sugerem que os níveis de *literacia matemática* são bastante reduzidos tanto entre a população adulta como entre os jovens no fim da escolaridade básica, apresentando-se claramente inferiores aos da generalidade dos países desenvolvidos.

Ponte (2002) cita diferentes termos para designar a capacidade em utilizar conhecimentos matemáticos na resolução de situações-problema no contexto cotidiano, como *literacia quantitativa*, *literacia matemática*, *numeracia*, *matemacia* e *materacia*, considerando que "a identificação de *literacia* com o domínio de conhecimentos elementares e procedimentos básicos representa, no fundo, o ressurgimento da perspectiva curricular do *back to basics*", ou seja, a "reafirmação dos objetivos do ensino mais tradicional" (p. 2). Para o autor, trata-se de uma perspectiva claramente redutora e empobrecida da Matemática escolar. Poderá ser uma perspectiva atrativa para certos políticos à procura de “causas” em que possam mostrar “resultados”, mas não serve de base a uma Educação Matemática aberta e capacitante.

O educador explicita que, em contrapartida, as perspectivas que valorizam o uso expedito de conhecimentos e procedimentos em situações concretas e a capacidade crítica parecem constituir elementos essenciais para uma concepção de *literacia matemática*. O problema está na determinação do equilíbrio entre eles e, em especial, em indicar com clareza em que consiste a capacidade crítica – conceito sem dúvida importante, mas suscetíveis de múltiplas interpretações.

Para ele, o desenvolvimento da *numeracia* envolve não só o uso de informação quantitativa, mas de todo tipo de informação formalizada (números, gráficos, diagramas), e também o uso crítico dessa informação. Assim encarada, a *numeracia* tem pouco a ver com a compreensão de conceitos matemáticos abstratos e sofisticados, relacionando-se antes com a capacidade de aplicar ferramentas matemáticas elementares – sobretudo ferramentas numéricas, estatísticas, probabilísticas e referentes ao uso de medidas – em contextos complexos.

Dessa forma, Ponte (2002) alega que *numeracia* e Matemática podem ser vistas como domínios complementares no currículo escolar, diferentes, mas naturalmente ligados entre si. Tal como a *literacia* (em sentido estrito) é uma competência interdisciplinar, que não se desenvolve exclusivamente na disciplina de língua materna, mas tem de ser trabalhada em todas as disciplinas escolares, também a *numeracia* é uma competência interdisciplinar que tem de ser desenvolvida por todas as disciplinas que usam informação de natureza numérica e outros conceitos matemáticos.

Em sua pesquisa, o autor afirma considerar importante discutir quais os níveis de literacia matemática da população portuguesa. Essa questão pode ser considerada em dois contextos: (i) na educação de adultos – sendo a principal preocupação a de saber em que medida se afasta essa população ou não dos padrões desejáveis de numeracia; (ii) na escolaridade básica e secundária – sendo aqui a preocupação saber se o currículo escolar integra essa dimensão e com que resultados.

Segundo ponte (2002), o *Estudo nacional de literacia*, realizado por uma equipe do ICS (Benavente, Rosa, Costa, e Ávila, 1995), nos dá algumas indicações sobre “níveis de literacia quantitativa” da população adulta portuguesa que não a deixam bem colocada em relação aos níveis obtidos em outros países desenvolvidos. Neste estudo foram definidos quatro níveis fundamentais de literacia quantitativa, no contexto da realização de tarefas escritas, apresentadas no quadro a seguir.

Quadro III: Níveis de Literacia

Níveis de Literacia	**Abrangência**
Nível 1	Efetuar uma simples operação aritmética (em geral, a adição) quando os valores a usar são especificados ou facilmente localizáveis, o contexto é familiar e a operação a realizar está definida ou é facilmente identificada.
Nível 2	Efetuar uma sequência de duas operações (em geral, multiplicação/divisão e outra) quando os valores a usar são dados ou facilmente localizáveis, o contexto é familiar e as operações a realizar, podendo estar explícitas ou implícitas, são facilmente determinadas.
Nível 3	Efetuar uma sequência de duas operações (em geral, multiplicação/divisão e outra) quando os valores a usar são dados ou facilmente localizáveis, mas é preciso decidir quais são as operações a realizar.
Nível 4	Resolver um problema que requer a análise da situação de partida, a seleção dos dados relevantes e a escolha da sequência apropriada das operações a efetuar.

Os resultados da pesquisa de Ponte sugerem que os níveis de *literacia quantitativa*, tal como é definida no referido estudo, não diferem significativamente dos níveis gerais de *literacia* da população adulta portuguesa, mas são claramente inferiores aos da generalidade dos países desenvolvidos.

Em relação à população jovem, o autor relata em seu trabalho que no estudo internacional *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes* (PISA) os alunos portugueses ocupam um dos últimos lugares em comparação com os alunos dos restantes países estudados. Depois de Portugal, apenas surgem Grécia, Luxemburgo, México e Brasil.

Ponte (2002), concluindo sua pesquisa, observa que o conceito de *numeracia* ou *literacia matemática*, ainda não está estabilizado. Além disso, os resultados de estudos empíricos dão alguma informação, mas são mais as questões por responder do que as questões respondidas. O autor ressalta que o conjunto de problemas requer mais estudo e debate por parte dos educadores matemáticos e dos educadores em geral. Nesse sentido, finaliza o artigo propondo as seguintes questões de ordem teórica e empírica para trabalhos futuros.

> Como avaliar os níveis de numeracia (entendida como a capacidade de uso fluente e crítico de conceitos e procedimentos matemáticos fundamentais em situações complexas da vida real) de populações adultas e populações escolares?
>
> Quais os níveis de numeracia destas populações e quais os campos onde ela se mostra mais deficitária?
>
> Quais as causas dessas deficiências?
>
> Que currículo, que materiais, que actividades e que práticas educativas podem promover o desenvolvimento efetivo da numeracia de populações adultas ou escolares? (PONTE, 2002, p. 7).

2.5. As contribuições de Giménez

Em seu texto *Potenciando competência numérica con alumnado de 6 a 12 años*, Giménez (2010), afirma que, em muitos países, os currículos atuais propõem o desenvolvimento da *numeracia* como parte das competências numéricas, e ressalta quatro aspectos desse desenvolvimento:

- Os componentes das ideias de competências numéricas na perspectiva do currículo.
- A importância de falar dos objetivos das competências, e não apenas o conteúdo, processos e objetivos.
- A necessidade de reconhecer e níveis de competência.
- A importância dos contextos para o desenvolvimento de competência.

Giménez afirma que, inicialmente, as competências se desenvolvem por meio de atividades, em que os alunos manipulam objetos matemáticos, pelas quais ampliam sua criatividade, refletem sobre seu próprio processo de pensamento, ganham confiança em si próprios, se divertem com sua própria atividade mental, fazem transferências de outros problemas da ciência e da vida cotidiana, e, finalmente, preparam para os novos desafios da tecnologia. O autor reconhece que, muitas vezes, seis das oito ideias que serviram para justificar os testes do PISA usualmente são consideradas:

> Compreensão geral de números e seu uso em situações diversas, com flexibilidade para fazer procedimentos matemáticos e desenvolver estratégias de

> manipulação que sirvam para falar de realidades do cotidiano. Predisposição para obter padrões numéricos em situações matemáticas e situações não matemáticas, bem como apreciação para investigar relações numéricas em processos de contagem, divisibilidade etc.
>
> O reconhecimento de diferentes formas de representações, como objetos matemáticos, obtendo padrões e propriedades que sirvam para fazer relações e interpretar informações.
>
> Capacidade de fazer cálculos e técnicas com papel e lápis, cálculo mental, usar calculadora etc., e decidir qual método apropriado para resolver e dar sentido às situações.
>
> Capacidade para dar sentido à resolução de problemas numéricos, associados a diferentes proporções, por exemplo, ter sensibilidade para identificar ordens de grandeza, bem como a capacidade de avaliar e estimar os resultados reais ou aproximados e decidir sobre a razoabilidade dos resultados por meio de processos de cálculo ou estimativa. Além de saber propor novas situações a partir de outras situações, lidar melhor com situações cotidianas e desenvolver diversas estratégias e planos.
>
> Argumentar e estabelecer raciocínio numérico, sejam indutivos ou dedutivos, ou apenas afirmações ou falsificações aritméticas.
>
> Capacidade para comunicar os resultados e procedimentos utilizados em processos numéricos mediante diferentes formas de comunicação (GIMÉNEZ, 2010, p. 5-6).

Para o autor, essas frases ou outras similares fazem ver que dificilmente aparecem todas as competências nos trabalhos associados ao PISA. Assim, segundo ele, não costumamos, por exemplo, encontrar frases explícitas associadas à ideia de modelagem e recursos de competência digital. Nesse sentido, o autor propõe acrescentar as duas ideias seguintes:

> Identificar operações e relações com modelos simples de situações reais, e não apenas com padrões ou propriedades.
>
> Utilizar imagens digitais associadas a variabilidade que permitem as TIC, ou outros semelhantes (GIMÉNEZ, 2010, p. 6).

Ele considera ainda a relação das competências matemáticas com outras habilidades básicas, tais como a promoção da cidadania, o cuidado com o ambiente, entre outras.

Para o autor, as competências nem sempre são interpretadas como deveriam, uma vez que se considera competência = conteúdo, e não a associa à sua finalidade. Giménez afirma que considera reducionistas as visões em relação ao conhecimento numérico, quando nos referimos ao pensamento, e o raciocínio matemático como associados às atribuições de significados e sentidos (numéricos, neste caso), e concerne a verbos como entender, desenvolver estratégias, relacionar-se etc. Portanto, sustenta que deveríamos promover atividades com base na melhoria dos processos de matematização, de onde os números vêm do mundo real e servem para interpretar, não apenas fazer.

Nessa perspectiva, o autor considera que o estabelecimento de conexões parece que não faz mais do que repetir a ideia clássica de trabalhar conteúdos numéricos que ao final serão propostos em forma de problema, em vez de olhar o número como um elemento final que perde o sentido se não retornar a realidade.

Giménez afirma que adquirir sentido numérico baseado no rigor matemático leva a uma ideia estruturada em processos de trabalho, tais como capacidade de resolver problemas por meio de determinados tipos de operações. Muito diferente de dizer que a competência nos leva a interpretar o mundo que nos rodeia. Para o autor, desenvolver sentido numérico faz-nos associar significados, conhecer fatos ou contextos e elaborar situações quantificáveis. Não é como reconhecer um sistema estruturado de relações de diferentes tipos de equivalência, como desigualdade, abordagem etc., e adicionar a ela uma finalidade que nos permita compreender a realidade mediante a aproximação ou a estimativa.

De acordo com o autor, não se pode falar que uma pessoa é considerada competente em relação às representações numéricas, quando apenas estabelece boas relações para diferentes formas, como tabelas ou leitura de informações. O autor considera esta uma visão procedimental, e pondera que não se deve esquecer de que a representação é apenas parte do objeto, mas tem um forte fundo histórico-epistemológico. Assim, não basta reconhecer os sinais numéricos em operações escritas, mas entender, por exemplo, que as relações podem ser estabelecidas com os formatos funcionais ou operacionais, ou simplesmente associadas a situações reais.

Quanto à área do domínio técnico, Gimenéz destaca que em muitos casos associam-se elementos como o cálculo mental para visualizar operações e nada mais. Dessa forma, não seria a ideia da competência identificada apenas como um domínio estrutural? Nota-se que, por isso, em muitos casos, não se trabalham os elementos racionais das operações de maneira que surja raciocínio indutivo, cálculo de possibilidades ou outros aspectos que não aparecem em muitos projetos educacionais.

Neste contexto, Giménez concorda com Rico e Lupiañez (2008), que para falar em competências numéricas devemos pensar também sobre os níveis dessas competências. O autor sustenta não acreditar que a competência sempre atinja um grau superior, tampouco pode-se dizer que alguém não seja competente em nada. Ele também acredita que devemos pensar sobre qual tipo de trabalho promove esse ou aquele tipo de competência.

Segundo o autor, alguns exemplos são importantes para distinguir os níveis de competências numéricas. No caso da competência no raciocínio, por exemplo, o que quer dizer razão numérica? Responder a pergunta quanto é 4 x 5 implica raciocinar e argumentar numericamente? Mesmo a pergunta "qual é a área de um retângulo de lados 10 cm e 30 cm", consideramos que provoca raciocínio? Para Giménez, se no lugar dessa questão pedimos para encontrar a área de um paralelogramo de lados 3 cm e 5 cm, a resposta já não é tão imediata. Os alunos têm consciência de que, se calcular 3 x 5, refere-se a um retângulo. Tem consciência de que, se calcular 3 x 4, a tendência é de que a altura seja 4. E está consciente de que é possível que tenhamos que fazer um cálculo como 3 x 2? E isso leva à pergunta: pode haver um paralelogramo de lados 3 cm e 5 cm com uma altura relativa a 2 cm?

E ainda podemos nos perguntar: qual é a faixa de valores possíveis para área de um paralelogramo com essas medidas? Poderíamos pensar em um paralelogramo, em que a medida 5 cm se sobrepõe a medida 3 cm e, portanto, sua área é zero? Talvez a resposta dos leitores seja que isso não pode ser, mas essas perguntas levadas em consideração nos permitiriam dizer que a área está entre 0 e 15 centímetros quadrados. E essa é uma boa questão que nos permitiria alcançar o desenvolvimento da competência e compreensão aritmética de alto nível.

Continuando sua reflexão, Giménez apresenta outro exemplo que considera igualmente importante para distinguir o que é um nível de profundidade quando falamos do sistema de numeração decimal, o qual, para alguns, é uma finalidade do Ensino Básico. No entanto, no nosso entendimento, não se atinge apenas com exercícios simples de composição e decomposição de números, mas comparando formas de organização numérica ou respondendo situações matemáticas inversas. Tal como buscar um padrão para a compreensão dos símbolos maia ou hindu, e comparar seus sistemas de numeração em relação ao sistema decimal.

Para o autor, o que a educação infantil produz é como um conjunto de determinadas características, que inicialmente podem não ser simples, como obter os números de 1 a 20 a partir da soma e subtração do quadrado dos números. Um exemplo de desenvolvimento de raciocínio de bom nível é o problema simples, de escrever os números de 1 a 8 em caixas consecutivas (azul, branca, azul, branca, azul, branca, azul, branca) de maneira que os números ímpares estejam em caixas azuis e os números dos extremos somem 5.

Assim, a ampliação do nível da competência pode ser atingida na medida em que os professores propõem situações que desencadeiam cada vez mais dificuldade. O PISA estabelece três níveis: reprodução, conexão e reflexão. Em Rico e Lupiañez (2008) mostram-se seis níveis. Não é fundamental que sejam três, quatro ou seis níveis, o importante é entender que a competência se desenvolve em diferentes níveis. E pode até mesmo mudar de um aspecto para outro. No Quadro a seguir é apresentada uma proposta indicando os níveis chamados reflexivos.

Quadro IV: Indicadores do nível de competência numérica (GIMÉNEZ, 2010, p. 10-11)

Subcompetencia	**Nível 1**	**Nível 2**	**Nível 3**	**Nível 4**
C1: compreende, relaciona e dá significado	Conta, ordena, discrimina, reconhece sequências, intervalos, etc. números em situações futuras.	Traduzir informações simples e de conteúdos digitais em diferentes contextos	Sugere possibilidades, alternativas, coloca-se em contextos conhecidos, ou usa números e frações simples, mas não com relação à exercícios complexos.	Adaptar conhecimento para outros contextos, efetuar com segurança situações e variações, utilizando números naturais ou frações, conforme necessário.
C2: Representa	Reconhece e percebe representações propostas á situações de forma flexível. Usa manipuláveis.	Identifica e usa adequadamente representações numéricas passando de um sistema a outro. Reconhece pontos de referência, mudanças de escala, etc.	Usa de forma flexível e adequada diferentes representações, mas não estruturadas.	Organiza, sistematiza e estrutura representações adequadas, através de ideias matemáticas elaboradas.
C3: Argumenta e presume	Usa argumentos baseados em questões informais ou de percepção.	Argumenta com descrição estabelecendo conexões entre realidades.	Sabe esquematizar induções ou argumentos com base em casos particulares.	Usa o próprio raciocínio indutivo e dedutivo formal explicando a validade das afirmações.
C4: Propõe e resolve problemas	Resolver por interpretações diretas de declarações ou	Emprega estratégias associadas à contagem,	Resolve situações propostas em que tenha que elaborar informações	Associar tipos de problemas com padrões numéricos,

	manipulações	operações e ou diversos desenvolvimentos.	intermediárias, inicialmente não propostas.	identificar novas estratégias não ainda aprendidas.
C5: Domina técnicas e recursos	Responder situações contextualizadas com operações corretas em situações futuras.	Mostra aberto ao uso de técnicas operacionais numéricos ou algorítmico, ou estimativas precisas.	Usar Cálculos de diferentes tipos (pensamento, mental, algoritmos, etc.) Em contextos variados e de forma flexível, e decodificar símbolos com facilidade.	Interpretar informações numéricas, usando valores aproximados ou exatos e discutir a adequação à situação.
C6: Modela	Assume padrões e aplica em situações semelhantes usando analogias simples.	Usa modelos explícitos associados a raciocínios (operacional ou lógico) distinguindo os casos em que serão aplicados.	Descobre padrões em múltiplas situações identificando analogias, baseados principalmente em representações.	Reconhece princípios metafóricos usados para resolver situações de investigações do tipo aberta.
C7: Comunica	Responde simplesmente as demandas.	Descreve os processos de resolução e descobertas.	Sabe adaptar-se às explicações dos outros e fazer contribuições sobre os números.	Usa com segurança explicações matemáticas em diálogos, escrita,

Gimenéz propõe um exemplo para desenvolver a competência C1N4: Temos dois recipientes M e N. Em M há três litros de água e em N, 6 litros de óleo. Enchemos um vaso de M e o despejamos em N e agitamos a mistura. O atual vaso de N é despejado em M. Depois disso, você acha que há mais água em M, ou óleo em N?

Para o autor, esse é um problema que pode provar um alto nível de raciocínio, mas fundamentalmente pretende ver um nível de compreensão das relações por meio de frações, e verificar se os estudantes necessitam que os ajude com um modelo discreto da situação.

Em relação ao contexto cotidiano e às competências numéricas, Giménez conclui que, na realidade escolar, lamentavelmente vemos o uso demasiado dos números desprovidos do contexto do mundo real, o que enfraquece o sentido da competência. Ser numericamente competente não se pode reduzir ao simples uso de dos números (alfabetização numérica), tampouco deveria levar unicamente ao desenvolvimento de estruturas numéricas (álgebra descontextualizada). Para o autor, entre esses dois extremos às vezes escapa um elemento-chave da competência, que é o cuidado com o contexto no projeto de atividades matemáticas. Nos contextos reais que levam à competência numérica podemos usar os jogos de dados, mágicas, jogos de búzios, entre outros, que possuem importante conteúdo intercultural. Podem ser elementos do próprio corpo humano, animais ou outros aspectos do ambiente que os cerca. Outros contextos como o dinheiro, a natureza, as viagens espaciais etc. podem parecer complexos ou não, dependendo se o tipo de situação levantada seja natural no contexto, ou se usa o contexto de forma fantasiosa? O contexto abstrato dos números pode tornar-se concreto, se os humanizamos e não os afastamos dos estudantes.

Um último elemento, não desenvolvido no texto, mas que, segundo o autor, é importante para o desenvolvimento da competência, seria pensar em seus elementos emocionais e comportamentais, o que corresponde ao sentir-se à vontade com os números. Por isso, o autor recomenda ao leitor que pense, respire e conte até 100, e busque instigar os alunos antes de propor uma atividade numérica.

2.6. Síntese do capítulo

Com o intuito de discutir os conceitos sobre a competência matemática para a resolução de situações-problema do contexto social, buscamos as contribuições de alguns pesquisadores que têm dedicado seus estudos acerca dessa temática.

A leitura dos trabalhos de Lynn Steen, Ubiratan D'Ambrósio, Ole Skovsmose, Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole, João Pedro da Ponte e Joaquín Giménez contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos relacionados a essa competência, possibilitando a visão de que, apesar das semelhanças, existem também especificidades próprias de cada um dos termos mencionados. Revelou ainda a necessidade desses conceitos como parte integrante do desenvolvimento curricular em Matemática.

Pudemos observar que os diferentes autores concebem o ensino de Matemática como ação escolar que permite os alunos desenvolverem competências e habilidades para lidar com as diferentes situações em seus cotidianos. Assim, os conteúdos matemáticos assumem o significado de instrumentos para o desenvolvimento do pensamento e da ação, em oposição a processos que favorecem apenas a apropriação de técnicas e procedimentos mecânicos.

A Matemática tem grande valor instrumental, incentivando a investigação e a invenção, sendo também instrumento de expressão e raciocínio, tornando-se assim um meio para compreensão de ideias, podendo ser capaz de resolver questões relacionadas a operações básicas do meio social e cultural como um todo. Ou seja, por estar presente na vida e no cotidiano, torna-se imprescindível para o avanço e o progresso dos diferentes contextos.

Em relação às expressões acerca da competência matemática estudada nesta pesquisa, encontramos diferentes termos, como: literacia, literacia matemática, literacia quantitativa, numeracia, materacia, matemacia, tecnoracia, alfabetização matemática.

O quadro I apresenta uma síntese decorrente da revisão de literatura acerca das similaridades, dimensões, conteúdos e processos envolvidos nos conceitos de literacia matemática, numeracia e alfabetização matemática.

Elencamos e apresentamos no quadro a seguir as principais ideias relacionadas aos termos investigados que encontramos na revisão bibliográfica.

Quadro V: Síntese das concepções pesquisadas

Termos	**Significados**
Alfabetização Matemática	Capacidade de se interpretar um mundo estruturado por números e figuras, e a capacidade de atuar nesse mundo. Em particular, é uma preocupação da Educação Matemática Crítica, desenvolver a *matemacia*, e penso nessa noção como outra palavra para *alfabetização matemática*. (SKOVSMOSE – *entrevista* cedida a CEOLIM e HERMANN, 2012, p. 19)
Literacia	Capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui leitura, escritura, cálculo, diálogo, mídia, internet na vida cotidiana (instrumentos comunicativos) (D'AMBROSIO, 2005).
Literacia Matemática	Capacidade de utilizar conhecimentos matemáticos na resolução de problemas da vida quotidiana – em especial, conhecimentos ligados aos números e operações numéricas – e a capacidade de interpretar informação estatística

	(PONTE, 2002).
Literacia Quantitativa	Capacidade de um indivíduo para identificar e compreender o papel que a Matemática desempenha no mundo, para formar juízos de valor conveniente e matematicamente fundamentados e para fazer uso da Matemática por formas que vão ao encontro de suas necessidades presentes e futura, enquanto cidadão preocupado, responsável e produtivo. (NATIONAL ADULT LITERACY SURVEY *apud* STEEN, 2002).
Matemacia	Conjunto de competências dividido em duas dimensões. Dimensão técnica: habilidade em lidar com noções matemáticas, como reproduzir teoremas, demonstrações, dominar e construir algoritmos, conteúdos e raciocínios matemáticos. Dimensão sociopolítica: capacidade para aplicar tais noções em diferentes contextos e refletir sobre tais aplicações, avaliando o uso que se faz da Matemática (dimensão sociopolítica) (SKOVSMOSE, 2001).
Materacia	Capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real (instrumentos intelectuais) (D’AMBROSIO, 2005).
Numeracia	Possuir familiaridade com números e ser capaz de aplicar competências matemáticas, que permitam ao indivíduo lidar com exigências práticas da vida cotidiana (COCKCROFT, 1982, *apud* GOOS, GEIGER e DOLE, 2012, p.148).
Tecnoracia	Capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas (instrumentos materiais). (D’AMBROSIO, 2005)

Embora cada termo tenha a sua definição e suas particularidades, e apresente significados semelhantes entre si, consideramos importante adotar um termo para expressar a competência matemática.

Optamos por *numeracia* por entendermos que a competência matemática é constituída por um conjunto de competências e habilidades numéricas, geométricas, estatísticas, probabilísticas, algébricas que os indivíduos usam para ler e escrever as diferentes situações em seus contextos. Ler e escrever no sentido de organizar, selecionar, compreender e argumentar informações veiculadas por diferentes portadores, além das situações produzidas e experienciadas pelos indivíduos. Portanto, o termo materacia remete ao saber-fazer matemático em que os indivíduos mobilizam seus conhecimentos e procedimentos, escolares ou não, para resolver problemas reais das situações que vivenciam em seus cotidianos.

CAPÍTULO 3

INDÍCIOS DE PREOCUPAÇÃO COM A NUMERACIA DOS ESTUDANTES EM DOCUMENTOS CURRICULARES E EM LIVROS DIDÁTICOS

A matemática não é só cálculo. Quase todo mundo acaba por aprender a calcular, porém segundo os informes relativos ao nosso ensino de matemática, não se fomentam em nossas crianças outras capacidades de níveis superiores. A matemática não é só símbolos e contas. Estas são apenas ferramentas do ofício – semifusas, e colcheias e exercícios para cinco dedos. A matemática é pensar – sobre números e probabilidades, acerca de relação lógica, ou sobre gráficos e variações –, porém, acima de tudo, pensar.

John Allen Paulos (1993, p. 41-42).

Neste capítulo nosso objetivo é identificar indícios de preocupação com a numeracia dos estudantes em documentos curriculares e em livros didáticos que apresentam o currículo de Matemática.

Sacristán (2000) se refere ao nível do currículo formal, oficial ou prescrito, como denominações dadas ao que é planejado oficialmente, expresso geralmente em termos de finalidades, objetivos, conteúdos e orientações metodológicas. Ele também discute o nível do currículo interpretado por autores de livros e materiais didáticos, que procuram traduzir em tarefas/atividades o que está prescrito nos currículos formais.

Esses níveis costumam interferir em outros, a saber: o nível do currículo como parte do projeto pedagógico de cada escola, que procura ajustar e articular os planos de curso das diferentes disciplinas, de modo a convergir para as metas mais amplas daquela escola, com base no diagnóstico da comunidade onde se insere; o nível do currículo interpretado e desenvolvido pelo professor, que se baseia em seus conhecimentos da disciplina e de sua didática, em suas experiências anteriores, nas hipóteses que formula sobre a aprendizagem dos alunos, em suas concepções e suas crenças; o nível do currículo vivenciado pelos alunos, cuja riqueza vai ser mediada pelo currículo desenvolvido pelo professor e que vai gerar ou não novos conhecimentos dos alunos, mudanças de atitudes, que serão avaliadas pelo professor e pela equipe escolar.

No tocante ao currículo prescrito, diferentes Secretarias de Educação, Municipais e Estaduais têm publicado documentos de orientação e organização de proposições curriculares nas diversas áreas do conhecimento. Essas publicações têm como norte os Parâmetros Curriculares Nacionais que, por sua vez, são um conjunto de documentos publicados pelo Ministério da Educação a partir de 1997.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais têm influenciado, também, a elaboração de livros e materiais didáticos. A partir de 1997, os autores passaram a consultar orientações e sugestões contidas nesses documentos para organizarem/produzirem suas obras.

Passaremos a apresentar nossas considerações sobre esses documentos curriculares, seguidas de livros didáticos de Matemática.

3.1. As proposições presentes em documentos oficiais

Examinaremos quatro publicações do Ministério da Educação, iniciando pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para os terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – PCNEF – (Brasil, 1998).

Esses documentos indicam como objetivos do Ensino Fundamental, entre outros, que os alunos sejam capazes de:

> – compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia a dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito; posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
>
> – desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
>
> – saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
>
> – questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p. 7-8).

Ao formular esses objetivos gerais para o Ensino Fundamental, o documento indica sua posição sobre as finalidades dessa etapa da escolaridade e orienta os documentos das diferentes áreas curriculares nessa direção. Assim, nos Parâmetros Curriculares Nacionais específicos da área de Matemática, encontramos como objetivos gerais dessa disciplina, entre outros:

> – identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
>
> – fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
>
> – selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
>
> – resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
>
> – sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
>
> – interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1998, p. 47-48).

Esses objetivos sugerem que a Matemática seja trabalhada no Ensino Fundamental como um instrumento para que os alunos, futuros cidadãos, possam interagir em sociedade, selecionando e organizando informações; argumentar criticamente e se posicionar diante das diferentes situações; emitir opiniões baseadas no conhecimento produzido e não se deixarem convencer pelo senso comum; e resolver as mais variadas situações-problema que façam parte de suas experiências no mundo. Desse modo, espera-se que os alunos concebam a Matemática como instrumento que facilite e promova as suas relações em sociedade.

Nessa perspectiva, esses objetivos sinalizam oposição a processos de ensino e de aprendizagem baseados na ação de decorar técnicas e procedimentos para imediata aplicação, o que pode não produzir significado para os alunos. Indicam o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas para o exercício da cidadania, mesmo porque

> [...] falar em formação básica para a cidadania significa refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais (BRASIL, 1998, p. 26).

Os PCNEF destacam, também, a importância de refletir a respeito da colaboração que a Matemática tem a oferecer visando à formação da cidadania:

> A sobrevivência na sociedade depende cada vez mais de conhecimento, pois, diante da complexidade da organização social, a falta de recursos para obter e interpretar informações impede a participação efetiva e a tomada de decisões em relação aos problemas sociais. Impede, ainda, o acesso ao conhecimento mais elaborado e dificulta o acesso às posições de trabalho (BRASIL, 1998, p. 26-27).

O documento ressalta que, em função do desenvolvimento das tecnologias, característica contemporânea marcante no mundo do trabalho, exigem-se trabalhadores mais criativos e versáteis, capazes de entender o processo de trabalho como um todo, dotados de autonomia e iniciativa para resolver problemas em equipe e para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita). Nesse sentido:

> Isso faz com que os profissionais tenham de estar num contínuo processo de formação e, portanto, aprender a aprender torna-se cada vez mais fundamental.
>
> No entanto, mesmo que o cidadão esteja qualificado para o mundo do trabalho, é verdade que ele terá de enfrentar uma acirrada disputa no campo profissional, pois o avanço tecnológico também gera diminuição de postos de trabalho, exigindo níveis de formação cada vez mais elevados. Por isso, na sociedade atual a um grande número de pessoas impõem-se novas necessidades de buscar formas alternativas para inserir-se na economia como a formação de cooperativas ou a atuação no mercado informal (BRASIL, 1998, p. 27).

O documento pondera que parecer haver um razoável consenso de que para responder a essas exigências é preciso elevar o nível da educação de toda a população. Desse modo, não cabe ao Ensino Fundamental preparar mão de obra especializada, nem se render, a todo instante, às oscilações do mercado de trabalho. É papel da instituição escolar desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho e que coloque o aluno ante desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres.

> Nesse aspecto, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Em 2000, o Ministério da Educação publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM – (Brasil, 2000), constituído de quatro documentos – parte I: Bases Legais; parte II: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; e parte IV – Ciências Humanas e suas Tecnologias.

A parte III – *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias* –, ao apresentar orientações quanto ao ensino da Matemática, indica como objetivos levar o aluno a:

> – compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
>
> – aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
>
> – analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
>
> – desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
>
> – utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
>
> – expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
>
> – estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
>
> – reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
>
> – promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação (BRASIL, 2000, p. 42).

As orientações desse documento indicam que a Matemática proposta para o Ensino Médio tem como característica o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam os alunos compreender o contexto histórico, cultural e social no qual estão inseridos, selecionando, organizando e interpretando diferentes informações, posicionando-se criticamente sobre os fenômenos; estabelecer relações entre as experiências sociais e aquelas promovidas pelo ambiente escolar, percebendo que a aprendizagem ali construída tem significado em seus repertórios de vida; resolver diferentes situações-problema recorrendo aos procedimentos a eles apresentados ou mobilizando seus próprios saberes e estratégias.

Por ser integrada às Ciências da Natureza e Tecnologia, a Matemática nesse nível de ensino passa a ter um caráter mais amplo, no sentido de ser ferramenta que permite a modelagem de procedimentos e experimentos, a investigação e a promoção dos avanços científicos e tecnológicos. Assim, a Matemática

> se situa como linguagem, instrumento portanto de expressão e raciocínio, estabelecendo-se também como espaço de elaboração e compreensão de ideias que se desenvolvem em estreita relação com o todo social e cultural, portanto ela possui também uma dimensão histórica. Por isso, o conjunto de competências e habilidades que o trabalho de Matemática deve auxiliar a desenvolver pode ser descrito tendo em vista este relacionamento com as demais áreas do saber, cada uma delas aglutinadora de área correspondente no Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 42-43).

O documento destaca ainda que, para que essa etapa da escolaridade possa complementar a formação iniciada na escola básica e permitir o desenvolvimento das capacidades, que são os objetivos do ensino de Matemática, é preciso rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados. Para isso,

> não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. Acredita-se que o aluno sozinho seja capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos; no entanto, o fracasso escolar e as dificuldades dos alunos frente à Matemática mostram claramente que isso não é verdade (BRASIL, 2000, p. 43).

Desse modo, o conhecimento matemático não pode ser desvinculado das questões e dos problemas vivenciados pelos alunos, é preciso que as situações de aprendizagem permitam a aproximação dos saberes escolares daqueles saberes do cotidiano deles, possibilitando que estabeleçam diferentes relações entre os conteúdos apresentados e os saberes produzidos em contexto não escolar.

Outro documento que contém orientações para que as diferentes Secretarias de Educação possam elaborar suas proposições curriculares para o Ensino Médio são os PCN+, documento de orientações complementares aos Parâmetros Curriculares para essa etapa da escolaridade (PCNEM), publicado em 2002.

No volume *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, os PCN+ evidenciam a necessidade de romper com a concepção de Ensino Médio propedêutico, preparatório para exames do tipo vestibular, ou com ênfase na preparação dos alunos para atuarem no mercado de trabalho. A nova perspectiva para essa etapa escolar busca "preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho" (BRASIL, 2002, p. 8).

Nessa concepção de formação, os saberes não podem ser apresentados e/ou construídos de modo isolados em si, mas articulados com as diferentes áreas do saber, em conexão com a própria área de conhecimento e com os saberes produzidos histórico-socioculturalmente, o que permite aos alunos compreender e intervir no mundo atual. Ainda no tocante a isso, conforme apresentam os PCN+:

> Num mundo como o atual, de tão rápidas transformações e de tão difíceis contradições, estar formado para a vida significa mais do que reproduzir dados, denominar classificações ou identificar símbolos. Significa saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
>
> – enfrentar problemas de diferentes naturezas;
>
> – participar socialmente, de forma prática e solidária;
>
> – ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e,
>
> – especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado.
>
> Uma formação com tal ambição exige métodos de aprendizado compatíveis, ou seja, condições efetivas para que os alunos possam:
>
> – comunicar-se e argumentar;
>
> – defrontar-se com problemas, compreendê-los e enfrentá-los;
>
> – participar de um convívio social que lhes dê oportunidades de se realizarem como cidadãos;
>
> – fazer escolhas e proposições;
>
> – tomar gosto pelo conhecimento, aprender a aprender (BRASIL, 2002, p. 9).

Nessa perspectiva, os PCN+ apresentam os objetivos que organizam o aprendizado da Matemática em termos de conjuntos das seguintes competências:

> – representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
>
> – investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
>
> – contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico (BRASIL, 2002, p. 113).

O documento ressalta que a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional.

Segundo o documento, nessa etapa da escolaridade a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais ciências da natureza. Dessa forma, as situações e os desafios que o jovem do Ensino Médio terá de enfrentar no âmbito escolar, no mundo do trabalho e no exercício da cidadania fazem parte de um processo complexo, no qual as informações são apenas parte de um todo articulado, marcado pela mobilização de conhecimentos e habilidades.

O documento enfatiza que a escola que tem como objetivo formar o aluno para um aprendizado permanente e prepará-lo para a vida precisa refletir sobre o significado dessas competências para decidir sobre quais delas trabalhar, em que disciplinas e de que forma, considerando a necessidade de compreender a proposta, aproximando-a das ações e das possibilidades características dos afazeres.

Em relação aos temas estruturadores no ensino da Matemática, o documento ressalta que os conteúdos ou temas escolhidos devem permitir ao aluno desenvolver as competências, avançando a partir do ponto em que se encontra. Para isso, os temas selecionados devem ter relevância científica e cultural, o que significa que:

> além das justificativas relativas às aplicações e à linguagem, sua importância está em seu potencial explicativo, que permite ao aluno conhecer o mundo e desenvolver sentidos estéticos e éticos em relação a fatos e questões desse mundo (BRASIL, 2002, p. 119).

O documento apresenta um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almejadas com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das ideias e conteúdos matemáticos sistematizados em três eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos de forma concomitante nos três anos letivos do Ensino Médio, sendo cada tema estruturador um campo de interesse com organização própria em termos de linguagens, conceitos, procedimentos e, especialmente, objetos de estudo.

O primeiro eixo diz respeito à álgebra: números e operações. Segundo o documento, a álgebra, na vivência cotidiana, se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais e também como instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral.

No Ensino Médio, esse tema trata de números e variáveis em conjuntos infinitos e quase sempre contínuos, no sentido de serem completos. Os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais.

Para o desenvolvimento desse eixo, são propostas duas unidades temáticas: a variação de grandeza e a trigonometria, compreendendo as seguintes competências;

> – Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática.
>
> – Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana.
>
> – Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes.
>
> – Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas.
>
> – Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.
>
> – Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
>
> – Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, 2002, p. 122-123).

O segundo eixo diz respeito à geometria e medidas, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas; é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços.

No Ensino Médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto.

Para o desenvolvimento desse tema, são propostas quatro unidades temáticas: geometrias plana, espacial, analítica e métrica. Os conteúdos e habilidades sugeridos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas neste tema seriam:

- Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.
- Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.
- Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.
- Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.
- Fazer uso de escalas em representações planas.
- Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.
- Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.
- Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.
- Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.
- Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos.
- Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos.
- Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.
- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.

> – Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles (BRASIL, 2002, p. 125).

A propósito da análise de dados, o terceiro eixo ou tema estruturador, o documento considera essencial em problemas sociais e econômicos – como nas estatísticas relacionadas a saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado – o tratamento dos conteúdos que oportunize aos alunos a reflexão sobre os problemas que envolvem a sociedade, e a tomada de decisão com responsabilidade. Tem como objetos de estudo os conjuntos finitos de dados, que podem ser numéricos ou informações qualitativas, o que dá origem a procedimentos bem distintos daqueles dos demais temas, pela maneira como são feitas as quantificações, usando-se processos de contagem combinatórios, frequências e medidas estatísticas e probabilidades.

Este tema pode ser organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade. Os conteúdos e habilidades propostos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas neste tema seriam:

> – Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
>
> – Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
>
> – Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
>
> – Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios.
>
> – Decidir sobre a forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos.
>
> – Identificar regularidades para estabelecer regras e propriedades em processos nos quais se fazem necessários os processos de contagem.
>
> – Identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem.
>
> – Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.
>
> – Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico.

> – Identificar em diferentes áreas científicas e outras atividades práticas modelos e problemas que fazem uso de estatísticas e probabilidades (BRASIL, 2002, p. 127).

O documento ressalta que a escolha de uma forma e sequência de distribuição dos temas nos três anos do Ensino Médio traz em si um projeto de formação dos alunos. Segundo o documento, em todas as disciplinas da área, os temas de estudo do primeiro ano deveriam tratar do entorno das informações que cercam os alunos, numa visão contextualizada, colocando-os em contato com as primeiras ideias e procedimentos básicos para ler e interpretar situações simples. No segundo ano já poderia haver uma mudança significativa no sentido de que cada disciplina pode mostrar sua dimensão como Ciência, com suas formas características de pensar e modelar fatos e fenômenos. No terceiro ano ampliaria os aprendizados dos anos anteriores com temas mais abrangentes que permitissem ao aluno observar e utilizar um grande número de informações e procedimentos, aprofundando sua compreensão sobre o que significa pensar em Matemática e utilizar os conhecimentos adquiridos para análise e intervenção na realidade.

Em continuidade às orientações e sugestões para o desenvolvimento curricular em Matemática no Ensino Médio, em 2006 o Ministério da Educação publicou as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, documento constituído de três volumes: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

Em relação a esse último volume – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias –, há a abordagem das orientações e sugestões em três aspectos: a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular.

O documento ressalta que para a escolha de conteúdos é importante que se levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na Educação Básica e que, ao final do Ensino Médio, espera-se que os alunos

> saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006, p. 69).

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa

> colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contraexemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica (BRASIL, 2006, p. 70).

Uma preocupação presente nesse documento mais recente é que a prioridade ao trabalhar a Matemática com os alunos nos três anos do Ensino Médio deve ser a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem em oposição à quantidade de conteúdos. Assim, recomenda-se que mais importante do que o volume de temas a ser desenvolvido é o tratamento dado aos conteúdos no sentido de provocar nos alunos o sentimento de autonomia para a resolução de diferentes situações-problema, sejam eles propostos no âmbito da instituição escolar ou nos mais variados contextos da sociedade.

As recomendações das Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (Brasil, 2006) é para que o tratamento dado aos diferentes temas encaminhe os alunos a perceberem os conteúdos matemáticos como instrumentos de leitura, investigação e análise das informações para, a partir daí, tomar decisões e resolver os variados problemas da vida social.

Nesse aspecto, o documento apresenta a resolução de problemas como eixo metodológico para o desenvolvimento curricular da Matemática no Ensino Médio, ressaltando "o quanto é importante, para o exercício da cidadania, a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução, competência que fica prejudicada quando se trabalha só com problemas 'fechados'" (BRASIL, 2006, p. 85).

Para potencializar essa estratégia metodológica, o documento faz referência ao trabalho com modelagem matemática, projetos e história da Matemática, considerando que

> um projeto pode favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares, ao integrar os diferentes saberes disciplinares. Ele pode iniciar a partir de um problema bem particular ou de algo mais geral, de uma temática ou de um conjunto de questões inter-relacionadas. Mas, antes de tudo,

> deve ter como prioridade o estudo de um tema que seja de interesse dos alunos, de forma que se promova a interação social e a reflexão sobre problemas que fazem parte da sua realidade. São situações a serem trabalhadas sob uma visão interdisciplinar, procurando-se relacionar conteúdos escolares com assuntos do quotidiano dos estudantes e enfatizar aspectos da comunidade, da escola, do meio ambiente, da família, da etnia, pluriculturais etc. (BRASIL, 2006, p. 85).

Tendo em vista a realidade social em função da tecnologia e sua contribuição para a modernização e para o avanço da ciência, o documento considera importante o trabalho com a Matemática articulado aos recursos tecnológicos, uma vez que esses recursos fazem parte da vida dos alunos e podem contribuir para a descoberta e a aprendizagem da Matemática. Assim, considera-se "importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática" (BRASIL, 2006, p. 87).

O documento ressalta ainda a importância da construção, por parte da escola, de um projeto político-pedagógico significativo que seja fruto do cotidiano escolar, pautado em um corpo docente comprometido com a ação educativa, que seja responsável por ela e assuma o trabalho colaborativo como sustentação para a formação de estudantes capacitados para o exercício da cidadania.

Nesse sentido, o documento afirma:

> A escola deve buscar novas formas de se organizar, considerando que os conteúdos disciplinares não se esgotam em si mesmos, mas significam o acesso ao saber cultural e à aquisição de ferramentas para o entendimento da sociedade em que vivemos, destacando-se as que capacitam os indivíduos para viverem em um mundo tecnológico e informatizado (BRASIL, 2006, p. 91).

As Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) ressaltam as "formas de organização das atividades de ensino, que devem contemplar a diversidade, considerando as interações sociais como essenciais na construção coletiva de conhecimento". E afirma que "dar atenção à diversidade significa vincular os conteúdos selecionados para estudo aos conhecimentos prévios dos alunos, respeitando, também, os seus centros de interesse e suas individualidades".

Além dos tópicos considerados essenciais à formação matemática dos alunos no Ensino Médio, o documento também apresenta alguns temas complementares, com a recomendação de que os professores de cada escola definam, de acordo com o seu contexto escolar, a adequação de um projeto que envolva esses temas.

No contexto dos temas complementares são sugeridos, entre outros:

> – O estudo das curvas cônicas como lugar geométrico de pontos (elipse, parábola e hipérbole), acompanhado de suas equações.
>
> – Levar os alunos a entenderem como funcionam certos mecanismos do nosso quotidiano ou certos instrumentos de trabalho por meio de propriedades geométricas que explicam o funcionamento de um macaco de carro, dos brinquedos de uma praça infantil.
>
> – O estudo de poliedros, o Teorema de Euler e a classificação dos poliedros platônicos compõem um interessante tópico, em que a construção dos poliedros, via planificações feitas com régua e compasso, pode ser uma atividade de grande satisfação estética.
>
> – De natureza interdisciplinar, pode ser interessante o estudo de fenômenos que têm registro em escala logarítmica: idade fóssil, intensidade de um abalo sísmico, intensidade de um som.
>
> – O estudo de diferentes sistemas de coordenadas para o plano e o espaço (cartesianas, polares, esféricas), e de construção de algumas curvas e superfícies, provoca um pensamento matemático generalizador ao ir além do até então restrito universo de retas, círculos e curvas, que são gráficos de funções reais, de variável real.
>
> – O estudo mais aprofundado dos números complexos. Por um lado, podem-se explorar os aspectos históricos da introdução dos números complexos e de seu papel fundamental no desenvolvimento da álgebra. Por outro lado, podem-se explorar as conexões entre as operações com números complexos e as transformações geométricas no plano.
>
> – O estudo mais aprofundado dos números complexos. [...] explorar aspectos históricos da introdução dos números complexos e de seu papel fundamental no desenvolvimento da álgebra, [...] explorar as conexões entre as operações com números complexos e as transformações geométricas no plano (BRASIL, 2006, p. 92-94).

As recomendações das Orientações Curriculares de Matemática para o Ensino Médio (Brasil, 2006) servem para que cada professor, com seus pares e seus alunos, possa definir o currículo de Matemática a ser colocado em ação, sempre buscando uma formação matemática que privilegie o essencial e o significativo. No tratamento desses conteúdos, deve-se buscar o equilíbrio na atenção aos diversos ramos da Matemática, procurando ampliar as ocasiões de articulação entre os diferentes temas, atendendo a requisitos de diversidade, e lembrar-se de que um mesmo conceito matemático pode ser abordado em mais de um dos blocos de conteúdo.

A propósito da contextualização, deve ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem.

O documento destaca que

> a ampliação e o aprofundamento da explicitação da estruturação lógica da Matemática são necessários ao aluno do Ensino Médio, devendo-se valorizar os vários recursos do pensamento matemático, como a imaginação, a intuição, o raciocínio indutivo e o raciocínio lógico-dedutivo, a distinção entre validação matemática e validação empírica, e favorecer a construção progressiva do método dedutivo em Matemática (BRASIL, 2006, p. 95).

Ressalta a implementação de políticas públicas que priorizem a formação contínua de professores de Matemática que atuam no Ensino Médio visando à construção de uma autonomia docente, e recomenda ainda a criação de fóruns permanentes de discussão sobre o currículo de Matemática, particularmente para o Ensino Médio.

3.2. Proposições presentes em livros didáticos

Passaremos a analisar duas coleções de livros didáticos objetivando identificar proposições relativas à *numeracia* nas atividades apresentadas por esses materiais.

Os livros aqui consultados foram selecionados a partir de dois critérios: terem sido aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD); e ter sido a obra mais escolhida pelos professores de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. No tocante a esse segundo critério, consultamos a Diretoria de Ensino Guarulhos Sul, órgão da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo. A opção pela consulta nessa Diretoria se deu pelo vínculo, como professora de Matemática nos anos de 2010 e 2011.

Inicialmente apresentaremos a coleção do Ensino Fundamental II, *Descobrindo e aplicando a Matemática.*

A coleção é composta por quatro volumes e aprovada pelo PNLD 2014[6]. Foi publicada pela editora Dimensão, primeira edição em 2012, é de autoria de Alceu dos Santos Mazzieiro, bacharel, licenciado e especialista em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), e Paulo Antônio Fonseca Machado, bacharel e mestre em Matemática pela UFMG, doutor em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas e Universidade Federal da Bahia (Unicamp/UFBA).

---

[6] Códigos da coleção no PNLD 2014: 27354COL02 (6º, 7º, 8º e 9º anos). Disponível em: http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8324:livro-matematica. Acesso em: 14 nov. 2013.

Na consulta ao livro do 6º ano, encontramos oito questões que pensamos colaborar com o desenvolvimento da numeracia. A seguir, apresentamos as questões selecionadas:

44. Cláudio comprou uma bicicleta por 124 reais. Para pagar, ele tinha uma nota de 100 reais, 15 notas de 10 reais e 38 notas de 1 real. Quantas notas de cada valor Cláudio pode ter usado para pagar essa compra sem necessidade de receber troco? Dê, no mínimo, três respostas diferentes.

Figura 2: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 63)

45. Qual a menor quantidade de notas necessária para pagar uma despesa de 234 reais utilizando notas de 50 reais, notas de 10 reais e notas de 2 reais, sem necessidade de receber troco?

Figura 3: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 63)

46. De quantas notas necessito para pagar uma despesa de 126 reais, se possuo apenas duas notas de 50 reais e 34 notas de 1 real?

Figura 4: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 63)

85. O professor pediu que Ana e Beatriz resolvessem o problema da distribuição das 20 balas pelos 5 meninos.

Ana disse que cada menino recebeu 4 balas porque fez as contas assim:

$$20 : 5 = 4 \text{ porque } 4 \times 5 = 20$$

Beatriz disse que pensou assim:

$20 - 5 = 15$ (1 menino recebeu 5 balas e ainda sobraram 15 balas).

$15 - 5 = 10$ (2 meninos receberam 5 balas cada um e ainda sobraram 10 balas).

$10 - 5 = 5$ (3 meninos receberam 5 balas cada um e ainda sobraram 5 balas).

$5 - 5 = 0$ (4 meninos receberam 5 balas cada um. Não sobraram balas).

Responda se é verdadeiro ou falso: dividir 20 por 5 é equivalente a contar quantos grupos de 5 cabem em 20.

Figura 5: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 112)

31. Valéria fez uma pesquisa de preços nos supermercados Baratissimi e Levipagi antes de fazer suas compras. Veja o que ela anotou para artigos de mesma marca e mesmas quantidades.

Baratissimi	
Leite em pó	R$ 3,69
Pizza	R$ 4,25
Milho verde	R$ 0,65
Talharim	R$ 1,28
Açúcar refinado	R$ 0,75

Levipagi	
Leite em pó	R$ 3,40
Pizza	R$ 4,15
Milho verde	R$ 0,60
Talharim	R$ 1,14
Açúcar refinado	R$ 0,70

a) Em qual dos dois supermercados Valéria fez as compras? Por quê?

b) Tendo comprado uma unidade de cada artigo das tabelas, quanto Valéria economizou?

Figura 6: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 137)

45. Beatriz usou dois recipientes graduados de mesmo volume para fazer um coquetel de frutas. Mediu $\frac{1}{2}$ recipiente de suco de pêssego e despejou no segundo recipiente. Depois mediu $\frac{1}{4}$ suco de acerola e virou no recipiente que continha o suco de pêssego, e completou com água o que faltava para encher o recipiente. Que fração do recipiente representa a quantidade de água usada para completar o coquetel? Que contas você fez para calcular a resposta?

Figura 7: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 140)

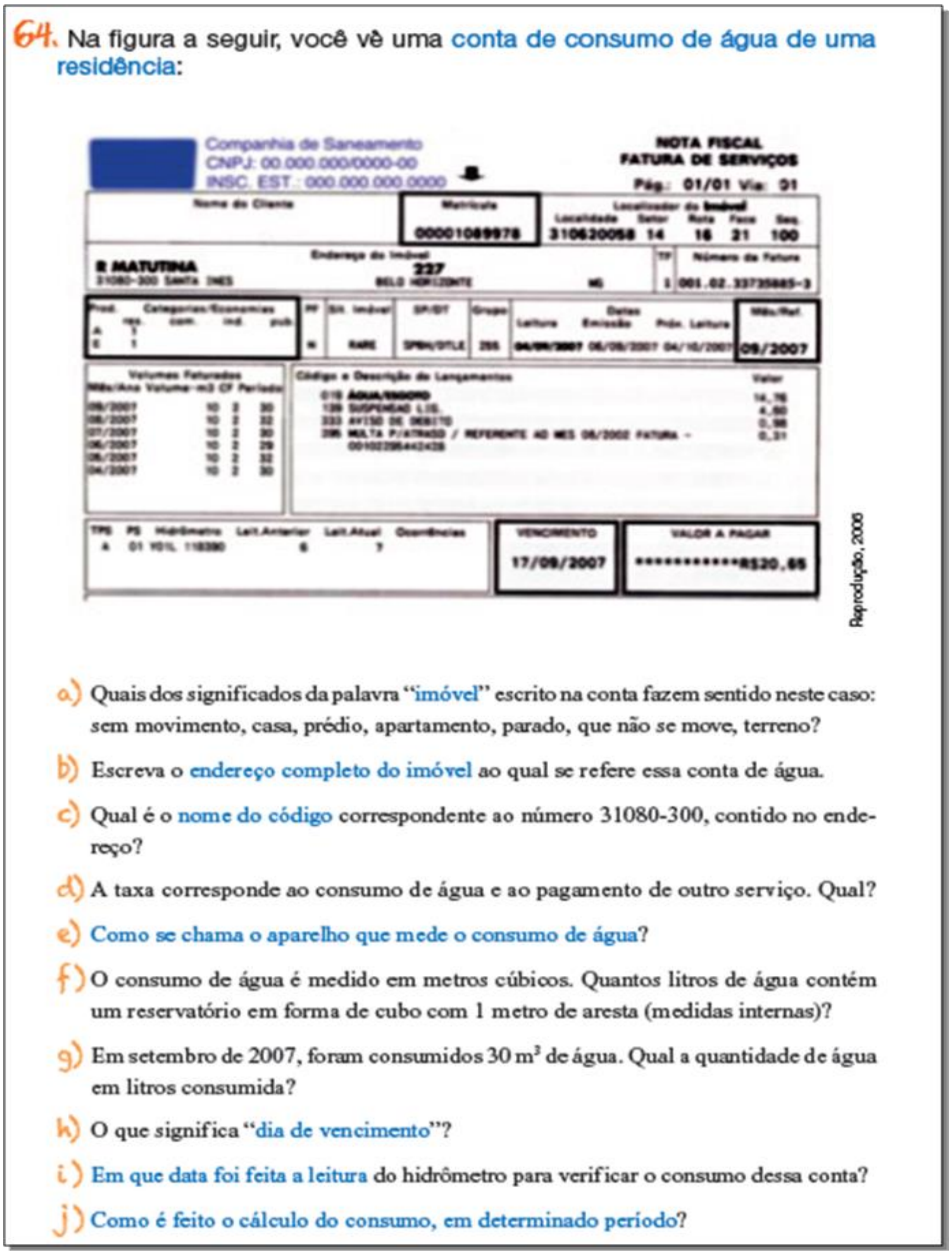
25. Maria e Ângela foram ao supermercado fazer compras. Observe as tabelas de preços e as compras que elas fizeram e depois responda às perguntas (**a**), (**b**) e (**c**):

Preços em reais							
Por dúzia		Por unidade		Por kg		Por kg	
Laranja	1,20	Alface	0,60	Arroz	0,80	Filé	8,00
Banana	0,80	Repolho	0,80	Feijão	1,20	Alcatra	5,00
Limão	0,60	Couve	0,50	Farinha	0,90	Fígado	4,00

Maria comprou	Ângela comprou
2 dúzias de laranjas	1 dúzia de laranjas
6 limões	2 dúzias de bananas
2 pés de alface	2 pés de repolho
4 pés de couve	2 pés de couve
3 kg de arroz	4 kg de feijão
1 kg de feijão	1 kg de filé
2 kg de alcatra	2 kg de fígado

a) Quanto gastou cada uma delas?
b) Quem gastou mais com frutas?
c) Quem gastou mais com vegetais?

Figura 8: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 198-199)



64. Na figura a seguir, você vê uma conta de consumo de água de uma residência:

Companhia de Saneamento
CNPJ: 00.000.000/0000-00
INSC. EST.: 000.000.000.0000

NOTA FISCAL
FATURA DE SERVIÇOS

VENCIMENTO 17/09/2007

VALOR A PAGAR ***********R$20,65

Reprodução, 2008

a) Quais dos significados da palavra "imóvel" escrito na conta fazem sentido neste caso: sem movimento, casa, prédio, apartamento, parado, que não se move, terreno?

b) Escreva o endereço completo do imóvel ao qual se refere essa conta de água.

c) Qual é o nome do código correspondente ao número 31080-300, contido no endereço?

d) A taxa corresponde ao consumo de água e ao pagamento de outro serviço. Qual?

e) Como se chama o aparelho que mede o consumo de água?

f) O consumo de água é medido em metros cúbicos. Quantos litros de água contém um reservatório em forma de cubo com 1 metro de aresta (medidas internas)?

g) Em setembro de 2007, foram consumidos 30 m³ de água. Qual a quantidade de água em litros consumida?

h) O que significa "dia de vencimento"?

i) Em que data foi feita a leitura do hidrômetro para verificar o consumo dessa conta?

j) Como é feito o cálculo do consumo, em determinado período?

Figura 9: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 6º ano, p. 256)

Essas situações-problema, como são apresentadas, permitem que o aluno, ao desenvolvê-las, mobilize conhecimentos e procedimentos próprios. Algumas dessas situações solicitam como respostas saberes dos alunos advindos de suas relações fora do ambiente escolar, como a situação-problema da Figura 8. Esses saberes são revelados por meio das hipóteses que os alunos têm sobre o saber formal subjacente nos materiais didáticos.

Destacamos, também, a articulação presente nesse conjunto de situações-problema: ora solicita-se que sejam mobilizados conhecimentos matemáticos, os quais podem ser ou não procedimentos e conhecimentos construídos no interior da escola, ora solicita-se a mobilização de estratégias e saberes diferentes daqueles tradicionalmente presentes nas aulas de Matemática.

Ao analisarmos o volume proposto para o 7º ano, identificamos, em uma quantidade menor, situações-problema que também permitem ao aluno mobilizar seus diferentes conhecimentos.

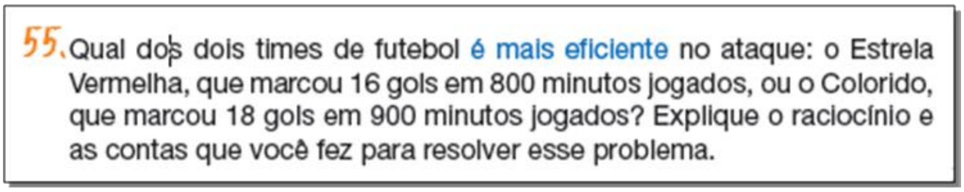
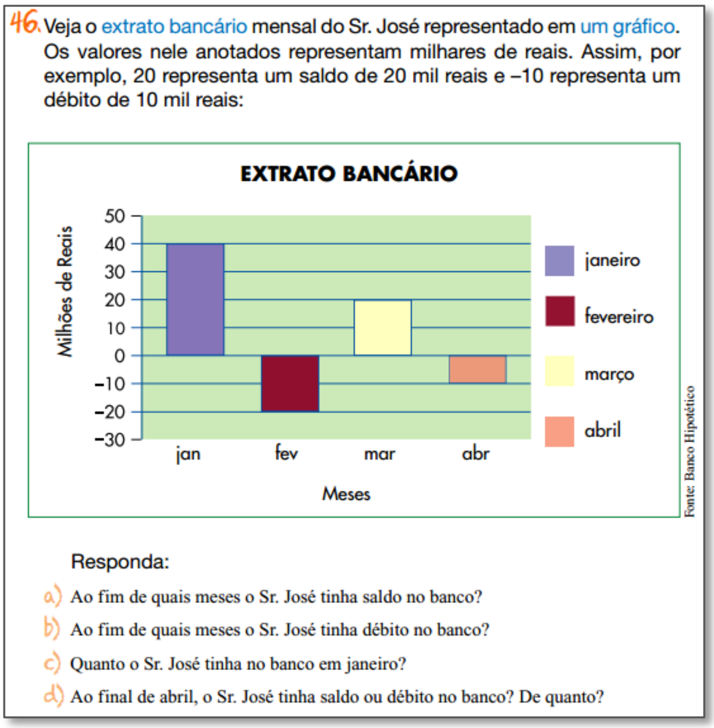

55. Qual dos dois times de futebol é mais eficiente no ataque: o Estrela Vermelha, que marcou 16 gols em 800 minutos jogados, ou o Colorido, que marcou 18 gols em 900 minutos jogados? Explique o raciocínio e as contas que você fez para resolver esse problema.

Figura 10: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 7º ano, p. 205)

Para explicar como pensou, o aluno mobiliza seus saberes e faz uso deles para construir seu argumento. Ao explicitar seu raciocínio, ele procura descrever seus procedimentos, toma consciência do que desenvolveu e pode identificar algum procedimento que não tenha sido conveniente para resolver a situação.

A argumentação, por meio da explicação, é uma competência constantemente usada para descrever determinados procedimentos. Ao argumentar, diferentes conhecimentos são revelados por meio de técnicas, estratégias, linguagens, símbolos e desenhos.


46. Veja o extrato bancário mensal do Sr. José representado em um gráfico. Os valores nele anotados representam milhares de reais. Assim, por exemplo, 20 representa um saldo de 20 mil reais e –10 representa um débito de 10 mil reais:

Responda:

a) Ao fim de quais meses o Sr. José tinha saldo no banco?
b) Ao fim de quais meses o Sr. José tinha débito no banco?
c) Quanto o Sr. José tinha no banco em janeiro?
d) Ao final de abril, o Sr. José tinha saldo ou débito no banco? De quanto?

Figura 11: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 7º ano, p. 238)

22. Observe a tabela de percentuais de inflação, de agosto de 2004 a janeiro de 2005.

INFLAÇÃO (%)

	variação %							
Índices	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro	Janeiro	Acum. no ano 2004	Acum. 12 meses
INPC (IBGE)	0,50	0,17	0,17	0,44	0,86	0,57	6,13	5,86
IPC/FIPE	0,99	0,21	0,62	0,56	0,67	0,56	6,57	6,47
IGP-DI (FGV)	1,31	0,48	0,53	0,82	0,52	0,33	12,13	11,61
IGP/M (FGV)	1,22	0,69	0,39	0,82	0,74	0,39	12,42	11,87
IPCA (IPEAD)	1.05	0,12	0,14	1,08	1,43	0,50	8,74	8,22
IPCA (IBGE)	0,69	0,33	0,44	0,69	0,86	0,58	7,60	7,41

Fonte: IGP/M (FGV), FEV. 2005.

Um comerciante reajusta, sempre no início de cada mês, o preço dos artigos que tem para vender. Para isso, ele consulta tabelas de inflação, como a que se vê acima.

Imagine que ele usou essa tabela para reajustar preços, usando sempre os percentuais do IGP/M, e responda:

a) Qual foi o preço reajustado no dia 01/12/2004, de um artigo que custava R$ 2 500,00 no dia 01/11/2001?

b) Qual foi o preço reajustado no dia 01/01/2005, de um artigo que custava R$ 4 000,00 no dia 01/12/2001?

c) Se um artigo foi comprado nos primeiros dias de outubro por R$ 3 624,84, qual era seu preço em 01/09/2004?

Figura 12: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 7º ano, p. 261)

Tabelas e gráficos estão presentes em diferentes veículos de comunicação, como revistas, jornais, *sites* de internet, panfletos e televisão. Portanto, ler, analisar e interpretar requerem dos indivíduos conhecimentos e estratégias para decodificar as informações, operá-las e usá-las para a tomada de decisões.

Em relação ao volume proposto para o 8º ano, não identificamos situações-problema que favorecem o desenvolvimento da numeracia. No entanto, o volume proposto para o 9º ano da coleção *Descobrindo e aplicando a Matemática* apresenta algumas situações que entendemos promover o desenvolvimento de competências e habilidades relativas à numeracia.

3. Ao ser negociada a compra de um apartamento, ficou combinado que o comprador daria ao vendedor 5% do valor do imóvel como sinal, até que fossem providenciados os documentos nos cartórios. Se o apartamento custava R$ 84 000,00, de quanto foi esse sinal?

4. Dada a taxa e o principal, que conta você faz para calcular a porcentagem?

Figura 13: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 9º ano, p. 44)

6. Por um apartamento que custa R$ 80 000,00, Lúcio pagou em janeiro deste ano R$ 2 400,00 de IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano). Qual foi a taxa cobrada pela Prefeitura?

7. Dada a porcentagem e o principal, que conta você faz para calcular a taxa?

Figura 14: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 9º ano, p. 44)

9. Celso pagou R$ 1 080,00 por um ano de seguro total de um automóvel. Se a seguradora cobra 6% do valor do veículo, qual é o valor do automóvel de Celso?

10. Dada a porcentagem e a taxa, que conta você faz para calcular o principal?

Figura 15: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 9º ano, p. 44)

Desde o início dos anos 2000, em virtude do crescimento da economia e em razão de muitos brasileiros terem migrado de uma classe econômica para outra superior – muitos passaram da classe D para a C e outros, da C para B, por exemplo –, tem ocorrido um grande investimento no mercado imobiliário e automobilístico. Os brasileiros têm aderido ao processo de compra da casa própria e do primeiro carro e, como consequência, têm procurado os bancos para realizarem os financiamentos.

As situações-problema apresentadas pelo livro do 9º ano e ilustradas nas Figuras 13, 14 e 15 evidenciam uma preocupação dos autores de materiais didáticos em abordar questões do cotidiano do aluno como pretexto para o tratamento de alguns conteúdos matemáticos.

Essas situações-problema, ao tratarem do conteúdo matemático – questões envolvendo porcentagem e o cálculo de juros –, promovem no aluno o desenvolvimento de competências e habilidades leitoras para que ele tenha condições de analisar, por exemplo, se as taxas cobradas são abusivas, se há erros entre os valores anunciados e as taxas incluídas, se determinado prazo é melhor que outro, se é mais interessante dar um valor de entrada e financiar o restante ou se vale a pena financiar o valor total do que está comprando.

A leitura à qual nos referimos no parágrafo anterior concerne não apenas a decodificar os signos da escrita materna ou aqueles relacionados à Matemática, mas também a um processo que decodifica, interpreta e toma as informações como meio para a tomada de decisões. Nessa perspectiva, a aprendizagem matemática construída pelo aluno permite a sua participação em sociedade como sujeito crítico, conforme propõem os documentos curriculares.

24. Observe a tabela na qual são relacionadas as quantidades aproximadas de escolas de ensino do primeiro grau em 1970, em diversas capitais de estados brasileiros:

Capitais	Escolas de primeiro grau
Fortaleza	1 000
Recife	2 000
Salvador	4 000
Belo Horizonte	10 000
Rio de Janeiro	80 000
São Paulo	60 000
Curitiba	5 000
Porto Alegre	3 000

Fonte: Serviço de Estatística da Educação e Cultura

a) Calcule a média e a mediana desses valores.

b) Identifique a moda, se existir.

c) Celso disse que, em 1970, o número de escolas em Salvador correspondia a apenas 5% do número de escolas do Rio de Janeiro. Verifique se a conclusão de Celso está correta.

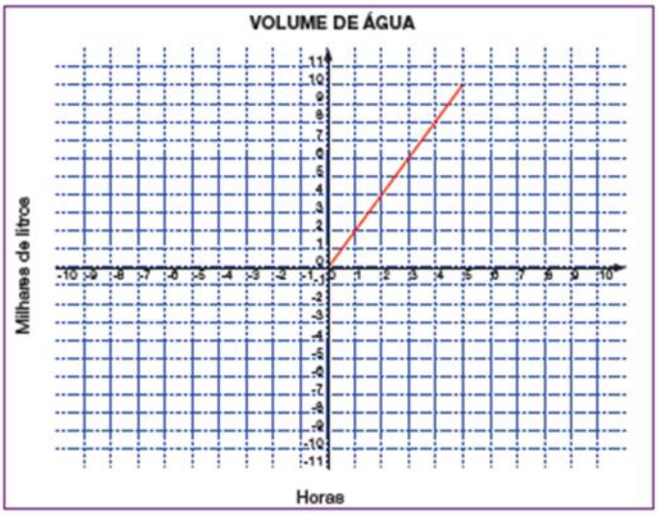
d) Que conta se faz para chegar a essa conclusão?

Figura 16: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 9º ano, p. 212)

67. Uma torneira com vazão constante de 2 000 litros por hora jorra água em um reservatório inicialmente vazio. Após 5 horas o reservatório fica totalmente cheio. Esta situação é associada a uma função que pode ser representada por uma tabela, um gráfico ou uma lei. Na tabela são registradas apenas as quantidades de água relacionadas com as horas.

Horas	0	1	2	3	4	5
Volume de água em milhares de litros	0	2	4	6	8	10

A seguir você vê o gráfico da função:



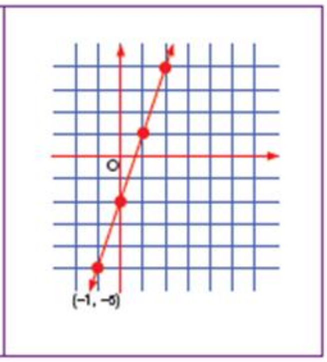
Representando as horas por **x** e a quantidade de água em milhares de litros, a lei da função é $y = 2x$, $0 \leq x \leq 5$

67\. a) $(-1, -5)$, $(0, -2)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$
b) Para todo x real.

Observe o gráfico ao lado e responda ou faça o que se pede:

a) Faça a tabela contendo os valores correspondentes aos pares ordenados (x, y) representados pelos quatro pontos do gráfico.

b) Para quais valores de x esta função está definida?



68. Você sabe que se **x** representa qualquer número real, equações da forma $y = ax + b$ representam retas . Para obter a lei da função representada pelo gráfico do exercício anterior, substituímos na equação $y = ax + b$, **x** e **y** por coordenadas de dois pontos da mesma obtendo um sistema

Figura 17: Situação-problema (*Descobrindo e aplicando a Matemática*, 9º ano, p. 261-262)

Em relação ao Ensino Médio, escolhemos a coleção *Matemática: contextos e aplicações*. Aprovada pelo PNLD 2012[7] publicada pela editora Ática, é de autoria de Luiz Roberto Dante, mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* de Rio Claro, doutor em Psicologia da Educação: Ensino da Matemática, pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e Livre-docente em Educação Matemática pela Unesp de Rio Claro.

A coleção é composta por três volumes, divididos em capítulos que seguem estrutura semelhante. Os conteúdos são abordados inicialmente por meio de texto teórico introdutório, e na sequência são desenvolvidos os conceitos e procedimentos abordados por meio de situações-problema seguidos de atividades.

Em relação ao desenvolvimento das competências matemáticas compreendidas no conceito de *numeracia*, nota-se que na coleção do Ensino Médio aparecem com pouca frequência. Observamos nas atividades a tentativa de contextualização; entretanto, nas tarefas propostas, apesar de algumas parecerem ter um maior nível de exigência, constata-se, em uma leitura detalhada, que mesmo as situações mais desafiantes são trabalhadas de forma técnica, em que prevalecem os exercícios do tipo determine e calcule.

Chama a atenção o tratamento dado aos conteúdos de Estatística e Matemática Financeira, os quais apresentam situações possivelmente vivenciadas pelos alunos nas diferentes relações que estabelecem em sociedade.

Esses conteúdos são abordados nos três livros que compõem a coleção do Ensino Médio por atividades que procuram problematizar situações de compra e venda, em que é solicitado ao aluno determinar taxas percentuais, valores monetários e prazos. Nesse sentido, as situações procuram estimular e desenvolver o pensamento crítico do aluno nas tomadas de decisões em seu contexto social.

Entendemos que situações como essas contribuem para o desenvolvimento de competências relacionas à *numeracia*, mas que são poucas e insuficientes dada a complexidade da realidade social em que vivemos. Portanto, não bastam apenas conteúdos relacionados à Estatística e Matemática Financeira apresentarem tal abordagem, mas que

---

[7] Códigos da coleção do PNLD 2012: 25116C0202 (1º, 2º e 3º anos). Disponível em: http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=5512:pnld-2012-matematica. Acesso em: 22 nov. 2013.

em todos os blocos de conteúdos da Matemática proposta pelos documentos curriculares e tratados pelos livros didáticos do Ensino Médio apresentem situações que favoreçam o desenvolvimento de competências e habilidades concernentes à *numeracia*.

As situações mais contextualizadas são apresentadas nas figuras a seguir:

1. No mês de abril, o controle de qualidade de uma indústria de rolamentos constatou que a cada 350 peças fabricadas, 21 apresentavam defeito. Tomadas as devidas providências, no mês de junho essa razão passou a 12 peças defeituosas em cada lote de 250 fabricadas. Mostre que de abril para junho o índice de peças defeituosas, na produção dessa indústria, diminuiu 1,2%.

2. João emprestou R$ 10 000,00 a um amigo. Eles combinaram que três meses depois o amigo lhe devolveria R$ 10 800,00, sendo os R$ 800,00 a título de remuneração pelo dinheiro emprestado. Calcule a porcentagem representada por essa remuneração sobre o valor emprestado.

3. Uma pessoa aplicou R$ 300,00 numa instituição financeira no primeiro dia do mês de janeiro de 2009, de modo que no primeiro dia de cada mês seguinte o dinheiro aplicado rendesse juros de 2% sobre o saldo do mês anterior.

a) Complete a tabela que retrata essa situação durante o primeiro trimestre de 2009:

Dia 1º de	**Saldo** (R$)	**2% do saldo**	**Cálculo efetuado**
Janeiro	300,00	$0{,}02 \cdot 300$	$300 + 0{,}02 \cdot 300$
Fevereiro	306,00		
Março			
Abril			

b) Se na primeira linha da última coluna você registrou o cálculo sobre o saldo anterior, como ficariam as três linhas seguintes se o cálculo fosse sempre em relação ao saldo inicial?

c) Supondo que essa aplicação seja feita por tempo indeterminado, calcule, observando os resultados encontrados no item **b**, qual será o saldo depois de 24 meses.

Figura 18: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 1º ano, p. 337)

No livro do 1º ano da coleção *Matemática: contextos e aplicações* encontramos situações como as da figura 18, que abordam conceitos de Matemática Financeira. Observamos nesse tipo de atividades a articulação com a noção de função desenvolvida por meio de questões de porcentagem, desconto, acréscimos sucessivos, juros simples e compostos.

As situações propostas são apresentadas de forma contextualizada, entretanto as atividades podem ser resolvidas com o uso de fórmulas, o que consideramos não favorecer o uso de estratégias variadas.

Embora os três problemas contenham questões interessantes, há ausência de encaminhamentos para que os alunos possam manifestar suas opiniões sobre suas descobertas a partir dos cálculos feitos. Como exemplo, no problema 2 poderia ser questionado se R$ 800,00 é um valor justo, considerando que o empréstimo foi para um amigo. Também poderia ser proposto aos alunos que eles escrevessem como pensaram para determinar a porcentagem considerando não poderem usar a calculadora. Em relação ao problema 3, poderia ser solicitado aos alunos fazerem uma pesquisa em duas ou três instituições financeiras das taxas e valores para um empréstimo de R$ 300,00 e, em seguida, propor que eles avaliassem as taxas do empréstimo e da aplicação no sentido de fomentar uma discussão sobre as diferenças encontradas.

Exercícios propostos

16. Um televisor cujo preço é R$ 685,00 está sendo vendido, em uma promoção, com desconto de 12%. Por quanto ele está sendo vendido?

17. Um objeto que custava R$ 70,00 teve seu preço aumentado em R$ 10,50. De quanto por cento foi o aumento?

18. Uma mercadoria custava R$ 80,00 e seu preço foi reajustado (aumentado) em 5%. Se ao novo preço for dado um desconto de 5%, ela voltará a custar R$ 80,00? Justifique a resposta. Calcule os preços após o aumento e após o desconto.

19. O mesmo modelo de uma geladeira está sendo vendido em 2 lojas do seguinte modo:
- na 1ª loja, sobre o preço de R$ 800,00 há um desconto de 8%;
- na 2ª loja, sobre o preço de R$ 820,00 há um desconto de 10%.

Qual dessas ofertas é a mais conveniente para o cliente?

20. Um fogão está sendo vendido nas seguintes condições: 30% de entrada e o restante em 5 prestações iguais de R$ 58,80 cada uma. Qual é o preço desse fogão?

21. Um comerciante comprou uma peça de tecido de 100 m por R$ 800,00. Se ele vender 40 m com lucro de 30%, 50 m com lucro de 10% e 10 m pelo preço de custo, quanto por cento de lucro ele terá na venda de toda a peça?

22. Certa mercadoria é vendida nas lojas **A** e **B**, sendo R$ 20,00 mais cara em **B**. Se a loja **B** oferecesse um desconto de 10%, o preço nas duas lojas seria o mesmo. Qual é o preço na loja **A**?

23. A quantia de R$ 1 890,00 foi repartida entre 3 pessoas da seguinte forma: Marta recebeu 80% da quantia de Luís e Sérgio recebeu 90% da quantia de Marta. Quanto recebeu cada pessoa?

24. Uma camisa custava R$ 36,00. Após um aumento de 6%, qual será seu preço?

25. Uma calça teve um aumento de 7% e passou a custar R$ 59,00. Qual era o preço antes do aumento?

26. Um posto de gasolina aumentou seus preços em 5% em fevereiro e 3% em janeiro. Se a gasolina custa agora R$ 2,59, quanto custava antes dos aumentos?

27. O fluxo de veículos em determinada rua passou de 3 por hora para 3 por minuto depois que ela foi asfaltada. Qual foi o aumento percentual do fluxo de veículos nessa rua?

28. O que você prefere quando for comprar alguma coisa: receber um único desconto de 55% ou dois descontos sucessivos de 30%? Justifique do ponto de vista financeiro.

29. Se eu tiver um aumento de 9% em meu salário, passarei a receber R$ 566,80. Porém, isso não acontecerá, e eu só terei 5% de aumento. Qual será o meu salário com esse aumento?

30. O dólar caiu 3% em janeiro. Em fevereiro caiu mais x%. Se no bimestre a queda acumulada foi de 5%, de quanto por cento foi a queda do dólar em fevereiro?

31. Tio João comprou um lote de 100 ações da Petrobras, pagando R$ 40,00 por ação. Além desse gasto, pagou 2% do total em taxas de corretagem. Quanto tio João gastou no total?

Figura 19: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 1º ano, p. 346)

Ainda analisando atividades relacionadas à Matemática Financeira, observamos que os exercícios propostos na Figura 19 são abordados de maneira semelhante aos exercícios anteriores, de forma contextualizada, mas passíveis de resolução mecânica por meio da aplicação de fórmulas, parecendo não haver uma preocupação em desenvolver a habilidade de argumentação e tomada de decisões, favoráveis ao desenvolvimento do conhecimento por parte do aluno.

Entendemos que os conceitos matemáticos trabalhados na disciplina não devem ser apenas memorizados, mas, sim, apresentar significado para o aluno a fim de que o conhecimento seja verdadeiramente apropriado por ele.

Vejamos algumas situações propostas no livro do 2º ano dessa mesma coleção para o Ensino Médio, e como são abordados alguns conteúdos matemáticos, quando destacamos duas situações que consideramos estabelecer relações entre o conteúdo matemático e o cotidiano do aluno.

4. Em maio de 2007, um dos maiores jogadores de todos os tempos marca seu milésimo gol. Romário faz o gol de número mil contra o Sport após uma cobrança de pênalti. O dia da semana em que Romário realizou essa façanha é o mesmo de um dos elementos da matriz AB, em que **A** é a matriz 4×7 formada apenas pelos números do calendário

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} D & S & T & Q & Q & S & S \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 \\ 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 28 \end{pmatrix} \end{array}$$ e **B** é a matriz $$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$. Portanto, Romário marcou seu milésimo gol em qual desses dias da semana?

a) domingo
b) segunda-feira
c) terça-feira
d) quarta-feira
e) quinta-feira

TASSO MARCELO/AGÊNCIA ESTADO

Romário, jogador do Vasco, marca o milésimo gol de sua carreira contra o Sport, em 20/05/2007.

Figura 20: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 2º ano, p. 117)

7º) (FGV-SP/modificado) As livrarias **A**, **B**, **C** e **D** de uma cidade vendem livros de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, de uma mesma coleção, com preço comum estabelecido pela editora. Os dados de vendas diárias são os seguintes:

Livrarias	Número de livros vendidos				Valor total recebido (R$)
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	
A	2	2	3	2	563,10
B	2	1	2	4	566,10
C	0	5	0	0	304,50
D	3	2	5	1	687,90

Qual o preço de venda de cada um dos livros da coleção?

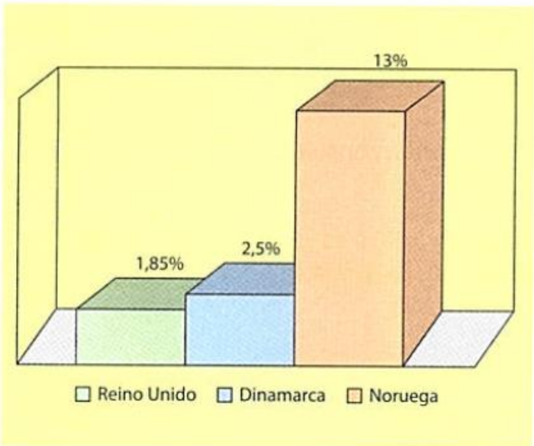
Figura 21: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 2º ano, p. 159)

Sabemos que no Brasil o futebol é um esporte acompanhado por muitos jovens. São comuns no dia seguinte a uma partida de futebol os comentários dos alunos, em sala de aula, a respeito do desempenho de determinado jogador ou a manifestação de opinião sobre os times em campo. Tendo consciência dessa realidade, autores de livros didáticos têm procurado estabelecer relações entre assuntos futebolísticos e conteúdos matemáticos.

Nessa perspectiva, os autores usaram o futebol e um dos mais conhecidos e atuantes jogares, o Romário, como pretexto para abordagem do produto de matrizes. Uma questão para reflexão seria: em que esse tipo de contextualização pode ajudar o aluno na tomada de decisões em seu contexto social?

O problema ilustrado na Figura 21 parece contribuir mais para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas para a análise de problemas e a tomada de decisões, porque muitas das diferentes informações veiculadas nos diferentes portadores de textos são organizadas em tabelas, gráficos e organogramas, o que facilita a identificação e a leitura dos dados. Por outro lado, esse tipo de organização de dados é utilizado em diferentes ramos da atividade humana, seja no comércio, nos escritórios ou nas indústrias. Assim, atividades como o problema ilustrado contribuem para o desenvolvimento da *numeracia* nos alunos do Ensino Médio.

1. Segundo dados de 2003, para reduzir o consumo de agrotóxico, alguns países da Europa cobram dos produtores desse material uma taxa sobre as vendas realizadas. O gráfico seguinte mostra essa taxa em três países. Parte da arrecadação é destinada para a fiscalização e parte é direcionada para a pesquisa, com o objetivo de promover técnicas alternativas de plantio.



a) Qual desses países cobra maior taxa sobre as vendas de agrotóxico de seus produtores?
b) Estabeleça uma relação entre a maior e a menor taxa cobrada por esses países.
c) Se em um semestre um produtor da Dinamarca vende um total de 12 500 euros da sua produção de agrotóxico, quanto ele deve pagar ao governo nesse período?

2. Veja o que o professor de Matemática afirmou a respeito das médias do 2º bimestre obtidas por seus alunos da 3ª B: "No 2º bimestre, de todos os meus alunos da 3ª série B, 3 ficaram com média 5,5, enquanto 12 ficaram com 6,0; por outro lado, 6 obtiveram média 7,0, outros 9, média 8,5, e os 6 restantes ficaram com média 9,5".
a) Arrume os dados declarados por esse professor numa tabela.
b) Responda: Quantos alunos havia na 3ª série B?
c) Numa folha de papel quadriculado, faça um gráfico de barras, pinte uma quadrícula para cada 3 alunos e considere que o eixo horizontal (**x**) representa as notas e o eixo vertical (**y**) o número de alunos.

Figura 22: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 3º ano, p. 15)

7. A tabela a seguir é resultante de uma pesquisa sobre os "gêneros musicais" mais vendidos em uma loja de CDs durante um dia. Complete os espaços.

Gênero musical	FA	FR	FR	FR
sertanejo				30%
MPB		$\frac{6}{25}$		
rock				
clássico			0,14	
total	50			

Figura 23: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 3º ano, p. 21)

Situações envolvendo conteúdos de Estatística também são muito presentes no livro do 3º ano de *Matemática: contextos e aplicações.* Encontramos situações que solicitam do aluno o cálculo de medidas de tendência central (média, mediana e moda) trabalhadas a partir da leitura e interpretação de gráficos e atividades envolvendo o preenchimento de tabela de frequência.

As situações relacionadas ao conteúdo de Estatística, porém, mostram que grande parte das atividades envolvendo gráficos e tabelas, propostas aos estudantes do Ensino Médio, está relacionada ao preenchimento de dados, pouco estimulando o questionamento e encaminhando os alunos à reflexão, ou a redimensionar essas situações para problemas enfrentados por eles nas relações que estabelecem em sociedade, seja no trabalho, nas situações de compra e venda, ou nos momentos de lazer.

O estímulo ao uso de fórmulas para os procedimentos de cálculo, em maior quantidade daquelas situações que fomentam o questionamento e a reflexão, é um fato preocupante, principalmente se considerarmos que os livros didáticos é um dos níveis do desenvolvimento curricular a que os professores mais têm acesso. Como consequência, em diferentes situações são os livros didáticos que indicam o que deve ser trabalhado em cada um dos anos letivos, como os conteúdos devem ser organizados e selecionados e qual a abordagem deve ser dada aos temas matemáticos.

Assim, a prática pedagógica dos professores é configurada a partir do tratamento dado pelos livros didáticos aos conteúdos. Como consequência, e tomando as situações apresentadas aqui como exemplos e ilustração, as atividades embora proponham contextualizar algumas ideias matemáticas, pouco proporcionam ao aluno a oportunidade de investigar estratégias de resolução variadas.

3. Na abertura do capítulo 12 do volume 1 desta coleção vimos, na atividade 2, que existe um padrão para a construção da bandeira brasileira: "*Para o cálculo das dimensões, toma-se por base a largura desejada, dividindo esta em 14 partes iguais. Cada uma das partes será considerada uma medida ou módulo. O comprimento da bandeira será de 20 módulos*".

Leia estes outros dados:

- A distância dos vértices do losango amarelo ao quadro externo será de um módulo e sete décimos (1,7 M);
- O raio do círculo azul no meio do losango amarelo será de três módulos e meio (3,5 M).

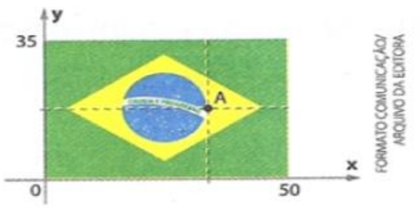
Com base nessas informações e observando o gráfico abaixo, determine:

a) as coordenadas dos quatro vértices do losango que aparece na figura da bandeira;

b) as coordenadas do centro do círculo que sustenta a faixa "Ordem e Progresso";

c) uma estimativa de medida do raio desse círculo, considerando a simetria da bandeira;

d) as coordenadas do ponto **A** indicado no gráfico, de acordo com a medida do raio estimada.



(Os dados completos das dimensões da bandeira você pode encontrar no *site* do INMETRO: www.inmetro.gov.br.)

Figura 24: Situação-problema (*Matemática: contextos e aplicações*, 3º ano, p. 81)

As situações propostas nos três volumes da coleção *Matemática: contextos e aplicações* pouco contribuem para que os alunos desenvolvam competências numéricas para resolverem problemas, sejam aqueles propostos pelos materiais que apresentam o currículo de Matemática, ou situações semelhantes possivelmente vivenciadas por adolescentes e adultos que cursam o Ensino Médio.

Nessa coleção, há uma tendência de atividades que requerem do aluno mais uma competência prática, relacionada a determinados conteúdos matemáticos, do que processos de reflexão e tomadas de decisões em situações cotidianas, conforme as situações-problema ilustradas pelas Figuras 20 e 24.

Ao comparar as duas coleções, é possível afirmar que a abordagem dada à Matemática pelos livros didáticos do Ensino Fundamental é mais interessante do ponto de vista de possibilitar aos alunos desenvolverem suas competências de numeracia e, portanto, de estabelecerem diferentes relações com situações vivenciadas em contextos extra-escolares, nos mais diferentes espaços e situações do mundo-vida dos alunos dessa etapa de ensino.

Nessa perspectiva, os livros didáticos do Ensino Fundamental apresentam aos alunos a Matemática como ferramenta de desenvolvimento da formação para o exercício da cidadania, evidenciando que os conteúdos trabalhados nos quatro anos letivos dessa etapa de ensino, mais do que permitirem a construção da aprendizagem da Matemática, encaminham à reflexão para a tomada de decisões.

Nos livros didáticos analisados do Ensino Médio, porém, predomina o trabalho com a Matemática no sentido de que seus conteúdos são instrumentos para resolverem problemas técnicos, em que se solicitam mais procedimentos mecânicos do que ações refletidas, portanto problematizadoras e tematizadoras da realidade social, o que propõem os documentos curriculares para essa etapa de ensino.

As situações propostas, em sua maioria, dão indício de preocupações em preparar os alunos do Ensino Médio para prestarem concursos e exames vestibulares que, embora tenham sua importância e relevância social, não contribuem para que esses alunos se constituam sujeitos que pensam sobre os problemas da sociedade, recorram à Matemática para resolver problemas e tomar decisões, ou seja, a Matemática como ferramenta que permite o pensar e o agir para a melhoria do coletivo social.

CAPÍTULO 4

BUSCANDO IDENTIFICAR COMPETÊNCIAS NUMÉRICAS REVELADAS POR ESTUDANTES EGRESSOS DO ENSINO MÉDIO, EM ESCOLAS PAULISTANAS

[...] cada indivíduo organiza seu processo intelectual ao longo de sua história de vida, captando e processando informações [...].

Ubiratan D'Ambrosio (2005, p. 117)

Neste capítulo apresentaremos os resultados de nossa pesquisa de campo, realizada com estudantes egressos do Ensino Básico, com intuito de identificar o uso de competências matemáticas e focalizar a utilização de conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativamente à sua utilização, à caracterização de conhecimentos e procedimentos básicos que envolvem a capacidade de usar conhecimentos e procedimentos em contextos reais.

Inicialmente, apresentaremos nossos entrevistados e faremos uma síntese das suas percepções sobre como se deram o ensino e a aprendizagem de Matemática em suas trajetórias escolares. O roteiro de entrevistas utilizado está reproduzido no Apêndice I.

Na sequência, faremos a exposição do instrumento elaborado, que foi apresentado aos entrevistados, reproduzido no Apêndice II.

Finalmente, analisaremos os procedimentos dos alunos egressos para cada uma das situações apresentadas.

4.1. Conhecendo os entrevistados

O grupo de entrevistados foi composto por seis alunos egressos do Ensino Médio de escolas paulistanas, selecionados a partir de alguns critérios, como explicitamos no Capítulo 1. No quadro a seguir, caracterizamos os entrevistados, usando nomes fictícios.

Quadro VI: Caracterização dos estudantes entrevistados

Nome	Sexo	Idade	Conclusão do Ensino Médio	O que faz em 2013
Maria	F	17 anos	2012, em escola pública estadual	Cursa o ensino superior em Matemática
Alice	F	17 anos	2012, em escola pública estadual	Cursa o ensino superior em Matemática
Antonio	M	19 anos	2012, em escola pública estadual	Cursa o ensino superior em Administração de Empresas
João	M	18 anos	2012, em escola pública estadual	Cursa o ensino superior em Psicologia
Rosa	F	17 anos	2012, em escola particular	Cursa o ensino superior em Letras
Pedro	M	17 anos	2012, em escola particular	Cursa o ensino superior em Engenharia Civil

As percepções de Maria

Maria, 17 anos, entrevistada em abril de 2013, é aluna egressa de escola pública e cursava, em 2013, o primeiro semestre do Ensino Superior do curso Licenciatura em Matemática. Maria nos relata que estudou o primeiro e segundo ano do Ensino Médio no período matutino e o terceiro ano no período noturno. Segundo ela, no terceiro ano as aulas eram bem melhores, pois havia poucos alunos e, dessa forma, o professor dava mais atenção a cada um de seus colegas, individualmente. Maria conta que no primeiro e segundo ano, porém, havia mais de quarenta alunos na sala, sendo impossível proporcionar um ambiente para discussões em torno dos conteúdos trabalhados.

Ela pondera que “realização de projetos, nem pensar”. Já no terceiro ano, quando as aulas eram noturnas, havia ambiente propício para discussões, pesquisas, enfim, a aula era mais *light*. Maria comenta que a escola onde estudou dispõe de um laboratório de informática, raramente utilizado. Lembra-se de ter usado esse laboratório uma única vez, durante todo o período escolar, quando o professor do primeiro ano realizou uma atividade envolvendo gráficos.

Maria mostrou, inicialmente, uma grande motivação ao descrever as experiências em relação ao ensino da Matemática. Declarou que sempre gostou dessa disciplina, que achava as aulas interessantes e que apesar das dificuldades buscava por meio de pesquisas em livros, ou mesmo na internet, esclarecer suas dúvidas, o que aumentava cada vez mais seu interesse em aprender Matemática.

Quanto à forma como eram desenvolvidas as aulas, Maria lembra que, no Ensino Médio, os professores

> Passavam na lousa a teoria, seguida por exercício exemplo e depois passavam vários exercícios similares (Entrevista de Maria, abr. 2013).

Raramente o professor utilizava outro tipo de situação. Contou que até mesmo no período das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), embora houvesse grande incentivo por parte da escola, a maioria dos alunos não participava por saber que não valia nota. Em relação à integração da Matemática com as outras disciplinas, Maria considera que isso não acontecia, as disciplinas eram todas trabalhadas de forma dissociada.

Quando perguntada se havia, por parte da escola, incentivo a investigações sobre a importância da Matemática e seu relacionamento com questões do dia a dia, Maria contou que o professor, quando ensinava conteúdos como o Teorema de Pitágoras, Fórmula de Bháskara, seno, cosseno e tangente, falava para os alunos que, apesar de aprender tais conteúdos na escola, eles não fariam uso deles em seu cotidiano, provavelmente nem veriam mais, a menos que algum deles optasse por cursar Matemática no ensino Superior.

Maria comentou que discorda totalmente da colocação do professor e complementou que considera a sua atitude uma forma de desmotivar os alunos a estudarem Matemática. Questionada se percebia relações entre o que aprendia nas aulas de Matemática e situações do seu cotidiano e quais eram essas relações, a aluna afirmou positivamente. Ela disse que a presença da Matemática no dia a dia é perceptível:

> Ao fazer compras precisamos fazer contas para saber quanto vamos gastar, ou quando vamos ao banco pagar contas, por exemplo, em muitas situações do cotidiano usamos a Matemática (Entrevista de Maria, abr. 2013).

As percepções de Alice

Alice, 17 anos, entrevistada em abril de 2013, é aluna egressa de escola pública e cursava, em 2013, o primeiro semestre do Ensino Superior do curso Licenciatura em Matemática, no período noturno. Alice revela-se bem mais tímida e, talvez por isso, não se estende muito em suas respostas.

Ela considera que seus professores na Educação Básica eram atenciosos e esclareciam as dúvidas dos alunos sempre que solicitados. Perguntada se havia espaço para discussões e investigações em sala de aula ou fora dela, a entrevistada afirmou não haver espaço para esse tipo de atividade. Alice lembra que no primeiro e segundo anos do Ensino Médio os professores pediam trabalhos em grupo, mas no terceiro ano isso não acontecia. Quanto à realização de projetos, a aluna contou não haver incentivo para esse tipo de tarefa. Ela nos disse ainda que no terceiro ano o professor de Matemática orientou que cada aluno instalasse em seu computador um programa para traçar gráficos, entretanto a aluna afirmou não lembrar qual o nome desse programa.

Alice declara gostar das aulas de Matemática e as acha muito interessantes. Afirma considerar-se uma ótima aluna, embora tivesse algumas dificuldades para entender alguns conteúdos. A propósito da forma com que eram desenvolvidas as aulas de Matemática, contou que o professor explicava os temas e depois passava muitos exercícios para fixação do conteúdo. Relatou ainda não existirem trabalhos voltados para integração entre a Matemática e as outras disciplinas, nem incentivo às investigações sobre a importância da Matemática e sobre o seu relacionamento com questões do dia a dia.

Quando interrogada sobre sua percepção acerca das relações entre o que aprendia nas aulas de Matemática com situações do seu cotidiano, a aluna afirmou perceber que a Matemática está relacionada com tudo, usando como exemplo o fato de precisar saber fazer contas para saber quanto gasta ao fazer compras.

As percepções de Antonio

Antonio, 19 anos, entrevistado em abril de 2013, é aluno egresso de escola pública e cursava, em 2013, o primeiro semestre do Ensino Superior do curso de Administração, no período noturno.

Antonio destaca que a escola onde cursou o Ensino Médio era muito boa e que tinha muitos amigos, mas os professores não eram muito bons, faltavam muito, o que prejudicava a aprendizagem dos alunos. Lembra que na sala de aula os professores apenas explicavam o conteúdo e passavam exercícios, sem abrir espaço para discussões. Relatou ainda que "de vez em quando" o professor pedia trabalhos em grupo, mas não havia realização de projetos.

Antonio pondera que nas aulas os professores davam preferência ao uso de livros didáticos e Caderno do Professor[8], e que não havia uso de recursos tecnológicos.

Ao contrário de Maria e Alice, Antonio conta que nunca gostou de Matemática. Lembra que, no segundo ano do Ensino Médio, teve um professor de Matemática que era um pouco melhor que os outros, mas ainda assim não gostava das aulas.

Ele considera que alguns conteúdos ele entendia melhor, outros achava mais difícil, mas estudava muito, e conseguia tirar notas razoáveis, suficientes para ser aprovado.

Lembra que as aulas de Matemática eram desenvolvidas sempre da mesma forma: os professores explicavam os conteúdos e depois passavam exercícios.

Quanto à integração da Matemática com outras disciplinas, o aluno contou que cada professor trabalhava o conteúdo de sua disciplina de forma independente, e não costumavam interagir com as outras disciplinas.

Sobre a importância dessa disciplina e sobre o seu relacionamento com questões do dia a dia, o aluno mencionou que só havia esse tipo de investigação quando algum exercício do livro didático se valia dessa forma de abordagem.

Perguntado se percebia relações da Matemática que aprendia na escola com seu cotidiano, Antonio nos respondeu que, "para falar a verdade, não percebia". Só agora que frequenta o curso de Administração, no Ensino Superior, é capaz de perceber tais relações. E exemplifica: na disciplina de Matemática Financeira, por exemplo, quando faz cálculos de juros, percebe a importância da Matemática no seu dia a dia.

[8] O *Caderno do Professor*, publicado pela primeira vez em 2010, consiste de material de apoio à implementação do Currículo de Matemática proposto pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP). Esse material apresenta orientações metodológicas e sugestões para que o professor possa desenvolver as situações de aprendizagens propostas no *Caderno do Aluno*.

As percepções de João

João, 18 anos, entrevistado em abril de 2013, é aluno egresso de escola pública e cursava, em 2013, o primeiro semestre do Ensino Superior do curso de Psicologia, no período noturno.

João descreveu seus professores como bons profissionais, atenciosos, explicavam bem o conteúdo e tiravam dúvidas dos alunos sempre que solicitados. No entanto, considera que nas aulas de Matemática não havia espaço para discussões, pois os professores "passavam o conteúdo e depois propunham exercícios". De vez em quando pediam trabalhos para ajudar na média final.

Ele recordou que seus professores não costumavam pedir trabalhos em grupo, passavam sempre muitos exercícios. Segundo o aluno, também não havia incentivo à realização de projetos de investigação.

João também relatou o não uso de recursos tecnológicos e lembrou que seus professores utilizavam mais os livros; revelou que um professor, no segundo ano, fazia competições entre grupos de alunos, o que era bem interessante, segundo ele.

João disse que a Matemática não era sua matéria preferida, mas que as aulas eram boas e os professores eram bacanas. Apesar de não gostar de Matemática, João avaliou que sempre se deu bem com ela e nunca teve muitos problemas, e, quando a aula ficava meio complicada, ele estudava em casa, pesquisava e percebia que era fácil de entender, ou seja, nunca teve muitas dificuldades.

A propósito de como eram desenvolvidas as aulas, o entrevistado relatou que os professores explicavam os conteúdos utilizando-se de exemplos e depois de atividades, que posteriormente eram corrigidas. Nessas ocasiões, os professores aproveitavam para esclarecer as dúvidas apresentadas pelos alunos.

João considera que não havia integração entre as disciplinas, as quais eram desenvolvidas de forma dissociada. No entanto, lembra dos professores falando para a classe da importância em aprender Matemática, pois a usariam em tudo em suas vidas, e, no futuro, dependendo da profissão escolhida, ela seria de grande utilidade.

Enfatizou ainda sempre perceber relações entre o que aprendia nas aulas de Matemática com situações de seu cotidiano. Segundo ele, as aulas de Matemática que teve no Ensino Médio foram fundamentais para entender as aulas de Estatística que cursa atualmente no curso de Psicologia.

As percepções de Rosa

Rosa, 17 anos, entrevistada em maio de 2013, é aluna egressa de escola particular e cursava, em 2013, o primeiro semestre do Ensino Superior do curso Licenciatura em Letras, no período noturno.

Rosa relatou que cursou o primeiro ano do Ensino Médio em uma escola e o segundo e terceiro anos em outra escola, ambas do ensino privado. Talvez por ter estudado mais tempo na segunda escola, ela considera ser essa a mais marcante e a descreve como uma instituição de alto nível, preocupada com a aprovação do aluno no vestibular.

Quanto aos professores, Rosa relatou que eram muito distantes dos alunos, mas que mostravam muito empenho em prepará-los para o vestibular. Ela considera que o ensino proposto não valorizava os conhecimentos relacionados à vida cotidiana, tampouco o raciocínio lógico. Contou-nos que sentia falta de pensar, de chegar a um resultado, era tudo muito mecânico, era preciso decorar fórmulas que não eram deduzidas, que não sabia justificar o que estava aprendendo.

Rosa acrescentou que não havia espaço para trabalhos práticos, trabalhos de campo, tampouco espaço para discussões. Contou ainda que havia aulas apenas para esclarecer dúvidas, levantar questões sobre como resolver um dado exercício, mas de forma muito superficial.

Quanto ao incentivo ao trabalho em grupo e à realização de projetos, Rosa lembra que no Ensino Médio não havia discussões, trabalhos em grupo, divisão de tarefas; os conteúdos eram trabalhados por meio de exercícios com avaliações periódicas. Revela em sua fala uma insatisfação em relação à forma com que as aulas eram desenvolvidas por seus professores.

A propósito da realização de atividades diferenciadas e uso de recursos tecnológicos como instrumentos pedagógicos, a entrevistada relatou que, na escola em que cursou o segundo e terceiro anos do Ensino Médio, o professor utilizava alguns objetos que remetiam à Geometria, alguns objetos reais, segundo ela, como dobraduras, embalagens, coisas do dia a dia, mas não faziam uso de *softwares*, por exemplo.

Rosa afirmou, entre risos, que considerava as aulas de Matemática nada interessantes. Ao recordar, avalia ser bastante esforçada, estudava muito e, como consequência, sempre foi bem em Matemática. Ela acredita não ter facilidade com a Matemática, entretanto o fato de dedicar-se muito aos estudos e ser bastante focada possibilitou alcançar bons resultados.

Complementando, a entrevistada que hoje cursa Licenciatura em Letras afirmou que não optaria pelo curso de Matemática, pois, do que estudou nessa disciplina, lembra-se apenas das fórmulas decoradas, e considera que não teria facilidade em trabalhar com raciocínio lógico.

Avalia que as aulas de Matemática eram bem tradicionais, com conteúdos teóricos, demonstrações de teoremas, exercícios-modelos e depois outros similares, seguindo exatamente essa ordem. Em relação à integração com outras disciplinas, Rosa afirmou que apenas percebia a relação da Matemática com a Física, em que eram utilizados muitos cálculos matemáticos.

Rosa enfatiza que seus professores não se preocupavam em discutir ou mostrar a importância da Matemática e suas relações com questões do dia a dia, mas lembra que existiam alguns alunos na sala – e diz que "ainda bem que existiam" – que colocavam questões sobre o uso de alguns conteúdos. Eles perguntavam, por exemplo, onde poderiam fazer uso do conceito de matrizes, entre outros. No entanto, por parte dos professores, não aconteciam explorações dessas relações.

Rosa relatou que conseguia perceber essas relações entre o que aprendia na escola e o que usava em seu cotidiano quando, por exemplo, trabalhava com Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas. Como exemplo desse caso, ela lembra que relacionava o conteúdo com questões bancárias ou compras a prazo. Entretanto, para ela, tais relações só eram alcançadas pelo fato de os pais serem formados em Engenharia e incentivá-la a estudar Matemática, procurando mostrar, ao longo de sua trajetória escolar, a importância de relacionar essa disciplina com situações do seu dia a dia, o que poucas vezes aconteceu no ambiente escolar.

Perguntada sobre o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, Rosa respondeu que raramente eram utilizados. A aluna contou que no primeiro ano do Ensino Médio vivenciou algumas situações em que empregou recursos tecnológicos, mas que a partir do segundo ano as coisas ficaram mais mecânicas, no sentido de procurar preparar os alunos para o vestibular.

As percepções de Pedro

Pedro, 17 anos, entrevistado em maio de 2013, é aluno egresso de escola particular e cursava, em 2013, o primeiro semestre do ensino superior, do curso Engenharia Civil.

Pedro considera que sua escola era boa e que tinha um bom relacionamento com os professores. Afirmou ainda que nunca teve grandes dificuldades, pois sempre esteve envolvido com as questões escolares, tanto na sala quanto nos ambientes extrassala. Segundo o aluno, quando ingressou no Ensino Médio, passou a colaborar com a parte cultural e a trabalhar nos eventos promovidos pela escola.

Pedro relatou que geralmente era mais dentro da sala que aconteciam as discussões, fora dela não havia tanto espaço, mas, sempre que precisava esclarecer alguma dúvida, procurava os professores e estes sempre o atendiam. A propósito do incentivo ao trabalho em grupo, Pedro lembra que eram realizados trabalhos em equipe, mas a maioria era trabalhos escritos. Já as apresentações desses trabalhos também ocorriam, mas com pouca frequência.

Em relação à realização de atividades diferenciadas como uso de recursos tecnológicos como instrumentos pedagógicos, segundo o aluno, esporadicamente, os professores faziam uso de *datashow*.

Para Pedro, as aulas de Matemática eram interessantes, talvez pelo fato de não possuir grandes dificuldades com a disciplina. Ele relata que sempre teve facilidade para entender a Matemática, tanto que, no seu grupo de trabalho, por entender a matéria com mais facilidade, acabava ajudando seus colegas. Ponderou ser geralmente assim porque os outros alunos falavam que não dava para entender o que o professor ensinava, então, ele, que tinha facilidade em aprender, ensinava para os seus colegas.

Pedro descreveu as aulas de Matemática contando que o professor sempre passava primeiro os conteúdos, depois os exemplos e, finalmente, concluía trabalhando com listas de exercícios. Ressaltou que a escola realizava alguns eventos, como feiras e exposições, e que nessas ocasiões aconteciam algumas situações de integração das disciplinas. Entretanto, no dia a dia dentro da sala de aula a integração não ocorria.

Pedro pondera que,

> na verdade, todas as aulas acabam mostrando a importância da Matemática no dia a dia. Eu acho que o grande problema é que os alunos já vão para escola com medo da Matemática, sem conhecer direito a matéria (Entrevista de Pedro, maio. 2013).

Segundo ele, a escola mostrava sim essa importância:

> Era visível a importância da Matemática no nosso dia a dia, principalmente quando os alunos tinham dúvidas e o professor começava a falar do uso da Matemática, usando exemplos relacionados ao dinheiro, e isso facilitava (Entrevista de Pedro, maio 2013).

Questionado se percebia relações entre o que aprendia nas aulas de Matemática com situações do seu cotidiano, o aluno comentou que muito do que se aprende de Matemática na escola não se usa no dia a dia:

> mas o que é estudado pode ser aplicado no dia a dia, mesmo que seja uma coisa simples, como para fazer um bolo, por exemplo, é necessário medir a quantidade certa dos ingredientes, ou calcular quanto receber de troco quando fazemos uma compra, coisas deste tipo (Entrevista de Pedro, maio 2013).

A partir da apresentação dos alunos egressos da Educação Básica, elaboramos um quadro que sintetiza as percepções dos entrevistados.

Quadro VII: Síntese das percepções dos alunos egressos

	Maria	Alice	Antonio	João	Rosa	Pedro
Considera boa(s) a(s) escola(s) onde estudou	X	X	X	X		X
Bom relacionamento com os professores	X	X	X	X		X
Havia espaço para discussões e trabalhos em grupo	só no 3º ano	nos 1º e 2º anos				X
Havia investigações sobre as relações da matemática com o cotidiano						
O professor utilizava recursos tecnológicos como instrumento pedagógico	uma vez	só no 3º ano			no 3º ano usou sólidos geométricos	X
Considerava interessantes as aulas de Matemática	X	X				X
Considerava-se um(a) bom(boa) aluno(a) em Matemática	X	X		X	X	X
Considerava as aulas de Matemática tradicionais	X	X	X		X	X
Havia integração da Matemática com as outras disciplinas					nas aulas de Física	X
A escola mostrava a importância da Matemática no dia a dia				X		X
Percebia relações da Matemática da escola com o cotidiano	X	X		X	X	X

4.2. Situações-problema apresentadas aos alunos

Em busca de fundamentação acerca do tema que nos propomos a desenvolver nesta pesquisa, encontramos os trabalhos de Ubiratan D'Ambrósio, Ole Skovsmose, Merrilyn Goos, Vince Geiger e Shelley Dole, João Pedro da Ponte e Lynn Arthur Steen.

Em Steen (2002, p. 83) escolhemos algumas situações que nos inspiraram a elaborar o roteiro de atividades, a saber:

– Saber como dividir a conta do almoço por três.
– Comparar opções para empréstimos ou para compra de um automóvel.
– Compreender os efeitos dos juros compostos.

– Verificar os movimentos da conta bancária e procurar possíveis fontes de erro.

– Interpretar dados indicados em representações gráficas.

O desenvolvimento das situações-problema com cada aluno egresso do Ensino Médio aconteceu no mesmo dia em que foram realizadas as entrevistas. Foram propostas questões envolvendo situações do cotidiano, para as quais os sujeitos da pesquisa deveriam fazer uso de conhecimentos construídos normalmente no Ensino Médio, em sua resolução.

A seguir, apresentamos as situações-problema propostas aos alunos egressos com a finalidade de analisar a produção de cada aluno a partir das contribuições dos autores destacados no Capítulo 2. Organizamos cinco situações-problema apresentadas aos entrevistados, impressas, uma de cada vez na seguinte sequência[9]:

Na primeira atividade objetivamos verificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de uma situação do cotidiano buscando evidenciar a presença ou não de relações entre a Matemática escolar e Matemática utilizada por esses alunos no dia a dia.

SITUAÇÃO I

Suponha que você foi ao restaurante com mais 2 amigos. Pediram praticamente as mesmas coisas e vão dividir a conta igualmente. O garçom traz a nota e o total é de R$ 79,05. Não está incluída a gorjeta. O que acontece a partir daí?

Na sequência propomos a situação II, com a qual buscamos verificar se o aluno reconhece a aplicabilidade dos conteúdos matemáticos que são aprendidos na escola em seu cotidiano, fora dela, por meio de uma atividade relacionada à Matemática Financeira.

[9] A Situação V é uma adaptação do Exame do Concurso Público para Polícia Militar de São Paulo: Soldado PM de 2.ª Classe-Militar Estadual (Feminino), em 2010, questão 25, Fundação Vunesp. Disponível em: http://www.vunesp.com.br/pmes1001/01_SoldadoPM2ClassMilEstadFeminino.pdf. Acesso em: 5 abr. 2013.

SITUAÇÃO II

Suponha que você quisesse comprar um carro de R$ 40 000,00. Você tem R$ 10 000,00 na poupança para dar de entrada na compra do carro, e uma renda mensal de R$ 4 500,00. Consultou uma financiadora e descobriu que a compra pode ser feita em parcelas mostradas na tabela abaixo:

12 x R$ 3.041,42

18 x R$ 2.114,63

24 x R$ 1.660,15

36 x R$ 1.196,91

48 x R$ 1.039,79

60 x R$ 912,08

Se você der apenas R$ 5 000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

12 x R$ 3.527,27

18 x R$ 2.452,43

24 x R$ 1.925,35

36 x R$ 1.455,99

48 x R$ 1.205,89

60 x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa, que decisão tomaria? Por quê?

SITUAÇÃO III

Agora imagine que você desistiu de comprar o carro e vai investir seus R$ 10.000,00 numa aplicação durante o período de 1 ano, a uma taxa de aproximadamente 1,5% ao mês. Daqui a um ano quanto você terá? Se quiser, pode usar a calculadora nesta situação.

SITUAÇÃO IV

Verificar os movimentos de uma conta bancária que lhe é apresentada (a partir de um extrato real).

◄ Jan/13 Fev/13 Mar/13 Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 336548310001-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		S A L D O			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

– Identificar qual o período examinado.

– Explicar o que aconteceu no período examinado.

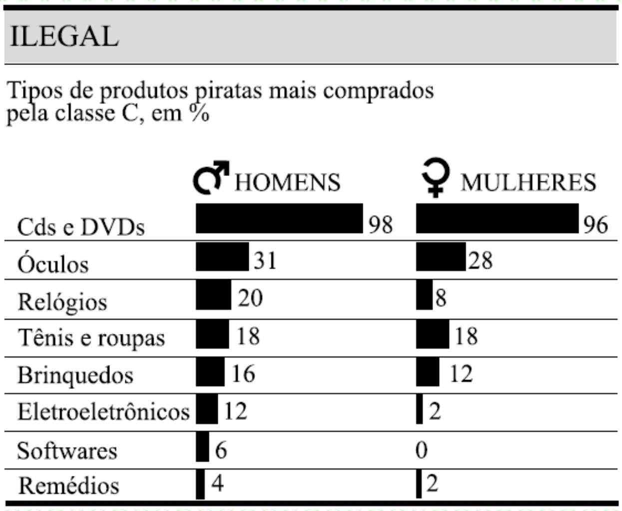
– Verificar se há incorreções.

– Não é permitido o uso de calculadora para resolver essa situação.

Quanto à proposição da situação V, buscamos verificar as habilidades reveladas pelos alunos em numa representação gráfica de dados necessários para a resolução do problema.

SITUAÇÃO V

De acordo com matéria publicada no jornal *Folha de São Paulo* em 13 de abril de 2010, a venda de produtos piratas é muito grande. A representação abaixo mostra os produtos piratas mais comprados por homens e mulheres, da classe C, em porcentagem.



De acordo com essas informações, então, em uma pesquisa com 1.000 pessoas, sendo 600 homens e 400 mulheres:

– Como você calcula a quantidade de homens que compram relógios piratas?

– E como faz para calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas?

A partir das resoluções apresentadas das situações propostas aos alunos, realizamos a análise que, segundo Bogdan e Biklen (1994), significa interpretar e dar sentido a todo o material de que se dispõe a partir da coleta de dados. Esses autores afirmam que a análise de dados pressupõe diversas atividades, como organizar e subdividir os dados, sintetizá-los, procurar padrões, descobrir o que é relevante e o que se vai dizer aos outros.

4.3. O processo de resolução pelos alunos

Neste tópico, analisaremos as resoluções dos alunos das situações-problema propostas. Inicialmente, descreveremos o processo de resolução pelos seis alunos egressos do Ensino Médio.

Situação I – A divisão da conta no restaurante

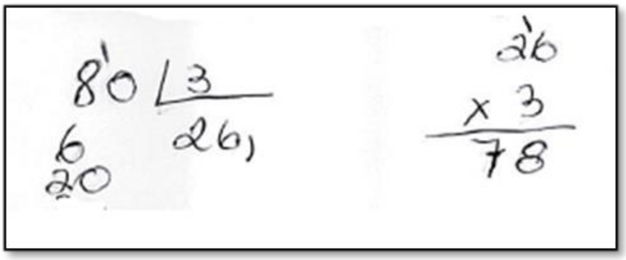
Entregamos a situação-problema da situação I para cada um dos seis alunos entrevistados. Em seguida, eles deram início ao processo de resolução.

Esperávamos que os entrevistados decidissem inicialmente se iriam ou não dar gorjeta, e, em caso afirmativo, explicitassem o valor. No caso de não incluir gorjeta, deveriam fazer a divisão R$ 79,05 por 3, obtendo R$ 26,35. No caso, por exemplo, de considerar uma gorjeta de 10%, calculariam 86,95 ÷ 3 = 28,98, que poderia ser arredondado para 29,00 para cada pessoa. Poderiam ainda propor uma gorjeta menor e arredondar, por exemplo, 79,05 para 81 para dar divisão exata.

Inicialmente, os alunos fizeram uma leitura silenciosa do enunciado, mostrando concentração. Todos usaram a própria folha entregue para resolver a situação proposta. Os alunos utilizaram lápis e borracha fazendo os registros dos cálculos por eles realizados na folha em que lhes foi entregue.

No decorrer da resolução, tanto Maria quanto Rosa interromperam o que estavam registrando e leram o enunciado novamente. Alice e João também fizeram outra leitura, agora em voz baixa.

Na sequência, passamos a analisar os protocolos dos entrevistados

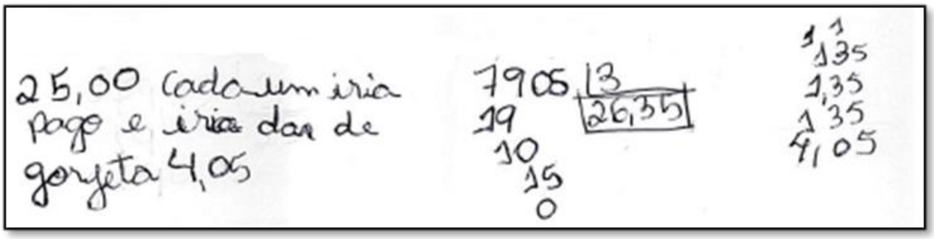


Protocolo de Maria

Maria arredonda o valor 79,05 para 80 e efetua divisão por 3, obtendo 26, mas não continua a divisão. Depois, aparentemente, testa a resposta encontrada multiplicando 26 por 3 obtendo 78, valor inferior ao total da conta. Nesse momento, Maria comentou que com o total de 78 faltaria 1 real para pagar a conta, argumentando:

> Então eu acho que fica assim, uma pessoa dá 26, a outra também dá 26 e a outra dá 27. É, eu faria assim (Depoimento de Maria).

Já Alice divide 79,05 por 3 e obtém 26,35. Na sequência, ela atribui o valor de 25,00 para cada pessoa e adiciona o que sobra das parcelas definindo o valor encontrado como gorjeta, determinando de forma incorreta a solução do problema, pois a conta a pagar era maior que R$ 75,00.



Protocolo de Alice

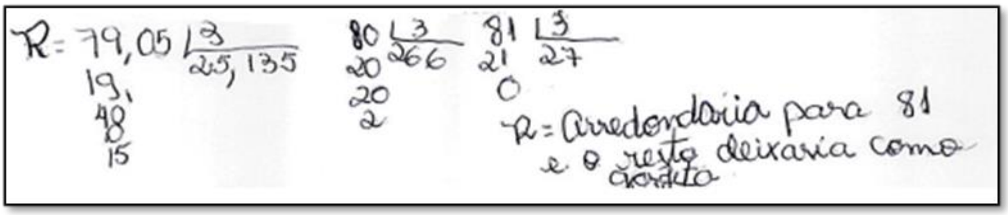
Ao efetuar a divisão, Alice comentou que dividir o valor de 79,05 por 3 resultaria no que ela chamou de “números quebrados” e, segundo ela, esse tipo de conta é difícil. Alice perguntou ainda se havia um valor fixo para gorjeta.

Aparentemente atribuir o valor de 25,00 para cada pessoa foi a forma que encontrou para evitar o cálculo com números racionais na forma decimal considerado por ela uma estratégia difícil.

> **Alice:** Dividir por três, aí vai dar número quebrado, difícil. Tem uma quantia de gorjeta que precisa dar ou não?
>
> **Pesquisadora:** O que você acha? Leia o problema com atenção novamente.
>
> **Alice:** Está bem, deixa eu ver.

Antônio, inicialmente, utilizou a estratégia de dividir 79,05 por 3. Obtém 25,135 como resposta em vez de 26,35. Percebendo que o resultado seria um número não inteiro, prefere utilizar a estratégia de arredondamento, que poderia auxiliá-lo. Tenta dividir 80 por 3, e, como a resposta ainda não é exata, opta por novo arredondamento, fazendo 81÷ 3.

Arredonda o valor de 79,05 para 81,00. Posteriormente, efetua a divisão de 81,00 por 3, obtendo o valor de 27,00 para cada pessoa e deixando o restante como gorjeta.

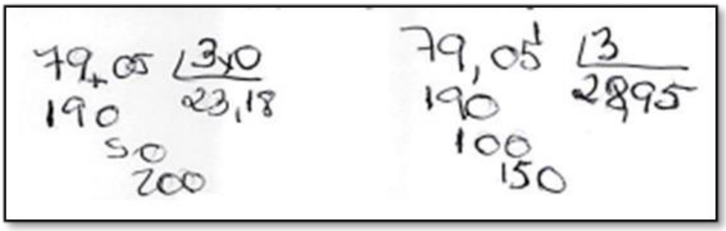


Protocolo de Antônio

Antonio também comentou que a conta era difícil por se tratar de números na forma decimal. Podemos observar que os respondentes não colocam em ação o que provavelmente devem ter estudado referente à divisibilidade de um número por 3, o que ajudaria, por exemplo, no caso de Antonio, a colocar em dúvida o resultado da divisão 79,05 por 3.

João dividiu 79,05 por 3 e obteve 23,18. Numa segunda tentativa, João repete a divisão de 79,05 por 3, mas desta vez obtém o valor 28,95. Na sequência, parece desistir de resolver o problema deixando a atividade inconclusa.

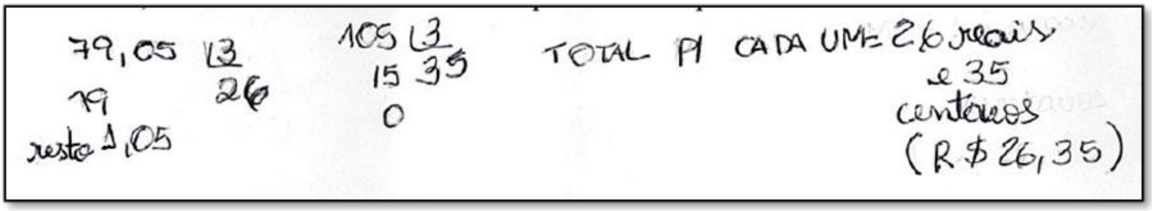
Seus registros evidenciam total falta de domínio do algoritmo da divisão.



Protocolo de João

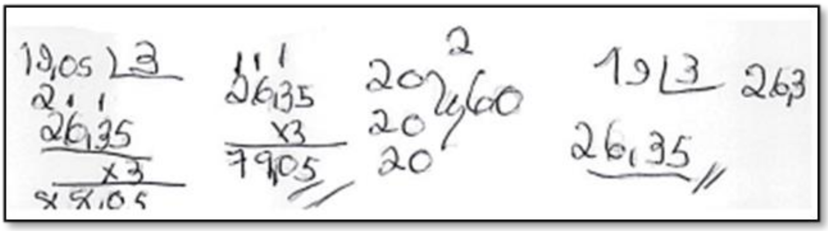
Rosa divide o valor de 79,05 por 3 e conclui que o valor a ser pago por pessoa será de 26,35. Apesar de o problema mencionar a gorjeta, o que poderia ser um fator facilitador na resolução do problema, Rosa optou por não valer-se dessa informação. Conclui assim a resolução respondendo que o total para cada um é igual a 26 reais e 35 centavos.

No protocolo de Rosa é possível verificar que, ao dividir 79,05 por 3, ela obtém o valor de 26 reais e um resto de 1 real e cinco centavos que ela converte, aparentemente, em 105 centavos e divide novamente por 3, encontrando o valor de 35 centavos para encontrar o valor final da divisão.



Protocolo de Rosa

Pedro iniciou a resolução do problema adicionando três parcelas de 20,00, valor estimado por ele a ser pago a cada pessoa. Em seguida muda de estratégia passando a divisão de 79,05 por 3, obtendo o valor de 26,35. Na sequência, Pedro multiplica 26,35 por 3 e obtém o total de 79,05, confirmando estar correto o cálculo da divisão. Assim finaliza a resolução, respondendo oralmente que cada pessoa deveria pagar R$ 26,35. Embora chegue ao resultado correto na divisão, o registro não é identificável.



Protocolo de Pedro

Situação II – Opções de compra de um automóvel

Os alunos iniciaram com a leitura a situação proposta, sempre com muita atenção.

Esperávamos que os alunos fizessem alguns cálculos (poderiam pedir para usar a calculadora) e percebessem que, com uma entrada de entrada de 10 000,00, financiariam os 30 000 restantes, em um número de parcelas que, conforme aumentavam, tornavam mais elevado o preço total da compra.

No entanto, tendo em vista que a renda mensal da pessoa era de 4 500,00, seria razoável não comprometer um percentual grande desse valor na prestação. Desse modo, poderiam ser interessantes opções, por exemplo, a de 24 parcelas de 1 660,15:

12 x R$ 3.041,42 = 36 497,04

18 x R$ 2.114,63 = 38 063,34

24 x R$ 1.660,15 = 39 843,60

36 x R$ 1.196,91 = 43 088,76

48 x R$ 1.039,79 = 49 909,92

60 x R$ 912,08 = 54 724,80

Como a pessoa dispõe de 10 000,00 na poupança e o rendimento dessa aplicação não é muito vantajoso, talvez não fosse interessante dar apenas 5 000 de entrada, pois o valor com as prestações elevaria bastante o pagamento total, como verificamos nos cálculos:

12 x R$ 3.527,27 = 42 327.24

18 x R$ 2.452,43 = 44 143.74

24 x R$ 1.925,35 = 46 208.40

36 x R$ 1.455,99 = 52 415.64

48 x R$ 1.205,89 = 57 882.72

60 x R$ 1.057,78 = 63 466.80

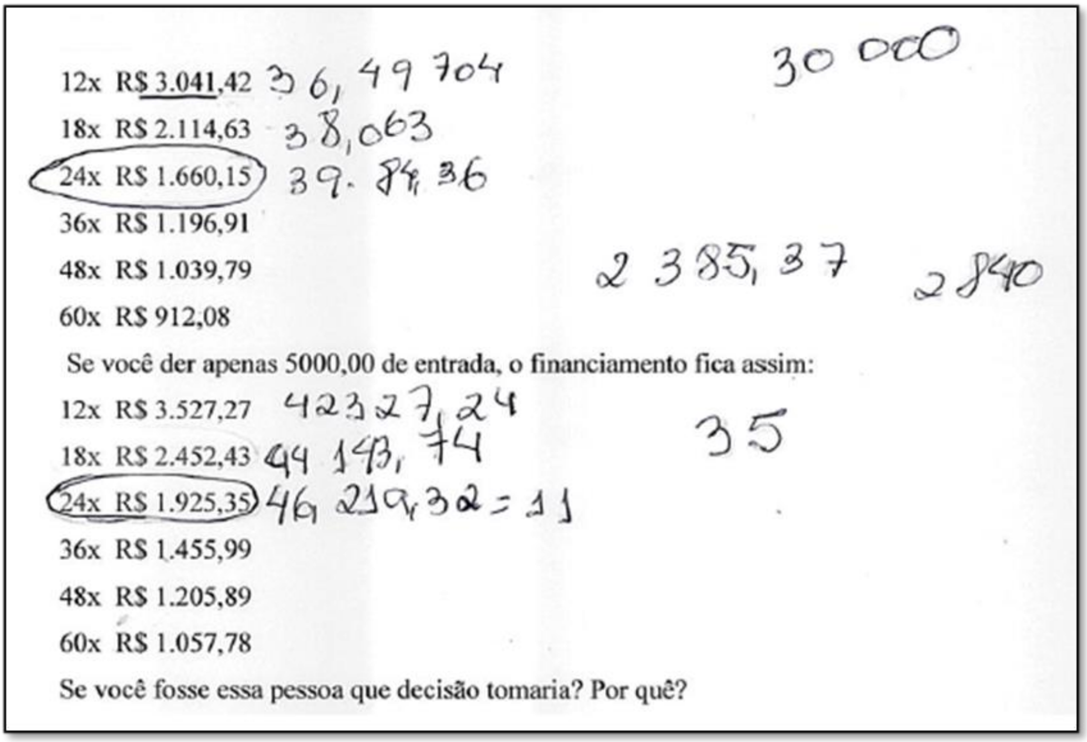
Apenas um deles perguntou se poderia usar a calculadora, talvez porque estivesse acostumado a não poder utilizá-la em situações de avaliação na escola.

Maria, a mais extrovertida dos entrevistados, antes de iniciar comentou sobre o procedimento que utilizaria para resolução do problema.

> Vou dar uma entrada de R$ 10 000,00 e fica faltando R$ 30 000,00, tenho que pensar então qual valor daria cada parcelamento.

Maria efetua os cálculos das 12 parcelas e obtém o valor de R$ 36 497,04. Para as 18 parcelas Maria tem o valor de R$ 38 063,00, e para as 24 parcelas, o valor de R$ 39 843,60. Assim, ela escolhe a opção de 24 parcelas, argumentando:

> Eu particularmente não compraria um carro para pagar em 2 anos, mas, neste caso, se eu tenho R$ 4 500,00 por mês, gastando R$ 1 660,15, sobra R$ 2 440,00, eu acho que é uma renda que dá pra eu viver, ia apertar porque ia diminuir muito, mas não ia ser uma coisa tão difícil para lidar.



12x R$ 3.041,42 36,49704 30 000
18x R$ 2.114,63 38,063
24x R$ 1.660,15 39.84,36
36x R$ 1.196,91
48x R$ 1.039,79 2 385,37 2840
60x R$ 912,08
Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:
12x R$ 3.527,27 42327,24 35
18x R$ 2.452,43 44 143,74
24x R$ 1.925,35 46 219,32 = 11
36x R$ 1.455,99
48x R$ 1.205,89
60x R$ 1.057,78
Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

Protocolo de Maria

Na sequência, Maria faz os cálculos na situação em que teria de dar R$ 5 000,00 de entrada. Para parcelar em 12 vezes, segundo os cálculos efetuados por ela, o restante sairia por um total de R$ 42 327,24; se optasse por 18 parcelas, Maria teria que pagar um total de R$ 44 143,74, e se optasse por parcelar em 24 vezes, teria que pagar R$ 46 210,32. Assim, Maria escolhe novamente por parcelar o carro em 24 vezes, explicando:

> Nesse caso eu ficaria com a opção de 24 vezes de R$ 1 925,35, pelo mesmo motivo da situação anterior, essa opção não comprometeria tanto minha renda mensal.

Ao iniciar a resolução, Alice escreve no canto da folha o valor de R$ 30 000,00 que corresponde ao valor que deveria faltar para pagar o carro com a entrada de R$ 10 000,00. Em seguida, faz os cálculos do valor total que pagaria se parcelasse em 12 vezes, obtendo o valor de R$ 36 497,04. Na sequência, Alice faz os cálculos do total a pagar se parcelasse em 18 vezes e obtém o total de R$ 38 063,34, respondendo oralmente:

> A primeira né? Porque vai cobrar menos juros. Se eu escolhesse as outras parcelas, o carro ia ficar muito caro.

Portanto, Alice circula na folha a opção de 12 vezes, por ela escolhida.

30000,00

$\boxed{12x \text{ R\$ } 3.041,42}$ → 36,447,04
18x R$ 2.114,63 → 380 633,34
24x R$ 1.660,15
36x R$ 1.196,91
48x R$ 1.039,79
60x R$ 912,08

Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

$\boxed{12x \text{ R\$ } 3.527,27}$ → 42327,24
18x R$ 2.452,43
24x R$ 1.925,35
36x R$ 1.455,99
48x R$ 1.205,89
60x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

Protocolo de Alice

Dando prosseguimento, Alice faz o cálculo do parcelamento, considerando o número de 12 prestações e com entrada de R$ 5 000,00, obtendo o total de R$ 42 327,24, e argumenta que “nesse aqui também escolho a primeira, para o carro não ficar muito caro”.

Alice não discutiu a questão de essas parcelas serem compatíveis com a renda mensal disponível.

Na primeira situação, em que a entrada seria de R$ 10 000,00, Antonio efetua os cálculos mentalmente e escolhe a opção de parcelar em 18 vezes, afirmando:

> Se eu pagar em 12 vezes, o carro vai ficar em um valor, se pagar em 18 vezes vai dar outro valor. No primeiro que eu daria 10 mil de entrada, eu faria em 18 vezes.

12x R$ 3.041,42
18x R$ 2.114,63
24x R$ 1.660,15
36x R$ 1.196,91
48x R$ 1.039,79
60x R$ 912,08

Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

12x R$ 3.527,27
18x R$ 2.452,43 44 143,74
24x R$ 1.925,35 46.208,40
36x R$ 1.455,99
48x R$ 1.205,89
60x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê? Porque seria a mais próxima do meu orça mento

Protocolo de Antônio

A seguir, Antonio efetua os cálculos para a situação em que a entrada seria o valor de R$ 5 000,00, iniciando pela opção de 18 vezes, obtendo o valor de R$ 44 143,74. Para o parcelamento em 24 vezes, Antonio obteve o valor de R$ 46 208,40, concluindo que:

> No segundo que a entrada é só de 5 mil reais eu pagaria em 24 vezes, para não comprometer meu orçamento mensal. As outras opções dariam um valor muito alto.

Apresentada a questão, João analisou as possibilidades de financiamento. João pediu para usar a calculadora e realizou os cálculos para cada tipo de parcelamento. Depois disse que, se escolhesse o parcelamento de 12 vezes, as parcelas atingiriam valores muito altos, e não seria viável, pois não deveria gastar todo o orçamento mensal com as mensalidades do carro, devia considerar que tem outros gastos mensais.

João prosseguiu com os cálculos para 18 parcelas e também descartou essa possibilidade por conta da renda mensal. Na sequência, realizou o cálculo para a opção de parcelamento em 24 vezes, concluindo ser essa a melhor opção, pois não comprometeria tanto sua renda mensal. João comentou ainda que parcelar o financiamento do carro em 36 ou 48 vezes faria com que o automóvel atingisse um preço muito alto, descartando também essas duas outras formas de pagamento.

30 000

12x R$ 3.041,42
18x R$ 2.114,63
24x R$ 1.660,15
36x R$ 1.196,91
48x R$ 1.039,79
60x R$ 912,08

Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

12x R$ 3.527,27
18x R$ 2.452,43
24x R$ 1.925,35
36x R$ 1.455,99
48x R$ 1.205,89
60x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

Protocolo de João

Considerando a próxima forma de financiamento, em que teria 5 mil reais para dar de entrada, após os cálculos do valor das parcelas, João afirmou que, para alguém com um salário mensal de 4 500 reais, assim como na situação anterior, o financiamento em 24 parcelas seria o mais vantajoso, pois ofereceria uma flexibilidade maior para outros gastos em seu orçamento mensal. João concluiu a atividade optando pelo parcelamento em 24 vezes nas duas situações propostas.

No tocante à Rosa, após ler a situação-problema, ela multiplicou por 12 o valor das parcelas e obteve o valor de R$ 36 497,04. Prosseguiu efetuando o cálculo das 18 parcelas, para o qual obteve o valor de R$ 38 063,34. Rosa comentou:

> Dando uma entrada de R$ 10 000,00, eu pagaria o restante em 12 parcelas porque o carro não ficaria tão caro. Se fosse pagar em 18 vezes, só o total das parcelas já ficaria próximo do valor do carro à vista.

abaixo

12x R$ 3.041,42 36497,04

18x R$ 2.114,63 38063,34

24x R$ 1.660,15

36x R$ 1.196,91

48x R$ 1.039,79

60x R$ 912,08

Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

12x R$ 3.527,27

18x R$ 2.452,43

24x R$ 1.925,35

36x R$ 1.455,99

48x R$ 1.205,89

60x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

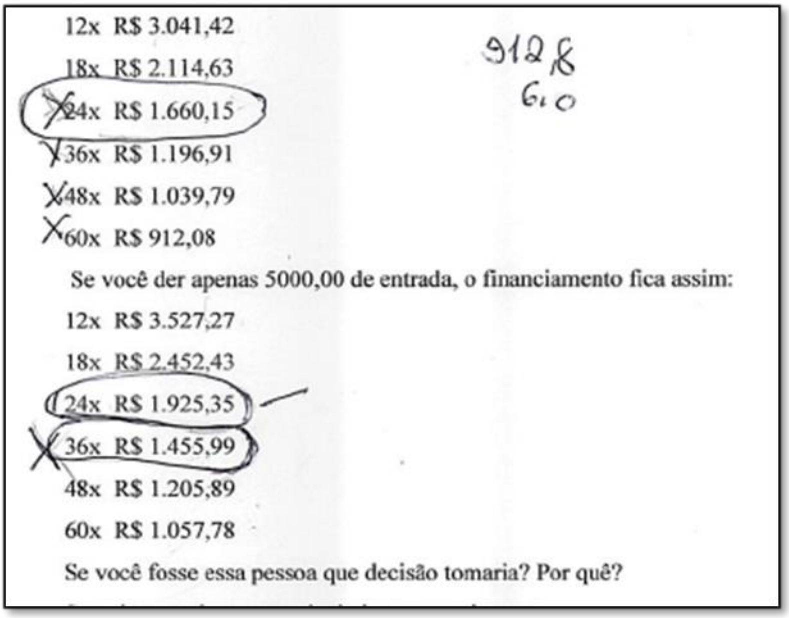
Protocolo de Rosa

Na sequência, Rosa analisa a situação em que a entrada seria de R$ 5 000,00 e marca também a opção de 12 parcelas, argumentando que escolheu esse parcelamento pelo mesmo motivo da situação anterior.

Pedro fez a leitura do problema e esboçou no papel um cálculo, iniciando pela última opção, de 60 parcelas, mas não concluiu o cálculo, descartando em seguida a opção. Pela sua expressão e pela demora na escolha da melhor opção, parece que Pedro realiza os cálculos mentalmente até optar pelo parcelamento de 24 vezes escolhido por ele.

Na situação em que a entrada seria de R$ 5 000,00, Pedro continuou fazendo mentalmente os cálculos e inicialmente optou pela opção de 36 parcelas. Depois de pensar um pouco mais, voltou atrás, escolheu a opção de 24 parcelas argumentando:

> Se escolhesse parcelar em 36 vezes, sobraria um pouco mais da minha renda mensal, mas neste caso o carro sairia por um valor muito alto, então acho melhor parcelar em 24 vezes, apesar de sobrar pouco dinheiro para meus gastos mensais.



12x R$ 3.041,42
18x R$ 2.114,63
24x R$ 1.660,15
36x R$ 1.196,91
48x R$ 1.039,79
60x R$ 912,08
Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:
12x R$ 3.527,27
18x R$ 2.452,43
24x R$ 1.925,35
36x R$ 1.455,99
48x R$ 1.205,89
60x R$ 1.057,78
Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

Protocolo de Pedro

Consideramos interessantes os procedimentos de todos os estudantes na análise realizada. Houve plena compreensão da situação em jogo e a percepção de que a compra do carro a prazo, em muitas parcelas, eleva demasiadamente seu custo.

Quase todos levaram em conta a questão da renda mensal, o que é um elemento importante na situação-problema para a tomada de decisão.

Situação III – Efeitos dos juros compostos em aplicações bancárias

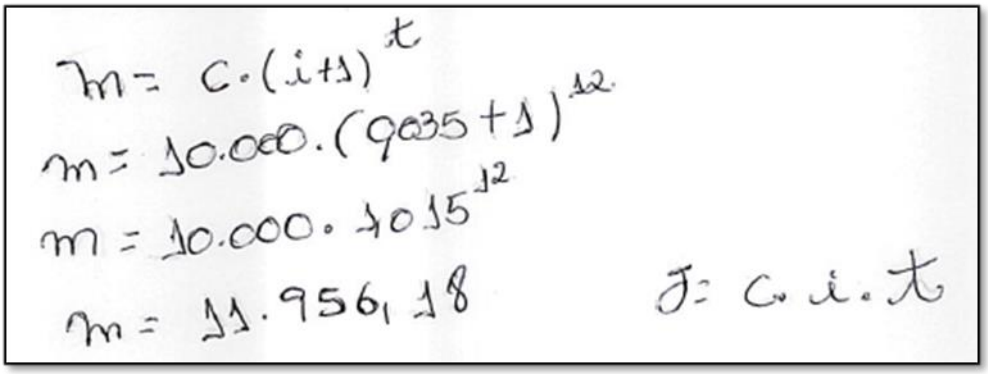
Iniciamos entregando a cada um uma folha com o enunciado do problema. Todos leram a situação atentamente. Feita a leitura da terceira situação, Maria, Alice e João questionaram se deveriam calcular juros simples ou compostos. Pedimos que fizessem uma nova leitura do problema para tomarem uma decisão. Os demais não fizeram questionamentos, iniciando de imediato os registros dos cálculos efetuados em suas folhas.

Esperávamos que os alunos usassem um procedimento para calcular juros compostos (empregando a fórmula $M = C(1 \text{ x } i)^t$, sendo M – montante, C – capital inicial, *i* – taxa de juros e t – tempo), ou que utilizassem a calculadora, multiplicando 10 000 por 1,015 em sequência, por doze vezes.

Maria sempre falava em voz alta o que estava pensando. Ao iniciar a resolução do problema, Maria fez a seguinte manifestação: “juros é igual ao capital vezes a taxa. São juros simples ou juros compostos?”.

Como orientamos que lesse novamente o problema para tomar uma decisão, ela pensou um pouco e respondeu: “Eu acredito que sejam juros compostos”.

Na sequência perguntou: “Então tem que usar fórmula”? Respondemos a Maria que deveria utilizar a estratégia que considerasse mais apropriada, e ela fez o seguinte registro:


$m = c.(i+1)^{t}$
$m = 10.000.(0,015+1)^{12}$
$m = 10.000.1015^{12}$
$m = 11.956,18$
$J = c.i.t$

Protocolo de Maria

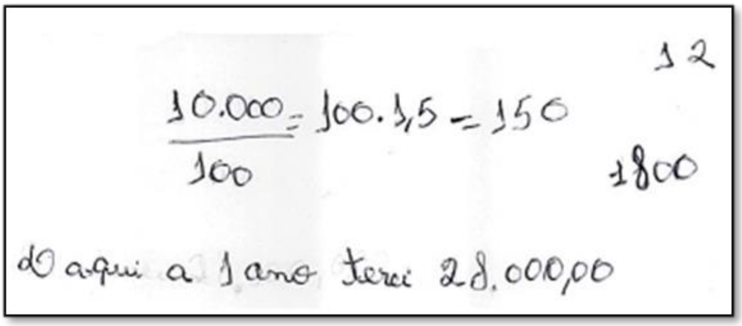
Maria resolveu o problema por meio da fórmula de juros compostos especificada por ela no início da resolução, em que considerou o montante igual ao capital multiplicado pela soma da taxa mais 1, elevada ao tempo. Assim, foi feito montante igual a 10 000 multiplicado pela soma de 0,015 mais 1 elevado a 12; na sequência foi feito montante igual 10 000 multiplicado por 1,015 elevado a 12, que resultou em montante igual a 11 956,18.

Com auxílio da calculadora, Maria fez o cálculo de 1,015 elevado a 12 e oralmente falou que a resposta seria um total de R$ 11 956,18 ao final de um ano.

Alice não fez menção ao uso de fórmula. Ela dividiu 10 000 por 100 e multiplicou por 1,5 referente à taxa de juros, obtendo o total de 150. Embora não tenha registrado no papel, é provável que tenha multiplicado 150 por 12, pois anotou na folha esse resultado.

Alice fala em adicionar esse valor aos 10 000 iniciais, mas escreve 28 000,00 e não 11 800,00, que seria o resultado dessa adição.

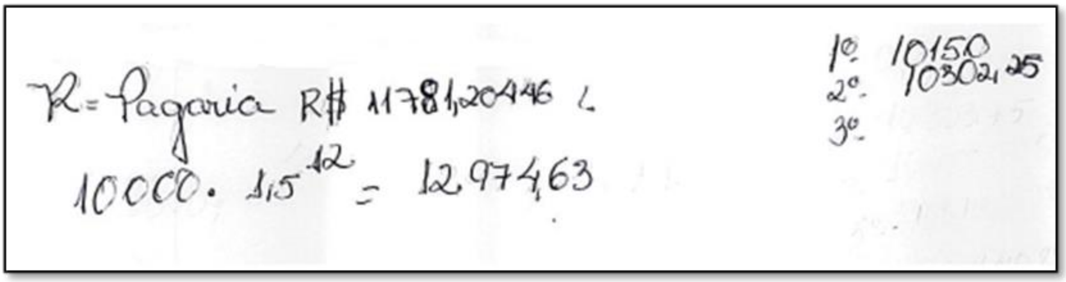
Observam-se no protocolo registros inadequados no uso da igualdade. Ela escreve:
$\frac{10\,000}{100} = 100.1{,}5 = 150.$



Protocolo de Alice

Antonio inicia tentando usar uma fórmula.

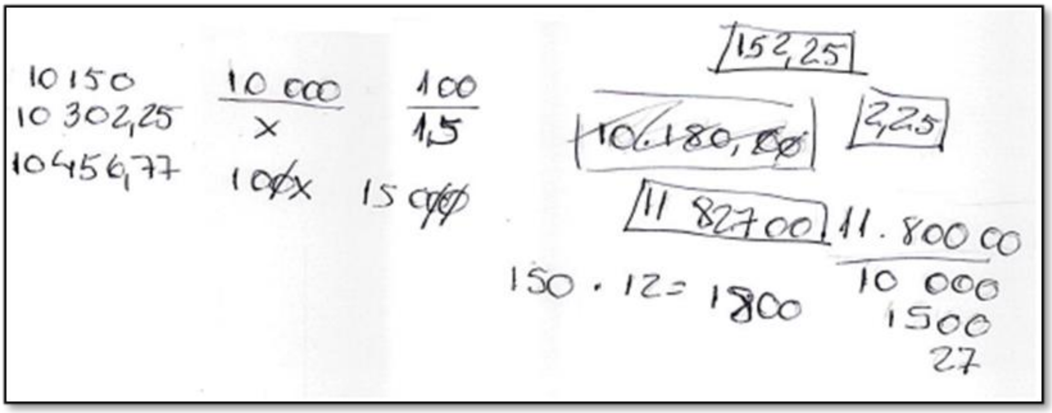
Ele propõe o cálculo de 10 000 multiplicado por 1,5 elevado a 12, e com o auxílio de uma calculadora obtém como resultado 12 947,63. É possível supor que ele conhece a fórmula, mas não a recuperou corretamente.



Protocolo de Antonio

A seguir, Antonio comentou não saber se estava correto e que iria tentar fazer de outro jeito. E começa a calcular os juros a cada mês, mas logo desiste chegando somente ao cálculo dos dois primeiros meses. Como conclusão da resolução da situação-problema, Antonio expressa acima dos cálculos a seguinte resposta: “pagaria R$ 11 781,20446”.

João leu a questão e comentou: “10 000 é o valor que vou investir a 1,5 % por um ano”. Continuou; “aqui são juros compostos, então são juros sobre juros”. João argumentou que se lembrava de um jeito mais fácil de resolver, uma fórmula.



Protocolo de João

João começou sua resolução tentando calcular os juros mês a mês, mas desistiu antes de calcular os juros referentes ao terceiro mês.

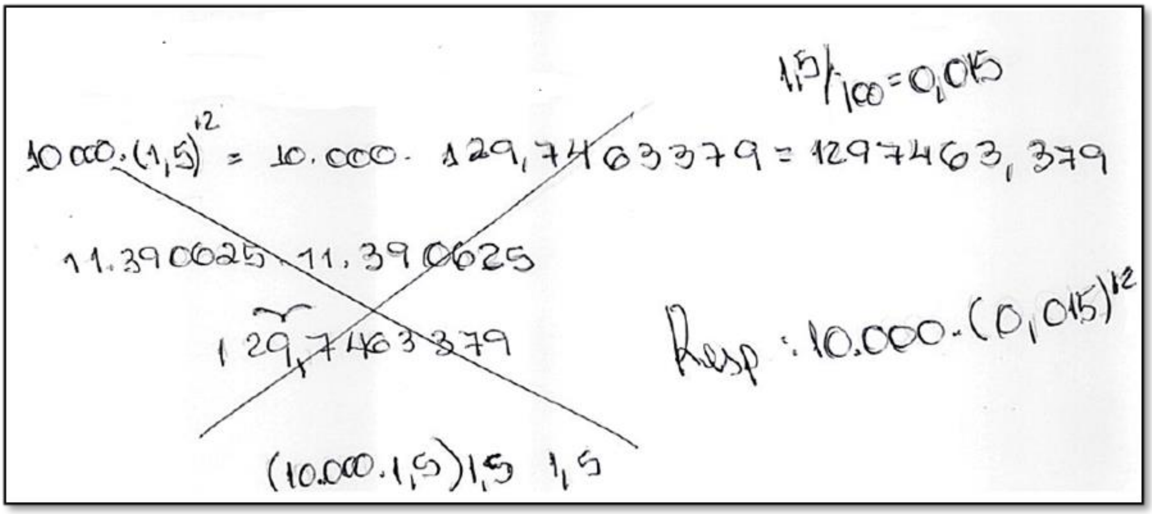
Em seguida, tentou usar a regra de três simples, quando aparentemente percebeu que também não chegaria a um resultado, desistindo em seguida.

Por último, João multiplicou 150 por 12, correspondente ao total de meses de um ano, resultando em 1 800, que adicionou a 10 000, valor a ser investido. Adiciona, ainda, o valor de 27 – que não especifica a que se refere –, resultando num total de 11 827. Oralmente, João respondeu que renderia R$ 150,00 por mês, atingindo o total de R$ 11 827,00, concluindo:

> 10 mil é o valor que eu vou investir, a 1,5 por cento ao mês, por um ano, aqui são juros compostos, então vai render juros sobre juros. Eu sei que tem um jeito mais fácil de fazer isso. Tem uma fórmula. Vai render 150 reais por mês, no final de um ano vai ter R$ 11 827,00.

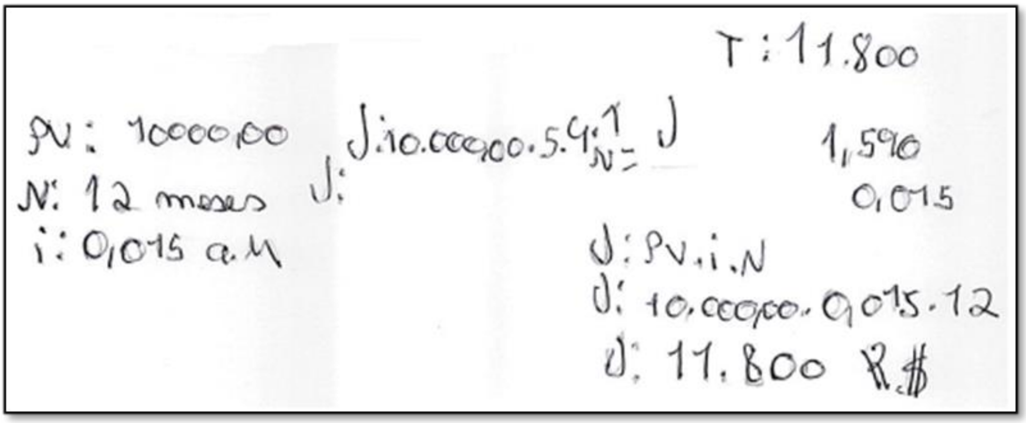
Rosa tentou resolver a atividade por meio da fórmula de juros compostos. Ela dividiu 1,5% por 100 e obteve 0,015. Em seguida, tentou resolver o problema multiplicando o capital inicial de 10 000 pelo cálculo da taxa de 1,5 elevada a 12, correspondente à quantidade de meses no período de um ano. Nesse procedimento, obteve um total de 11 390,65 que multiplicou novamente pelo mesmo valor, obtendo 129,7463379. Nesse momento, Rosa comentou: “que estranho, é muito número”.

Na sequência, Rosa escreveu novamente o valor encontrado, mudando a posição da vírgula. Então, argumentou não estar conseguindo entender o procedimento. Atribuiu a fórmula de juros compostos à resposta final, deixando inconclusa a resolução da situação.



Protocolo de Rosa

Pedro utilizou a fórmula de juros simples para resolver o problema. Desse modo, multiplicou 10 000, correspondente ao capital inicial por 1,5 correspondente à taxa, e em seguida por 12, correspondente à quantidade de meses do período de um ano. Obteve o total de R$ 11 800,00.



Protocolo de Pedro

Como podemos observar pelas resoluções, os respondentes tinham alguns conhecimentos sobre o cálculo de juros, levando à suposição de que fora um conteúdo trabalhado em sua Educação Básica, mas demonstram insegurança quanto à interpretação da situação – juros simples ou compostos – e na recuperação e aplicação da fórmula. Mostram insegurança na validação das respostas encontradas.

Situação IV – Movimentos de conta bancária

Foi distribuída uma folha de papel com a situação-problema a cada um dos entrevistados que fizeram uma leitura atenta do enunciado.

Esperávamos que essa situação fosse tranquila para os alunos, uma vez que supúnhamos que a conferência de extratos bancários fosse uma atividade bastante usual.

Supúnhamos que não teriam dificuldades em identificar o período de referência e que, usando a calculadora, confrontassem créditos e débitos para identificar possíveis incorreções.

No extrato apresentado adicionando-se os valores creditados, 105,39 + 22,00 + 109, 98 + 39,90 + 6,00 + 8 013, 20 + 7,79 obtém-se o total de 8 304,26 (reais) que, subtraído do total da soma do saldo anterior de 9 859,78 + 1 350,00, referente ao valor de uma ordem bancária, num total de 11 209,78 (reais), chega-se ao valor de 2 905,52 (reais), valor igual ao final do boleto. Dessa forma, concluímos que não há incorreções.

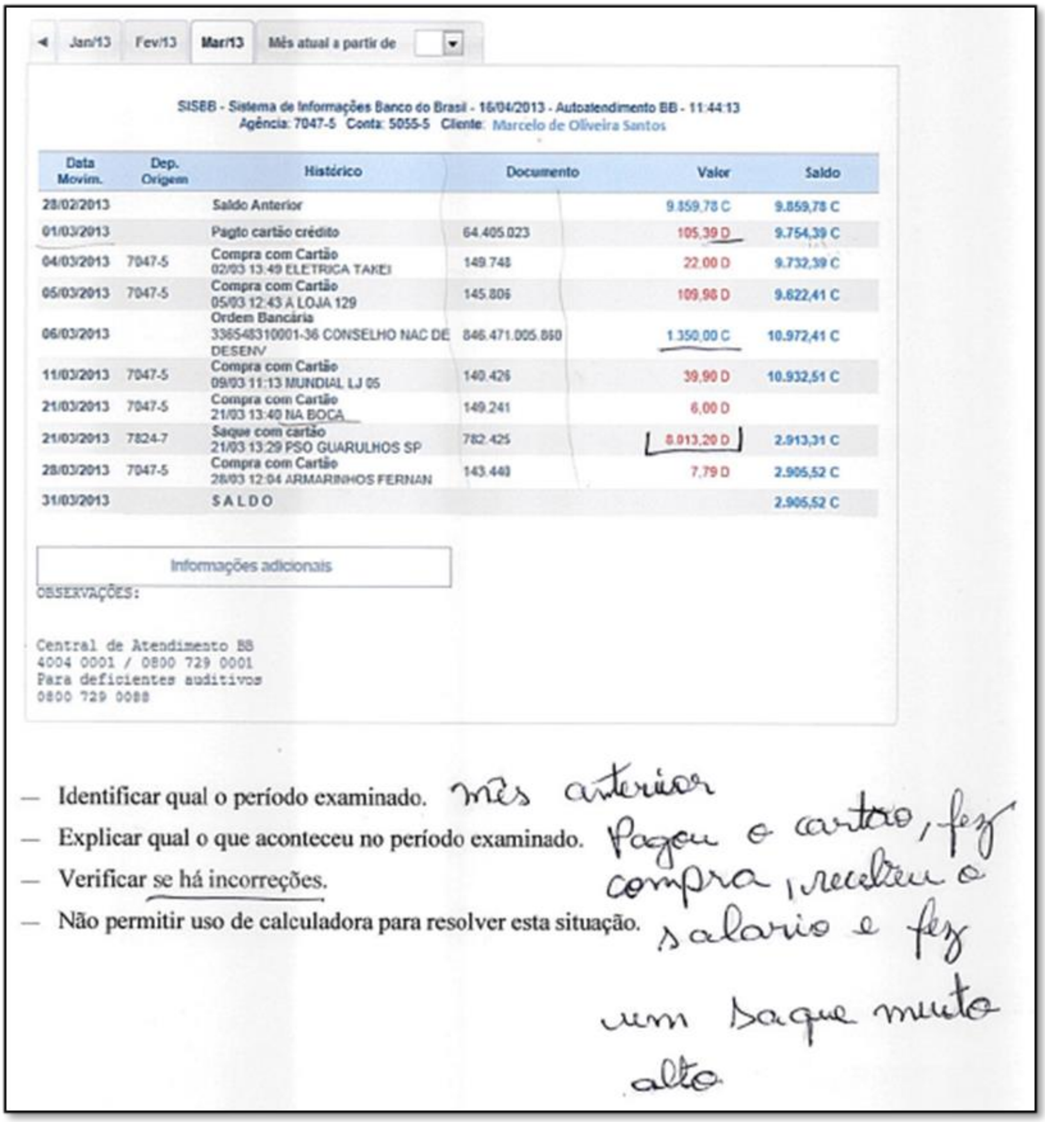
No entanto, logo no início da leitura, foi possível, por meio de alguns comentários, observar que os entrevistados não tinham muita familiaridade com a situação proposta.

Assim, por exemplo, em relação à primeira pergunta, referente ao período examinado, Maria, Alice, Antonio e Rosa fizeram perguntas mostrando não compreender do que se tratava.

Durante a resolução da questão, Maria comentou que: quando a gente pede o boleto é o do mês anterior, em seguida observou que o boleto foi emitido no dia 16.04.2013, respondendo a questão como mês anterior.

Continuando a atividade, Maria relata que o titular da conta fez compras, recebeu o salário e fez um saque muito alto. Disse não entender o saque no valor de R$ 8 000, 00, o que para ela é um valor muito alto.

Quanto a incorreções, Maria disse que não havia. Embora não tenha explicado o porquê da resposta, apenas comentou que parecia estar tudo correto e que as datas do boleto batiam, segundo ela. Assim, Maria finalizou a questão sem muitos comentários, mostrando dificuldade na realização da atividade proposta.



◄ Jan/13 | Fev/13 | Mar/13 | Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 33654831000l-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		SALDO			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

— Identificar qual o período examinado. mês anterior
— Explicar qual o que aconteceu no período examinado. Pagou o cartão, fez compra, recebeu o salario e fez um saque muito alto
— Verificar se há incorreções.
— Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

Protocolo de Maria

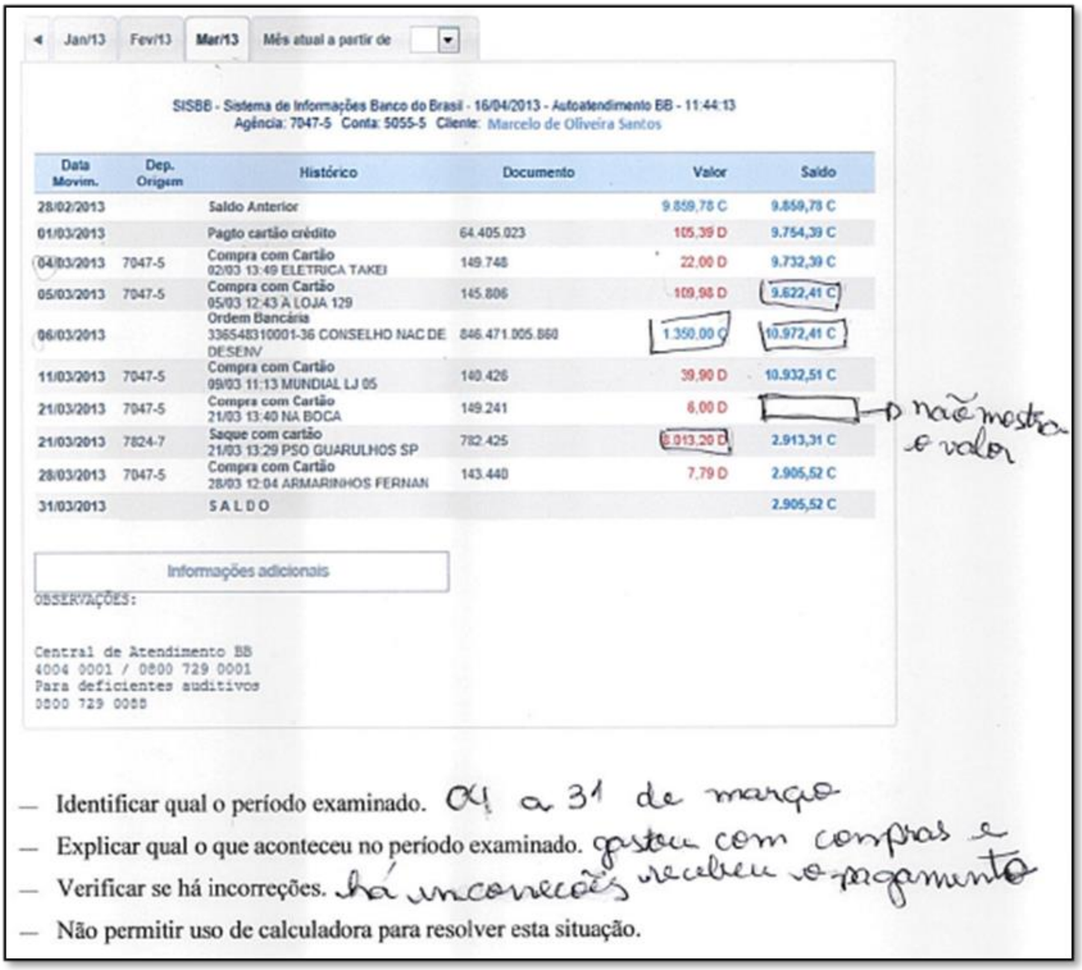
Alice leu a questão e observou que o extrato era do dia 4 a 31 de março.

Em seguida, explicou o que aconteceu no período examinado. Afirmou que o titular do cartão gastou um pouquinho com compras, ficando com um valor menor na conta: “aí ele recebeu o pagamento e ficou com um valor maior de novo”.

Com uma expressão de espanto, continuou: “Nossa! Ele gastou bastante aqui, ele fez um saque”. Relatando ainda o que havia ocorrido no período, Alice continuou: “Então, nos dias 4 e 5 ele gastou, no dia 6 ele recebeu o pagamento, aí no dia 21 ele fez um saque, foi quase todo o dinheiro dele, foi aí que ele gastou mais”.

Quanto a possíveis incorreções, Alice afirmou haver uma incorreção no dia 21, pois faltava o valor total da conta após o pagamento da compra realizada.

Entretanto, Alice também não usou a calculadora para conferir os registros do extrato.



◄ Jan/13 Fev/13 Mar/13 Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	$\boxed{9.622,41 C}$
06/03/2013		Ordem Bancária 33654831001-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	$\boxed{1.350,00 C}$	$\boxed{10.972,41 C}$
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	→ não mostra o valor
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	$\boxed{8.013,20 D}$	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		SALDO			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

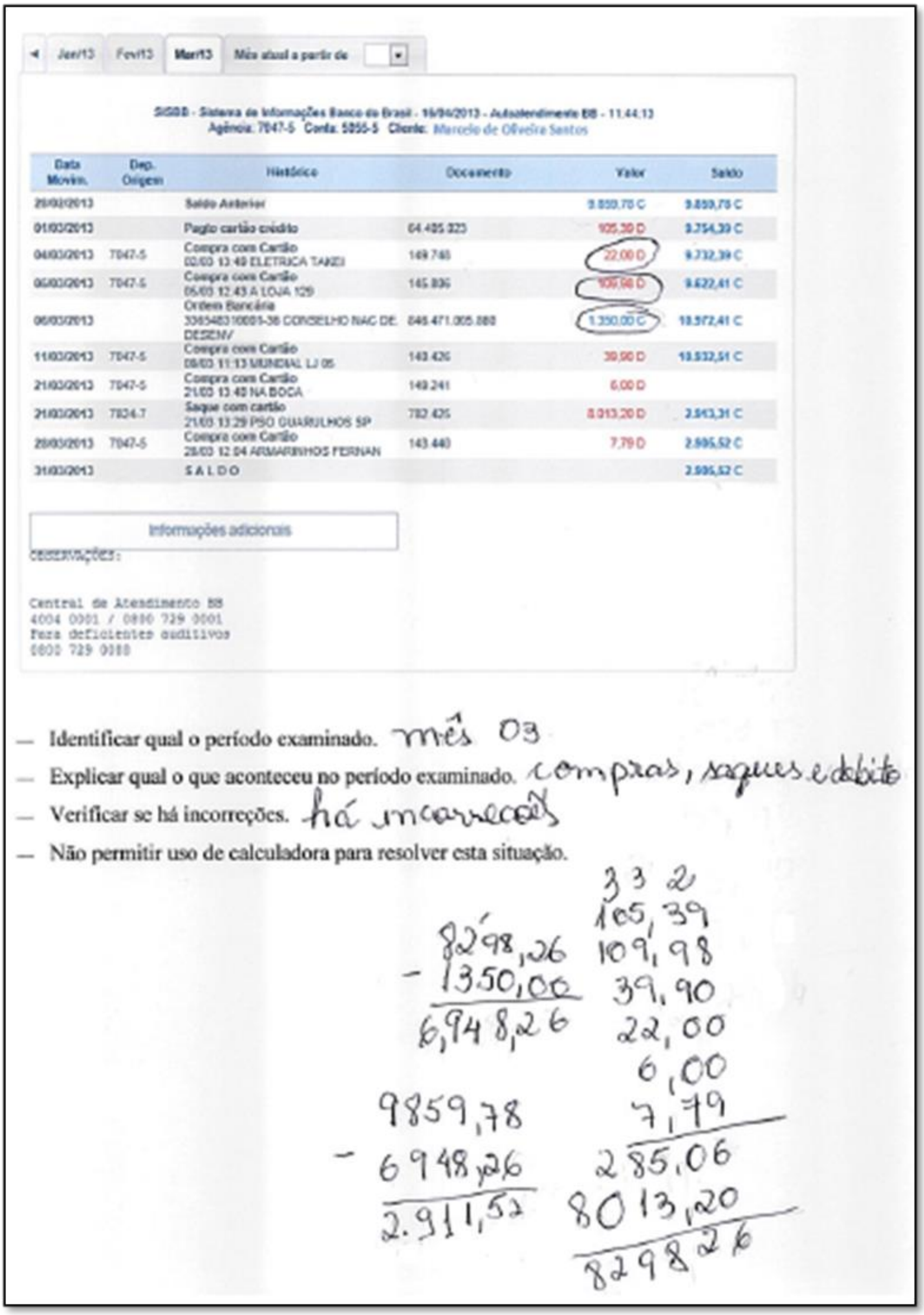
— Identificar qual o período examinado. 01 a 31 de março
— Explicar qual o que aconteceu no período examinado. gastou com compras e recebeu o pagamento
— Verificar se há incorreções. há incorreções
— Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

Protocolo de Alice

Antonio também mostrou dificuldades para entender e realizar a atividade. Iniciou com a pergunta: “Período examinado? Como assim? É o mês três, não é? Mês de março”.

Explicando o que aconteceu no período, Antônio acha que todas as compras feitas pelo titular da conta “foram pagas em débito”, e que não havia parcelamentos ou contas pagas em crédito. Comentou ainda sobre uma ordem bancária, que ele acreditava ser um depósito feito na conta.

Na busca por incorreções, Antônio adicionou os saldos presentes na conta afirmando que a soma não batia com o valor do saldo final, o que o levou a sustentar erroneamente que havia incorreções. Percebe-se com a afirmação que Antônio possivelmente não possui familiaridade com a situação proposta.



◄ Jan/13 | Fev/13 | Mar/13 | Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11.44.13
Agência: 7047-5 Conta: 5855-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.323	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
06/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 06/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 33654831000l-38 CONSELHO NAC DE. DESENV	046.471.005.880	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 08/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	143.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		S A L D O			2.905,52 C

Informações adicionais

Observações:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

— Identificar qual o período examinado. mês 03
— Explicar qual o que aconteceu no período examinado. compras, saques e debito
— Verificar se há incorreções. há incorreções
— Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

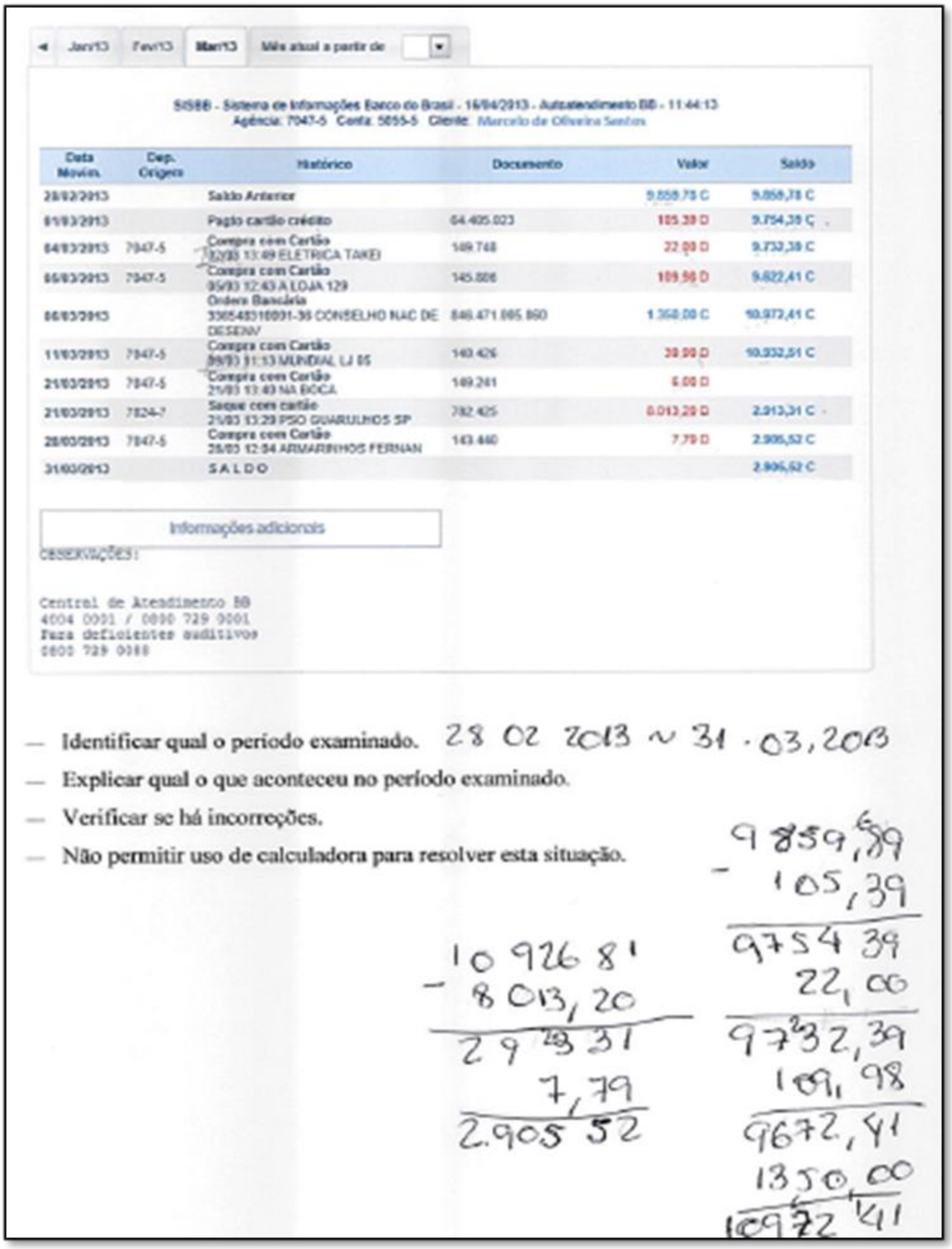
8298,26
- 1350,00
6,948,26

9859,78
- 6948,26
2.911,52

105,39
109,98
39,90
22,00
6,00
7,79
285,06
8013,20
8298,26

Protocolo de Antônio

João considerou como período examinado o dia 28 de março em que consta o saldo anterior da conta até o dia 31 de março relativo ao saldo final do período.



◄ Jan/13 Fev/13 Mar/13 Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 33654831 0001-38 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.085.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		S A L D O			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

- Identificar qual o período examinado. 28 02 2013 ~ 31 . 03 , 2013
- Explicar qual o que aconteceu no período examinado.
- Verificar se há incorreções.
- Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

9 859,39
− 105,39
9754 39
22,00
9732,39
109,98
9672,41
1350,00
10972 41

10 926 81
− 8 013,20
2 9 13 31
7,79
2.905 52

Protocolo de João

Na sequência, relatou que no período foram feitos gastos com compras, observando que as compras foram pagas em débito. Explicou que aconteceu uma ordem bancária, afirmando acreditar ser o pagamento de salário mensal. Comentou ainda ter sido feito um saque no valor de R$ 8 000,00 e depois mais algumas compras de pequenos valores.

Para identificar se havia incorreções na conta, João adicionou os valores dos saldos presentes no boleto e afirmou não haver incorreções, pois a soma por ele efetuada era igual ao valor do saldo final.

Rosa leu a questão e também mostrou dificuldades de interpretar o que era pedido.

◄ Jan/13 | Fev/13 | Mar/13 | Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 336548310001-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		SALDO			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

— Identificar qual o período examinado. 1 mês (31 dias); de 28/02 a 31/03
— Explicar qual o que aconteceu no período examinado. Houve um decréscimo no saldo bancário total
— Verificar se há incorreções. dia 21/03/13 → ausência do saldo final
— Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

Protocolo de Rosa

A respeito do período examinado, perguntou: “período examinado, tipo número de dias”? Pedimos a Rosa que observasse o extrato. Ela então respondeu que o período era de 1 mês, e acrescentando referir-se do dia 28 de fevereiro até 31 de março.

Em seguida, Rosa observou que o período determinado por ela seria de 31 dias, considerando que o mês de fevereiro tem 28 dias. Portanto, Rosa argumentou que o período era de um mês.

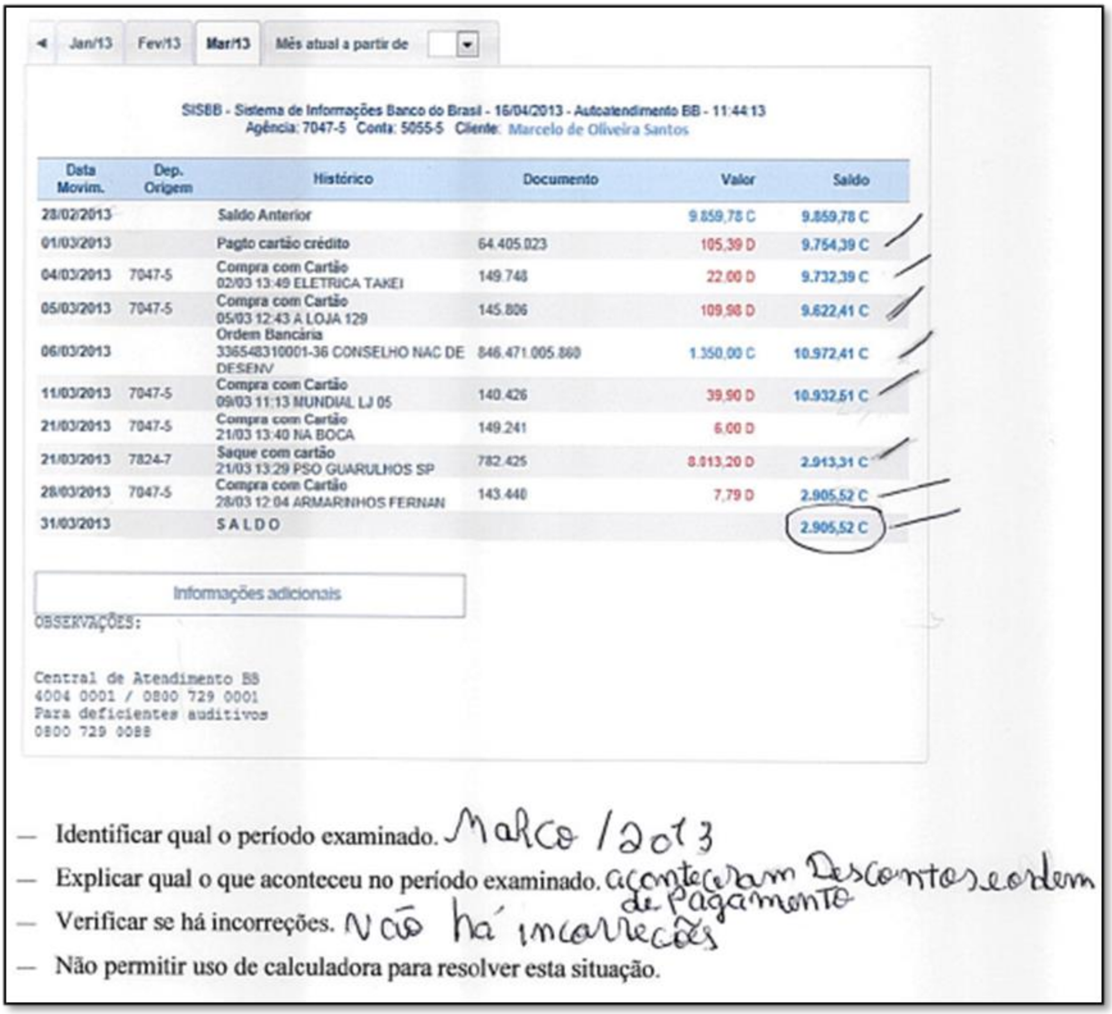
Na sequência, argumentou que no período examinado aconteceu uma diminuição do saldo e que havia mais contas a pagar do que contas a receber. Relatou que no dia 6 de março houve um aumento de R$ 1 350,00 em relação ao saldo inicial e no fim da movimentação mensal um decréscimo grande de quase R$ 9 000,00, atingindo ao final do mês um saldo no valor aproximado de R$ 3 000,00. Segundo Rosa, isso ocorreu em virtude de os saldos retirados da conta terem sido bem maiores do que os saldos debitados.

Quanto à presença de incorreções, Rosa identificou a ausência do saldo no dia 6 de março. Verbalizou acreditar que o saldo deveria estar especificado no extrato. Argumentou ainda que talvez a ausência do saldo pudesse ser pelo fato de o valor gasto ser pequeno, mas não soube explicar se existe esse tipo de procedimento em boletos bancários.

Pedro analisou atentamente o extrato identificando o período examinado como março de 2013. Para explicar o que aconteceu no período, Pedro afirmou que ocorreram descontos relativos a pagamento de conta e observou também ter havido pagamento de salário no dia 6 de março.

Para verificar possíveis incorreções, ele fez estimativas, mentalmente, e afirmou que o resultado correspondia ao valor do saldo encontrado no extrato, dizendo que não havia incorreções.

Durante a atividade, Pedro mostrou-se muito concentrado, atento a detalhes. Embora tenha feito poucos comentários, notamos que sempre realizava os cálculos recorrendo a cálculo mental e de maneira muito satisfatória.



◄ Jan/13 Fev/13 Mar/13 Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 336548310001-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		SALDO			2.905,52 C

Informações adicionais

OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

— Identificar qual o período examinado. Março /2013
— Explicar qual o que aconteceu no período examinado. aconteceram Descontos e ordem de pagamento
— Verificar se há incorreções. Não há incorreções
— Não permitir uso de calculadora para resolver esta situação.

Protocolo de Pedro

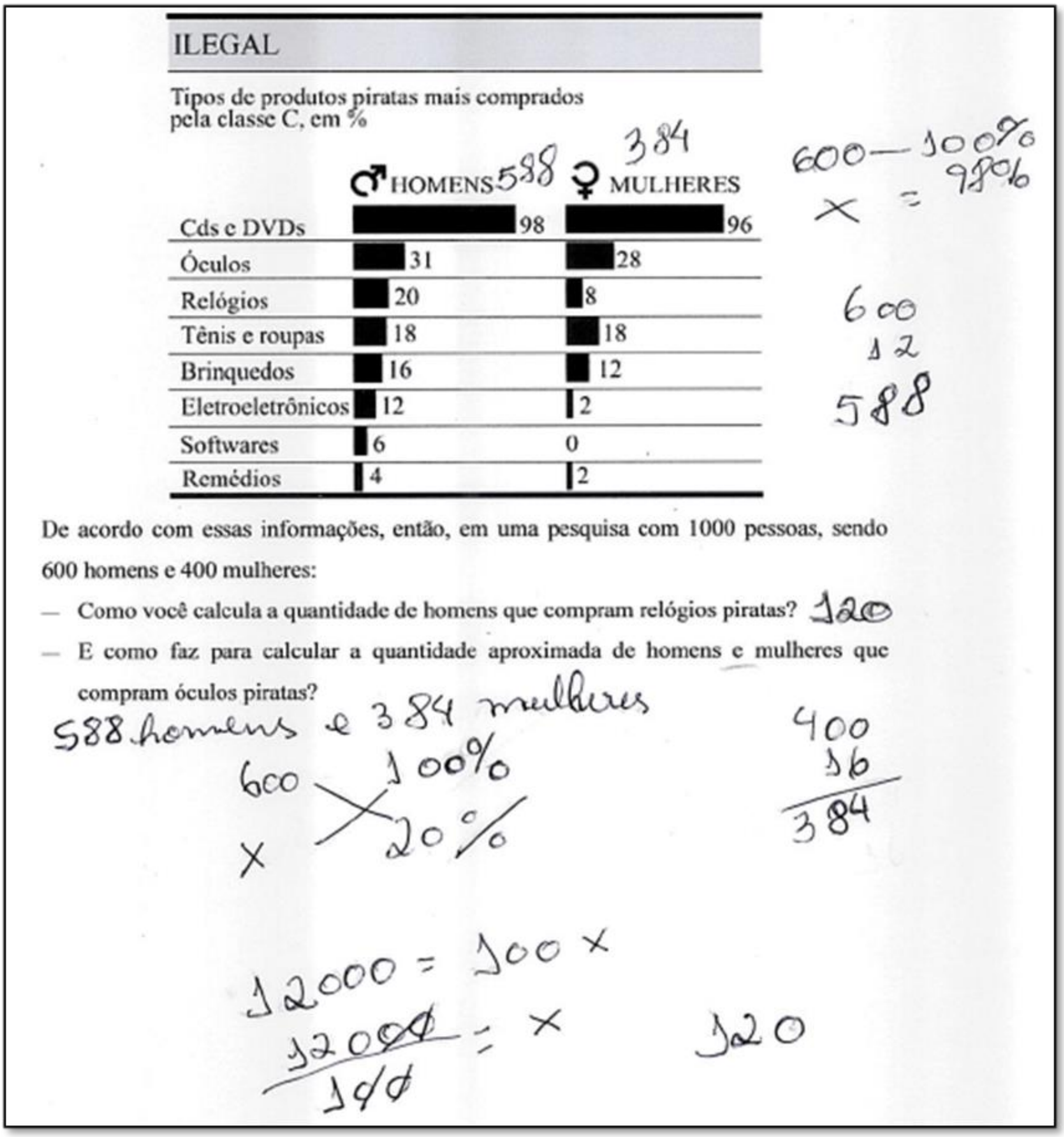
Embora ao longo da resolução os entrevistados tenham encontrado procedimentos para lidar com a situação, foi possível perceber que esses egressos do Ensino Médio não tinham procedimentos já disponíveis para a conferência de um extrato e tiveram que levantar várias hipóteses de resolução naquele momento, o que pode ser um indício que em suas trajetórias pela escola pouco foram oportunizadas situações semelhantes.

Situação V – Leitura e interpretação de representações gráficas

A quinta e última situação proposta também foi entregue impressa a cada aluno. Todos fizeram a leitura atentamente e, nesse caso, não houve nenhuma pergunta e aparentemente, não havia dúvidas.

Esperávamos que nessa situação os alunos inicialmente identificassem na tabela os dados necessários à resolução do problema e na sequência utilizassem o procedimento de regra de três para calcular a quantidade de homens que compram relógios piratas e a quantidade de mulheres e homens que compram óculos piratas.

À medida que realizava a atividade, Maria detalhou o procedimento por ela utilizado. Argumentou que de acordo com as informações foram pesquisados 600 homens e 400 mulheres. Para calcular quantos homens compram relógios piratas, Maria falou que 600 homens equivaliam a 100% dos pesquisados e chamou de X os 20% a serem encontrados. Desse modo, ela realizou os cálculos por meio de regra de três simples, chamando esse procedimento de "multiplicar em cruz", obtendo para X o valor de 120. Portanto, Maria respondeu que 120 homens comprariam relógios piratas.



ILEGAL

Tipos de produtos piratas mais comprados pela classe C, em %

	HOMENS 588	MULHERES 384
Cds e DVDs	98	96
Óculos	31	28
Relógios	20	8
Tênis e roupas	18	18
Brinquedos	16	12
Eletroeletrônicos	12	2
Softwares	6	0
Remédios	4	2

600 — 100%
X = 98%

600
12
588

De acordo com essas informações, então, em uma pesquisa com 1000 pessoas, sendo 600 homens e 400 mulheres:

— Como você calcula a quantidade de homens que compram relógios piratas? 120

— E como faz para calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas?

588 homens e 384 mulheres

400
16
384

600 — 100%
X — 20%

12000 = 100 X
$\frac{1200\cancel{0}}{10\cancel{0}}$ = X   120

Protocolo de Maria

Ao calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas, Maria afirmou que, para responder a questão, deveria calcular o percentual de homens e o percentual de mulheres adicionando ao final os dois resultados. Iniciou o processo calculando o percentual de homens por meio da regra de três simples, fazendo 600 equivalente a 100%, e X equivalente a 98%. Nesse momento, Maria observou que não havia necessidade de conta, pois, segundo ela, se 100% era igual a 600, e 1% de 600 era 6, então 2% era igual a 12, logo subtraindo 12 de 600 resultava em 588 equivalentes aos 98% de homens que compravam óculos piratas.

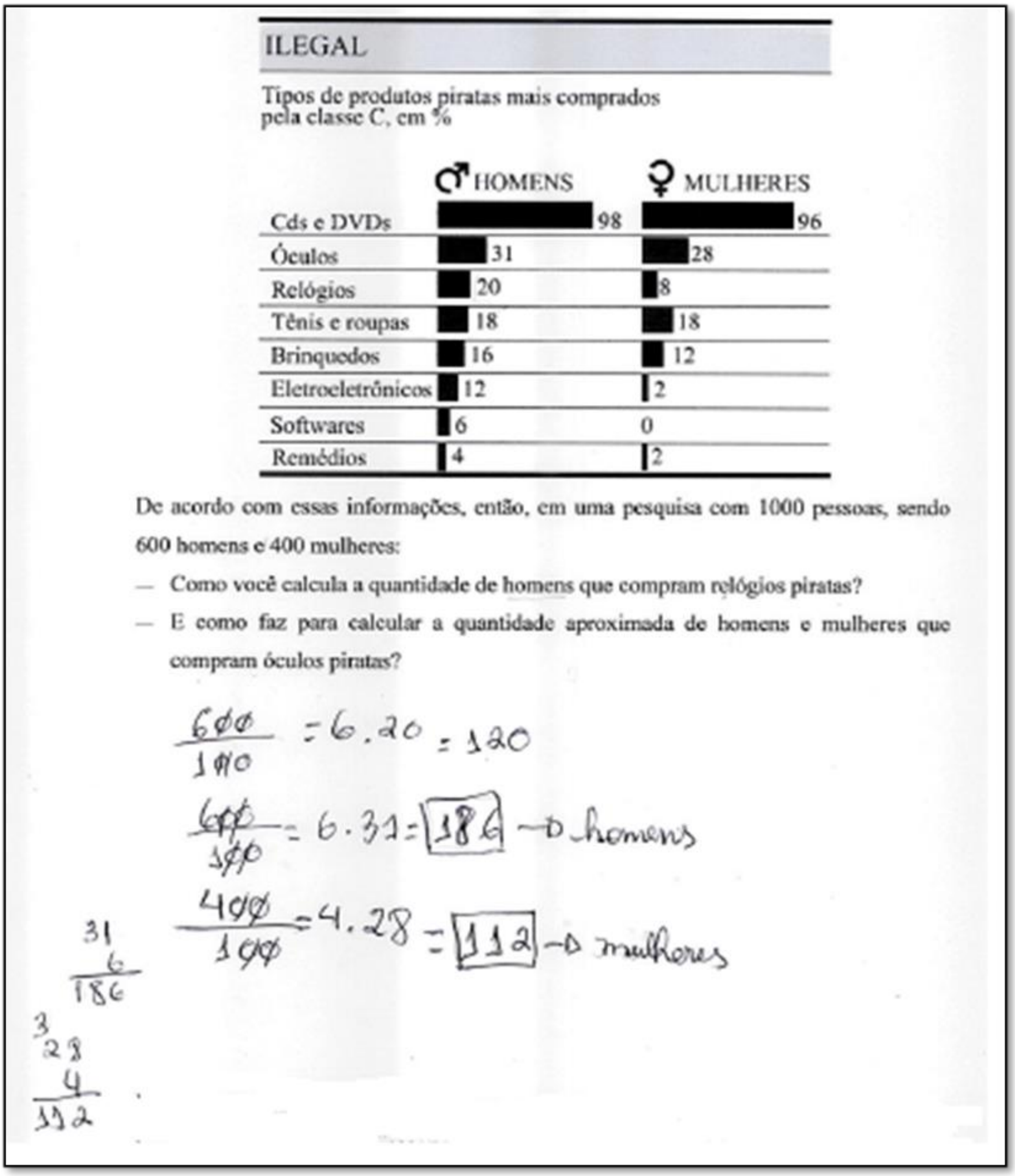
Assim, Maria calculou o percentual de mulheres argumentando que, se 96% equivalia a 400 mulheres, 1% seria igual a 4, então, 4% era igual a 16. Subtraindo 16 do total de 400 mulheres, sobravam 384, que correspondiam aos 96% de mulheres pesquisadas. Entretanto, Maria não se ateve ao fato de que o percentual por ela calculado, ou seja, 98% de 600 homens pesquisados e 96% de 400 mulheres pesquisadas, referia-se ao percentual de homens e mulheres que compram CD e DVD piratas, e não ao percentual de homens e mulheres que compram óculos piratas, como questiona a situação-problema.

Outro erro ocorrido na questão se deve ao fato de que, apesar de afirmar anteriormente que a resposta correta seria a soma da quantidade de homens e a quantidade de mulheres que compram óculos piratas, Maria não realizou esse procedimento, deixando inconclusa a resolução da questão.

Já Alice tentou resolver a questão utilizando o método de cálculo de porcentagem. Dividiu o total de 600 homens por 100 e multiplicou por 20% obtendo o valor de 120, como resultado de homens que compram relógios piratas.

Na sequência, Alice calculou a quantidade de homens que compram óculos piratas seguindo o mesmo procedimento, dividindo 600 por 110 e multiplicando o resultado por 31%, obtendo o valor de 186, que equivale à quantidade de homens que compram óculos piratas.

Para calcular o percentual de mulheres que compram óculos piratas, Alice também utilizou o procedimento de dividir 400 equivalentes ao total de mulheres por 100, e, multiplicando o resultado por 28%, obtendo o total de 112 equivalentes à quantidade de mulheres que compram óculos piratas. Alice também não adicionou a quantidade de homens e de mulheres, e, dessa forma, sua questão ficou incompleta.



ILEGAL

Tipos de produtos piratas mais comprados pela classe C, em %

	HOMENS	MULHERES
Cds e DVDs	98	96
Óculos	31	28
Relógios	20	8
Tênis e roupas	18	18
Brinquedos	16	12
Eletroeletrônicos	12	2
Softwares	6	0
Remédios	4	2

De acordo com essas informações, então, em uma pesquisa com 1000 pessoas, sendo 600 homens e 400 mulheres:

— Como você calcula a quantidade de homens que compram relógios piratas?

— E como faz para calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas?

$\frac{6\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 6.20 = 120$

$\frac{6\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 6.31 = \boxed{186}$ → homens

$\frac{4\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 4.28 = \boxed{112}$ → mulheres

$31 \times 6 = 186$

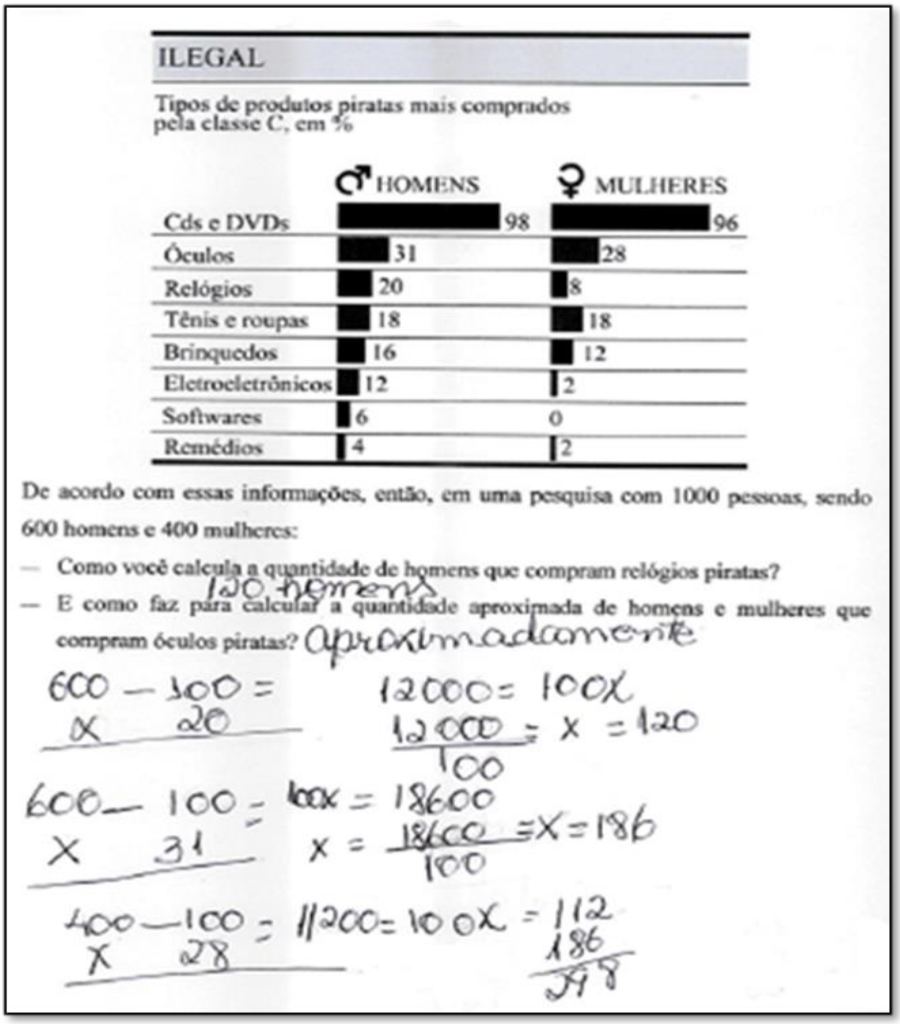
$28 \times 4 = 112$

Protocolo de Alice

Antônio realizou o cálculo por meio da regra de três simples. Para encontrar a quantidade de homens que compram relógios piratas, ele multiplicou o total de 600 homens – que equivalia a 100% – por 20, e multiplicou X – que equivalia a 20% – por 100.

Na sequência, Antônio dividiu os 12 000 resultantes da primeira multiplicação por 100, resultado da segunda operação de multiplicação, obtendo para X o valor de 120 que representa a quantidade de homens que compram relógios piratas.

Em seguida, Antônio calculou o total de homens que compram óculos piratas multiplicando o total de 600 homens – que equivalia a 100% – por 31, obtendo o valor de 18 600, e multiplicou X – que equivalia a 31% – por 100, obtendo 100x. Na sequência, dividiu o valor de 18 600 por 100, obtendo o total de 186, que representa o total de homens que compram óculos piratas.

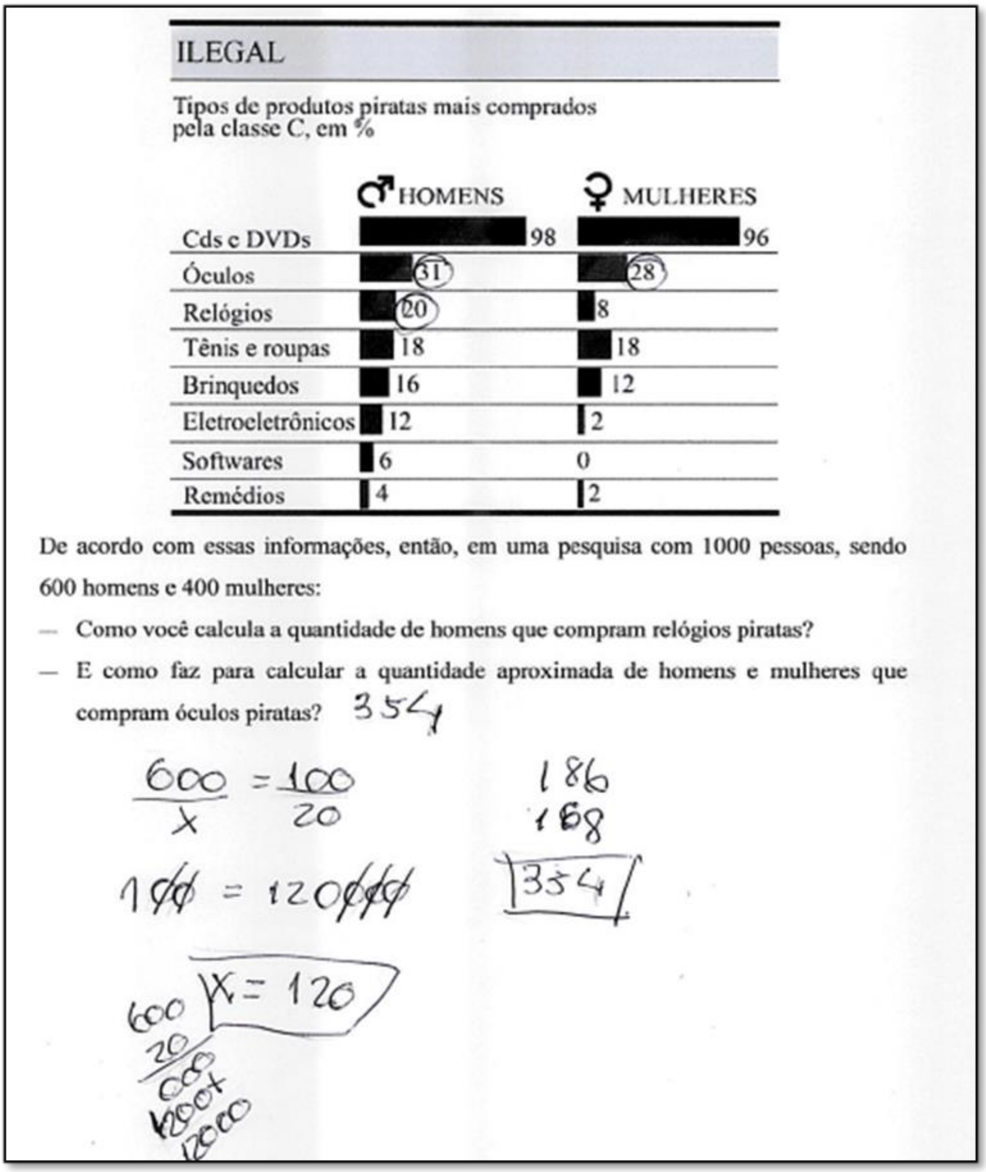


Protocolo de Antônio

Da mesma forma, Antônio calculou o total de mulheres que compram óculos piratas multiplicando o total de 400 mulheres – que equivalia a 100% – por 28, obtendo o valor total de 11 200, e multiplicou X – que equivalia a 28% – por 100, obtendo 100x. Em seguida, dividiu 11 200 por 100, obtendo o total de 112, que representa o total de mulheres que compram óculos piratas.

Antônio conclui o cálculo adicionando o total de 186 homens ao total de 112 mulheres alcançando um total de 298, representando a quantidade de homens e mulheres que compram óculos piratas.

João, assim como a maioria dos alunos, realizou os cálculos por meio da regra de três simples:



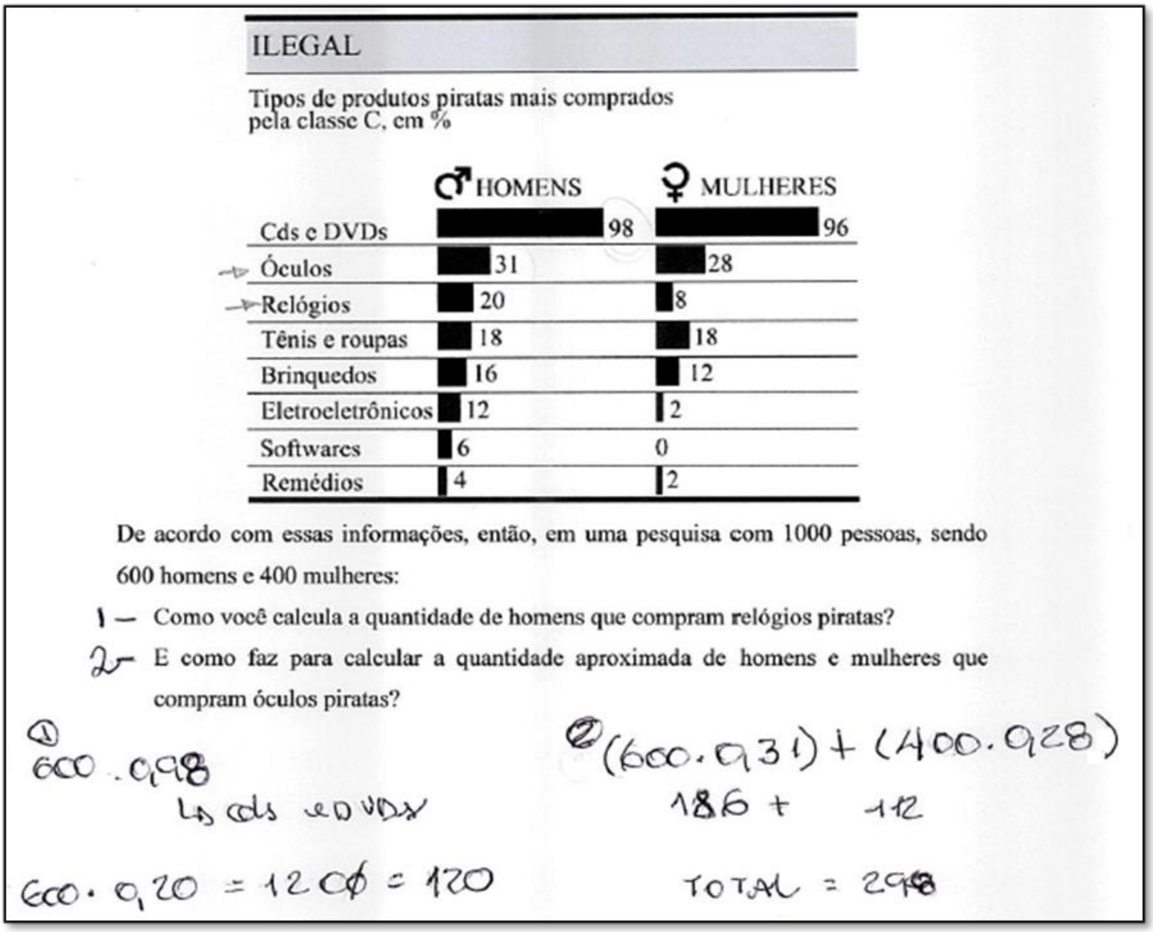
Protocolo de João

Para calcular o total de homens e mulheres que compram óculos piratas, João utilizou o procedimento de cálculo mental. Apesar de adotar estratégias válidas, João cometeu erros no cálculo da quantidade de mulheres, chegando assim a um resultado incorreto no total de homens e mulheres que compram óculos piratas.

Já Rosa resolve a atividade pelo método de cálculo de porcentagem para solucionar a atividade. Em sua resolução, mostra rapidez de raciocínio quando utilizou o percentual indicado na tabela na forma decimal.

Na primeira etapa, Rosa cometeu um erro de interpretação iniciando o cálculo do percentual de homens que compram CD e DVD piratas, entretanto o primeiro item refere-se ao percentual de homens que compram relógios piratas.

Para calcular o percentual de homens que compram CD e DVD piratas, Rosa multiplicou a quantidade de 600 homens por 0,98 – representação decimal de 98% de homens que compram CD e DVD piratas. Ela retoma a leitura da questão e então se dá conta de que fez uma análise errada do problema, deixando sem conclusão.



Protocolo de Rosa

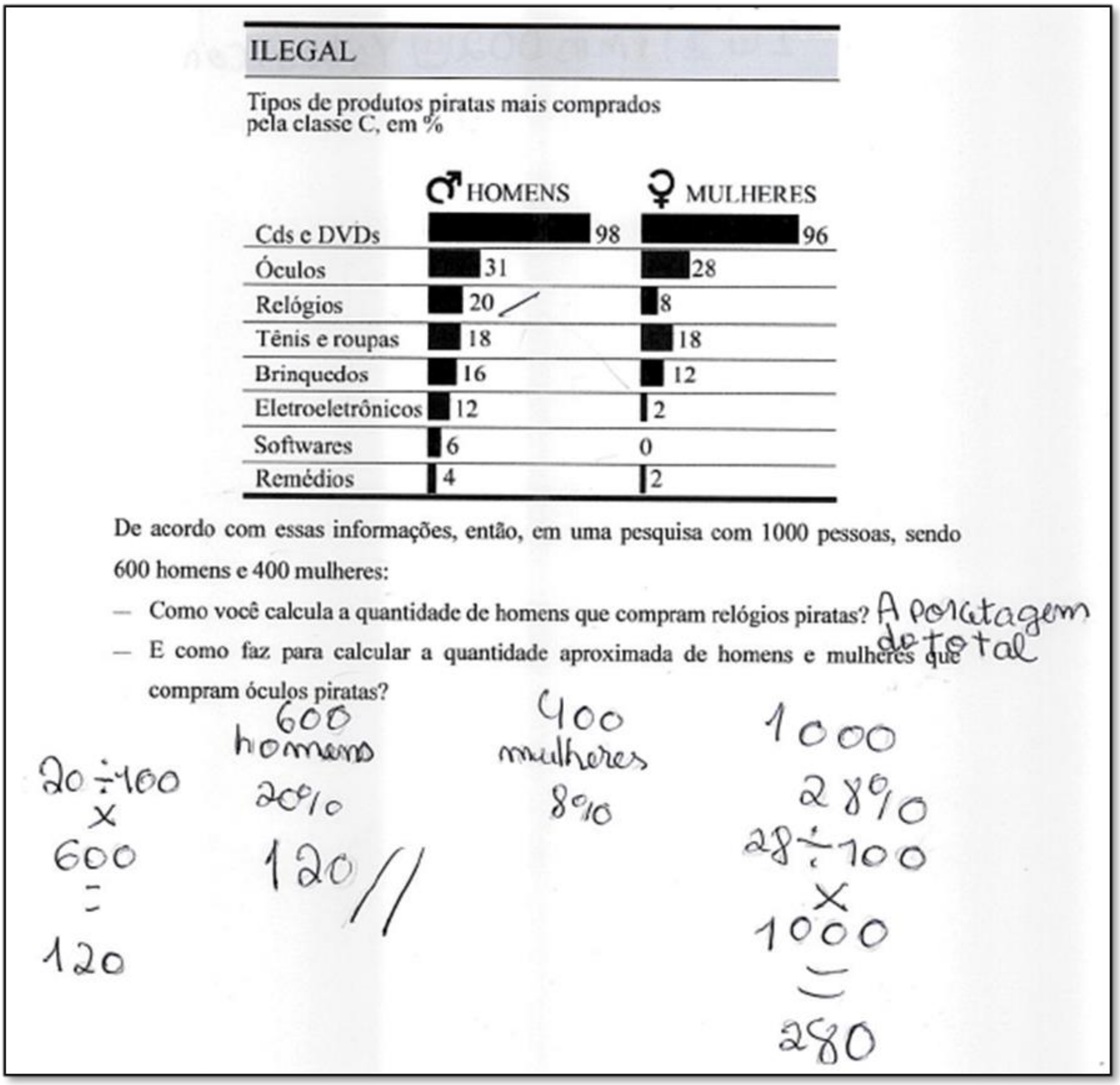
Utilizando o procedimento de cálculo de porcentagem para encontrar a quantidade de homens que compram relógios piratas, Rosa multiplica 600, correspondente ao total de homens, por 0,20, que equivale à representação decimal do percentual de homens que compram relógios piratas. Efetuada a multiplicação, obteve o resultado de 120, correspondente à quantidade de homens que compram relógios piratas.

Na sequência, Rosa mostra como calcula a quantidade de homens e mulheres que compram óculos piratas adicionando a multiplicação de 600 – que corresponde ao total de homens pesquisados – por 0,31 – que corresponde aos 31% em representação decimal – a multiplicação de 400, que corresponde ao total de mulheres pesquisadas por 0,28, que corresponde aos 28% na representação decimal. Realizadas as multiplicações, Rosa adiciona o valor de 186, resultado da primeira multiplicação, ao valor de 112, resultado da segunda multiplicação, obtendo o total de 296 que representa o total de homens e mulheres que compram óculos piratas.

Quanto a Pedro, ele inicia a resolução da questão utilizando a estratégia de dividir 20 que corresponde à porcentagem de homens que compram relógios piratas por 100, que corresponde em percentual o total de homens pesquisados. Na sequência, Pedro multiplica por 600 que corresponde ao total de homens pesquisados, obtendo o valor de 120, representando a quantidade de homens que compram relógios piratas.

Em seguida, realiza o cálculo de homens e mulheres que compram óculos piratas adicionando o total de 600 homens pesquisados ao total de 400 mulheres pesquisadas, quando obteve um total de 1 000 pesquisados. Adiciona também os 20% de homens aos 8% de mulheres que compram óculos piratas, resultando em 28%. Pedro então divide 28 por 100 e multiplica o resultado por 1 000, obtendo um total de 280 homens e mulheres que compram óculos piratas, finalizando dessa forma a resolução do problema.

Apesar de utilizar estratégias válidas, Pedro comete um erro ao efetuar a adição antes da multiplicação, o que implica um resultado errado para o problema.



ILEGAL

Tipos de produtos piratas mais comprados pela classe C, em %

	HOMENS	MULHERES
Cds e DVDs	98	96
Óculos	31	28
Relógios	20	8
Tênis e roupas	18	18
Brinquedos	16	12
Eletroeletrônicos	12	2
Softwares	6	0
Remédios	4	2

De acordo com essas informações, então, em uma pesquisa com 1000 pessoas, sendo 600 homens e 400 mulheres:

— Como você calcula a quantidade de homens que compram relógios piratas? A porcentagem do total

— E como faz para calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas?

$20 \div 100 \times 600 = 120$

600 homens 20% 120

400 mulheres 8%

1000 28% $28 \div 100 \times 1000 = 280$

Protocolo de Pedro

4.4. Análise das competências numéricas reveladas pelos alunos

Quanto à análise das competências numéricas reveladas pelos seis alunos sujeitos da pesquisa, recorremos inicialmente ao quadro dos níveis de competências proposto por Joaquín Giménez.

Apresentamos a seguir o quadro com os níveis das competências identificados nas resoluções dos alunos:

Quadro VIII: Níveis de competências revelados pelos alunos egressos

	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
Maria	Nível 1	Nível 4	Nível 2	Nível 2	Nível 2
Alice	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 2
Antônio	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 1	Nível 2
João	Nível 1	Nível 4	Nível 1	Nível 4	Nível 2
Rosa	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 1	Nível 3
Pedro	Nível 2	Nível 3	Nível 1	Nível 4	Nível 2

É possível perceber na realização da situação I – problema que propõe a divisão da conta do restaurante entre três amigos – um problema do cotidiano, aparentemente simples, em que a grande maioria dos alunos mostrou dificuldades na sua resolução. Dos seis alunos investigados, cinco aproximaram-se do nível 1 e apenas um deles aproximou-se do nível 2, o que podemos considerar um baixo desempenho desses alunos na referida situação.

Dessa forma, Maria, Alice, Antonio, João e Rosa, que se aproximaram do nível 1, mostraram competência em reconhecer a operação a ser utilizada na resolução do problema, e apenas Alice e Antonio consideraram a possibilidade da gorjeta adotando a estratégia de arredondamento de números decimais. Alice e Rosa mostraram competência em realizar a operação da divisão com números decimais, enquanto João apenas efetuou o cálculo da divisão de números decimais de forma correta, não empregando a estratégia de arredondamento e descartando a possibilidade de dar gorjeta. Quanto a Pedro, que se aproximou do nível 2, ele executou o cálculo da divisão de números decimais fazendo o arredondamento como estratégia, seguida da realização da prova por meio da multiplicação das parcelas por três, comprovando a validade do resultado obtido.

Assim, concluímos que, ao mostrarem habilidades como perceber e reconhecer representações propostas em situações de forma flexível, utilizar argumentos em questões de percepção, responder situações contextualizadas com operações corretas e responder a demanda da atividade, Maria, Alice, João, Antonio e Rosa aproximaram-se de um conjunto de competências contempladas pelo nível 1. Em relação a Pedro, que se aproximou do nível 2, entendemos que ele fez uso de competências que compõem o referido nível ao mostrar habilidade em empregar estratégias associadas a contagem, operações e desenvolvimentos diversos.

No tocante à situação 2 – tomada de decisão referente a opções de financiamento de um carro –, encontramos maior diversidade de níveis alcançados. Maria, Antônio e João aproximaram-se do nível 4, Alice e Rosa, do nível 1 e Pedro, do nível 3.

Alice e Rosa mostraram competência em realizar cálculos das parcelas e decidir qual opção de parcelamento consideravam mais apropriado para o financiamento, entretanto não levaram em consideração o orçamento mensal que poderia ficar comprometido com o parcelamento escolhido, usando argumentos baseados em questões informais ou de percepção, habilidades estas que contemplam o nível alcançado. Pedro, que se aproximou do nível 3, mostrou-se capaz não só de realizar cálculos referentes aos parcelamentos, decidir a melhor opção, como também considerou o comprometimento do orçamento mensal.

As estratégias usadas por esses quatro alunos evidenciam o conjunto de competências como saber esquematizar induções ou argumentos com base em casos particulares.

Maria, Antonio e João mostraram competências como o uso do próprio raciocínio indutivo e dedutivo formal, explicando a validade das afirmações e interpretando informações numéricas, usando valores aproximados ou exatos, bem como discutindo a adequação à situação. Tais competências ficam evidentes na resolução apresentada por eles na atividade quando foram capazes de realizar cálculos das parcelas do financiamento e levando em conta o orçamento mensal na opção pelo parcelamento do carro, argumentando e esclarecendo os motivos que os levaram a tal escolha.

Portanto, a situação proposta revelou uma maior variedade no uso de estratégias e um nível mais elevado por parte desses alunos.

A resolução da situação 3 – investimento de R$ 10 000,00 em uma aplicação durante o período de um ano, a uma taxa de aproximadamente 1,5% ao mês – mostra desempenho distribuído entre os níveis 1 e 2, revelando certa dificuldade em desenvolver o procedimento correto no cálculo de juros compostos.

Dos alunos que participaram da investigação, Alice, Antonio, João, Rosa e Pedro aproximaram-se do nível 1 nessa terceira situação. Alice e Pedro entenderam que se tratava de juros simples obtendo um resultado incorreto, embora tenham se saído bem nos procedimentos dos cálculos. Antonio, João e Rosa conseguiram identificar que a atividade se referia ao cálculo de juros compostos e utilizaram a fórmula de maneira correta, mas mostraram falhas procedimentais obtendo resultados incorretos. Portanto, os alunos mostraram competências como o uso de argumentos baseados em questões informais ou de percepção, e assumem padrões que aplicam em situações semelhantes usando simples analogias, competências determinadas pelo nível 1.

Quanto à Maria, que atingiu o nível 2, ela identificou se tratar de juros compostos. Realizou os cálculos por meio da fórmula obtendo o resultado correto para a atividade, mostrando competência em empregar estratégias associadas à contagem, operações e diversos desenvolvimentos.

No tocante à situação 4 – análise do histórico da movimentação de uma conta bancária – percebemos melhor desempenho em relação às situações anteriores, em que os alunos mostraram maior facilidade em identificar estratégias e operações relacionadas a problemas e situações do cotidiano. Alice, Antonio e Rosa aproximaram-se do nível 1, Maria aproximou-se do nível 2 e João e Pedro atingiram o nível 4.

Dos três alunos classificados no nível 1, Alice e Antonio não identificaram o período examinado, identificado apenas por Rosa. Alice e Rosa também não realizaram cálculos buscando identificar possíveis incorreções, e apenas Antonio realizou cálculos como recurso, obtendo, entretanto, resultado incorreto. Esses três alunos afirmaram haver incorreções, concluindo erroneamente a questão. Eles manifestaram competências classificadas no nível 1, como capacidade de usar argumentos baseados em questões informais ou de percepção.

Maria, que se aproximou do nível 2, não identificou o período examinado, mas realizou cálculos buscando reconhecer no período possíveis incorreções, respondendo de forma correta que não havia erros. Ela aproximou-se do nível 2 mostrando competências como argumentar com descrição e estabelecer conexões com a realidade.

Quanto a Rosa e Pedro, que se aproximaram do nível 4, eles identificaram o período examinado, realizaram os cálculos e concluíram que não havia incorreções. Rosa e

Pedro mostraram capacidade em usar o próprio raciocínio indutivo e dedutivo formal explicando a validade das afirmações, conjunto de competência que dizem respeito ao nível 4.

Percebemos no desenvolvimento da situação 5 – análise e cálculo de dados de uma pesquisa sobre a compra de produtos piratas pela classe C – uma homogeneidade nas resoluções apresentadas. Identificamos que, dos seis alunos, cinco se aproximaram do nível 2 e apenas um se aproximou do nível 3.

Dos alunos que se aproximaram do nível 2, Maria não identificou corretamente os dados dispostos no gráfico. Já Alice, Antonio, João e Pedro conseguiram identificar os dados de forma correta. Em relação aos cálculos, Maria, Alice, Antonio e João utilizaram procedimentos corretos na resolução do problema, enquanto Pedro realizou procedimentos incorretos. Quanto aos resultados, embora tenham adotado procedimentos corretos, Maria e Alice não concluíram a atividade, João e Pedro conseguiram, mas obtiveram resultados incorretos e apenas Antonio concluiu a questão chegando ao resultado correto. Na resolução da atividade, Maria Alice, Antonio, João e Pedro, que se aproximaram no nível 2, mostraram habilidades em desenvolver um conjunto de competências referentes a esse nível, tais como: descrever os processos de resolução e descobertas e empregar estratégias associadas a contagem, operações e diversos desenvolvimentos.

A propósito de Rosa, que se aproximou do nível 3, essa aluna mostrou inicialmente dificuldades em identificar os dados corretos na resolução do problema, identificando seu erro na sequência e passando a utilizar os dados corretamente. Rosa também empregou procedimentos corretos no desenvolvimento dos cálculos, mostrando facilidade em calcular porcentagem recorrendo a números representados na forma decimal e argumentando sobre o procedimento por ela usado, concluindo corretamente a resolução. Ela mostrou facilidade em descobrir padrões em múltiplas situações identificando analogias, baseadas principalmente em representações, conjunto de competências presentes no nível 3.

Dessa forma, notamos que a maior dificuldade para esses alunos não se encontra na identificação da estratégia de resolução, mas na aplicação do algoritmo. Foi possível observar ainda que, nas situações propostas, a maioria dos alunos aproximou-se dos níveis 1 e 2, com mais frequência e em poucas situações conseguiu se aproximar dos níveis 3 e 4, o que mostra maior dificuldade na resolução de problemas com nível maior de exigências.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES

Ao desenharmos esta pesquisa, um de nossos propósitos centrais era explorar as ideias de Literacia, Numeracia e Alfabetização Matemática, entre outras expressões, e discutir diferentes acepções com que essas ideias têm sido abordadas.

Entendemos que, embora as abordagens de diferentes autores tenham nuances específicas, elas possuem elementos comuns no sentido de se traduzirem em competências a serem desenvolvidas/potencializadas pelo ser humano e mobilizadas para a resolução de problemas que emergem das diferentes relações estabelecidas com o mundo-vida. Essas competências estão relacionadas à mobilização de saberes matemáticos no processo de leitura, interpretação e seleção de diferentes informações para a reflexão e a tomada de decisões.

A compreensão de processos de ensino e de aprendizagem da Matemática que possibilitem ao aluno desenvolver tais competências remete a discussões que colocam em destaque uma das duas faces da moeda que surgem quando se discute o papel dessa disciplina escolar na Educação Básica, tema que desperta muitas polêmicas.

Uma análise de justificativas revela que uma delas é a de que se deve ensinar Matemática porque ela pode promover o desenvolvimento de destrezas de pensamento de alto nível. Outro argumento frequente é o de que a Matemática tem uma beleza própria, que produz satisfação a quem a percebe e que é importante para a sociedade mostrar esse valor aos jovens. Há ainda argumentos no sentido de que é útil ensinar Matemática por sua contribuição a uma cultura democrática e pelas inúmeras colaborações que ela traz para a resolução de problemas cotidianos e da esfera profissional.

Esses argumentos fazem com que a Matemática seja considerada um componente curricular importante com o qual crianças, jovens e adultos devem ter contato. No entanto, nem sempre está igualmente clara a correspondência entre os fundamentos adotados e as implicações curriculares que se pretendem obter como resultado.

Entendemos que, ao proporem e defenderem propostas intituladas como de alfabetização matemática, numeracia, literacia, entre outras, os autores de livros didáticos abordam situações de aprendizagem que pouco convergem com as concepções apresentadas pelos autores com que tivemos contato no processo desta pesquisa.

A Matemática ensinada na Educação Básica deve cumprir a finalidade de formar cidadãos capazes de compreender o mundo, gerenciar sua vida cotidiana, orientar seus projetos individuais e coletivos, comunicar-se por diversos meios e formas com os outros. Isso não significa restringir o ensino apenas àquilo que se considera útil e com imediata aplicabilidade. A Matemática também é um campo fértil para dar asas ao pensamento humano, para criar ideias e soluções, independentemente de seu caráter utilitário.

Essa forma de entender o papel da Matemática na formação dos cidadãos é nossa interpretação após a exploração das contribuições de diferentes autores por meio dos quais procuramos identificar e analisar acepções com que os termos como Literacia, Numeracia, Materacia e Alfabetização Matemática, entre outros, aparecem na literatura em Educação Matemática.

Na sequência de nosso trabalho, buscamos identificar se essas ideias estavam contidas explícita ou implicitamente em currículos prescritos e também apresentados em materiais curriculares, como os livros didáticos.

Em relação a documentos curriculares para os Ensinos Fundamental e Médio, é possível identificar um discurso no sentido de, ao considerar a relevância social dos conteúdos e o desenvolvimento de um pensamento matemático, é preciso que as atividades sejam organizadas e desenvolvidas na perspectiva de que sejam oportunizadas para os alunos situações que promovam o desenvolvimento de competências relativas à alfabetização matemática, numeracia e outras denominações, embora não as nomeando especificamente.

Nos livros didáticos do Ensino Fundamental que analisamos, parece que esse é um quesito que os autores levam em conta provavelmente porque as avaliações têm valorizado explicitamente o uso das chamadas situações contextualizadas de aprendizagem e as aplicações, em forma de investigação e resolução de problemas. Identificamos uma série de atividades que buscam ilustrar conceitos e procedimentos matemáticos pela exploração de situações consideradas da realidade ou próximas dela.

Nos livros didáticos do Ensino Médio encontramos em menor quantidade situações relacionadas às competências de numeracia. Notamos ainda que, nestes livros, prevalecem atividades de natureza mais técnica, exigindo do aluno o uso de procedimentos baseados em fórmulas, entretanto algumas atividades propostas procuram trabalhar com conteúdos contextualizados, envolvendo situações do cotidiano do aluno.

Ao compararmos as recomendações e orientações presentes nos diferentes documentos curriculares e as atividades propostas pelas duas coleções de livros didáticos, identificamos nesse primeiro conjunto de documentos proposições para que as situações de aprendizagem levem em conta o contexto histórico, social, político e cultural dos alunos, favorecendo o desenvolvimento de competências leitoras e escritoras nas aulas de Matemática e a reflexão para a tomada de decisões; propõe-se ainda que as situações não favoreçam apenas as técnicas operatórias ou o uso frequente de fórmulas, mas que aos alunos sejam oportunizadas atividades para que eles possam mobilizar e manifestar os conhecimentos já produzidos por eles em diferentes espaços, inclusive não escolar, e que possam estabelecer diferentes relações entre os conteúdos matemáticos propostos e os conhecimentos produzidos pelas diferentes áreas do saber, incluindo as tecnologias.

Nos livros didáticos analisados, embora exista uma quantidade considerável de situações-problema ou atividades investigativas, identificamos que muitas das situações servem de pretexto para a abordagem dos conteúdos matemáticos, prevalecendo a solicitação para que os alunos recorram a expressões e técnicas que os levem às respostas.

Notamos, desse modo, uma desarticulação entre o que propõem/recomendam os documentos curriculares e o que apresentam esses materiais didáticos.

Em relação às entrevistas realizadas com estudantes egressos do Ensino Médio e que ingressaram no Ensino Superior, propusemo-nos a identificar algumas competências referentes à mobilização de conceitos numéricos e à utilização desses conceitos envolvendo também a capacidade crítica relativamente ao seu uso.

Foi possível identificar pelas entrevistas que a maioria dos alunos consegue perceber a presença da Matemática e algumas de suas ideias presentes em seu cotidiano, apesar de a escola não trabalhar com frequência atividades significativas mostrando essa relação. Esses alunos reconhecem que a Matemática será necessária para o seu futuro, pois estão cientes de que muitas profissões exigem conhecimentos específicos de Matemática.

Com a proposição das situações, buscamos identificar junto a esse grupo de alunos o uso de competências matemáticas e de conceitos envolvendo a capacidade crítica na utilização dessas competências. Em relação às competências numéricas, foi possível constatar que geralmente os alunos resolvem os problemas recorrendo a técnicas operatórias memorizadas por eles, o que evidencia que, como são desenvolvidas as atividades escolares, eles se apropriam e incorporam esses procedimentos. Foi possível perceber que esses alunos estão, ou foram, acostumados a trabalhar com atividades que solicitavam a aplicação de fórmulas para a resolução, ou seja, não desenvolveram – como propõem os documentos curriculares e como ponderam os autores por nós consultados – competências relacionadas à numeracia.

No que diz respeito à capacidade crítica do aluno, no uso dessas competências observamos certa insegurança por parte deles na tomada de decisões no processo de resolução das situações propostas, visto que, em alguns momentos, fomos interrogados sobre qual estratégia deveria ser usada na resolução do problema, o que mostra falta de autonomia em decisões.

Com a realização deste trabalho percebemos que a Matemática proposta pelos livros didáticos ou por atividades organizadas pelo professor pouco favorecem competências referentes à numeracia. Nesse sentido, é preciso investir na pesquisa sobre o processo de elaboração dos materiais didáticos e investigar o que os autores desses materiais consideram relevantes ao organizarem e selecionarem as atividades que comporão os livros didáticos.

Também é importante pensar no currículo das ações de formação continuada no sentido de se oportunizar situações para que os professores que ensinam Matemática possam conhecer o currículo, compreender sua organização, as opções didático-metodológicas e teóricas que norteiam as recomendações. É preciso investir também em modelos de formação que repertoriem o professor para que ele possa analisar os livros didáticos, ampliar ou adaptar as situações propostas, objetivando que os alunos tenham a oportunidade de trabalhar com situações-problemas que permitam o desenvolvimento de competências relacionadas à numeracia e que despertem neles, portanto, o olhar crítico no processo de tomada de decisões.

Nesse contexto, entendemos a necessidade de discutir como a Matemática tem sido trabalhada nas escolas em face das transformações sociais, culturais e econômicas.

Pensamos que a Matemática tem a tarefa de fazer com que os alunos encontrem desafios e soluções para questões que enfrentam na vida cotidiana.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. C. *Análise de um instrumento de letramento estatístico para o Ensino Fundamental II*. 2010. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo.

ASSOCIAÇÃO AUSTRALIANA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. *Numeracy = everyone's business*. Report of the Numeracy Education Strategy Development Conference. Adelaide, Austrália: AAMT, 1997.

BARBOSA, M. R. F. *Os números do "cotidiano" e os números da "escola" na Alfabetização Matemática*: as mútuas implicações. 2006. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática. Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

BENAVENTE, A., ROSA, A., COSTA, A. F., & ÁVILA, P. *Estudo nacional de literacia*. Universidade de Lisboa, Instituto de Ciências Sociais, 1995.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, vol. 2. MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. MEC/SEB, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *PCN+ Ensino Médio:* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. MEC/SEB, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC/SEB, 2000.

BRUM, E. D. *Produção discursiva na aula de matemática*: uma interpretação sociointeracionista. 2006. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco, Itatiba.

BUENO. C. *Alfabetização Matemática*: manifestações de estudantes do Primeiro Ciclo sobre Geometria. 2009. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Ole Skovsmose e sua Educação Matemática Crítica. *Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM*, Campo Mourão, FECILCAM/UNESPAR, v. 1, n. 1, p. 9-20, jul-dez. 2012. (Entrevista concedida por Ole Skovsmose) Disponível em: http://www.fecilcam.br/rpem/documentos/v1n1/Entrevista.pdf; acesso em 07 mar. 2013, às 2h.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. *Metodologia científica*. 4. ed. São Paulo: Makron *Books*,1996.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, FE-USP, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

DANTE, L. R. *Matemática: contextos e aplicações – volume 1 (1º ano).* São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, L. R. *Matemática: contextos e aplicações – volume 2 (2º ano).* São Paulo: Ática, 2012.

DANTE, L. R. *Matemática: contextos e aplicações – volume 3 (3º ano).* São Paulo: Ática, 2012.

GATTI, B. A. *A construção da pesquisa em educação no Brasil.* Brasília: Editora Plano, 2002.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa.* 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.

GIMENEZ, J. *Potenciando competencia numérica com alumnado de 6 a 12 años.* Uno – Revista de Didáctica de las Matemáticas, n. 54, p. 5-13, abr. 2010.

GOOS, M. *Developing numeracy in the learning areas (middle years)*. Keynote address delivered at the South Australian Literacy and Numeracy Expo, Adelaide, Australia, 2007.

GOOS, M.; GEIGER, V.; DOLE, S. Auditing the Numeracy Demands of the Middle Years Curriculum. *PNA – Revista de Investigación en Didáctica de La Matemática*, Granada (Espanha), Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, v. 6, n. 4, p. 147-158, 2012.

JACOBINI, O. R. *A Modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. 2004. 267f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1986.

MAY, T. *Pesquisa social*: questões, métodos e processos. Trad. Carlos Alberto Silveira Netto Soares. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

MAZZIERO, A. S.; MACHADO, P. A. F. *Descobrindo e aplicando a Matemática – 6º ano*. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

MAZZIERO, A. S.; MACHADO, P. A. F. *Descobrindo e aplicando a Matemática – 7º ano*. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

MAZZIERO, A. S.; MACHADO, P. A. F. *Descobrindo e aplicando a Matemática – 8º ano*. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

MAZZIERO, A. S.; MACHADO, P. A. F. *Descobrindo e aplicando a Matemática – 9º ano*. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

OLIVEIRA, P. R. *A cidadania no livro didático de Matemática:* um diagnóstico *a partir dos* temas transversais trabalho e consumo. 2004. 149f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

PAULOS, J. A. *Mas aliá de los números*. Barcelona: Tusquets Editores, 1993.

PONTE, J. P. Literacia Matemática. In: TRINDADE, M. N. (Org), *Actas do Encontro Internacional Literacia e Cidadania*: Convergência e interfaces. Universidade de Évora: Centro de Investigação em Educação Paulo Freire. 2002. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(Literacia-Evora).doc. Acesso 09 ago. 2012; às 14h30.

RICO, L.; LUPIAÑEZ, J. L. *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid. Alianza, 2008.

SACRISTÁN, J. G. *O currículo*: uma reflexão sobre a prática. 3. ed. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica*: a questão da democracia. Tradução de Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. 4. ed. Campinas: Papirus, 2010.

STEEN, L. A. A problemática da literacia quantitativa. Tradução de Magda Bensabat. *Educação e Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, n. 69, p. 79-88, set./out. 2002.

VEIGA-NETO, A. Cultura e Currículo. *Contrapontos*, Itajaí, ano 2, n. 4, p. 43-51, 2002. Disponível em https://www6.univali.br/seer/index.php/rc/article/download/133/113; acesso em 05 jan. 2013.

APÊNDICE I

ROTEIRO DE ENTREVISTA

DADOS PESSOAIS

- Nome, idade, sexo

CONTEXTO ESCOLAR

- A escola em que você estudou era pública ou particular? Fale um pouco sobre ela e sobre os professores.
- Nas aulas de Matemática havia espaço para discussões e investigações dentro e fora da sala da sala?
- Havia incentivo ao trabalho em grupo e à realização de projetos?
- O professor(a) de Matemática realizava atividades diferenciadas utilizando recursos tecnológicos como instrumentos pedagógicos? Quais?

SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

- Você considerava interessantes as aulas de matemática?
- Como você se considerava em relação à Matemática? Você entendia com facilidade os conceitos e as aplicações?
- Como as aulas eram desenvolvidas? Eram trabalhados conceitos teóricos, demonstrações de teoremas, exercícios modelos e depois outros similares?
- Havia integração com outras disciplinas? Quais?
- Havia investigações sobre a importância da matemática e sobre o seu relacionamento com questões do dia-a-dia? Fale um pouco sobre isso.
- Você percebia relações entre o que você aprendia nas aulas de matemática com situações do seu cotidiano? Quais eram essas relações?

APÊNDICE II

PROPOSIÇÃO DE SITUAÇÕES PROBLEMA

Situação 1

Suponha que você foi ao restaurante com mais 2 amigos. Pediram praticamente as mesmas coisas e vão dividir a conta igualmente. O garçom traz a nota e o total é de R$79,05. Não está incluída a gorjeta. O que acontece a partir daí?

Não permitir o uso da calculadora para resolver esta situação.

Situação 2

Suponha que você quisesse comprar um carro de R$ 40.000,00. Você tem R$ 10 000, 00 mil reais na poupança para dar de entrada e uma renda mensal de R$ 4500,00. Consultou uma financiadora e descobriu que a compra pode ser feita em parcelas mostradas na tabela abaixo

12x R$ 3.041,42

18x R$ 2.114,63

24x R$ 1.660,15

36x R$ 1.196,91

48x R$ 1.039,79

60x R$ 912,08

Se você der apenas 5000,00 de entrada, o financiamento fica assim:

12x R$ 3.527,27

18x R$ 2.452,43

24x R$ 1.925,35

36x R$ 1.455,99

48x R$ 1.205,89

60x R$ 1.057,78

Se você fosse essa pessoa que decisão tomaria? Por quê?

Se quiser, pode usar a calculadora nesta situação

Situação 3

Agora imagine que você desistiu de comprar o carro e vai investir seus R$10000,00 numa aplicação durante o período de 1 ano, a uma taxa de aproximadamente 1,5% ao mês. Daqui a um ano quanto você terá?

Se quiser, pode usar a calculadora nesta situação.

Situação 4

Verificar os movimentos de uma conta bancária que lhe é apresentada (a partir de um extrato real).

◄ Jan/13 | Fev/13 | Mar/13 | Mês atual a partir de

SISBB - Sistema de Informações Banco do Brasil - 16/04/2013 - Autoatendimento BB - 11:44:13
Agência: 7047-5 Conta: 5055-5 Cliente: Marcelo de Oliveira Santos

Data Movim.	Dep. Origem	Histórico	Documento	Valor	Saldo
28/02/2013		Saldo Anterior		9.859,78 C	9.859,78 C
01/03/2013		Pagto cartão crédito	64.405.023	105,39 D	9.754,39 C
04/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 02/03 13:49 ELETRICA TAKEI	149.748	22,00 D	9.732,39 C
05/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 05/03 12:43 A LOJA 129	145.806	109,98 D	9.622,41 C
06/03/2013		Ordem Bancária 336548310001-36 CONSELHO NAC DE DESENV	846.471.005.860	1.350,00 C	10.972,41 C
11/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 09/03 11:13 MUNDIAL LJ 05	140.426	39,90 D	10.932,51 C
21/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 21/03 13:40 NA BOCA	149.241	6,00 D	
21/03/2013	7824-7	Saque com cartão 21/03 13:29 PSO GUARULHOS SP	782.425	8.013,20 D	2.913,31 C
28/03/2013	7047-5	Compra com Cartão 28/03 12:04 ARMARINHOS FERNAN	143.440	7,79 D	2.905,52 C
31/03/2013		S A L D O			2.905,52 C

Informações adicionais

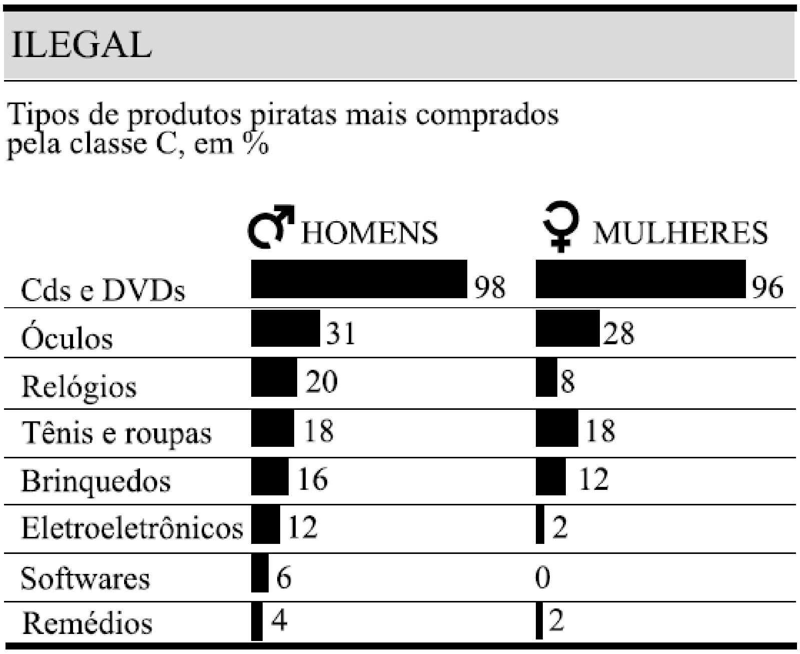
OBSERVAÇÕES:

Central de Atendimento BB
4004 0001 / 0800 729 0001
Para deficientes auditivos
0800 729 0088

- Identificar qual o período examinado.
- Explicar o que aconteceu no período examinado.
- Verificar se há incorreções.
- Não é permitido o uso de calculadora para resolver essa situação.

Situação 5

De acordo com matéria publicada no jornal *Folha de S.Paulo* em 13 de abril de 2010, a venda de produtos piratas é muito grande. A tabela abaixo mostra os produtos piratas mais comprados por homens e mulheres, da classe C, em porcentagem[10].



De acordo com essas informações, então, em uma pesquisa com 1000 pessoas, sendo 600 homens e 400 mulheres:

— Como você calcula a quantidade de homens que compram relógios piratas?

— E como faz para calcular a quantidade aproximada de homens e mulheres que compram óculos piratas?

[10] Adaptado de Exame do Concurso Público para Polícia Militar de São Paulo: Soldado PM de 2ª Classe-Militar Estadual (Feminino), em 2010, questão 25, Fundação Vunesp. Disponível em http://www.vunesp.com.br/pmes1001/01_SoldadoPM2ClassMilEstadFeminino.pdf, acesso em 5 abr. 2013.